

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	小径ねじ状砥石による低速歯車研削に関する基礎研究
Title(English)	
著者(和文)	餅田正秋
Author(English)	
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第3286号, 授与年月日:1999年3月31日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第3286号, Conferred date:1999/3/31, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

小径ねじ状砥石による低速歯車研削 に関する基礎研究

1 9 9 9 年 3 月

餅 田 正 秋

目 次

第 1 章 緒 論	(1)
1.1 ねじ状砥石を用いた研削加工による歯形創成研究の背景	(1)
1.2 研究の意義	(3)
1.3 ねじ状砥石による歯形創成における課題	(4)
1.4 本研究の目的	(6)
1.5 本論文の概要	(7)
第 2 章 小径ねじ状砥石による研削加工過程の解析	(12)
2.1 緒 言	(12)
2.2 ねじ状砥石による任意歯形創成における幾何学	(13)
2.3 インボリュート歯車創成における幾何学	(21)
2.3.1 ねじ状砥石の刃形形状	(21)
2.3.2 創成運動における幾何学的関係と創成歯形の誤差	(27)
2.4 角形スプライン軸創成における幾何学	(33)
2.4.1 ねじ状砥石の刃形形状	(33)
2.4.2 創成運動における幾何学的関係と創成歯形の誤差	(39)
2.5 結 言	(43)
第 3 章 多数歯の高切込み歯車研削における加工量の解析	(45)
3.1 緒 言	(45)
3.2 砥石刃面上での研削作用位置と加工歯面形状との関係	(46)
3.2.1 歯面加工の場合	(46)
3.2.2 全歯丈切込み加工の場合	(56)
3.3 砥石刃面上での研削作用領域	(65)

3.3.1	歯面加工の場合	(65)
3.3.2	全歯丈切込み加工の場合	(70)
3.4	砥石の単位面積当たりの加工量	(75)
3.4.1	歯面加工の場合	(75)
3.4.2	全歯丈切込み加工の場合	(84)
3.5	平面幾何学に基づく近似解法	(92)
3.5.1	砥石刃面上の創成位置	(92)
3.5.2	砥石刃面上の研削終了位置	(94)
3.5.3	砥石刃面上の研削開始位置	(99)
3.5.4	砥石刃面上の研削作用領域	(101)
3.6	結 言	(103)
第 4 章	多数歯の低速歯車研削における小径ねじ状砥石を用いた加工実験	(106)
4.1	緒 言	(106)
4.2	研削法および砥石損耗の測定	(107)
4.2.1	研削法および条件	(107)
4.2.2	砥石損耗の測定	(114)
4.3	砥石刃面での砥石損耗	(116)
4.3.1	はすば歯車の高切込み歯面研削の場合	(116)
4.3.2	平歯車の全歯丈切込み加工の場合	(121)
4.4	砥石の単位面積当たりの研削量と砥石損耗量	(128)
4.5	砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量と砥石損耗量との関係	(135)
4.6	平歯車の全歯丈切込み加工における研削焼け発生条件	(147)
4.7	能率的加工条件の検討	(151)
4.7.1	はすば歯車の高切込み歯面研削の場合	(151)
4.7.2	平歯車の全歯丈切込み加工の場合	(156)
4.8	結 言	(158)

第5章 少数歯の低速歯車研削における加工量の解析および加工実験	(161)
5.1 緒 言	(161)
5.2 砥石刃面上での研削作用位置と加工歯面形状との関係	(162)
5.3 砥石刃面上での研削作用領域	(179)
5.4 砥石の単位面積当たりの加工量	(186)
5.5 歯溝の寸法形状精度に及ぼす加工条件の影響	(199)
5.6 小径ねじ状砥石を用いた加工実験	(204)
5.6.1 実験方法および条件	(204)
5.6.2 実験結果	(207)
5.7 能率的加工条件の検討	(211)
5.8 結 言	(213)
第6章 結 論	(216)
謝 辞	(218)

第 1 章 緒 論

1.1 ねじ状砥石を用いた研削加工による歯形創成研究の背景

人類が水力，風力等の自然から得られる動力，動物や人を介して得られる動力を日常生活に利用することを考えたときに歯車の歴史が始まり，ギリシアにおいて紀元前のアリストテレスが生存していた時代，既に歯車が使用されていたと言われている．自然の力を利用する時代から，熱機関の発明によって人類が動力を生み出す時代へと変わり，伝達する動力は飛躍的に大きなものとなり，歯車に対して要求される機能は厳しいものとなった．このような時代の変化とともに歯車にかかわる技術は急速な発展をし，今日の機械文明の礎を築いたと言えよう．

メカトロニクスが発展がめざましい今日においても，日常生活において利用する機械製品はもとより種々の産業機械において数多くの歯車が使われている．複写機，プリンタ等の事務用 OA 機器，ビデオレコーダ，カメラ等の AV 機器などにおいては小型軽量のプラスチック歯車が多く用いられている．また，交通輸送機械，土木建設機械，印刷機械，工作機械などにおいては，増減速を伴う大きな動力の伝達に歯車が果たす役割は大きい．このように歯車による伝達装置が多用されるのは，他のものに比べて構造が簡単で，確実性，経済性に優れているという特長があるからである．このように，2 本以上の軸の間で動力および運動を伝達する手段として，歯車は無くてはならない機械要素の一つである．

大きな動力を伝達する歯車の製造には，転造，鍛造，鑄造による方法もあるが加工精度の高いものが得られないので，一般的には切削による方法が用いられる．歯車の切削加工法を大別すると，歯車の噛み合い原理を応用した創成法と総形工具による成形法があり，通常用いられるのは加工能率，ピッチ精度等に優る創成法である．内歯車，段付き歯車等の特殊な歯車の場合にはピニオンカッタやラックカッタによる創成歯切りが行われるが，今日の歯車のほとんどはホブによる創成歯切り加工によって製造されている．

ホブによる歯切り加工は，ピッチ精度は比較的優れているが，高精度の歯形が得られにくく，ホブ加工後に仕上げ加工を必要とする場合が多い．例えば，騒音や振動を抑制することが要求される自動車の変速装置用歯車においてはホブ加工後にシェーピングによる仕上げ加工が行われ，浸炭焼入れして完成品となる．ホブ加工のみで高精度歯車を能率的に

生産することを目的として、熱処理した歯車を超硬ホブ¹⁾、CBN を用いたホブ²⁾、サーメットホブ³⁾による仕上げ加工、ホブ盤の剛性を高めることによる精度の向上⁴⁾に関する研究等が行われているが、断続切削であるためチッピングや亀裂が発生して精度に影響するという問題があり、要求される加工精度および歯面の滑らかさを実現するまでには至っていない。

近年、歯車伝動装置の小型軽量化、高速化に伴って、高耐負荷で高精度の歯車の需要が急速に増加しつつある。この要求を満たすためには、焼入れ硬化した歯車に仕上げ加工を施すことが必要である。仕上げ加工としては、熱処理によるひずみを除去しなければならないため、砥石を用いる研削加工が有効である。従来から、高精度歯車の歯面の仕上げには、刃形が直線で構成され砥石の成形が容易であることから、皿形砥石を用いるマージ(Maag)式、両側面が円錐形状(ラック形)の砥石を用いるナイルス(Niles)式、ねじ状砥石を用いるライスハウア(Reishauer)式等の創成研削法が採用されてきた。マージ式は極めて高い加工精度を有すが加工能率が著しく低い。ナイルス式は高い生産性を有すが創成機構が複雑であるため経年変化による精度低下が出やすい欠点がある⁵⁾。これに対し、ライスハウア方式は、ピッチ精度に優れ加工能率が比較的高いことから、歯車の研削加工に多用されてきたが、現状では生産能率・加工コストの点から量産ラインへの導入はあまり進んでいない。

あらゆる機械装置において、歯車の稼働中に発生する騒音や振動を抑制することが要求される場合が多くなり、量産歯車の研削仕上げ加工の必要性が急増している。高精度・高機能の歯車の量産を実現するために、高生産性で低加工コストの歯車の研削加工技術の実用化が急がれており、次のような研削法についての研究開発が行われている⁶⁾。

- 1) はすば歯車形 CBN 砥石によるハードギアシェービング
- 2) 総形の CBN または WA 砥石による成形研削
- 3) 内歯車形 WA 砥石によるハードギアホーニング
- 4) ねじ状の WA または CBN 砥石による研削

1)はシェービング方式で行う創成研削法であり、はすば歯車形の電着 CBN 砥石と加工歯車に交差角を付けて NC 研削盤によって行う⁷⁾。工具コストが高く、工具の寿命および精度を向上させることが必要とされる。2)は総形の CBN 電着砥石または WA 砥石を用いて一歯ごとに割り出しながら加工する総形成形研削法である。加工条件を設定する自由度が高いので比較的歯面粗さが良好となるが、加工歯車の諸元によって砥石形状が異なるため、

高精度の砥石形状が必要であり，その計算手法に関する研究が石橋ら⁸⁾や西田ら⁹⁾によって行われている．3)は，加工歯車に対して軸交差角を与えた内歯車形の WA 砥石によって歯面を仕上げる方法である．歯形形状を矯正することが難しいので加工歯車の前加工精度および WA 砥石の成形精度を高くすることが必要であり，水野ら¹⁰⁾によって加工精度に及ぼす砥石のツルージングおよびドレッシングの影響に関する研究が行われている．4)は，ライスハウア方式と呼ばれている加工法であり，ねじ状の WA または CBN 砥石を用いる創成研削方式で，ホブ切り加工と同様の原理で加工する．他の研削方式に比べると，研削盤が高価であるため，加工能率を著しく向上させることが必要とされており，WA 砥石を用いて粗研削過程で砥石を連続的に軸方向に移動させるシフト研削法¹¹⁾，同一軸上の粗および仕上げ加工用の CBN 砥石を連続的に操作させる研削法¹²⁾により，砥石損耗による加工精度の低下を抑制させながら加工能率を向上させることが図られている．いずれの研削方式とも一長一短があるが，歯車の加工品質に対する要求は厳しくなる一方であり，加工精度，加工歯面の品質を高め，加工能率を向上させることが緊急の課題となっている．

上記の研削方式のうち，4)のねじ状砥石を用いる創成研削は，生産性および安定性が比較的高く，自動化が容易であるといわれており¹³⁾，高精度歯車の高能率加工法として有効であると考えられる．そこで本論文では，ねじ状砥石を用いた歯形創成研削において，研削焼けを抑制し，加工精度を低下させることなく，加工能率の向上を図るための方策を検討している．

1.2 研究の意義

技術の進歩のみでなく，省資源，省エネルギーという自然環境の保護が求められている時代の要請から，機械装置は小型軽量化および高速化の方向へと進んでいる．また，生活環境を乱さない静粛性や快適性も必要であり，振動や騒音を抑制することが厳しく求められる．従って，動力伝達に欠くことのできない重要な機械要素部品である歯車に対しては高精度，高品質が要求される．歯車の加工精度を高めることは生産コストの増加につながるもので，経済性を考慮して，いかに高精度化を達成するかが課題とされている．

機械加工における工作物の精度は，工作機械や工具の精度に依存するだけでなく，工具の損耗によっても著しい影響を受ける．工具の損耗は，加工経過時間とともに増加し，精度の低下に直結し，精度にばらつきが生じる．このような精度の低下は，機械の新旧を問わず，等しく現れる．また，工具の損耗は，加工条件によって変化し，その影響を無視す

することはできない．加工条件の選択を誤ると，最新の高精度の機械で加工しようとも要求される精度を得ることはできない．品質の安定した製品を量産するためには，工具損耗に影響される精度低下は，極力小さくすることが必要である．

ねじ状砥石による歯車の研削加工において，加工条件は経験的に選定されているのが現状であり，機械の能力を反映した加工が行われていない可能性がある．NC 制御技術や設計・製造技術の進歩により，機械本体のみならず砥石もその精度が著しく向上しており，高精度歯車を加工するための条件は整ってきている．使用機械に依存する限界の精度に近い歯車を得るためには，砥石損耗による精度低下を小さく抑えなければならない．また，精度の安定した歯車を大量に生産するためには，砥石の損耗を増加させることなく，加工能率を向上させることが必要である．しかし，ねじ状砥石による歯車研削において，砥石損耗に及ぼす加工条件の影響は未だ明らかにされていない．高精度歯車を能率的に研削加工するための条件を求めることは，ねじ状砥石による加工過程を解析し，砥石損耗と加工条件との関係を詳細に検討することによって可能となる．

1.3 ねじ状砥石による歯形創成における課題

ライスハウア社，岡本工作機械では在来砥石によるシフト研削，カップ(KAPP)社ではCBN 砥石を採用することによって，高精度化および高能率化を図ったねじ状砥石による歯車研削盤が実用化されている．しかし，加工コストの低減化が必ずしも十分ではないため，量産歯車の仕上げ工程へのねじ状砥石による研削加工の適用はあまり進んでいない．

一般的に，ねじ状砥石による歯車の研削加工では，直径 300mm 程度の比較的径の大きいWA 砥石で，砥石速度 1800 ～ 2000 m/min という研削焼けを発生しやすい加工条件を使用しており，研削焼けを防止するために比較的結合度の低い軟らかい砥石を用いて行われる¹⁴⁾ため，砥石切込みを小さくすることで砥石の損耗を抑えている．NC 制御技術の発展に伴い，研削加工中に砥石を軸方向にシフトさせること，2 条や 3 条の多条ねじ状砥石のツルーイングおよびドレッシングを機上で高精度に行うことが可能となり，実研削時間が 1991 年のレベルの約 1 / 3 以下と短縮¹⁵⁾されてきている．しかも，ねじ状砥石による歯車研削を大量生産現場で実用化するためには，高精度および高能率とともに研削焼けが発生しない安定した研削状態を長時間保つことが可能な加工方法および条件を選定することが必要である．

しかし，この加工法に関する研究は少なく，加工条件は経験的に選定されているのが現

状である．加工原理が同一のホブによる歯切り加工においても，切削抵抗^{16), 17)}，歯形の誤差^{18), 19)}等に関して論じた研究は多数あるが，切れ刃による歯形の創成過程を論じた研究はほとんど見あたらず，相浦らのホブ刃先の切削過程を解析したもの²⁰⁾がある程度である．ねじ状砥石による歯車研削の場合については，金子が歯形の加工誤差の原因を砥石のラック形刃面の成形形状誤差²¹⁾や砥石と加工歯車の噛み合いの不均衡による支持剛性の変化²²⁾から考察している．また，König らは²³⁾ビトリファイドボンドの WA および CBN 砥石で研削した歯面の残留応力および粗さを比較検討している．また，近年の CBN 砥石の製造技術の進歩に伴い，CBN のねじ状砥石用い，高速回転させることによって，歯車研削の高精度・高能率化を目指す研究もなされており，米倉ら²⁴⁾は間欠的に多層電着した CBN 砥石(外径：130mm，回転数：4900rpm)で，山中ら²⁵⁾はビトリファイドボンドの CBN 砥石(外径：200mm，回転数：7000rpm)で加工精度に及ぼすツルueイングおよびドレッシングの影響を検討している．しかし，歯形の創成過程すなわち加工機構や砥石損耗に及ぼす加工条件の影響を論じた研究は見あたらない．

ねじ状砥石による歯形創成において，加工能率は，砥石の高速回転化，高切込み化，多条化等によって向上させることができる．例えば，CBN のねじ状砥石を高速回転させることによって，高精度および高能率の歯車研削が試みられているが，砥石刃面への工作物の凝着²⁴⁾や加工歯面上に研削焼け²⁵⁾が発生して，加工歯面の品質の低下を招くことが指摘されている．大量生産現場でねじ状砥石による歯車研削を実用化するためには，研削焼けが生じない安定した加工状態が得られることが重要である．

加工取り代が大きい一般の研削加工において，研削焼けを発生させることなく高能率かつ高精度の加工を安定的に行うためには，低砥石速度による高切込みクリープフィード研削法²⁶⁾が有効であることが指摘されている．ねじ状砥石による歯車の研削加工においても，砥石切込みを加工取り代と等しくするような高切込みにすることで，加工行程数を減じて加工時間を著しく短縮することになり，加工の高能率化を図ることが可能である．しかし，砥石全面が研削作用に関与する一般の研削加工の場合と異なり，ねじ状砥石による歯車の創成研削では，砥石刃面上の特定の範囲に限定される領域のみが研削作用に関与することになるので，砥石損耗が大きくなりやすく，特に砥石刃面上の歯形の創成に関与する部分の損耗が歯形誤差発生の要因となる．また，三次元の噛み合い運動であることから，砥石刃面上の位置によって，研削加工量および研削作用領域が変化し，砥石損耗量も異なる．従って，加工精度を低下させることなく加工能率を向上させる加工条件を求めるため

には、砥石損耗と加工条件との関係を明らかにすることが必要であり、ねじ状砥石による研削加工過程、すなわち加工機構を解明しなければならない。

1.4 本研究の目的

本研究は、低砥石速度による高切込みクリープフィード研削法を適用することによって、研削焼けを生じない安定した加工状態の下で、ねじ状砥石による歯形創成加工の加工能率を加工精度の低下をもたらすことなく向上させることを目的として行ったものである。加工能率と加工精度とは相互に関連しあうものであり、加工精度には砥石損耗が直接影響を及ぼすことから、砥石損耗と加工条件との間の相関関係を明らかにすることが必要である。研削加工における砥石の損耗量は、研削加工に關与する砥石面の単位面積当たりの研削加工量と密接な関係^{27), 28), 29)}があり、ねじ状砥石による研削加工においても、この関係が適用できるものと考えられる。従って、砥石の研削作用面の単位面積当たりの加工量と研削加工条件との関係を、砥石刃面の位置ごとに明らかにする必要がある。そのためには、ねじ状砥石と工作物との間の相対運動過程、すなわち加工機構を解明しなければならない。

そこで、任意のラック刃形をもつ1条のねじ状砥石でピッチが一定の任意の歯形の円筒状工作物を創成する場合のねじ状砥石と工作物との間の相対位置関係を表す基礎式を求める。この基礎式をもとに、砥石刃面上の任意の位置(砥粒)の研削作用過程を数値解析することによって、歯形の創成過程を詳細に検討する。

インボリュートはすば歯車において加工取り代に等しい砥石切込みで歯面研削する場合、小モジュールのインボリュート平歯車を全歯丈切込みで歯切り加工する場合、ならびに歯底を同時に研削できる特長を生かし、少数歯の角形スプライン軸において全歯丈切込みで歯切り加工する場合について、相対位置関係を表す基礎式をもとに数値解析を行い、各砥石刃面の研削加工過程を明らかにし、砥石損耗と密接な関係にある砥石刃面の任意位置における単位面積当たりの加工量に及ぼす加工条件の影響を検討する。次に、直径100mm程度の小径のねじ状WA砥石を用いて、一般に用いられている速度のおよそ10分の1である200m/min以下の低砥石速度による高切込み研削実験を、数値解析を実施する各々の場合について行い、解析結果の妥当性を確認するとともに、小径のねじ状砥石を用いることで、研削焼けが生じない安定した研削状態の下で、砥石切込みおよび砥石回転数の増加によって、加工精度の低下をもたらすことなく、加工能率を向上させる歯車研削加工の実現の可能性を明らかにする。

1.5 本論文の概要

本論文では、ねじ状砥石による連続的な創成法で、円筒形工作物に対してピッチが一定の任意の歯形を創成する場合について、砥石と工作物の相対位置関係を表す基礎式を求めている。加工歯形は、多数歯および少数歯の歯車として、それぞれインボリュート歯車および角形スプライン軸をとり上げ、その研削加工過程を数値解析によって明らかにし、砥石損耗と密接な関係にある砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼす加工条件の影響を検討している。また、小径の1条ねじ状砥石を用いて、加工取り代に等しい砥石切込みを与え、低砥石速度による研削加工実験を実施し、解析結果の妥当性を検証するとともに、高切込みによる高能率化の可能性を探り、研削焼けを生じさせることなく、高精度歯形を能率的に研削するための適用加工条件を検討している。

本論文は、以下の6章で構成されている。次に各章の概要について述べる。

第1章「緒論」では、高耐負荷で高精度の歯車の需要が急速に増加しつつあるなかで歯車研削の必要性を論じ、歯車の研削加工技術の開発および研究状況を概観している。本論文の研究対象であるねじ状砥石による歯車の創成研削法の現状および問題点を検討し、時代の要求となっている高能率化は、低砥石速度による高切込みクリープフィード研削法をねじ状砥石による歯形創成加工に適用することで実現できる可能性を指摘している。また、本研究の目的、本論文の構成および概要について述べている。

第2章「小径ねじ状砥石による研削加工過程の解析」では、ねじ状砥石を用いて、ピッチが一定の任意の歯形をもつ円筒状工作物を連続的な創成法によって研削加工する場合の加工機構を明らかにすることを目的として、ねじ状砥石と工作物との間の創成運動過程の相対位置関係を幾何学的に解析している。創成過程の加工歯形形状および砥石刃面上の研削作用領域を求めるために、ねじ状砥石と工作物の相対位置関係を、ねじ状砥石刃面上の任意の点の運動を工作物軸を中心軸とする円柱面座標系で表している。ここでは、工作物の加工歯形形状として、歯数の多いおよび少ない場合として、それぞれインボリュート歯車および角形スプライン軸をとり上げている。これらの歯形を創成するラック刃形をもとにしてねじ状砥石の刃形形状を求め、直径100mm程度の小径砥石で上記二種類の歯形を加工する場合の創成歯形誤差を検討し、研削仕上げに対して要求される精度を満足できる歯形の創成が可能であることを明らかにしている。

第3章「多数歯の高切込み歯車研削における加工量の解析」では、加工精度を低下させることなく加工能率を向上させるために、一般の高切込み研削加工において研削焼けの生

じない安定した加工状態が得られる低砥石速度によるクリープフィード研削法をねじ状砥石によるインボリュート歯車の研削加工に適用することを試みて、砥石刃面の加工負担量を解析している。小径の1条ねじ状砥石を用いて、歯数が十分に多いはすば歯車の歯面を加工取り代に等しい高切込みで研削仕上げする場合および小モジュールの平歯車を全歯丈切込みで歯切り加工する場合について、第2章で求めたねじ状砥石と加工歯車の相対位置関係を表す基礎式をもとに数値解析を行っている。ただし、歯数が十分に多い場合を想定しているので、一歯加工中の砥石の工作物軸方向の移動はないものと仮定している。数値解析の結果、砥石刃面上の研削開始位置、創成位置および研削終了位置を求めることができ、リーディング側およびトレーリング側の砥石側刃面、砥石刃先面の研削作用領域と加工体積より、砥石損耗と密接な関係にある砥石刃面の単位面積当たりの加工量を求め、砥石損耗に及ぼす加工条件の影響を明らかにしている。その結果、砥石損耗を抑制し、加工精度を向上させる加工条件を選定するための指針が得られている。なお、平歯車の歯面研削の場合については、平面幾何に基づく近似的解析によっても数値解析と同様な結果を得ている。

第4章「多数歯の低速歯車研削における小径ねじ状砥石を用いた加工実験」では、インボリュートはすば歯車の歯面研削および平歯車の全歯丈切込み加工の場合について、直径100mm程度の小径のねじ状WA砥石を用いて200m/min以下の低砥石速度による高切込み研削加工実験を行い、前章の解析結果の妥当性を検証するとともに、高切込み研削による高能率化の可能性を探り、高精度歯形を能率的に創成研削するための適用加工条件を検討している。その結果、小径のねじ状砥石を用いることで、研削焼けが生じない安定した研削状態が得られやすく、砥石切込みおよび砥石回転数を大きくすることが可能となり、砥石損耗を増加させることなく加工能率の向上を実現できることを明らかにしている。

第5章「少数歯の低速歯車研削における加工量の解析および加工実験」では、少数歯である角形スプライン軸の高精度、高能率加工を実現するため、ホブ切り加工工程を省略し、小径の1条ねじ状砥石を用いて、焼入れ円筒軸に対して全歯丈切込みによる直接歯切り加工することを想定して、第2章で求めた連続的創成加工過程中的ねじ状砥石と角形スプライン軸との相対位置関係を表す基礎式をもとにして数値解析を行っている。加工実験では、多数歯の場合と同様に、WAのビトリファイドボンドの小径ねじ状砥石を用いて、低砥石速度による高切込み研削加工を行い、解析結果の妥当性を検証するとともに、高切込みによる高能率化の可能性を検討している。インボリュート歯車の場合と同様に、リーディン

グ側およびトレーリング側の砥石側刃面，砥石刃先面の刃面上の研削開始位置，創成位置および研削終了位置を求め，研削加工過程を解析している．また，砥石の単位面積当たりの加工量すなわち砥石損耗に及ぼす加工条件の影響，創成歯溝面の寸法形状精度に及ぼす加工条件の影響を明らかにしている．さらに，小径のねじ状砥石による加工は，歯底を同時に研削することができるとともに，研削焼けが生じない安定した加工状態が得られやすく，砥石回転数および切込みを大きくできるので，角形スプライン軸の生産性を著しく向上させる可能性があることを明らかにしている．

第6章「結論」では，以上で得られた結果を総括している．

参 考 文 献

- 1) 梅崎洋二，有浦泰常，奈良百郎，木村保貴：日本機械学会論文集(C 編)，53，493 (1987)2008.
- 2) 中江道彦，日高一憲：日本機械学会論文集(C 編)，53，493(1987)2000.
- 3) 有浦泰常，梅崎洋二，兵頭健司，奈良百郎，島村寛治：日本機械学会論文集(C 編)，57，544(1991)3964.
- 4) 米倉將隆，杉本武治，角 昌興，熊谷文男，永野喜三郎，櫻木 功：日本機械学会論文集(C 編)，62，603(1996)4379.
- 5) 齒車便覧編集委員会編：齒車便覧(増補改訂版)，日刊工業新聞社(1970)837.
- 6) 有浦泰常：機械技術，44，9(1996)18.
- 7) 橋谷道明：応用機械工学，32，9(1991)96.
- 8) 石橋 彰，吉野英弘：日本機械学会論文集(C 編)，53，487(1987)894.
- 9) 西田知照，小林洋一，扇谷保彦，塚本尚久：精密工学会誌，58，4(1992)628.
- 10) 水野貞男，星野彰教，森田哲也：精密工学会誌，62，11(1996)1643.
- 11) G. W. Dee：TECHNICAL PAPER(Society of Manufacturing Engineers)，MSR91-06 (1991).
- 12) G. Sulzer：TECHNICAL PAPER(Society of Manufacturing Engineers)，MS90-422 (1990).
- 13) D. Richmond：Manufacturing Engineering，116，5(1996)87.
- 14) ASM HANDBOOK COMMITTEE：METALS HANDBOOK，vol.3，Machining，(1972) 216.
- 15) 菊地正人：機械技術，44，9(1996)31.
- 16) A. Bhattacharyya and S. R. Deb：Trans. ASME，Ser. B，92，2，(1970)103.
- 17) 梅崎洋二，有浦泰常，丘 華：精密工学会誌，54，1(1988)132.
- 18) S. Enache，Gh. Oproescu and E. Strajescu：Annals of the CIRP，vol. 30，1(1981)293.

- 19) 有浦泰常，丘 華，梅崎洋二：日本機械学会論文集(C 編)，52，480(1986)2160.
- 20) 相浦正人，米倉將隆，永野喜三郎：不二越技報，38，2(1982)1.
- 21) 金子 淳：機械と工具，9，12(1965)55.
- 22) 金子 淳：機械と工具，10，2(1966)43.
- 23) W. König , G. Mauer und G. Röber : GEAR TECHNOLOGY , NOV. /DEC. (1993)10.
- 24) 米倉將隆，永野喜三郎，桜木 功：久留米工業高等専門学校紀要，7，1(1991)1.
- 25) 山中 将，中村 久，江村 超，杉田和彦：精密工学会誌，61，8(1995)1161.
- 26) 島宗 勉，餅田正秋，小野浩二：精密機械，49，12(1983)1626.
- 27) 小野浩二：研削仕上，槇書店(1962)173.
- 28) H. Opitz , H. Frank , W. Ernst und O. Daude : Westdeutscher Verlag , Köln und Opladen (1965)Verlags - Nr.011532 , p28.
- 29) E. J. Pattinson and A. W. Chisholm : A. S. T. M. E. Int. Conf. Manufacturing Tech. University of Michigan , Sept. 1967 , p601.

第2章 小径ねじ状砥石による研削加工過程の解析

2.1 緒 言

円筒形状の工作物を任意の歯形にねじ状砥石によって研削加工することは、ホブによるインボリュート歯車の歯切り加工の場合と同様に、工作物上の歯と砥石刃面上の切れ刃との噛み合いによる連続的な創成によって加工される方式と同じである。この加工法は、ライスハウエル(Reishauer)社等の歯車研削盤に採用されており、ラック刃形の平砥石や皿形砥石等を用いて割出しを必要とする他の創成研削法に比べて、ピッチ精度が比較的良好で、加工能率が高く経済的である¹⁾ため、今後ますます増加する歯車の研削仕上げの要求に対して有効であると考えられる。しかし、ねじ状砥石による歯車の研削加工では、直径300mm程度の比較的径の大きい砥石で1800～2000 m/minの砥石速度という研削焼けを発生しやすい加工条件を使用しており、研削焼けを防止するために比較的結合度の低い軟らかい砥石を用いて行われる²⁾ため、砥石切込みを小さくすることで砥石の損耗を抑えている。この作業が、加工能率を向上させることを阻んでおり、研削焼けを生じない能率的な加工技術を確立することが切望されている。

連続的創成方式による歯形の加工においては、ねじ状砥石と工作物がそれぞれの中心軸回りに回転し互いに創成運動をするとき、工作物の歯面上に両者の接触点が連なった歯形曲線が形成され、さらにねじ状砥石に対して工作物の軸方向への送り運動を与えることによって、歯形曲線が工作物の軸方向に連なった包絡面すなわち歯面が創成される。以上のように、噛み合いは点接触の連続によって成り立っているため、歯面の創成に關与する砥石刃面上の位置は特定の部分に限定されることになる。従って、一般の研削加工のように砥石の全作業面が加工に關わるような研削作用領域が広い場合とは異なり、ねじ状砥石による創成研削加工法では、研削作用領域が狭いため砥石損耗が大きくなる。また、歯形の創成に關与する部分の砥石損耗は工作物の加工精度に対して直接的に影響する。

研削加工における砥石の損耗量は、研削加工に關与した砥石面の単位面積当たりの研削加工量と密接な關係^{3), 4), 5)}がある。これらの關係については、ねじ状砥石による研削加工においても適用できるものと考えられる。従って、ねじ状砥石による創成研削法において、生産性の向上を図りながら加工精度を高めるためには、砥石損耗に及ぼす研削加工条

件の影響，すなわち砥石の研削作用面の単位面積当たりの加工量と研削加工条件との関係を，砥石刃面の各位置ごとに明らかにする必要がある．そのためにも，ねじ状砥石と工作物との間の創成運動過程を説明しなければならない．

さて，ねじ状の工具による歯形の創成加工に関連した研究において，ホブによる歯切り加工の場合の切削抵抗^{6),7)}，歯形の誤差^{8),9)}等に関して加工機構を論じたものは多数あるが，切れ刃による歯形の創成過程を論じたものはほとんど見あたらず，相浦らのホブ刃先の切削過程を解析したもの¹⁰⁾がある程度である．また，ねじ状砥石による歯車研削に関しては，CBN 砥粒を間欠的に多層電着したねじ状砥石¹¹⁾，ビトリファイドボンドの CBN ねじ状砥石¹²⁾を用いて，加工精度に及ぼす砥石のツルージングおよびドレーシングの影響を検討した研究，ビトリファイドボンドの WA および CBN 砥石で研削した歯面の残留応力および粗さを比較検討した研究¹³⁾，任意形状の歯車を創成するためのウォーム状工具（ホブおよびねじ状砥石）の刃形輪郭の計算法に関する研究¹⁴⁾等はあるが，歯形の創成過程をもとに加工機構を論じたものは見あたらず，砥石のラック刃形の刃先面のみならず両側刃面の加工過程を解析する必要がある．

そこで，本章では，ピッチが一定の任意の歯形をもつ円筒状工作物を 1 条のねじ状砥石で創成加工する場合において，ねじ状砥石と工作物との間の歯形の創成運動を伴う場合の相対位置関係を解析する．また，加工歯形として，多数歯の場合はインボリュートはすば歯車を，少数歯の場合は角形スプライン軸をとり上げ，これらの歯形を創成するためのラックの形状をもとにしてねじ状砥石の刃形形状を求め，このねじ状砥石による創成歯形の形状誤差について検討する．

2.2 ねじ状砥石による任意歯形創成における幾何学

図 2.1 は，一条で右ねじれのねじ状砥石を用いて円筒状工作物に任意の歯形を上向き削り（コンベンショナル送り）で創成加工する場合の両者の相対位置関係を示したものである．ホブによる歯切り加工の場合と同様に，砥石の刃筋の方向と工作物の歯溝の方向を一致させるように，砥石軸は角度 γ だけ傾けて取り付けられる．砥石および工作物はそれぞれ砥石軸および工作物軸を中心として左回転し，砥石は工作物軸方向に工作物 1 回転当たり f だけ送られるものとする．同図に示すように，座標系は，ピッチ点 P_0 から工作物軸に下ろした垂線の足 O_1 を原点として，点 O_1 を含む工作物軸に垂直な断面上において

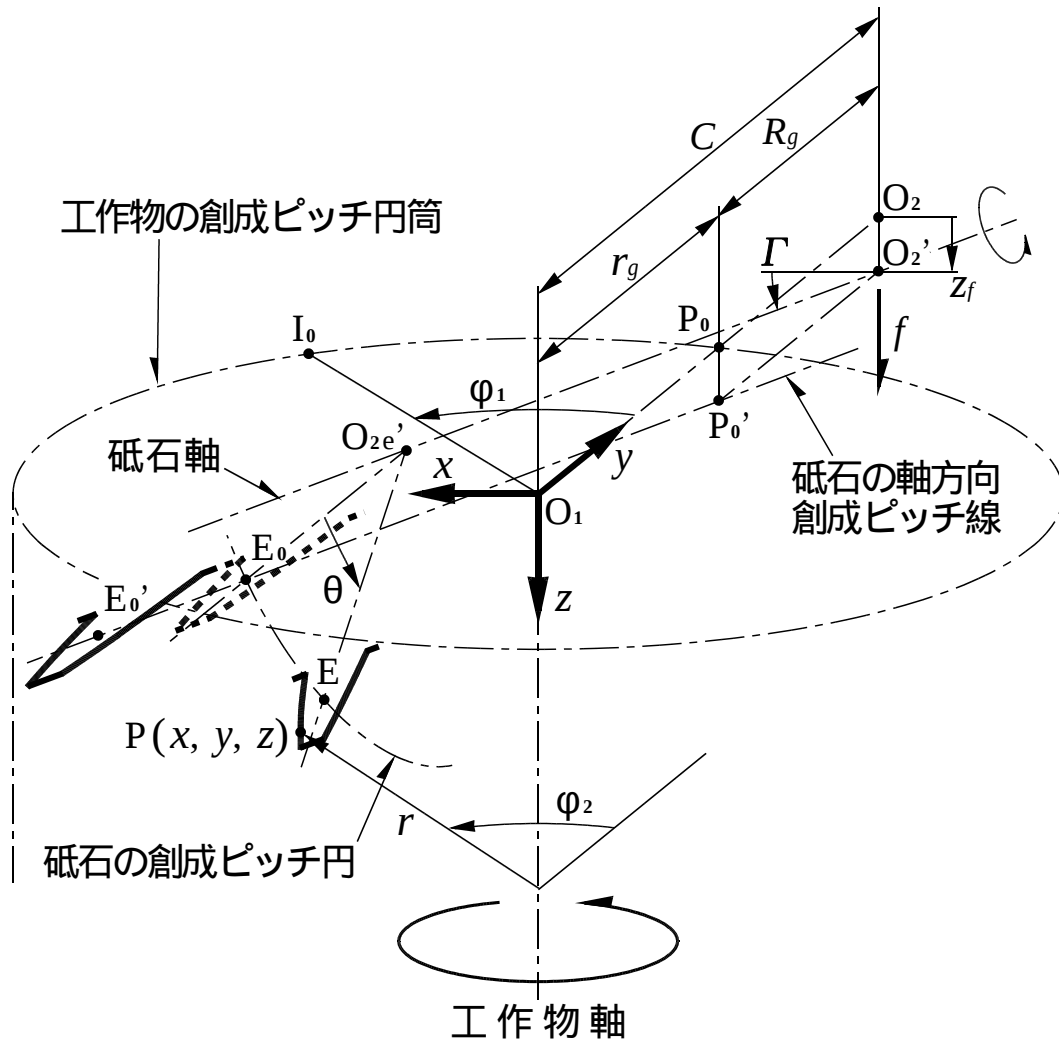


図 2.1 ねじ状砥石と工作物との相対位置関係

$\overline{O_1P_0}$ に直角で砥石のねじ状刃面の進む方向を x 軸，点 O_1 からピッチ点 P_0 方向を y 軸，工作物軸上で砥石の送り方向を z 軸と定める．また，ねじ状砥石の創成ピッチ円筒上における進み角を γ ，工作物の創成ピッチ円筒上における歯筋のねじれ角を β とすると，工作物軸に垂直な平面 (xy 平面) に対する砥石軸の取付け角 Γ は，図 2.1 において反時計回りに砥石軸を傾ける場合を $\Gamma > 0$ とすると次式で表される．

$$\Gamma = \pm \beta - \gamma \quad (2.1)$$

ここで， $\pm$ の符号において，上の符号 (+) は砥石と工作物のねじれ方向が等しい場合であり，下の符号 (-) は両者のねじれ方向が異なる場合である．

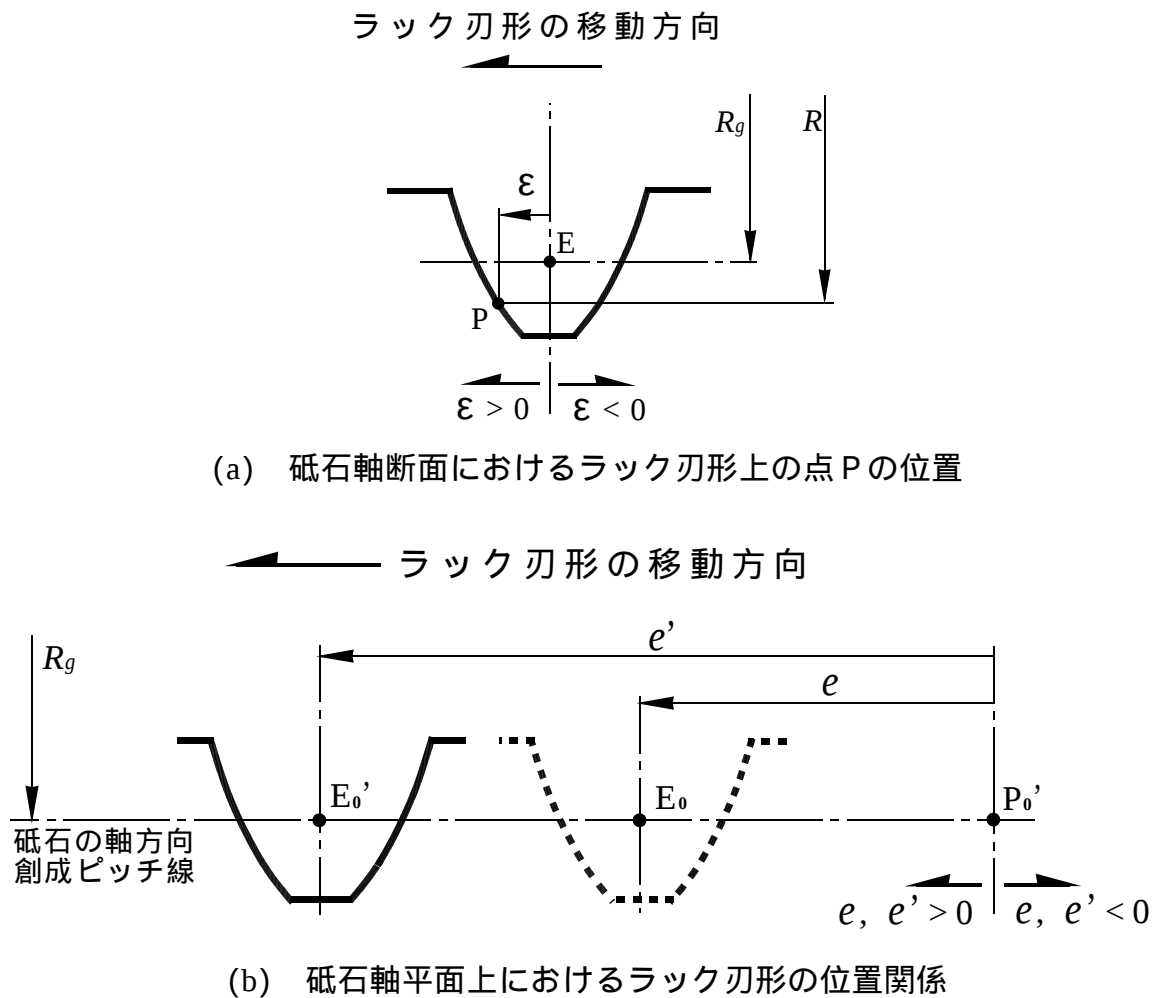


図 2.2 ねじ状砥石のラック刃形の位置関係

まず， xyz の直交座標系を用いて，砥石刃面上の任意の点 P の座標 (x, y, z) を求めることにする．点 P は，図 2.2 (a) に示すように，ねじ状砥石の砥石軸断面上におけるねじ山刃形（以後，ラック刃形と呼ぶ）の創成ピッチ円筒上での刃厚の midpoint E （以後，単にラック刃形の midpoint と呼ぶ）から砥石軸方向に ε ，砥石軸から半径 R の位置にあるものとする．図 2.1 および図 2.2 (b) において，ピッチ点 P_0 の位置にあったラック刃形の midpoint が砥石軸とその軸方向創成ピッチ線を含む断面（以後，砥石軸平面と呼ぶ）上を点 E_0 の位置まで移動する間に，砥石軸は加工送りによって z 軸方向に z_f だけ送られ，ピッチ点 P_0 は点 P_0 の位置へ移動し，ピッチ点 P_0 においてラック刃形の midpoint と合致していた工作物の創成ピッチ円上の点は I_0 の位置まで回転するものとする．また，砥石が角度 θ だけ回転して，砥石の軸方向創成ピッチ線上において点 P_0 から e の位置にある点 E_0 における

ラック刃形が点 E の位置まで回転する間に、砥石軸平面上の点 E_0 は、点 P_0 から e の位置にある点 E_0 へと移動するものとする。ここで、 ε はラック刃形の midpoint E を原点として左側刃面を正、右側刃面を負とし、 e および e は点 P_0 を原点として、 x 軸と同様に砥石のラック刃形が進む方向を正とし、 z_f は原点の位置および正負の方向とも z 軸に合わせ、 θ は砥石軸平面を基準として砥石の回転方向を正とする。

ねじ状砥石と工作物との間に以上のような創成運動があるとき、砥石刃面上の任意の点 P の座標 (x, y, z) を、ねじ状砥石と工作物の相対位置関係を xy および xz 平面上ならびに砥石軸に垂直な面上に投影して示す 図 2.3 をもとにして求める。同図において、点 P から砥石軸平面および yz 平面への垂線の足をそれぞれ A および F、点 A から点 P、点 P_0 および点 P_0 を含む z 平面への垂線の足をそれぞれ D、B、G とすると次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned}
 P_0'A &= e + \varepsilon \\
 AP &= R \sin \theta, \quad AO_2 = R \cos \theta \\
 FD &= P_0'B = P_0'A \cos \Gamma = (e + \varepsilon) \cos \Gamma \\
 PD &= AP \sin \Gamma = R \sin \theta \sin \Gamma \\
 AD &= AP \cos \Gamma = R \sin \theta \cos \Gamma \\
 BA &= P_0'A \sin \Gamma = (e + \varepsilon) \sin \Gamma \\
 GB &= z_f
 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

また、

$$\left. \begin{aligned}
 x &= FP = FD - PD \\
 y &= O_1O_2 - AO_2 \\
 z &= GD = AD + GA = AD + BA + GB
 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

であるので、式 (2.2) および式 (2.3) より、点 P の座標は次式のように表すことができる。

$$x = (e + \varepsilon) \cos \Gamma - R \sin \theta \sin \Gamma \quad (2.4)$$

$$y = C - R \cos \theta \quad (2.5)$$

$$z = R \sin \theta \cos \Gamma + (e + \varepsilon) \sin \Gamma + z_f \quad (2.6)$$

ここで、 C は工作物の創成ピッチ円半径 r_g とねじ状砥石の創成ピッチ円半径 R_g の和すなわち中心距離 ($= r_g + R_g$) である。

式 (2.4)、式 (2.5) および式 (2.6) は、言い換えれば工作物に対する砥石面上の砥粒の運動軌跡を示すものであるが、工作物の歯形の創成と関連づけるためには、点 P の座

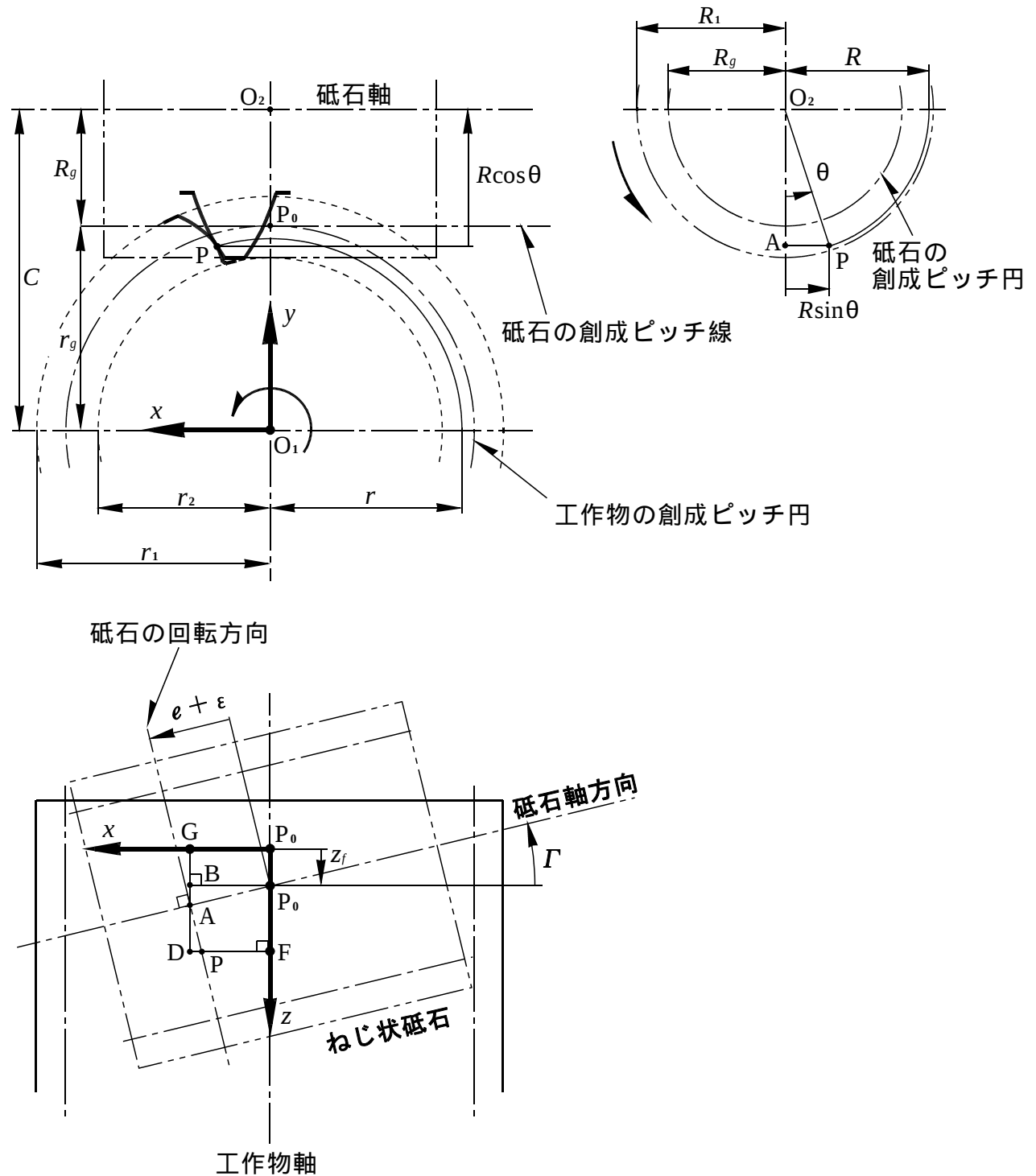


図 2.3 砥石刃面上の点 P の位置関係

標と工作物の回転運動との間の相関関係を求めなければならない．そこで，歯形の創成過程を明確にするため，点 P の運動軌跡を円筒形状の工作物内に設定する円柱面座標系で表すことにする．

図 2.1 において，ラック刃形の中点がピッチ点 P_0 (P_0) から点 E_0 の位置まで砥石軸平面上を移動する間に，砥石は角度 ϕ だけ回転し，ピッチ点 P_0 の位置にあった工作物の創成ピッチ円上の点は，工作物が角度 ϕ_1 だけ回転して，点 I_0 の位置へ移動するものとする．また，砥石刃面上の点 P から z 軸へ下ろした垂線と yz 平面とのなす角を ϕ_2 とする．いま，工作物の歯数（溝数）を n_t とすると，砥石が 1 回転する間に，工作物は $2\pi/n_t$ 回転し，上記のように砥石が角度 ϕ だけ回転する間に工作物は ϕ_1 回転することから，

$$\frac{\Phi}{2\pi} = \frac{\phi_1}{\frac{2\pi}{n_t}} \quad (2.7)$$

の関係があるので，次式が得られる．

$$\phi_1 = \frac{\Phi}{n_t} \quad (2.8)$$

ただし， ϕ_1 および ϕ_2 は yz 平面を基準として，工作物の回転方向を正， ϕ は点 E_0 がピッチ点 P_0 に存在する位置を基準として，砥石の正回転に伴って刃面が進む方向の回転角を正とする．また，ねじ状砥石の回転とラック形刃面の移動量の間には次のような関係がある．

- (1) 砥石が 1 回転すると，砥石軸平面上におけるラック刃形は，軸方向創成ピッチ線上をリード $L (= 2\pi R_g \tan \gamma)$ だけ移動する．
 - (2) 砥石が θ 回転すると，砥石軸平面上におけるラック刃形は，軸方向創成ピッチ線上を $e - e$ だけ移動する．
 - (3) 砥石が ϕ 回転すると，砥石軸平面上におけるラック刃形は，軸方向創成ピッチ線上を e だけ移動する．
- (1)，(2) の関係より， $\theta / 2\pi = (e - e) / (2\pi R_g \tan \gamma)$ であるので，

$$e' = R_g \theta \tan \gamma + e \quad (2.9)$$

(1) , (3) の関係より , $\phi / 2\pi = e / (2\pi R_g \tan \gamma)$ であるので ,

$$\phi = \frac{e'}{R_g \tan \gamma} \quad (2.10)$$

となるので , 式 (2.9) および式 (2.10) より ,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{R_g \theta \tan \gamma + e}{R_g \tan \gamma} \\ &= \theta + \frac{e}{R_g \tan \gamma} \end{aligned} \quad (2.11)$$

が得られる . 従って , 式 (2.8) および式 (2.11) より , ϕ_1 は次式のように表される .

$$\phi_1 = \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{e}{R_g \tan \gamma} \right) \quad (2.12)$$

次に , 工作物の回転に伴う z 軸方向の移動量を求める . 図 2.1 において , 上述のような創成運動が行われているので , 工作物が ϕ_1 回転する間にねじ状砥石は z 軸方向に z_f 移動する . また , 工作物が 1 回転すなわち角度 2π だけ回転する間に砥石は z 軸方向に f だけ送られることから , 次の関係が得られる .

$$z_f = \frac{f \phi_1}{2\pi} \quad (2.13)$$

式 (2.12) および式 (2.13) より , z_f は次式のように表される .

$$z_f = \frac{f}{2\pi n_t} \left(\theta + \frac{e}{R_g \tan \gamma} \right) \quad (2.14)$$

ここで , 工作物軸 (z 軸) から点 P までの距離を r , ϕ_2 と ϕ_1 の差を δ ($= \phi_2 - \phi_1$) とする . $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\phi_2 = \tan^{-1}(x/y)$ であるので , 点 P の運動軌跡を表す式 (2.4) , 式 (2.5) および式 (2.6) は , 直線 $\overline{O_1 I_0}$ を原線 , r を動径 , δ を偏角とする円柱面座標系に変換することができ , 次式で表すことができる .

$$r = \sqrt{\{(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R \sin \theta \sin \Gamma\}^2 + (C - R \cos \theta)^2} \quad (2.15)$$

$$\delta = \tan^{-1} \left\{ \frac{(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R \sin \theta \sin \Gamma}{C - R \cos \theta} \right\} - \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{e}{R_g \tan \gamma} \right) \quad (2.16)$$

$$z = R \sin \theta \cos \Gamma + (e + \varepsilon) \sin \Gamma + \frac{f}{2 \pi n_t} \left(\theta + \frac{e}{R_g \tan \gamma} \right) \quad (2.17)$$

上式で表される円柱面座標（ r, δ, z ）は，工作物円筒内において点 P が通過する位置，言い換えれば，図 2.4 に示すねじ状砥石の刃面上の砥粒によって削除される歯溝の部分（灰色部分）での運動軌跡を表すものである．すなわち，これらの式は工作物の加工歯形形状を直接的に表すものではなく，砥石刃面を回転移動させる，つまり，上式中の e および θ の値を変化させることによって，歯溝の部分における加工位置が求められる．結果として，削り残された部分が加工歯形形状（図 2.4 の曲線 ABCD の部分）となる．なお，図 2.4 に示すように， δ の値は，原線 $\overline{O_1 I_0}$ を基準として，工作物の歯溝の左側が正，右側が負となる．点 I_0 は，ねじ状砥石のラック刃形の中点とピッチ点 P_0 で合致するので，工作物の

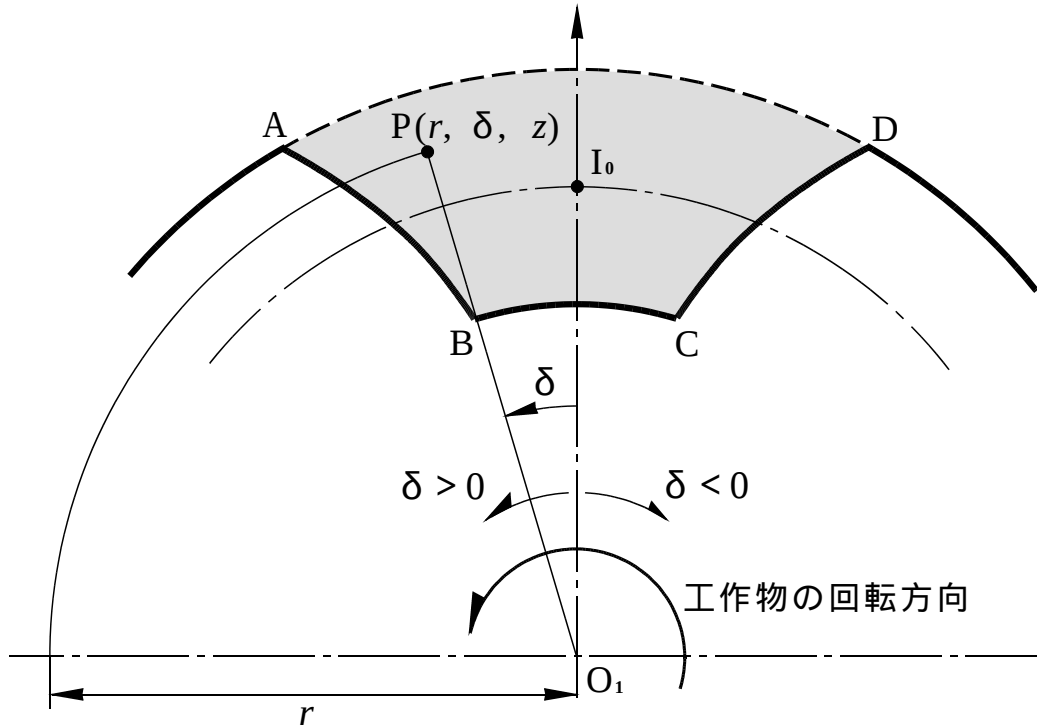


図 2.4 砥石刃面上の点 P によって削除される領域

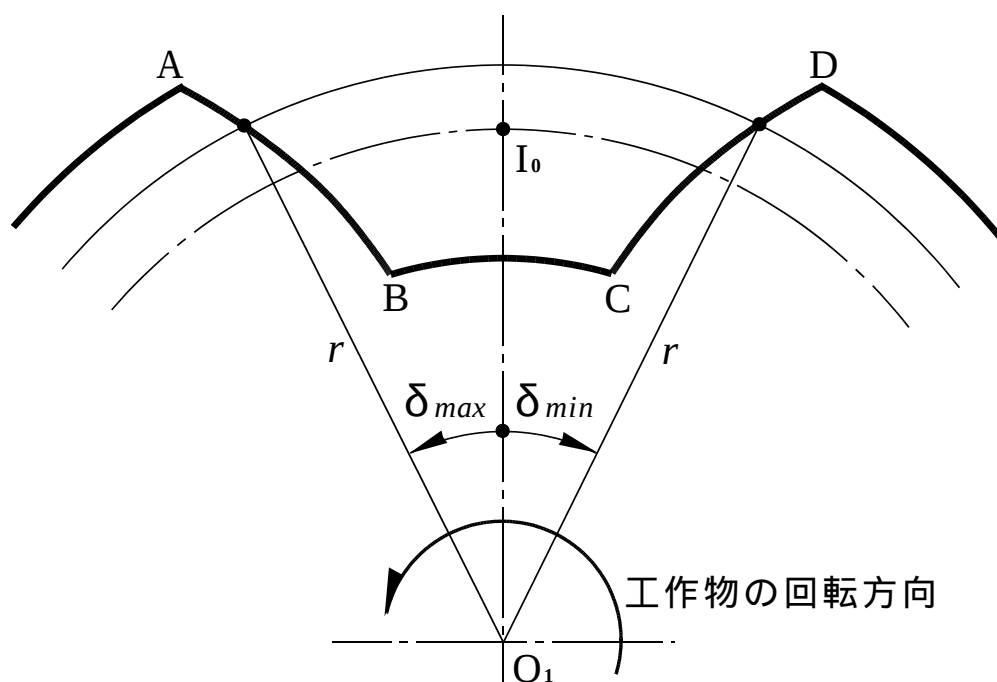


図 2.5 工作物の加工歯形形状

創成ピッチ円上において，歯溝の幅の中心となる位置にある．従って，任意 z の値の断面において，工作物軸（ z 軸）から任意の距離 r だけ離れた位置の歯形は，砥石刃面が最も深く歯部の母材に食い込む点 P の位置であるので，図 2.5 に示すように， AB 側の歯面では δ の最大値 δ_{max} ， CD 側の歯面では δ の最小値 δ_{min} となる値で決定される．また，このときの R および e の値より砥石刃面上の研削作用点が求められる．なお，以上の解析結果は下向き削り（クライム送り）の場合にも適用することができる．

2.3 インボリュート歯車創成における幾何学

本節では，歯数が十分に多いインボリュートはすば歯車をねじ状砥石で研削加工する場合をとり上げ，インボリュート歯形を創成するためのねじ状砥石の刃形形状および両者の創成運動関係について検討する．

2.3.1 ねじ状砥石の刃形形状

ホブによる歯切りにおいて，正しいインボリュート歯車を創成するためには，ホブの切刃はインボリュートヘリコロイドのねじ面上になければならない¹⁵⁾．しかし，実際には

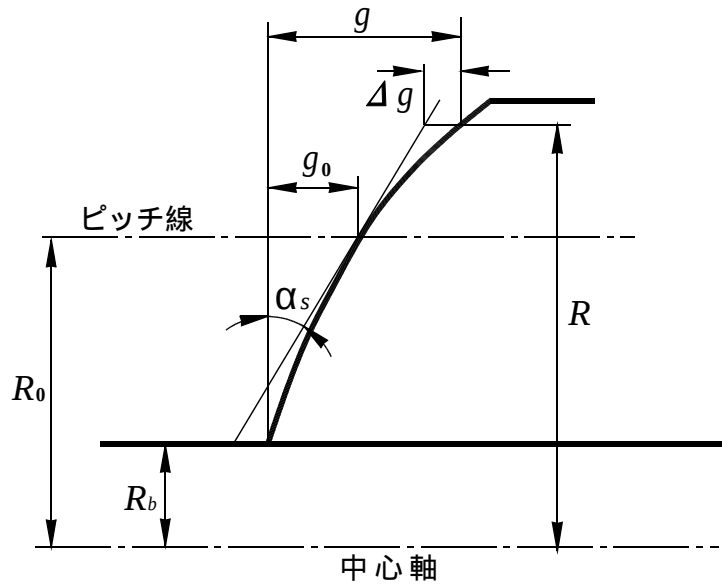


図 2.6 インボリュートヘリコイドねじ面の刃形形状および直線刃からの偏位量

ホブの切刃として直線刃を採用しており，これによって加工される歯車の歯形誤差はピッチ円から遠ざかるに従ってインボリュート曲線から逃げる噛み合い安全側のものである．特に 1 条ホブの場合，その誤差は極めて小さいので，一般に軸断面の刃形が直線のねじ面をホブの刃形としている．1 条のインボリュートヘリコイドのねじ面の含軸断面の刃形曲線は，図 2.6 に示すように，基礎円筒上の曲線の起点を原点とすると，次式で表される¹⁶⁾．

$$g = \frac{m_n}{2\cos \gamma_0} \left(\frac{\sqrt{R^2 - R_b^2}}{R_b} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{R^2 - R_b^2}}{R_b} \right) \quad (2.18)$$

上式中の R_b はインボリュートヘリコイドの基礎円筒の半径であり，次式で求められる．

$$R_b = \frac{m_n}{2\sqrt{\sin^2 \gamma_0 + \tan^2 \alpha_n}} \quad (2.19)$$

ここで， m_n は加工歯車の歯直角モジュール， α_n は加工歯車の歯直角圧力角， γ_0 は標準ホブのピッチ円筒（基準ピッチ円筒）上における進み角である．従って，直線刃との偏位量 Δg は，基準ピッチ円の半径を R_0 ，軸断面の基準ピッチ円上における圧力角を α_s ， $R = R_0$ における g の値を g_0 とすると，図 2.6 より次のように表される．

表 2.1 直線刃とインボリュートヘリコロイドとの間の偏位量
($R = R_0 + 1.25 m_n$ における値)

$R_0(\text{mm})$	30				50			
m_n	1	2	3	4	1	2	3	4
$\Delta g_{\max}(\mu\text{m})$	0.02	0.29	1.43	4.36	<0.01	0.07	0.32	0.99

$R_0(\text{mm})$	100				150			
m_n	1	2	3	4	1	2	3	4
$\Delta g_{\max}(\mu\text{m})$	<0.01	<0.01	0.04	0.13	<0.01	<0.01	0.01	0.04

$$\Delta g = g - g_0 - (R - R_0) \tan \alpha_s \quad (2.20)$$

ただし, $\tan \alpha_s = \tan \alpha_n / \cos \gamma_0$ である.

表 2.1 は, 条数が 1 でピッチ円半径 R_0 が 30mm, 50mm, 100mm, 150mm において, モジュール m_n が 1, 2, 3, 4 の場合の直線刃形とインボリュートヘリコロイドの軸断面の刃形曲線との偏位量 Δg の最大値 $\Delta g_{\max}$ ($R = R_0 + 1.25 m_n$ における値) を示したものである. 同表より明らかなように, 偏位量が大きくなるのは, ピッチ円半径 R_0 が小さい場合およびモジュール m_n が大きい場合である. 偏位量が最も大きくなる $R_0 = 30\text{mm}$, $m_n = 4$ の場合であっても, その値は $5 \mu\text{m}$ 以下という著しく小さな値である. 通常, CBN の電着ねじ状砥石としては, 100mm 程度の直径のものが使用されている. 同表から分かるように, $R_0 = 50\text{mm}$ においてはモジュール m_n が 4 以下の場合, 偏位量 $\Delta g_{\max}$ は $1 \mu\text{m}$ 以下という極めて小さな値でしかない. 本論文では, CBN 砥粒の電着ねじ状砥石による歯車の研削加工を前提としており, 研削焼けの抑制および加工能率の向上を図るため, $\phi 100\text{mm}$ 程度の比較的小径のねじ状砥石を対象としている. また, ワンパスによるクリープフィード研削法を, ねじ状砥石による研削加工に適用することによって, より一層の加工の能率化が可能であると考えられるため, 比較的小さいモジュールの歯車を対象とする. 以上のことから, ねじ状砥石の軸平面のラック刃形を直線として取り扱うことにする.

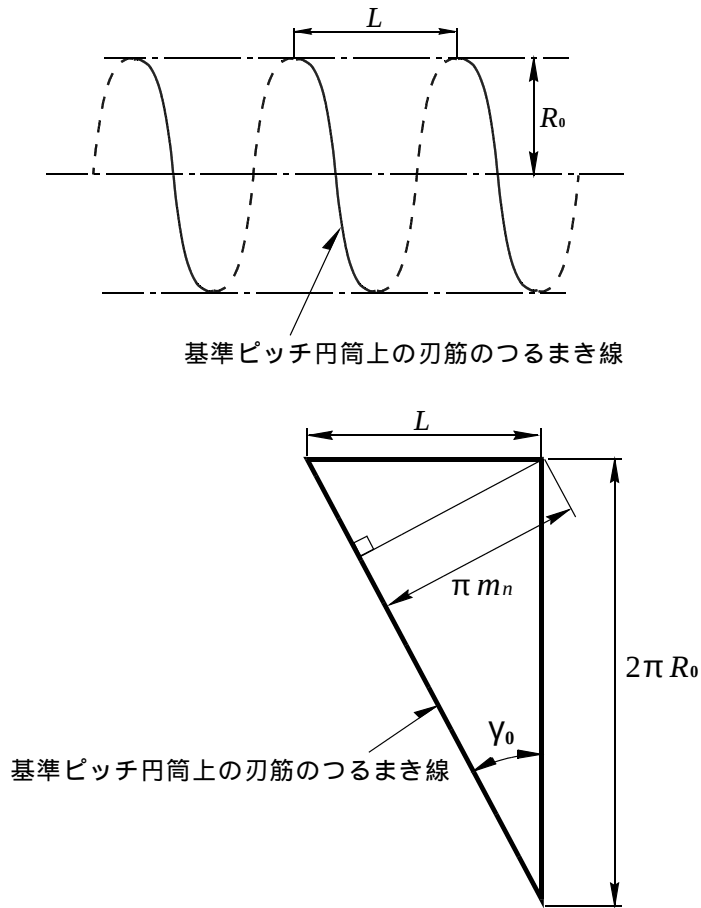


図 2.7 ねじ状砥石の進み角

加工歯車の歯直角モジュールを m_n ，ねじ状砥石の基準ピッチ円半径を R_0 ，基準ピッチ円筒上での刃筋のつるまき線の 1 回転に対する進みすなわちリードを L とすると，刃直角ピッチ t_n は πm_n となる．また，図 2.7 に示すような幾何学的関係があるので，条数 1 のねじ状砥石の基準ピッチ円筒上における進み角 γ_0 について次式の関係が成り立つ．

$$\begin{aligned} \sin \gamma_0 &= \frac{\pi m_n}{2 \pi R_0} \\ &= \frac{m_n}{2 R_0} \end{aligned} \quad (2.21)$$

被加工はすば歯車を創成するはすばラックの刃直角圧力角を α_n ，刃直角平面より進み角 γ_0 だけ傾いた砥石軸方向の断面上における圧力角およびラックのピッチをそれぞれ α_s および t_s とすると，図 2.8 に示す幾何学的関係より，次式が得られる．

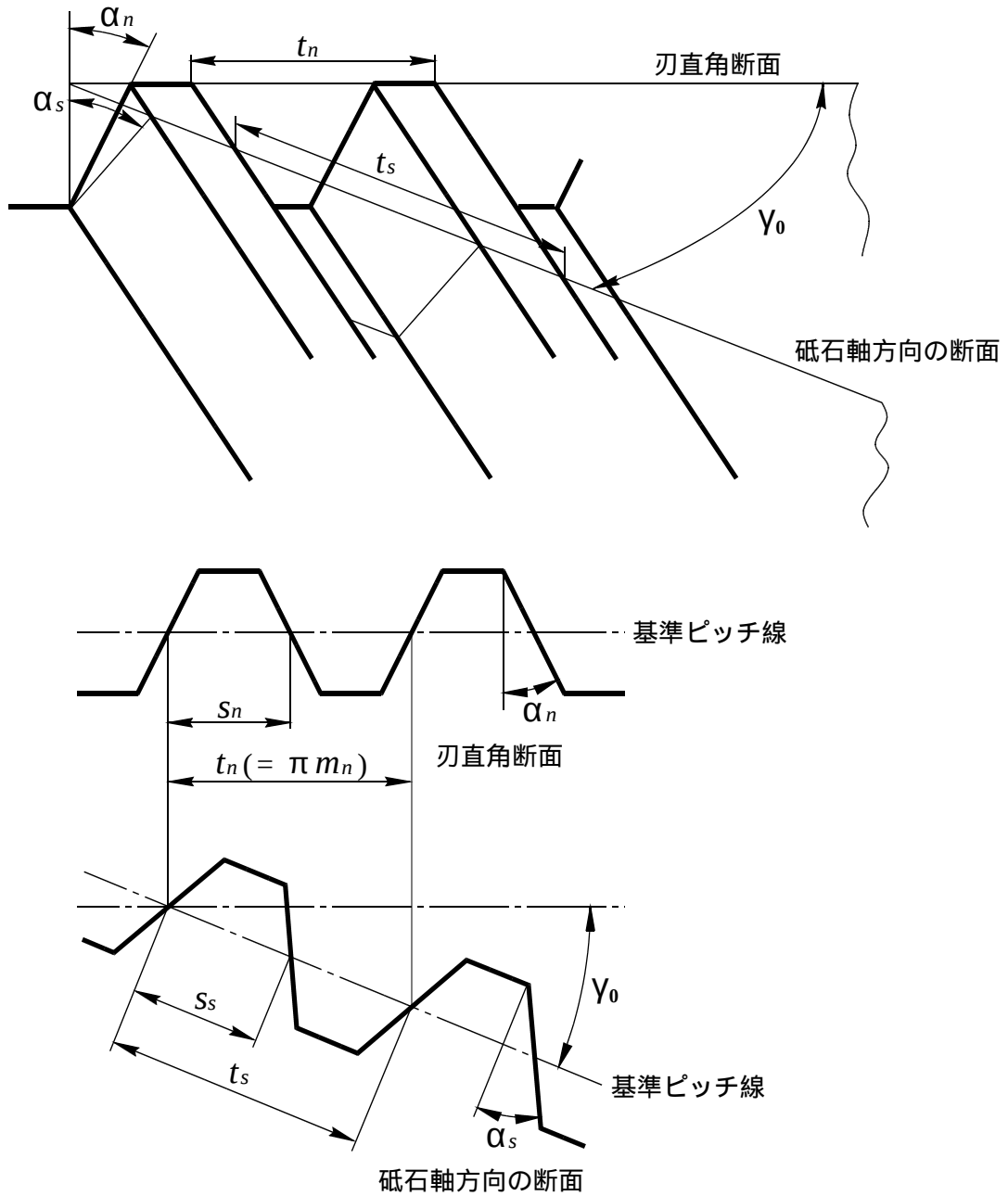


図 2.8 はすばラックの刃直角断面と砥石軸方向の断面の寸法関係

$$\tan \alpha_s = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \gamma_0} \quad (2.22)$$

$$t_s = \frac{\pi m_n}{\cos \gamma_0} \quad (2.23)$$

ラックを基準ラックとすると，刃厚はピッチの $1/2$ であるので，砥石軸平面刃厚 s_s は次式のようになる．

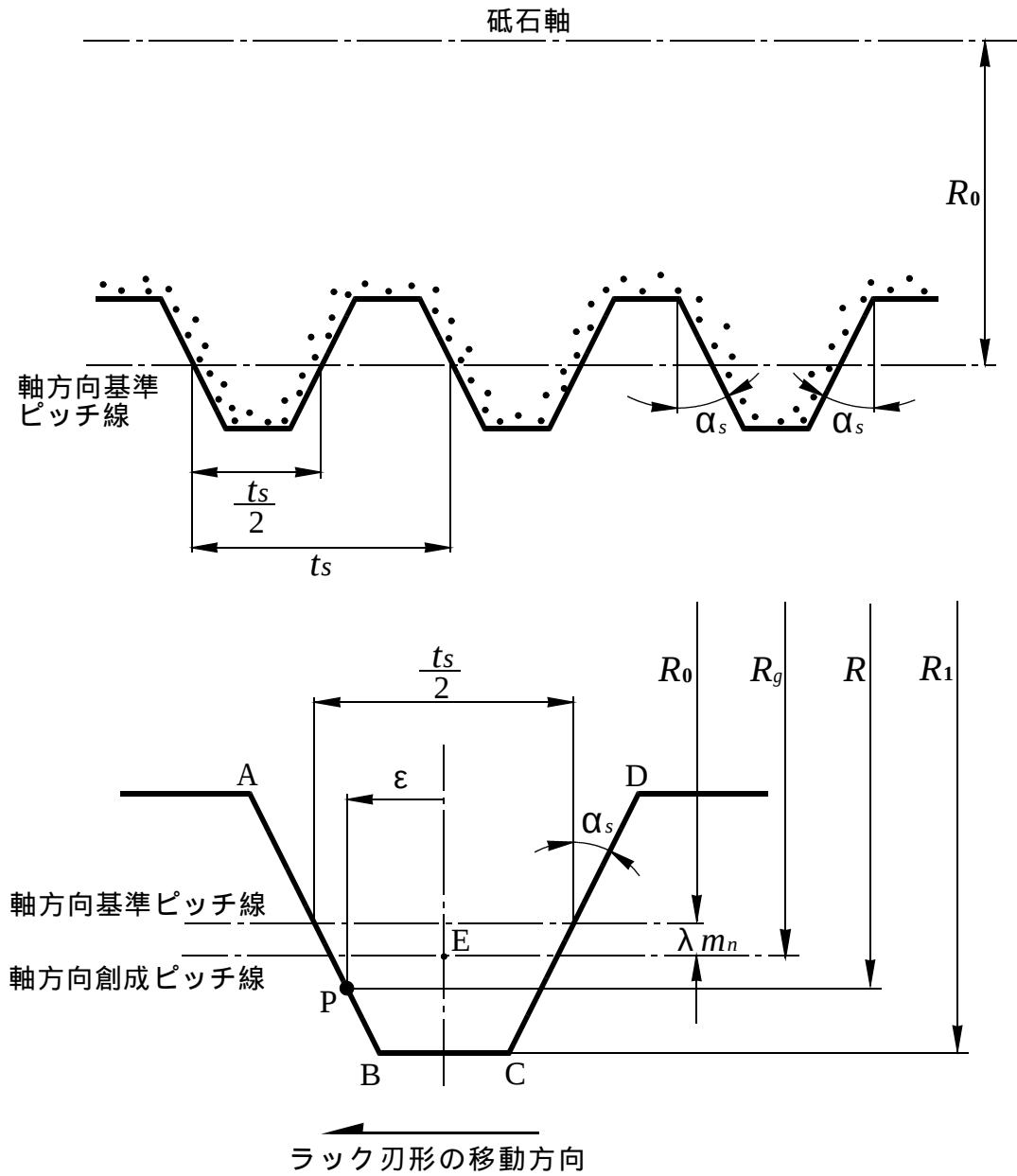


図 2.9 ねじ状砥石の軸平面断面におけるラック刃形形状

$$\begin{aligned}
 s_s &= \frac{t_s}{2} \\
 &= \frac{\pi m_n}{2 \cos \gamma_0}
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

ねじ状砥石の軸平面断面におけるラック刃形は，はすばラックの砥石軸方向の断面における刃形となるので，図 2.9 に示すようなピッチ t_s ，ピッチ線上での刃厚 s_s ，圧力角 α_s の台形である．従って，ねじ状砥石の刃面上の任意の点 P は，砥石軸平面におけるラック刃

形の基準ピッチ線上における刃厚の中心 E からの軸方向ピッチ線上での位置 ε および砥石軸からの距離 R によって、その位置を表すことができる。図 2.9 において、点 P が刃面 AB (ラック刃形の移動方向に対して先行する刃面であり、以後リーディング側刃面と呼ぶ) および刃面 CD (ラック刃形の移動方向に対して後続する刃面であり、以後トレーリング側刃面と呼ぶ) 上に存在する場合、両刃面は点 E を通る半径方向の直線に対して対称な関係にあるので、 ε は、点 E を原点として刃面 AB 側が正、刃面 CD 側が負とすると、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \pm \frac{t_s}{4} \pm (R_0 - R) \tan \alpha_s \\ &= \pm \frac{1}{\cos \gamma_0} \left\{ \frac{\pi m_n}{4} + (R_0 - R) \tan \alpha_n \right\}\end{aligned}\quad (2.25)$$

ここで、 $\pm$ の符号のうち、上の符号 (+) はリーディング側、下の符号 (-) はトレーリング側の砥石刃面の場合である。なお、以後、図 2.9 において砥石刃面 AB および CD を側刃面、BC を刃先面と呼ぶことにする。点 P が刃先面 BC に存在する場合、ねじ状砥石の外半径を R_1 とすると $R = R_1$ となり、 ε は次の範囲の値となる。

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\cos \gamma_0} \left\{ \frac{\pi m_n}{4} + (R_0 - R_1) \tan \alpha_n \right\} &\leq \varepsilon \leq \\ &\frac{1}{\cos \gamma_0} \left\{ \frac{\pi m_n}{4} + (R_0 - R_1) \tan \alpha_n \right\}\end{aligned}\quad (2.26)$$

2.3.2 創成運動における幾何学的関係と創成歯形の誤差

はすば歯車の創成加工は、平歯車を加工するときと同じ工具 (ホブ、ねじ状砥石) を用い、その刃筋を加工歯車の歯筋に沿って傾けて取り付け、歯直角創成法によって行われる。創成されたはすば歯車の歯直角断面における歯は、工具の刃直角断面における刃の大きさ、すなわち平歯車の軸直角断面の歯の大きさと同じものとなる。このように、インボリュートはすば歯車およびこれを創成する工具に関する諸量は、一般に歯直角で定義される。しかし、実際に加工されるはすば歯車の形状および大きさは軸直角断面 (正面) で考える必要がある。そこで、軸直角断面におけるモジュール (正面モジュール) およびピッチ円筒

上における圧力角（正面圧力角）をそれぞれ m_t , α_t とし , はすば歯車のピッチ円筒上における歯筋のねじれ角（以後 , 単にねじれ角と呼ぶ）を β とすると , m_t および α_t はそれぞれ歯直角モジュール m_n およびピッチ円筒上における歯直角圧力角（工具圧力角） α_n との間に次の関係がある¹⁷⁾ .

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (2.27)$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad (2.28)$$

式 (2.27) より , はすば歯車の基準ピッチ円筒（創成ピッチ円筒）の半径 r_{t0} は次式で与えられる .

$$\begin{aligned} r_{t0} &= \frac{m_t n_t}{2} \\ &= \frac{m_n n_t}{2 \cos \beta} \end{aligned} \quad (2.29)$$

式 (2.28) より

$$\begin{aligned} \cos \alpha_t &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_t}} \\ &= \frac{\cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

であるので , 基礎円筒の半径 r_{tb} は次式で表される .

$$\begin{aligned} r_{tb} &= r_{t0} \cos \alpha_t \\ &= \frac{m_n n_t}{2 \sqrt{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n}} \end{aligned} \quad (2.31)$$

以上のように , 歯直角モジュール m_n , 歯直角圧力角 α_n , 歯数 n_t , ねじれ角 β のはすば歯車は , 正面（軸直角断面）から見ると , 基準ピッチ円上の圧力角が α_t , モジュールが m_t のインボリュート平歯車として考えることができる .

インボリュート歯車の創成加工においては , 図 2.9 に示すように , 工具の創成ピッチ線を基準ピッチ線から平行に離して加工（転位加工法）することが可能である . ここで , 転

位係数を λ とすると, λm_n が転位量と呼ばれる値となり, 転位係数 λ は, 工具の基準ピッチ線を加工歯車の基準ピッチ円よりも外側にずらす場合が正, 内側にずらす場合が負であるので, ねじ状砥石の創成ピッチ円の半径 R_g は

$$R_g = R_0 + \lambda m_n \quad (2.32)$$

となり, 加工歯車の創成ピッチ円半径 r_g は $r_g = r_{t0}$ であるので, 中心距離 C は次式で表される.

$$\begin{aligned} C &= r_g + R_g \\ &= \frac{m_n n_t}{2 \cos \beta} + R_0 + \lambda m_n \end{aligned} \quad (2.33)$$

ねじ状砥石の基準ピッチ円筒上におけるつる巻線のリードと創成ピッチ円筒上におけるつる巻線のリードは等しいことから, $2\pi R_g \tan \gamma = 2\pi R_0 \tan \gamma_0$ であるので, γ と γ_0 の間には次式の関係がある.

$$\tan \gamma = \frac{R_0}{R_g} \tan \gamma_0 \quad (2.34)$$

$$= \frac{R_0}{R_0 + \lambda m_n} \tan \gamma_0 \quad (2.35)$$

式 (2.12), 式 (2.21) および式 (2.34) より, 次式の関係が得られる.

$$\phi_1 = \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (2.36)$$

従って, インボリュートはすば歯車を創成する場合, 式 (2.15), 式 (2.16) ならびに式 (2.17) は, それぞれ次式のようになる.

$$r = \sqrt{\{(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R \sin \theta \sin \Gamma\}^2 + (C - R \cos \theta)^2} \quad (2.37)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R \sin \theta \sin \Gamma}{C - R \cos \theta} - \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (2.38)$$

$$z = R \sin \theta \cos \Gamma + (e + \varepsilon) \sin \Gamma + \frac{f}{2\pi n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (2.39)$$

なお，歯数が十分に多いはすば歯車を研削加工する場合には，歯車の一歯分だけ工作物が回転する間に砥石が工作物軸方向に移動する量は著しく小さく，一つの歯面を創成中の砥石軸の z 軸方向への移動すなわち式 (2.39) の右辺第 3 項を無視することが可能であり $z_f = 0$ として考えることができる．なお，標準歯車は，砥石の創成ピッチ線を基準ピッチ線に一致させて加工する歯車であるので， $\lambda = 0$ の場合に相当する．

次に，式 (2.25) で表される台形のラック刃形をしたねじ状砥石で，はすば歯車を研削加工する場合の加工歯車の歯面の創成形状を求め，インボリュート曲線の歯形からの誤差を検討することにする．創成歯形の形状は，式 (2.37)，式 (2.38) ならびに式 (2.39) より求められ，任意の工作物半径 r において，リーディング側砥石刃面によって加工される歯面（以後，リーディング側歯面と呼ぶ）の場合は δ の最大値，トレーリング側砥石刃面によって加工される歯面（以後，トレーリング側歯面と呼ぶ）の場合は δ の最小値として与えられる．これは工作物軸に垂直な断面上における創成歯形の形状を表すもので，式 (2.31) で与えられる r_{tb} を基礎円とするインボリュート曲線で構成される理想歯形との差を，図 2.10 に示すような円周方向の円弧長さ Δa として求め，これを歯形誤差とする．ここで， Δa はインボリュート曲線の歯形から見て，歯厚が厚くなる方向を正とする．図 2.11 は，ピッチ円半径 $R_0 = 50\text{mm}$ のねじ状砥石で，モジュール $m_n = 3$ ，歯数 $n_t = 20, 40, 80$ ，ねじれ角 $\beta = 0^\circ, 30^\circ$ の標準歯車を研削加工する場合の創成歯形の誤差 Δa を，横軸に $r - r_g$ すなわち工作物の創成ピッチ円半径からの位置をとって示したものである．同図が

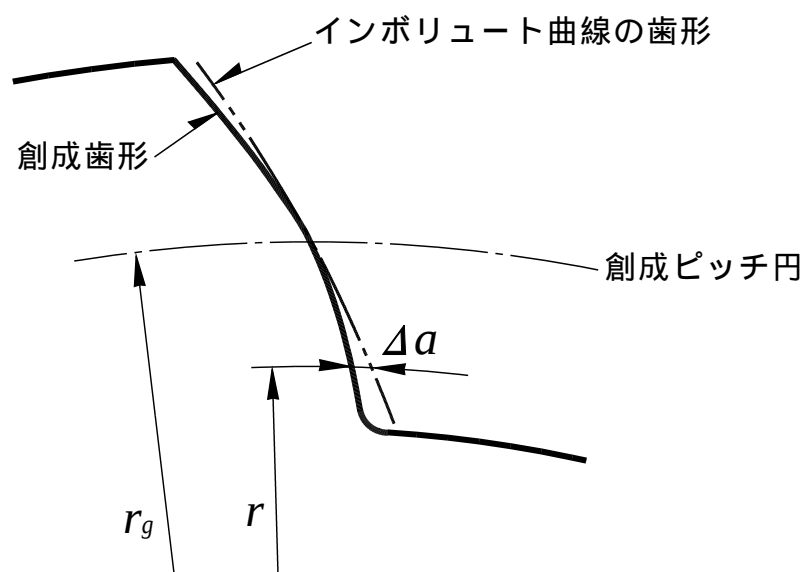


図 2.10 創成歯形の形状誤差の定義

ら分かるように、軸断面のラック刃形が直線の刃面をしたねじ状砥石で創成される歯形は、歯元および歯末が真のインボリュートから逃げ、噛み合い時に干渉を生じない安全側の誤差となる。また、歯先よりも歯元の方が誤差が大きい。図 2.12 は、モジュール $m_n = 3$ 、歯数 $n_t = 40, 80$ 、ねじれ角 $\beta = 0^\circ, 30^\circ$ の標準歯車において、工作物の創成ピッチ円から 3mm 歯元側位置の創成歯形の形状誤差に及ぼす砥石のピッチ円半径 R_0 の影響を示す。

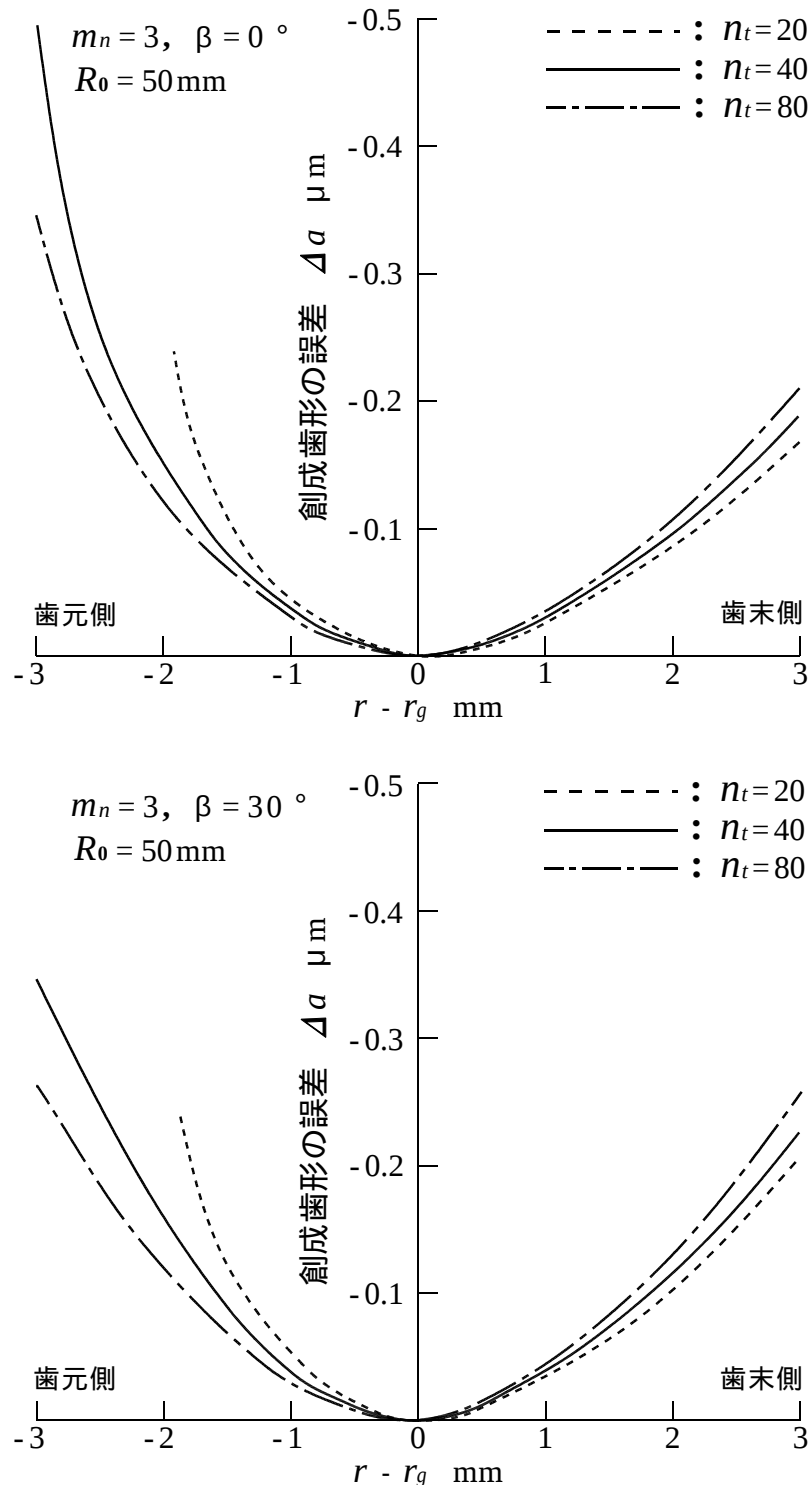


図 2.11 直線刃のねじ状砥石によるインボリュート歯車の創成歯形の形状誤差

歯形の形状誤差は， R_0 が 40mm より小さくなると急増する傾向にある．JIS 規格の 0 等級の歯形形状の許容誤差は 3 ～ 4 μm であることから，直線刃のねじ状砥石による創成歯形の形状誤差を 1 μm 以下に抑えるためには，砥石の小径化は $R_0 = 40\text{mm}$ 程度が限界であると考えられる．

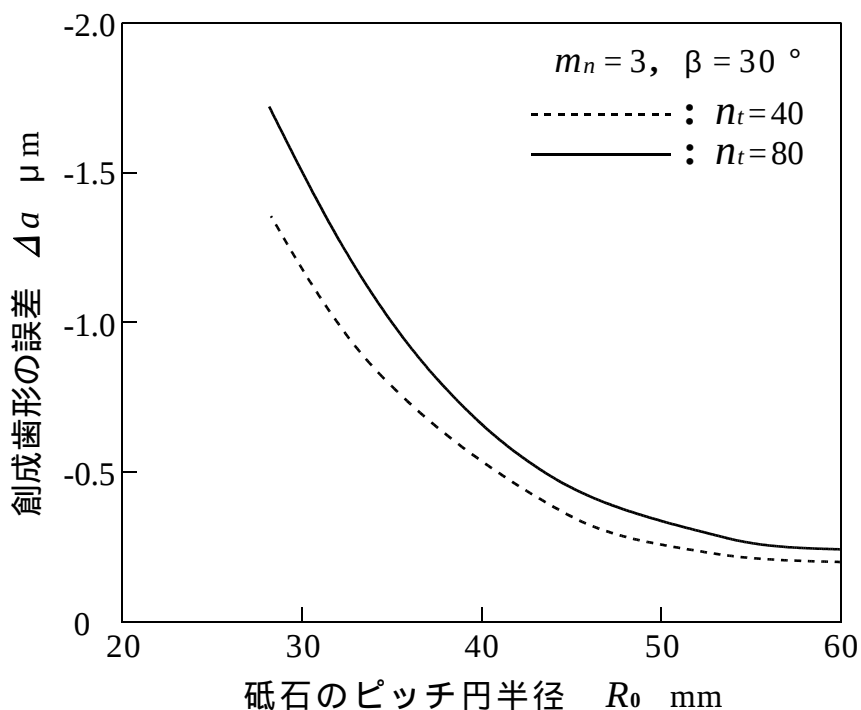
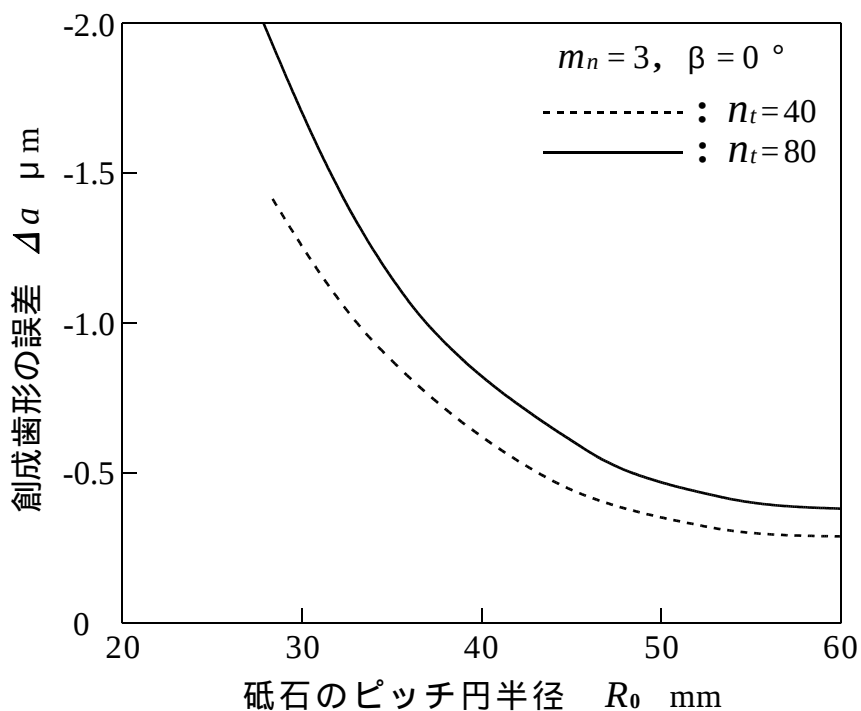


図 2.12 創成歯形の形状誤差に及ぼす砥石のピッチ円半径の影響

2.4 角形スプライン軸創成における幾何学

本節では、少数歯の歯形を創成する場合として、角形スプライン軸(JIS B1601の1形)をねじ状砥石で研削加工する場合をとり上げ、角形スプライン軸を創成するためのねじ状砥石の刃形形状および両者の創成運動関係について検討する。

2.4.1 ねじ状砥石の刃形形状

図 2.13 は、歯先円半径（大径の $1/2$ ） r_1 、歯底円半径（呼び径（小径）の $1/2$ ） r_2 、歯数（みぞ数） n_t 、歯幅 $2t$ の角形スプライン軸の軸直角断面における形状を示す。まず、角形スプライン軸の歯形を創成するためのラックの刃形形状を求める。同図において、工作物の創成ピッチ円上における溝幅の midpoint I_0 と工作物の中心 O_1 を通る直線 $\overline{O_1 I_0}$ は、溝形状 ABCD の対称軸となる。そこで、点 I_0 および溝形状上の任意の点 P と工作物の中心 O_1

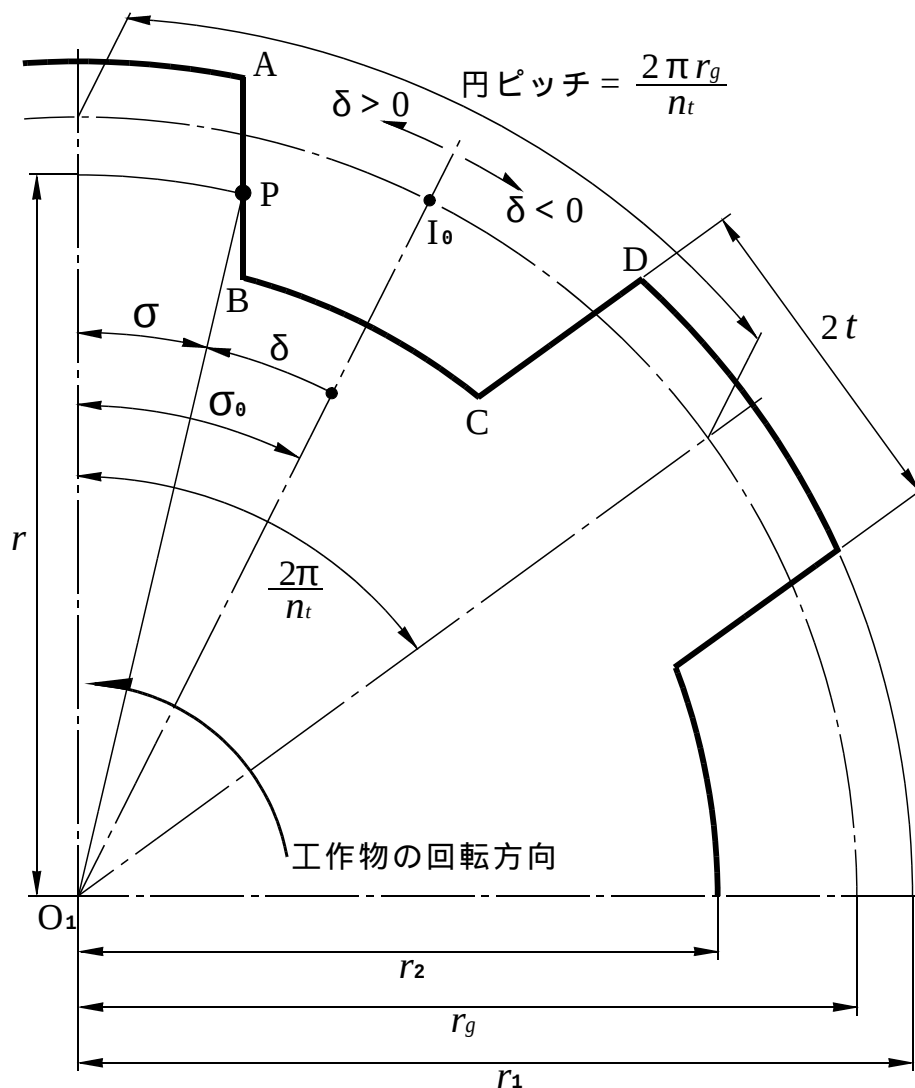


図 2.13 角形スプライン軸の断面形状

とを結ぶ線と歯の中心線とのなす角を，図 2.13 に示すようにそれぞれ σ_0 ， σ とする． $\sigma_0 = \pi / n_t$ ， $\sigma = \sin^{-1}(t / r)$ であるので， $\overline{O_1 I_0}$ を原線， r を動径， δ を偏角とすると，角形スプライン軸の軸直角断面の歯面の形状は次式で表される．

$$\begin{aligned}\delta &= \pm (\sigma_0 - \sigma) \\ &= \pm \left(\frac{\pi}{n_t} - \sin^{-1} \frac{t}{r} \right)\end{aligned}\quad (2.40)$$

ただし， $\pm$ の符号のうち上の符号（＋）はリーディング側砥石刃面で加工される歯面，下の符号（－）はトレーリング側砥石刃面で加工される歯面の場合であり，工作物半径 r は r_2 $r = r_1$ の範囲の値である．歯底面の場合は， $r = r_2$ であり， δ は次の範囲の値となる．

$$-\left(\frac{\pi}{n_t} - \sin^{-1} \frac{t}{r_2} \right) \leq \delta \leq \left(\frac{\pi}{n_t} - \sin^{-1} \frac{t}{r_2} \right) \quad (2.41)$$

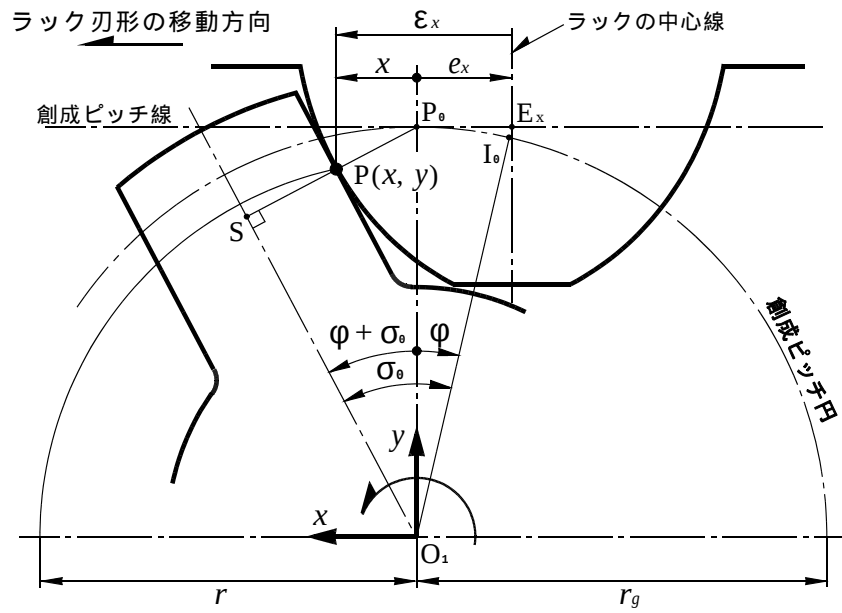
図 2.14 は，式 (2.40) および式 (2.41) で表される角形スプライン軸とラック刃形との噛み合い関係を，工作物軸に垂直な断面（ xy 断面）上で表したものである．同図において，創成ピッチ線上のラック刃形の中点 E_x と工作物の創成ピッチ円上の点 I_0 は，ピッチ点 P_0 で合致するものとする． $\overline{O_1 I_0}$ と $\overline{O_1 P_0}$ のなす角 ϕ は， $\overline{O_1 I_0}$ を基準として，工作物の回転方向を正，逆回転方向を負とする．噛み合いの条件より，ラックの刃面と角形スプライン軸の歯面との接触点 P における共通法線は必ずピッチ点 P_0 を通るので，工作物軸から半径 r の位置にある接触点 P の座標は次のようにして求められる．図 2.14 より，

$$\begin{aligned}P_0 P &= P_0 S \mp \overline{PS} \\ &= r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\end{aligned}\quad (2.42)$$

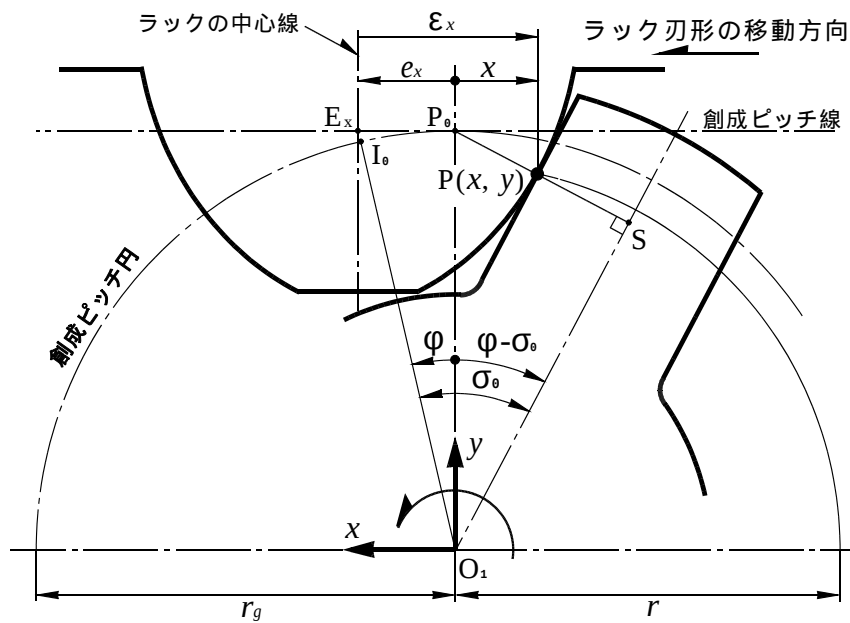
の関係があるので，点 P の x, y 座標は次式で表される．

$$\begin{aligned}x &= P_0 P \cos(\phi \pm \sigma_0) \\ &= \{r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\} \cos(\phi \pm \sigma_0)\end{aligned}\quad (2.43)$$

$$\begin{aligned}y &= r_g - P_0 P \sin(\phi \pm \sigma_0) \\ &= r_g - \{r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\} \sin(\phi \pm \sigma_0)\end{aligned}\quad (2.44)$$



(a) リーディング側の場合



(b) トレーリング側の場合

図 2.14 角形スプライン軸とラックとの噛み合い関係

ただし, r_g は工作物 (角形スプライン軸) の創成ピッチ円半径である. また, 図 2.14 において, 点 E_x と点 I_0 が点 P_0 で合致することから, $\widehat{P_0 I_0} = \widehat{P_0 E_x}$ であるので次式の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned}
 r_g \phi &= e_x \\
 &= x - \varepsilon_x
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

式 (2.43) および式 (2.45) より

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= x - r_g \phi \\
 &= \{r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\} \cos(\phi \pm \sigma_0) - r_g \phi
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

となり，上式中の ϕ については，次のようにして求められる．式 (2.44) より

$$r_g \{\sin(\phi \pm \sigma_0)\}^2 \mp t \sin(\phi \pm \sigma_0) + y - r_g = 0$$

であるので，

$$\sin(\phi \pm \sigma_0) = \frac{\pm t \pm \sqrt{t^2 - 4r_g(y - r_g)}}{2r_g}$$

となる．よって， ϕ は次式で表される．

$$\phi = \sin^{-1} \frac{\pm t \pm \sqrt{t^2 - 4r_g(y - r_g)}}{2r_g} \mp \sigma_0 \tag{2.47}$$

従って，式 (2.40) および式 (2.41) で表される角形スプライン軸を創成するラック刃形は，式 (2.46) および式 (2.47) で求められ， y および ε_x で与えられる．ただし， $\pm$ の符号のうち上の符号（+）はリーディング側砥石刃面，下の符号（-）はトレーリング側砥石刃面の場合である．

ここで，ねじ状砥石の創成ピッチ円半径を R_g とすると，刃直角方向のピッチは工作物の創成ピッチ円上における歯のピッチと等しいので $2\pi r_g / n_t$ となる．1 条のねじ状砥石の場合，図 2.15 に示すような幾何学的関係から，砥石の創成ピッチ円筒上における進み角 γ に関して次式の関係が成り立つ．

$$\begin{aligned}
 \sin \gamma &= \frac{\frac{2\pi r_g}{n_t}}{2\pi R_g} \\
 &= \frac{r_g}{n_t R_g}
 \end{aligned}
 \tag{2.48}$$

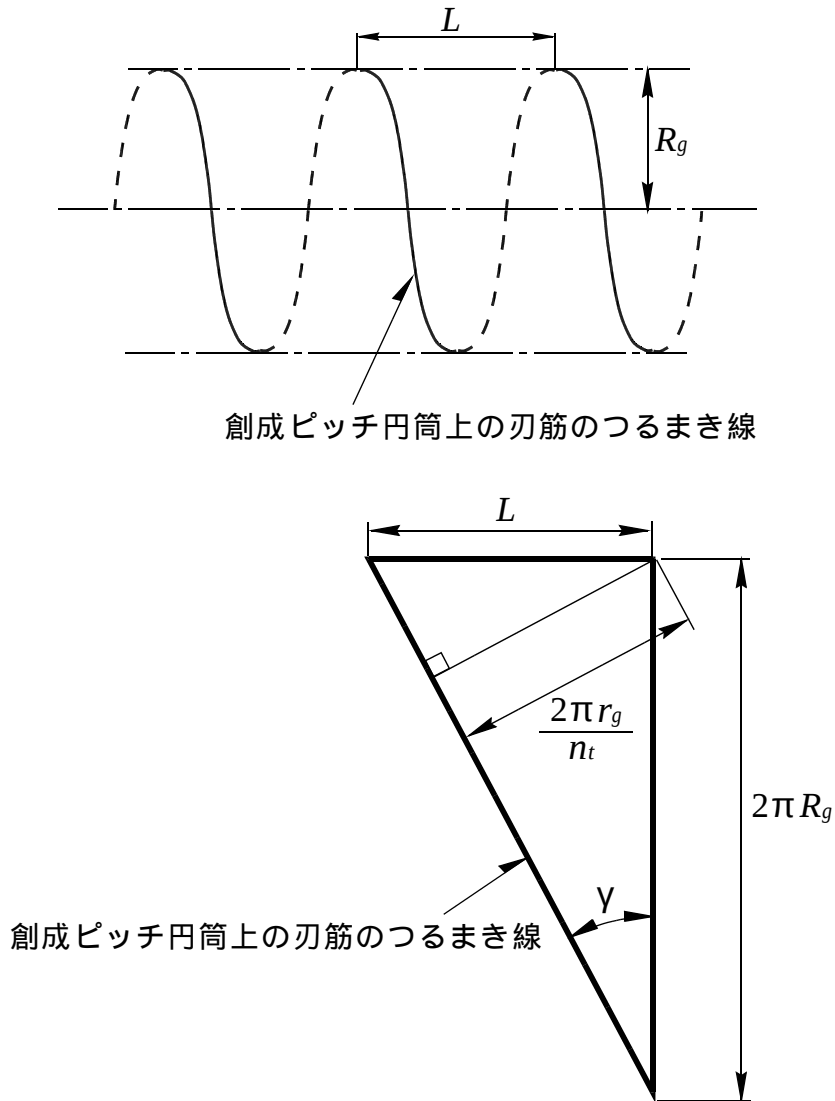


図 2.15 ねじ状砥石の進み角に関する幾何学的関係

加工を行う場合には，ねじ状砥石の刃筋と工作物の歯筋を一致させるため，砥石軸は工作物軸に垂直な平面に対して式 (2.48) で与えられる進み角 γ だけ傾けて取り付ける必要がある．そこで，ねじ状砥石の軸平面断面におけるラック刃形の形状 (R, ε) を与える式を簡略に求めるために，式 (2.46) および式 (2.47) で求められる y および ε_x で与えられるラックの刃直角断面に対して γ だけ傾いた断面における形状とすると，次式で表される．

$$\begin{aligned}
 R &= C - y \\
 &= R_g + \{r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\} \sin(\phi \pm \sigma_0)
 \end{aligned}
 \tag{2.49}$$

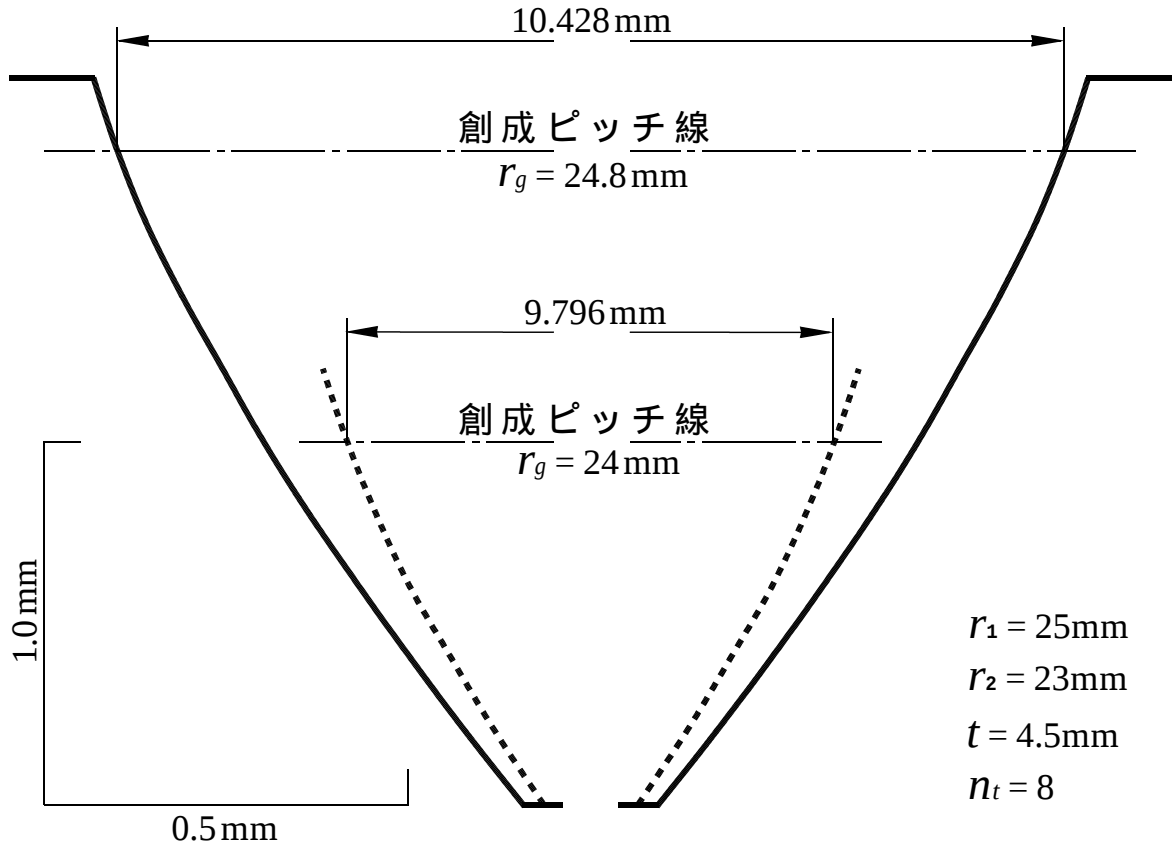


図 2.16 角形スプライン軸の歯形を創成するラック刃形

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \frac{\varepsilon_x}{\cos \gamma} \\
 &= \frac{\{r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\} \cos(\phi \pm \sigma_0) - r_g \phi}{\cos \gamma} \quad (2.50)
 \end{aligned}$$

式 (2.49) および式 (2.50) から明らかなように，モジュールが同一であれば歯数，工作物の創成ピッチ円半径，ねじれ角等が異なっても同じ大きさの刃形形状のねじ状砥石で創成加工が可能であるインボリュート歯車の場合とは異なり，角形スプライン軸の場合はスプラインの諸元，創成ピッチ円半径等が異なるとねじ状砥石の刃形形状を変える必要がある．

図 2.16 は，式 (2.46) および式 (2.47) で求められるラック刃形の一例を示す．同図は，歯先円半径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，歯底円半径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，歯幅 $2t = 9\text{mm}$ ，歯数 $n_t = 8$ の角形スプライン軸(JIS B1601 の 1 形)を工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8$ および 24mm で創成する場合について，求めたものであり，ラック刃形は r_g の設定値によって異なること

が分かる．この結果は刃形を求める式が創成ピッチ円半径 r_g の関数であることから明らかである．従って，インボリュート歯車の場合のように工具を半径方向にずらして加工（転位加工）することは不可能であり，角形スプライン軸の歯幅 $2t$ ，みぞ数 n_t ，創成ピッチ円半径 r_g が異なるとねじ状砥石の刃形形状は変えなければならない．なお， $r_g = 24\text{mm}$ の場合において歯先を創成する刃元側の刃形が示されていないのは，創成ピッチ円半径 r_g を小さくしていくと，工作物の歯先とラックの刃元が相互に食込む干渉を生じ，創成が不可能な領域となるためである．

以上の解析は，噛み合いの条件にもとづいてラックの刃形を数式として求めたものであるが，数値解析的手法を用いて，次のようにして求めることもできる．すなわち，図 2.14 において， I_0O_1P は δ であるので，つぎの関係式が成り立つ．

$$x = r \sin(\phi + \delta) \quad (2.51)$$

$$y = r \cos(\phi + \delta) \quad (2.52)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.53)$$

上式と式 (2.40) および式 (2.45) を用いて，数値解析によって ε_x の値が求められる．ラックの刃形形状としては，リーディング側においては ε_x の最小値，トレーリング側においては ε_x の最大値で与えられる．この方法では，工作物の歯形形状 δ をもとにして刃形を求めるため，汎用的な手法であり，歯形が複雑な形状の場合でもラック刃形の形状を得ることが可能である．

2.4.2 創成運動における幾何学的関係と創成歯形の誤差

右ねじれのねじ状砥石で歯筋にねじれがない，すなわち $\beta = 0^\circ$ の角形スプライン軸を創成する場合の創成運動における幾何学的関係を検討する．図 2.17 は，右ねじれのねじ状砥石を用いて $\beta = 0^\circ$ の角形スプライン軸を創成する場合の両者の相対位置関係を示す．同図に示すように，砥石軸の取付け角 Γ は $\beta = 0^\circ$ であるので，式 (2.1) より

$$\Gamma = -\gamma \quad (2.54)$$

となる．また，式 (2.12) および式 (2.48) より， ϕ_1 は次式で表される．

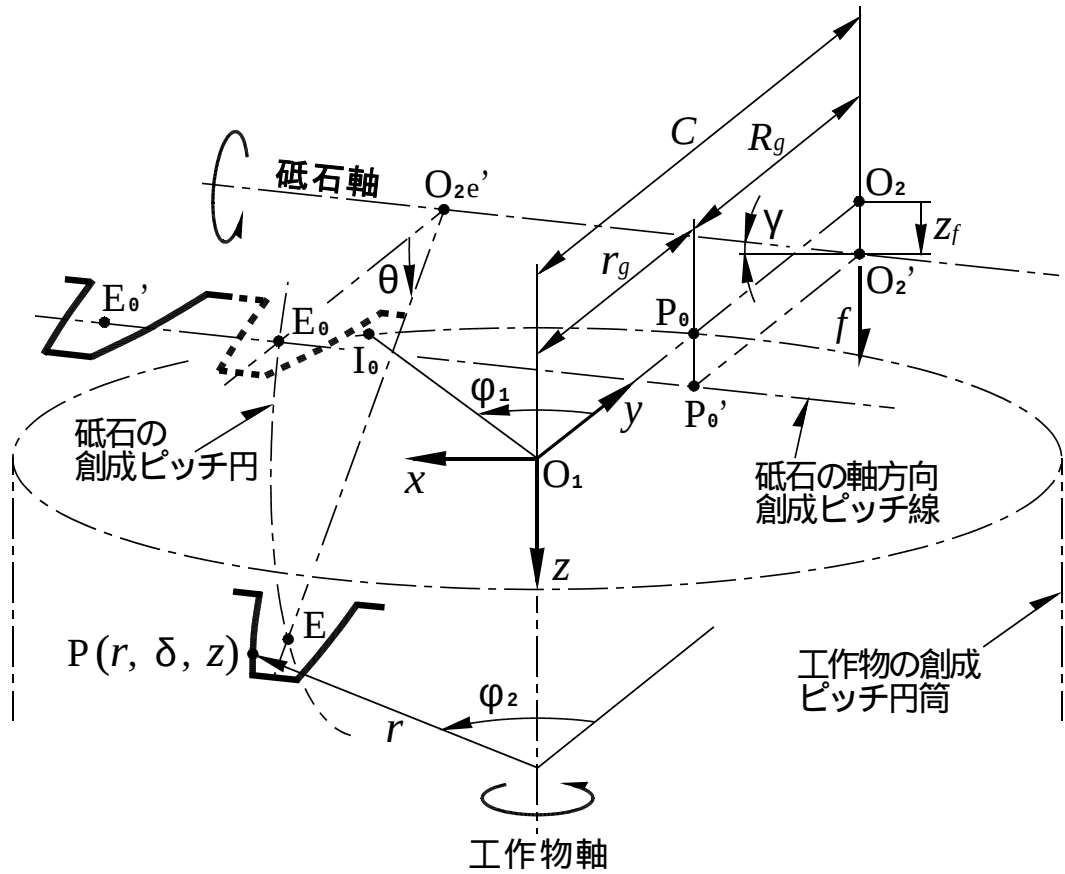


図 2.17 角形スプライン軸とねじ状砥石との相対位置関係

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{n_t e \cos \gamma}{r_g} \right) \\
 &= \frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g}
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

工作物 1 回転当たりの加工送り f に対する工作物の回転に伴う z 軸方向の移動量 z_f は、式 (2.55) を式 (2.13) に代入することによって求められ、次式で与えられる。

$$z_f = \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g} \right) \tag{2.56}$$

従って、右ねじれのねじ状砥石を用いて、歯筋にねじれがない角形スプライン軸を創成する場合において、砥石刃面上の任意の点 P の切削点は、式 (2.15)、式 (2.16)、式 (2.17)、式 (2.54)、式 (2.55) ならびに式 (2.56) より、円柱面座標で表すと、次のようになる。

$$r = \sqrt{\{(e + \varepsilon) \cos \gamma + R \sin \theta \sin \gamma\}^2 + (C - R \cos \theta)^2} \quad (2.57)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(e + \varepsilon) \cos \gamma + R \sin \theta \sin \gamma}{C - R \cos \theta} - \frac{\theta}{n_t} - \frac{e \cos \gamma}{r_g} \quad (2.58)$$

$$z = R \sin \theta \cos \gamma - (e + \varepsilon) \sin \gamma + \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g} \right) \quad (2.59)$$

次に，軸平面におけるラック刃形を式 (2.49) および式 (2.50) で与えられるねじ状砥石を用いて，角形スプライン軸を創成する場合の歯形の誤差を検討する．任意の工作物半径 r において，リーディング側歯面の歯形は δ の最大値，トレーリング側歯面の歯形は δ

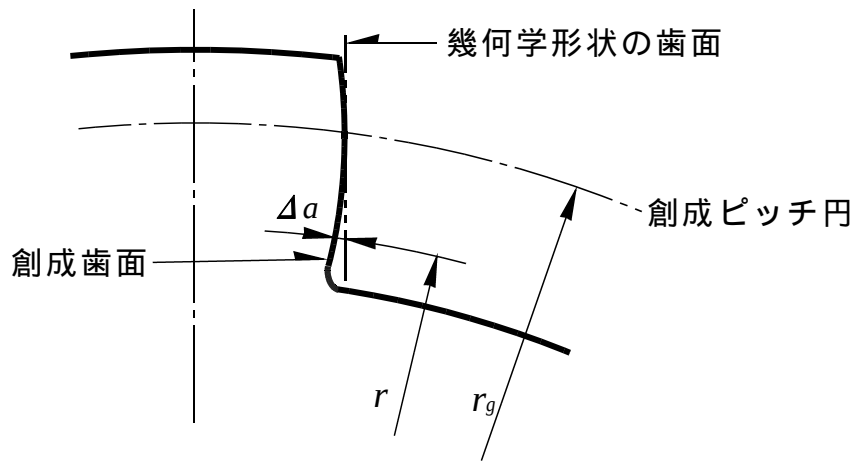


図 2.18 創成歯形の形状誤差の定義

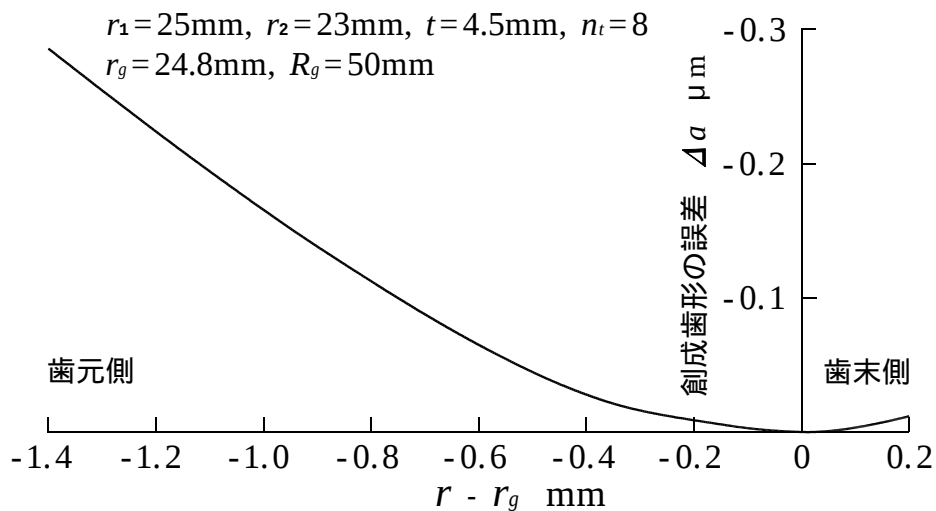


図 2.19 角形スプライン軸の創成歯形の形状誤差

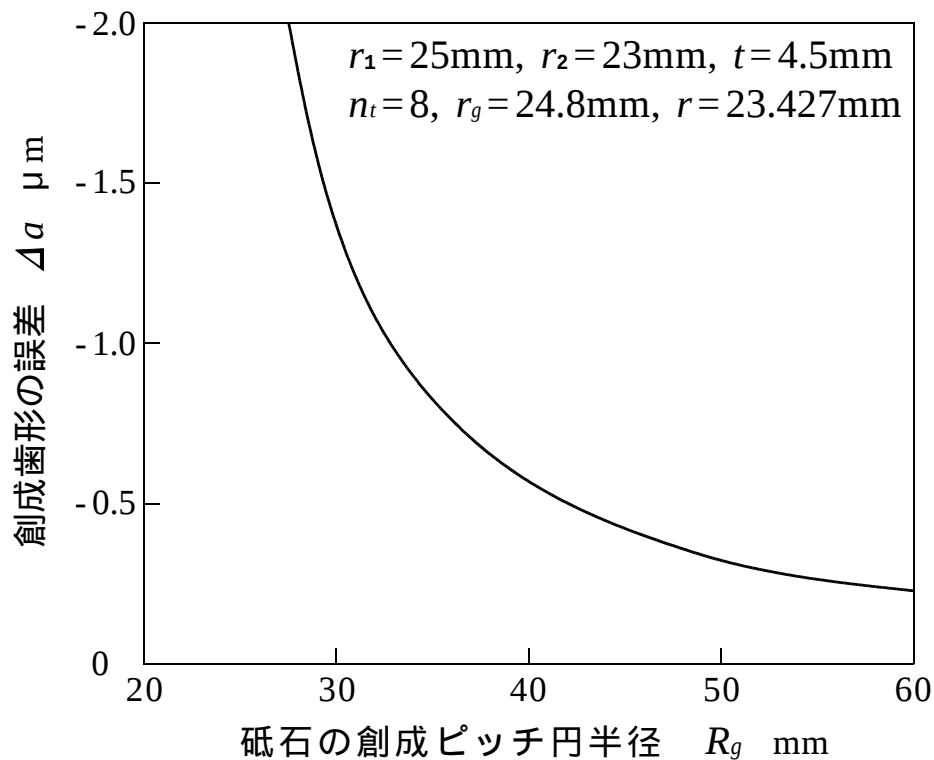


図 2.20 創成歯形の形状誤差に及ぼす砥石の創成ピッチ円半径の影響

の最小値が創成形状となり， r および δ の値で創成歯形形状が与えられる．そこで，図 2.18 に示すように，歯形の誤差は角形スプライン軸の幾何学形状と創成歯形との差を円弧長さ Δa として求めた．なお， Δa の値は幾何学形状の歯面より歯厚が厚くなる方向を正とする．図 2.19 は，歯先円半径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，歯底円半径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，歯幅 $2t = 9\text{mm}$ ，歯数 $n_t = 8$ の角形スプライン軸(JIS B1601 の 1 形)を，工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ ，ねじ状砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ で研削する場合における創成歯形の誤差 Δa を示す．同図から分かるように，創成歯形は創成ピッチ円の位置を頂点とし，幾何学形状の真の歯形から逃げた方向の凸形となる．図 2.20 は，図 2.19 の角形スプライン軸において， $r = 23.427\text{mm}$ の位置の創成歯形の形状誤差に及ぼす砥石の創成ピッチ円半径 R_g の影響を示したもので，歯形の誤差は R_g がほぼ 40mm より小さくなると，急速に増大することが分かる．すなわち，ねじ状砥石の軸平面断面における刃形を式 (2.49) および式(2.50) で与えられる形状とする場合，創成歯形の形状誤差を $1 \mu\text{m}$ 以下に抑えるためには， R_g を約 40mm 以上にする必要がある．

2.5 結 言

本章では、ねじ状砥石を用いて、任意の歯形をもつ円筒状工作物を連続的な創成法によって研削加工する場合における、ねじ状砥石と工作物との間の創成運動過程中的相対位置関係を幾何学的に解析した。また、加工歯形形状としてはインボリュートはすば歯車および角形スプライン軸をとり上げ、これらの歯形を創成するためのねじ状砥石の刃形形状をラック刃形をもとにして求め、この刃形のねじ状砥石で上記二種の歯形を創成する場合の歯形誤差を検討した結果、次のことを明らかにした。

- (1) ねじ状砥石の刃面上の任意の点（砥粒切れ刃）の運動を、工作物軸を中心軸とする円柱面座標で表すことによって、加工形状および砥石刃面上の研削作用点を求めることができる。
- (2) 工作物の任意の半径位置における歯形形状は、円柱面座標の偏角の最大値および最小値として求められる。
- (3) 直径 100mm 程度の比較的小径の小モジュールのねじ状砥石において、その軸平面のラック刃形の形状を台形すなわち直線とする場合、真のインボリュート歯形を創成するインボリュートヘリコロイドの刃形曲線からの刃形の偏位量は、最も大きい刃先側の部分で $1\ \mu\text{m}$ 以下の極めて小さい値である。
- (4) 刃直角モジュール 3、創成ピッチ円直径 100mm の直線刃形のねじ状砥石による創成歯形はインボリュート歯形からの形状誤差が $1\ \mu\text{m}$ 以下という著しく小さな値であり、直線刃形のねじ状砥石でも高精度の歯車の創成が可能である。
- (5) 角形スプライン軸の噛み合いの条件より求めたラック刃形をもとにして得られる刃形をもつ創成ピッチ円直径 100mm ねじ状砥石による創成歯形は、外径 50mm の工作物の場合、真の歯形からの形状誤差が $1\ \mu\text{m}$ 以下の小さな値である。
- (6) 創成歯形は、工作物の創成ピッチ円上では真の歯形と一致し、ピッチ円から遠ざかるにしたがって真の歯形から母材方向へ逃げる形状誤差を生じるが、これは噛み合い時に干渉を生じない安全側の誤差である。
- (7) 創成歯形の形状誤差を $1\ \mu\text{m}$ 以下に抑える場合、ねじ状砥石の直径の最小値は約 80mm である。

参 考 文 献

- 1) R.Pfenninger , Emil Bartholte : Manufacturing Engineering , (June 1978)57.
- 2) ASM HANDBOOK COMMITTEE : METALS HANDBOOK , vol. 3 , Machining , (1972) 216.
- 3) 小野浩二 : 研削仕上 , 槇書店(1962)173.
- 4) H. Opitz , H. Frank , W. Ernst und O. Daude : Westdeutscher Verlag , Köln und Opladen (1965)Verlags - Nr. 011532 , p28.
- 5) E. J. Pattinson and A. W. Chisholm : A. S. T. M. E. Int. Conf. Manufacturing Tech. University of Michigan , Sept. 1967 , p601.
- 6) A. Bhattacharyya and S. R. Deb : Trans. ASME , Ser. B , 92 , 2 , (1970)103.
- 7) 梅崎洋二 , 有浦泰常 , 丘 華 : 精密工学会誌 , 54 , 1(1988)132.
- 8) S. Enache , Gh. Oproescu and E. Strajescu : Annals of the CIRP , vol. 30 , 1(1981)293.
- 9) 有浦泰常 , 丘 華 , 梅崎洋二 : 日本機械学会論文集(C 編) , 52 , 480(1986)2160.
- 10) 相浦正人 , 米倉将隆 , 永野喜三郎 : 不二越技報 , 38 , 2(1982)1.
- 11) 米倉将隆 , 永野喜三郎 , 桜木 功 : 久留米工業高等専門学校紀要 , 7 , 1(1991)1.
- 12) 山中 将 , 中村 久 , 江村 超 , 杉田和彦 : 精密工学会誌 , 61 , 8(1995)1161.
- 13) W. König , G. Mauer und G. Röber : GEAR TECHNOLOGY , NOV. /DEC. (1993)10.
- 14) 穂屋下茂 , 石橋 彰 : 日本機械学会論文集(C 編) , 60 , 579(1994)3948.
- 15) 齒車便覧編集委員会編 : 齒車便覧(増補改訂版) , 日刊工業新聞社(1970)931.
- 16) 齒車便覧編集委員会編 : 齒車便覧(増補改訂版) , 日刊工業新聞社(1970)932.
- 17) 齒車便覧編集委員会編 : 齒車便覧(増補改訂版) , 日刊工業新聞社(1970)216.

第3章 多数歯の高切込み歯車研削における加工量の解析

3.1 緒 言

ねじ状砥石によるインボリュート歯車の研削加工は、歯車の噛み合いにもとづいた連続的創成加工法であり、他の歯車研削法に比べてピッチ精度が良好で生産性も高いが、歯車の製造コストに占める研削加工のコスト割合は高い。そこで、在来砥石を用いて粗研削中に砥石軸を連続的に軸方向に移動させて行われるシフト研削法¹⁾、同一軸上で粗および仕上げ加工用 CBN ねじ状砥石を連続的に操作させて行われる研削²⁾を NC 研削盤で行うことによって、砥石損耗による加工精度の低下を抑制しながら加工能率を向上させることが図られている。しかし、歯車に対する研削加工の高生産性の要求がますます高くなっている現状においては、更なる高能率化によって仕上げ加工コストを一層低減させることが必要とされている。

一般的に、加工能率を上げると、工具の損耗が増加し、加工精度の低下を招く。このように能率と精度は相反する関係にあり、両者を共に向上させるという命題を克服することは著しく難しい。精度低下を伴わない高能率化を実現するための条件を求めるためには、工具の損耗と加工条件の関係を把握しておくことが必要である。しかし、ねじ状砥石を用いる歯車研削において、砥石の切れ刃輪郭の計算手法^{3), 4)}や歯筋修整した歯形の計算手法⁵⁾に関する研究等はあるものの、歯形の創成過程や砥石の損耗と加工条件との相互関係等に関する研究は見あたらない。

通常の研削加工において、砥石切込み量を加工取り代と等しくする高切込みのクリープフィード研削を行うことによって、研削行程数を減じて加工時間を大幅に短縮できるので、著しく加工能率を向上させることが可能となる。同様に、ねじ状砥石による歯車研削加工においても、切込み深さを大きくすることが加工の高能率化に対して有効である。しかし、歯車研削加工では、一般の研削加工の場合と異なり、歯車の研削に關与する砥石刃面上の領域が特定の範囲に限られ、更に加工歯車の1回転中には歯数分だけ、歯車軸方向には加工送り回数分だけ、同一の研削作用領域の砥石刃面で加工することになるため、砥石損耗が大きくなりやすい。さらに、三次元のかみ合い創成運動であるため、砥石刃面の各位置によって研削作用領域および加工量が変化し、砥石損耗量も異なることが推察される。従

って，高精度化および高能率化という互いに相反する二つの要求を実現するためには，加工精度に対して直接影響を及ぼす砥石損耗と加工条件との関係を明らかにする必要がある．また，砥石刃面上の歯形の創成に關与する部分の損耗が歯形誤差発生の要因となるため，研削加工過程を詳細に検討し，加工機構を説明しなければならない．

本章では，高砥石切込みによる高能率研削加工において安定した研削状態が得られる低砥石速度によるクリープフィード研削法⁶⁾をねじ状砥石による多数歯のインボリュート歯車の研削加工に適用することを試み，小径の1条ねじ状砥石を用いてインボリュートはすば歯車の歯面を加工取り代に等しい高切込みで研削仕上げする場合および小モジュールのインボリュート平歯車を全歯丈切込みで歯切り加工する場合について，第2章で求めたねじ状砥石と加工歯車の相対位置関係を表す基礎式をもとに数値解析を行う．その結果をもとに，各砥石刃面の研削加工過程を明らかにし，砥石損耗と密接な関係がある砥石刃面の任意位置における単位面積当たりの加工量に及ぼす加工条件の影響を検討する．

3.2 砥石刃面上での研削作用位置と加工歯面形状との関係

本節では，砥石刃面上での研削作用領域を明らかにするため，第2章の2.3節で導出した砥石刃面上の任意点の運動軌跡を表す基礎式をもとに，研削過程中的工作物の加工歯面形状を求め，その際の砥石刃面上の創成位置および研削終了位置について検討する．

3.2.1 歯面加工の場合

本項では，図3.1に示すように，予めコブ付きホブ等で前加工されたインボリュート歯形の工作物（加工歯車）に対して所定の歯厚分だけ切込みを与えて，歯面のみを研削除去する場合のリーディング側およびトレイリング側の砥石刃面について検討する．

インボリュート歯車を創成する砥石刃面のラック刃形の形状を表す式(2.25)を，研削作用点の運動軌跡を

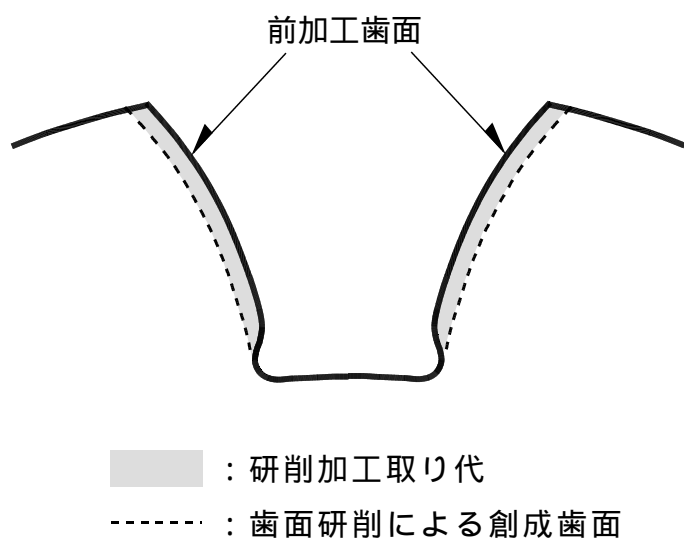


図 3.1 歯面研削加工の加工取り代

表す式 (2.37) , 式(2.38) および式 (2.39) に代入すると , それぞれ次式のようになる .
 ここでは , 歯数が十分に多い歯車の場合について検討するので , 歯車の一歯分だけ工作物が回転する間に砥石が工作物軸方向に移動する量は著しく小さく , 一つの歯面を創成中の砥石軸の z 軸方向への移動すなわち式 (2.39) の右辺第 3 項を無視することが可能であり , $z_f = 0$ として考えることにする .

$$r = \sqrt{\left\{ (e \pm K_w) \cos \Gamma - R \left(\sin \Gamma \sin \theta \pm \frac{\tan \alpha_n \cos \Gamma}{\cos \gamma_0} \right) \right\}^2 + (C - R \cos \theta)^2} \quad (3.1)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(e \pm K_w) \cos \Gamma - R \left(\sin \Gamma \sin \theta \pm \frac{\tan \alpha_n \cos \Gamma}{\cos \gamma_0} \right)}{C - R \cos \theta} - \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (3.2)$$

$$z = (e \pm K_w) \sin \Gamma + R \left(\cos \Gamma \sin \theta \mp \frac{\tan \alpha_n \sin \Gamma}{\cos \gamma_0} \right) \quad (3.3)$$

ただし ,

$$K_w = \frac{1}{\cos \gamma_0} \left(\frac{\pi m_n}{4} + R_0 \tan \alpha_n \right)$$

式 (3.1) , 式 (3.2) および式 (3.3) は , 砥石の回転軸から距離 R の砥石刃面の運動軌跡を表すものであるが , これらの式から工作物の加工歯形形状 (r , δ , z) および砥石刃面上の研削作用位置 (R , e) を直接求めることは著しく困難である . そこで , 数値解析によって , 加工形状および砥石刃面上の研削作用位置を求めるために , 式 (3.1) および式 (3.3) より , R を消去する . まず , 式 (3.3) を次式のように変形する .

$$R = \frac{z - (e \pm K_w) \sin \Gamma}{\cos \Gamma \sin \theta \mp \frac{\tan \alpha_n \sin \Gamma}{\cos \gamma_0}} \quad (3.4)$$

式 (3.4) を式 (3.2) に代入すると , 次式が得られる .

$$r^2 = \left\{ (e \pm K_w) \cos \Gamma + \frac{\{z - (e \pm K_w) \sin \Gamma\} (\mp \tan \alpha_n \cos \Gamma - \cos \gamma_0 \sin \Gamma \sin \theta)}{\cos \gamma_0 \cos \Gamma \sin \theta \mp \tan \alpha_n \sin \Gamma} \right\}^2 + \left\{ C - \frac{\{z - (e \pm K_w) \sin \Gamma\} \cos \gamma_0 \cos \theta}{\cos \gamma_0 \cos \Gamma \sin \theta \mp \tan \alpha_n \sin \Gamma} \right\}^2 \quad (3.5)$$

創成歯形状，加工歯面形状（三次元的な歯形状を軸断面上の歯形状と区別し，以後歯面形状と呼ぶことにする）および砥石刃面上の研削作用位置は，式（3.2）～式（3.5）を用いて求められる．しかし，歯筋にねじれのあるはすば歯車においては，式（3.2）で与えられる δ の値そのもので歯厚方向に最も深く切込む点を決定することはできない． δ の値によって歯形を決定するためには，工作物軸に垂直な同一断面上における δ の値を求める必要がある．そこで， δ を $z = 0$ の軸直角断面の歯形を表す値へと変換する方法について次に検討する．

図 3.2 (a) において， $z = 0$ の軸直角断面位置， z は右ねじれはすば歯車の歯面上の任意の点 $C(r, \delta, z)$ を含む軸直角断面の位置を表し，同図 (b) において，実線は $z = 0$ 断面，破線は z 断面の歯形を表している．点 P_0 および点 A はそれぞれ $z = 0$ 断面および z 断面におけるピッチ円上での歯溝の midpoint であり，点 D は $z = 0$ 断面において点 C に相当する歯面上の点である．同図において，次の関係が成り立つ．

$$\widehat{AP_0} = \widehat{AB} \quad (3.6)$$

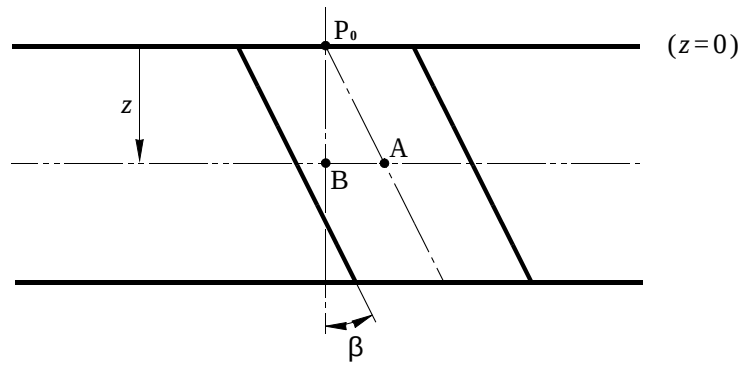
$$AB = z \tan \beta \quad (3.7)$$

$$\angle AO_1P_0 = \angle CO_1D \quad (3.8)$$

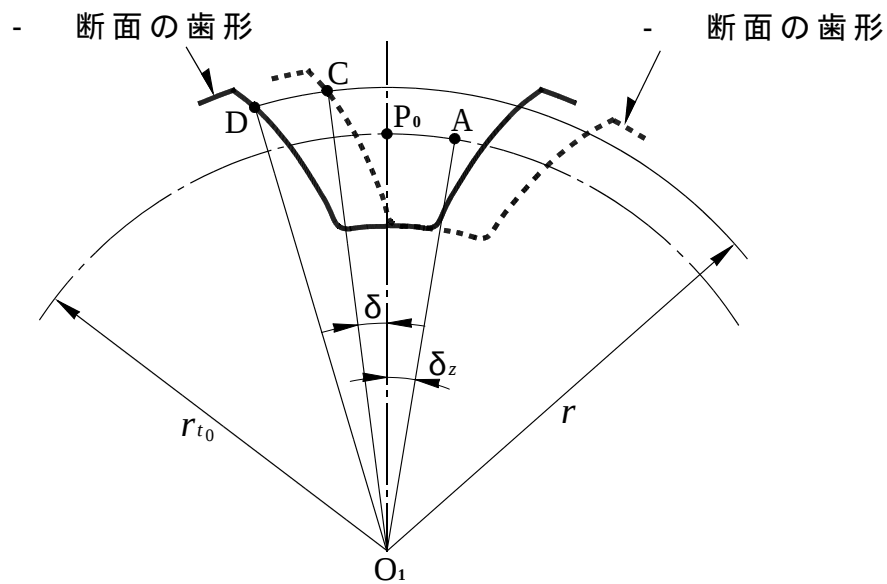
従って， $z = 0$ 断面の歯形と z 断面の歯形との間の点 O_1 を中心とする回転角度の差 δ_z は

$$\delta_z = \frac{z \tan \beta}{r_{t0}} \quad (3.9)$$

となるので，点 C の δ を $z = 0$ 断面上の点 D に変換する値 δ は次式で与えられる．



(a) ピッチ円筒の展開図



(b) 軸直角断面における歯形

図 3.2 軸直角断面における歯形形状

$$\delta' = \delta \pm \delta_z \quad (3.10)$$

ここで、 $\pm$ の符号のうち上の符号(+)は砥石と工作物のねじれ方向が等しい場合であり、下の符号(-)は両者のねじれ方向が異なる場合である。加工歯面形状は、砥石刃面によって研削除去されずに残存する点によって形成されることになるので、リーディング側歯面では δ の最大値 δ_{max} 、トレーリング側歯面では δ の最小値 δ_{min} で決定することができる。

次に、歯面の研削加工取り代については、軸直角断面の歯形を示す図 3.3 をもとに検討する。同図において、砥石の半径方向の切込み深さを h 、創成歯形および前加工歯形はそれぞれ半径 r_{tb} の基礎円上の点 A および B を起点とするインボリュート曲線から成るもの

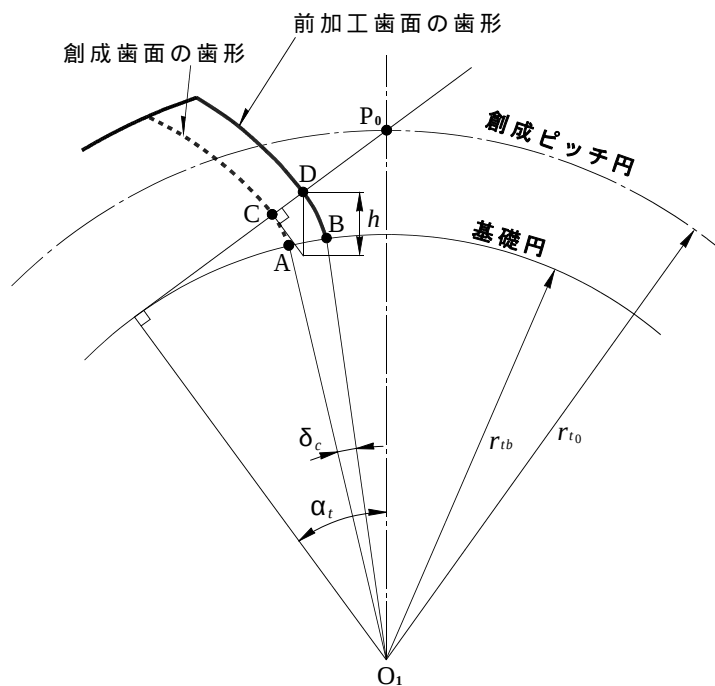


図 3.3 前加工歯面の歯形形状

とし， $\widehat{AO_1B}$ を δ_c とすると，次式の関係が得られる．

$$\begin{aligned}\widehat{AB} &= \widehat{CD} \\ &= h \sin \alpha_t\end{aligned}\tag{3.11}$$

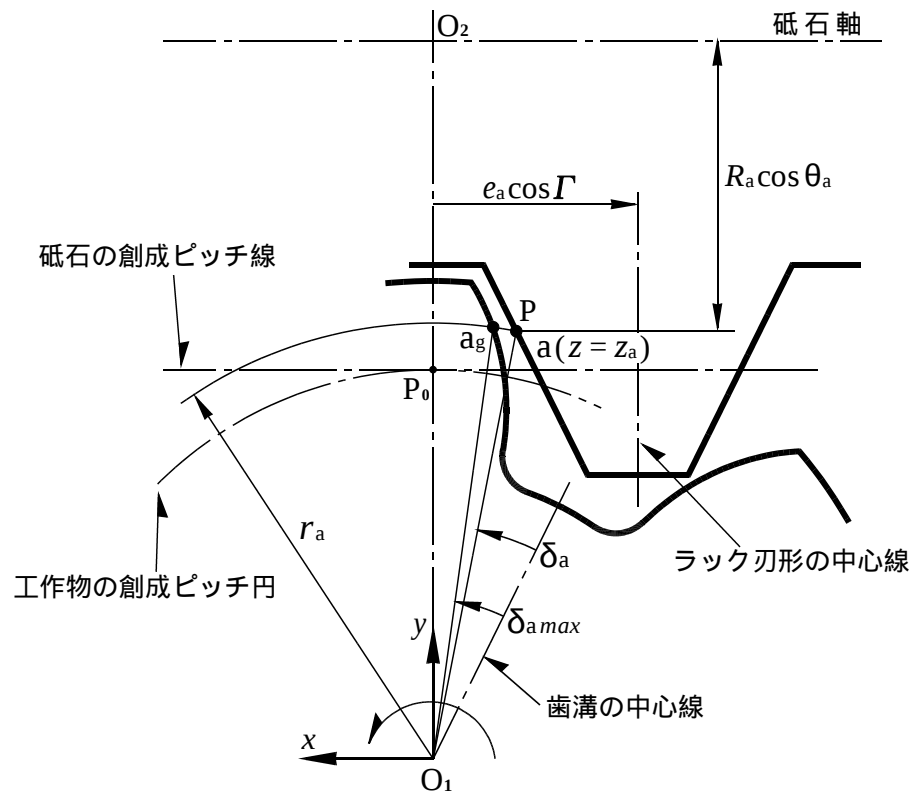
$$\begin{aligned}\delta_c &= \frac{\widehat{AB}}{r_{tb}} \\ &= \frac{h \sin \alpha_t}{r_{t0} \cos \alpha_t} = \frac{h \tan \alpha_t}{r_{t0}}\end{aligned}\tag{3.12}$$

ここで， $\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$ であるので，式 (3.12) は次のようになる．

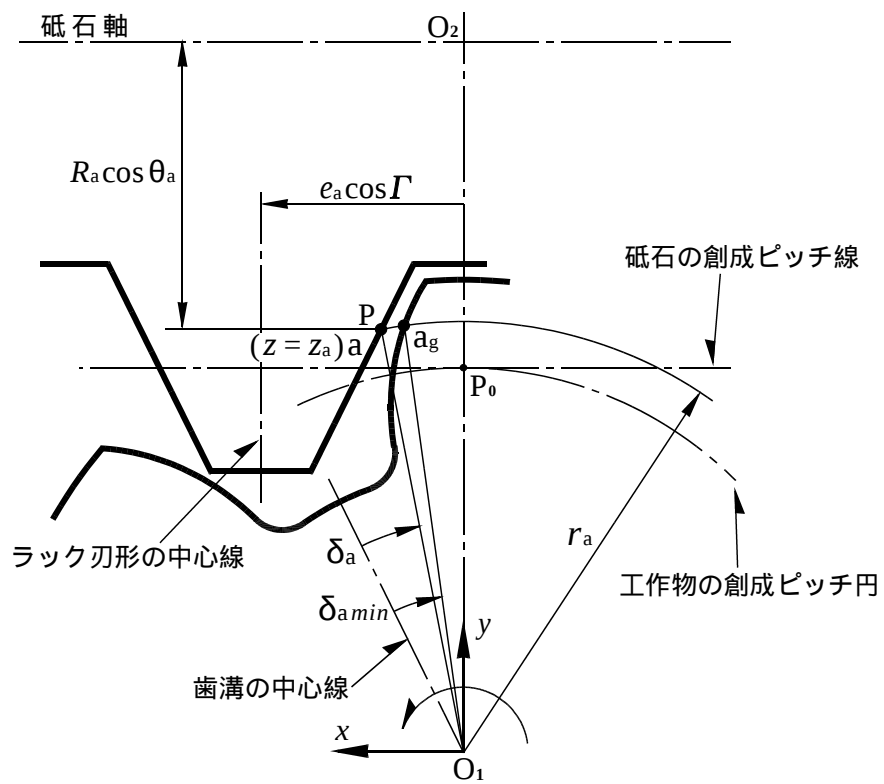
$$\delta_c = \frac{h \tan \alpha_n}{r_{t0} \cos \beta}\tag{3.13}$$

創成歯形形状を与える δ を δ_g とすると，軸直角断面における前加工歯形形状 δ_p は

$$\delta_p = \delta'_g \mp \delta_c\tag{3.14}$$



(a) リーディング側



(b) トレーリング側

図 3.4 任意の xy 平面上における歯面の研削加工過程

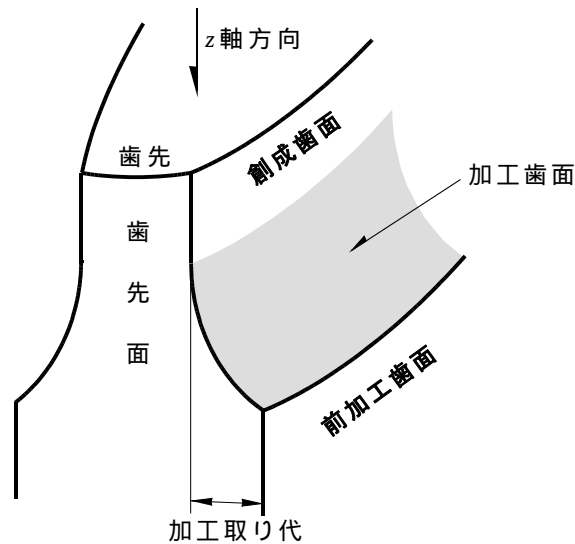


図 3.5 研削加工過程における創成歯面と加工歯面

となる．ただし， $\mp$ の符号のうち上の符号（ $-$ ）はリーディング側歯面，下の符号（ $+$ ）はトレーリング側歯面の場合を表す．

創成歯形形状および砥石刃面上の歯形の創成に關与する位置（以後，創成位置と呼ぶ）を求めるためには，まず，式（3.5）において任意の r を与え， e および z を変数として， θ の値を求め，式（3.4）より R の値を得たのち，式（3.2）によって，歯溝上の任意の r における円周方向の位置を与える δ を求め，工作物の歯溝上の点群（図 3.4 の点 a （ r_a ， δ_a ， z_a ）の集まり）を得る必要がある．これらの点群のうち，歯厚方向に最も深く切込む点 a_g は，リーディング側歯面の場合には式（3.10）で求められる δ の最大値，トレーリング側歯面の場合には δ の最小値で決定することができ，この点が創成歯形となり，その際の砥石刃面上の研削作用点が創成点となる．また， z 軸方向への加工歯面形状は，創成歯形形状を与える z の値を基準として， δ の値が δ_p の値に達するまで z を増加させて計算することによって，歯面の研削取り代相当分として求められる．なお， z 軸方向への加工歯面とは，図 3.5 に示すように，加工が完了した創成歯面と前加工歯面との間に形成される加工過程の領域の歯面（灰色部分）を言う．ここで， e は砥石の回転角に対応する値であり，ねじ状砥石の 1 回転に対して砥石軸方向の断面上においてラック刃形はピッチ t_s だけ進むので， e と同様にピッチ点を原点とする砥石の回転位置 ω は，式（2.23）より，次式で表される．

$$\omega = \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \quad (3.15)$$

$$m_n = 3, \quad n_t = 26, \quad \beta = 30^\circ, \quad R_0 = 55 \text{ mm}$$

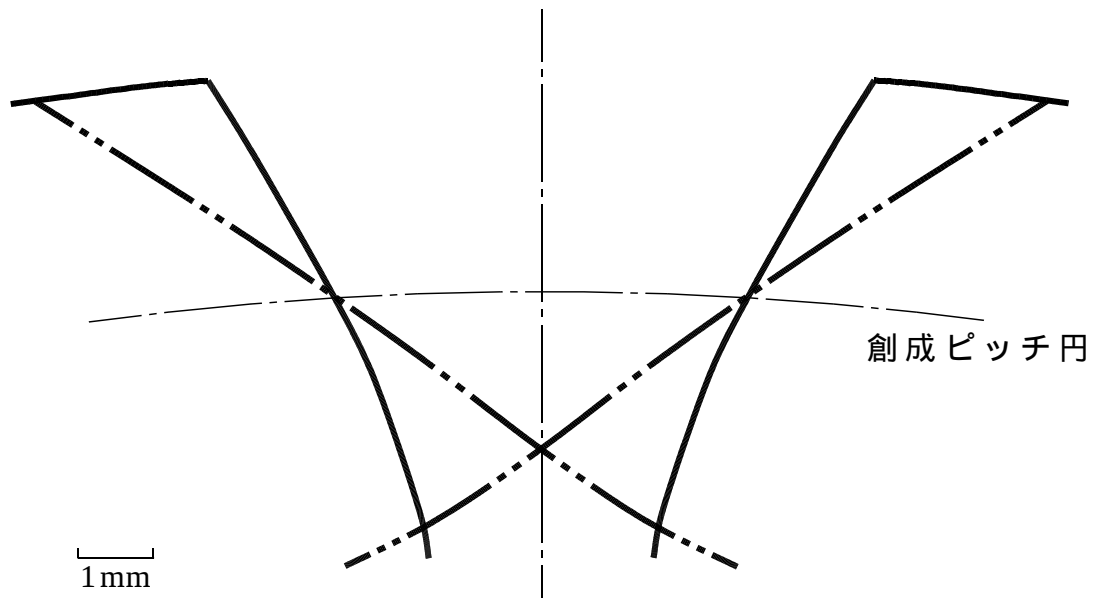


図 3.6 はすば歯車の歯面の創成形状

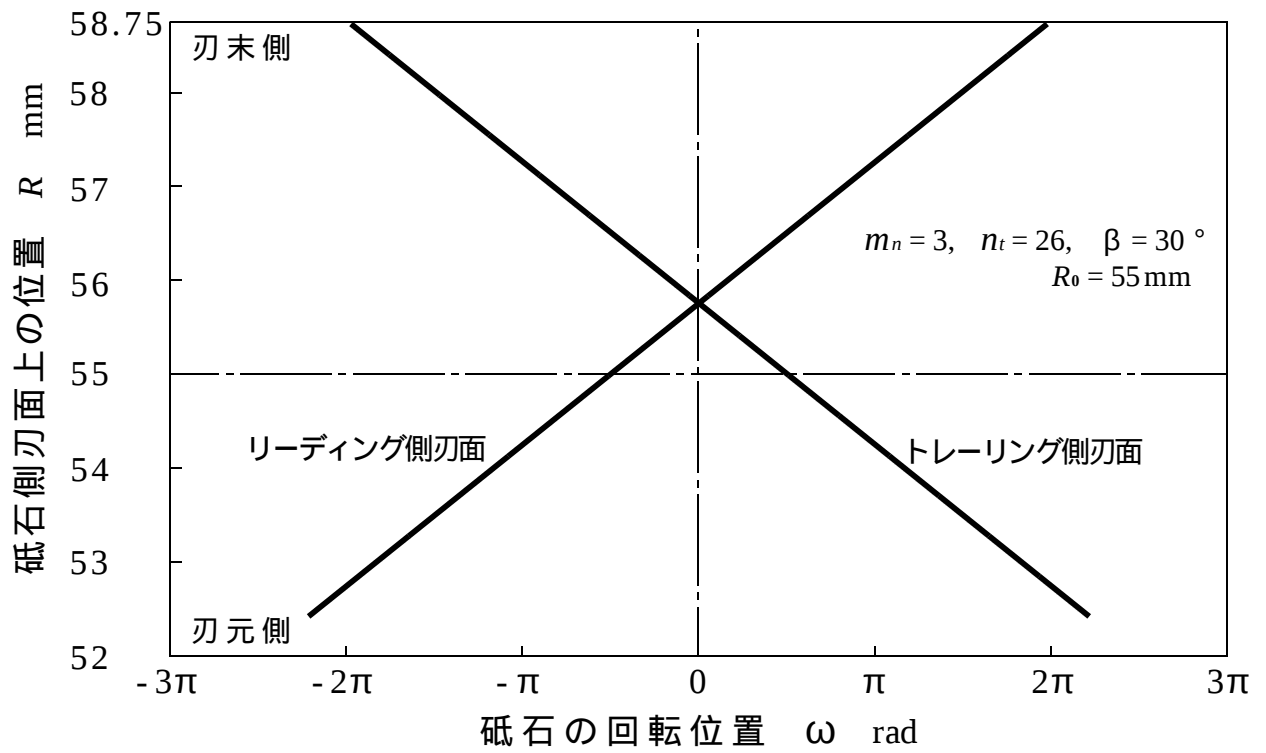


図 3.7 砥石側刃面上の創成位置

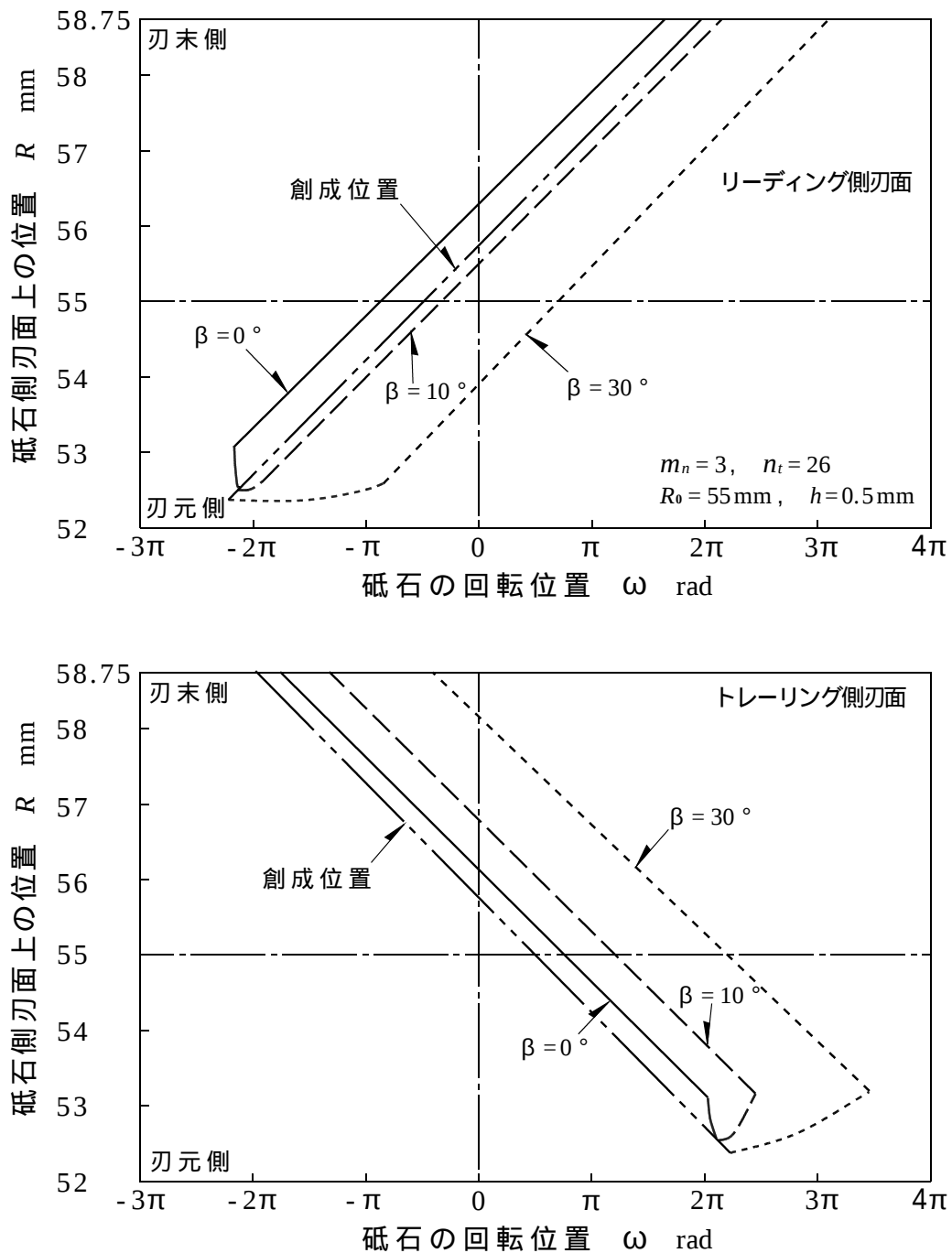


図 3.8 加工歯面形状の形成に關する砥石側刃面上の領域(ねじれ方向が等しい場合)

図 3.6 は, $R_0 = 55 \text{ mm}$ の 1 条ねじ状砥石による $m_n = 3$, $n_t = 26$, $\beta = 30^\circ$ の標準はすば歯車の創成歯形形状を示したもので, 実線は軸直角断面の形状すなわち式 (3.10) で与えられる δ の値であり, 二点鎖線は $z = 0$ の位置を基準とする実際の創成位置における δ の値である. なお, ねじれ方向の相異による違いはない.

図 3.7 は, 図 3.6 の場合の砥石刃面上の創成位置を示したものである. 同図は, 横軸に

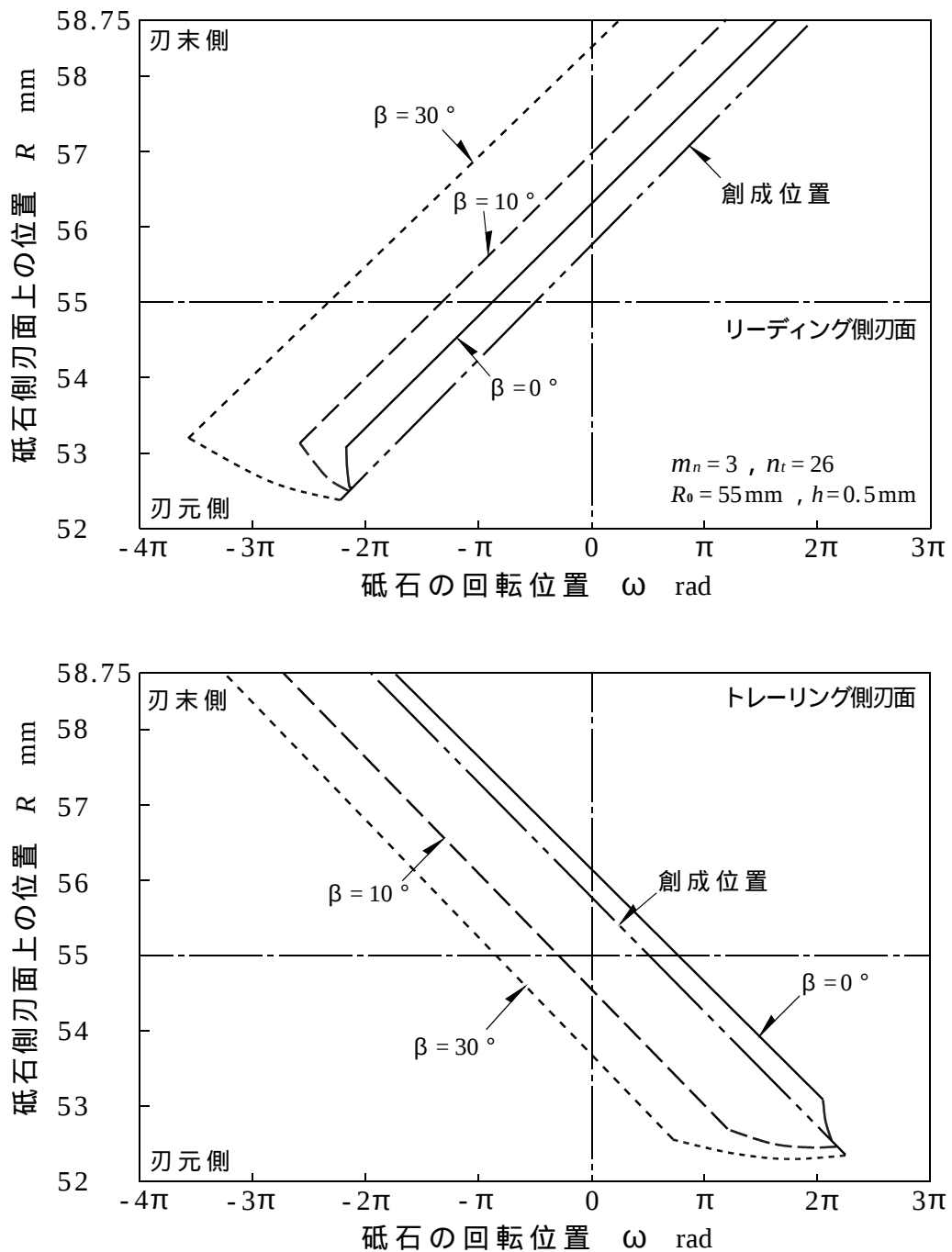


図 3.9 加工歯面形状の形成に關与する砥石側刃面上の領域(ねじれ方向が異なる場合)

砥石回転位置 ω を、縦軸に砥石刃面上の半径位置をとり、砥石のリーディング側およびトレーリング側の刃面を展開図として示している。両刃面の創成位置は砥石回転位置が0の位置に対して対称となっており、歯形の創成は砥石の約2回転中に行われることが分かる。なお、砥石刃面上の創成位置は、歯数およびねじれ角によって変化せず、歯先部を創成する刃元側が歯数およびねじれ角の増大につれて僅かにその位置が延長されるのみである。

次に，加工歯面形状を形成中の砥石刃面上の研削終了位置について考察する．研削終了位置とは，砥石軸から距離 R の砥石刃面が工作物の加工歯面を最も遅く形成する位置で，砥石刃面上の R の位置において砥石回転位置 ω が最大となる点である．2.3.2 項で述べたように，一つの歯面形状の形成中においては加工送りの影響を無視できるので，研削終了位置は，砥石軸の工作物軸方向への移動がないものとして得られる加工歯面形状の形成に關与する砥石刃面上の領域から求めることができる．

図 3.8 は， $R_0 = 55\text{mm}$ の砥石を用いて砥石半径方向の切込み $h = 0.5\text{mm}$ で， $m_n = 3$ ， $n_t = 26$ ， $\beta = 0^\circ, 10^\circ, 30^\circ$ の砥石とねじれ方向が等しい標準はすば歯車を創成する場合の加工歯面の形成に關与する砥石刃面上の領域を示す．また，砥石と加工はすば歯車のねじれ方向が異なる場合を図 3.9 に示す．なお，両図において創成位置を示す二点鎖線とそれぞれの β の値に対応する線とで囲まれた部分が加工歯面の形成に關与する領域を示し，創成位置より右側の線が研削終了位置となり，最も右側の線が創成位置となる場合は創成位置と研削終了位置が一致することを表している．両図から分かるように，ねじれ方向，ねじれ角，左右の刃面位置によって，歯形創成への研削過程が異なることが分かる．すなわち，平歯車（ $\beta = 0^\circ$ ）の場合，リーディング側刃面においては創成位置が終了位置となり，トレーリング側刃面においては創成後も研削作用が続行し，創成位置と研削終了位置は一致しない．はすば歯車においては，ねじれ方向が等しい場合，両刃面とも創成後も研削作用が続行し， β の増加に伴い創成後の研削作用領域は拡大する．一方，ねじれ方向が異なる場合，リーディング側刃面では， β に関係なく創成位置が研削終了位置となり，トレーリング側刃面では， β が約 5° 以上になると，創成後の研削作用領域が無くなり，創成位置が研削終了位置となる．従って，加工精度の観点から見れば，ねじれ方向が等しい場合よりも異なる場合の方が，加工精度が良いものと考えられる．ねじれ方向を逆にする加工法の有効性については，相浦ら⁷⁾のセービングホブを用いたはすば歯車の仕上削りで，両者のねじれ方向が逆の場合の方が歯形誤差が少なくなるという実験結果によって指摘されている．

3.2.2 全歯丈切込み加工の場合

ラック形刃形の 1 条ねじ状砥石を用いて，インボリュート歯車を全歯丈切込み加工する場合，図 3.10 に示す加工歯形のうちリーディング側歯面 AB およびトレーリング側歯面 CD はそれぞれ図 3.11 に示すねじ状砥石のラック刃形の GH および IJ の刃面で形成され

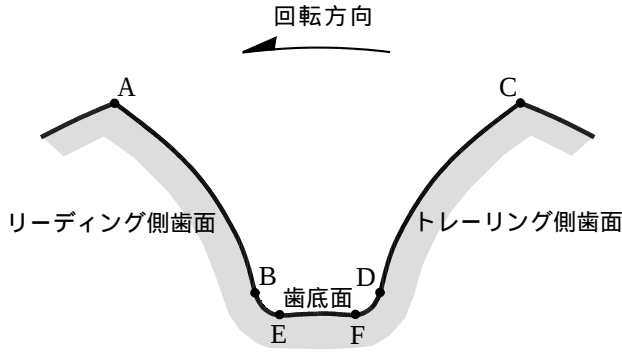


図 3.10 加工歯形形状

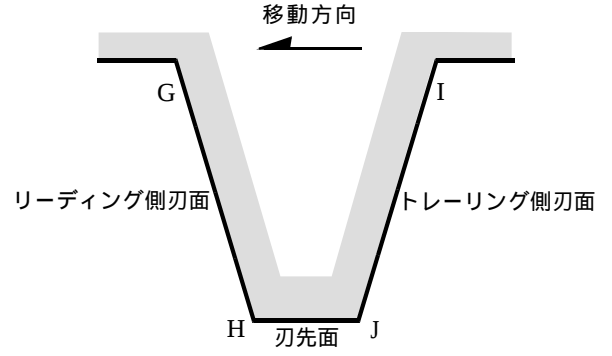


図 3.11 砥石のラック刃形

る．また，歯底面 EF はラックの刃先面 HI で，歯底角部の削り残される部分（以後，隅肉部と呼ぶ）BE および DF はそれぞれラックの刃先角部の H および J で形成される．従って，工作物の歯形形状は作用するラックの刃面ごとに検討する必要がある．

まず，砥石刃面上の研削作用点がリーディング側およびトレーリング側の砥石刃面上（図 3.11 の GH および IJ ）にある場合の創成位置，研削終了位置および加工歯面形状の求め方については，前述の 3.1.1 項の歯面加工の場合と同様である．

次に，砥石のラック形刃面の刃先角部および刃先面で隅肉部および歯底面を形成する場合について考察する．隅肉部 BE および DF が砥石の刃先角部 H および J によって形成される場合には，式 (3.1)，式 (3.2) および式 (3.3) において， $R = R_1$ （ねじ状砥石の外半径）であるので，次式の関係が成り立つ．

$$r = \sqrt{\left\{ (e \pm K_w) \cos \Gamma - R_1 \left[\sin \Gamma \sin \theta \pm \frac{\tan \alpha_n \cos \Gamma}{\cos \gamma_0} \right] \right\}^2 + (C - R_1 \cos \theta)^2} \quad (3.16)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(e \pm K_w) \cos \Gamma - R_1 \left[\sin \Gamma \sin \theta \pm \frac{\tan \alpha_n \cos \Gamma}{\cos \gamma_0} \right]}{C - R_1 \cos \theta} - \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (3.17)$$

$$z = (e \pm K_w) \sin \Gamma + R_1 \left[\cos \Gamma \sin \theta \mp \frac{\tan \alpha_n \sin \Gamma}{\cos \gamma_0} \right] \quad (3.18)$$

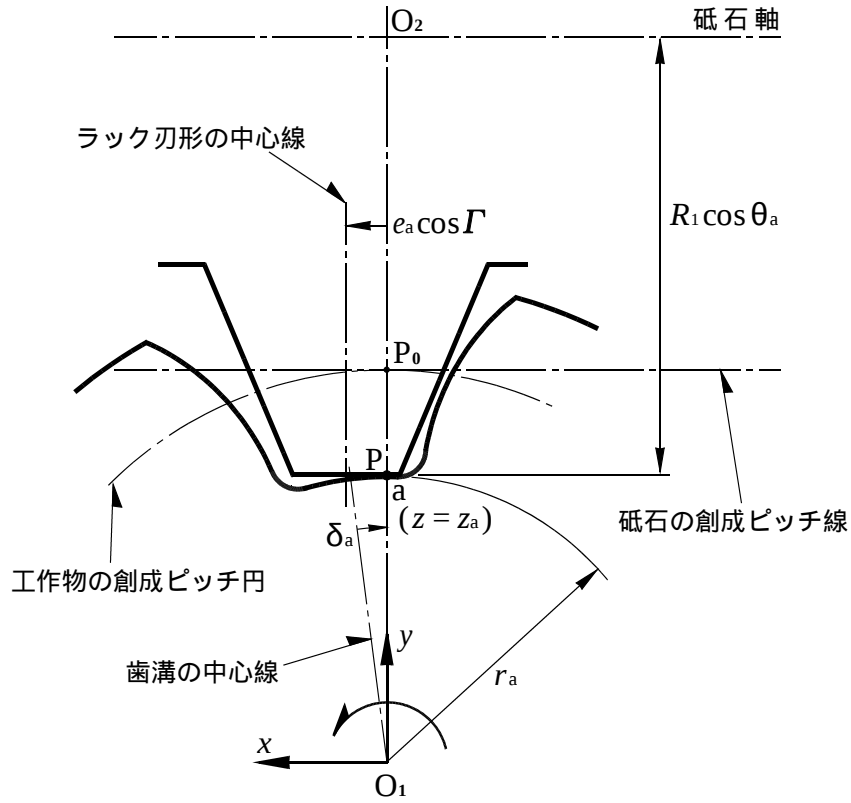


図 3.12 砥石刃先面による歯底面の研削加工過程

また，砥石のラック形刃面の刃先面 HJ ($R = R_1$) が工作物の半径方向に最も深く切込むことによって，加工歯車の歯底面 EF が形成される．すなわち，図 3.12 に示すように，歯底面は $x = 0$ の位置で形成されるので，式 (2.4)，式 (2.37)，式 (2.38) および式 (2.39)より，次式が得られる．

$$(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R_1 \sin \Gamma \sin \theta = 0 \quad (3.19)$$

$$r = C - R_1 \cos \theta \quad (3.20)$$

$$\delta = -\frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (3.21)$$

$$z = R_1 \cos \Gamma \sin \theta + (e + \varepsilon) \sin \Gamma \quad (3.22)$$

式 (3.19) より

$$e = R_1 \tan \Gamma \sin \theta - \varepsilon \quad (3.23)$$

となり，上式を式(3.22)に代入すると

$$\begin{aligned} z &= R_1 \cos \Gamma \sin \theta + R_1 \sin \Gamma \tan \Gamma \sin \theta \\ &= \frac{R_1 \sin \theta}{\cos \Gamma} \end{aligned} \quad (3.24)$$

であるので，

$$\sin \theta = \frac{z \cos \Gamma}{R_1} \quad (3.25)$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{z \cos \Gamma}{R_1} \quad (3.26)$$

が得られ，式 (3.23) および式 (3.25) より e は次式で求めることができる．

$$e = z \sin \Gamma - \varepsilon \quad (3.27)$$

また， r は式 (3.20) および 式 (3.25) より， δ は式 (3.21)，式 (3.26) および式 (3.27) より，それぞれ次式によって求めることができる．

$$\begin{aligned} r &= C - R_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \\ &= C - \sqrt{R_1^2 - (z \cos \Gamma)^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\delta = -\frac{1}{n_t} \left\{ \sin^{-1} \frac{z \cos \Gamma}{R_1} + \frac{2 \cos \gamma_0}{m_n} (z \sin \Gamma - \varepsilon) \right\} \quad (3.29)$$

なお，歯底の創成形状および創成時の砥石刃面上の研削作用位置 (ε ， e) は，式 (3.28) において r が最小となる $z = 0$ 場合で，このとき式 (3.24) の関係より $\theta = 0$ であるので，それぞれ次式で求めることができる．

$$r = C - R_1 \quad (3.30)$$

$$\delta = \frac{2 \varepsilon \cos \gamma_0}{m_n n_t} \quad (3.31)$$

$$e = -\varepsilon \quad (3.32)$$

ただし， ε は第 2 章の式 (2.26) で示される範囲の値であり，砥石のラック刃形のリーディング側刃面の刃先角部すなわち図 3.11 の点 H における ε を ε_l ，トレーリング側刃面の刃先角部（点 J）における ε を ε_t とすると，それぞれ次式で表される．

$$\varepsilon_l = \frac{1}{\cos \gamma_0} \left\{ \frac{\pi m_n}{4} + (R_0 - R_1) \tan \alpha_n \right\} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_t = -\frac{1}{\cos \gamma_0} \left\{ \frac{\pi m_n}{4} + (R_0 - R_1) \tan \alpha_n \right\} \quad (3.34)$$

以上の式をもとにして，まず歯形の創成形状および創成時の砥石刃面上の研削作用位置すなわち創成位置を求めることにする．

歯面の場合には，式 (3.2) ～ 式 (3.5) を用いて，歯面加工の場合と同様な方法で求められる．ただし， r については，工作物の外半径 r_1 から減少させながら，創成点を研削する R の値が砥石の外半径 R_1 に等しくなる点（ $r = r_{limit}$ ，図 3.10 の点 B および点 D に相当）まで与える．歯底面の場合は， $\varepsilon_t \leq \varepsilon \leq \varepsilon_l$ の範囲の ε の値を与えて，式 (3.30)，式 (3.31) および式 (3.32) によって，創成形状および砥石刃面上の創成位置が求められる．隅肉部の場合は，式 (3.16)，式 (3.17) および式 (3.18) において， r に対して r_{limit} から式 (3.30) で求められる値の範囲内の値を与えて，リーディング側歯面では最大値，トレーリング側歯面では最小値となるような δ の値を求めることによって，創成形状および砥石刃面上の創成位置が求められる．

z 軸方向を考慮した加工歯面形状（以後，全歯丈切込み加工の場合には加工歯溝形状と呼ぶ）は，上記のようにして求めた創成形状の z を基準として，ねじ状砥石と工作物の干渉領域が存在しなくなる，すなわち $R = R_1$ の砥石刃面が工作物に接触しなくなるまで， z を増加させて計算することによって得られる．歯面および隅肉部の場合には，創成形状を求めるときと同じ式を用いて， r および z の値を与えて，リーディング側歯面では最大値，トレーリング側歯面では最小値となる δ の値を求めることによって，加工歯溝形状および砥石刃面上の研削作用位置が求められる．歯底面の場合には，式 (3.27)，式 (3.28) および式 (3.29) に対して， $\varepsilon_t \leq \varepsilon \leq \varepsilon_l$ の範囲の ε および z の値を与えて，加工歯溝形状および砥石刃面上の研削作用位置が求められる．

図 3.13 は， $m_n = 1$ ， $n_t = 78$ ， $\beta = 0^\circ$ の並歯標準平歯車を $R_0 = 60\text{mm}$ のねじ状砥石を

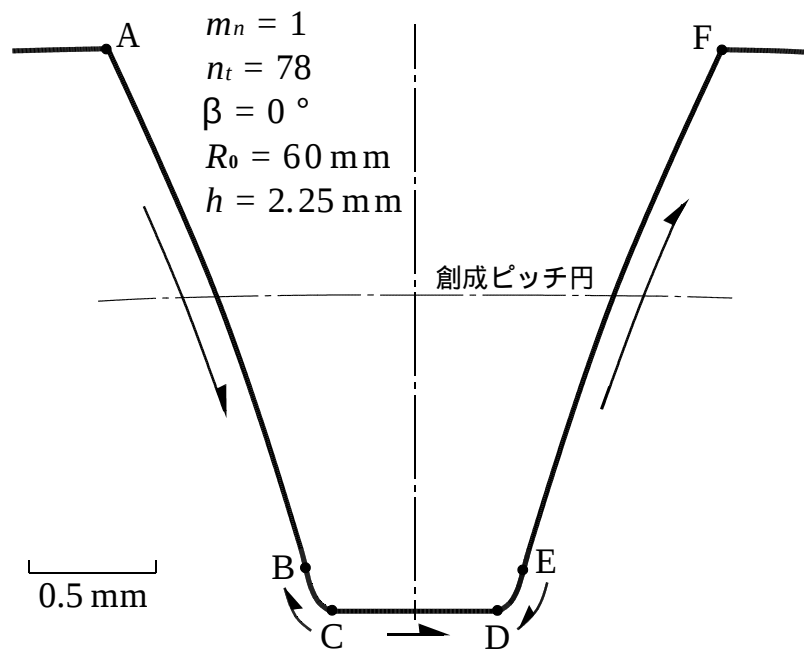


図 3.13 歯溝の創成形状の一例

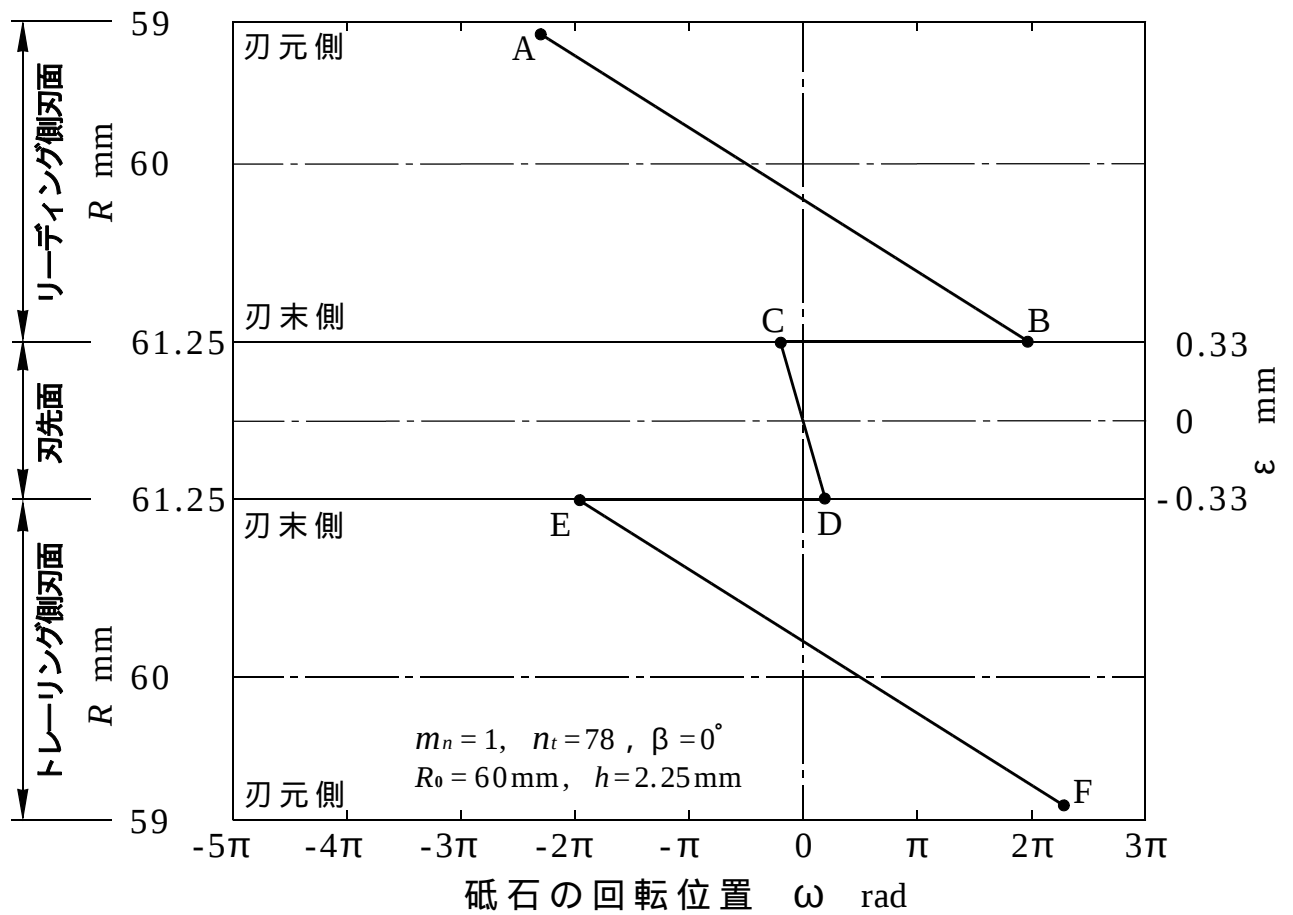


図 3.14 砥石刃面上の創成位置

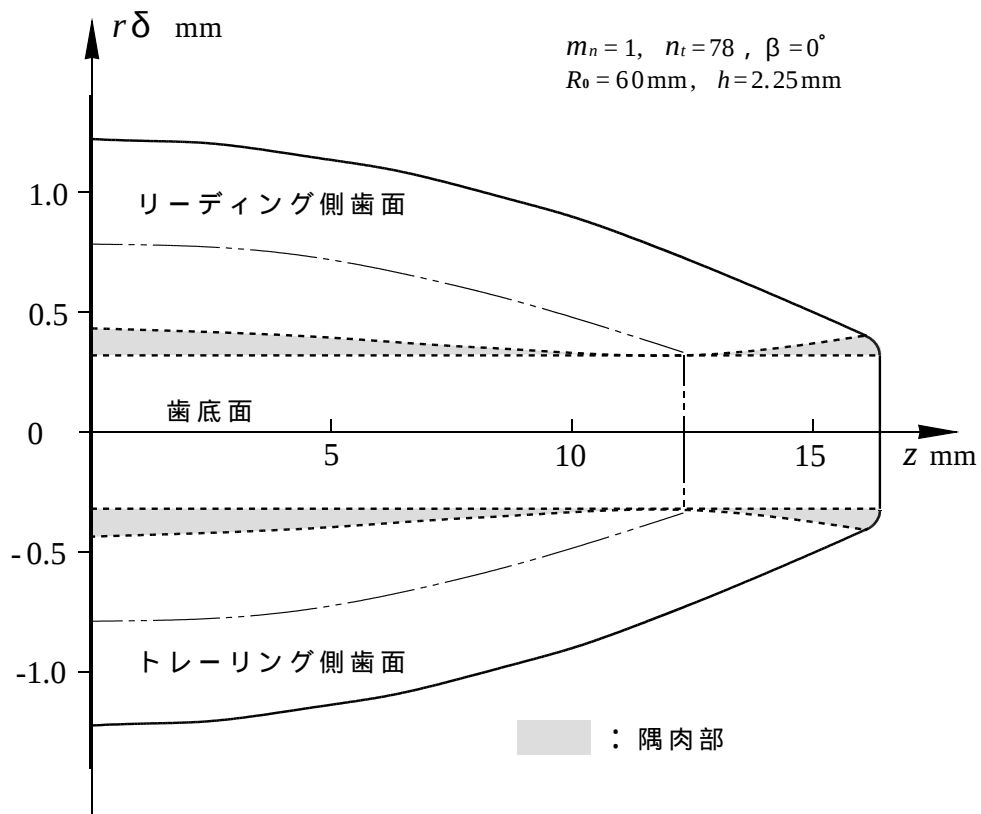


図 3.15 歯溝の加工形状

用いて，工作物の半径方向の砥石切込み深さ $h = 2.25\text{mm}$ で全歯丈切込み歯切り加工する場合の歯溝の創成形状を示し，図 3.14 は，その際の砥石刃面上の創成位置を，横軸に砥石回転位置 ω を，縦軸に砥石刃面上の位置（側刃面： R ，刃先面： ε ）をとって，ラック刃面の展開図として示したものである．図 3.13 において，点 A および点 F が存在する歯先円半径（外半径）は 40mm ，創成ピッチ円半径は 39mm ，点 C および点 D が存在する歯底円半径は 37.75mm ，歯面と隅肉部との境界点 B および E における r_{limit} の値は 37.906mm である．図 3.14 において，点 A および点 F の R の値は 59.08mm である．なお，両図中の記号 A ~ F は，工作物上の被研削点と砥石刃面上の研削作用点とが互に対応する点である．両図から分かるように，歯面 AB はリーディング側刃面の AB によって歯先の点 A から歯元側の点 B へと，歯面 FE はトレーリング側刃面の FE によって歯元側の点 E から歯先の点 F へと，歯底面 CD は刃先面の CD によって点 C から点 D へと，隅肉部 BC は刃先の角部 BC によって歯底の点 C から点 B へと，隅肉部 ED は刃先の角部 ED によって点 E から歯底の点 D へと創成が進む．全体としては，点 A で創成が始まり，点 F で創成が終了する．

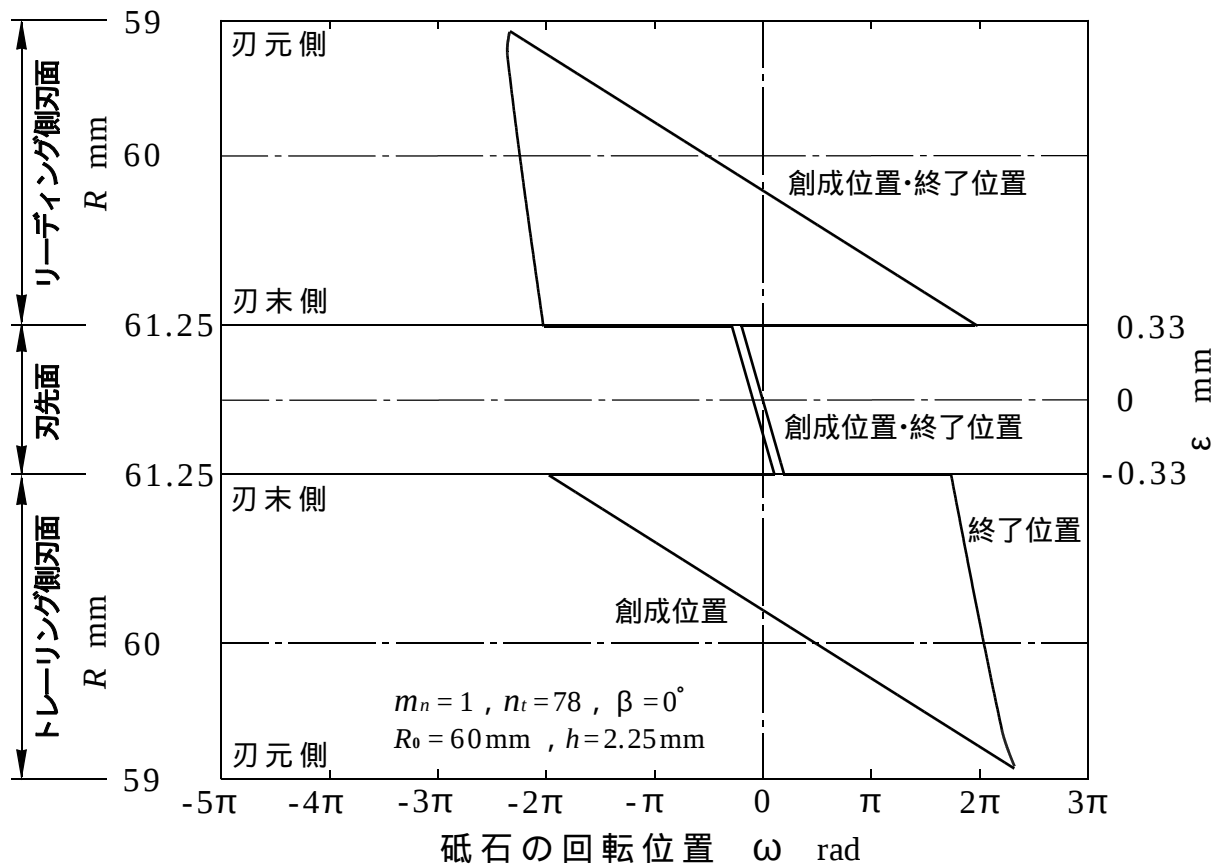


図 3.16 砥石刃面上の歯溝の形成に関する領域

図 3.15 は、図 3.13 の場合の加工歯溝形状を、縦軸を $r\delta$ 、横軸を z として表したものである。同図中において、二点鎖線は創成ピッチ円半径 $r_g = 39\text{mm}(= r_{t0})$ の位置を示し、灰色部分は隅肉部、隅肉部に挟まれた中央部は歯底面、隅肉部の上下の部分はそれぞれリーディング側歯面およびトレーリング側歯面である。同図から分かるように、隅肉部分は創成ピッチ円から遠ざかるにしたがって大きくなり、歯溝の長さは 16.44mm である。

図 3.16 は、図 3.15 に示す加工歯溝形状を形成する際の砥石刃面上の研削作用領域を表したものである。同図より、研削作用領域は、リーディングおよびトレーリングの両砥石刃面とも刃元側から刃末側になるにつれて広くなり、刃先部では砥石 2 周分に相当しているのに対して、刃先面においては一定であり、刃面に比べて著しく狭いことが分かる。また、リーディング側刃面と刃先面においては、歯形の創成位置と研削の終了位置が一致しているが、トレーリング側刃面においては、両位置が異なっており、歯形の創成後も研削作用が続行している。

$$m_n = 1, \quad n_t = 78, \quad \beta = 0^\circ$$

$$R_0 = 60 \text{ mm}, \quad h = 2.25 \text{ mm}$$

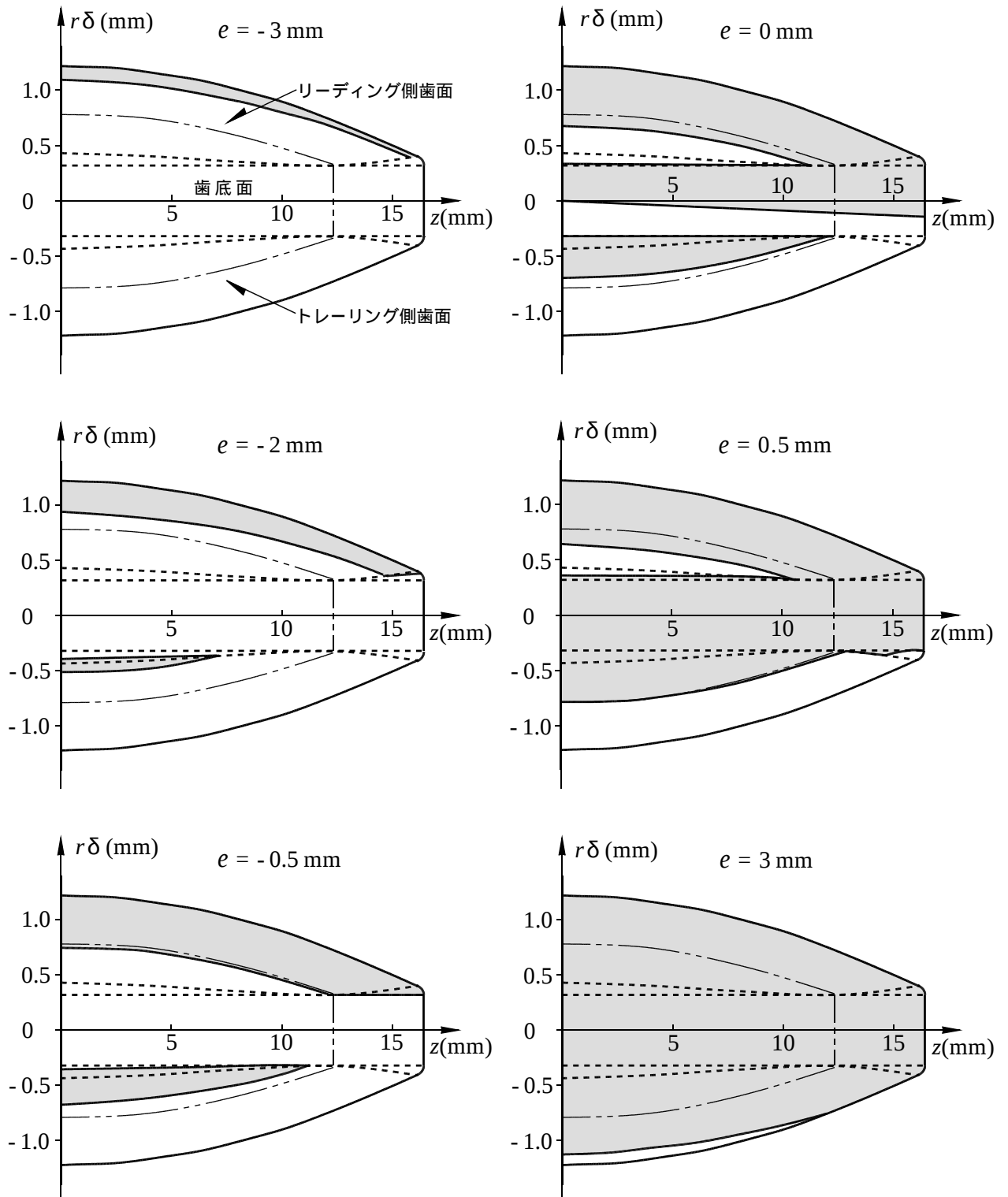


図 3.17 加工歯溝面の形成終了過程

図 3.17 は、図 3.16 の場合における加工歯溝形状の形成過程を、 e の値をもとにして示したもので、図中の灰色部分は砥石が指定の e の位置に移動するまでに研削（歯形の形成）が終了している加工歯溝面を表している。同図より、リーディング側歯面は歯先より歯元へと、トレーリング側歯面は歯元より歯先へと、歯底面はリーディング側角部よりトレーリング側角部へと形成されており、加工歯溝全体としては、まずリーディング側歯先から形成が始まり、トレーリング側歯先で形成が終了することが分かる。

3.3 砥石刃面上での研削作用領域

本節では、3.2 節で求めた工作物の加工歯面上の点と、砥石に工作物軸方向の加工送りを与えたとき（平歯車の場合、工作物 1 回転後）の砥石刃面との接触点すなわち研削作用点を求めることによって、研削開始位置を明らかにし、この研削開始位置と 3.2 節で求めた研削終了位置とによって挟まれる研削作用領域について検討する。

3.3.1 歯面加工の場合

ねじ状砥石に工作物軸方向の加工送りを与えて、はすば歯車を研削加工する場合、砥石の n_t （歯数）回転に対し加工歯車は 1 回転より、砥石と加工歯車のねじれ方向が等しいときは進め、異なるときは遅らせなければならない。いま、加工歯車 1 回転当たりの加工送り量（工作物軸方向）を f とすると、砥石 n_t 回転当たりの加工送り量（工作物軸方向） f_w は次式で与えられる⁸⁾。

$$f_w = \frac{f}{1 \mp \frac{f \sin \beta}{\pi m_n n_t}} \quad (3.35)$$

ただし、 $\mp$ の符号のうち上の符号（ $-$ ）は加工歯車と砥石のねじれ方向が等しい場合、下の符号（ $+$ ）は両者のねじれ方向が異なる場合である。

3.2.1 項で求めた加工歯面上の任意の点 I の座標（ r_i, δ_i, z_i ）に対応する砥石 n_t 回転後の点 J の座標（ r_j, δ_j, z_j ）は、 xyz 座標の原点が z 軸方向に f_w だけ移動し、図 3.3 において - 断面の歯形と z 軸方向に f_w だけ離れた - 断面の歯形との間の工作物の回転角度の差が $f_w \tan \beta / r_{i0}$ となるので、次式で表される。

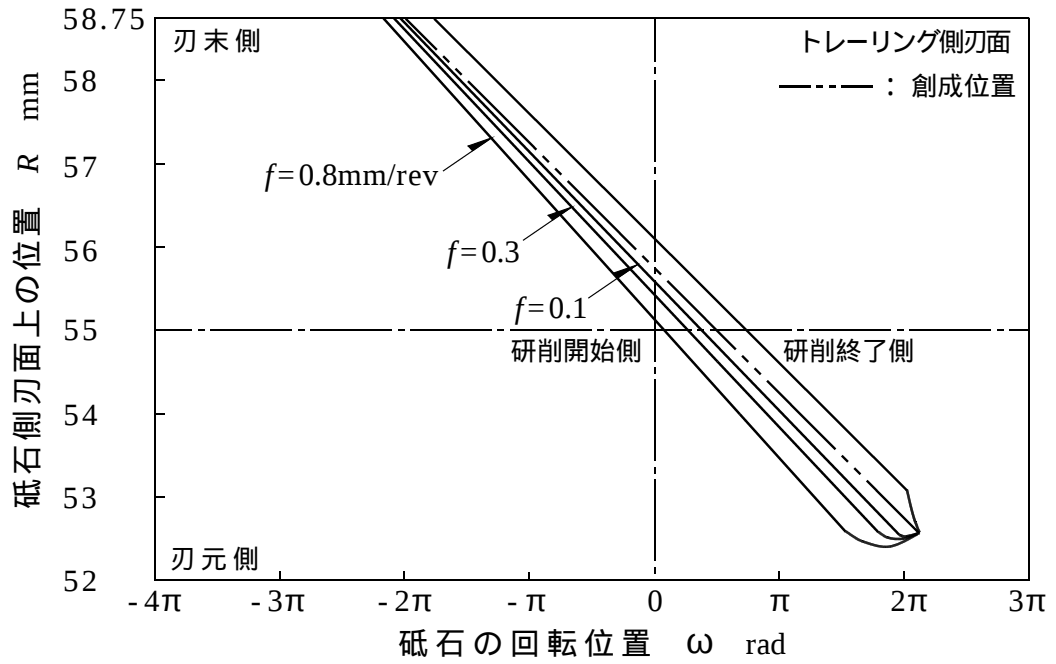
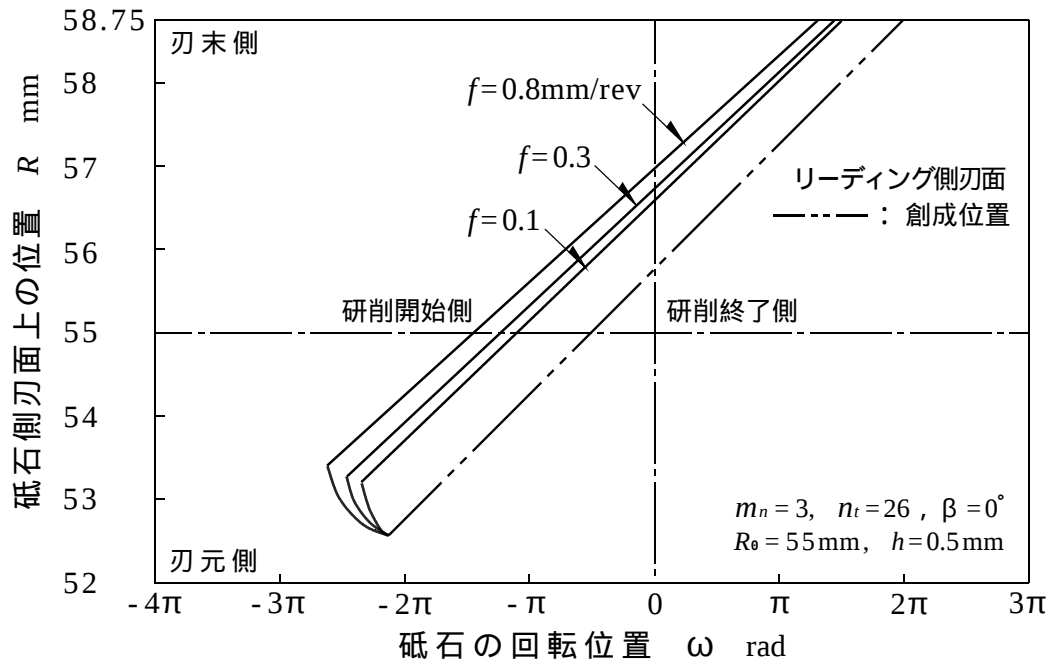


図 3.18 砥石側刃面上の研削作用領域（平歯車の場合）

$$r_j = r_i \quad (3.36)$$

$$\delta_j = \delta_i \pm \frac{f_w \tan \beta}{r_{t0}} \quad (3.37)$$

$$z_j = z_i - f_w \quad (3.38)$$

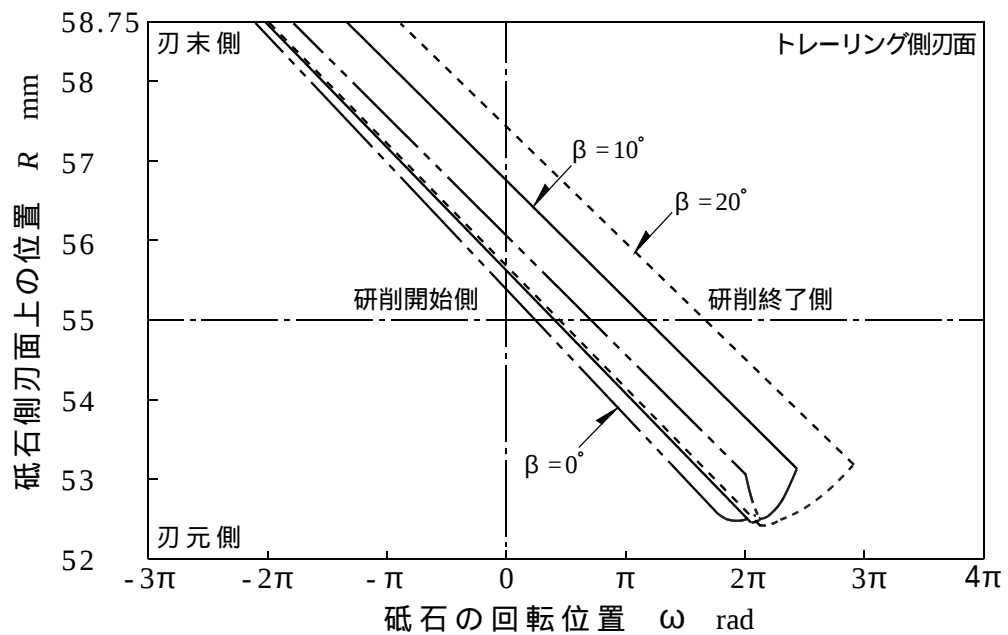
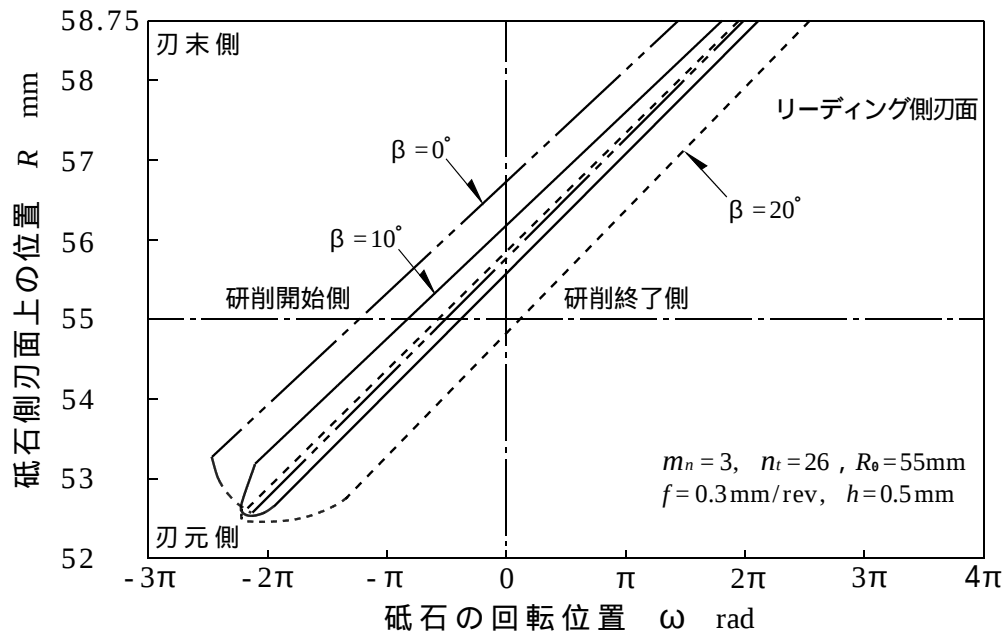


図 3.20 砥石側刃面上の研削作用領域（ねじれ方向が等しい場合）

領域が得られる。

図 3.18 は， $R_0 = 55\text{mm}$ の砥石に半径方向の切込み深さ $h = 0.5\text{mm}$ を与え， $m_n = 3, n_t = 26, \beta = 0^\circ$ の並歯標準平歯車の歯面を，工作物 1 回転当たりの加工送り量 $f = 0.1, 0.3, 0.8\text{mm/rev}$ で研削する場合の砥石刃面上の研削作用領域を示す。また，図 3.19 は，図 3.18 の場合と同一の加工条件で， $m_n = 3, n_t = 26, \beta = 30^\circ$ の並歯標準はすば歯車を歯面研

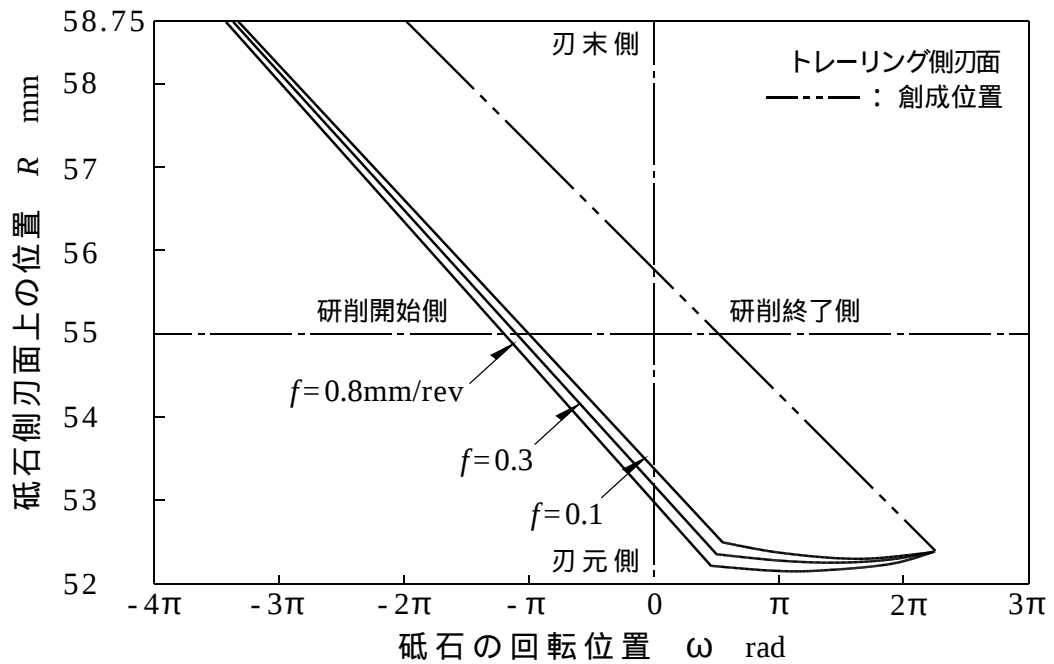
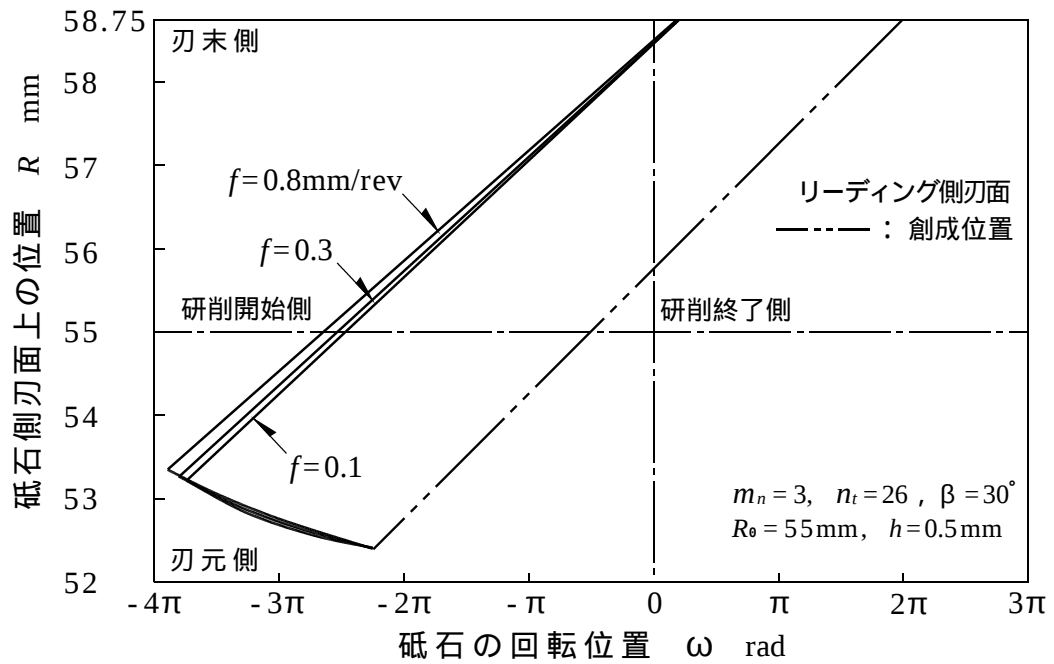


図 3.21 砥石側刃面上の研削作用領域 (ねじれ方向が異なる場合)

削する場合の砥石刃面上の研削作用領域を示したものである。両図より分かるように、 $\beta = 0^\circ$ (平歯車) と $\beta = 30^\circ$ (はすば歯車) とでは研削過程が異なり、このことは特にリーディング側刃面において顕著である。すなわち、リーディング側刃面において、平歯車の場合には創成位置が研削終了位置となるのに対して、 $\beta = 30^\circ$ のはすば歯車の場合には歯形の創成前の研削作用領域が極めて狭く、創成後の研削作用領域がそのほとんどを占める。

また， $\beta = 30^\circ$ のはすば歯車の場合，加工送り量 f を増加させても，研削作用領域はほとんど増大せず， f の増加に伴う砥石摩耗の増加割合が，平歯車の場合に比べて，大きいことが予測される．

図 3.20 は，図 3.18 と同一の条件による $f = 0.3\text{mm/rev}$ の場合の研削作用領域に及ぼすねじれ角 β の影響を示したものである．同図から， β の増加につれて，研削作用領域は砥石の回転が進む方向へと移動することが分かる．なお，図 3.19 および図 3.20 は，砥石と加工はすば歯車のねじれ方向が等しい場合である．

図 3.21 は，図 3.19 と同一条件の下で，砥石とねじれ方向が異なる同じ諸元のはすば歯車を研削する場合の研削作用領域を示す．リーディング側およびトレーリング側の両砥石側刃面とも創成位置が研削終了位置となっており，砥石と加工はすば歯車のねじれ方向が等しい場合に比べて，研削作用領域が著しく異なることが分かる．すなわち，ねじれ方向が等しい場合，両砥石側刃面とも β の増加とともに創成位置より後ろの研削作用領域が拡大し，創成後も研削作用が続行する．一方，ねじれ方向が異なる場合，リーディング側砥石刃面では β にかかわらず創成位置が研削終了位置となり，トレーリング側刃面では β の増加とともに創成位置より前の研削作用領域が拡大し，創成位置が研削終了位置となり，ねじれ方向の相違によって，研削過程が大きく異なっている．

3.3.2 全歯丈切込み加工の場合

3.2.2 項で求めた加工歯面上の任意の点 I (r_i, δ_i, z_i) に対応する砥石 n_t 回転後の点 J (r_j, δ_j, z_j) を研削する砥石刃面上の研削作用点は，全歯丈切込み加工の場合，側刃面と刃先面とに分けて求める必要がある．まず，点 J と接触するリーディング側およびトレーリング側の砥石側刃面上の点 (R_j, e_j) は歯面加工の場合と同様な計算方法で求められる．次に，砥石刃先面と点 J との接触点の求め方について検討する．砥石刃先面では， $R = R_1$ であるので，式 (2.37)，式 (2.38) および式 (2.39) はそれぞれ次式のようになる．

$$r = \sqrt{\{(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R_1 \sin \theta \sin \Gamma\}^2 + (C - R_1 \cos \theta)^2} \quad (3.39)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(e + \varepsilon) \cos \Gamma - R_1 \sin \theta \sin \Gamma}{C - R_1 \cos \theta} - \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e \cos \gamma_0}{m_n} \right) \quad (3.40)$$

$$z = R_1 \sin \theta \cos \Gamma + (e + \varepsilon) \sin \Gamma \quad (3.41)$$

$$m_n = 1, n_t = 78, \beta = 0^\circ$$

$$f = 0.5 \text{ mm/rev}, R_o = 60 \text{ mm}, h = 2.25 \text{ mm}$$

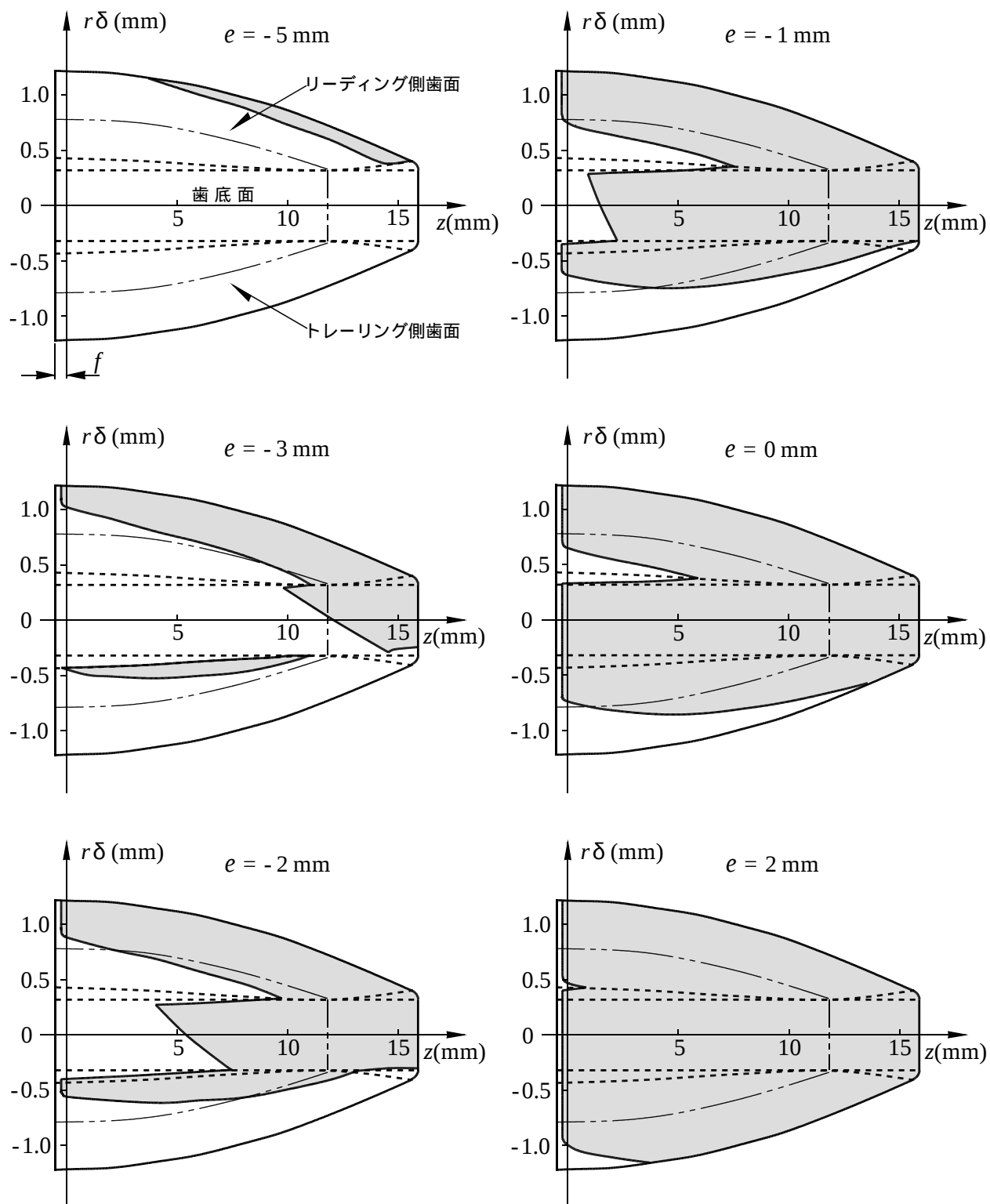


図 3.22 歯溝面の研削加工過程

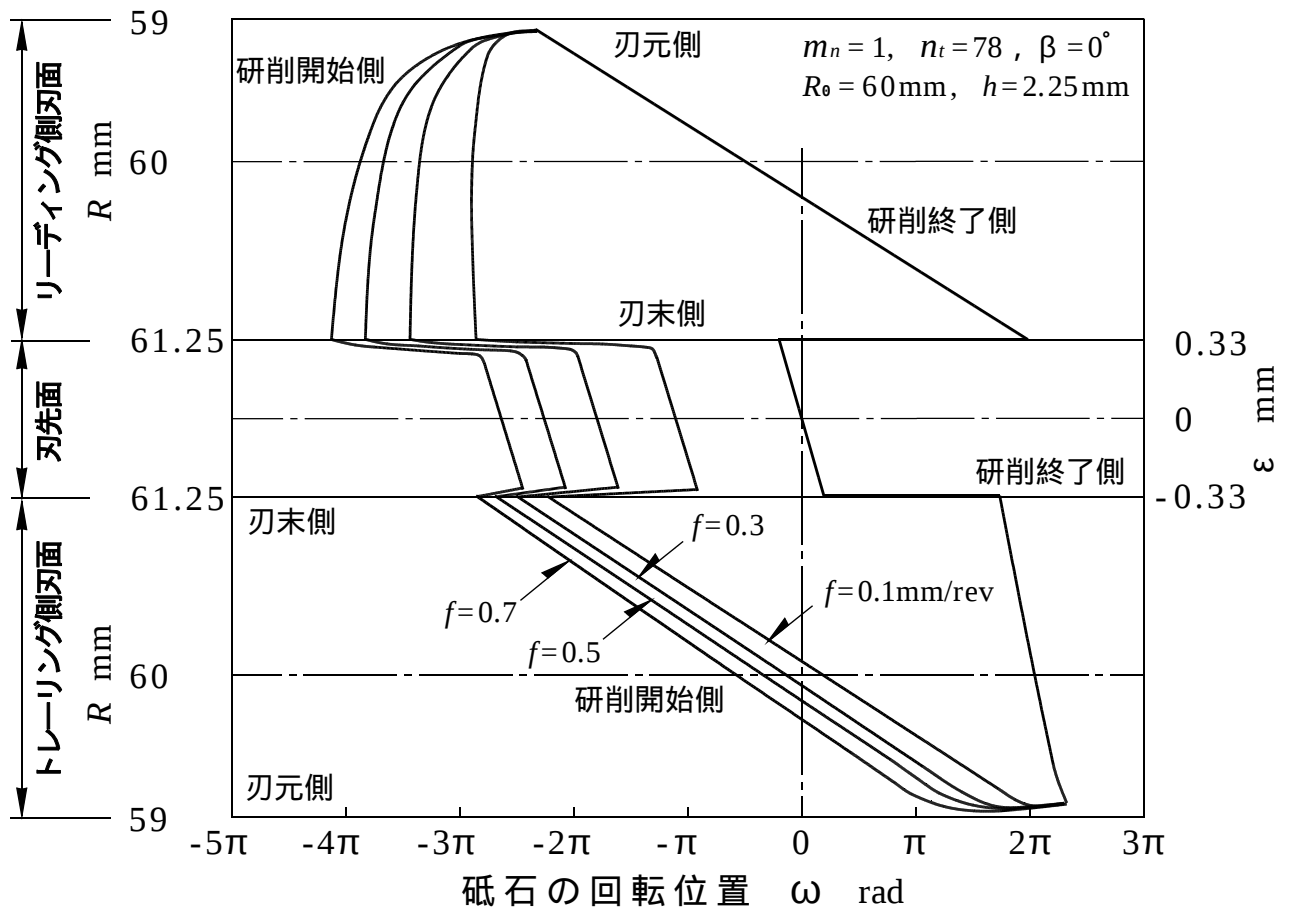


図 3.23 砥石刃面上の研削作用領域（加工送りによる変化）

上式において， $r = r_j$ ， $z = z_j$ のとき， $\delta = \delta_j$ となる ε および e を求めることによって加工歯溝面上の点 J を研削する砥石刃先面上の研削作用点 (ε_j, e_j) が得られる．ところで，歯溝面の隅肉部と隅肉部近傍の歯面および歯底面を研削する砥石面は，側刃面または刃先面のどちらであるのか明らかではないので，この歯溝面に対する研削作用点は次のようにして検討しなければならない．すなわち，側刃面との接触点 (R_j, e_j) を求めたとき， R_j が砥石の外半径 R_1 より大きい場合には刃先面との接触点 (ε_j, e_j) を，刃先面との接触点 (ε_j, e_j) を求めたとき， $\varepsilon_l < \varepsilon_j$ の場合にはリーディング側刃面， $\varepsilon_j < \varepsilon_t$ の場合にはトレーリング側刃面との接触点 (R_j, e_j) を計算する．

図 3.22 は， $m_n = 1$ ， $n_t = 78$ ， $\beta = 0^\circ$ の標準平歯車を， $R_0 = 60\text{mm}$ のねじ状砥石を用いて，半径方向の砥石切込み深さ $h = 2.25\text{mm}$ ，工作物 1 回転当たりの加工送り量 $f = 0.1\text{mm/rev}$ の条件で全歯丈切込み加工する場合において，形成された歯溝面に対する砥石 n_t 回転後（この場合 $\beta = 0^\circ$ なので工作物 1 回転後に相当）の被研削領域を，砥石刃面の

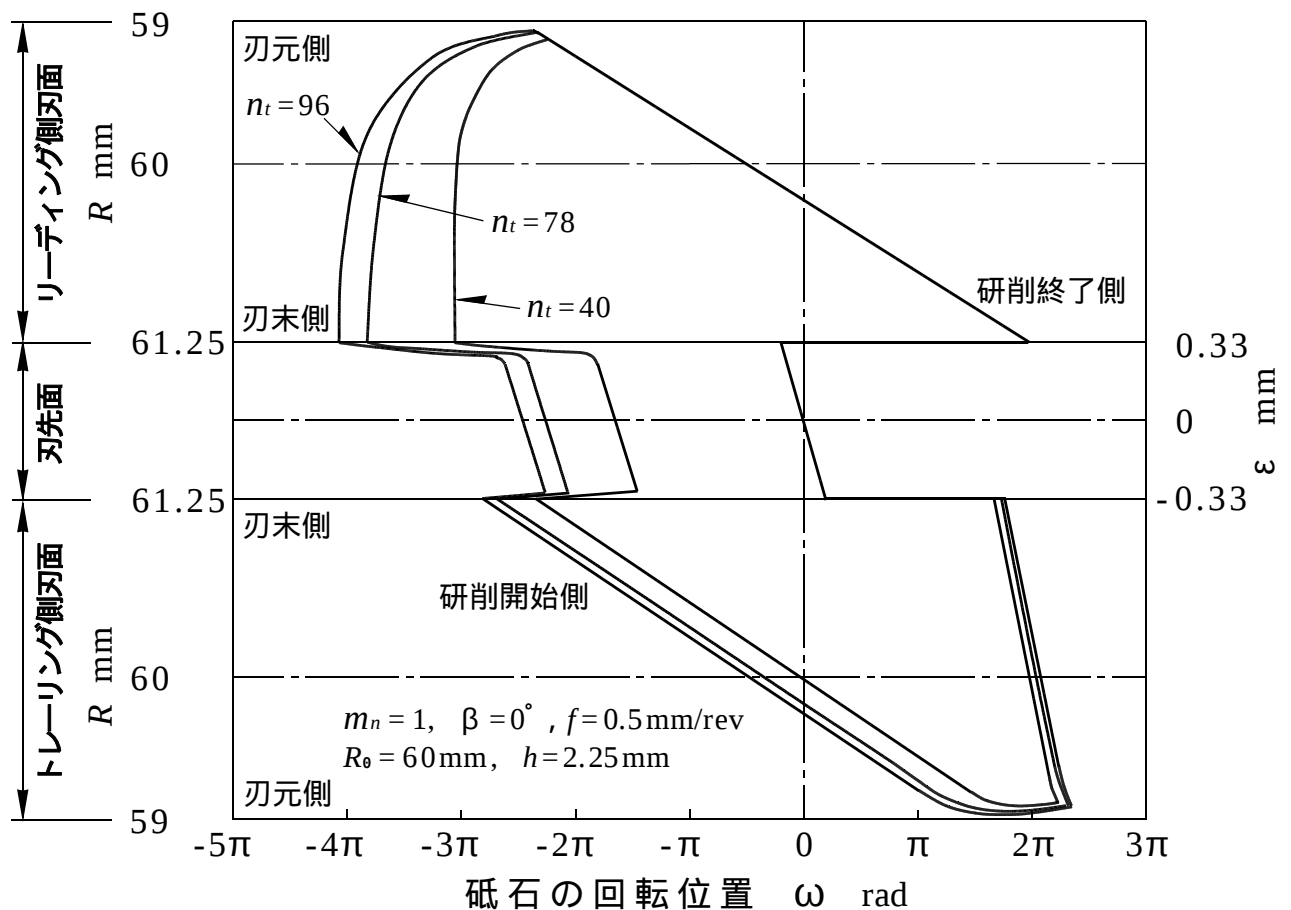


図 3.24 砥石刃面上の研削作用領域（歯数による変化）

移動位置を表す e の値をもとに示したものである。図中の灰色部分は、指定の e の値の位置まで砥石刃面が移動するときに、研削加工が行われている領域を表す。リーディング側歯面では、歯末の z が最大である位置から研削が開始され、歯元の z が最小となる位置へと研削作用が進行する。トレーリング側歯面では、歯元の $z = 5\text{mm}$ 辺りの位置から研削が開始され、歯末の z が最小となる位置へと研削作用が進行する。歯底では、 z が最大である位置から z が最小となる位置へと研削作用が最も早く進行する。以上のように、歯面によって研削の進行過程が異なる。また、同図の $e = 2\text{mm}$ の場合から分かるように、 $z < 0$ の部分において削り残される領域（ $-0.5 < z < -0.25$ ）が存在し、これによって歯面上に送りマークが形成される。

図 3.23 は、図 3.22 と同一の諸元および加工条件で、工作物 1 回転当たりの加工送り量 f を $0.1, 0.3, 0.5, 0.7 \text{ mm/rev}$ と変えて全歯丈切込み加工する場合の砥石刃面上の研削作用領域を、縦軸に砥石刃面の位置（側刃面： R ，刃先面： ε ），横軸に砥石の回転位置 ω

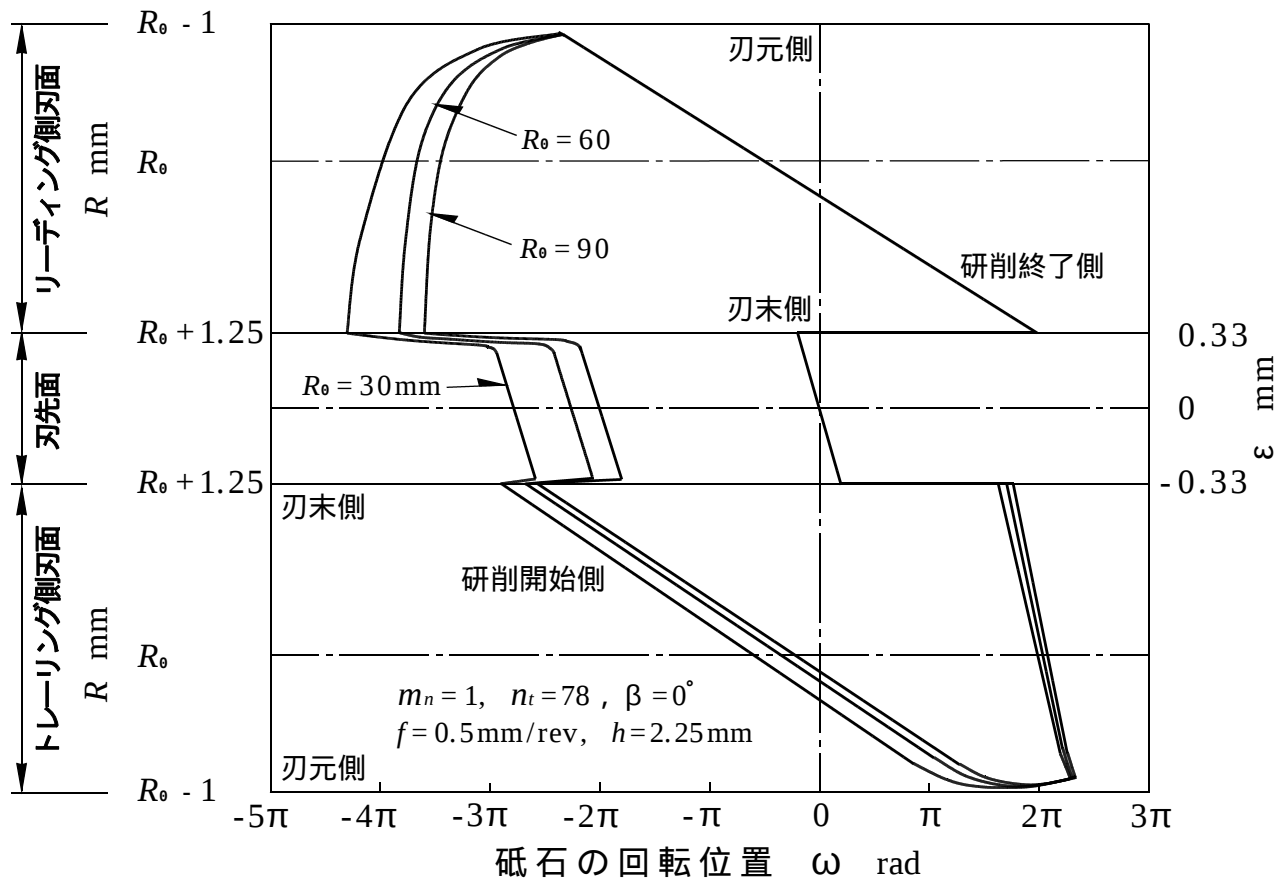


図 3.25 砥石刃面上の研削作用領域（砥石の創成ピッチ円半径による変化）

をとってラック刃面の展開図として示したものである．なお，研削加工は，同図の左側から始まり，右側の作用位置で終了する．同図から，研削作用領域は，リーディング側およびトレーリング側の両砥石側刃面とも，刃末において最も広く，刃元側になるほど狭くなり，刃先面の場合，隅肉部および歯面の研削に関与する部分である両端部において広く，その他の部分では一定であることが分かる．また，加工送りを大きくすると， ω が小さくなる方向へと開始側の作用位置が移動し，研削作用領域が広がる．

図 3.24 および図 3.25 は，それぞれ $m_n = 1$ の標準平歯車の歯数 n_t および砥石の基準ピッチ円半径 R_0 を変化さ， $h = 2.25\text{mm}$ ， $f = 0.5\text{mm/rev}$ で歯切り加工する場合の研削作用領域を示す．両図から， n_t または R_0 を変化させると，リーディング側刃面および刃先面では開始側の位置のみが移動し，トレーリング側刃面では開始側と終了側の両者が移動し，研削作用領域が変化することが分かる．

3.4 砥石の単位面積当たりの加工量

ねじ状砥石を用いて、インポリュート歯車を高精度および高能率で研削加工するための加工条件を明らかにするためには、一般の研削加工の場合と同様に、砥石損耗と密接な関係にある砥石の単位面積当たりの研削加工量を求める必要がある。そこで、本節では前節で求めた工作物の歯面上の被研削領域と砥石刃面上の研削作用領域をもとにして、単位面積当たりの研削加工量を検討する。

3.4.1 歯面加工の場合

砥石刃面上の任意の点の運動軌跡を表す基礎式によって、研削作用に關与する砥石刃面の任意の位置の研削量を直接的に求めることは、極めて困難である。そこで、砥石軸から任意の距離 R の位置にある砥石刃面によって研削される工作物歯面上の位置を求めることによって、砥石の単位面積当たりの研削加工量を求めることにする。

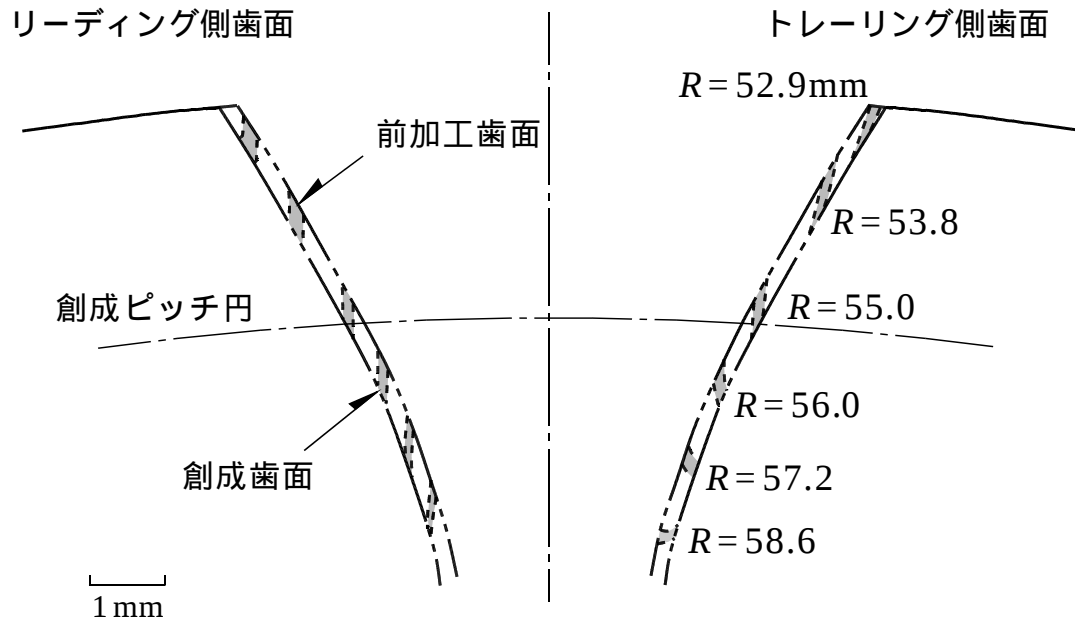
図 3.26 は、任意の距離 R の位置における微小距離 ΔR ($= 0.3\text{mm}$) の砥石部分が研削する加工歯車の歯面上の領域を工作物軸に垂直な断面上に投影したもので、 $m_n = 3$ 、 $n_t = 26$ 、 $\beta = 30^\circ$ 、 $R_0 = 55\text{mm}$ 、 $h = 0.5\text{mm}$ 、 $f = 0.5\text{mm/rev}$ の場合を示す。同図 (a) は歯面形状を形成するとき（以後、形成終了時と呼ぶ）の $R \pm \Delta R / 2$ の範囲の砥石刃面の研削領域、同図 (b) は砥石 n_t 回転後の加工歯面と砥石刃面との接触時（以後、形成開始時と呼ぶ）の研削領域を表す。この研削領域は、リーディング側とトレーリング側とで異なるだけではなく、同図 (a) と (b) を重ね合わせて表示した図 3.27(リーディング側歯面)から分かるように、歯面の形成開始時と形成終了時とでも異なっている。

そこで、工作物軸に垂直な断面上における研削断面積 ΔA_g を、形成開始時と形成終了時の研削領域の面積の平均値として求めることにする。砥石は、 n_t 回転後に工作物軸方向へ f_w だけ進むので、 $R \pm \Delta R / 2$ の範囲の砥石刃面による歯面の形成開始から形成終了までの研削加工体積 ΔV は、

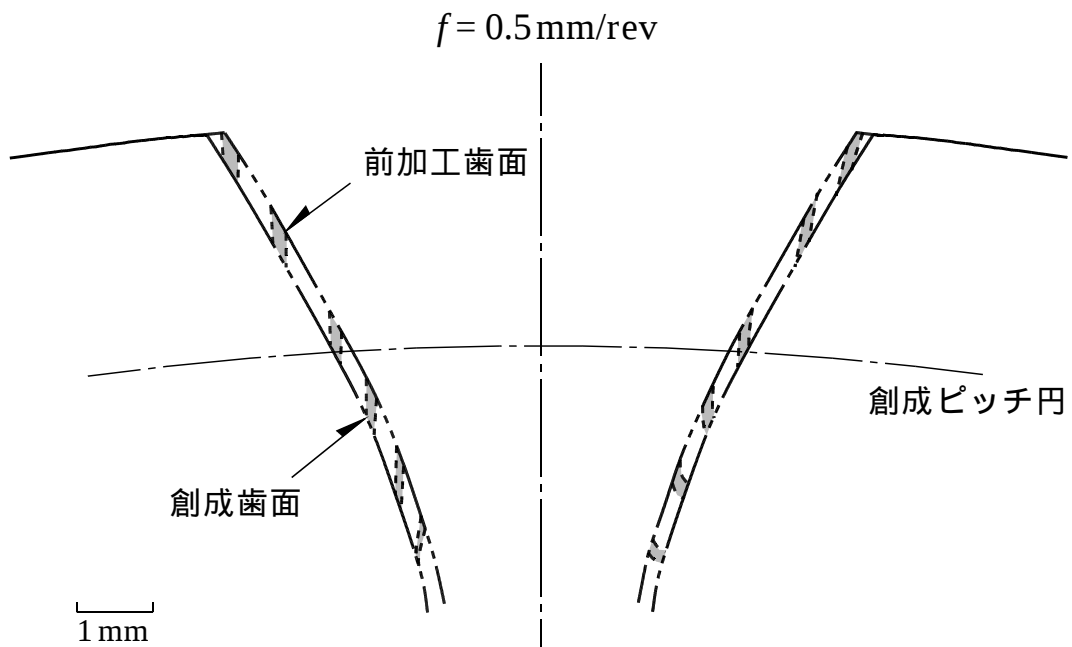
$$\Delta V = \Delta A_g f_w \quad (3.42)$$

で求められる。ここで、図 3.28 に示すように、砥石刃面上の任意の位置 R における研削開始側の砥石の回転位置を ω_b 、研削終了側の回転位置を ω_f とすると、砥石刃面上の研削作用長さ L_w は、砥石 1 回転あたりの刃面上の刃筋長さと研削作用に關与する砥石の回転数との積で求められ、次式で与えられる。

$$m_n = 3, n_t = 26, \beta = 30^\circ, R_0 = 55\text{mm}, h = 0.5\text{mm}$$



(a) 歯面形状形成時の砥石刃面の研削領域（形成終了時）



(b) 加工歯面と砥石刃面との接触時の砥石刃面の研削領域（形成開始時）

図 3.26 任意の半径位置の砥石刃面による研削領域

$$m_n = 3, n_t = 26, \beta = 30^\circ, R_0 = 55\text{mm}, h = 0.5\text{mm}$$

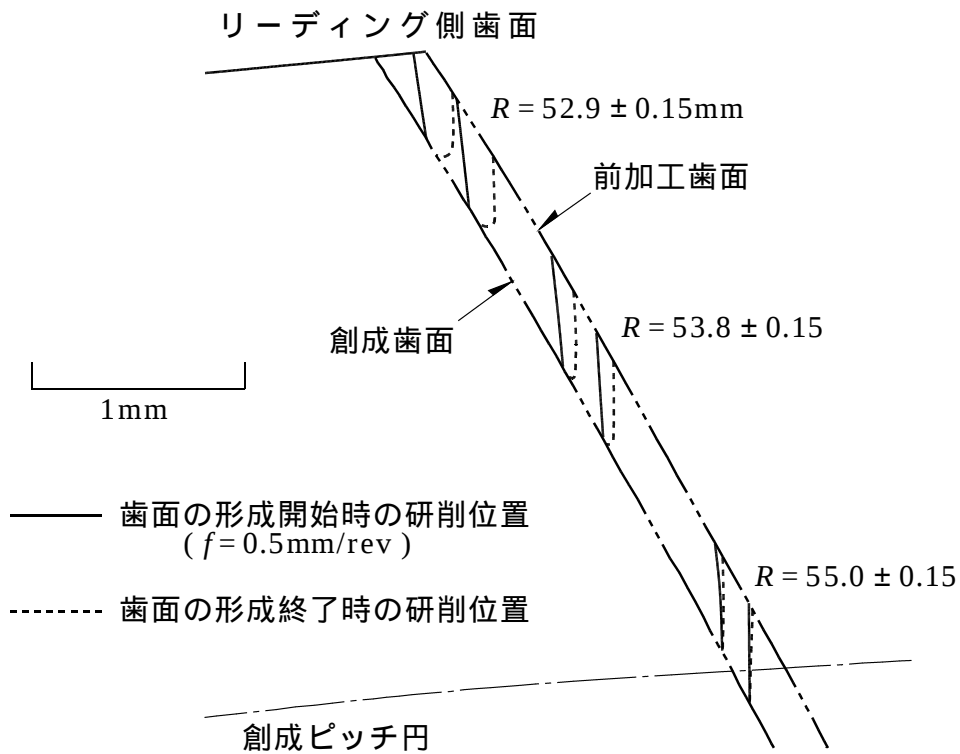


図 3.27 歯面の形成開始および終了時の任意半径の砥石刃面による研削領域

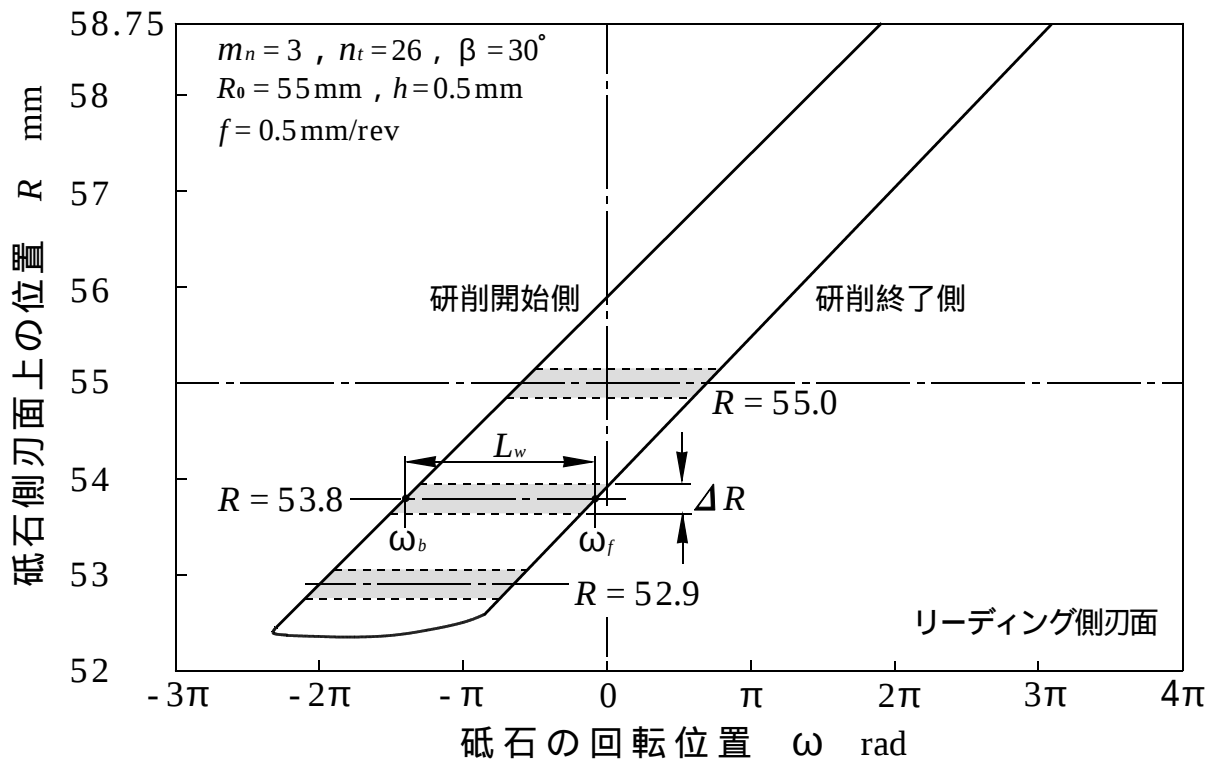


図 3.28 任意半径位置の砥石側刃面上の研削作用領域の面積

$$\begin{aligned}
L_w &= \frac{2\pi R}{\cos\left(\sin^{-1}\frac{m_n}{2R}\right)} \left(\frac{\omega_f - \omega_b}{2\pi} \right) \\
&= \frac{R(\omega_f - \omega_b)}{\cos\left(\sin^{-1}\frac{m_n}{2R}\right)}
\end{aligned} \tag{3.43}$$

計算条件の範囲において， $\cos\{\sin^{-1}(m_n/2R)\} \doteq 1$ であるので，研削作用長さ L_w は近似的に次式で表される．

$$L_w = R(\omega_f - \omega_b) \tag{3.44}$$

微小距離 ΔR に対する砥石刃面上における幅は $\Delta R / \cos \alpha_s$ ($\doteq \Delta R / \cos \alpha_n$) となるので， $R \pm \Delta R / 2$ の範囲の砥石刃面の研削作用面積 ΔA_w は，

$$\Delta A_w = \frac{L_w \Delta R}{\cos \alpha_n} \tag{3.45}$$

となる．従って，砥石の単位作用幅当たりの加工面積 a および砥石の単位面積当たりの加工量 u は，

$$a = \frac{\Delta A_g \cos \alpha_n}{\Delta R} \tag{3.46}$$

$$u = \frac{\Delta V}{\Delta A_w} \tag{3.47}$$

として求めることができる．

図 3.29 および図 3.30 は，それぞれ $\beta = 0^\circ$ および $\beta = 30^\circ$ （砥石と加工はすば歯車のねじれ方向が等しい場合）の $m_n = 3$ ， $n_t = 26$ の標準歯車を $R_0 = 55\text{mm}$ ， $h = 0.5\text{mm}$ ， $f = 0.5\text{mm/rev}$ の加工条件で歯面研削する場合の砥石の単位作用幅当たりの加工面積 a を示す．両図から， a が最大となる位置は砥石刃面の刃元側に存在し，刃末側になるにしたがって a は小さくなることが分かる．また， $\beta = 0^\circ$ の平歯車の場合， a が最大となる位置はリーディング側に比べてトレーリング側砥石刃面の方がより砥石の刃元側に存在するのに対し， $\beta = 30^\circ$ の場合にはリーディング側砥石刃面の方がより砥石の刃元側に存在す

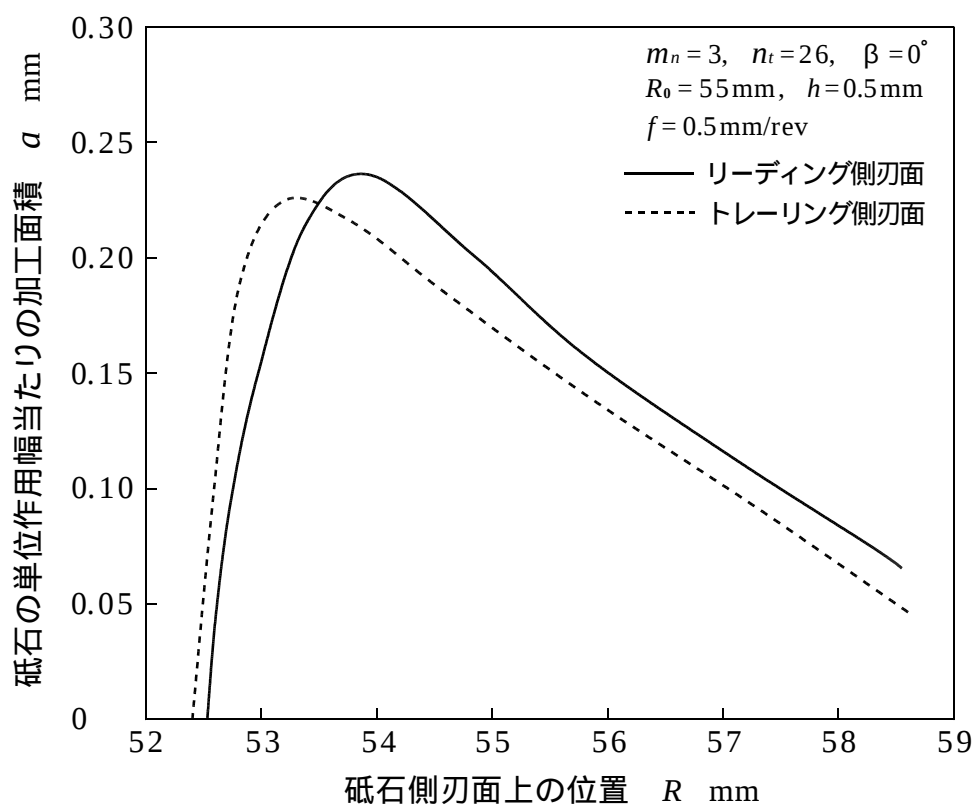


図 3.29 砥石の単位作用幅当たりの加工面積（平歯車の場合）

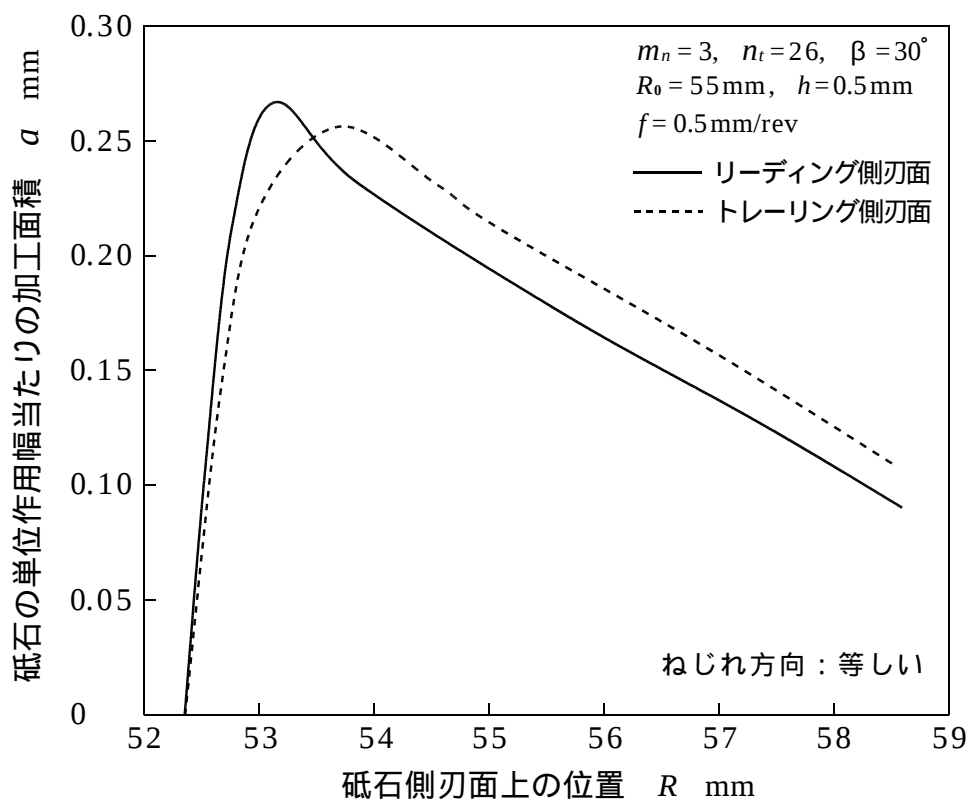


図 3.30 砥石の単位作用幅当たりの加工面積（はすば歯車の場合）

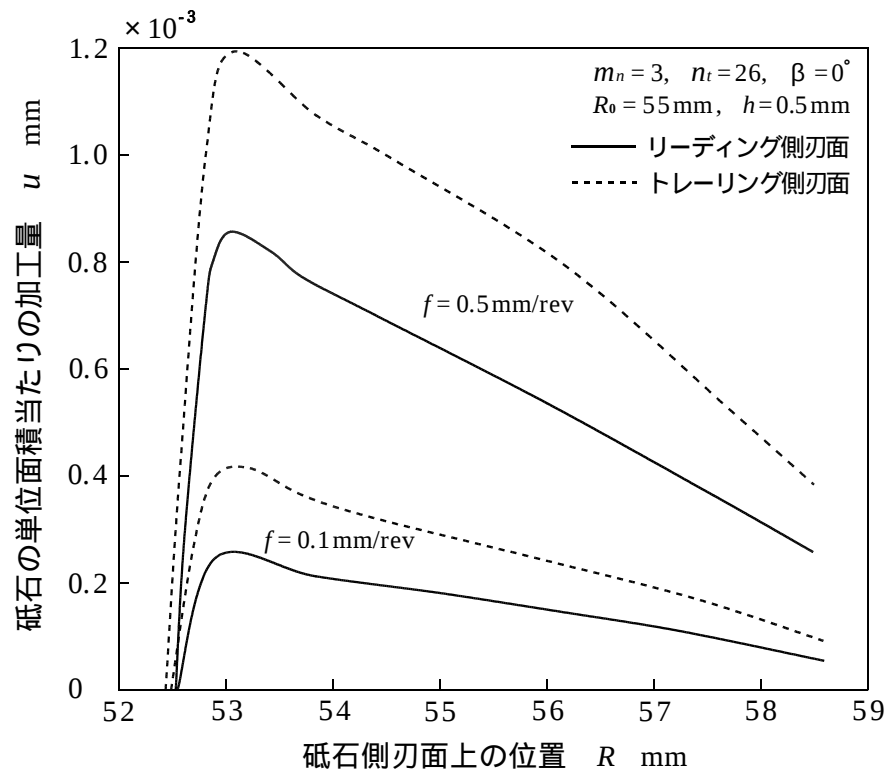


図 3.31 砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼす加工送りの影響（平歯車の場合）

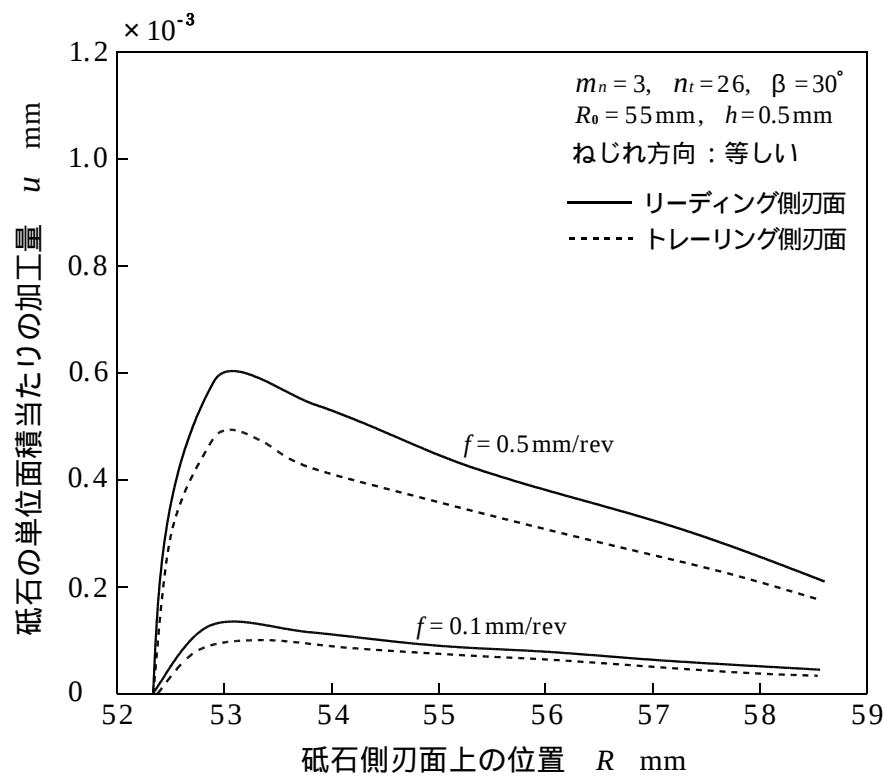


図 3.32 砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼす加工送りの影響（はすば歯車の場合）

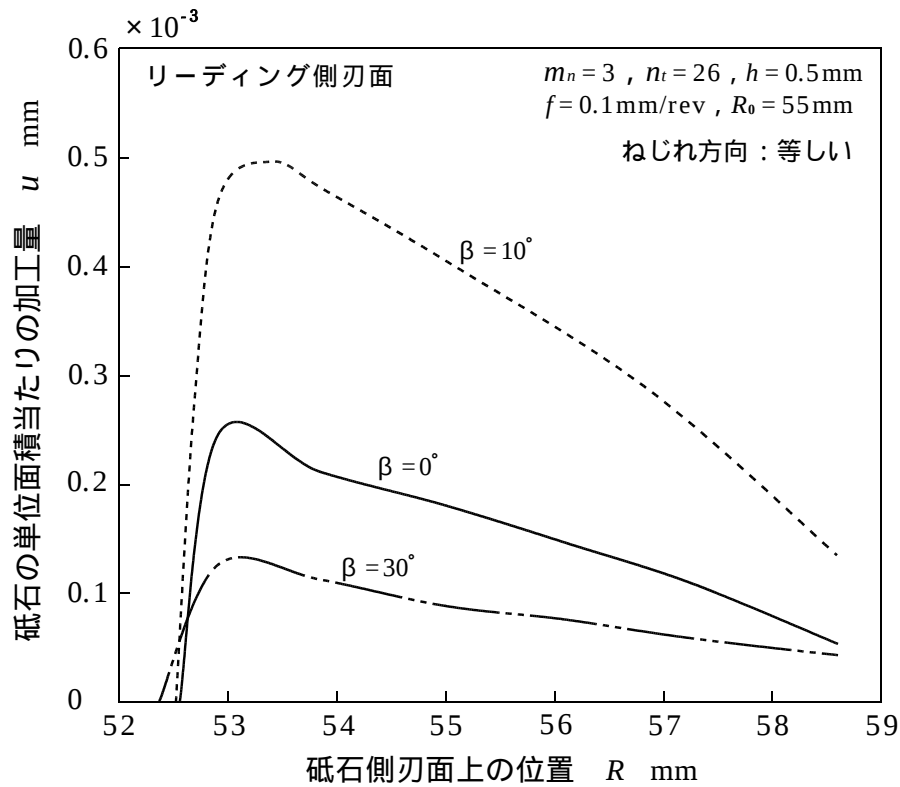


図 3.33 砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼすねじれ角の影響(ねじれ方向：等しい)

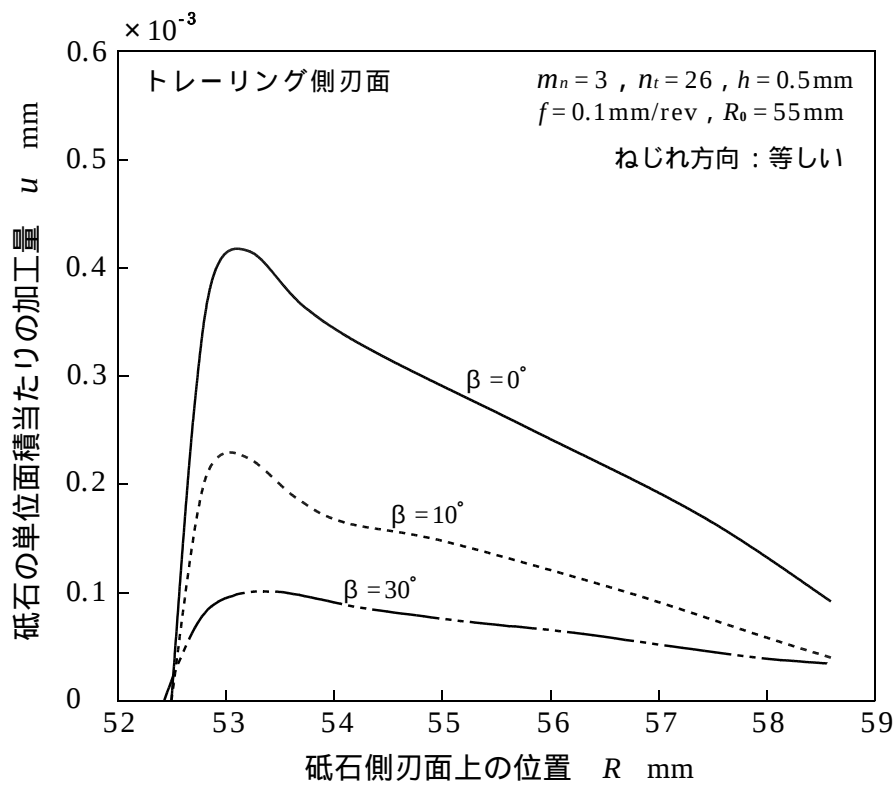


図 3.34 砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼすねじれ角の影響(ねじれ方向：等しい)

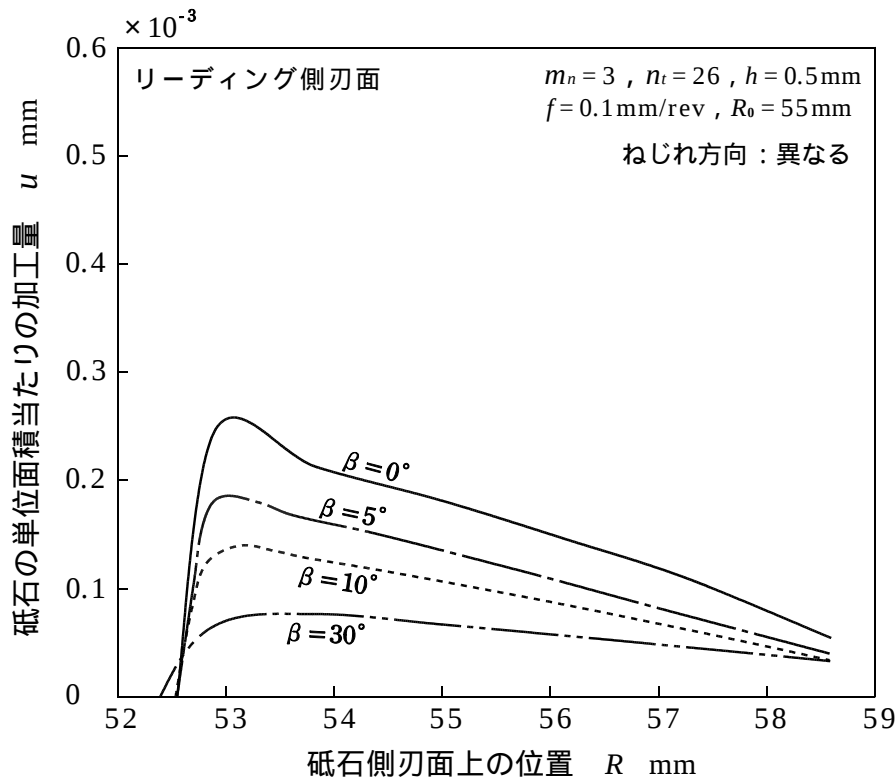


図 3.35 砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼすねじれ角の影響(ねじれ方向：異なる)

る。

図 3.31 および図 3.32 は、それぞれ図 3.29 および図 3.30 の $f = 0.1$ および 0.5 mm/rev の場合の砥石の単位面積当たりの加工量 u を示す。 u についても a の場合と同様に、砥石刃面の刃元側に最大となる位置が存在し、刃末側になるほど小さくなることが分かる。

$\beta = 0^\circ$ すなわち平歯車の歯面研削の場合（図 3.31）には、リーディング側に比べてトレーリング側砥石刃面の方が u の値が大きく、砥石の損耗が大きくなり易いことが予測される。これに対して、図 3.32 に示す $\beta = 30^\circ$ の砥石とねじれ方向が等しいはすば歯車の場合について、リーディング側砥石刃面とトレーリング側砥石刃面の u の値を比較すると、リーディング側の方が大きく、 f が大きくなるとその差が大きくなり、平歯車の場合とは逆の傾向にあることが分かる。

図 3.33 および図 3.34 は、図 3.32 の条件（砥石と加工はすば歯車のねじれ方向が等しい場合）で β を $0^\circ, 10^\circ, 30^\circ$ と変えたときの u の変化を示す。リーディング側砥石刃面（図 3.33）においては、 $\beta = 10^\circ$ のときが最も u の値が大きくなり、 u が極大値となる β の値が存在することが推察される。このことは、図 3.20 から分かるように、 $\beta = 10^\circ$ のとき

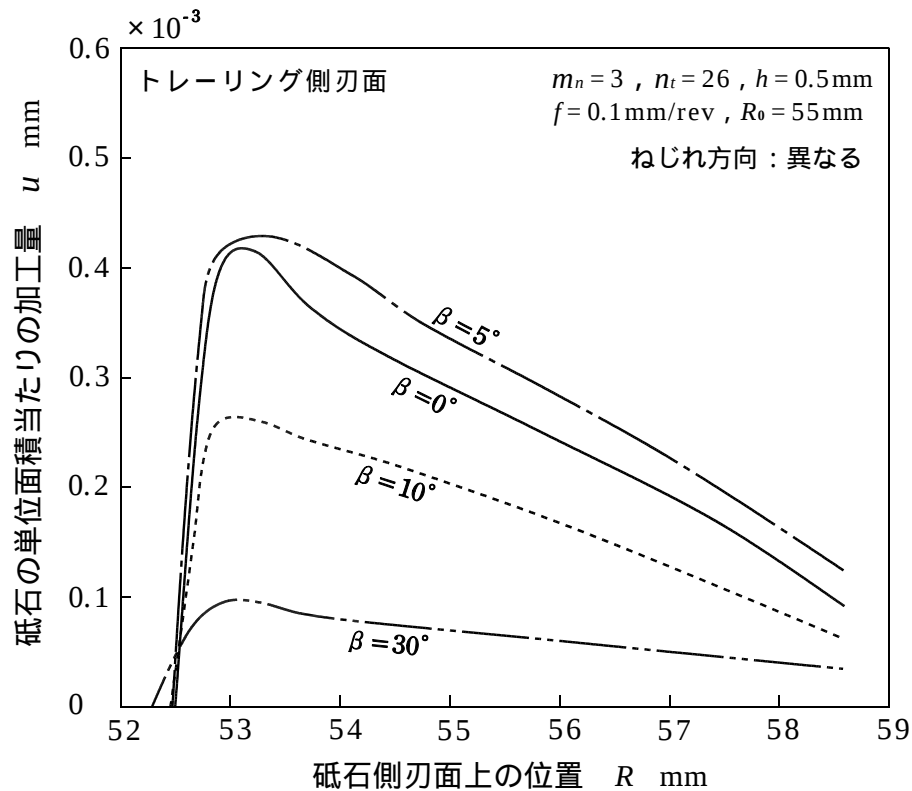


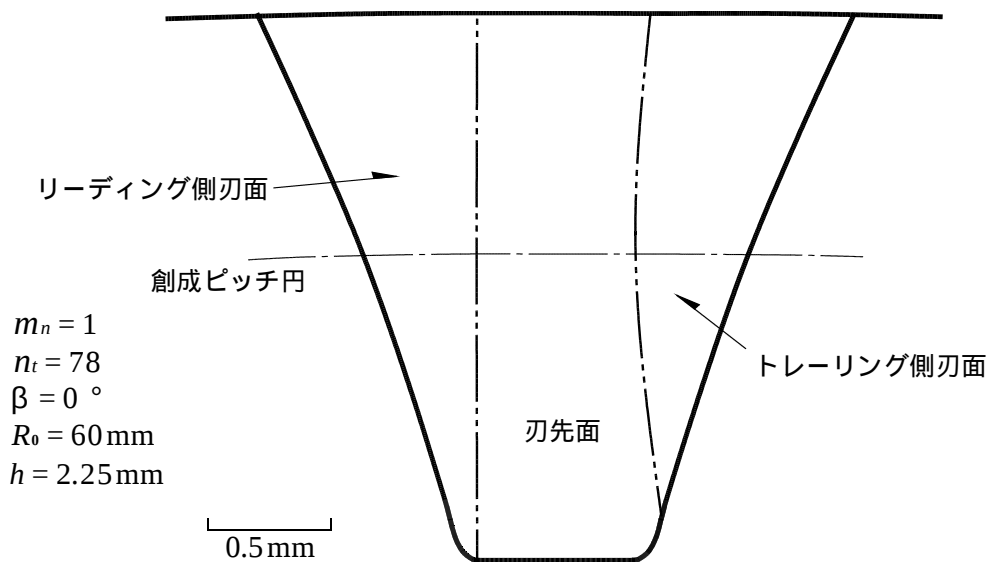
図 3.36 砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼすねじれ角の影響(ねじれ方向：異なる)

最も砥石刃面上の研削作用領域が狭く、研削作用長さが短いことに起因する。また、図 3.34 に示すトレーリング側砥石刃面の場合には、 u の値は、 $\beta = 0^\circ$ すなわち平歯車のとき最も大きく、 β が大きくなるのに伴って小さくなる。

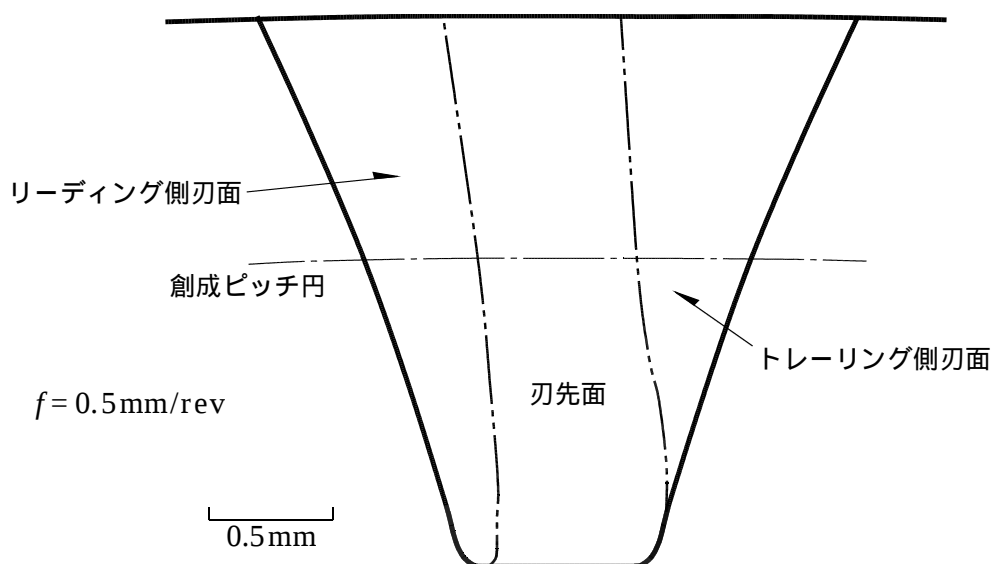
これに対して、図 3.35 および図 3.36 は、砥石と加工はすば歯車のねじれ方向が異なる場合を、それぞれリーディング側およびトレーリング側の砥石刃面について示したものである。リーディング側砥石刃面（図 3.35）においては、 β が大きくなるのに伴って u の値は小さくなるが、トレーリング側砥石刃面（図 3.36）においては、 $\beta = 5^\circ$ のときが最も u の値が大きい。また、両側刃面の u の値を比較すると、ねじれ方向が等しい場合はリーディング側砥石刃面の方が大きく、ねじれ方向が異なる場合はトレーリング側砥石刃面の方が大きくなることが分かる。以上のように、ねじれ角 β のみならず、砥石と加工歯車のねじれ方向の相違が、砥石の単位面積当たりの加工量 u に対して著しい影響を及ぼす。

3.4.2 全歯丈切込み加工の場合

図 3.37 は、 $m_n = 1$ 、 $n_t = 78$ の標準平歯車 ($\beta = 0^\circ$) を $R_0 = 60\text{mm}$ 、 $h = 2.55\text{mm}$ 、 $f = 0.5\text{mm/rev}$ の加工条件で全歯丈切込み加工する場合の各砥石刃面の加工歯溝面上における研削領域を、砥石のリーディング側およびトレーリング側の両刃面と刃先面毎に、工作物軸に垂直な断面上に投影して示したものである。同図 (a) は歯溝面形状を形成する



(a) 歯溝面形状形成時の各刃面の研削領域（形成終了時）



(b) 加工歯溝面と砥石刃面との接触時の各刃面の研削領域（形成開始時）

図 3.37 歯溝面の形成開始および終了時の各砥石刃面の研削領域

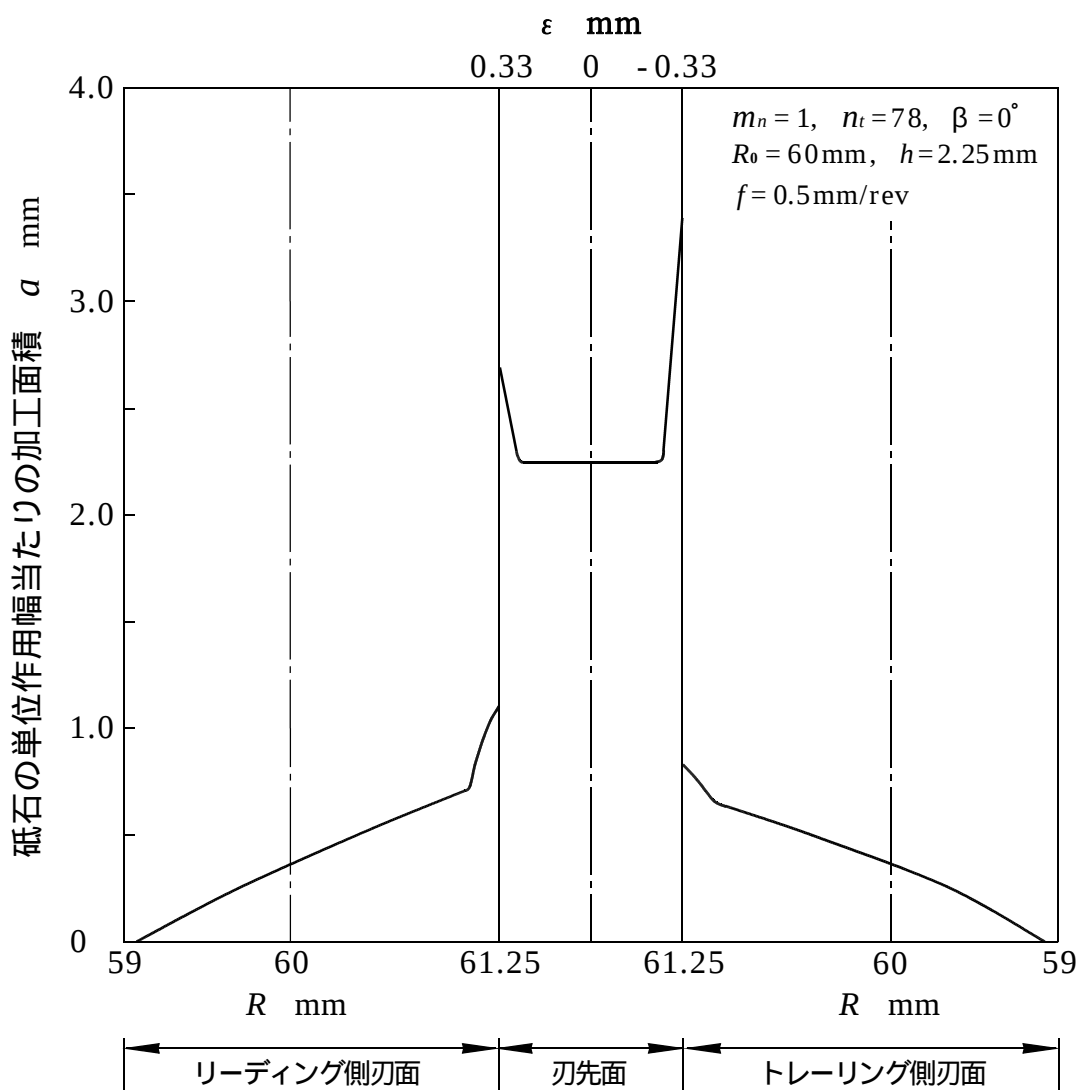


図 3.38 各砥石刃面の単位作用幅当たりの加工面積

とき（歯溝面の形成終了時）の研削領域，(b) は砥石 n_t 回転後（この場合，工作物 1 回転後に相当）に加工歯溝面と砥石刃面とが接触する際（歯溝面の形成開始時）の研削領域を示す．同図から分かるように，各砥石刃面の研削領域は，歯溝面の形成開始時と形成終了時とでは異なる．そこで，リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面の場合，前項の歯面研削の場合と同様な方法で， $R \pm \Delta R / 2$ （刃先角部近傍： $\Delta R = 0.1 \text{ mm}$ ，その他： $\Delta R = 0.2 \text{ mm}$ ）の範囲の砥石刃面毎に砥石の単位作用幅当たりの加工面積 a および砥石の単位面積当たりの加工量 u を求めることにする．砥石刃先面の場合，任意の ϵ における微小幅 $\Delta \epsilon$ （ $\epsilon \pm \Delta \epsilon / 2$ の範囲，角部近傍の $\Delta \epsilon$ ： $\epsilon_i \leq \epsilon \leq \epsilon_f$ の範囲を 20 等分，その他の $\Delta \epsilon$ ：10 等分）毎に，側刃面の場合と同様に求める．ただし，刃先面

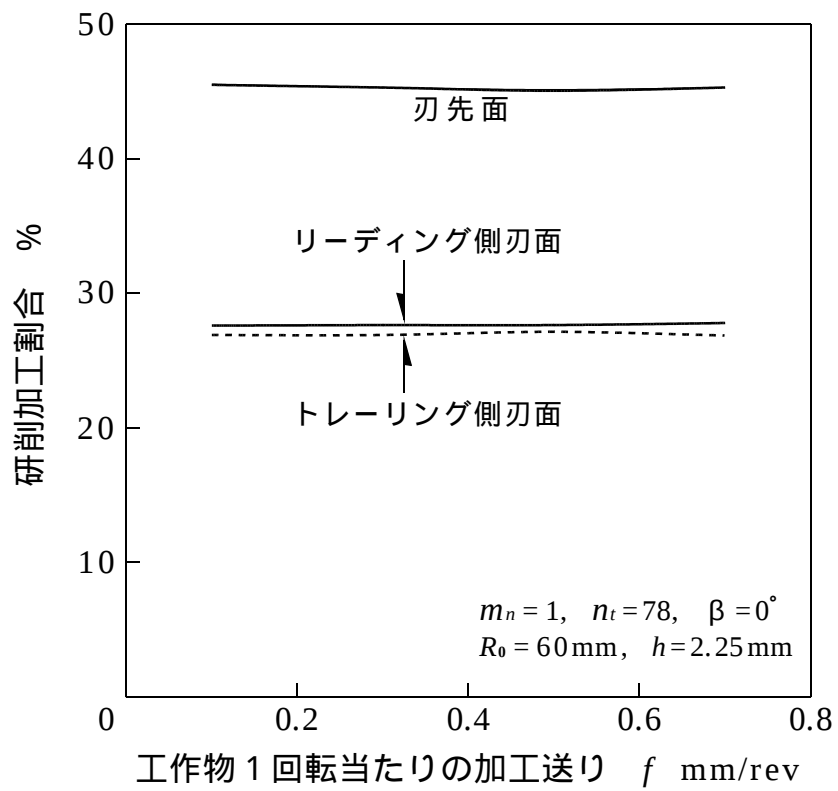


図 3.39 各砥石刃面の研削加工割合と加工送りとの関係

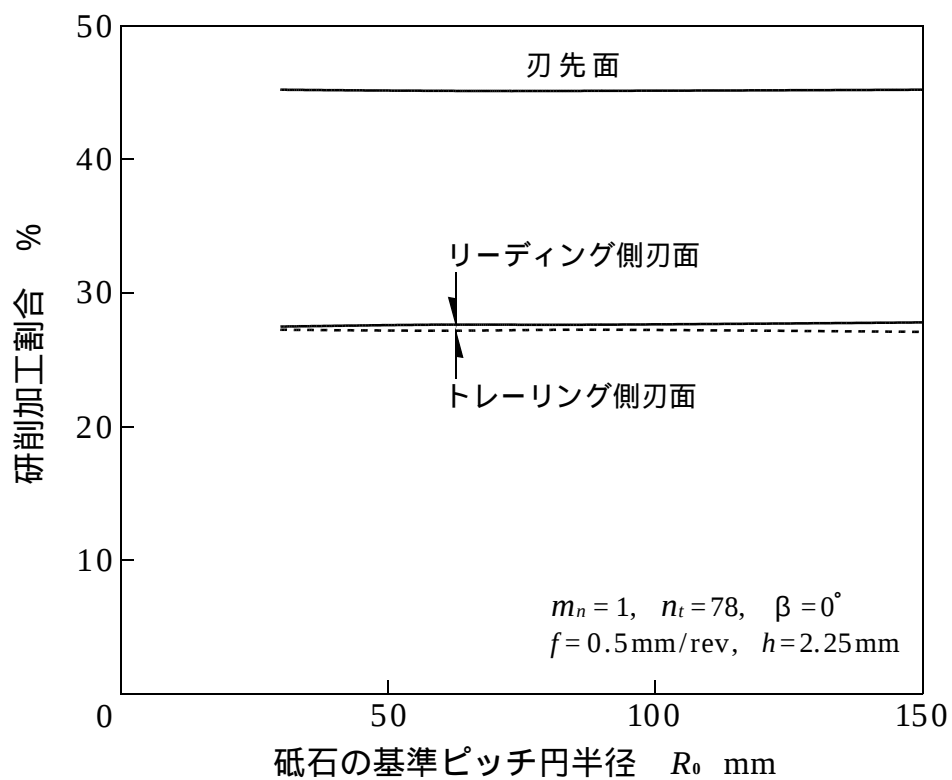


図 3.40 各砥石刃面の研削加工割合と砥石の基準ピッチ円半径との関係

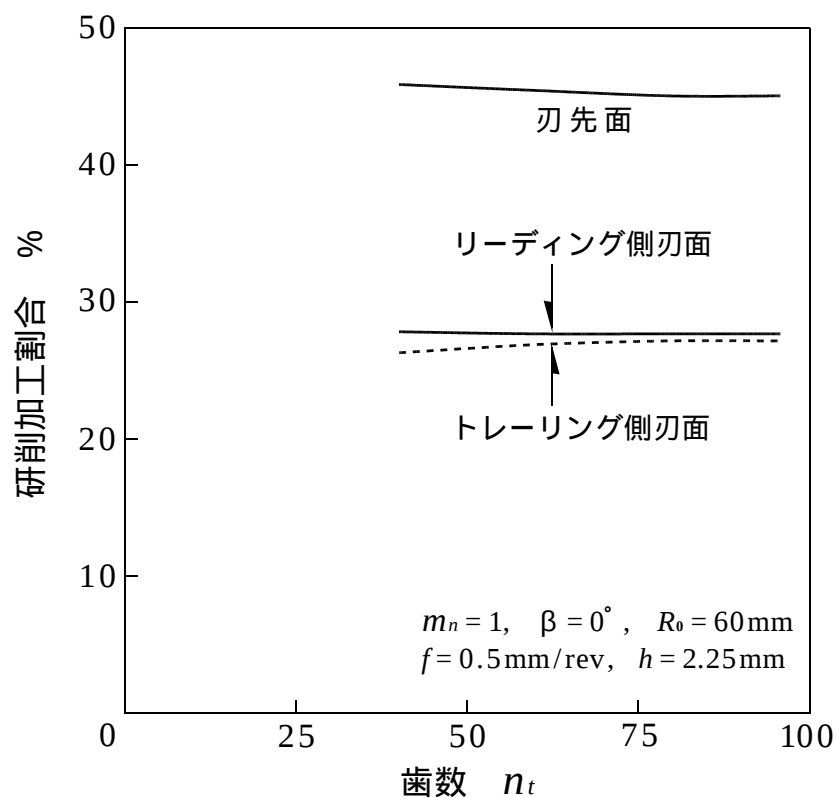


図 3.41 各砥石刃面の研削加工割合と歯数との関係

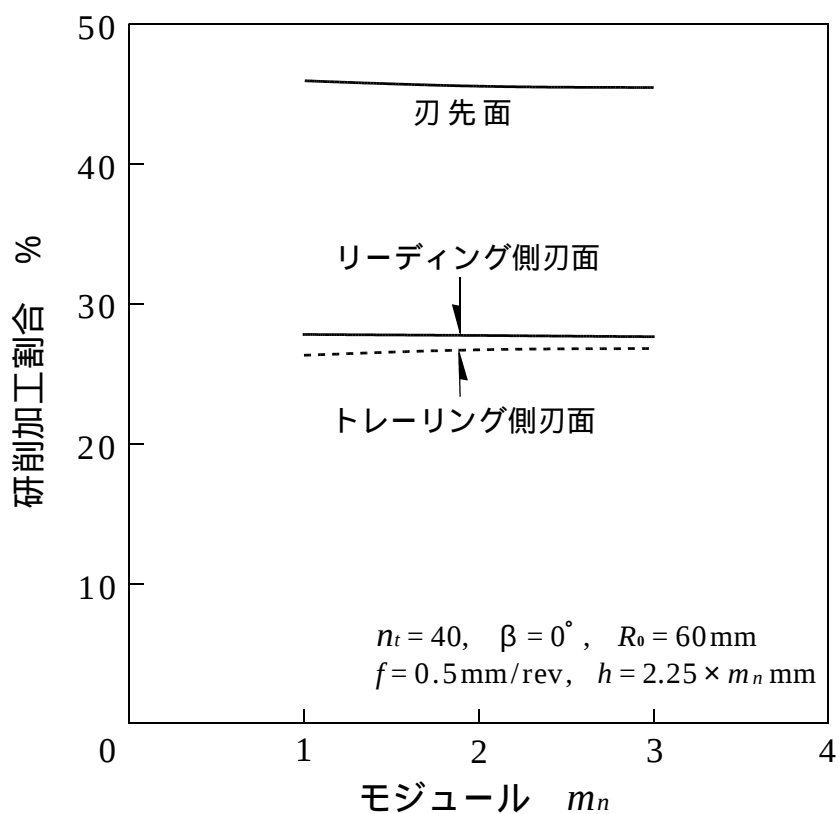


図 3.42 各砥石刃面の研削加工割合とモジュールとの関係

における研削作用面積 ΔA_w および砥石の単位作用幅当たりの加工面積 a は次式で求められる．

$$\Delta A_w = L_w \Delta \varepsilon \quad (3.48)$$

$$a = \frac{\Delta A_g}{\Delta \varepsilon} \quad (3.49)$$

図 3.38 は，図 3.37 の場合における各砥石刃面上の単位作用幅当たりの加工面積 a を示す．同図より， a の値は，リーディング側およびトレーリング側の両刃面ではほぼ同じであるが，側刃面に比べて刃先面では著しく大きいことが分かる．また，側刃面の a の値は刃元から刃末に向かって次第に大きくなり，刃先角部において著しく増大しており，刃先面については，中程が一定の a の値であり，両端部において急増しており，特にトレーリング側端部の a の値が最も大きくなっている．

次に，リーディング側とトレーリング側の刃面および刃先面の各砥石刃面毎の研削加工割合を求める．砥石 n_t 回転，1 歯溝当たりの研削加工体積は，工作物軸に垂直な断面における研削面積と f_w との積で与えられるので，研削加工割合は工作物軸に垂直な断面における研削面積の比として求めることにする．図 3.37 に示すように，各砥石刃面の研削領域の面積は歯溝面の形成開始時と形成終了時とでは異なるので，両者の平均値によって研削加工割合を求める．図 3.39 は $m_n = 1$ ， $n_t = 78$ の標準平歯車 ($\beta = 0^\circ$) を $R_0 = 60\text{mm}$ ， $h = 2.55\text{mm}$ ， $f = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 \text{ mm/rev}$ の条件で研削加工する場合の各砥石刃面の研削加工割合 (%) を示す．同図から明らかなように，研削加工割合は刃先面が最も大きく (45.3 %)，リーディング側 (27.7 %) とトレーリング側 (27 %) はほぼおなじ割合であり，刃先面が全加工面積のほぼ 1/2 を加工していることが分かる．また，工作物 1 回転当たりの加工送り量 f および砥石の基準ピッチ円半径 R_0 (図 3.40 参照) が変わっても，各砥石刃面の研削加工割合はほとんど変化しない．図 3.41 および図 3.42 は，それぞれ歯車の歯数 n_t およびモジュール m_n が研削加工割合に及ぼす影響を示したものである．両図より，研削加工割合は，歯数およびモジュールが大きくなると，刃先面において僅かに減少し，トレーリング側刃面において僅かに増加することが分かる．以上のように，歯車の諸元および加工条件によって，各砥石刃面の研削加工割合はほとんど変化しないことが認められる．

図 3.43 は， $m_n = 1$ ， $n_t = 78$ の標準平歯車 ($\beta = 0^\circ$) を $R_0 = 60\text{mm}$ ， $h = 2.55\text{mm}$ ， f

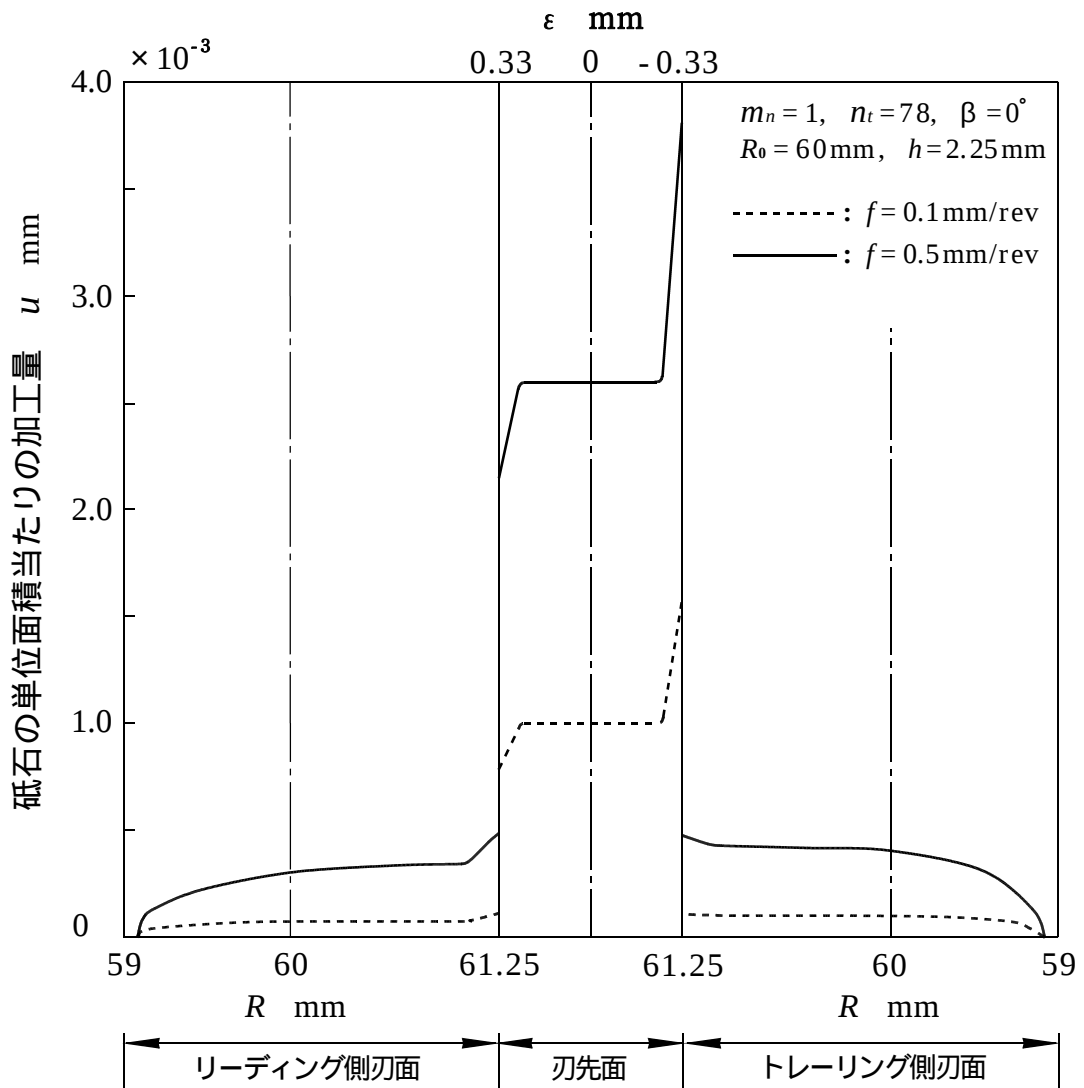


図 3.43 各砥石刃面の単位面積当たりの加工量

$f = 0.1, 0.5 \text{ mm/rev}$ の条件で研削加工する場合の砥石の単位面積当たりの加工量 u を各砥石刃面について示したものである。 u の値は、刃面に比べて刃先面が著しく大きく、特にトレーリング側の刃先端部において極めて大きくなっている。リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面においては、刃元側から刃末側へと u の値が次第に大きくなり、刃先角部近傍で増加割合を増している。両側刃面の u の値を比較すると、トレーリング側砥石刃面の方が、相対的に僅かに大きい。以上のことから、砥石の損耗量と u の値とは一義的な関係にあると考えられるので、刃先面、特にトレーリング側の刃先端部において砥石の損耗が著しく大きく、リーディング側に比べてトレーリング側の砥石刃面の方が損耗が大きく、両側刃面においては刃先角部の損耗が大きくなることが推測される。

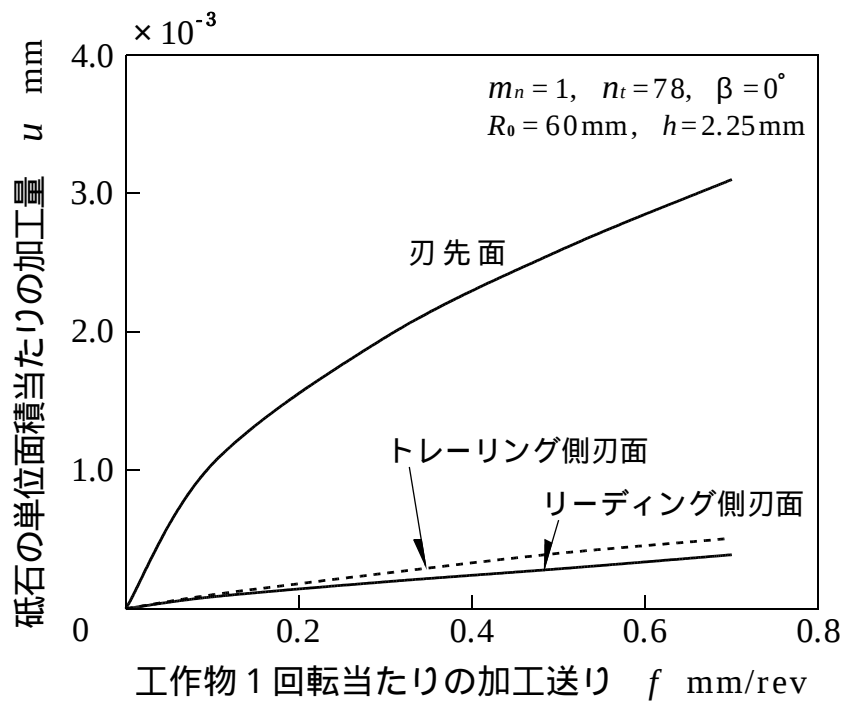


図 3.44 砥石の単位面積当たりの加工量と加工送りとの関係

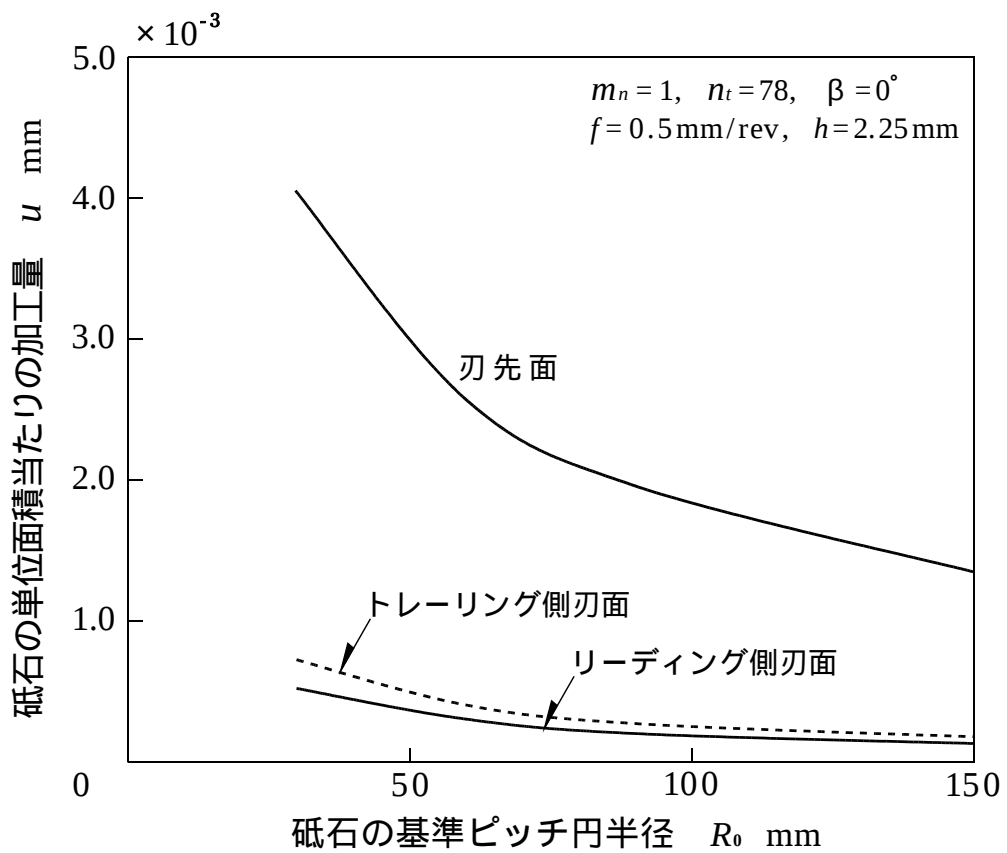


図 3.45 砥石の単位面積当たりの加工量と砥石の基準ピッチ円半径との関係

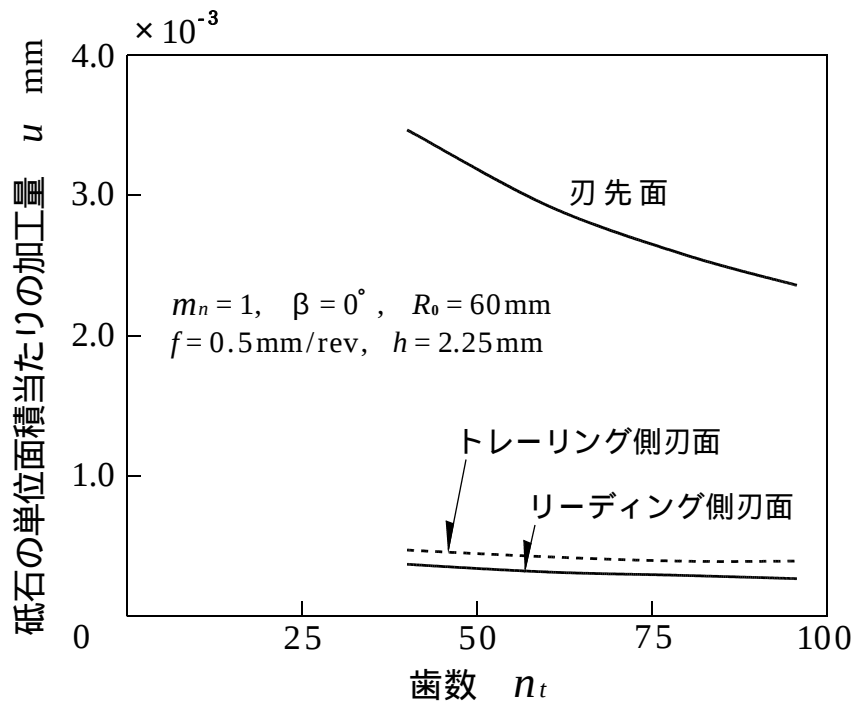


図 3.46 砥石の単位面積当たりの加工量と歯数との関係

次に、刃先面の中央 ($\varepsilon = 0$) および両側刃面の基準ピッチ円上 ($R = R_0$) の 3 ヶ所における u の値と加工条件との関係を検討する。図 3.44、図 3.45 および図 3.46 は、それぞれ工作物 1 回転当たりの加工送り量 f 、砥石の基準ピッチ円半径 R_0 および歯数 n_t と砥石刃面上 3 ヶ所の単位面積当たりの加工量 u との関係を示す。図 3.44 より、 u の値は加工送り量 f の増加に伴って、その増加割合を減じながら大きくなっている、たとえば $f = 0.2\text{mm/rev}$ で 2 回研削するよりも $f = 0.4\text{mm/rev}$ による 1 回研削の方が砥石の損耗が小さいものと考えられる。また、砥石の基準ピッチ円半径 R_0 および歯数 n_t の増大に対して、 u の値は小さくなる傾向にある (図 3.45 および図 3.46)。しかし、 R_0 を大きくすることは砥石と工作物との接触長さが増大し、研削焼けを発生しやすくなるので、研削焼けの発生を抑止するためには砥石の回転数を低くする必要性が生じ、加工能率の低下をもたらす。図 3.45 から認められるように、 $R_0 = 70\text{mm}$ 以上においては、 R_0 の増大に伴う u の値の減少割合は小さいので、歯車の歯面研削加工において一般的に用いられている直径 300mm 程度の大径砥石よりも直径 100mm ~ 150mm の小径砥石の方が、研削焼けの抑止および加工能率の向上化のためには有効であることが推察される。

3.5 平面幾何に基づく近似解法

基礎的な場合として，1 条のラック形刃面の右巻きねじ状砥石の砥石軸を進み角だけ傾けて取付け，歯数が十分に多いインボリュート標準平歯車の歯面を上向き削りするときの研削過程を平面幾何学的に解析する．

3.5.1 砥石刃面上の創成位置

ラック形刃面のねじ状砥石で連続的に歯車を創成研削すると，加工歯車の歯形曲線上のある点は砥石刃面上の特定の点（砥粒切れ刃）で仕上げられる．そこで，まずインボリュート平歯車の歯形曲線上の任意の点を創成する砥石刃面上の位置を求めることにする．

図 3.47 は，砥石のトレーリング側刃面が標準平歯車の左歯面を創成する過程を示すもので，加工歯車の歯形の創成は点 C_1 で始まり，作用線 $C_1P_0C_2$ に沿って行われる．ここで，点 C_1 は作用線を砥石の刃先円がよぎる点，点 C_2 は作用線を加工歯車の歯先円がよぎる点，点 P_0 はピッチ点である．同図から分かるように，トレーリング側刃面の場合，

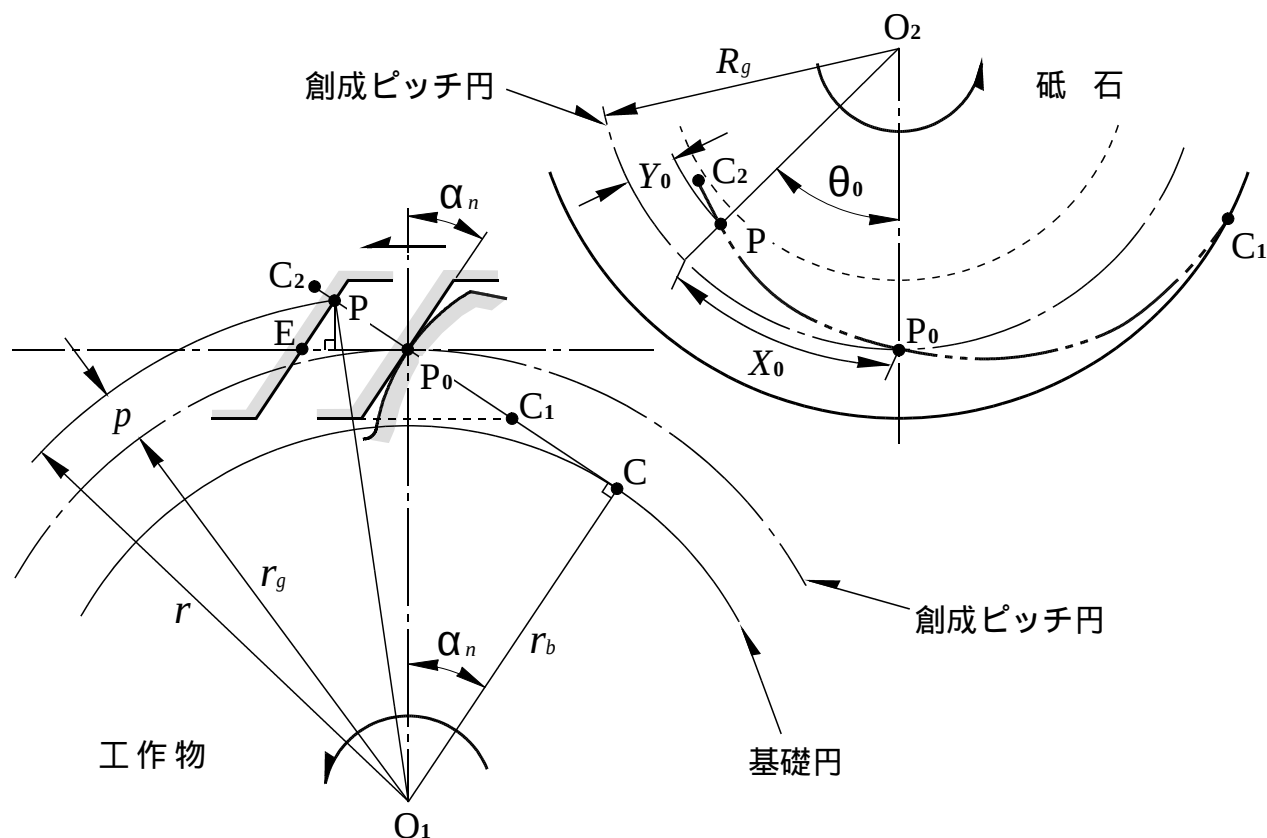


図 3.47 トレーリング側砥石刃面による歯面の創成過程

歯形の創成は加工歯車の歯元から歯末へと進む．一方，リーディング側刃面の場合には，トレーリング側とは逆に歯末から歯元へと創成が進む．

さて，加工平歯車の軸心 O_1 より r ，つまり創成ピッチ円（半径： r_g ）より半径方向に p だけ離れている創成歯形上の任意の点を研削する砥石刃面上の位置，すなわち創成位置である点 P の座標（ X_0, Y_0 ）は次のようにして求められる．いま，砥石の創成ピッチ円上のピッチ点 P_0 を原点，この点を基準とする点 P までの砥石回転角を θ_0 ，ピッチ円上の距離を X_0 ，砥石半径方向の距離を Y_0 とし，点 P_0 を通過後の θ_0 および X_0 を正，砥石の創成ピッチ円（半径： R_g ）より刃末側の Y_0 を正とする．図 3.47 において，点 P_0 から点 P までの作用線上の距離 $\overline{P_0 P}$ は

$$\begin{aligned}\overline{P_0 P} &= \overline{CP} - \overline{CP_0} \\ &= \rho - r_b \tan \alpha_n\end{aligned}\quad (3.50)$$

となる．ここで，点 C は干渉点， $\rho = \sqrt{r^2 - r_b^2}$ ， $r_b (= r_g \cos \alpha_n)$ は基礎円半径である．また，砥石が 1 回転すると，砥石のラック刃面は創成ピッチ線上を πm_n だけ進むことから，砥石の回転角 θ_0 は次式で表される．

$$\begin{aligned}\theta_0 &= \mp \frac{2 \overline{P_0 E}}{m_n} = \mp \frac{2 \overline{P_0 P}}{m_n \cos \alpha_n} \\ &= \mp \frac{2}{m_n \cos \alpha_n} (\rho - r_b \tan \alpha_n)\end{aligned}\quad (3.51)$$

従って，点 P の砥石刃面上での座標，すなわち創成位置は次式で与えられる．

$$X_0 = R_g \theta_0 = \mp \frac{2R_g}{m_n \cos \alpha_n} (\rho - r_b \tan \alpha_n) \quad (3.52)$$

$$Y_0 = -\overline{P_0 P} \sin \alpha_n = (r_b \tan \alpha_n - \rho) \sin \alpha_n \quad (3.53)$$

ここで， $\mp$ の符号で上の符号（ $-$ ）はリーディング側刃面，下の符号（ $+$ ）はトレーリング側刃面の場合を表す．なお，砥石のリーディング側とトレーリング側の刃面上の点 P_0 は，砥石のラック刃形の刃直角方向で $\pi m_n / 2$ ，砥石軸方向で $\pi m_n / 2 \cos \gamma$ ，回転角で π だけ離れた位置にある．

3.5.2 砥石刃面上の研削終了位置

加工歯車の歯数が十分に多いことを前提としているため，一つの歯形を創成する間の加工送りによる砥石の歯車軸方向の移動がないものと仮定して，一つの歯形を研削するときの砥石刃面上の研削終了位置を検討する．研削終了点を求めるためには，図 3.47 に示す創成点近傍における砥石刃面と創成歯形との間隙および作用砥粒の研削運動面の方向を明らかにする必要がある．そこで，まず加工歯車の微小回転による砥石刃面と創成歯形との間隙の変化について考えることにする．

図 3.48 は，点 P においてトレーリング側の砥石刃面によって創成される歯形上の点と創成点の前後における砥石刃面との間隙を示したものである．同図のように，点 P において創成された歯形上の点が，点 P の位置より加工歯車の微小回転角 $\Delta\varphi$ だけ前後の位置

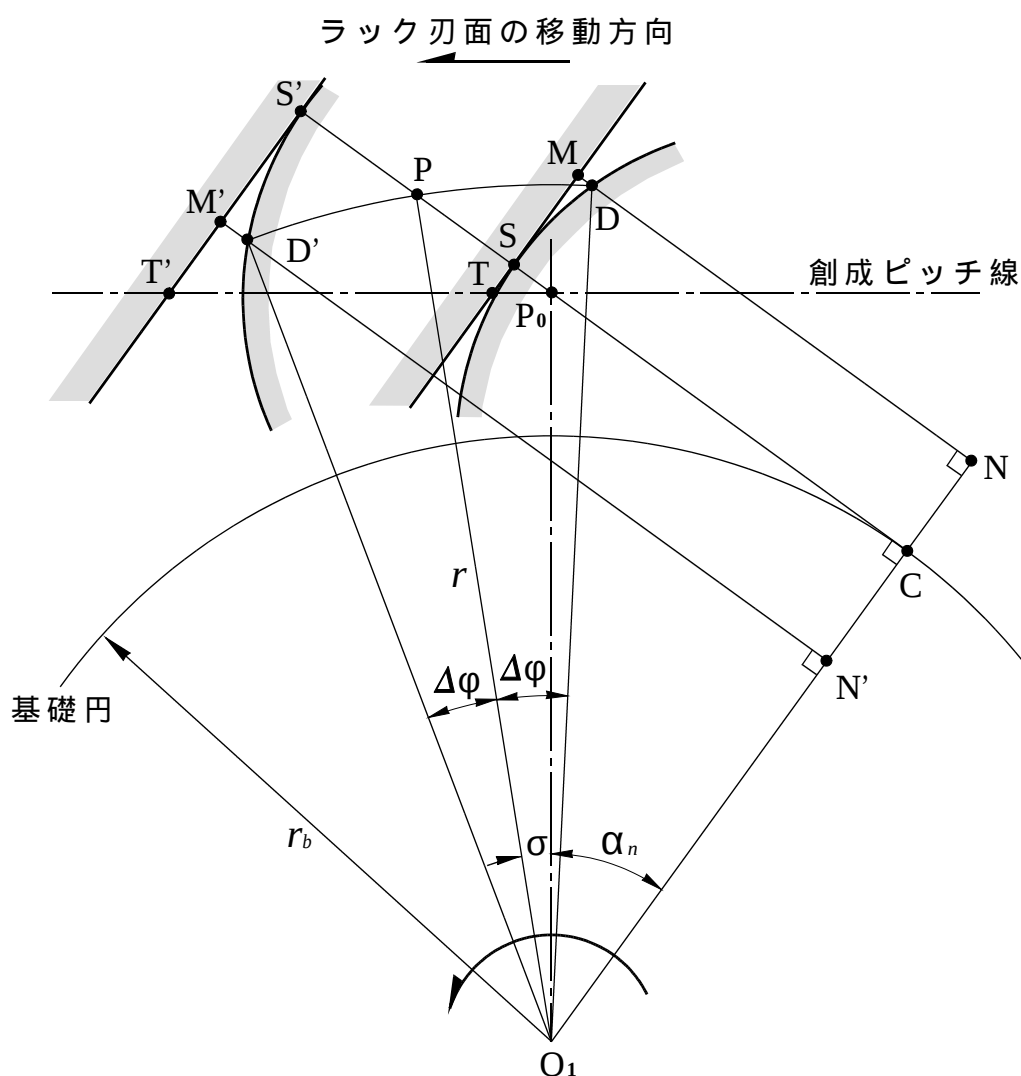


図 3.48 トレーリング側砥石刃面と創成歯面との間隙

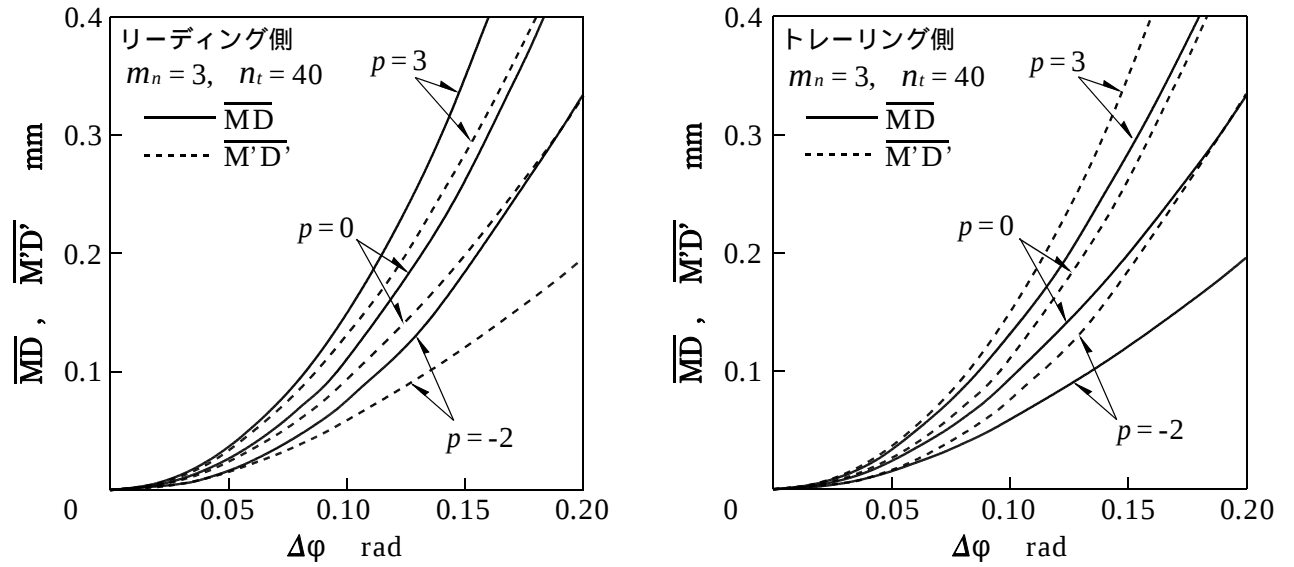


図 3.49 加工歯車の微小回転による間隙の変化

にあるときの点を D および D' , PO_1P_0 を σ とし , 点 O_1 より点 P までの距離 r が創成ピッチ円半径 r_g より大きい場合に σ が正 , 小さい場合に負であるとする , 創成前の間隙 $\overline{MD}$ および創成後の間隙 $\overline{M'D'}$ と $\Delta\phi$ との関係は , 次のようにして求めることができる . 図 3.48 において ,

$$\begin{aligned}\overline{MD} &= \overline{CS} - \overline{ND} & \overline{M'D'} &= \overline{CS'} - \overline{N'D'} \\ \overline{CS} &= \overline{CP} \pm \overline{PS} & \overline{CS'} &= \overline{CP} \mp \overline{PS'} \\ &= \rho \pm r_b \Delta\phi & &= \rho \mp r_b \Delta\phi \\ \overline{ND} &= r \sin(\alpha_n + \sigma \pm \Delta\phi) & \overline{N'D'} &= r \sin(\alpha_n + \sigma \mp \Delta\phi)\end{aligned}$$

の関係があり , $r \sin(\alpha_n + \sigma) = \rho$, $r \cos(\alpha_n + \sigma) = r_b$ であるので ,

$$\overline{MD} = \rho (1 - \cos\Delta\phi) \pm r_b (\Delta\phi - \sin\Delta\phi) \quad (3.54)$$

$$\overline{M'D'} = \rho (1 - \cos\Delta\phi) \mp r_b (\Delta\phi - \sin\Delta\phi) \quad (3.55)$$

となる . ここで , $\pm$ および $\mp$ の符号において , 上の符号はリーディング側 , 下の符号はトレーリング側の砥石刃面の場合を表す (以下同様) .

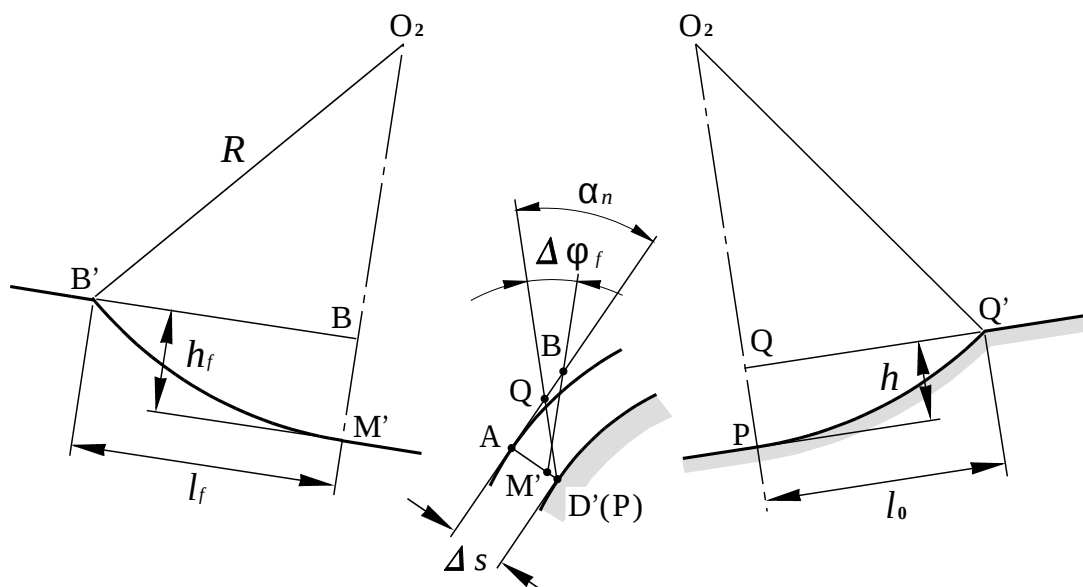


図 3.51 創成砥粒の研削長さおよび研削終了砥粒の位置

創成ピッチ線に垂直な面上を紙面の上から下への円運動として、近似的に考えることができる。従って、創成砥粒 P の運動面は、点 P と接する歯形上の点における接線に対して α_n だけ傾いており、歯車が $\Delta\phi$ だけ回転した創成後の砥粒 M の運動面と歯形の接線とのなす角 ψ は $\alpha_n - \Delta\phi$ となる。すなわち、図 3.50 に示すトレーリング側刃面の場合、創成後では $\psi < \alpha_n$ となり、間隙 $\overline{MD}$ が砥石の片歯厚切込み深さ Δs より小さいときには、図 3.51 に示すように、砥粒 M の運動面と Δs の加工取代の未加工部分が干渉することになる。換言すれば、トレーリング側刃面では創成後も研削作用が続行することになる。一方、リーディング側刃面の場合、創成後の砥粒 M の運動面と歯形の接線とのなす角 ψ は $\alpha_n + \Delta\phi$ となり、 $\psi > \alpha_n$ であるので、創成砥粒の切削軌跡と創成後の砥粒の運動面とは干渉しない。すなわち、リーディング側の砥石刃面上の研削終了位置は創成位置と一致することになる。

そこで、トレーリング側の砥石刃面の研削終了位置について検討する。図 3.51 は、歯面に対して法線方向の片歯厚切込み深さ Δs の加工取代のあるトレーリング側の歯面を研削する場合の創成砥粒の研削長さ l_0 および研削終了位置（点 M からの歯筋方向の距離で表す） l_f を示す。同図において、DQ は創成砥粒 P の運動面、R はこの砥粒の砥石軸からの距離すなわち点 P までの砥石半径を表し、 h は砥石半径方向の切込み深さである。 h は R に比べて著しく小さいので、歯形の創成砥粒 P の 1 回の研削長さ l_0 は、近似的に次

式で表される．

$$\begin{aligned}
 l_0 &\doteq \sqrt{2 R h} \\
 &= \sqrt{\frac{2 R \Delta s}{\sin \alpha_n}}
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

なお， l_0 はリーディング側およびトレーリング側ともに同じであり，上向き研削の場合には $P \rightarrow Q$ ，下向き研削の場合には $Q \rightarrow P$ の方向に創成砥粒は運動する．

図 3.51 に示すように，トレーリング側の歯面を研削終了する砥粒は，砥石刃面上の点 P で創成される歯形上の点から $\overline{M'D'}$ の間隙で創成砥粒の運動面に対して近似的に $\Delta\phi_f$ の角度の運動面 MB をもつもの（図 3.48 参照）とすれば， $\Delta\phi_f$ は近似的に次のようにして求められる．同図の $\overline{AB}$ の長さは

$$\overline{AB} = \frac{\Delta s - \overline{M'D'}}{\tan(\alpha_n - \Delta\phi_f)} \tag{3.57}$$

である．トレーリング側の場合の式 (3.55) の $\Delta\phi$ を $\Delta\phi_f$ として式 (3.57) に代入し， $\overline{AB}$ を $\Delta\phi_f$ について微分して，その最大値となる $\Delta\phi_f$ を求めれば，近似値として次式で与えられる．

$$\Delta\phi_f \doteq \frac{2 \Delta s}{\rho \sin(2\alpha_n)} \tag{3.58}$$

図 3.51 より，研削終了砥粒の砥石半径方向の切込み深さ $h_f (= \overline{MB})$ は

$$h_f = \frac{\Delta s - \overline{M'D'}}{\sin(\alpha_n - \Delta\phi_f)} \tag{3.59}$$

である．式 (3.55) および式 (3.59) より， h_f は近似的に次式で表すことができる．

$$h_f \doteq \frac{\Delta s}{\sin \alpha_n} \left(1 + \frac{\Delta\phi_f}{\tan \alpha_n} \right) - \frac{\rho \Delta\phi_f^2}{2 \sin \alpha_n} \tag{3.60}$$

また，研削終了砥粒の研削長さ l_f は

$$l_f \doteq \sqrt{2Rh_f} \quad (3.61)$$

となる．なお， l_0 または l_f は，一般の歯面研削の場合，砥石半径 R が大きく，砥石の片歯厚切込み深さ Δs が著しく小さいので，近似的には，歯形上の点 P における法線方向の断面（図 3.51 の AD 面）上の研削長さおよび研削終了位置として考えてよい．また，そのときの砥石半径 R は，任意の位置の歯形の創成から研削終了までの加工歯車の回転角 $\Delta\phi$ が著しく小さいので，点 P の位置を決定する ρ によって，図 3.47 から次式のように表すことができる．

$$R = R_g + (r_b \tan \alpha_n - \rho) \sin \alpha_n \quad (3.62)$$

従って，トレーリング側の砥石刃面の研削終了位置の座標を (X_f, Y_f) とすると， X_f は式 (3.52) で表されるの創成位置より $R_g n_i \Delta\phi_f$ だけ後方となり， Y_f は図 3.48 において $\Delta\phi = \Delta\phi_f$ の場合の点 M の位置として求められ，次式のようになる．

$$X_f = X_0 + R_g n_i \Delta\phi_f \quad (3.63)$$

$$Y_f = Y_0 + \{r_b(1 - \cos\Delta\phi_f) + \rho \sin\Delta\phi_f\} \cos \alpha_n - r_b \Delta\phi_f \sin \alpha_n \quad (3.64)$$

なお，リーディング側の研削終了位置は創成位置となり，式 (3.52) および式 (3.53) で与えられる．

3.5.3 砥石刃面上の研削開始位置

砥石刃面上の研削開始位置は，歯面の研削終了部と砥石刃面の接触から求められる．図 3.52 は，図 3.51（トレーリング側）に示すような研削加工形状をもつ歯面の歯筋方向の断面に対して加工歯車が 1 回転し，工作物 1 回転当たりの加工送り量 f だけ砥石軸が移動した状態を示す．ただし，同図は，点 D （ P ）のごく近傍の歯面の研削加工形状が変わらないものとし，半径 R の砥石刃面上の点 M'' が回転して点 B （点 M'' から歯筋方向に $l_f - f$ の距離にある点）で接触し始め，その研削運動面が $M''B$ であると考えた場合である．この創成前の砥粒の運動面は，創成砥粒の運動面 PQ に対して $\Delta\phi_b$ の角度をもつものとすれば，図 3.50 より明らかなように，点 D の位置における歯形の接線に対してトレ - リング側の場合には $\alpha_n + \Delta\phi_b$ ，リーディングの場合には $\alpha_n - \Delta\phi_b$ の角度となる．

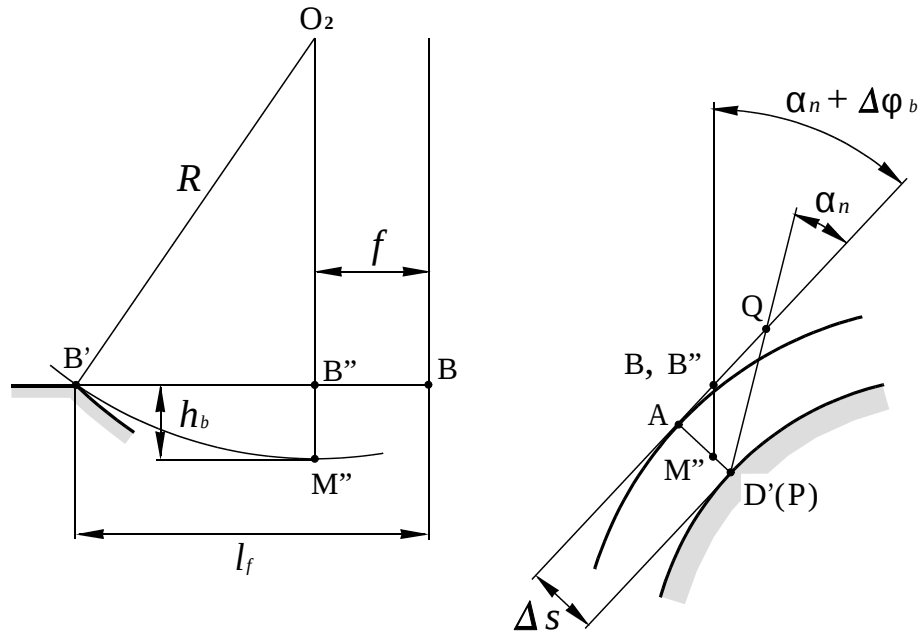


図 3.52 研削開始砥粒の位置

従って、研削開始砥粒の半径方向の切込み深さ h_b は、式 (3.54) の $\Delta\phi$ を $\Delta\phi_b$ として求めると、次式で表される。

$$\begin{aligned}
 h_b &= \frac{\Delta s - \overline{M''D'}}{\sin(\alpha_n \mp \Delta\phi_b)} \\
 &\doteq \frac{\Delta s}{\sin \alpha_n} \left(1 \pm \frac{\Delta\phi_b}{\tan \alpha_n} \right) - \frac{\rho \Delta\phi_b^2}{2 \sin \alpha_n}
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

また、 $R \gg h_b$ であるので、次式の関係が得られる。

$$h_b \doteq \frac{(l_f - f)^2}{2R} \tag{3.66}$$

$\Delta\phi_b$ は、式 (3.65) および式 (3.66) より求められ、次式のように表される。

$$\Delta\phi_b = \frac{\Delta s}{\rho \tan \alpha_n} \left(\sqrt{1 + \frac{2 \rho \tan^2 \alpha_n}{\Delta s^2} \left\{ \Delta s - \frac{\sin \alpha_n}{2R} (l_f - f)^2 \right\}} \pm 1 \right) \tag{3.67}$$

なお、式 (3.67) 中の l_f は研削終了砥粒の研削長さであり、リーディング側砥石刃面の場合

合には式 (3.56) で与えられる l_0 の値, トレーリング側砥石刃面の場合には式 (3.61) で与えられる l_f の値となる. 従って, リーディング側およびトレーリング側の砥石刃面上の研削開始位置の座標 (X_b, Y_b) は, 研削終了位置の座標と同様にして求められ, 次のようになる.

$$X_b = X_0 - R_g n_t \Delta \phi_b \quad (3.68)$$

$$Y_b = Y_0 + \{r_b(1 - \cos \Delta \phi_b) \pm \rho \sin \Delta \phi_b\} \cos \alpha_n \mp r_b \Delta \phi_b \sin \alpha_n \quad (3.69)$$

3.5.4 砥石刃面上の研削作用領域

図 3.53 は, $m_n = 3, n_t = 40, \alpha_n = 20^\circ$ の並歯標準の平歯車を $R_g = 150\text{mm}$ のねじ状砥石を用いて, $\Delta s = 0.015\text{mm}, f = 1\text{mm/rev}$ の一般的な粗研削条件で歯面研削する場合の

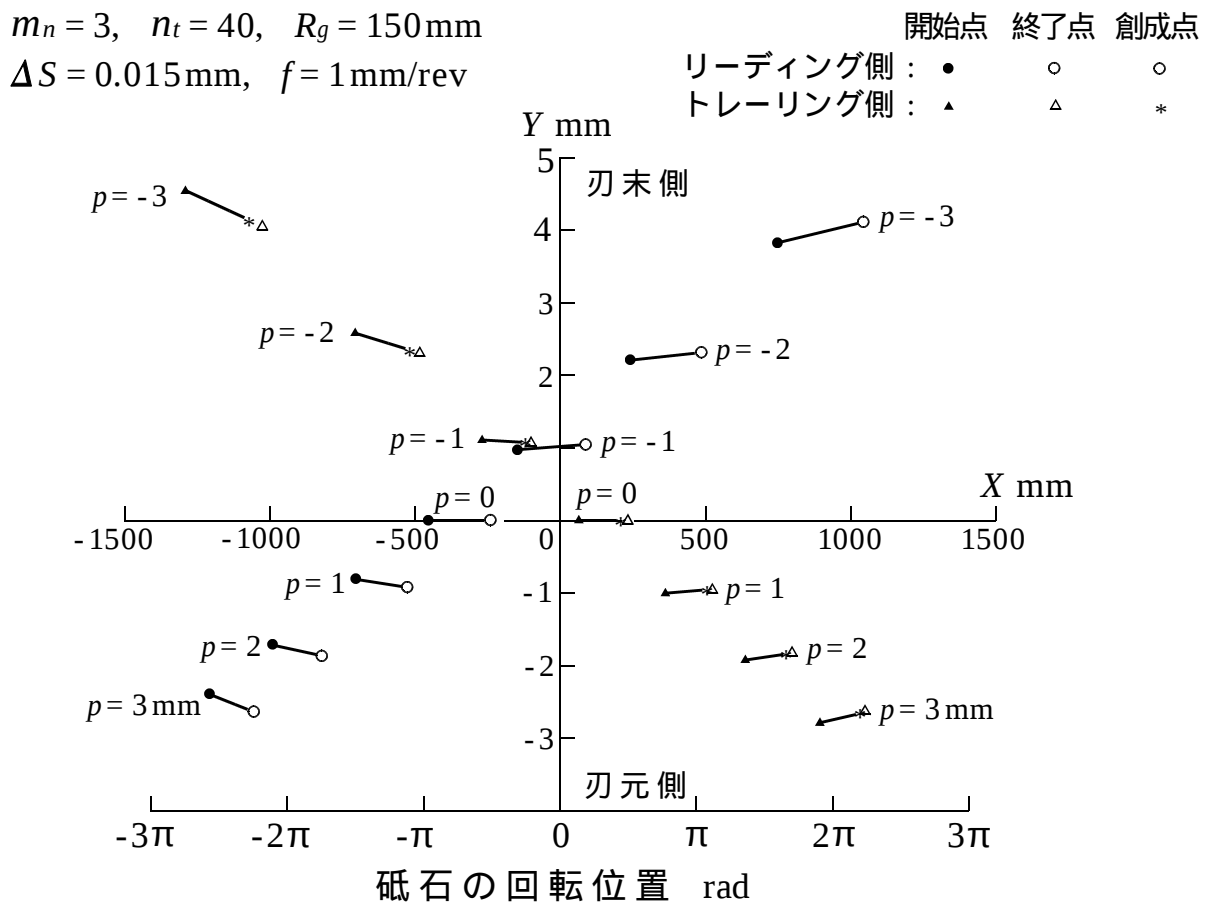


図 3.53 砥石側刃面上の研削作用領域(近似計算)

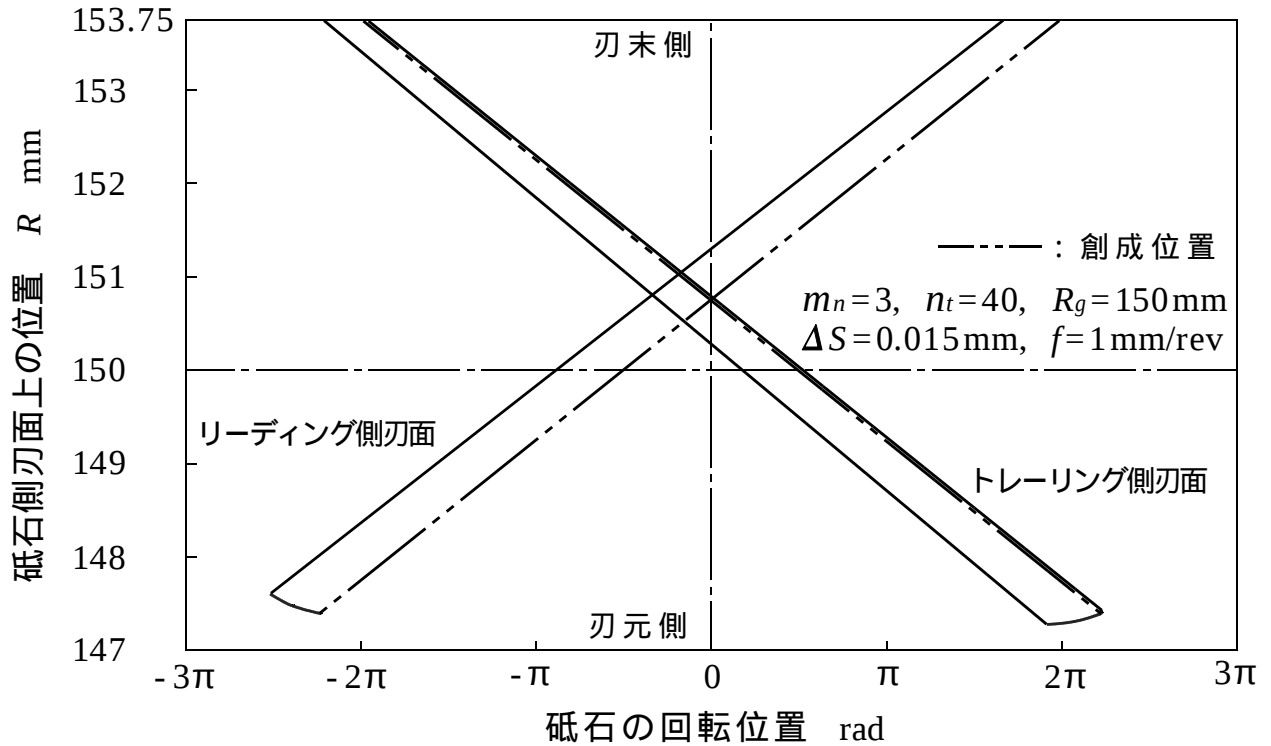


図 3.54 砥石側刃面上の研削作用領域(厳密計算)

砥石刃面上の創成位置，研削終了位置および研削開始位置を式(3.52)，式(3.53)，式(3.63)，式(3.64)，式(3.68)および式(3.69)によって求め，研削作用領域を表したものである．なお，同図は加工歯車の創成ピッチ円上における歯溝の midpoint がピッチ点 P_0 と合致する位置を原点とし，加工歯車の創成ピッチ円から p の位置の歯形の研削作用位置に対する砥石円周方向の X 座標とこれに対応する砥石の回転位置を横軸に，砥石半径方向の Y 座標を縦軸にとっている．図 3.54 は，図 3.53 の場合について 3.2 ～ 3.4 節で述べた数値解析によって砥石刃面上の研削作用領域を求めた結果を示す．両図の研削作用領域はほぼ一致しており，平歯車の一般的な粗研削条件の場合においては，平面幾何に基づく近似解法でも研削過程を解析することが可能である．しかし，加工送り量 f が小さくなると，近似による誤差が大きくなるため，特に f が約 0.5mm/rev より小さい場合に近似解法を適用することは望ましくないことが認められた．図 3.53 から分かるように，砥石刃面上の研削作用領域は砥石の約 2.5 周に及ぶ渦巻き状となっており，加工歯車の任意の半径上の加工取代を研削する砥石の研削作用長さ（研削開始点から研削終了点までの距離）は刃元側（加工歯車の歯末側を研削）より刃末側（歯元側を研削）の方が長く，トレーリング側

に比べてリーディング側砥石刃面の方が多少長くなっている。

このようにトレーリング側の砥石刃面の研削作用長さが短くなるのは、図 3.50 および図 3.52 から明らかなように、創成前の砥粒の運動面と歯形の接線とのなす角 ψ がリーディング側では $\psi < \alpha_n$ 、トレーリング側では $\psi > \alpha_n$ となり、加工歯車の 1 回転前の加工歯面と砥石刃面とが接触するときの加工歯車の回転角 $\Delta\phi_b$ がリーディング側に比べてトレーリング側の方が小さくなることに起因する。この $\Delta\phi_b$ は砥石刃面上の研削作用長さを主として決定づける値となるため、式 (3.64) から明らかなように、研削作用長さは ρ の小さい刃末側になるほど長くなる。また、トレーリング側とリーディング側の研削作用長さの相違は、式 (3.64) の $\sqrt{\quad}$ の中が小さい値となる加工条件すなわち Δs が大きく、 f が小さい場合ほど小さくなる。

以上のような歯車の研削加工過程は、上向き削り（コンベンショナル送り）の場合について検討したものであるが、前述のように砥石刃面上の砥粒が加工歯面部を切削通過する間（図 3.51 の PQ および図 3.52 の M "B）の加工歯車の回転変位は著しく小さく、無視することができるので、この解析結果は下向き削り（クライム送り）の場合についても全く同様に適用できるものである。

3.6 結 言

ねじ状砥石を用いて連続的創成法によって、多数歯のインボリュートはすば歯車の歯面を研削加工する場合および小モジュールのインボリュート平歯車を全歯丈切込みによる歯切り加工する場合について、第 2 章で求めた創成運動過程中的砥石と歯車との相対位置関係を表す基礎式をもとに数値解析を行い、砥石刃面上の研削開始位置、創成位置および研削終了位置を求めることによって、研削加工過程を明らかにし、砥石の単位面積当たりの加工量を検討した。また、平歯車の歯面の研削過程については平面幾何にもとづく近似的解析も行った。以上の結果、次のことを明らかにした。

- (1) 平歯車の場合、リーディング側砥石刃面および刃先面においては創成位置が研削終了位置となるが、トレーリング側砥石刃面においては両位置が一致せず、創成後も研削作用が続行する。
- (2) はすば歯車とねじ状砥石のねじれ方向が等しい場合、リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面とも創成後も研削作用が続行する。これに対して、両者のね

ねじれ方向が異なる場合，トレーリング側砥石刃面におけるねじれ角が著しく小さい範囲を除いて，リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面とも創成位置と研削終了位置が一致する．

- (3) 全歯丈切込み加工における各砥石刃面の研削加工割合は，刃先面が約 45 %と最も大きく，全加工面積のほぼ 1 / 2 を占め，リーディング側およびトレーリング側の刃面がそれぞれ約 28 %および 27 %とほぼ同じである．
- (4) 歯面研削における砥石の単位面積当たりの加工量は，加工歯車の歯先近傍を研削する刃元側が刃末の 2.5 ～ 4.5 倍大きく，砥石損耗量は刃元側が大きくなる．
- (5) 平歯車の歯面研削の場合，トレーリング側の方がリーディング側刃面よりも，砥石の単位面積当たりの加工量は 1.5 倍大きく，砥石損耗量が大きくなる．
- (6) ねじれ角が大きいはずば歯車の歯面研削において，ねじ状砥石のねじれ方向が異なる方が等しい場合よりも，砥石の単位面積当たりの加工量が小さく，加工精度が高くなる．
- (7) 全歯丈切込み加工における砥石の単位面積当たりの加工量は，各砥石面を比べると刃先面は両側刃面の 6 ～ 9 倍大きく，特にトレーリング側端部で著しく増大する．刃面におけるこの値は，刃元側から刃末側になるにしたがって大きくなり，リーディング側よりもトレーリング側の方が大きい．
- (8) 砥石の基準ピッチ円半径を，一般的に使用される 値の 3 分の 1 としても，砥石の単位面積当たりの 加工量は約 2 倍しか大きくなり，小径化による 砥石損耗量の増加は小さい．

参 考 文 献

- 1) G. W. Dee : TECHNICAL PAPER(Society of Manufacturing Engineers) , MSR91-06 (1991).
- 2) G. Sulzer : TECHNICAL PAPER (Society of Manufacturing Engineers) , MS90-422 (1990).
- 3) F. L. Litvin and Chung-Biau Tsay : Trans. ASME , Ser.R , 107 , 4(1985)556.
- 4) 穂屋下茂 , 石橋 彰 : 日本機械学会論文集(C 編) , 60 , 579(1994)3948.
- 5) 穂屋下茂 : 日本機械学会論文集(C 編) , 61 , 583(1995)1149.
- 6) 島宗 勉 , 餅田正秋 , 小野浩二 : 精密機械 , 49 , 12(1983)1626.
- 7) 相浦正人 , 米倉将隆 , 杉本武治 , 榎藤一昭 : 日本機械学会論文集(C 編) , 48 , 434(1982) 1624.
- 8) 齒車便覧編集委員会編 : 齒車便覧(増補改訂版) , 日刊工業新聞社(1970)670.

第4章 多数歯の低速歯車研削における小径ねじ状砥石を用いた加工実験

4.1 緒 言

研削加工において、砥石の損耗は被加工物の形状、寸法精度に対して直接的な影響を及ぼす重要な因子であり、微視的および巨視的な砥石損耗挙動に関して、古くから様々な研究が行われてきた。しかし、砥石損耗は砥粒の摩滅、破砕ならびに脱落など力学的および熱化学的作用によって引き起こされる極めて複雑な現象であるため、砥石損耗と加工条件との定量的関係を解析的に求めることは困難である。そのため、一般の研削加工において、実験的研究が数多く行われており、砥石損耗は砥石の単位面積当たりの研削量と密接な関係にある^{1), 2), 3)}ことが明らかにされている。この関係は研削加工において普遍的な原則と考えられ、ねじ状砥石による歯形創成研削においても適用できるものと考えられる。しかし、ねじ状砥石を用いて歯形を創成する研削加工では、砥石全面が研削作用に関与する一般的な研削加工の場合とは異なり、前章までに明らかにしたように、研削作用領域が砥石刃面上の特定の一部の狭い範囲となる。また、加工歯形の精度に直接影響を及ぼすのは、歯形の創成に関わる砥石面上の特定の位置の損耗であり、砥石の全作業面がほぼ均等に摩耗する一般研削の場合とは摩耗の様態も異なり複雑であり、ねじ状砥石の損耗と加工条件との関係を明らかにした研究は見あたらない。

また、近年の機械装置の小型軽量化、高速化に伴い、信頼性が高い高強度、高精度の歯車の需要が増加してきており、焼入れ処理後に行われる研削加工の加工能率をあげることによって高精度歯車の生産コストを低減させることが求められている。高精度と高能率という相反する要求に応えるために、CBN 砥粒のねじ状砥石を用いて砥石回転数を高速化する研究^{4), 5)}等が行われているが、砥石速度が高いため研削焼けを生じ、歯面品質を低下させる問題がある。古くから用いられている WA 砥粒のねじ状砥石による歯車研削においては、通常、直径 300mm 程度の砥石を約 1800m/min の周速度で回転させており、研削焼けを避けるためには砥石切込みを大きくできず、粗研削と仕上研削とに分けて行われており⁶⁾、微小切込みによる研削において加工能率を向上させることには限界がある。

一般研削において、加工時間を短縮させるためには、高切込み研削法が有効である。ドイツのヘフラー社は、ラック形の砥石を用いる歯車の割り出し創成研削方式において、加

工取り代に相当する切込みを与えることによって、数回の研削パスで仕上げる場合に比べて、加工時間を $1/3$ に短縮させ、ディープフィード研削方式として実用化している⁷⁾。ねじ状砥石による研削加工においても、高能率かつ高精度の加工法として有効であることが明らかにされている低砥石速度による高切込みクリープフィード研削⁸⁾を適用することによって、加工精度の低下をもたらすことなく一層の高能率化が可能と考えられる。

本章では、ねじ状砥石によるインボリュート歯車の研削加工において、小径砥石を用いて低い砥石速度によるクリープフィード研削加工法を適用した加工実験を実施し、第3章の解析結果の妥当性を検証するとともに、砥石損耗に及ぼす加工条件の影響を明らかにし、高切込みによる高能率化の可能性を探り、高精度歯車を能率的に研削するための適用加工条件を検討する。

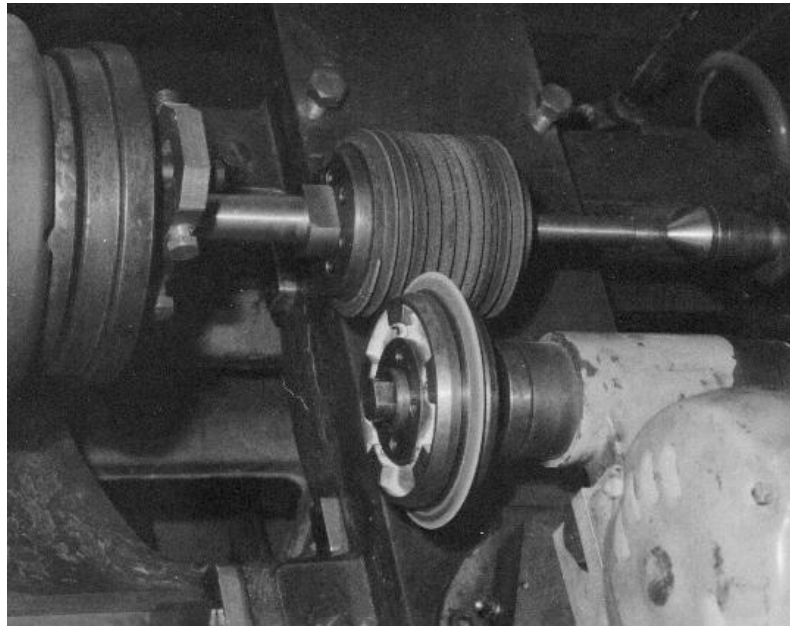
4.2 研削法および砥石損耗の測定

ねじ状砥石によるインボリュート歯車の歯形創成加工実験は、予めホブ歯切りを行った焼入れ歯面に対する歯面研削および焼入れ円筒素材に対して全歯丈切込みによる歯切り加工の実験を行った。本節では、研削加工実験の方法およびその条件、ねじ状砥石の刃面の損耗量の測定法について述べる。

4.2.1 研削法および条件

一般の研削加工において加工取り代が大きい場合、砥石切込み深さの大きい高切込みクリープフィード研削法を適用することによって、加工能率を飛躍的に向上させることが可能である。そこで、本研究におけるねじ状砥石による歯形創成加工実験は、高切込みクリープフィード研削法によって実施した。砥石の切込み深さを大きくすることによって生じやすくなる研削焼けを砥石速度を低下させることによって抑制するとともに加工能率の低下を防止するために、小径の砥石を用いることにした。従って、使用機械としては汎用ホブ盤（榎藤鉄工所製，KR-600）を、砥石としては成形およびドレッシングが容易であり、砥石の輪郭形状を持続させやすいものとしてビトリファイドボンドの WA 砥石で比較的結合度の高いものを選定した。

実験に使用したねじ状砥石は、直径が 125mm、幅が 100mm の円筒形のビトリファイドボンドの WA 砥石を 1 条の右巻き形に成形したものである。単石ドッレサによって概略



(a) 刃面研削用のねじ状砥石



(b) 全歯丈切込み加工用のねじ状砥石

図 4.1 砥石の成形およびドレッシング

の形状に加工し，# 50 のダイヤモンド砥粒の電鍍ロータリドレッサ（直径：150mm，頂角 40° の V 字形）でツルーイングした後，側刃面は上記のロータリドレッサを用いて無切込みで，刃先面は単石ドレッサでドレッシングを施した．図 4.1 は砥石の成形およびドレッシングを行った装置を示し，旋盤のモジュールねじ送りを利用したものである．なお，ロータリドレッサによるツルーイングおよびドレッシングは，ロータリドレッサに対して進み角 γ を与えて実施した．同図の(a)は歯面研削用，(b)は全歯丈切込み加工用

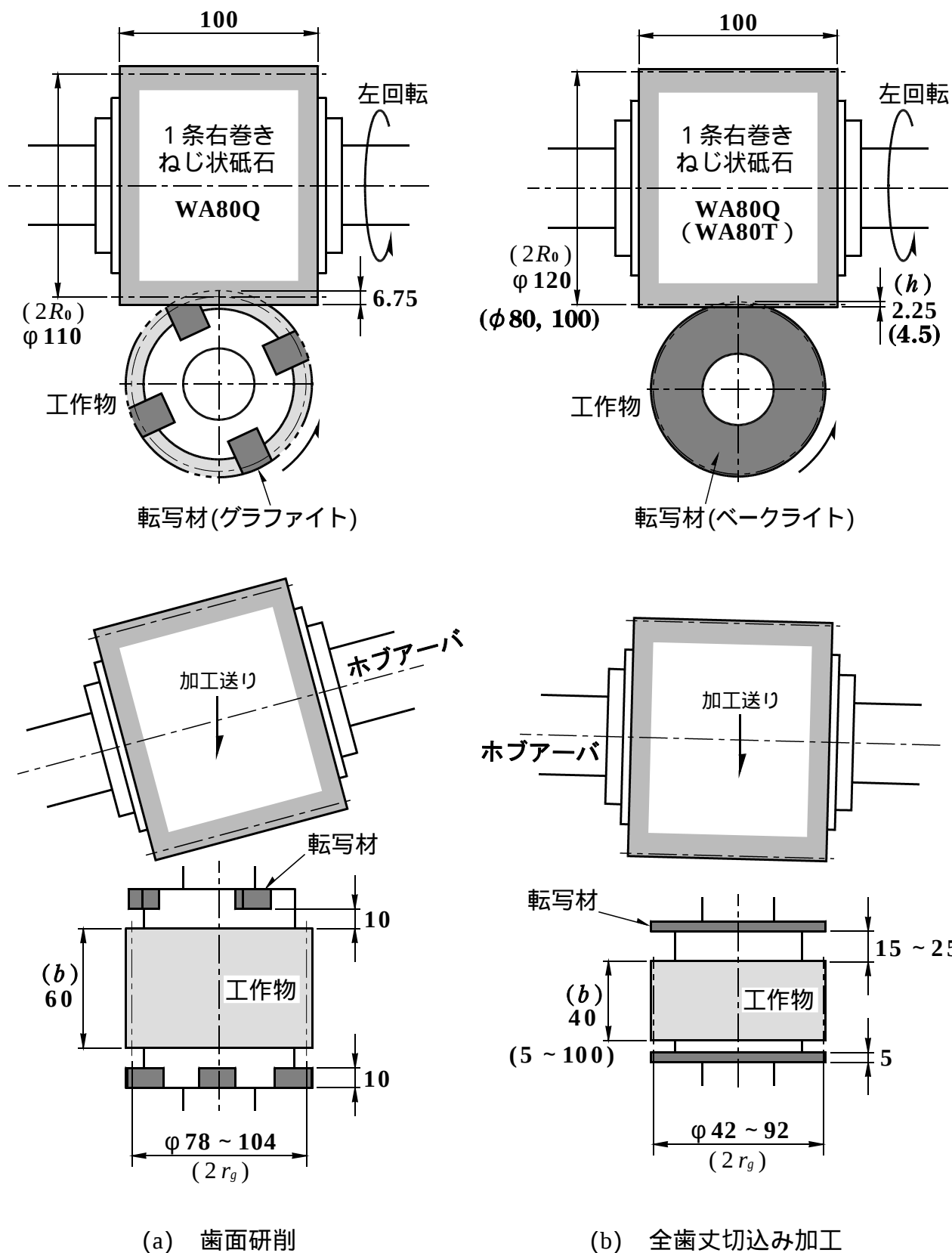
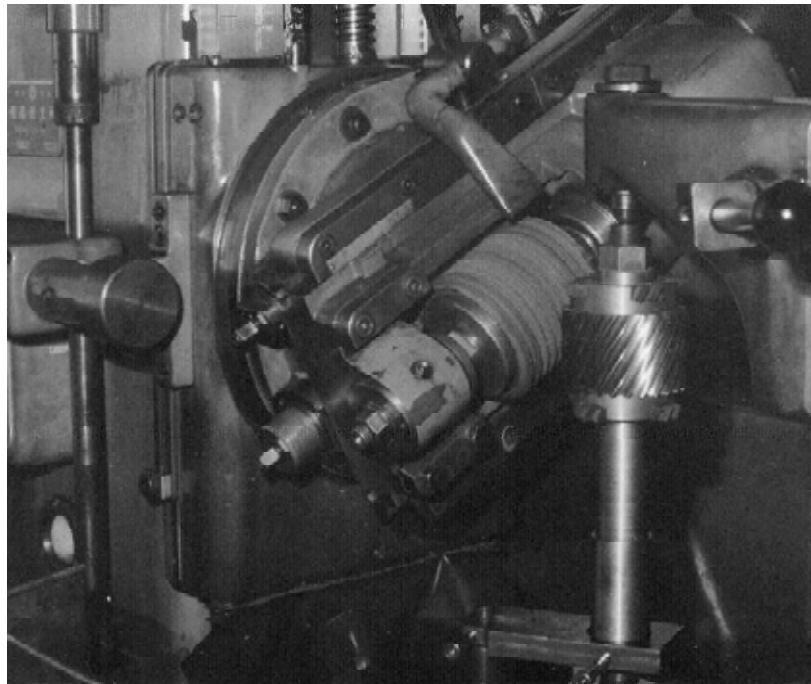
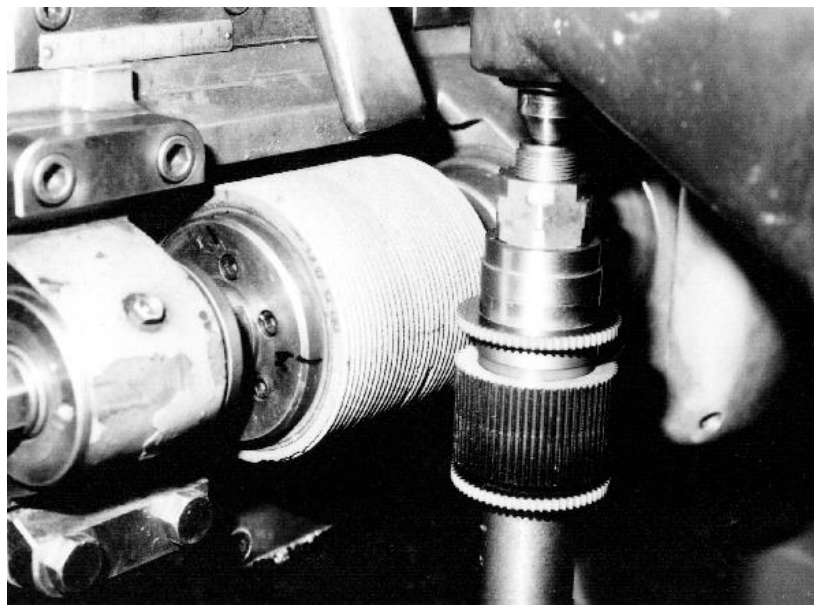


図 4.2 実験方法の概要図



(a) 歯面研削実験



(b) 全歯丈切込み加工実験

図 4.3 実験装置

のねじ状砥石のドレッシング作業の様子を示し，砥石の取り外しおよび取り付けによって誤差が生じるため，砥石のツルーイングおよびドレッシングはホブアーバ（ホブ盤のホブを取り付ける軸）に固定した状態で行った．

歯面研削に使用した工作物は，ホブによる歯切り加工した炭素鋼（S45C）を焼入れし

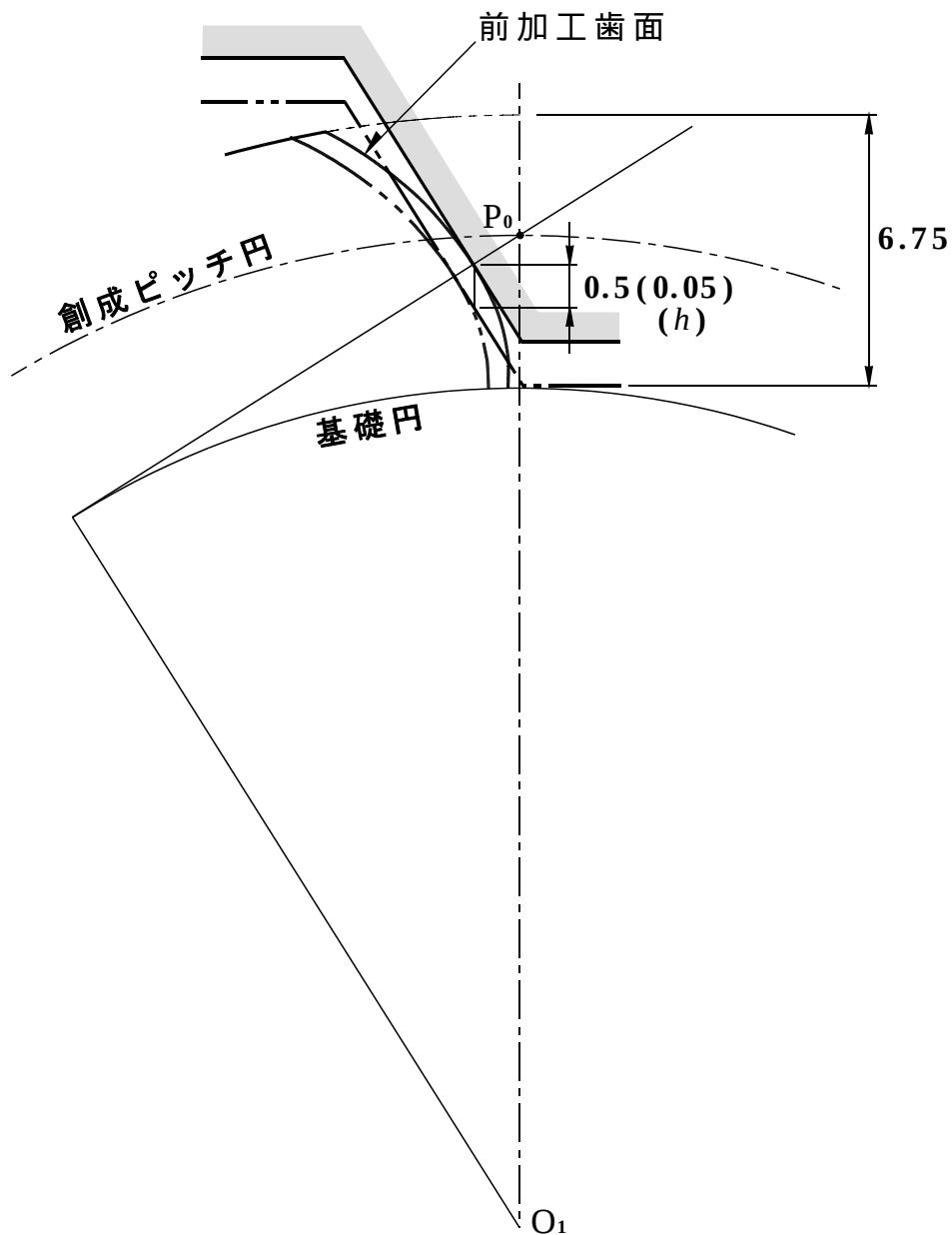


図 4.4 歯面研削における砥石切込み

たもの（硬度：HRC55）であり，ワークアーバ（工作物を取り付ける軸）に固定して，焼入れひずみを除去するために前もってねじ状砥石によって研削加工を施した．全歯丈切込み加工の場合の工作物は，炭素工具鋼（SK3）を焼入れしたもの（硬度：HRC60）であり，ワークアーバに固定して，直径が並歯標準平歯車の歯先円直径（＝創成ピッチ円直径 $2r_g$ ＋ $2 \times$ モジュール m_n ）となるように円筒研削盤によって外周面を研削した．また，歯面研削に使用した工作物についても，同様に外周面を円筒研削によって仕上げた．

図 4.2 は，歯面研削実験および全歯丈切込み加工実験の実験方法の概要を示し，工作物

表 4.1 インボリユート歯車の歯面研削加工の実験条件

使用機械	汎用ホブ盤（榎藤鉄工所製，KR-600）
研削方式	ラック形刃形を持つ1条の右巻きねじ条砥石による創成法
研削砥石	WA80Q8V（外径：φ 117.5 mm，幅：100 mm）
ドレッシング	ダイヤモンド砥粒（#50）の電鍍ロータリードレッサ （頂角 40° のV字形，外径：φ 150 mm） ドレッサの回転数：1035 rpm 切込み深さ：20，0 μm 砥石の回転数：0.76 rpm
砥石の基準 ピッチ円半径	$R_0 = 55 \text{ mm}$
砥石の回転数	$N = 355 \text{ rpm}$ （ピッチ円上での砥石速度 $V = 123 \text{ m/min}$ ）
砥石の圧力角	$\alpha_n = 20^\circ$
モジュール	$m_n = 3$
進み角	$\gamma = 1^\circ 33'$
工作物	焼入れ炭素鋼（S45C，HRC55）
歯数	$n_t = 26, 28, 30$
ねじれ角	$\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ （右ねじれ）
工作物幅	$b = 60 \text{ mm}$
砥石切込み	$h = 0.05, 0.5 \text{ mm}$ （半径方向）
加工送り	$f = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8 \text{ mm/rev}$
研削液	不水溶性（軽油：#150 スピンドル油 = 2：1）

軸方向に上から見た図と砥石を正面から見た図である．ワークアーバに固定した工作物の上下には，研削前（損耗無し）および研削後（損耗有り）の砥石による創成歯形を形成させるための転写材を，工作物と同時に研削加工しないような間隔で，歯筋の延長線に取り付けた．転写材としては，転写中の研削抵抗に対する支持剛性による誤差，研削熱による熱膨張誤差ならびに砥石損耗による誤差が極力小さくなる材質のものが要求され，歯面研削実験の場合（図 4.2 の(a)）はグラファイトを，全歯丈切込み加工の場合（図 4.2 の(b)）はベークライトの円板（厚さ：5mm）を使用した．なお，ねじ状砥石と加工歯車のねじれ方向を等しくしたので，砥石の取り付け角は $\beta - \gamma$ である．

表 4.2 インボリュート歯車の全歯丈切込み歯切り加工の実験条件

使用機械	汎用ホブ盤（榎藤鉄工所製，KR-600）	
研削方式	ラック形刃形を持つ 1 条の右巻きねじ条砥石による創成法	
研削砥石	WA80Q7V，WA80T7V（外径：φ 122.5 mm，幅：100 mm）	
ドレッシング	側刃面：ダイヤモンド砥粒（#50）の電鍍ロータリードレッサ ドレッサの回転数：1400 rpm 切込み深さ：50 μm 砥石の回転数：0.76 rpm 刃先面：単石ダイヤモンドドレッサ ドレッサの送り速度：0.04 mm/rev 切込み深さ：20 μm 砥石の回転数：344 rpm	
砥石の基準 ピッチ円半径	$R_0 = 40, 50, 60 \text{ mm}$	
砥石の回転数	$N = 120 \sim 495 \text{ rpm}$ （ピッチ円上での砥石速度 $V = 30 \sim 187 \text{ m/min}$ ）	
工 作 物	焼入れ炭素工具鋼（SK3，HRC60）	
ね じ れ 角	$\beta = 0^\circ$ （標準平歯車）	
砥石の圧力角	$\alpha_n = 20^\circ$	
モ ジ ュ ー ル	$m_n = 1$	$m_n = 2$
歯 数	$n_t = 42 \sim 92$	$n_t = 28 \sim 44$
工 作 物 幅	$b = 5 \sim 100 \text{ mm}$	$b = 40 \text{ mm}$
砥石切込み	$h = 2.25 \text{ mm}$ （半径方向）	$h = 4.5 \text{ mm}$ （半径方向）
加工送り	$f = 0.04 \sim 0.5 \text{ mm/rev}$	$f = 0.04 \sim 0.15 \text{ mm/rev}$
研 削 液	不水溶性（軽油：#150 スピンドル油 = 2：1）	

図 4.3 は実験装置の写真を示す．実験は，汎用ホブ盤のホブアーバに成形した 1 条の右巻き形のねじ状砥石を取り付けて，実施した．歯面研削実験の場合は，図 4.4 に示すように，研削仕上げした前加工歯面（ $m_n=3$ の並歯標準はすば歯車）と砥石の側刃面とを接触させた位置を基準として加工取り代に等しい切り込み（半径方向）を与えて，リーディング側およびトレーリング側の片歯面ごとに行った．全歯丈切込み加工実験の場合は，歯車（並歯標準平歯車）の歯丈に等しい切り込み（ $=2.25 \times \text{モジュール } m_n$ ）を与えて，ワンパスで歯形を創成加工した．いずれの場合も，一般の歯車研削条件に比べて著しく切込

み深さが大きいいため、研削焼けの生じない安定した研削状態を得るため、直径 10mm 程度の小径砥石を用い、一般的に用いられている速度の約 $1/10$ の 200m/min 以下の低い砥石速度で実施した。表 4.1 および表 4.2 は、それぞれ歯面研削および全歯丈切込み加工の主なる実験条件を示す。

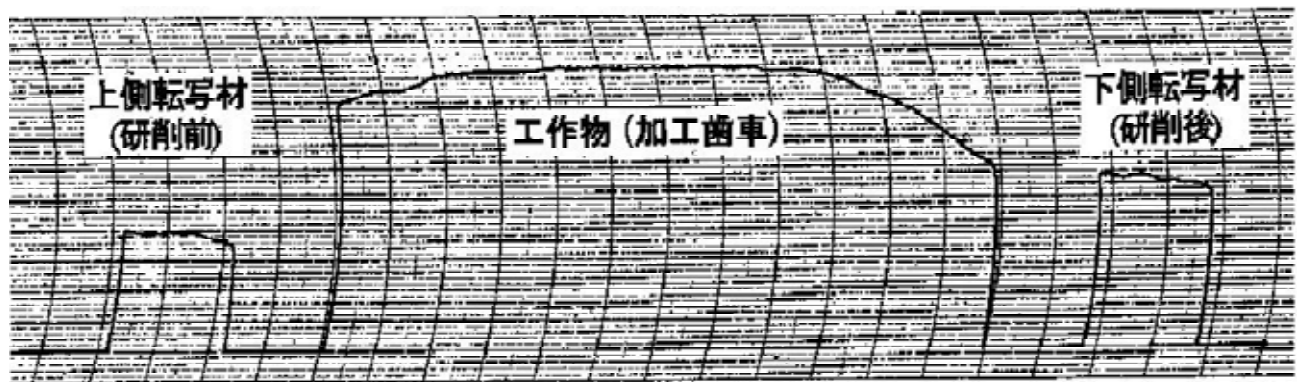
4.2.2 砥石損耗の測定

砥石刃面の損耗量は、加工形状精度に直接影響する砥石刃面上の創成位置（幾何学的噛み合い関係より得られる位置であり砥石損耗を考慮していない場合における創成位置）近傍の損耗深さを対象とするもので、加工歯形形状の変化から求めることにし、次のような方法によって測定した。図 4.2 に示すように、ワークアーバの工作物の上下に固定した転写材を、工作物を研削加工する前後に、工作物と同じ条件で研削加工することによって、創成歯形を形成し、両者の形状変化を測定することによって砥石損耗量を求めた。砥石の側刃面の損耗量については転写歯形の歯筋方向の形状変化を歯車試験機（浜井産業製、5LD）によって、刃先面の損耗量については転写歯形の歯底面の直径をマイクロメータによって測定して求めた。

しかし、上記の方法で転写する歯形形状にはホブ盤の加工送り方向に対するワークアーバの回転中心軸の傾きによる誤差（以後、取り付け誤差と呼ぶ）を含むため、砥石損耗量はこの取り付け誤差を補正して求める必要がある。そこで、次のようにして、取り付け誤差を求めた。ワークアーバに工作物を取り付けずに、実際に工作物を研削する場合と同じ位置関係となるように上下に転写材のみを固定したものを、工作物を加工する実験と同じ条件で研削した。その際、ワークアーバへの転写材の固定およびホブ盤の回転テーブルへのワークアーバの固定における基準となる点をワークアーバの円筒面上に設け、転写材およびワークアーバが常に同じ位置関係で固定できるようにした。このようにしてワークアーバの上下の転写材に形成された加工歯形は、損耗がない砥石刃面によって創成される形状となる。従って、この上下の歯形の変化量が取り付け誤差となり、砥石の側刃面については歯車試験機で測定した歯筋方向の形状変化、刃先面についてはマイクロメータで測定した歯底面の直径変化を補正值として、砥石損耗量を求めた。図 4.5 は、インボリユート歯車の歯面研削実験における、加工歯形の歯筋方向の形状変化を歯車試験機で測定した一例を示す。同図(a)は、転写材のみを研削した場合の測定結果を示し、上下の転写材の



(a) 転写材のみを研削した場合



(b) 歯面研削実験を行った場合

$$m_n = 3, n_t = 30, \beta = 0^\circ, h = 0.5\text{mm}, f = 0.3\text{mm/rev}, \text{Up Cut}$$

(リーディング側歯面の創成ピッチ円上)

図 4.5 創成歯面の歯筋方向の形状誤差の測定例

間において砥石の損耗がないので，両者の差が取り付け誤差となる．同図(b)は，実際に歯面研削実験を行った場合の測定結果を示し，上下の転写材間の差に対して(a)で求めた取り付け誤差を補正した値が砥石の損耗量となる．ただし，はすば歯車の場合，歯車試験機による測定結果は歯車軸（ワークアーバ）に垂直な断面上における値であるので，測定値を $\cos \beta$ 倍した歯直角断面上（砥石側刃面に対して直角方向）での歯形形状変化から砥石損耗量が得られる．なお，測定は円筒面を4等分した4箇所について行い，4箇所の平均値を砥石損耗量とした．

4.3 砥石刃面での砥石損耗

本節では、ねじ状砥石を用いて、インポリュート歯車の高切込み・低砥石速度による研削加工実験を行った際の加工歯形形状の変化から求めた砥石損耗量に及ぼす加工条件の影響を検討する。

4.3.1 はすば歯車の高切込み歯面研削の場合

図 4.6 および図 4.7 は、それぞれモジュール $m_n=3$, $b=60\text{mm}$ で、歯数 $n_t=26$ および 30 の並歯標準平歯車 ($\beta=0^\circ$) の歯面を半径方向の砥石切込み $h=0.5\text{mm}$, 工作物 1 回転当たりの加工送り $f=0.1 \sim 0.8 \text{ mm/rev}$ で歯面研削した場合の砥石側刃面の損耗深さ W_f と加工送り f との関係を示す。同図において、砥石側刃面上の位置を示すピッチ、刃元および刃末は、それぞれ工作物の創成ピッチ円上、創成ピッチ円から半径方向に 2mm 歯末側および 2mm 歯元側の位置を研削（創成）する砥石刃面上の位置に対応している（本項において、以下同様）。同図より、砥石のトレーリング側に比べてリーディング側刃面の方が、また刃元側に比べて刃末側の方が砥石の損耗が小さいことが分かる。この結果は、第 3 章の 3.4.1 項の解析結果（図 3.31）によく対応しており、砥石の単位面積当たりの加工量が大きい砥石刃面上の位置ほど砥石損耗が大きくなる傾向を示し、解析結果が妥当であることが認められる。なお、加工送り f の増加とともに砥石の加工負担量が比例的に大きくなる一般の研削加工の場合に比べ、 f に伴う W_f の増加は緩やかであり、 f の増加に伴って砥

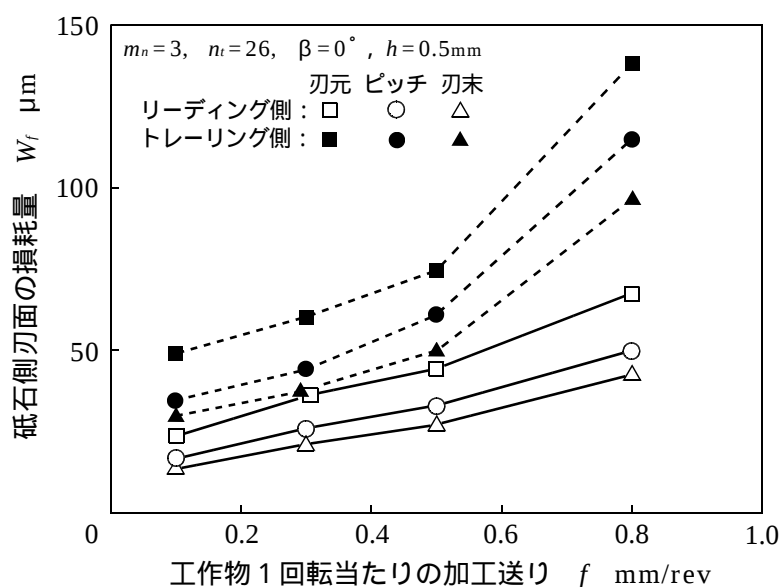


図 4.6 砥石側刃面の損耗量と加工送りとの関係

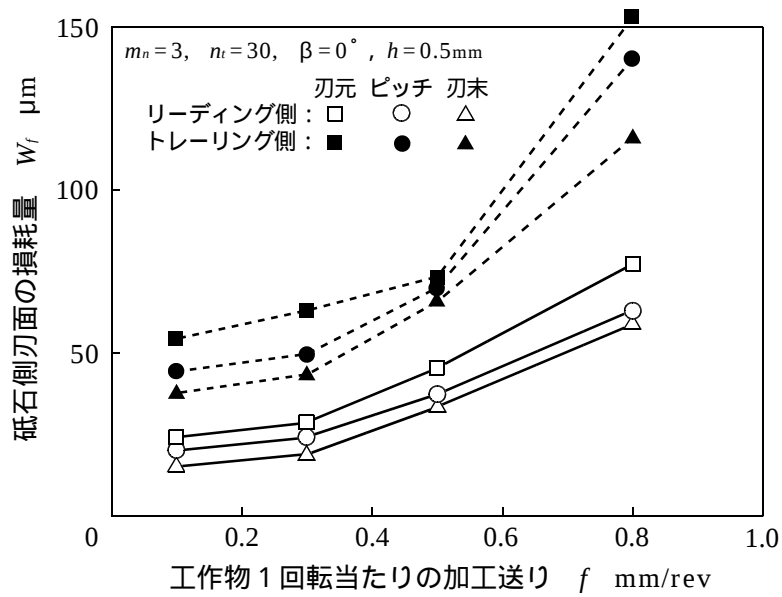


図 4.7 砥石側刃面の損耗量と加工送りとの関係

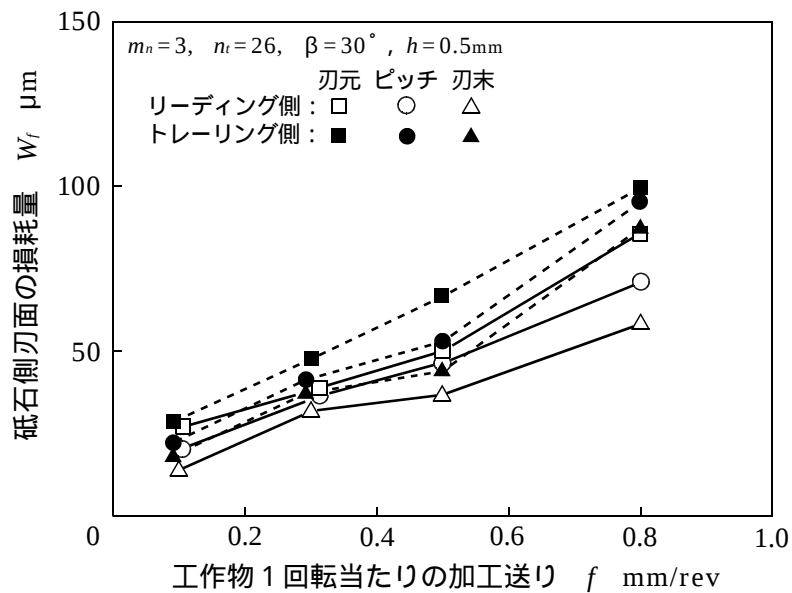


図 4.8 砥石側刃面の損耗量と加工送りとの関係

石刃面上の研削作用領域が拡がり，砥石の単位面積当たりの加工量が f に比例して大きくならないという解析結果の傾向と一致する．

図 4.8 は，図 4.6 と同一の加工条件下で， $\beta = 30^\circ$ の並歯標準はすば歯車（右ねじれ）を歯面研削した場合の砥石側刃面の損耗深さ W_f と工作物 1 回転当たりの加工送り f との関係を示す．図 4.6 の $\beta = 0^\circ$ の場合に比べて，トレーリング側とリーディング側との間の砥石損耗量の差が小さくなっている．第 3 章の 3.4.1 項の解析結果（図 3.32）に示すように，

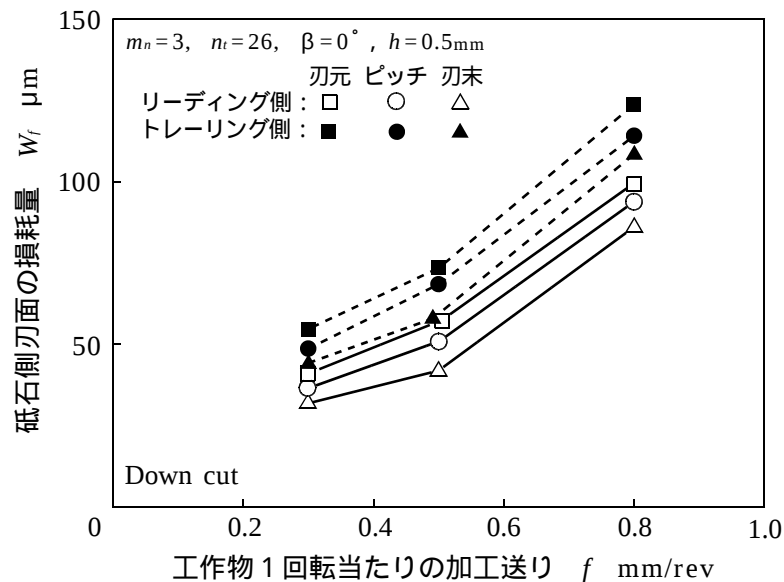
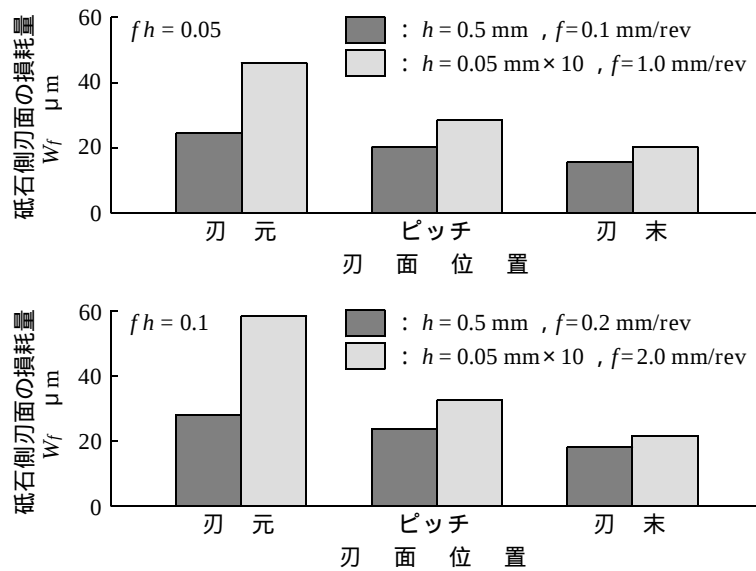


図 4.9 砥石側刃面の損耗量と加工送りとの関係

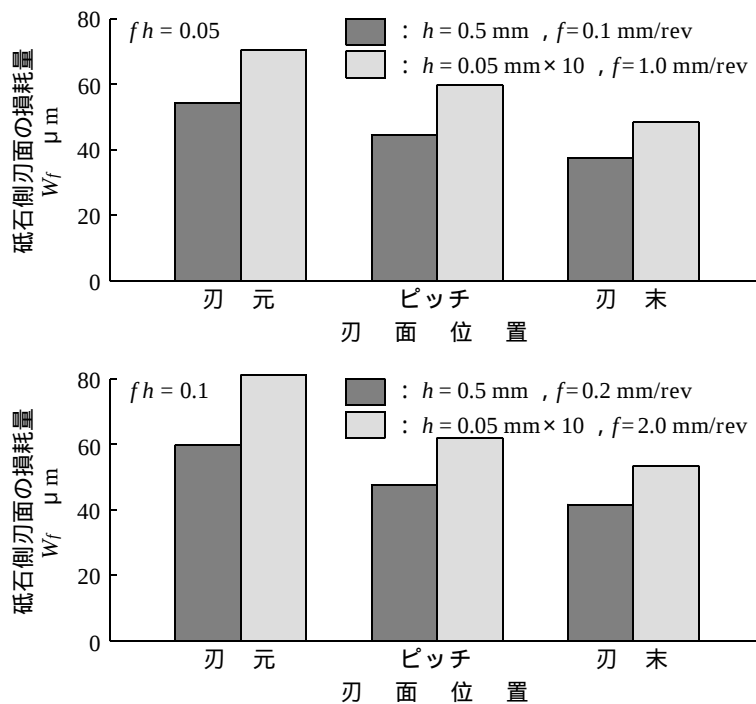
砥石の単位面積当たりの加工量のトレーリング側とリーディング側による差が $\beta = 0^\circ$ の平歯車の場合よりも $\beta = 30^\circ$ のはすば歯車の場合の方が小さくなっており，実験結果と解析結果との整合性が認められる．

上記の実験結果は上向き研削 (Up cut, コンベンショナル送り) の場合であり，図 4.9 は図 4.6 と同一の加工条件で下向き研削 (Down cut, クライム送り) の場合の砥石側刃面の損耗深さ W_f と工作物 1 回転当たりの加工送り f との関係を示す．上向き研削の場合と同様に，トレーリング側に比べてリーディング側の刃面の方が，また刃元側に比べて刃末側の方が砥石の損耗が小さいことが分かる．噛み合い理論上では，両者に相違はなく，同様な傾向を示すことは妥当な結果であると考えられる．なお，総体的には下向き研削の方が僅かに損耗が大きいことが認められる．

図 4.10 は，加工取り代に等しい切込みで研削 ($h=0.5\text{mm}$, $f=0.1$ または $0.2\text{mm/rev} \times 1$ 回，ワンパス研削) した場合と 10 等分した切込みで取り代分だけ研削した場合 ($h=0.05\text{mm}$, $f=1.0$ または $2.0\text{mm/rev} \times 10$ 回，マルチパス研削) とを比較して，砥石側刃面の損耗量を示す．工作物は歯数 $n_t=30$ の平歯車であり，単位時間あたりの加工量 ($= fh, N$ および n_t : 一定) を同一にして行った．マルチパスに比べてワンパス研削の方が砥石損耗量が小さく，加工精度を上げるためには高切込み研削の方が有利であることが分かる．また，単位時間あたりの加工量が同一であっても，マルチパス研削においては，各パスごとに機械の空運転時間が加算されるため，実際の研削作業時間はワンパス研削よりも



(a) リーディング側砥石刃面



(b) トレーリング側砥石刃面

$$m_n = 3, n_t = 30, \beta = 0^\circ, \text{Up cut}$$

図 4.10 ワンパスとマルチパスの砥石側刃面の損耗量の比較

長い．すなわち，加工精度および加工能率ともに，高切込みによるワンパス研削の方が，マルチパス研削よりも優れていることが認められる．

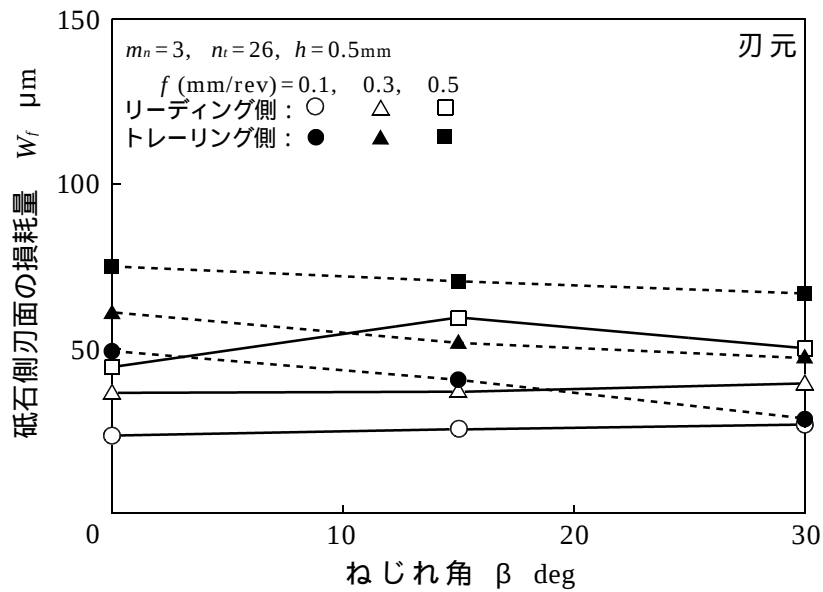


図 4.11 砥石側刃面の損耗量とねじれ角との関係（刃元）

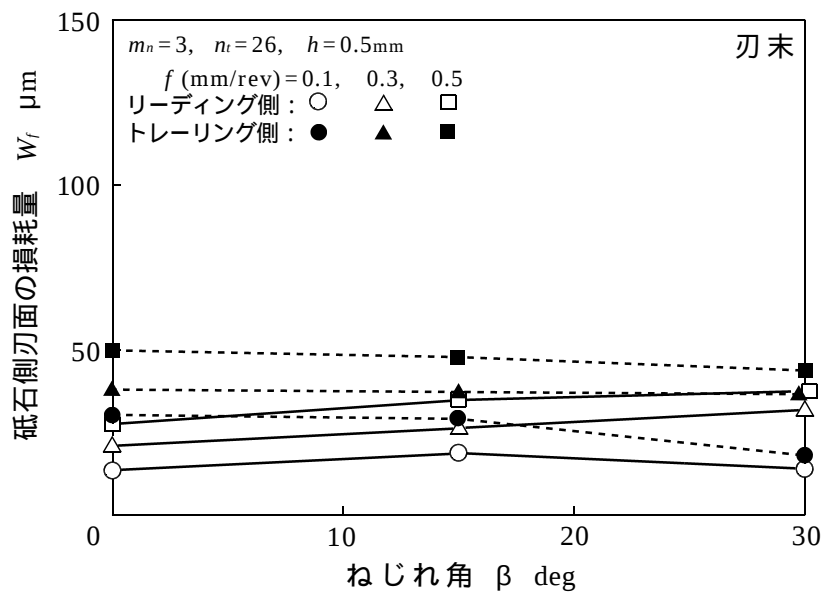


図 4.12 砥石側刃面の損耗量とねじれ角との関係（刃末）

図 4.11 および図 4.12 は、それぞれ砥石側刃面の刃元および刃末の損耗量とねじれ角 β との関係を示す。ただし、歯数 $n_t=26$ と一定とし、ねじ状砥石の刃筋と加工はすば歯車の歯筋のねじれ方向が等しい場合である。両図から分かるように、ねじれ角の増大とともに、リーディング側の砥石損耗は増加し、トレーリング側の損耗は逆に減少する傾向にあり、 $\beta = 30^\circ$ において両者の差は著しく小さくなっている。第 3 章の 3.3.1 項および 3.4.1

項の解析結果によれば， $\beta = 0^\circ$ の平歯車の場合には，リーディング側砥石刃面では創成位置が研削終了位置となるのに対してトレーリング側砥石刃面では創成後も研削作用が持続し，両者の研削加工過程は異なっているが，ねじれ角 β の増加とともにリーディング側砥石刃面の研削終了位置は創成位置より後方へと移動し，トレーリング側砥石刃面との差がなくなり，同時に砥石の単位面積当たりの加工量の両者の差も減少する傾向にある．従って，実験結果は解析結果から推察される定性的傾向を示しており，解析の妥当性が認められる．なお，砥石とはすば歯車のねじれ方向が異なる場合は，解析結果ではリーディング側およびトレーリング側の両砥石側刃面とも，創成位置が研削終了位置となり，創成位置における砥石の損耗はねじれ方向が等しい場合に比べて小さくなることが予想され，相浦ら⁹⁾のセービングホブによるはすば歯車の仕上削り実験において，ねじれ方向が異なる場合の方が歯形誤差が小さくなることが指摘されており，本研究の解析結果と一致している．

4.3.2 平歯車の全歯丈切込み加工の場合

図 4.13 は，モジュール $m_n = 1$ ，歯数 $n_t = 42$ ，幅 $b = 40\text{mm}$ の並歯標準平歯車を，砥石のピッチ円半径 $R_0 = 60\text{mm}$ ，砥石回転数 $N = 355\text{rpm}$ ，工作物 1 回転当たりの加工送り $f = 0.1\text{mm/rev}$ ，砥石切込み $h = 2.25\text{mm}$ で全歯丈切込みによる歯切り加工を行った場合の歯

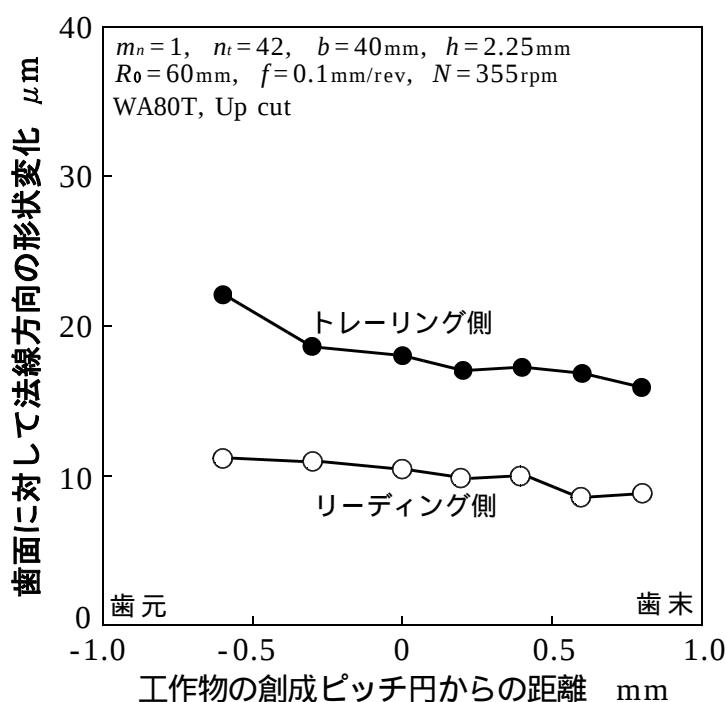


図 4.13 歯面位置による歯面形状変化の相違

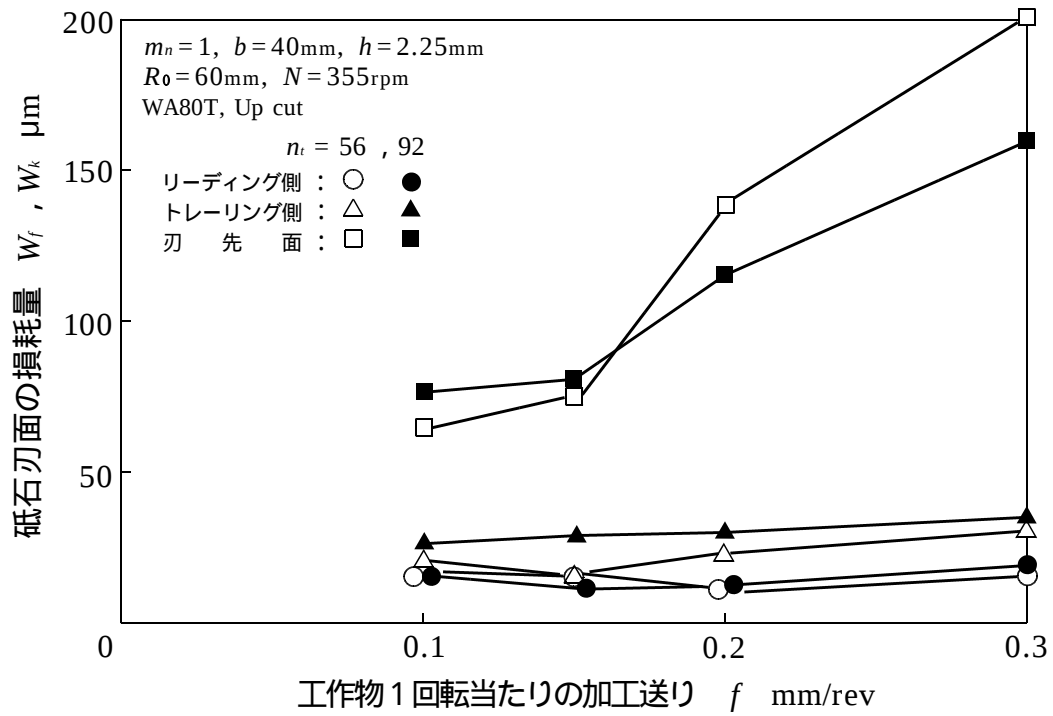


図 4.14 砥石刃面の損耗量と加工送りとの関係

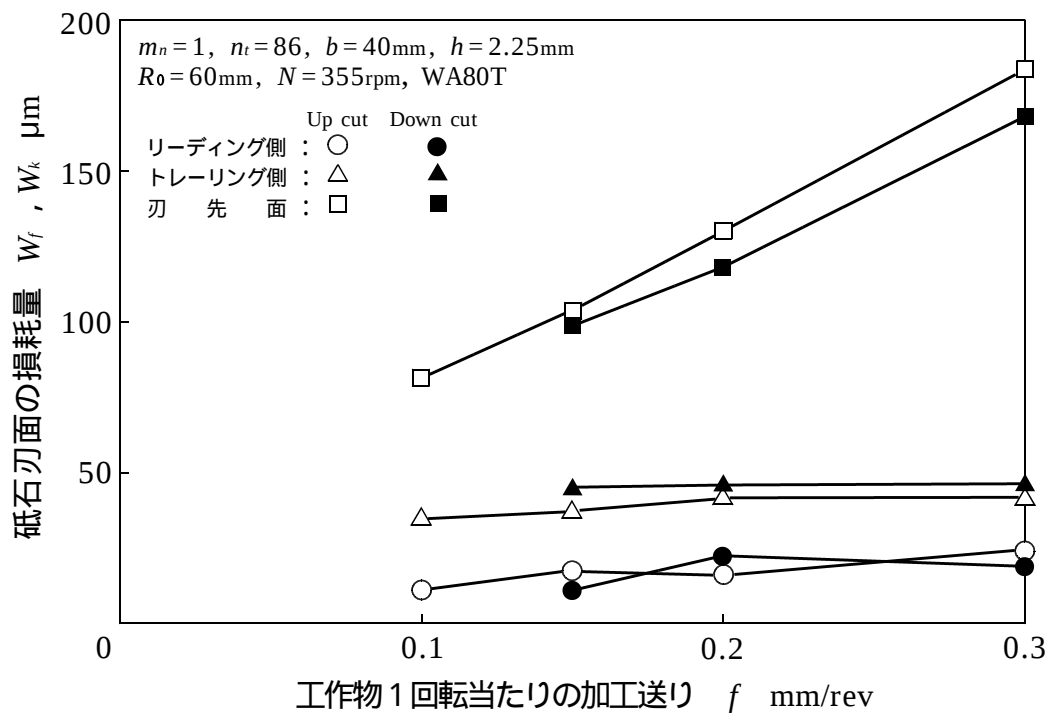


図 4.15 砥石刃面の損耗量と加工送りとの関係

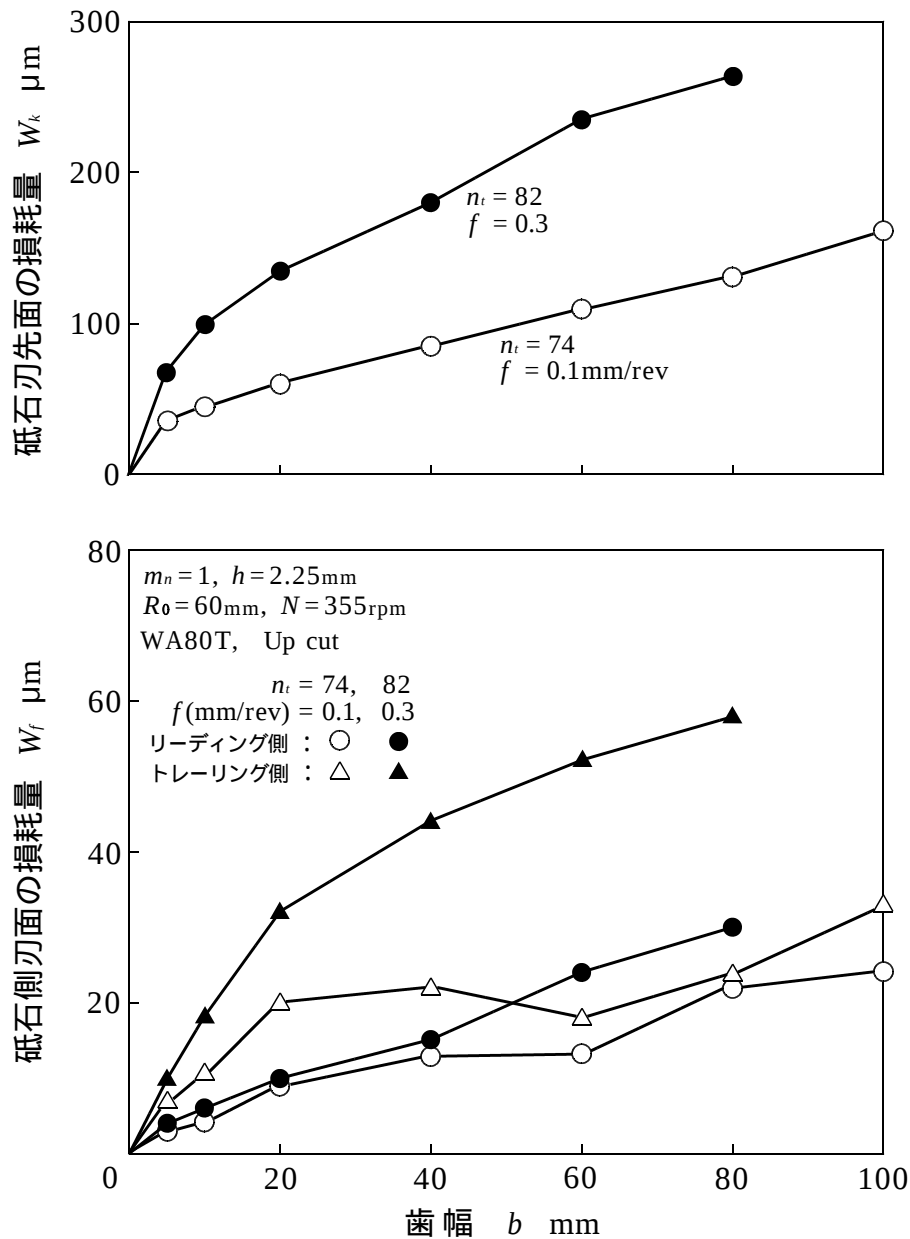


図 4.16 砥石刃面の損耗量と歯幅との関係

面に対して法線方向の形状変化を示す。同図より、歯面の形状変化は歯末側よりも歯元側、リーディング側よりもトレーリング側の方が大きいことが分かる。この形状変化は加工の進行に伴って生じる砥石の損耗に起因するものであることから、砥石の損耗は刃元側よりも刃末側、リーディング側よりもトレーリング側刃面の方が大きいことを示しており、第3章の解析結果と一致しており、数値解析の妥当性が認められる。なお、工作物の創成ピッチ円上の形状変化は砥石の創成ピッチ円上の砥石損耗に対応するが、工作物の任意の半径位置を創成する砥石刃面の位置は工作物の創成ピッチ円から遠ざかるにつれて、ピッチ

円からの距離に対応せず，そのずれが大きくなる．そこで本項では，以後，砥石の側刃面の損耗は創成ピッチ円上の値とする．

図 4.14 および図 4.15 は，加工送り f を $0.1 \sim 0.3\text{mm/rev}$ と変化させて， $m_n=1$ ， $b=40\text{mm}$ の並歯標準平歯車を $h=2.25\text{mm}$ の全歯丈切込みで歯切り加工した場合の実験結果の代表的な例であり，リーディング側およびトレーリング側の両砥石側刃面の損耗量 W_f と砥石刃先面の損耗量 W_k を比較して示したものである．ここで，砥石刃先面については歯溝の中央部の加工形状変化から，刃先面中央部の損耗量として求めた（以下，同様）．両図から，リーディング側およびトレーリング側の両砥石側刃面に比べて砥石刃先面の損耗量が著しく大きく，加工送りの増加に伴う砥石損耗量の変化は，側刃面の場合は僅かに増加する程度であるが，刃先面の場合は側刃面に比べて増加割合が極めて大きいことが分かる．また，図 4.15 から，上向き（Up cut）および下向き（Down cut）の研削方向による砥石損耗量の差は極僅かであり，砥石損耗に及ぼす研削方向の影響はほとんど認められない．

工作物幅 b を $5 \sim 100\text{mm}$ と広範囲に変えた場合の各砥石刃面の損耗量の変化を図 4.16 に示す．一般の研削加工の場合と同様に，砥石は工作物幅 b が小さい研削初期に急激に損耗（初期損耗）し，その後 b の増加に対してほぼ直線的に損耗する定常損耗状態となる．

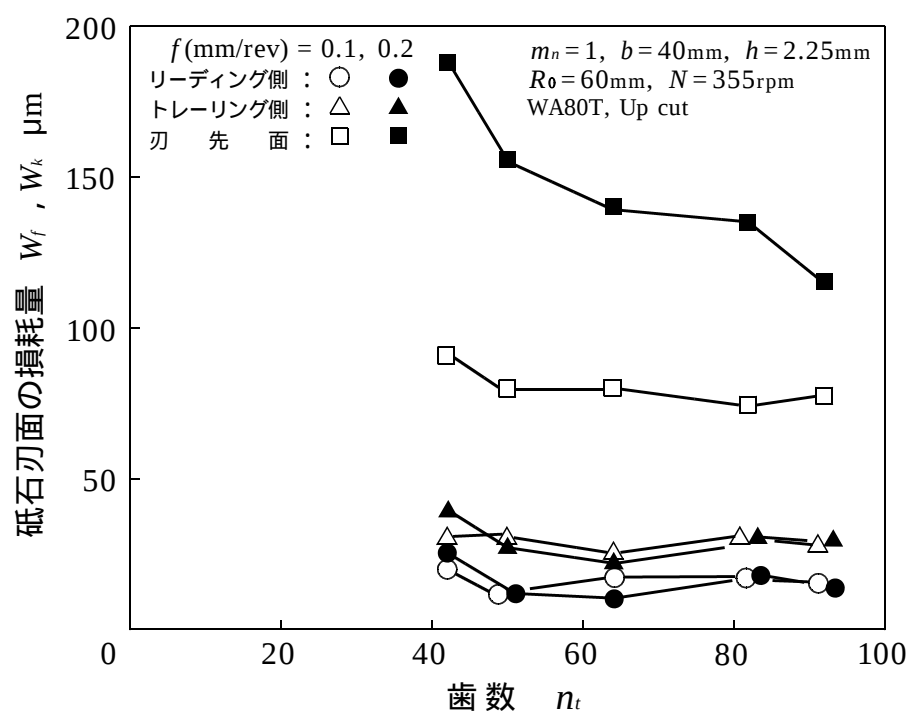


図 4.17 砥石刃面の損耗量と歯数との関係

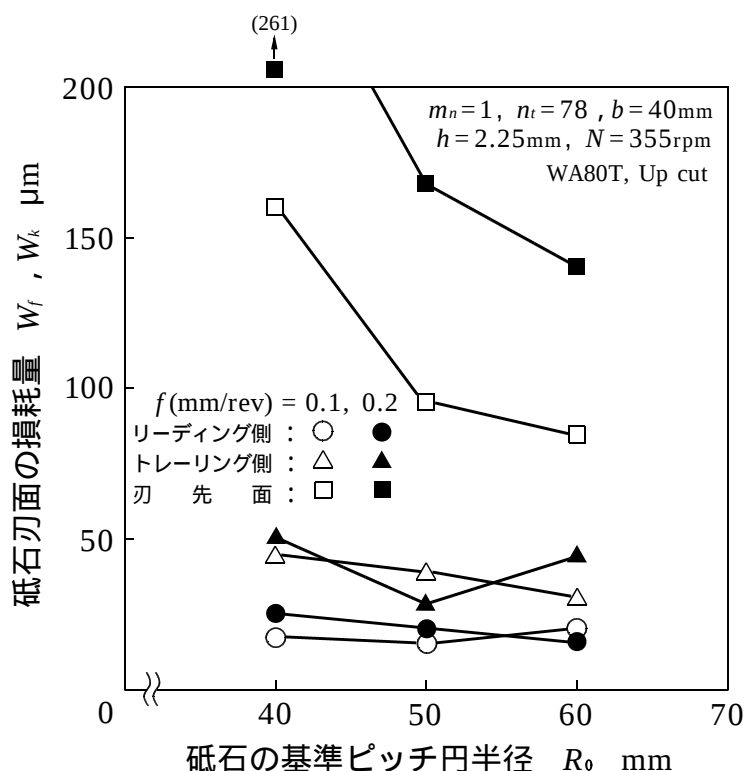


図 4.18 砥石刃面の損耗量と砥石の基準ピッチ円半径との関係

これらの初期および定常損耗は，加工送り f の増加によって大きくなっており，加工条件によって変化する．

図 4.17 は，歯数 n_t が砥石損耗量に及ぼす影響を示すもので，歯数に比例して総研削加工量は増加するにもかかわらず，側刃面においては歯数が増加しても砥石損耗量はほとんど変わらず，刃先面においては歯数の多い場合ほど砥石損耗量が逆に減少する傾向にある．これは，第 3 章で明らかにしたように，歯数が多い場合ほど砥石の単位面積当たりの加工量 u が小さくなることに起因するものと考えられる．

図 4.18 は，砥石のピッチ円半径 R_0 を 40 ～ 60mm と変化させた場合の R_0 と砥石損耗量の関係を示す．側刃面，刃先面の両者とも，砥石のピッチ円半径が大きくなると砥石の損耗量は減少することが認められるが，砥石の径を大きくすることは，砥石と工作物の接触領域長さが増すこと，および砥石回転数 N が一定の下では砥石速度 V も増加することになり，研削焼けが発生しやすい状況となる．研削焼けによる熱損傷を回避するためには，砥石径が大きい条件下では砥石速度を低くするためには砥石回転数を下げることが要求されることになり，加工能率を低下させざるをえない．従って，ねじ状砥石の径は，砥石損

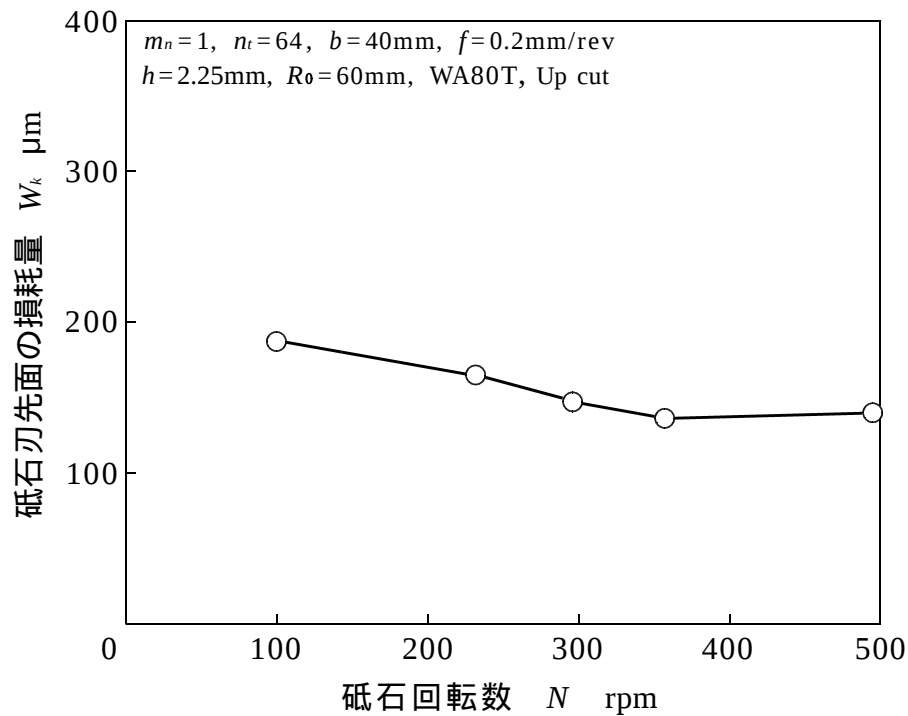


図 4.19 砥石刃先面の損耗量と砥石回転数との関係

耗のみではなく加工能率も考慮して決める必要がある。

図 4.19 は、砥石回転数 N が 120 ~ 495rpm と小さく低い砥石速度範囲(ピッチ円上で $V=30 \sim 187\text{m/min}$)における砥石刃先面の損耗量を示したものである。低速回転域で砥石の損耗が僅かに増加する傾向にあるが、他の加工条件に比べて砥石損耗に及ぼす影響は小さいことが分かる。

図 4.20 および図 4.21 は、それぞれ $m_n=1$ および $m_n=2$ の歯車を全歯丈切込み($m_n=1$ の場合： $h=2.25\text{mm}$ ， $m_n=2$ の場合： $h=4.5\text{mm}$)で研削加工したときの砥石刃先面の損耗量 W_k と加工送り f の関係を表す。両図から分かるように、加工送り f が比較的大きい範囲においては歯数 n_t が小さい場合の方が砥石損耗量は大きく、 f が小さくなるにつれて歯数による砥石損耗量の差は少なくなり、 $m_n=1$ の場合、 f が 0.1mm/rev より小さくなると歯数 n_t が大きい方が砥石損耗量は大きくなる。また、図 4.20 の $n_t=92$ において W_k と f は下に凸の曲線関係にあることが認められ、 $f=0.1$ 付近において砥石刃先面の損耗量は最小値となっている。他の歯数の場合においても、 W_k と f は下に凸の曲線関係にあることが推察され、任意の歯数に対して砥石刃先面の損耗量が最小となる加工送り f が存在するものと考えられる。

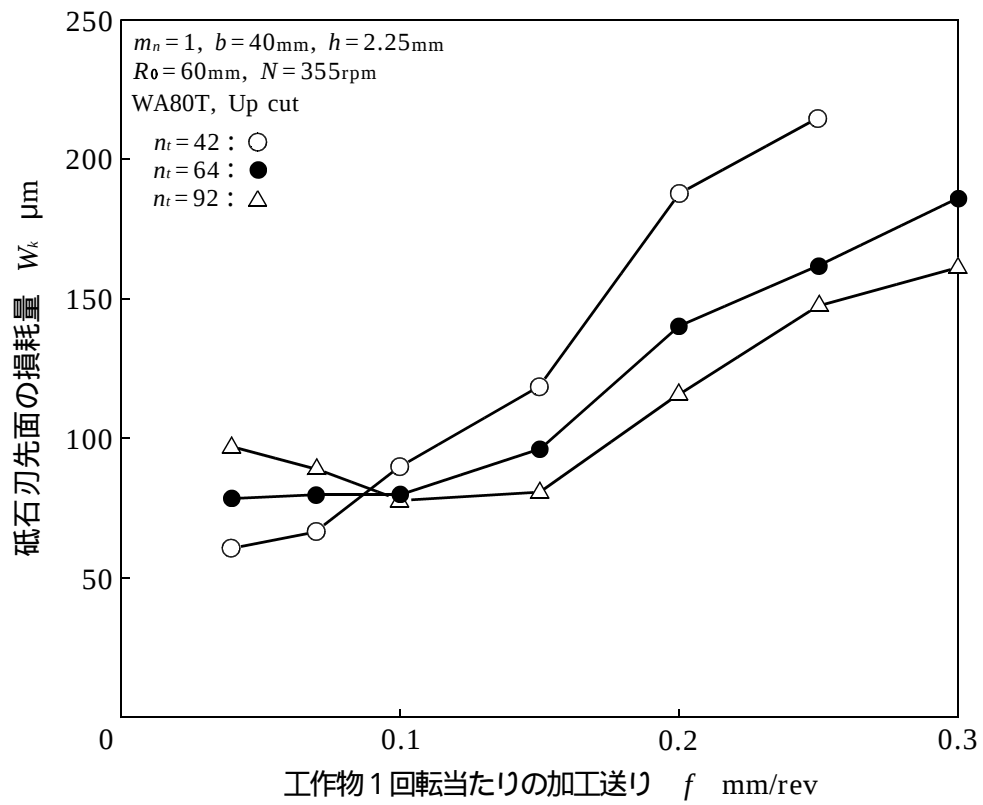


図 4.20 砥石刃先面の損耗量と加工送りとの関係

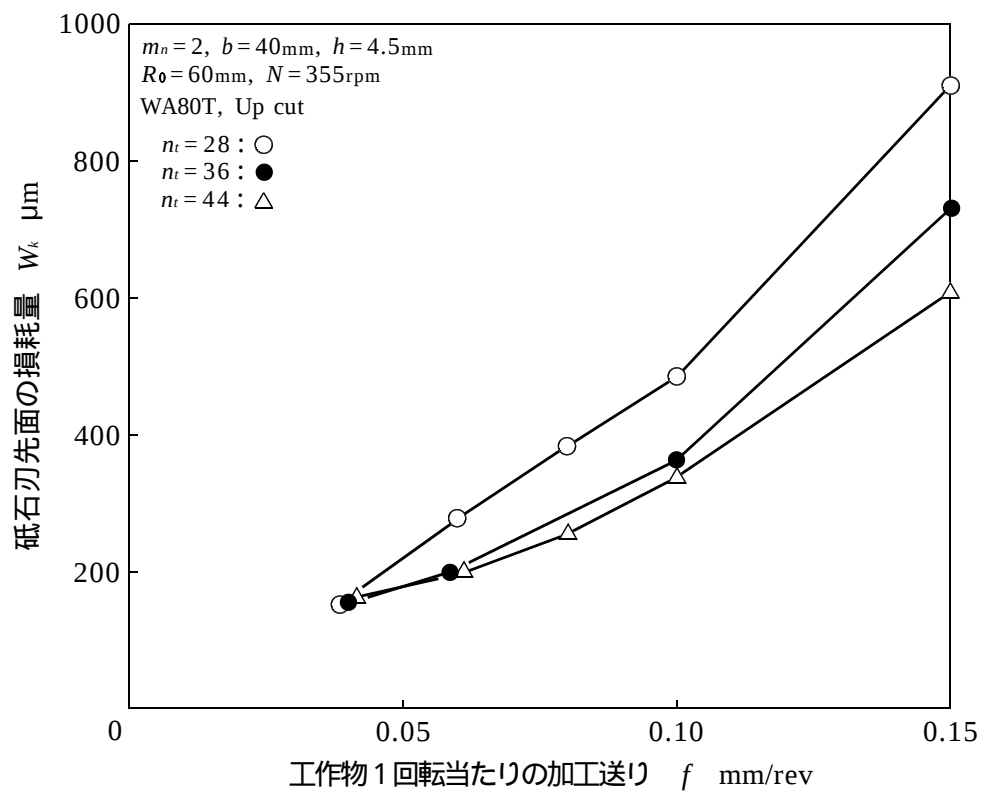


図 4.21 砥石刃先面の損耗量と加工送りとの関係

4.4 砥石の単位面積当たりの研削量と砥石損耗量

前節では、所定の寸法の工作物を研削終了するまでの砥石の損耗量と加工条件との関係を検討した。工作物の形状寸法を決定する工作物幅、歯数等に比例して加工体積は増加するため、これらの条件が大きく異なる場合の砥石損耗量は主として加工体積に依存することになり、砥石損耗と加工条件との相互関係が明確に求められない。そこで、本節では、加工体積に直接的に左右されない砥石 1 回転当たりの損耗量をもとにして砥石損耗と加工条件との相互関係を検討する。

歯数 n_t 、工作物幅 b の歯車を工作物 1 回転当たりの加工送り f で加工する場合の砥石の損耗量を W (側刃面： W_f 、刃先面： W_k)とすると、砥石 1 回転当たりの損耗量 w (側刃面： w_f 、刃先面： w_k)は次式で与えられる。

$$w = \frac{Wf}{b n_t} \quad (4.1)$$

モジュール $m_n=1$ 、工作物幅 $b=40\text{mm}$ の並歯標準平歯車を全歯丈切込み加工した場合の砥石 1 回転当たりの側刃面および刃先面の損耗量 w_f, w_k と工作物 1 回転当たりの加工送り f との関係を図 4.22 および図 4.23 に、また w_f, w_k と歯数 n_t との関係を図 4.24 および図 4.25 に示す。これらの図から、砥石 1 回転当たりの損耗量 w_f, w_k は、加工送り f が大きいほど、また歯数 n_t が小さいほど大きくなることが認められ、第 3 章で求めた砥石の単位面積当たりの加工量の場合と同様の相関関係が存在することが明らかである。そこで、砥石損耗量と密接な関係にある砥石の単位面積当たりの加工量 u (数値解析によって求めた値)と砥石 1 回転当たりの損耗量 w との関係を検討する。

図 4.26 は、モジュール $m_n=3$ 、歯数 $n_t=26 \sim 30$ 、ねじれ角 $\beta=0^\circ$ 、工作物幅 $b=60\text{mm}$ の並歯標準平歯車を砥石切込み $h=0.5\text{mm}$ 、工作物 1 回転当たりの加工送り $f=0.1 \sim 0.8 \text{ mm/rev}$ で歯面研削した場合の w_f と u との関係を示す。図 4.27 は、 $m_n=3, n_t=30, \beta=30^\circ$ の並歯標準はすば歯車を同様の条件で歯面研削した場合の w_f と u との関係を示す。ここで、 u の値は研削開始から終了までの平均値として、損耗量 w_f および w_k は歯形創成点近傍の砥石損耗から求めたものである。したがって、リーディング側とトレーリング側、ねじれ角 β の相違によって歯形創成完了時の前後の研削加工量が異なるため、両図に示すように、 w_f と u との関係はリーディング側とトレーリング側、ねじれ角 β によって差異が

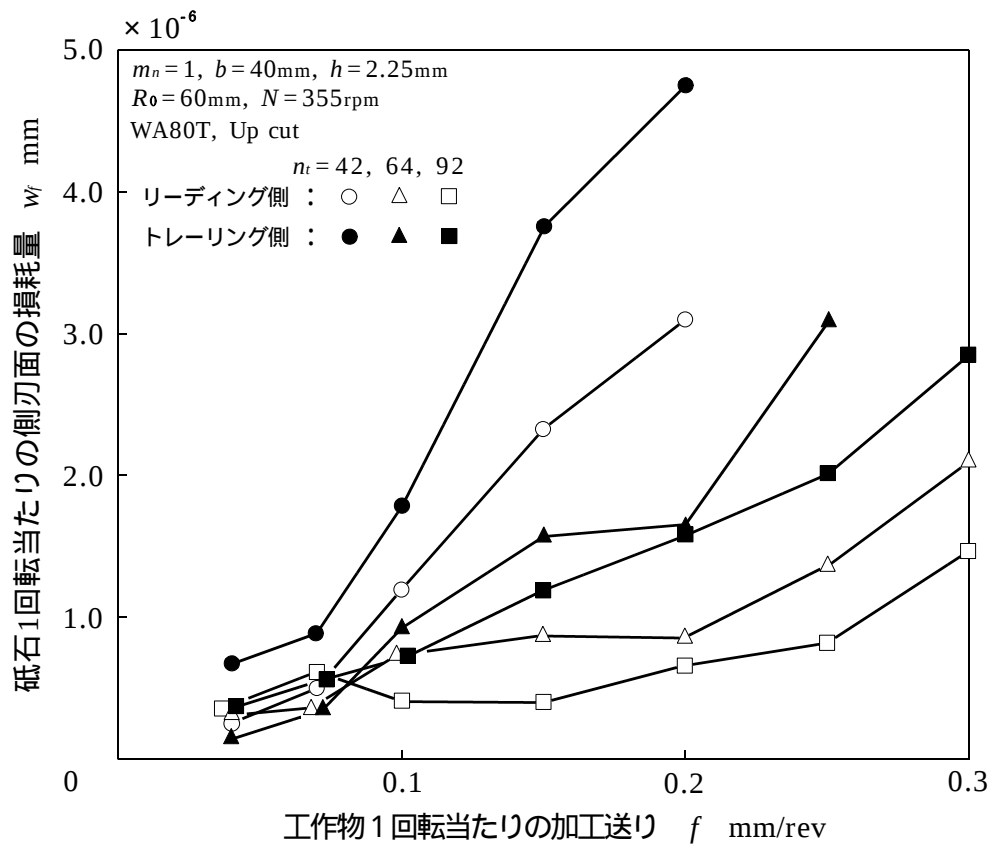


図 4.22 砥石 1 回転当たりの側刃面の損耗量と加工送りとの関係

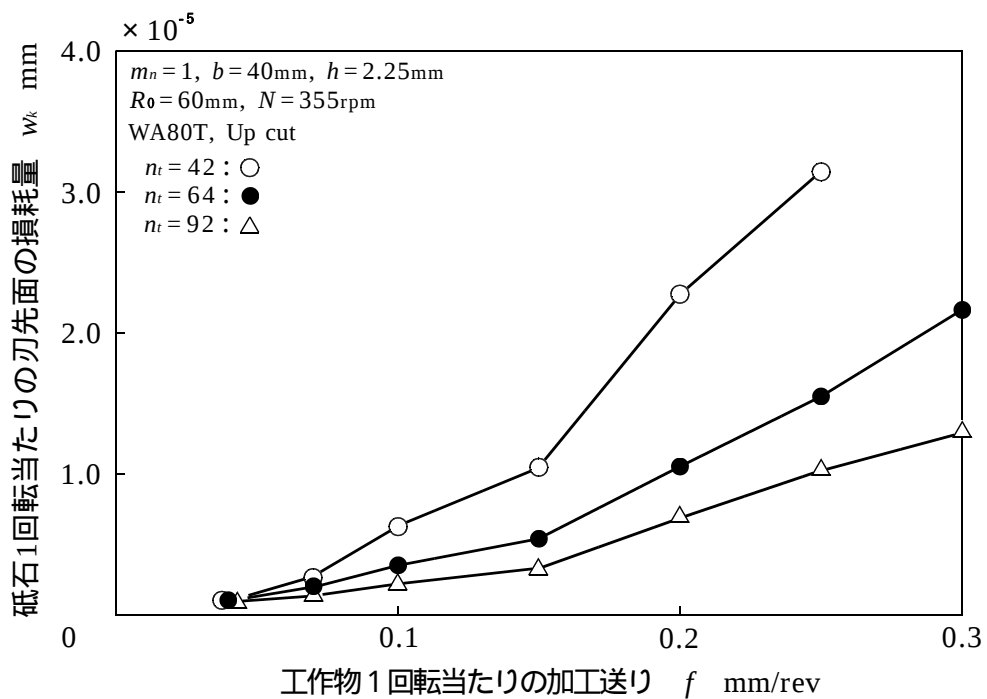


図 4.23 砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量と加工送りとの関係

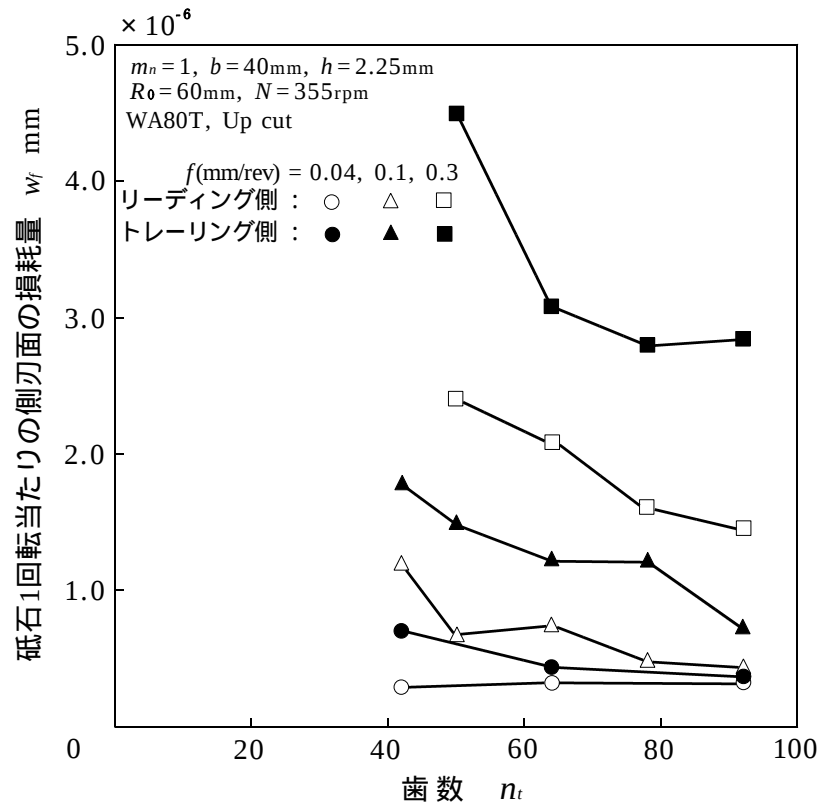


図 4.24 砥石 1 回転当たりの側刃面の損耗量と歯数との関係

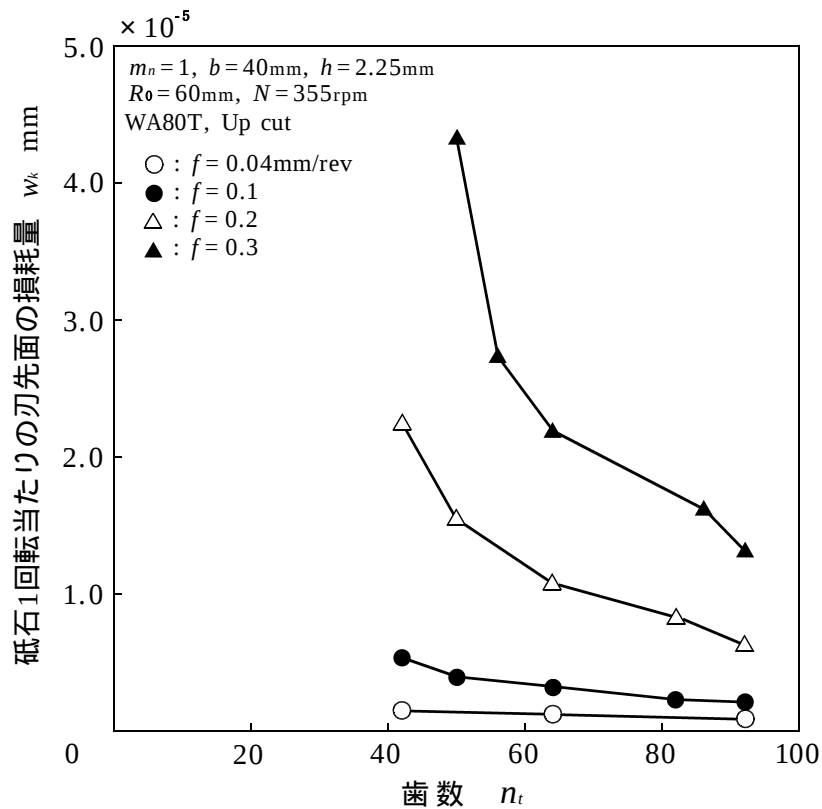


図 4.25 砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量と歯数との関係

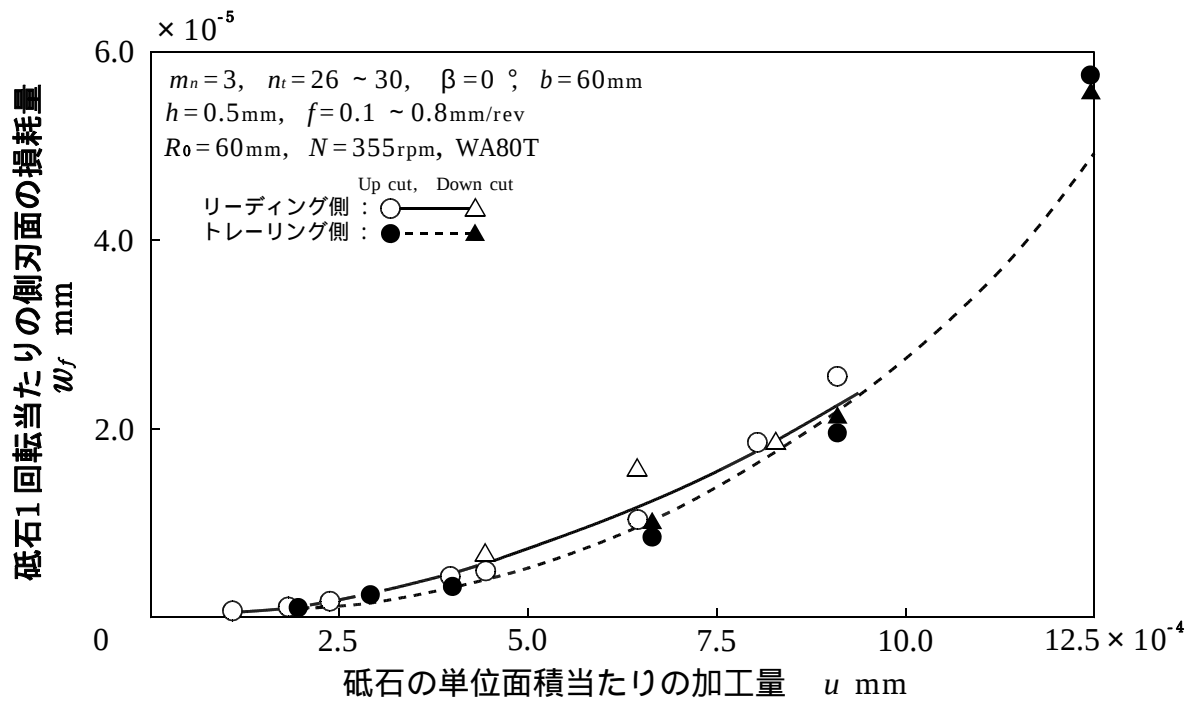


図 4.26 砥石 1 回転当たりの側刃面の損耗量と砥石の単位面積当たりの加工量との関係

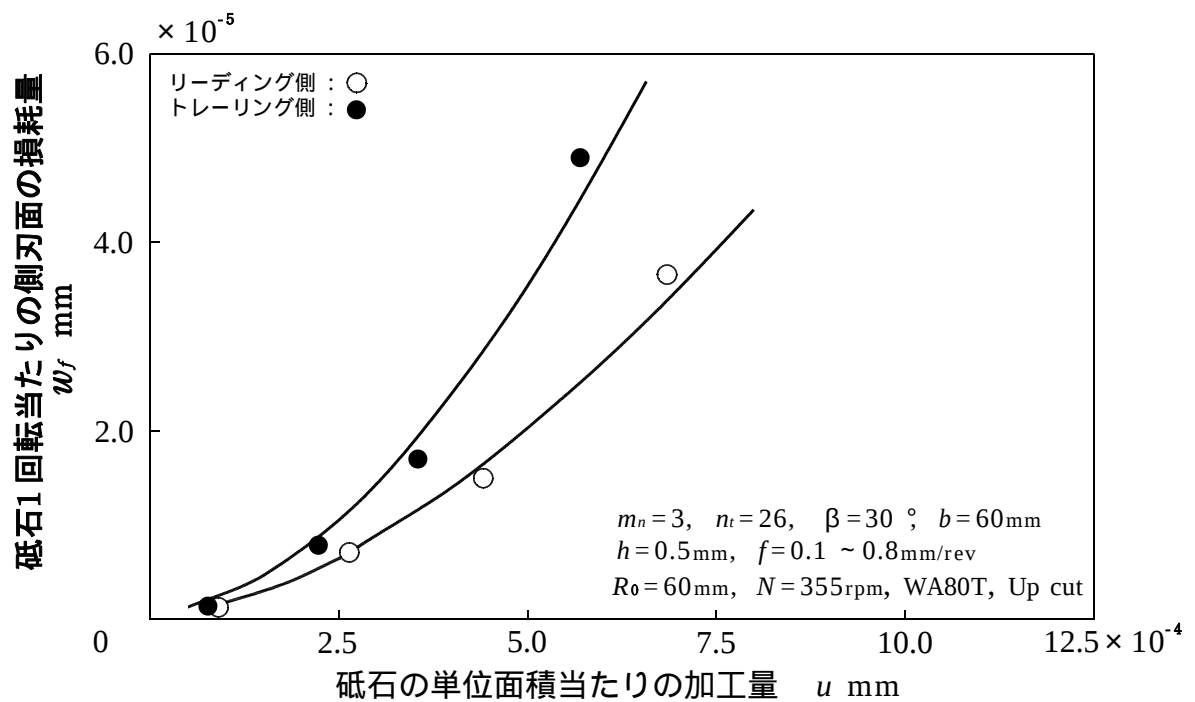


図 4.27 砥石 1 回転当たりの側刃面の損耗量と砥石の単位面積当たりの加工量との関係

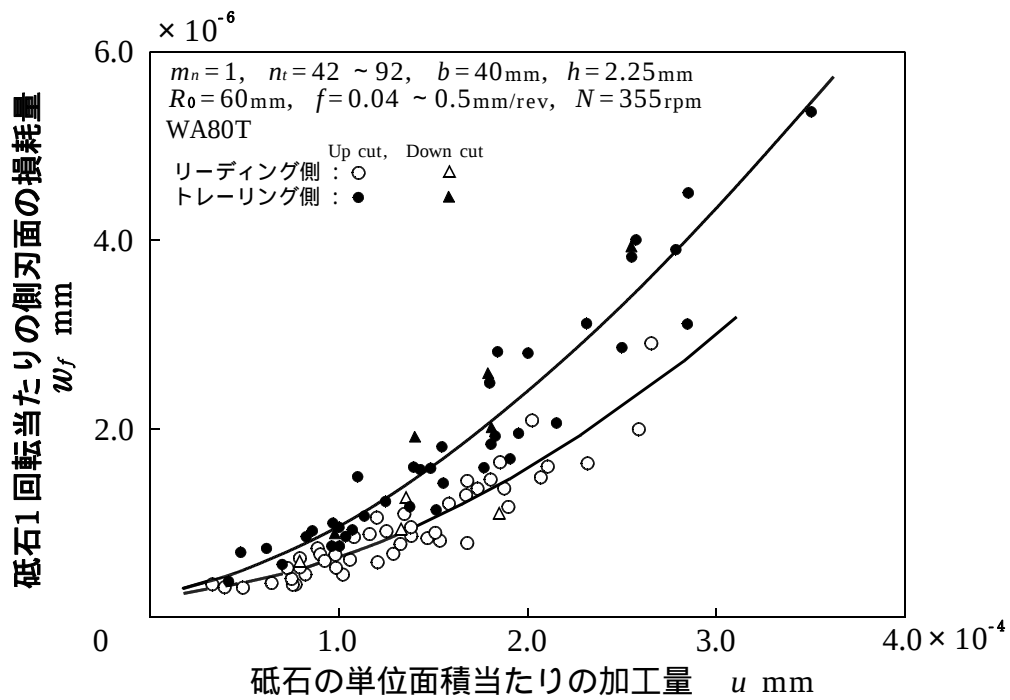


図 4.28 砥石 1 回転当たりの側刃面の損耗量と砥石の単位面積当たりの加工量との関係

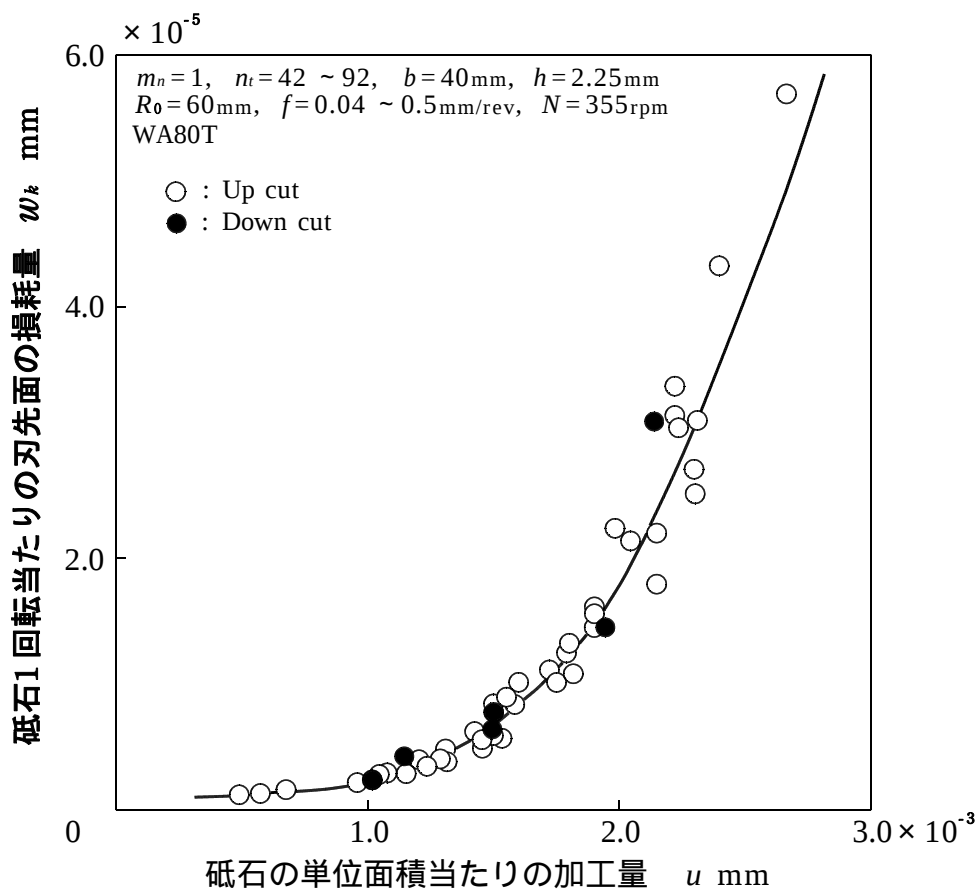


図 4.29 砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量と砥石の単位面積当たりの加工量との関係

生じる．

図 4.28 および図 4.29 は， $m_n=1$ ， $n_t=42 \sim 92$ ， $b=40\text{mm}$ の並歯標準平歯車を，工作物 1 回転当たりの加工送り $f=0.04 \sim 0.5\text{mm/rev}$ ，砥石切込み $h=2.25\text{mm}$ で全歯丈切込みによる歯切り加工を行った場合の砥石 1 回転当たりの側刃面および刃先面の損耗量 w_f ， w_k と u との関係を示す．各砥石刃面の研削過程が異なるため，歯面研削の場合と同様に， w と u との関係は各砥石刃面ごとに相違があるが，上向きおよび下向きの研削方向による影響は認められない．

以上のように，砥石 1 回転当たりの損耗量 w と砥石の単位面積当たりの加工量 u との関係は一つの曲線(指数関数)で表され， w と u は一義的な関係にあることが認められる．そこで， w と u の相関関係について，最小 2 乗法によって次の実験式が求められた．

$$w = \kappa u^\psi + w_0 \quad (4.2)$$

ここで， κ ， ψ および w_0 は定数であり，以下の結果が得られた．

1) 歯面研削

$\beta = 0^\circ$ の場合

リーディング側刃面： $\kappa = 18$ ， $\psi = 1.94$ ， $w_0 = 5.0 \times 10^{-8}$

トレーリング側刃面： $\kappa = 330$ ， $\psi = 2.36$ ， $w_0 = 2.5 \times 10^{-7}$

$\beta = 30^\circ$ の場合

リーディング側刃面： $\kappa = 4.5$ ， $\psi = 1.62$ ， $w_0 = 0$

トレーリング側刃面： $\kappa = 17$ ， $\psi = 1.72$ ， $w_0 = 0$

2) 全歯丈切込み加工の場合

リーディング側刃面： $\kappa = 6.0$ ， $\psi = 1.80$ ， $w_0 = 2.5 \times 10^{-7}$

トレーリング側刃面： $\kappa = 1.5$ ， $\psi = 1.58$ ， $w_0 = 2.5 \times 10^{-7}$

刃 先 面： $\kappa = 8.0 \times 10^4$ ， $\psi = 3.58$ ， $w_0 = 9.5 \times 10^{-7}$

ただし，上記の数値は w と u の単位を mm とした場合のものである．

全歯丈切込みによる歯切り加工において使用砥石(結合度)およびモジュールが異なる場合を比較して，砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量 w_k と u との関係を図 4.30 および図 4.31 に示す．図 4.30 は同一加工条件下における砥石結合度の影響を示すもので，結合度

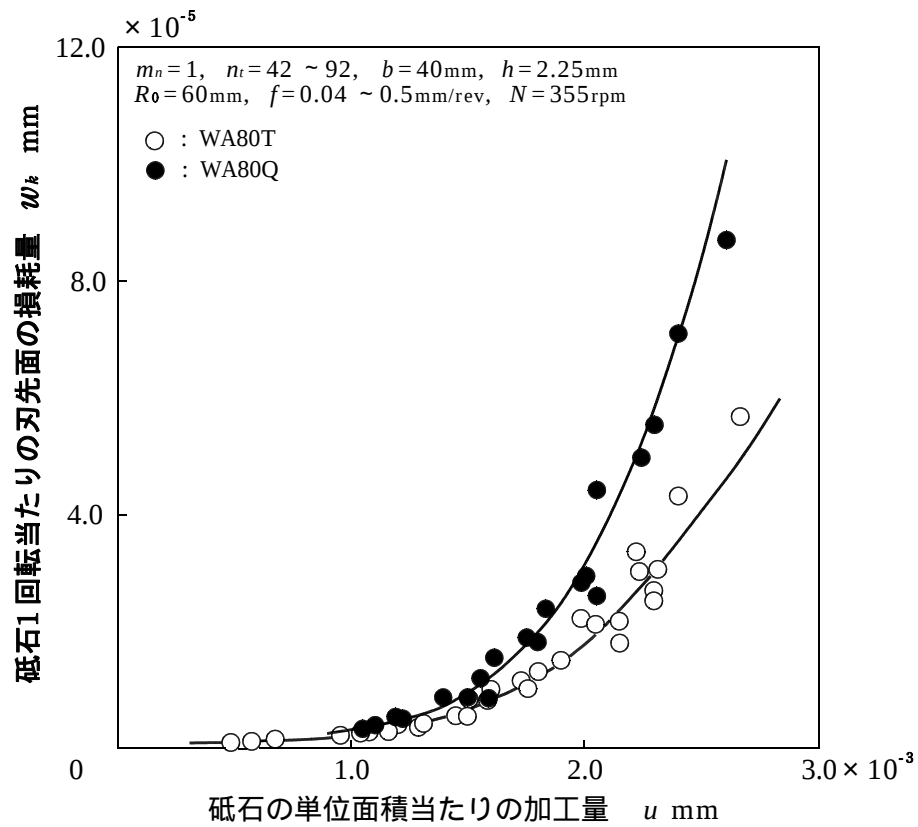


図 4.30 砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量と砥石の単位面積当たりの加工量との関係

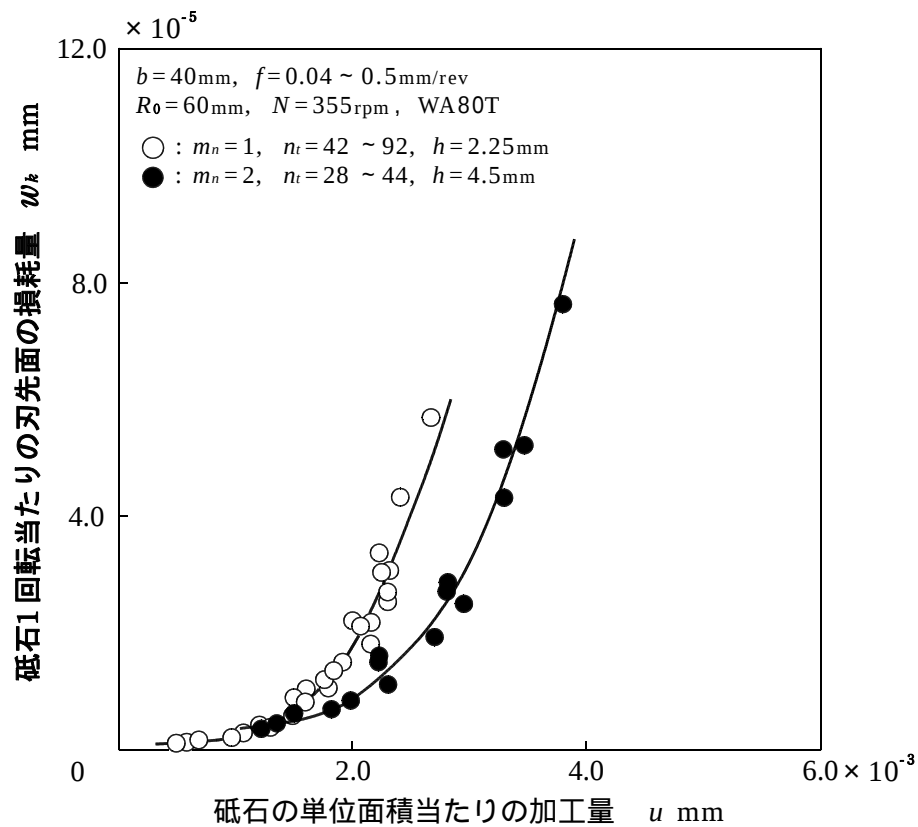


図 4.31 砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量と砥石の単位面積当たりの加工量との関係

の高い砥石(WA80T)よりも低い砥石(WA80Q)の方が砥石の損耗量は大きく、砥石の単位面積当たりの加工量 u が大きくなると、著しく砥石の損耗量が増加することが分かる。図 4.31 はモジュール $m_n=1$ と $m_n=2$ の場合を比較したもので、両者は、モジュール、歯数、砥石切込み以外は同一の条件で歯切り加工を行っており、歯形の創成過程も同じであることから、 w_k と u は同一の曲線関係で表されるものと予想されるが、実際には同一の曲線関係にないことが認められる。この原因については、次のようなことが考えられる。砥石切込みが異なり、砥石と工作物の接触領域の長さの相違による研削熱の影響等も予想されるが、リーディングおよびトレリングの両砥石側刃面の場合については w_f と u はそれぞれほぼ同一の曲線関係で表される(図 4.28 参照)ことから、刃先面では砥石損耗が著しいので、損耗を考慮していない u の値と砥石の単位面積当たりの実際の加工量とは大きく異なっている。そこで、次節では砥石刃先面の損耗量と砥石の単位面積当たりの実際の加工量(以後、砥石の単位面積当たりの実加工量と呼ぶ)との関係について検討する。

4.5 砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量と砥石損耗量との関係

本節では、インボリユート平歯車の全歯丈切込み加工において、全加工体積に対する加工割合が約 45 %と砥石側刃面のほぼ 2 倍であり、両側刃面に比べて砥石損耗量が著しく大きい砥石刃先面について、単位面積当たりの実加工量 u_r と損耗量との関係を明らかにする。

図 4.32 は、モジュール $m_n=1$ 、歯数 $n_t=74, 78, 82$ の並歯標準平歯車を $R_0=60\text{mm}$ の WA80T 砥石を用いて、それぞれ $f=0.1, 0.2, 0.3\text{mm/rev}$ とし、 $h=2.5\text{mm}$ 、 $N=355\text{rpm}$ の条件で加工した場合の工作物幅 $b(5 \sim 100\text{mm})$ に対する砥石刃先面の損耗量 w_k の変化を示したものである。砥石は、研削初期段階で急激に、その後ほぼ定常的に損耗し、これらの初期損耗および定常損耗は加工送り f の増加に伴って大きくなることが分かる。同図の w_k は、加工歯車の歯底面の創成形状の変化から求めたもので、砥石刃先面の創成位置における見かけの砥石損耗量として得られる値であり、次に砥石の損耗形状を直接測定した結果について述べる。

砥石刃先面の損耗形状は、次のような方法によって測定した。すなわち、ストレインゲージを利用した片持ちはり形の変位計の検出部先端(アルミニウム製、先端丸味半径：

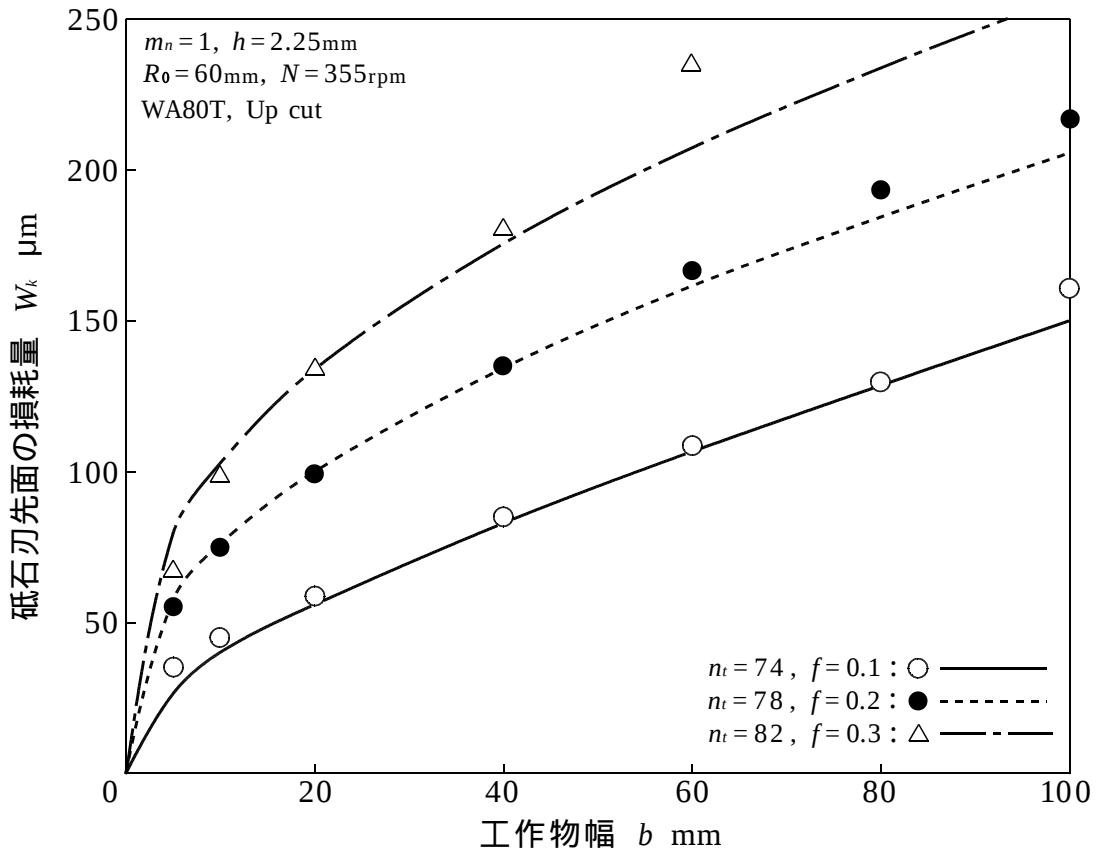
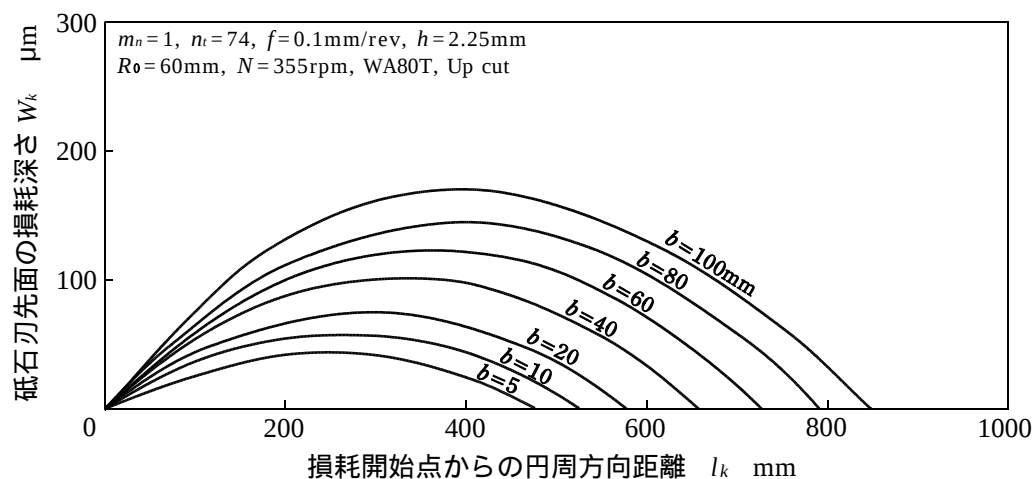
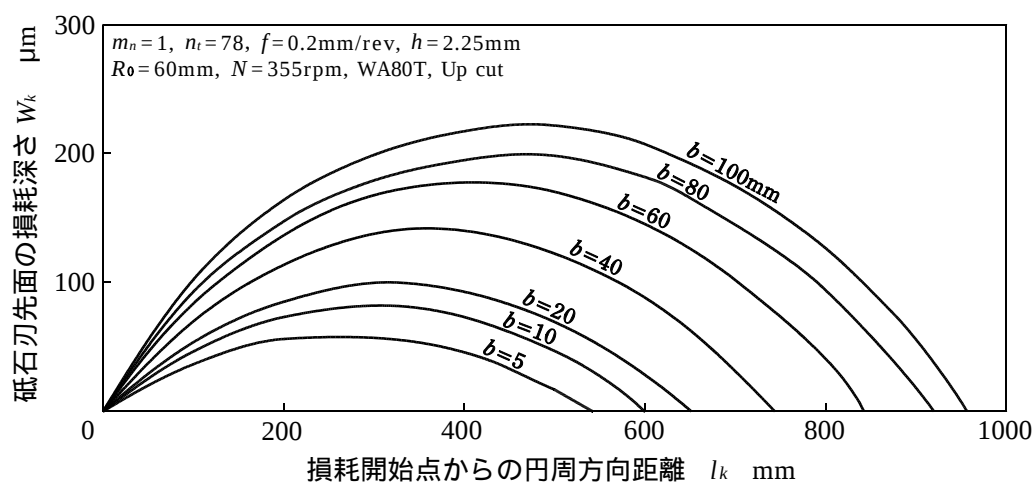


図 4.32 砥石刃先面の損耗量と工作物幅との関係

3mm)を砥石刃先面に接触させながら，ねじ状のラック刃形を成形した旋盤を用いて，砥石軸方向にモジュール送り与えることによって，砥石刃先面の半径方向の損耗深さを測定した．図 4.33 は，測定結果の 1 例であり，図 4.32 の $n_t = 74, f = 0.1$ および $n_t = 78, f = 0.2$ の場合における損耗形状を示す．同図の横軸は，砥石軸に垂直な断面を表す図 4.34 において，砥石刃先面上の損耗開始点(研削開始点)A からの刃先円半径 R_1 の円周方向距離 l_k であり，縦軸は距離 l_k の位置における半径方向の損耗深さ W_k である．砥石刃先面の損耗は，点 A から損耗終了点(研削終了点)B までの研削作用領域のほぼ中央あたりで損耗深さが最大値 $W_{k\max}$ となる，上に凸の曲線形状となる．なお，砥石刃先面の損耗量 W_k は，創成位置における見かけの砥石損耗量であるため，刃先面の損耗深さの最大値 $W_{k\max}$ とは一致しない．図 4.33 において，刃先面の摩耗曲線と横軸との交点の l_k の値は，任意の工作物幅 b を研削する場合の砥石刃先面上の研削作用長さ(図 4.34 における点 A から点 B までの円周方向長さ)であり，これを L_k とする．本加工法においては，砥石面上の研削作用位置が特定の範囲に限定されるため，図 4.32 より分かるように，工作物幅の増加によ



(a) $f = 0.1\text{mm/rev}$ の場合



(b) $f = 0.2\text{mm/rev}$ の場合

図 4.33 研削作用領域内における砥石刃先面の損耗深さ

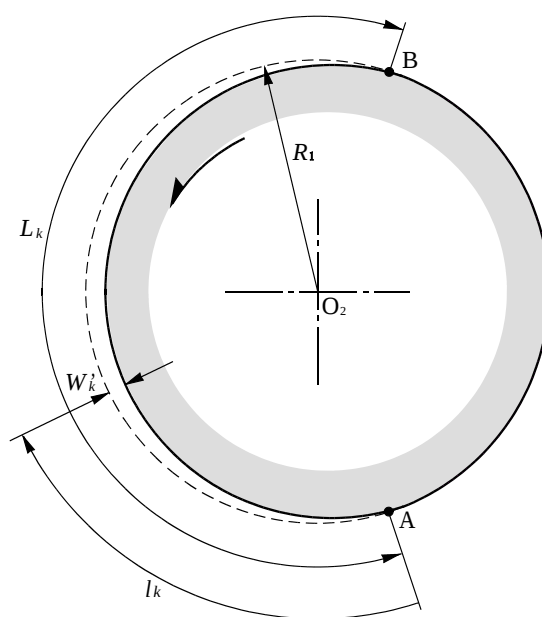


図 4.34 砥石刃先面上の研削作用長さ

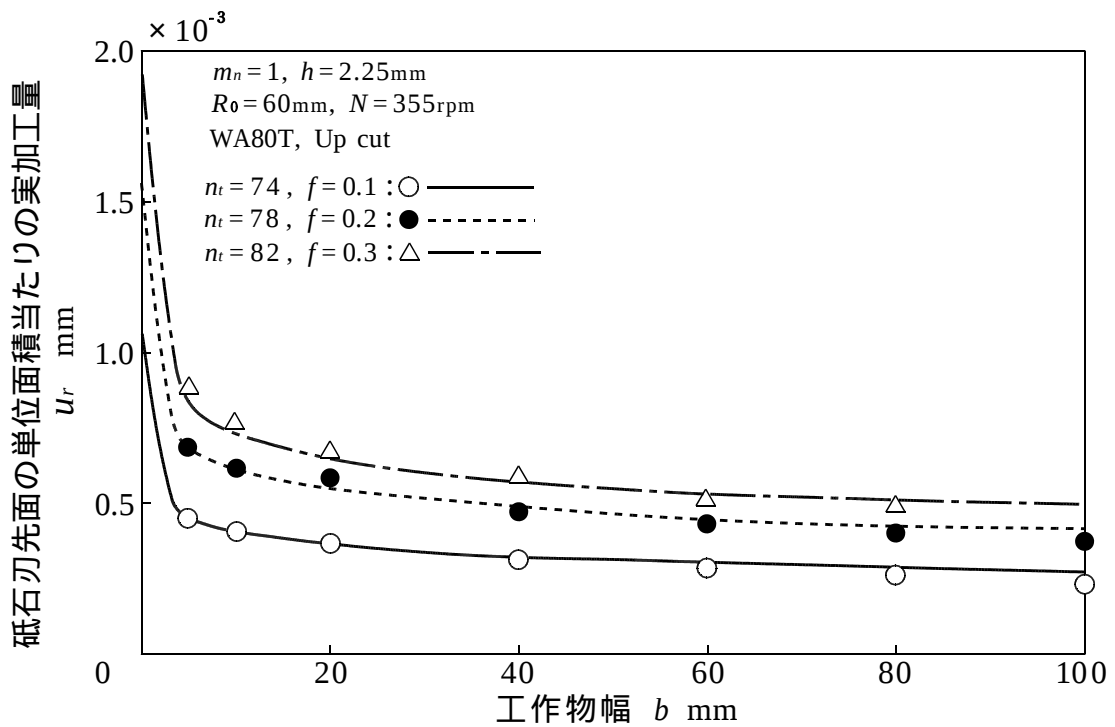


図 4.35 砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量と工作物幅との関係

って L_k および W_k とも増大する．従って，砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量 u_r は b によって変化するため，創成形状から求めた砥石刃先面の損耗量 W_k は，定常摩耗領域において b に対して直線関係にないことが予測される．

そこで，次に砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量 u_r と砥石刃先面の損耗量 W_k との関係について考察する．砥石切込み h ，工作物 1 回転あたりの加工送り f で全歯丈切込み加工するものとする，砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量 u_r は次式で表される．

$$u_r = \frac{f(h - W_k)}{L_k} \quad (4.3)$$

図 4.35 は，図 4.32 の場合について式(4.3)によって u_r を求めた結果を示す．砥石刃先面の単位面積当たりの実加工量 u_r は，研削初期に急激に，その後定常的に減少する．なお，同図の $b=0$ における u_r は，第 3 章で行った数値解析結果から求めた砥石刃先面の中央における研削作用領域の長さを L_k として求めた値である．図 4.32 の W_k と図 4.35 の u_r との間には相関関係が存在することが認められるので，次のような仮定の下に，両者の関係を解析する．

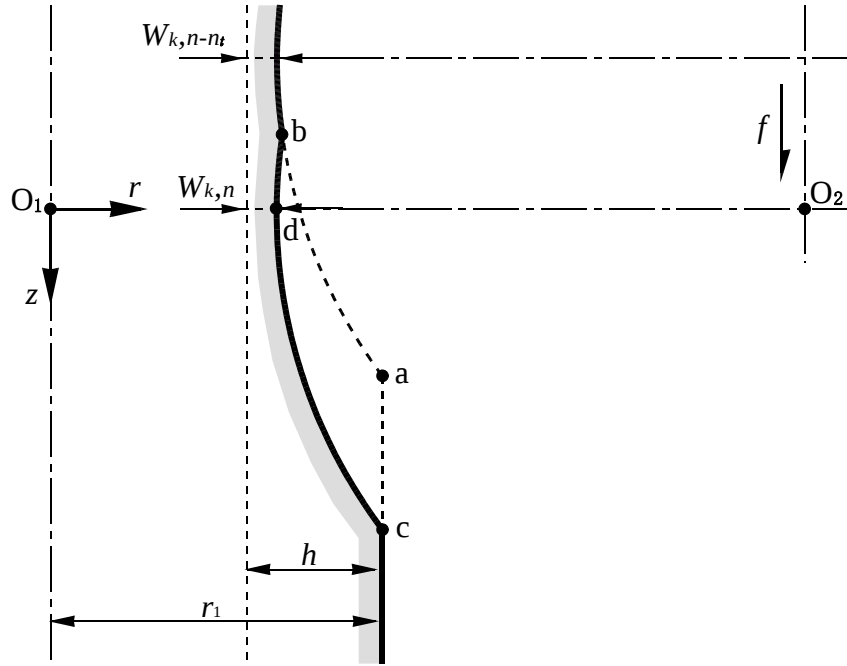


図 4.36 砥石刃先面による研削加工過程中的歯底面の断面形状

まず，研削加工開始から砥石 n 回転目の研削時の砥石の単位面積当たりの実加工量を $u_{r,n}$ ，そのときの砥石の損耗量を $w_{k,n}$ ，研削作用長さを $L_{k,n}$ とすると， $w_{k,n}$ はそのときの予定加工量 $u_{r,n-1}$ の関数として取り扱うことができるので，次式で表される．

$$\begin{aligned} w_{k,n} &= F(u_{r,n-1}) \\ &= F\left\{\frac{f(h - W_{k,n-1})}{L_{k,n-1}}\right\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで， $W_{k,n}$ は砥石 n 回転目までの研削加工による砥石刃先面の損耗量であり，

$$\begin{aligned} W_{k,n} &= w_{k,1} + w_{k,2} + \dots + w_{k,n} \\ &= \sum_{n=1}^n F\left\{\frac{f(h - W_{k,n-1})}{L_{k,n-1}}\right\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

で表される．ただし， $L_{k,0}$ は砥石損耗がないときの L_k すなわち数値解析によって得られる研削作用領域の円周長さであり， $W_{k,0} = 0$ である．

次に，砥石刃先面上の研削作用長さ $L_{k,n}$ について検討する．図 4.36 は，砥石刃先面による研削加工過程中的加工歯車の歯底面の断面形状を示したものである．図 4.34 の砥石

刃先面上の点 A が，図 4.36 の点 a に接触することで，歯底面 bdc を形成する研削加工過程が始まり，点 B 近傍の刃先面によって歯底面 bdc を仕上げて研削加工過程が終了する．砥石刃先面上の任意の点 P の運動軌跡は第 2 章の式(2.37)，式(2.38)および式(2.39)において， $R=R_1$ ， $\Gamma = -\gamma$ とする次式によって求められる．

$$r = \sqrt{\{(e + \varepsilon)\cos\gamma + R_1\sin\theta\sin\gamma\}^2 + (C - R_1\cos\theta)^2} \quad (4.6)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(e + \varepsilon)\cos\gamma + R_1\sin\theta\sin\gamma}{C - R_1\cos\theta} - \frac{1}{n_t} \left(\theta + \frac{2e\cos\gamma_0}{m_n} \right) \quad (4.7)$$

$$z = R_1\sin\theta\cos\gamma - (e + \varepsilon)\sin\gamma \quad (4.8)$$

点 P がラック刃形の砥石刃先面の midpoint すなわち $\varepsilon = 0$ の位置にあるものとして取り扱うと，式(4.6)および式(4.8)より，点 P の運動軌跡は近似的に次式で表される．

$$r = \sqrt{(e\cos\gamma + R_1\sin\theta\sin\gamma)^2 + (C - R_1\cos\theta)^2} \quad (4.9)$$

$$z = R_1\sin\theta\cos\gamma - e\sin\gamma \quad (4.10)$$

次に，図 4.36 に示すように，工作物の歯先円半径を r_1 とすると，歯底面を創成する位置すなわち $z=0$ において次式が成立する．

$$r = r_1 - h + W_{k,n} \quad (4.11)$$

歯底面を形成する研削加工過程の終了時の e (研削終了位置)を e_f とすると，式(4.9)，式(4.10)および式(4.11)より，砥石 n 回転目の研削終了位置 $e_{f,n}$ は近似的に次式で求められる．

$$e_{f,n} = \sqrt{\frac{(r_1 - h + W_{k,n})^2 - (C - R_1)^2}{\frac{1}{\cos^2\gamma} + \frac{(C - R_1)\tan^2\gamma}{R_1}}} \quad (4.12)$$

研削開始位置を求めるためには図 4.36 の点 a の位置を求めなければならない．そこで，点 c 近傍の歯底線 bdc の曲線形状を表す近似式を求める．図 4.36 の点 c 近傍においては，式(4.10)において $R_1\sin\theta\cos\gamma = e\sin\gamma$ であるので，

$$z = R_1\sin\theta\cos\gamma \quad (4.13)$$

となる．ここで，式(4.9)および式(4.13)より， $e = e_{f,n}$ の歯底線 bdc 曲線を表す式は次のようになる．

$$r = \sqrt{(e_{f,n} \cos \gamma + z \tan \gamma)^2 + \left\{ C - \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{z}{\cos \gamma} \right)^2} \right\}^2} \quad (4.14)$$

また，歯車 1 回転前の歯底線 ba は，上式(4.14)の場合よりも研削回数が工作物 1 回転分すなわち n_t 回だけ少なく， z 軸の方向に工作物 1 回転当たりの加工送り f だけ移動した場合に相当するので，次式で表される．

$$r = \sqrt{\{e_{f,n-n_t} \cos \gamma + (z+f) \tan \gamma\}^2 + \left\{ C - \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{z+f}{\cos \gamma} \right)^2} \right\}^2} \quad (4.15)$$

ただし

$$e_{f,n-n_t} = \sqrt{\frac{(r_1 - h + W_{k,n-n_t})^2 - (C - R_1)^2}{\frac{1}{\cos^2 \gamma} + \frac{(C - R_1) \tan^2 \gamma}{R_1}}}$$

である．図 4.34 の砥石刃先面上の点 A が工作物面上の点 a(図 4.36)に接触し始めるときの砥石 n 回転目の研削開始位置 $e_{b,n}$ は，点 a の z 座標を $z_{a,n}$ とすると，式(4.9)および式(4.13)より

$$e_{b,n} = \frac{-\sqrt{r_1^2 - \left\{ C - \sqrt{R_1^2 - \left(\frac{z_{a,n}}{\cos \gamma} \right)^2} \right\}^2} - z_{a,n} \tan \gamma}{\cos \gamma} \quad (4.16)$$

なお， $z_{a,n}$ は式(4.15)において $r = r_1$ として求められる z の値である．砥石刃面位置を与える e に対応する砥石の回転角を ω とすると， $\omega = 2e / m_n$ の関係があるので，砥石刃先面上の研削作用長さ $L_{k,n}$ は近似的に次式で求められる．

$$L_{k,n} = \frac{2R_1(e_{f,n} - e_{b,n})}{m_n} \quad (4.17)$$

図 4.37 は，図 4.32 の実験値 $W_{k,n}$ を基にして式(4.17)によって砥石刃先面の研削作用長さを求めた結果である．同図中の実験値は図 4.33 において原点から摩耗曲線と横軸が交わ

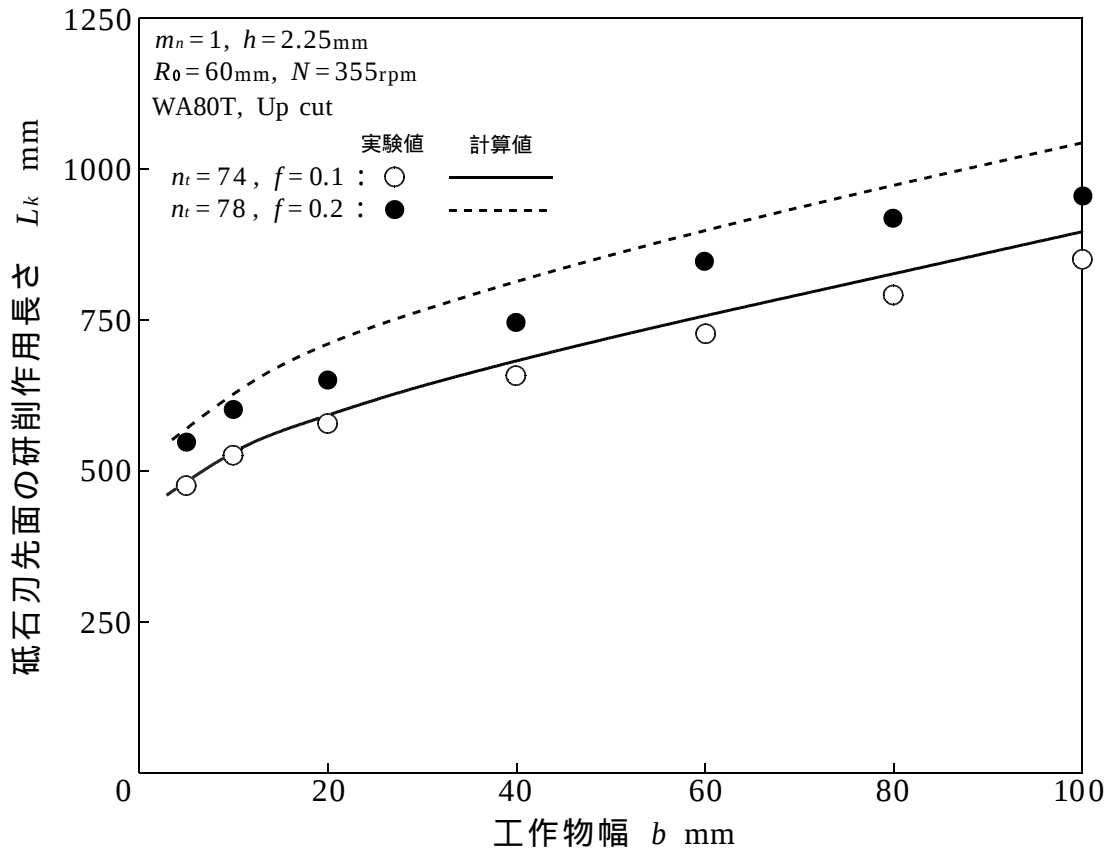


図 4.37 砥石刃先面の研削作用長さと工作物幅との関係

る点までの長さを示し，実験値と式(4.17)による計算値とはよく一致していることが分かる．

次に，式(4.5)によって砥石刃先面の損耗量を求めるために，同式中の関数 F について考察する．砥石の損耗を考慮しない場合の砥石刃先面上の研削作用長さから求めた砥石の単位面積当たりの研削量と，所定の工作物幅を加工する際の砥石 1 回転当たりの刃先面の損耗量(平均値)との関係が指数関数で表されるという 4.4 節で得られた実験結果から，関数 F を次式のように仮定する．

$$w_{k,n} = \kappa_n u_{r,n}^{\psi_n} + w_{k,0} \quad (4.18)$$

ただし， κ_n ， ψ_n および $w_{k,0}$ は定数である．これらの定数は次のような計算手法によって決定することができる．すなわち，初めに砥石損耗を考慮していない 4.4 節の実験式の定数 κ ， ψ および w_0 をそれぞれ κ_n ， ψ_n および $w_{k,0}$ に当てる． $w_{k,0}=0$ として式(4.17)より

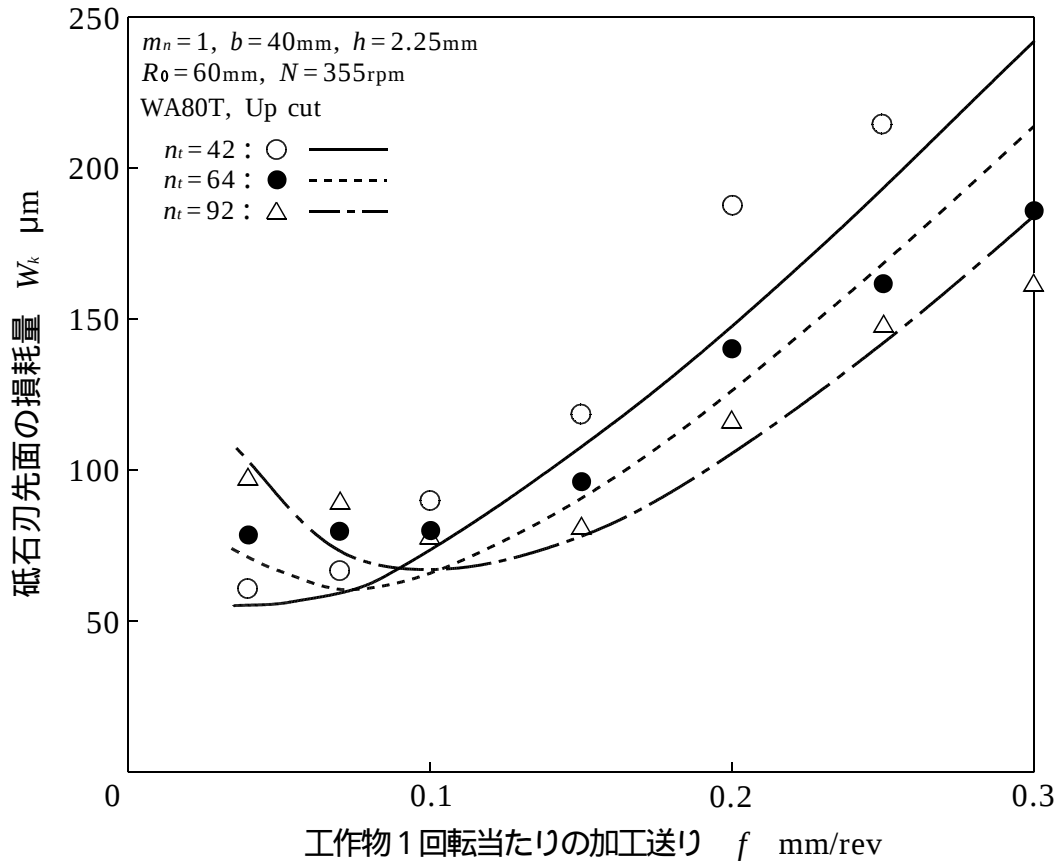


図 4.38 砥石刃先面の損耗量と加工送りとの関係

得られる $L_{k,0}$ の値から $u_{r,0}$ を求め、この値を式(4.18)に代入して式(4.5)における $w_{k,1}$ すなわち $W_{k,1}$ を求める。同様にこの $W_{k,1}$ を基に順次 $L_{k,1}$, $u_{r,1}$, $w_{k,2}$, $W_{k,2}$ を求める。この計算を工作物幅 b に対する研削回数 ($=bn_t / f$) まで繰り返して行い、幅 b の工作物の加工終了時の砥石損耗量 $W_{k,n}$ を求め、実験によって得られた砥石損耗量 W_k と比較して、誤差が最小となるように定数 κ_n , ψ_n および $w_{k,0}$ を決定する。この定数を各加工条件に対して求め、それらの平均値を求めた結果、次式において実験結果とよく一致することが認められた。

$$w_{k,n} = 2.3 \times 10^7 u_{r,n}^{3.75} + 1.0 \times 10^{-6} \quad (4.19)$$

前述の図 4.32 および図 4.35 の曲線は、式(4.19)を基にして求めた結果を示し、実験結果とよく一致していることが分かる。

モジュール $m_n=1$, 工作物幅 $b=40\text{mm}$ の標準歯車を全歯丈切込み ($h=2.25\text{mm}$) 加工する場合の砥石刃先面の損耗量 W_k と加工送り f , 歯数 n_t および砥石のピッチ円半径 R_0 との関

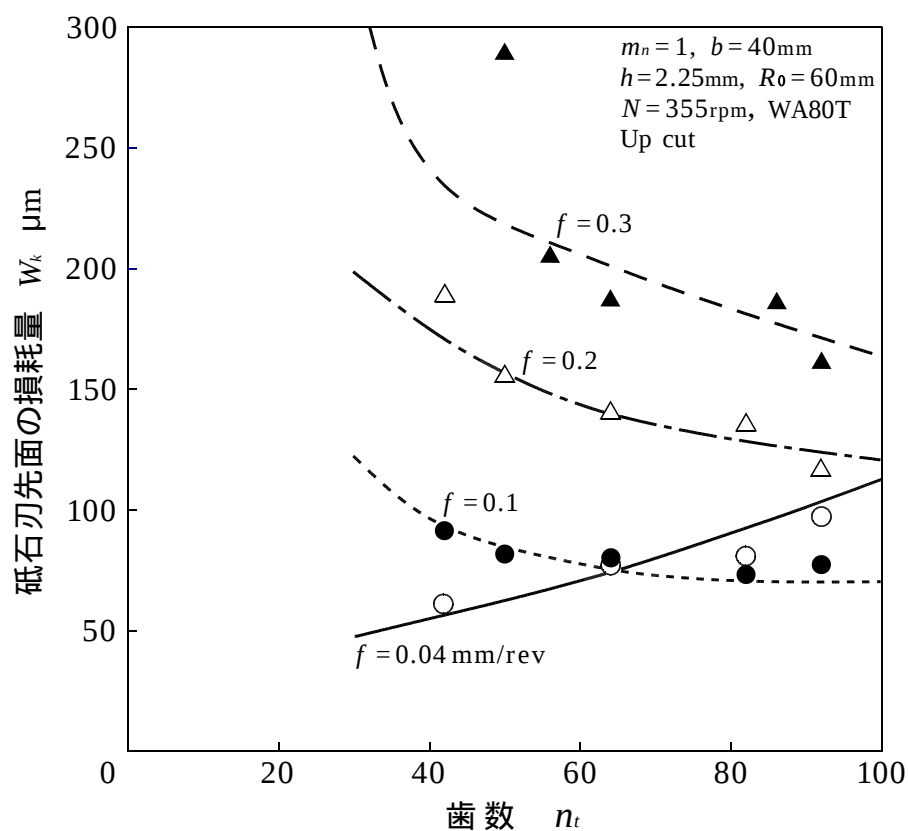


図 4.39 砥石刃先面の損耗量と歯数との関係

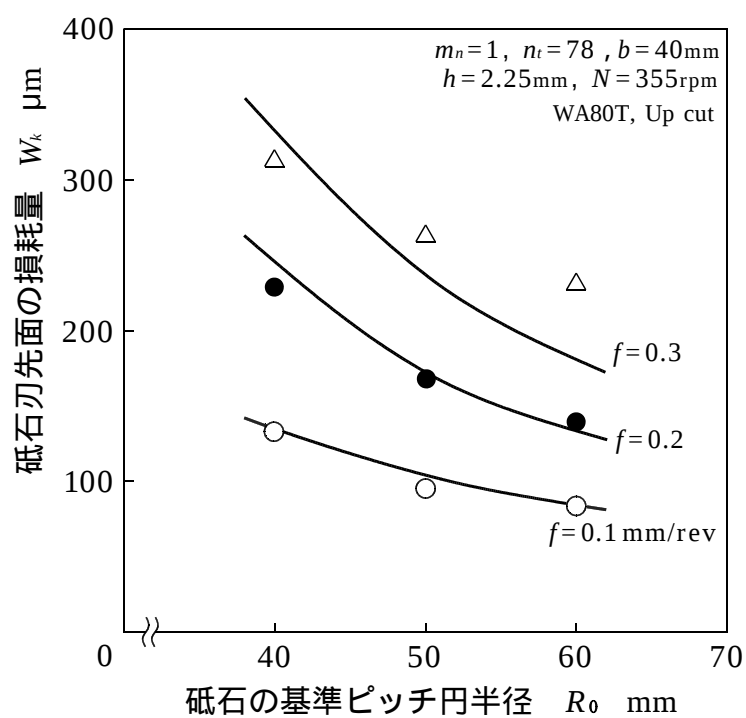


図 4.40 砥石刃先面の損耗量と砥石の基準ピッチ円半径との関係

係を，式(4.19)を基に計算によって求めた値と実験値を対比させて，図 4.38，図 4.39 および図 4.40 に示す．計算値は，砥石損耗に及ぼす各種加工因子の影響に関する定性的な傾向が，実験値とよく一致している．図 4.38 より， $f=0.1\text{mm/rev}$ より小さい範囲では歯数が少ないほど，大きい範囲では歯数が多いほど砥石刃先面の損耗量 W_k が小さく， $n_t=64$ および 92 の場合には W_k が最小値となる加工送り f が存在し，この f の値は歯数が少なくなるほど小さくなる傾向にあることが認められる．加工送りが比較的大きい場合に歯数が多いほど，研削加工量が増加するにもかかわらず，砥石の損耗が減少することは図 4.39 に顕著に現れており，加工送りが大きく歯数が少なくなるほど砥石刃先面の損耗量が著しく増加することが分かる．この現象は，主として砥石刃先面上の研削作用長さ L_k の増減による単位面積当たりの実研削量 u_r の大小に起因するものと考えられ，ある任意の歯数に対して W_k が最小となる加工送り f の適正值が存在する．原則として研削作用長さ L_k が長いほど砥石の単位面積当たりの実研削量 u_r は小さくなるため，図 4.40 に示すように，砥石径が大きい場合ほど砥石損耗量は減少する．しかし，砥石径を大きくすることは砥石と工作物との接触長さおよび砥石周速度が増加し，研削焼けの発生につながるため，これを抑制するためには砥石回転数を下げることが必要となり，砥石回転数に比例する加工能率を低下させることになる．図 4.40 から推測されるように，必要以上に砥石径を大きくしても，砥石損耗量を抑制する効果をさほど期待することはできず，加工能率および研削焼けの観点からも得策ではない．

図 4.41 は，モジュール $m_n=2$ ，工作物幅 $b=40\text{mm}$ の標準歯車を全歯丈切込み($h=4.5\text{mm}$)加工する場合の砥石刃先面の損耗量 W_k と加工送り f との関係を，式(4.19)による計算値と実験値を対比させて示す．モジュールが 1 の場合に比べて，両者の誤差は大きいものの，定性的な傾向は一致しており，実験式(4.19)は広範囲の加工条件下で成り立つことが推察される．

モジュール $m_n=1$ ，工作物幅 $b=40\text{mm}$ の標準歯車を砥石切込み深さ $h=0.4, 0.8, 2.25\text{mm}$ と変化させて加工した場合について，上記と同様に，損耗量 W_k と加工送り f との関係を図 4.42 に示す．同図から，全歯丈切込み加工の場合($h=2.25\text{mm}$)には，前述のように， W_k が最小となる加工送り f が存在するが， $h=0.4$ および 0.8mm の場合には f を変えても W_k はほとんど変化しないことが分かる．従って， W_k が最小となる加工送り ($f=0.1\text{mm/rev}$) で，全歯丈切込み加工を行う条件が，加工取り代を複数回に分けて加工するよりも，加工能率および加工精度ともに良好であることが認められる．

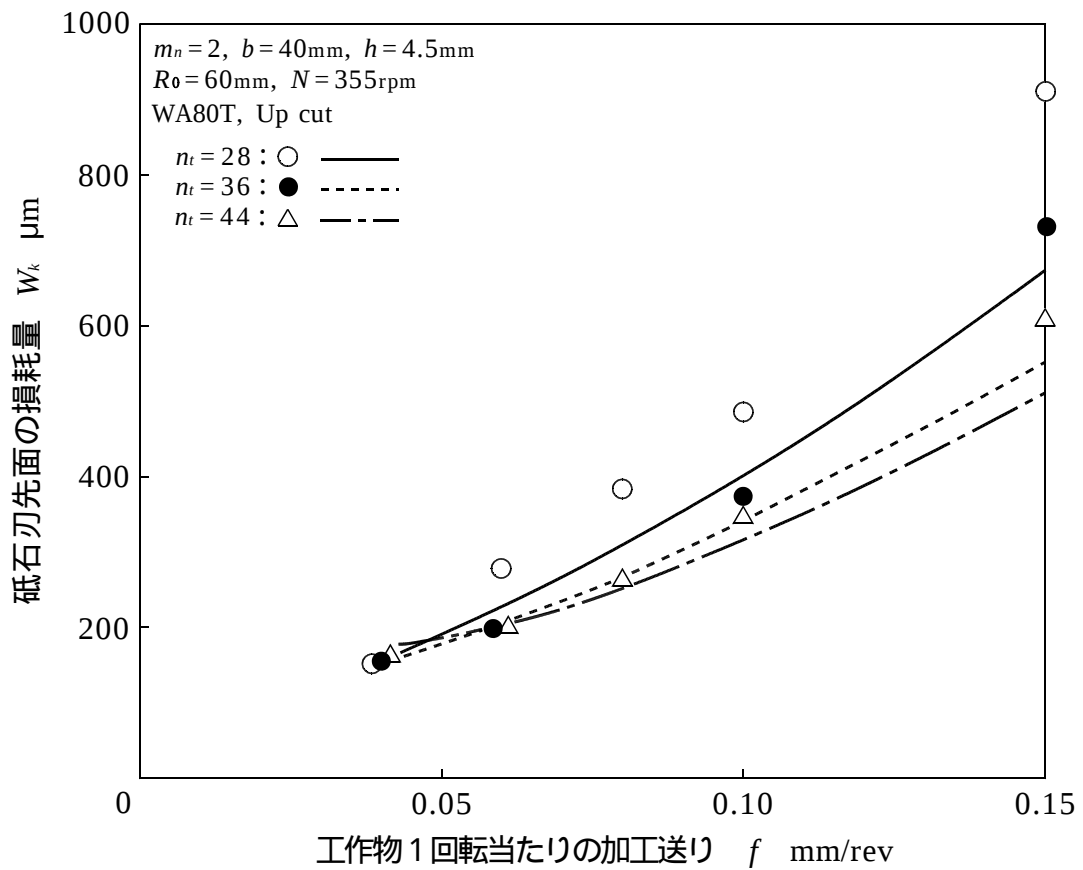


図 4.41 砥石刃先面の損耗量と加工送りとの関係

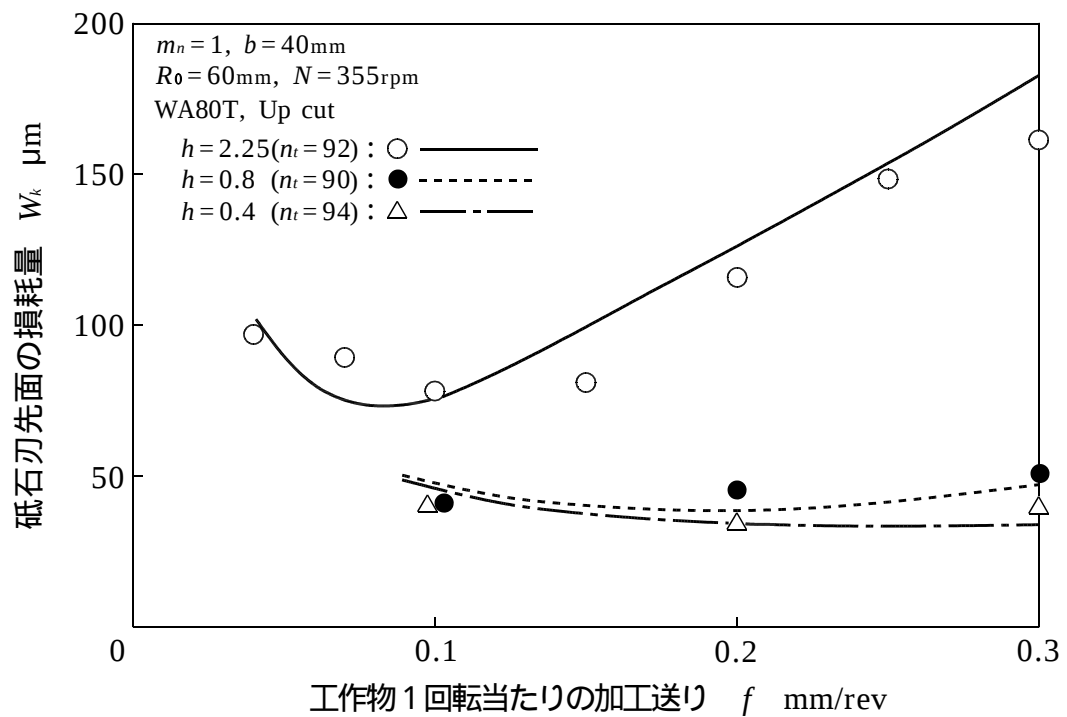


図 4.42 砥石刃先面の損耗量に及ぼす砥石切込み深さの影響

4.6 平歯車の全歯丈切込み加工における研削焼け発生条件

全歯丈切込み加工の場合においては，砥石と工作物の接触長さが大きいので，研削焼けが発生しやすく，砥石の損耗を抑えるために砥石径を大きくしたり，加工能率を上げるために砥石速度を増加させることは研削熱による加工歯面の熱損傷を促進させることになる．このような現象は加工表面の品質を著しく損なうことになるので，研削焼けに至る限界の加工条件を明らかにすることも必要である．そこで，本節では，砥石と工作物との接触長さおよび砥石の単位面積当たりの加工量が側刃面に比べて大きい刃先面について，研削抵抗を基にして研削熱に及ぼす加工条件の影響を明らかにする．

まず，砥石刃先面上の研削作用長さを以下のようにして近似的に求める．解析を簡単化するため，砥石の損耗がないものと仮定し，歯底面の形成過程を rz 平面上で考えることにする．図 4.43 は，砥石刃先面による研削加工過程における歯底面の形成終了時の rz 平面上的断面形状を示す．同図から，点 c および点 a の z 座標 z_c および z_a は

$$z_c = \sqrt{2R_1 h - h^2} \quad (4.20)$$

$$z_a = z_c - f \quad (4.21)$$

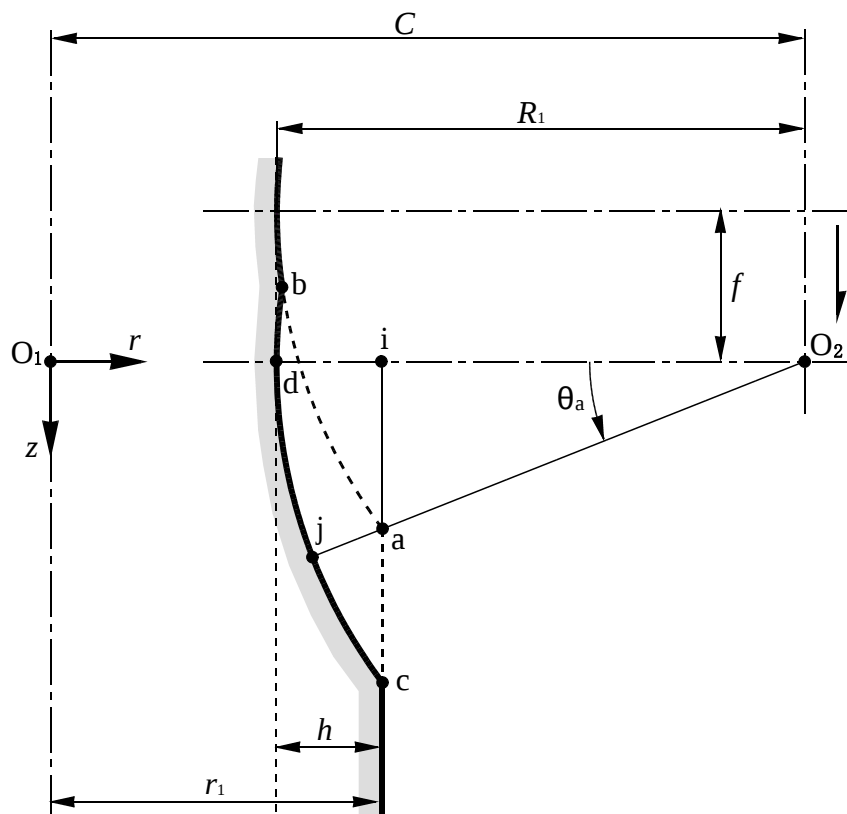


図 4.43 砥石刃先面の研削加工過程

で求められる．砥石刃先面が点 a と接触し始めるときすなわち研削開始時には，式(4.6)において $r=r_1$ であり， $\theta = \theta_a$ ， $e=e_b$ とすると，

$$r_1 = \sqrt{\{(e_b + \varepsilon) \cos \gamma + R_1 \sin \theta_a \sin \gamma\}^2 + (C - R_1 \cos \theta_a)^2} \quad (4.22)$$

となる．ここで，図 4.43 から

$$\sin \theta_a = \frac{z_a}{\sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}} \quad (4.23)$$

$$\cos \theta_a = \frac{R_1 - h}{\sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}} \quad (4.24)$$

であるので，式(4.22)，式(4.23)および式(4.24)より，砥石刃先面上の研削開始位置 e_b は，本実験の加工条件範囲では近似的に次式で与えられる．

$$e_b = -\sqrt{r_1^2 - \left\{ C - \frac{R_1(R_1 - h)}{\sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}} \right\}^2} - \varepsilon \quad (4.25)$$

また，砥石刃先面上の研削終了位置 e_f は第 3 章の式(3.32)より

$$e_f = -\varepsilon \quad (4.26)$$

である．砥石刃面位置を表す e に対する砥石回転角 ω との間には， $\omega = 2e / m_n$ の関係があるので，砥石刃先面上の研削作用長さ L_k は近似的に次式で求められる．

$$\begin{aligned} L_k &= \frac{2R_1}{m_n} (e_f - e_b) \\ &= \frac{2R_1}{m_n} \sqrt{r_1^2 - \left\{ C - \frac{R_1(R_1 - h)}{\sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}} \right\}^2} \end{aligned} \quad (4.27)$$

さて，図 4.43 において，abdj c で囲まれる領域が工作物 1 回転毎に加工される面積である．この領域の研削作用に関与する砥粒切れ刃はすべて $\overline{aj}$ を通過するものと仮定すると，研削開始 e_b から研削終了 e_f までにおける 1 個の砥粒切れ刃当たりの平均切削面積 a_m は次のようにして求められる．

まず，領域 abdj c の研削作用に関与する砥粒切れ刃数 n_g は，平均切れ刃間隔を j ，幅

を単位幅とすると，

$$n_g = \frac{L_k}{j^2} \quad (4.28)$$

で求められ，この数の砥粒切れ刃が $\overline{aj}$ を通過することになるので， a_m は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{\overline{aj}}{n_g} \\ &= \frac{j^2 \{R_1 - \sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}\}}{L_k} \end{aligned} \quad (4.29)$$

研削加工において，砥粒に作用する力は切屑の生成力および砥粒逃げ面に作用する摩擦力から成っているものとする．1個の砥粒に作用する砥石刃先面に対して接線方向の力 f_t は次式で表される¹⁰⁾．

$$\begin{aligned} f_t &= k_s a_m + \mu k_n a_g \\ &= \frac{j^2 k_s \{R_1 - \sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}\}}{L_k} + \mu k_n a_g \end{aligned} \quad (4.30)$$

ここで， k_s は単位切削面積当たりの研削抵抗すなわち比研削抵抗， k_n は工作物の降伏圧縮強さ， μ は工作物と砥粒逃げ面との間の摩擦係数， a_g は砥粒逃げ面の摩耗平坦面積である．

一般に，工具鋼等を研削する場合において工作物の砥石との接触面の温度が約 500 に達すると研削焼けが発生する¹¹⁾と言われている．また，研削エネルギーが加工条件によって決まるある値になると研削焼けが生じる¹²⁾ことも明らかにされている．そこで，一般研削の場合と同様に，研削エネルギーを基にして研削焼け発生条件を検討する．

まず Jaeger の移動熱源による温度上昇に関する理論解析¹³⁾を利用して，砥石と接触する工作物表面の最高温度について考察する．歯底面の形成過程中において，研削作用は歯底面の広い範囲にわたって同時に進行しており，工作物の周速度も 1.5m/min 以下と比較的小さいことから，Jaeger の理論の静止熱源の場合に相当するものと仮定する．熱源を幅 b_h ，長さ l の帯状のものとして考えると，接線方向の研削抵抗は $F_t = f_t (b_h l / j^2)$ であるので，砥石と接触する工作物表面の最高温度 θ_{max} は次式で与えられる．

$$\theta_{max} = 0.561 \frac{R_w V l}{J k} \left(\frac{k_s \{R_1 - \sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}\}}{L_k} + \mu k_n a \right) \quad (4.31)$$

ただし， R_w は研削熱の工作物へ伝達される割合， V は砥石周速度 ($= 2\pi R_1 N$)， J は熱の仕事当量， k は工作物の熱伝導度， a は砥石の摩耗面積率 ($= a_g / j^2$)， l は砥石と接触する工作物表面の長さ ($\doteq \sqrt{2R_1 h}$) である．ここで， k および R_w は温度の変化に対してほぼ一定と考えて，

$$K_T = 0.561 \frac{R_w}{J k}$$

のように，まとめて定数 K_T とすると，式(4.31)は次式のように表すことができる．

$$\frac{\theta_{max}}{K_T} = V l \left(\frac{k_s \{R_1 - \sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2}\}}{L_k} + \mu k_n a \right) \quad (4.32)$$

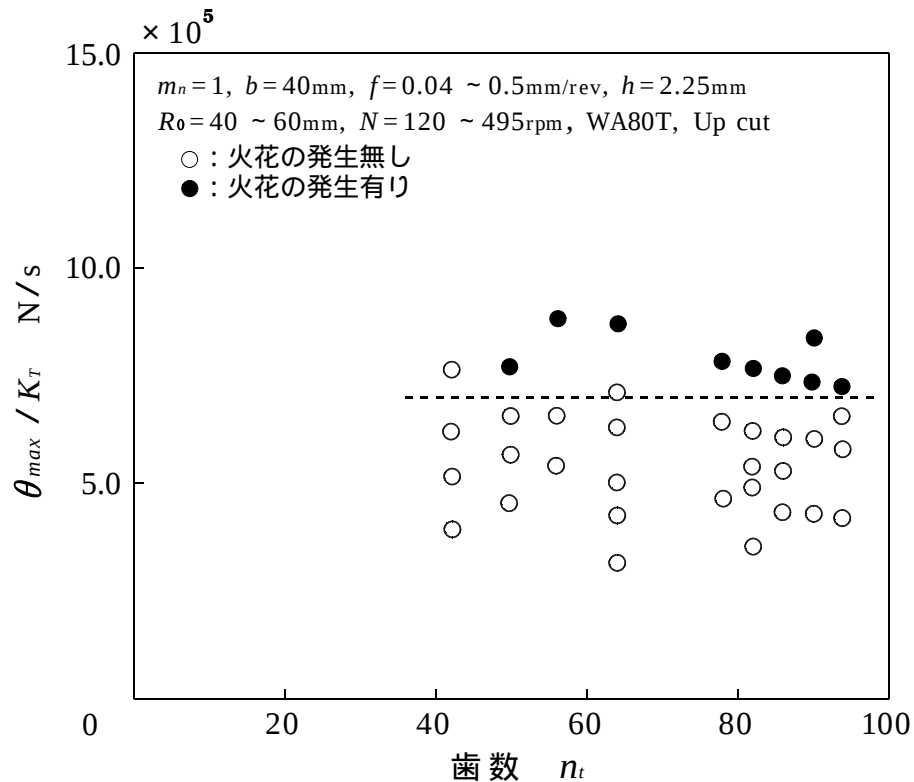


図 4.44 研削焼けの発生限界

モジュール $m_n=1$ の場合の各種実験条件に対して θ_{max} / K_T の値を求めたものが図 4.44 である。ただし，比研削抵抗 k_s および $\mu k_n a$ の値は低砥石速度によるクリープフィード平面研削実験における値⁸⁾を採用し， $k_s=8.0 \times 10^4$ MPa(8200kgf/mm²)， $\mu k_n a=0.020$ MPa(0.002kgf/mm²)とした。同図中の●印は，研削焼け発生の前兆を示す火花が発生¹⁴⁾した場合を示し，○印は火花が発生しなかった場合である。 θ_{max} / K_T の値が約 7.1×10^5 N/s ($=4.4 \times 10^6$ kgf/min，図中の破線)以上になると火花の発生が観察され，研削焼けを防止するためには $\theta_{max} / K_T < 7.1 \times 10^5$ N/s となる加工条件を選定することが必要であると考えられる。研削焼け発生限界の θ_{max} / K_T の値を K_B とすると，研削焼けを生じさせないための限界砥石周速度 V_{max} は次式で求められる。

$$V_{max} = \frac{K_B}{l \left\{ \frac{k_s \{ R_1 - \sqrt{(R_1 - h)^2 + z_a^2} \}}{L_k} + \mu k_n a \right\}} \quad (4.33)$$

4.7 能率的加工条件の検討

本節では，ねじ状砥石によって，インポリュート歯車の歯面研削および全歯丈切込みによる歯切り加工，角形スプライン軸の全歯丈切込みによる歯切り加工を行う場合について，前章までの解析結果および前節までの実験結果と実験データに対する解析結果をもとにして，砥石損耗の増加を抑制できる加工能率の向上策について検討する。

4.7.1 はすば歯車の高切込み歯面研削の場合

歯車の噛み合いはピッチ円筒近傍の歯面で行われることから，ピッチ円上の加工歯面形状の誤差すなわちピッチ円上の砥石損耗をもとにして検討する。図 4.45 および図 4.46 は，モジュール $m_n=3$ ，歯数 $n_t=26$ のはすば歯車をピッチ円半径 $R_0=60$ mm のねじ状砥石を用いて，加工送り $f=0.1$ mm/rev，砥石切込み $h=0.5$ mm で歯面研削する場合について，それぞれリーディング側刃面およびトレーリング側刃面における砥石の単位面積当たりの加工量 u とねじれ角 β との関係を示す。両図は，ねじ状砥石の刃筋のねじれ方向と加工はすば歯車の歯筋のねじれ方向が等しい場合と異なる場合を比較したものである。リーディング側刃面（図 4.45）において，ねじれ方向が等しい場合， $\beta = 10^\circ$ 辺りで砥石刃面の研

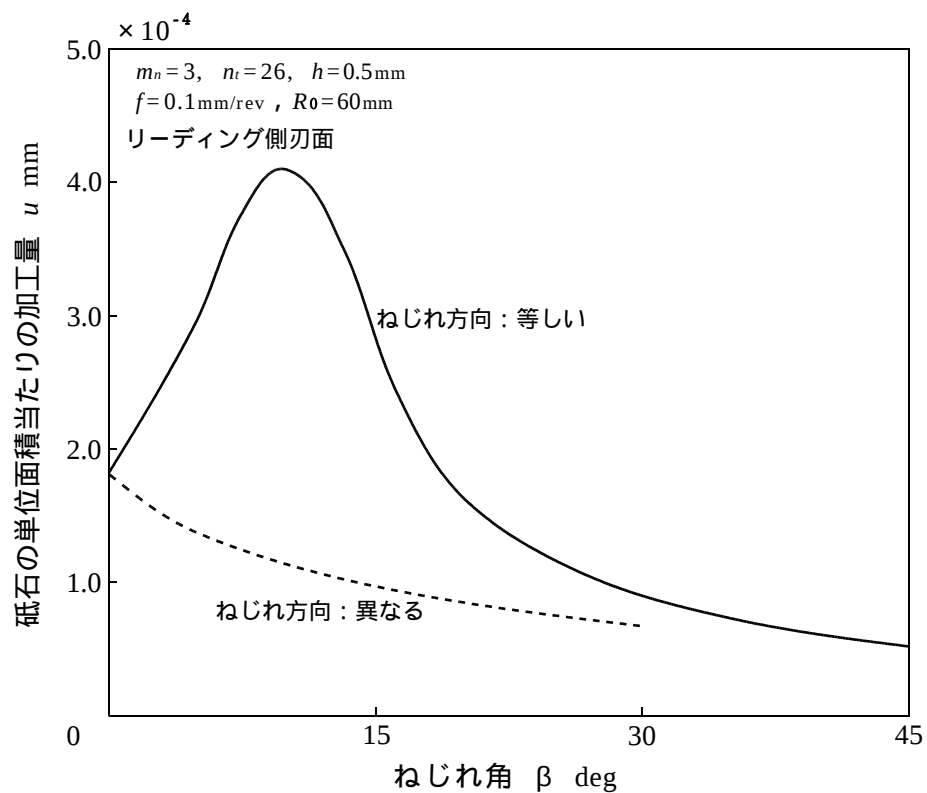


図 4.45 砥石の単位面積当たりの加工量とねじれ角との関係(リーディング側)

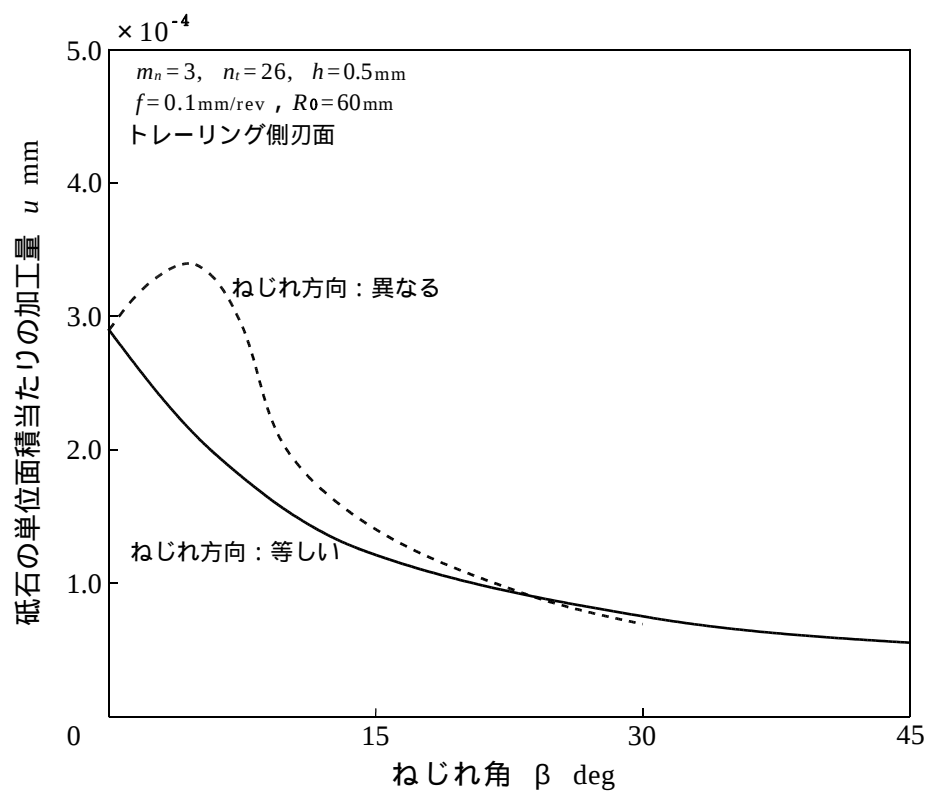


図 4.46 砥石の単位面積当たりの加工量とねじれ角との関係(トレーリング側)

削作用領域が最も狭くなり u が最大値となるが、ねじれ方向が異なる場合、 u の値は、ねじれ方向が等しいときよりも小さく、 $\beta = 0^\circ$ で最大値となり、 β が大きくなると減少する。また、ねじれ方向が等しい場合には創成後も研削作用が続行するのに対し、ねじれ方向が異なる場合には創成位置が研削終了位置となる。このことから、リーディング側刃面においては、ねじれ方向が異なる組み合わせではすば歯車の歯面研削を行う方が加工精度が高くなるものと予想される。一方、トレーリング側刃面(図 4.46)において、ねじれ方向が等しい場合、 u の値は $\beta = 0^\circ$ で最大であり、 β が大きくなると減少し、ねじれ方向が異なる場合、 $\beta = 5^\circ$ 辺りで砥石刃面の研削作用領域が最も狭くなり u が最大値となるが、ねじれ方向の組み合わせが異なっても u の値は両者の間で大きな差はない。また、ねじれ方向が等しい場合には創成後も研削作用が続行するが、ねじれ方向が異なる $\beta > 5^\circ$ の場合には創成位置が研削終了位置となることから、トレーリング歯面においても、ねじれ方

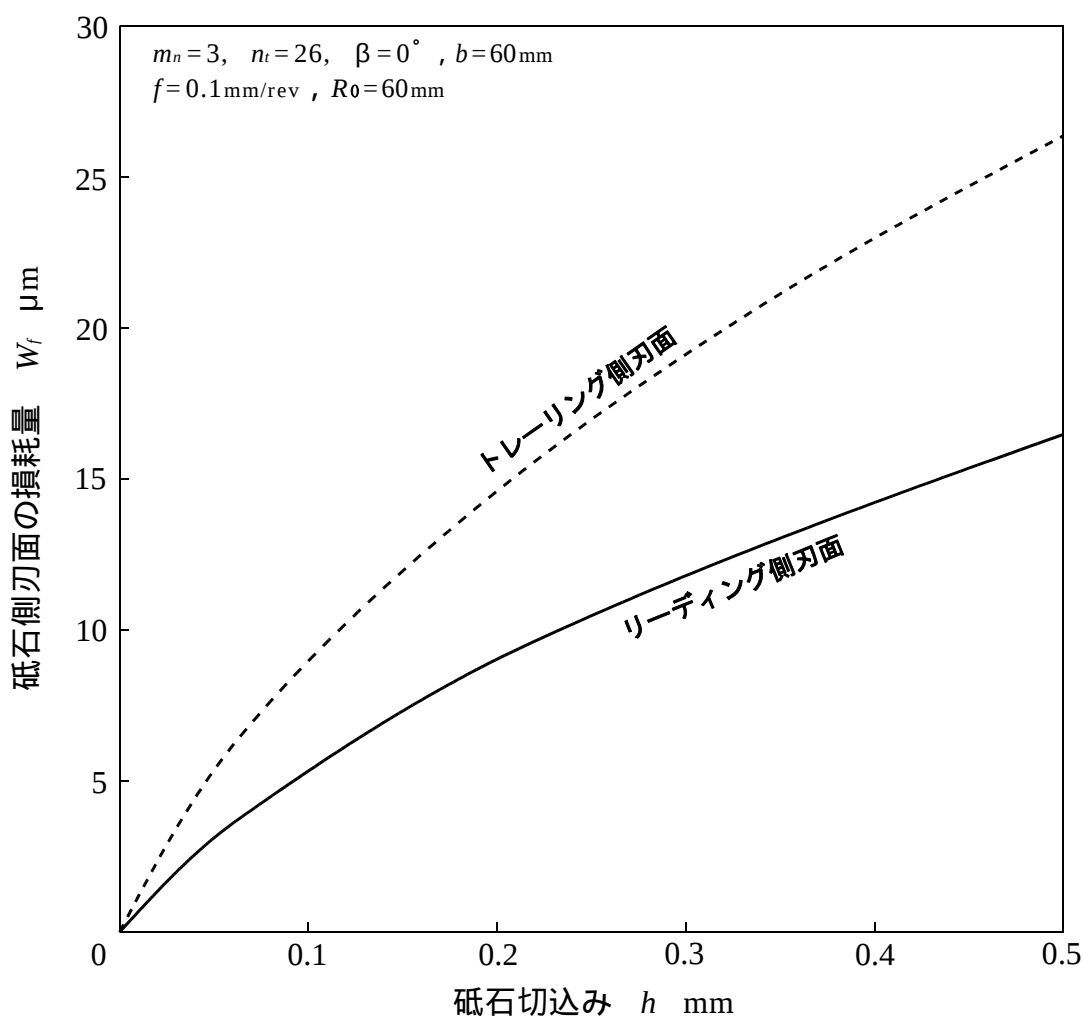


図 4.47 砥石側刃面の損耗量と砥石切込みとの関係

向が異なる場合の方が、砥石の損耗量が少ないものと考えられる．このようなねじれ方向が異なる加工方式の優位性は、相浦ら⁹⁾のセービングホブによるはすば歯車の仕上削りにおいてははすば歯車とホブのねじれ方向が逆の場合の方が歯形誤差が小さいという実験結果によって指摘されている．

図 4.47 は、 $m_n=3$ 、 $n_t=26$ 、歯幅 $b=60\text{mm}$ の平歯車を $f=0.1\text{mm/rev}$ 、 $R_0=60\text{mm}$ で歯面研削する場合において、砥石側刃面の損耗量 W_f に及ぼす砥石切込み h の影響を示すもので、 W_f は式(4.2)の実験式によって求めた値である．同図から分かるように、 h を大きくすると、損耗量 W_f はその増加割合を減じながら増加しており、小さな砥石切込みで回数を多くするよりも、大きな砥石切込みで回数を少なくする場合の方が砥石損耗量が小さくなることが推測される．

そこで、単位時間当たりの加工量($=fh$ 、 n_t および N ：同一の場合)が一定となる条件の下で、加工取り代に相当する砥石切込みによるワンパス研削の場合($h=0.5\text{mm}$ 、 $f=0.1\text{mm/rev} \times 1$ パス)と小さな砥石切込みによるマルチパス研削の場合($h=0.1\text{mm}$ 、 $f=0.5\text{mm/rev} \times 5$ パス)の砥石損耗量を比較する．図 4.48 および図 4.49 は、それぞれ $m_n=3$ 、 $n_t=26$ 、 $b=60\text{mm}$ の平歯車および $m_n=3$ 、 $n_t=26$ 、 $\beta=30^\circ$ 、 $b=60\text{mm}$ のはすば歯車を歯面研削する際の砥石側刃面の損耗量 W_f を、高切込みワンパスの場合と低切込みマルチパスの場合とを比較して示す．なお、損耗量 W_f は実験式(4.2)によって求めた値であり、図 4.49 についてはねじれ方向が等しい場合である．両図から明らかなように、高切込みワンパス研削は、低切込みマルチパス研削よりも砥石損耗量が小さく、加工精度を向上させる有効な研削方法であることが分かる．特に、はすば歯車の場合において、高切込みワンパス研削の有効性が高い．また、マルチパス研削には加工作用のない空運転時間がパス毎に存在するため、生産性を向上させるためにも、高切込みワンパス研削の方が有利であると言える．

以上のように、ねじ状砥石によってインボリュート歯車の歯面研削を行う場合、加工取り代に等しい高切込み研削は、砥石側刃面の損耗を抑制し、加工能率を向上させる研削方法として極めて有効であることが明らかとなった．なお、一般の研削加工の高切込み研削において研削焼けを防止するためには低砥石速度⁸⁾が有効であることから、小径砥石を採用することで、加工能率を犠牲にすることなく砥石速度を低下させるとともに、砥石と工作物との接触長さも小さくできるため、更なる研削焼け抑制効果が得られる．また、はすば歯車の歯面研削においては、歯車の歯筋とねじ状砥石の刃筋のねじれ方向が等しい場合

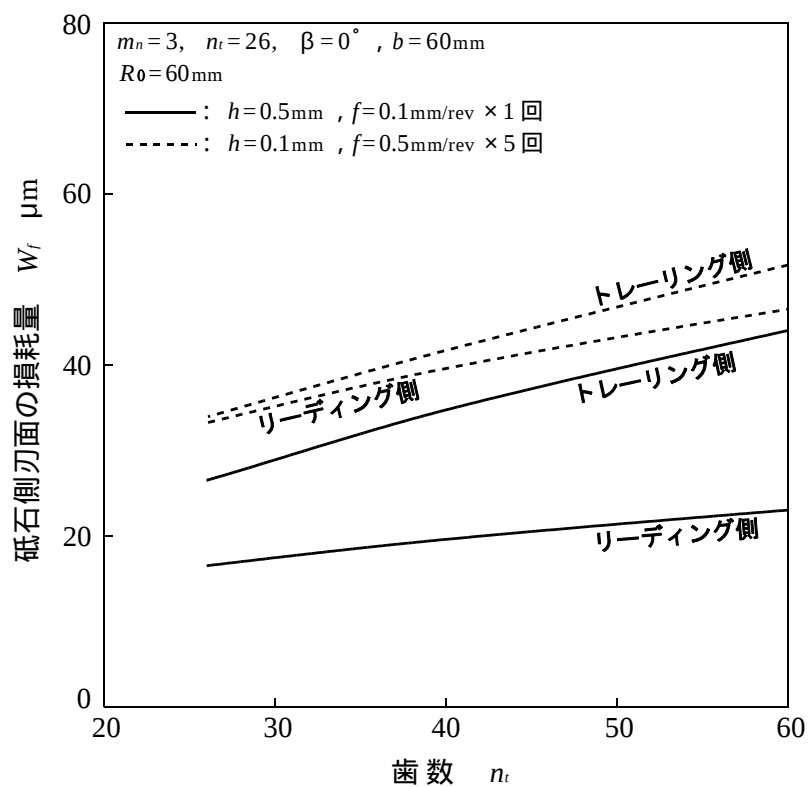


図 4.48 ワンパスとマルチパスの砥石損耗量の比較（平歯車）

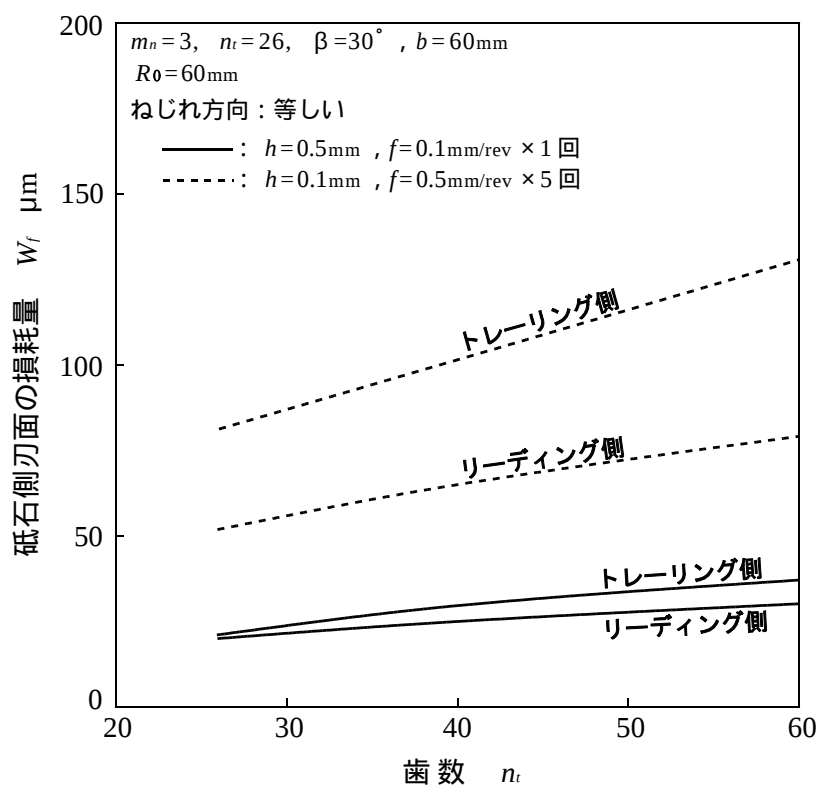


図 4.49 ワンパスとマルチパスの砥石損耗量の比較（はすば歯車）

よりも異なるねじれ方向の場合の方が，歯形誤差が小さくなる．

4.7.2 平歯車の全歯丈切込み加工の場合

4.5 節で明らかにしたように，任意の歯数に対して砥石刃先面の損耗量が最小となる加工送り f が存在する．そこで，モジュール $m_n=1$ ，歯数 $n_t=30, 60, 100$ ，加工幅 $b=40\text{mm}$ のインボリュート平歯車をピッチ円半径 $R_0=40 \sim 150\text{mm}$ の WA80T 砥石を用いて，全歯丈切込み $h=2.25\text{mm}$ で加工する場合について，砥石刃先面の損耗量の最小値 W_{kmin} およびそのときの加工送り f_{wmin} を実験式(4.19)によって求めた．図 4.50 および図 4.51 は，それぞれ f_{wmin} および W_{kmin} の計算結果を示す．両図より，歯数が多い場合ほど，砥石損耗の最小値 W_{kmin} は大きくなるが， W_{kmin} となる加工送り f_{wmin} が大きくなるため，歯数に比例して長くなる加工に要する時間を，加工送り f を大きくすることで多少減ずることが可能である．また，砥石刃先面の損耗は砥石径が大きくなるほど小さくなる傾向にあるが，砥石径を大きくすることは，砥石と工作物との接触長さおよび砥石速度を増加させ，研削焼けを発生させる要因となる．研削焼けを抑制するためには，砥石速度を低くすることが必要となる．その場合，砥石回転数を下げるか砥石径を小さくするかの二つの選択肢がある．ねじ状砥石による加工においては，砥石回転数を下げることは，加工能率の低下に直結するので，砥石径を小さくすることで砥石速度を低下させるのが望ましい．

図 4.52 は，図 4.50 に示す砥石刃先面の損耗量が最小となる加工送り f_{wmin} の場合において，研削焼けを生じさせないための限界砥石回転数 N_{limit} を式(4.33)によって求めた結果を示す．砥石径が小さいほど，研削焼けを生じさせないための限界砥石回転数 N_{limit} が大きく，工作物の回転数 ($=N_{limit} / n_t$) を高くできるので，加工能率が向上することが分かる．また，一般のクリープフィード研削において，砥石径が小さいほど研削抵抗は小さくなることが明らかにされており¹⁵⁾，式(4.31)より分かるように，砥石径の大きい場合に比べて研削焼けが生じにくい．さらに，砥石径が小さくなるほど，砥石と工作物との接触長さが短く，砥石速度も低いため，砥粒摩滅の進行が遅く，研削焼けの発生に至るまでの時間（砥石寿命）が長くなる．従って，実際には，砥石径の大小による加工時間の差はより大きくなるものと予想され，径の小さい砥石を使用するほうが生産の高能率化を達成できる．

以上のように，研削焼けの生じにくい小径砥石を用いることは，大径砥石のように摩滅した砥粒の脱落によって研削焼けを防止させる必要がない．従って，小径砥石では，硬い

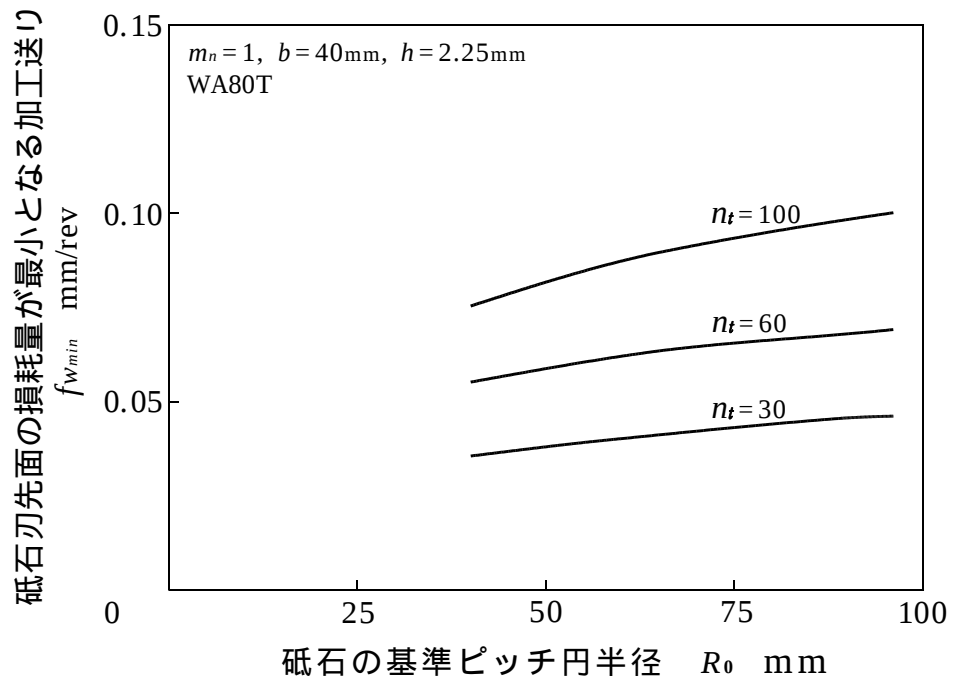


図 4.50 砥石刃先面の損耗量が最小となる加工送りに及ぼす砥石のピッチ円半径の影響

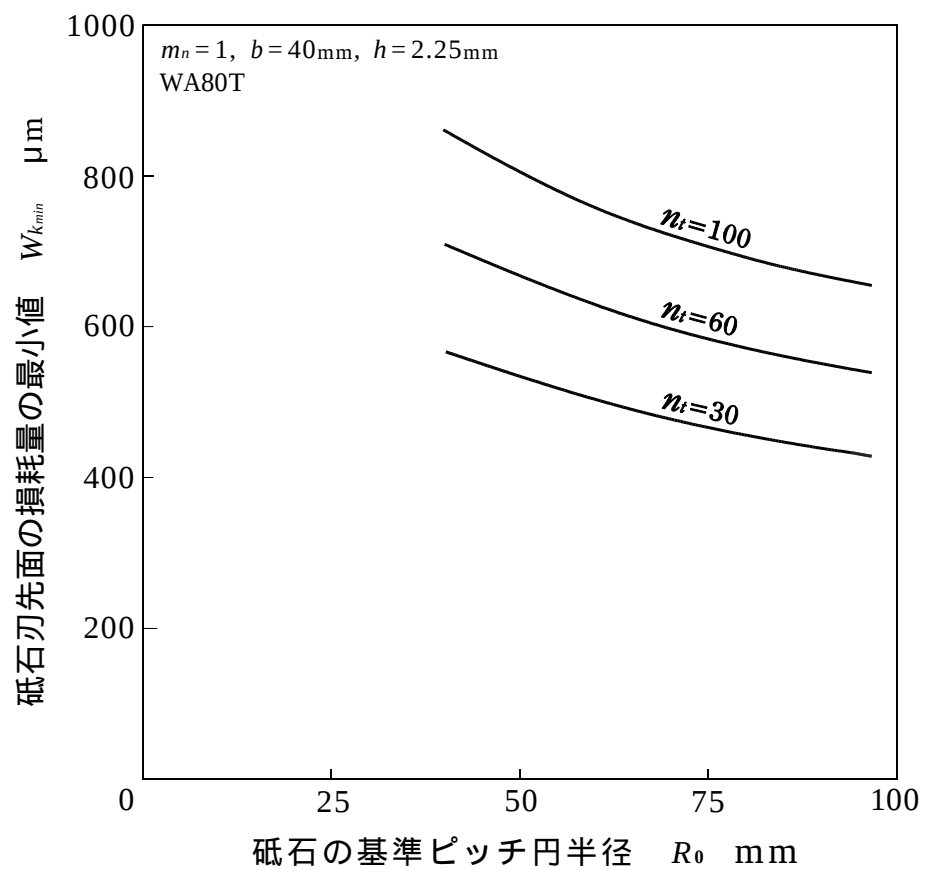


図 4.51 砥石刃先面の損耗量の最小値に及ぼす砥石のピッチ円半径の影響

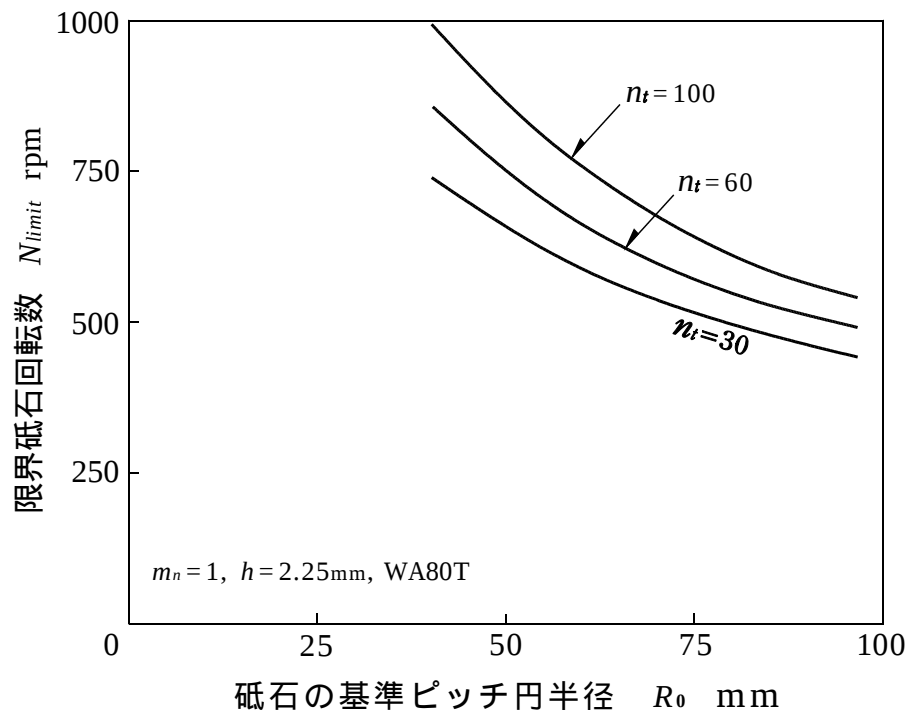


図 4.52 限界砥石回転数に及ぼす砥石のピッチ円半径の影響

砥石を使用することによって、砥石損耗による加工精度の低下を抑制できるため、高精度および高能率という相反する要求を両立させる加工条件の設定が可能となる。このような加工精度を犠牲にすることなく加工能率を上げるための方策は砥粒の種類によらず適用でき、精度および能率のより一層の向上を図るためには、耐摩耗性に優れた超砥粒の結合度の高い小径砥石を用いることが効果的である。

4.8 結 言

本章では、ねじ状砥石によるインボリュートはすば歯車の歯面研削およびインボリュート歯車の全歯丈切込み加工において、低砥石速度によるクリープフィード研削加工法を適用した加工実験をWAのビトリファイドボンドの砥石を用いて実施し、第3章の解析結果の妥当性を検証するとともに、高切込みによる高能率化の可能性を探り、その適用加工条件を検討した。その結果、次のことを明らかにした。

- (1) 解析によって導き出された定性的傾向は、実験結果とよく一致しており、解析の妥当性が確認できた。

- (2) 平歯車の歯面研削における砥石損耗量は、刃元が刃末の 1.4 ~ 1.8 倍、トレーリング側刃面がリーディング側の 1.6 ~ 2.2 倍大きい。
- (3) はずば歯車の歯面研削において、ねじれ角が大きくなるほど、リーディング側とトレーリング側の砥石損耗量の差違が小さくなる。
- (4) 加工取り代に等しいワンパス高切込み研削は、低切込みマルチパス研削よりも砥石損耗が小さく、加工能率も向上する。
- (5) 砥石刃先面の損耗量が最小となる加工送りの適正值が存在し、その適正值は、加工歯車の歯数および砥石径の大きいものほど大きくなる。
- (6) 砥石の小径化および低速化によって、研削焼けの発生しない研削条件の範囲が拡大する。
- (7) 砥石の小径化および低速化によって、高結合度砥石を用いる高切込み研削が可能となり、砥石損耗を増加させることなく、加工能率を向上させることができる。

参 考 文 献

- 1) 小野浩二：研削仕上，槇書店(1962)173.
- 2) H. Opitz , H. Frank , W. Ernst und O. Daude : Westdeutscher Verlag , Köln und Opladen (1965)Verlags - Nr. 011532 , p28.
- 3) E. J. Pattinson and A. W. Chisholm : A. S. T. M. E. Int. Conf. Manufacturing Tech. University of Michigan , Sept. 1967 , p601.
- 4) 米倉將隆 , 永野喜三郎 , 桜木 功：久留米工業高等専門学校紀要 , 7 , 1(1991)1 .
- 5) 山中 将 , 中村 久 , 江村 超 , 杉田和彦：精密工学会誌 , 61 , 8(1995)1161 .
- 6) 菊池正人：機械技術 , 44 , 9(1996)31 .
- 7) 御手洗義光：機械と工具 , 39 , 7(1995)80.
- 8) 島宗 勉 , 餅田正秋 , 小野浩二：精密機械 , 49 , 12(1983)1626.
- 9) 相浦正人 , 米倉將隆 , 杉本武治 , 榎藤一昭：日本機械学会論文集(C 編) , 48 , 434(1982) 1624.
- 10) 島宗 勉 , 小野浩二：精密機械 , 46 , 11(1980)1379.
- 11) S. Malkin : Trans. ASME , Ser. B , 96 , 4(1974)1184.
- 12) 島宗 勉 , 小野浩二：精密機械 , 46 , 12(1980)1459.
- 13) J. C. Jaeger : Proc. Roy. Soc. New South Wales , 76(1942)203.
- 14) 島宗 勉 , 餅田正秋 , 小野浩二：精密機械 , 50 , 7(1984)1090.
- 15) 島宗 勉 , 餅田正秋 , 坂本正義：1991 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集 , 773.

第5章 少数歯の低速歯車研削における加工量の解析および加工実験

5.1 緒 言

ホブによる創成加工は、インボリュート歯車のみならず直線歯形をもつ各種スプラインまたはセレーション軸、スプロケット、ラチェット等の切削加工に用いられている。この加工法は加工能率が高くピッチ精度に優れているため、任意の形状の歯を創成するための切削工具（ホブ）の刃形に関する研究等^{1), 2), 3), 4)}が行われ、同一形状の歯が円筒面に沿って等ピッチで並ぶ構造である機械部品（円筒歯車）の加工に適用する試みがなされている。

ねじ状砥石による連続的創成加工法についても、ホブによる歯切り加工の場合と同様に砥石の刃形の成形が可能であるならば、任意の形状の歯をもつ機械部品の研削加工に応用できる。インボリュート歯車の場合は、ねじ状砥石の軸断面におけるラック刃形が直線形状でよく、砥石の成形が容易であるため、この研削法は古くから歯車の研削仕上げ加工として用いられてきた。しかし、インボリュート歯形以外のスプライン軸等の場合は、砥石のラック刃形状が複雑な曲線形状となるため、その成形が難しく、在来の砥石では砥石刃面の形状を長時間保持することができないので、この加工法はほとんど用いられていない。ところが、近年、CBN 砥粒の電着砥石の製造技術が進歩し、耐摩耗性に富む複雑形状の砥石が比較的容易に得られるようになり、一般の総形クリープフィード研削加工に用いられるようになってきている。このような砥石製造技術の進歩に伴い、インボリュート歯車以外の等ピッチの同一歯形を持つ円筒形機械部品の仕上加工に対して、ねじ状砥石を用いた連続的な創成加工法を適用することが可能となっており、ねじ状砥石の刃形輪郭を求める計算手法に関する研究⁵⁾が行われている。

インボリュート歯車以外で円筒歯車の代表的なものとして、スプライン軸があり、一般的には角形スプラインとインボリュートスプラインが多く用いられている。スプライン軸は、相互に滑動する軸と穴とを結合させ、動力の伝達を行うために用いられる機械要素であり、自動車、車両、一般機械等に利用されている。なかでも、心狂いを重要視する工作機械においては、小径中心あわせとする角形スプライン（互いに平行な平面を歯面とし、歯の中心線が軸心を通るスプライン）が採用されており、軸および穴の両者とも精度の高

いものが要求されるため、焼入れ後に専用の研削盤で研削仕上げが施されている。軸においては、凹形の溝の研削となるので、総形砥石を用いて機械的に割り出しを行いながら、一溝ごとに成形研削するため、加工能率が著しく低いのが現状である。研削加工能率を向上させるためには、ねじ状砥石による連続的創成研削法を適用することが、効果的であると考えられる。

そこで、JIS 規格 (B 1601) 1 形の角形スプラインをとり上げ、高精度スプライン軸の生産性を高めるためにホブ切り加工工程を省略し、ねじ状砥石によって焼入れ円筒軸に対して直接歯切り加工を行うものとする。このように加工取り代が大きい場合、加工能率を高くするためには高切込みとするのが有効であり、研削焼けが発生しない安定した研削状態は低砥石速度とすることによって得られやすい⁶⁾。従って、本章では、小径の 1 条ねじ状砥石を用いて、高精度の角形スプライン軸を全歯丈切込みで低砥石速度によるクリープフィード研削加工する場合について、第 2 章で求めたねじ状砥石と角形スプライン軸の工作物の相対位置関係を表す基礎式を基にして数値解析を行い、歯溝を形成する研削加工過程を解明し、砥石刃面の単位面積当たりの研削加工量および歯溝の寸法形状精度に及ぼす加工条件の影響を明らかにする。また、小径のねじ状砥石による加工実験および解析結果をもとに、加工精度を犠牲にすることのない高能率化のための加工条件を検討する。

5.2 砥石刃面上での研削作用位置と加工歯面形状との関係

本節では、砥石刃面上の研削作用領域を明らかにするため、インボリュート歯車の研削の場合と同様に、第 2 章の 2.3 節で導出した砥石刃面上の任意の点の運動軌跡を表す基礎式を基にして、研削加工過程中的工作物の加工歯溝面形状および砥石刃面上の研削作用点を求めることによって、砥石刃面上の創成位置および研削終了位置について検討する。

ねじ状砥石を用いて角形スプライン軸を全歯丈切込み加工する場合、砥石のラック形の各刃面と形成する加工歯面の対応は歯車の場合と同様であり、図 5.1 において、リーディング側刃面 GH およびトレーリング側刃面 IJ はそれぞれ加工歯形の AB および CD を、刃先面 HJ は歯底面 EF を、砥石角部 H および J は隅肉部 BE および DF を形成する。従って、角形スプライン軸の加工歯面形状は砥石のラック刃形の各刃面ごとに検討しなければならない。

工作物となる角形スプラインの歯先円半径 (大径の $1/2$) を r_1 、歯底円半径 (呼び径 (小

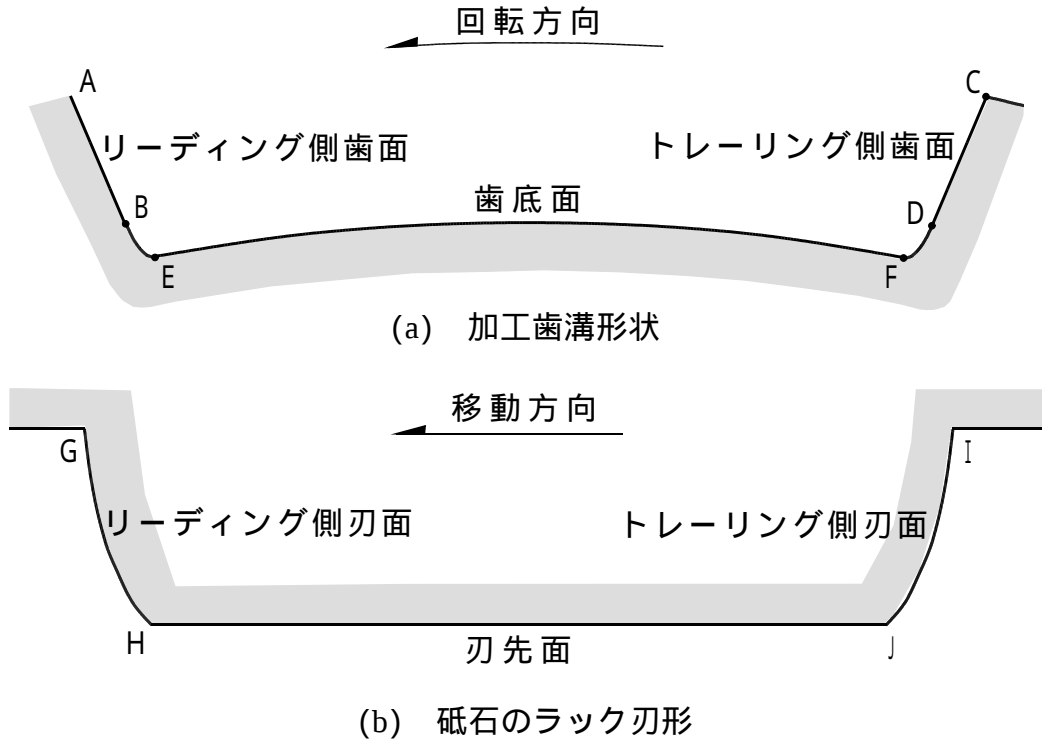


図 5.1 角形スプライン軸の歯溝形状と砥石のラック刃形

径)の $1/2$) を r_2 , みぞ数 (歯数) を n_t , 歯幅を $2t$, 創成ピッチ円半径を r_g とすると , 第 2 章の式 (2.40) , 式 (2.47) , 式 (2.49) および式 (2.50) より , 砥石の軸平面断面において砥石半径位置 R におけるラック刃形の形状を与える ε は次式で与えられる .

$$\varepsilon = \frac{\left\{ (K_\varepsilon \mp t) \cos \left(\sin^{-1} \frac{K_\varepsilon}{r_g} \right) - r_g \left(\sin^{-1} \frac{K_\varepsilon}{r_g} \mp \frac{\pi}{n_t} \right) \right\}}{\cos \gamma} \quad (5.1)$$

ただし ,

$$K_\varepsilon = \frac{\pm t \pm \sqrt{t^2 - 4r_g(R_g - R)}}{2}$$

ここで , $\pm$ または $\mp$ の符号のうち上の符号はリーディング側 , 下の符号はトレーリング側の刃形を表す . また , 式 (5.1) において $R = R_1$ (砥石刃先半径) としたときのリーディング側の値を ε_l , トレーリング側の値を ε_r とすると , ラック刃形の刃先形状は次の範囲の ε の値で与えられる .

$$\varepsilon_t \leq \varepsilon \leq \varepsilon_l \quad (5.2)$$

式(5.1) より明らかなように，角形スプラインを創成するねじ状砥石のラック刃形形状を与える式は，砥石半径位置 R の一次関数として表されるインポリュート歯車を創成する場合（式(2.25)）とは異なり， R に対して複雑な関数関係となっている．そこで，砥石刃面上の研削作用点がリーディング側およびトレーリング側の砥石刃面上（図 5.1 の GH および IJ）にある場合，創成歯面および加工歯面（図 3.5 参照）の形状と砥石刃面上の研削作用位置は砥石の軸平面断面のラック刃形の形状（ R, ε ）を与えて，第 2 章で求めた次式を用いて，数値計算を実施する．

$$x = (e + \varepsilon) \cos \gamma + R \sin \theta \sin \gamma \quad (5.3)$$

$$y = C - R \cos \theta \quad (5.4)$$

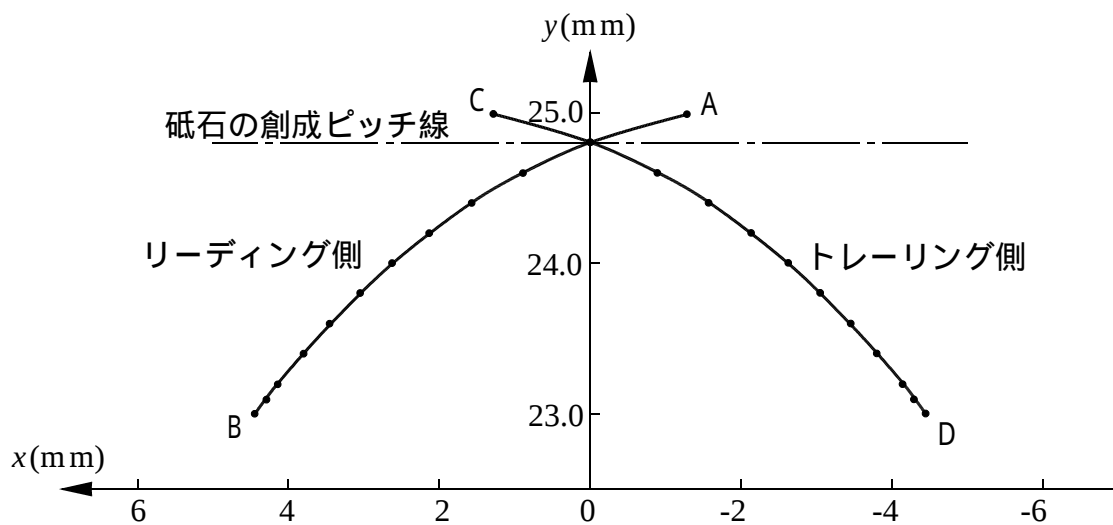
$$z = R \sin \theta \cos \gamma - (e + \varepsilon) \sin \gamma + \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g} \right) \quad (5.5)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.6)$$

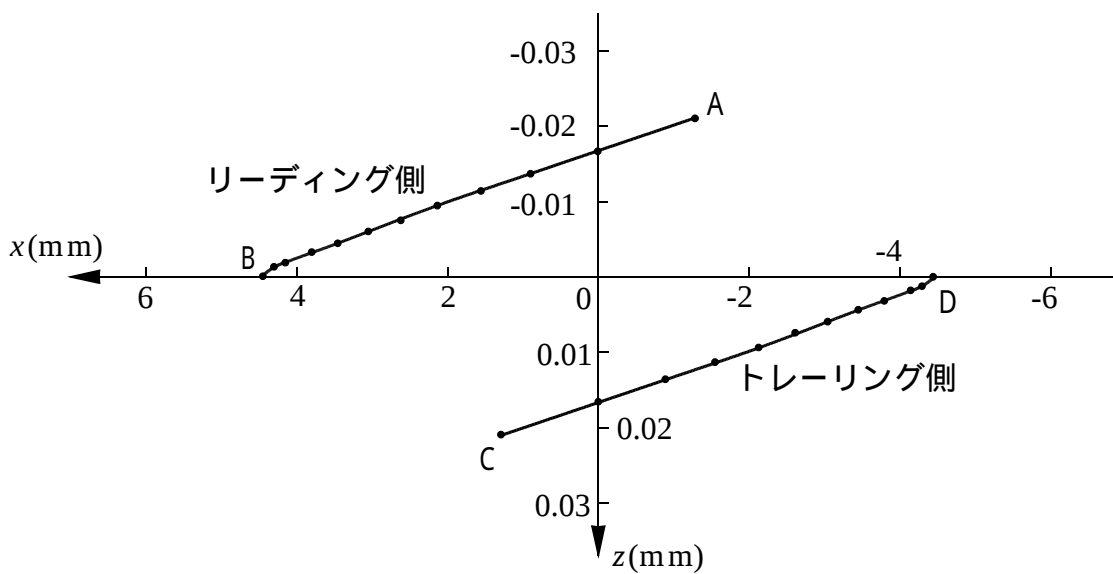
$$\delta = \tan^{-1} \frac{x}{y} - \frac{\theta}{n_t} - \frac{e \cos \gamma}{r_g} \quad (5.7)$$

まず，創成形状および砥石刃面上の創成位置は，ねじ状砥石のラック刃形の刃先から刃元までの任意の R 位置の ε を式(5.1) から求めラック形状（ R, ε ）を与えて，式(5.5) において e および z を変数として θ の値を得た後，式(5.6) および式(5.7) より任意の R の位置の刃面が通過する歯溝上の点（ r, δ, z ）の集まりとして求められる．これらの点群のうち歯厚方向に最も深く切込む点が創成歯形形状を与え，その際の砥石刃面上の研削作用点（ R, e ）が創成点となる．

図 5.2 は，大径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，みぞ数(歯数) $n_t = 8$ ，歯幅 $2t = 9.0\text{mm}$ の角形スプライン軸（JIS B 1601 の 1 形）を，工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ ，砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ ，工作物 1 回転当たりの加工送り量 $f = 0.5\text{mm/rev}$ ，半径方向の砥石切込み h を 2mm で研削する場合の xy および xz 平面における創成位置を表したものである．同図中において，黒点は上記の計算によって得られた値であり，曲線は砥石刃面上の創成砥粒が図 5.3 の点 P_g （ xy 平面に平行なピッチ点 P_0 を含む刃直角平



(a) xy 平面上における創成位置



(b) xz 平面上における創成位置

$$r_1 = 25\text{mm}, \quad r_2 = 23\text{mm}, \quad n_t = 8, \quad t = 4.5\text{mm}$$

$$r_g = 24.8\text{mm}, \quad R_g = 50\text{mm}, \quad f = 0.5\text{mm/rev}$$

図 5.2 角形スプライン軸の歯面の創成位置

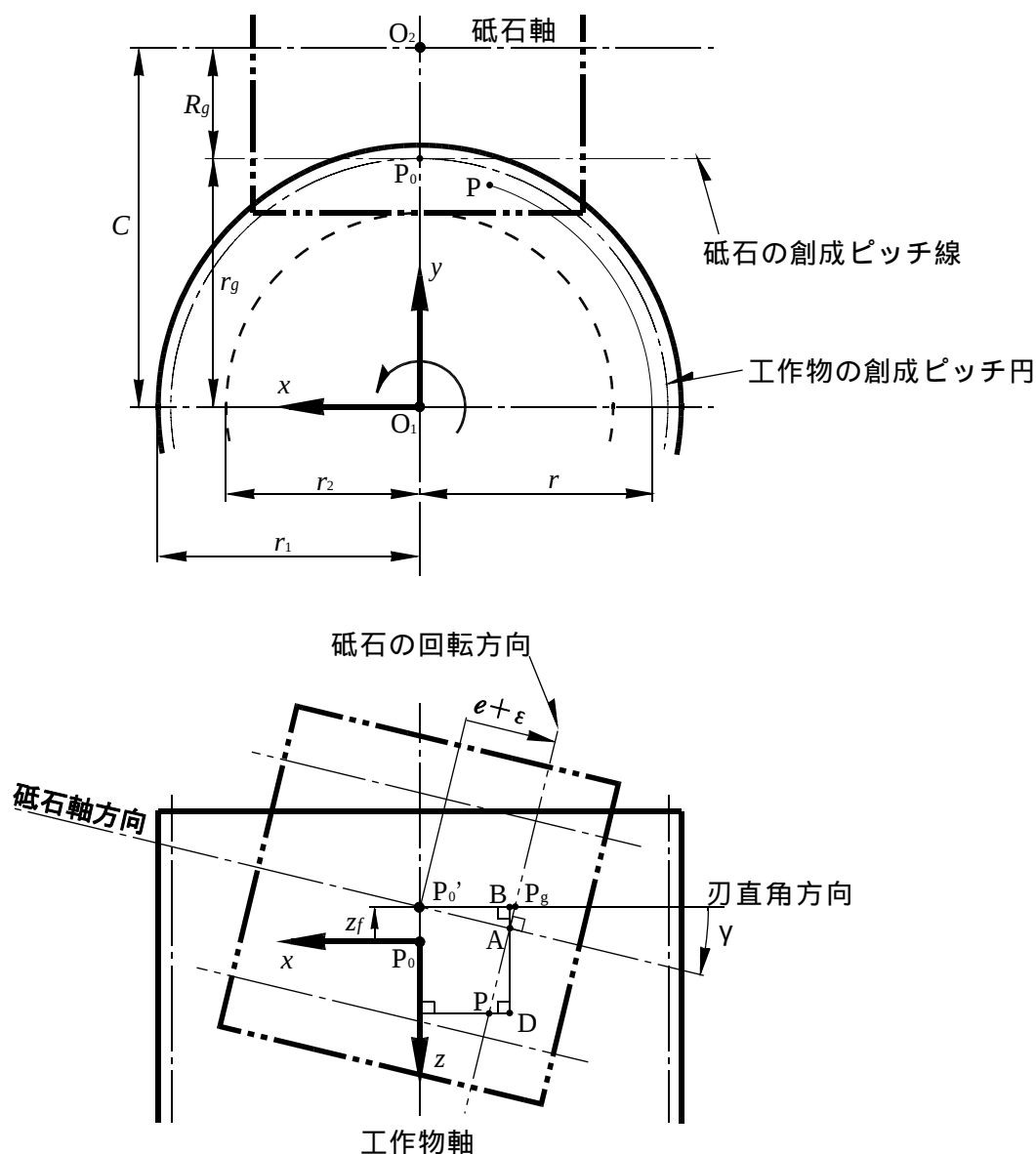


図 5.3 砥石刃面上の創成点の位置関係

面上に存在する)にあるものとして計算したものである．図 5.2 から分かるように，両者は一致しており，また創成形状も同一となることから，ピッチ点 P_0 から xy 平面に平行な刃直角方向の線上に存在する砥粒によって，工作物が創成されることが確認できる．従って，工作物の創成形状および砥石刃面上の創成位置は，図 5.3 において，砥石刃面上の点 P が刃直角方向の線上にある点 P_g にあるものとして求めればよい．この場合，式(5.5)において

$$R \sin \theta \cos \gamma - (e + \varepsilon) \sin \gamma = 0 \quad (5.8)$$

であるので，次式が成り立つ．

$$e + \varepsilon = \frac{R \sin \theta \cos \gamma}{\sin \gamma} \quad (5.9)$$

式(5.3)～式(5.9)より，歯面の創成に関して次の基礎式が得られる．

$$r = \sqrt{\left(\frac{R \sin \theta}{\sin \gamma} \right)^2 + (C - R \cos \theta)^2} \quad (5.10)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{R \sin \theta}{(C - R \cos \theta) \sin \gamma} - \frac{\theta}{n_t} - \frac{e \cos \gamma}{r_g} \quad (5.11)$$

$$z = \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g} \right) \quad (5.12)$$

角形スプラインの創成形状および砥石刃面上の創成位置は，ねじ状砥石のラック刃形の刃先から刃元までの任意の R 位置の ε を式(5.1) から求め，ラック形状 (R, ε) を与えて， e を変数として式(5.8) より θ の値を得た後，式(5.10)，式(5.11) および式(5.12)より，任意の R の位置の刃面が通過する歯溝上の点 (r, δ, z) の集まりとして求められる．これらの点群のうち歯厚方向に最も深く切込む点が創成歯形形状を与え，その際の砥石刃面上の研削作用点 (R, e) が創成点となる．なお， R の値は砥石刃先半径（外半径）から減少させながら，加工する工作物の半径が大径 r_1 に達するまで与える．また，全歯丈切込みによって形成される z 軸方向への加工歯面形状は，創成歯形形状を与える z の値を基準として，リーディング側およびトレーリング側の砥石刃面と工作物の干渉領域が存在しなくなるまで，すなわち砥石刃先半径 $(R = R_1)$ で加工される工作物半径 r が大径 r_1 となるまで， z を増加させて計算することによって求められる．

次に，砥石面上の研削作用点が砥石刃先面上（図 5.1 の HJ）にある場合について検討する．砥石刃先面においては $R = R_1$ であるので式(5.3)，式(5.4) および式(5.5) より，次式の関係が成り立つ．

$$x = (e + \varepsilon) \cos \gamma + R_1 \sin \theta \sin \gamma \quad (5.13)$$

$$y = C - R_1 \cos \theta \quad (5.14)$$

$$z = R_1 \sin \theta \cos \gamma - (e + \varepsilon) \sin \gamma + \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g} \right) \quad (5.15)$$

歯底の隅肉部（図 5.1 の BE および DF）の創成は，歯面の創成の場合と同様に， xy 平面に平行な刃直角方向の線上にある砥石のラック形刃面の刃先角部（図 5.1 の H および J）によって行われるので，式(5.10) および式(5.11) において $R = R_1$ とすると

$$r = \sqrt{\left(\frac{R_1 \sin \theta}{\sin \gamma} \right)^2 + (C - R_1 \cos \theta)^2} \quad (5.16)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{R_1 \sin \theta}{(C - R_1 \cos \theta) \sin \gamma} - \frac{\theta}{n_t} - \frac{e \cos \gamma}{r_g} \quad (5.17)$$

となる．

歯底面（図 5.1 の EF）は，砥石のラック形刃面の刃先面（図 5.1 の HJ）が工作物の半径方向に最も深く切込むことによって形成される．すなわち，図 5.3 から分かるように，歯底面は $x = 0$ の位置で形成されるので，式(5.13) より

$$R_1 \sin \theta = - \frac{(e + \varepsilon) \cos \gamma}{\sin \gamma} \quad (5.18)$$

となり，式(5.6)，式(5.7)，および式(5.15) より，次式が得られる．

$$r = C - R_1 \cos \theta \quad (5.19)$$

$$\delta = - \frac{\theta}{n_t} - \frac{e \cos \gamma}{r_g} \quad (5.20)$$

$$z = \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta}{n_t} + \frac{e \cos \gamma}{r_g} \right) - \frac{e + \varepsilon}{\sin \gamma} \quad (5.21)$$

なお，歯底面の創成は，図 5.3 に示すピッチ点 P_0 にて行われるので， $y = r_2$ ， $\theta = 0$ であり，式(5.18) より $e + \varepsilon = 0$ となるので，

$$e = - \varepsilon \quad (5.22)$$

が得られ，以上の関係を式(5.19)，式(5.20) および式(5.21) に代入すると次式の関係が求められる．

$$r = r_2 \quad (5.23)$$

$$\delta = \frac{\varepsilon \cos \gamma}{r_g} \quad (5.24)$$

$$z = - \frac{f \varepsilon \cos \gamma}{2 \pi r_g} \quad (5.25)$$

隅肉部の創成形状および砥石刃面上の創成位置は，式(5.15)，式(5.16)および式(5.17)において，砥石ラック形状の値（ R_1 ， ε_l および ε_t ）と r に対して r_2 から直線歯形が創成される最小の工作物半径（図 5.1 の点 B および D の位置）までの値を与えて求められる．歯底面の創成形状および創成位置は，式(5.23)，式(5.24) および式(5.25) において，式(5.2) の範囲の ε の値を与えて求められる． z 軸方向の隅肉部および歯底面の形状は，上記で求めた創成形状の z の値を基準として，砥石刃面と工作物とが互いに干渉しなくなるまで， z の値を増加させて計算することによって得られる．

ところで，ラック刃形で角形スプラインを創成する場合，工作物の創成ピッチ円半径には限界値が存在する⁷⁾．図 5.4 は角形スプラインの創成におけるラック刃形とスプラインの噛み合い関係を示すもので，破線 PP_0TQ は両者の接触点の軌跡，直線 PP_0 は接触点におけるラック刃面とスプライン歯面の共通法線である．なお，角形スプラインを創成する場合の接触点の軌跡は点 T を頂点とする曲線となるので，点 T において創成されるスプラインの半径を r_{max} とする．図 5.4 より分かるように，点 T を境にして，TP の範囲においては r_{max} より小さい，TQ の範囲においては r_{max} より大きい r のスプライン歯面を創成することになる．しかし，これは実現不可能なことであり， r_{max} より大きい r の位置においては直線の歯面は創成できない．そこで，角形スプラインの直線歯面が創成可能な工作物の創成ピッチ円半径の最小値 r_{gmin} を求める．点 T において， y が最大値となることから，第 2 章の式(2.44) より

$$\frac{dy}{d\phi} = -\cos(\phi \pm \sigma_0) \{2r_g \sin(\phi \pm \sigma_0) \mp t\} = 0 \quad (5.26)$$

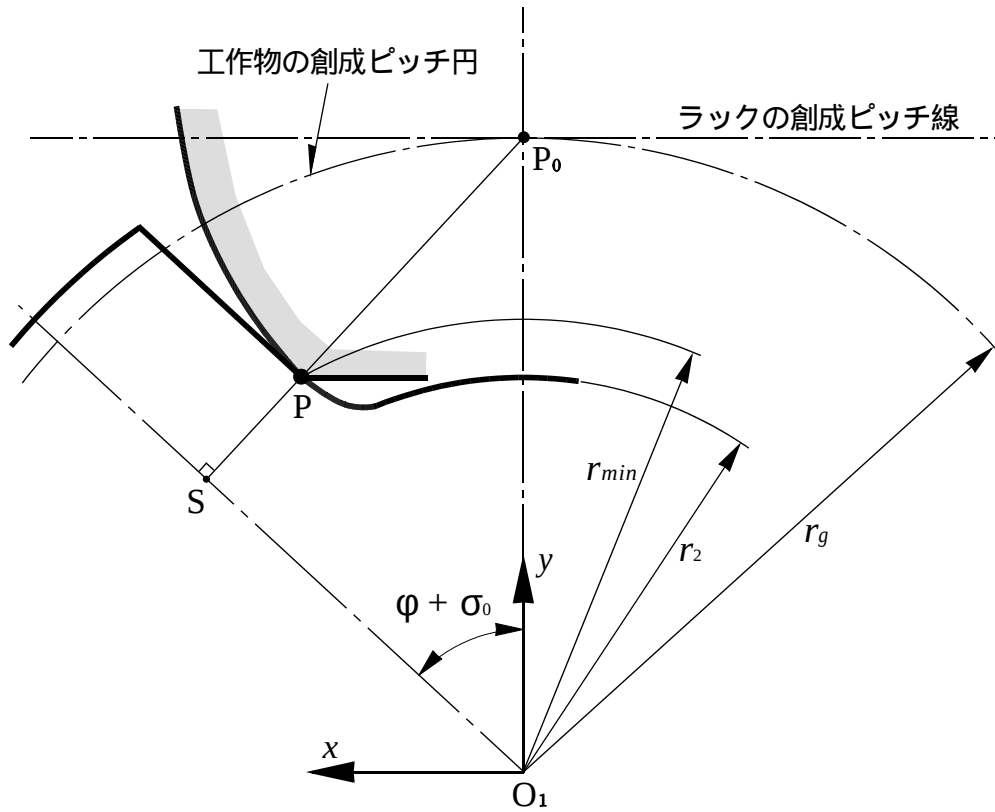


図 5.5 直線歯形として創成される工作物半径の最小値

$$y = r_g + \frac{t^2}{4r_g} \quad (5.30)$$

ただし，式(5.29)における $\mp$ の符号のうち， $-$ はリーディング側， $+$ はトレーリング側の場合である．従って，角形スプラインの歯が直線として創成される工作物の最大半径 r_{max} は，

$$\begin{aligned} r_{max} &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ &= \sqrt{r_g^2 + \frac{3t^2}{4}} \end{aligned} \quad (5.31)$$

となるので， r_{max} に対して要求される工作物の創成ピッチ円半径の最小値 r_{gmin} は次式で求められる．

$$r_{gmin} = \sqrt{r_{max}^2 - \frac{3t^2}{4}} \quad (5.32)$$

以下断りのない限り， $r_{max} = r_1$ とし工作物の最外径まで直線の歯が創成される場合について数値計算を実施し，工作物の創成ピッチ円半径 r_g は式(5.32) で求められる範囲内で変化させるものとする．

次に，直線の歯形として創成される工作物半径の最小値 r_{min} につて検討する．図 5.5 は，歯溝の創成過程中において，刃先の角点 P が直線歯形と隅肉部との境界点にある場合を示し，点 P の位置の工作物半径位置が r_{min} に相当する．同図において

$$\overline{O_1P}^2 = \overline{O_1S}^2 + \overline{PS}^2$$

の関係があるので， r_{min} は次式で求めることができる．

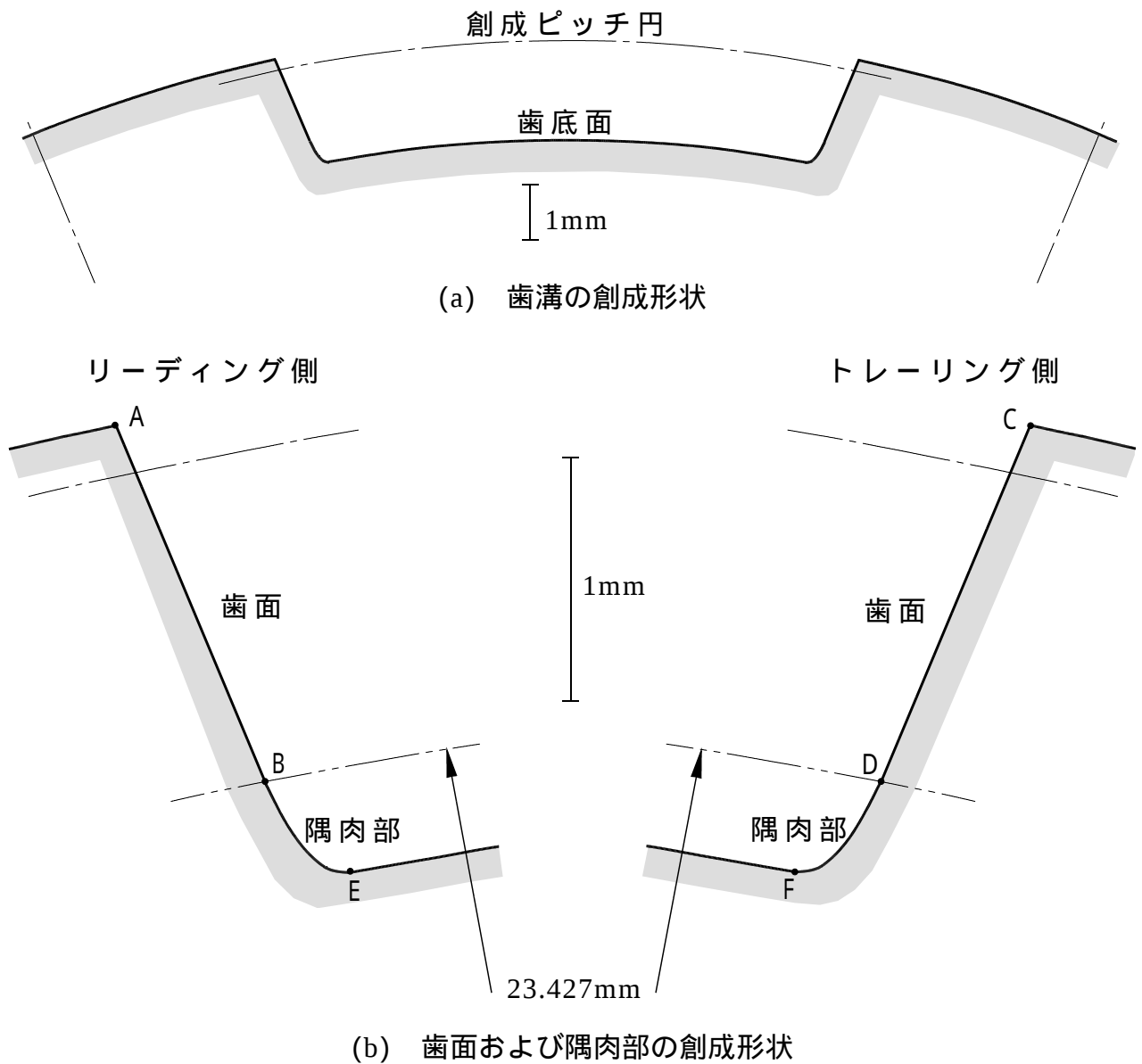
$$r_{min} = \sqrt{\{r_g \cos(\phi \pm \sigma_0)\}^2 + t^2} \quad (5.33)$$

ただし， $\sigma_0 = \pi / n_t$ であり， ϕ は式(2.47) において $y = r_2$ の場合であるので次式で与えられる．

$$\phi = \sin^{-1} \frac{\pm t \pm \sqrt{t^2 - 4r_g(r_2 - r_g)}}{2r_g} \mp \sigma_0 \quad (5.34)$$

角形スプライン軸が直線歯形として創成される工作物半径の限界値（ r_{max} および r_{min} ）を表す式(5.31)および式(5.33)は，角形スプラインとラックとの噛み合い関係より導出されたもので，ねじ状砥石との噛み合いにおいては r_{max} および r_{min} に対して砥石の創成ピッチ円半径 R_g が関与する．そこで，ねじ状砥石との噛み合いとして求める数値計算結果と式(5.31)および式(5.33)より求められる数値とを $R_g = 40\text{mm}$ の場合について比較すると， r_{max} において $3 \mu\text{m}$ ， r_{min} において $1 \mu\text{m}$ 以下の小さな差である．従って， r_{max} および r_{min} は式(5.31)および式(5.33)で近似することが可能である．

図 5.6 は，大径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，みぞ数(歯数) $n_t = 8$ ，歯幅 $2t = 9.0\text{mm}$ の角形スプライン軸を，工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ ，砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ ，工作物 1 回転当たりの加工送り量 $f = 0.5\text{mm/rev}$ ，半径方向の砥石切込み h を 2mm で研削する場合の歯溝の創成形状を示す．同図より分かるように，リーディング側およびトレーリング側の両歯面とも直線の歯形として創成されるのは歯先（ $r = 25\text{mm}$ ）から $r = 23.427\text{mm}$ までの範囲であり，この位置から歯底（ $r = 23\text{mm}$ ）までの部分は，削り残されて隅肉部が形成される．なお，直線の歯形として創成される工作物半径の最小



$$r_1 = 25\text{mm}, \quad r_2 = 23\text{mm}, \quad n_t = 8, \quad t = 4.5\text{mm}$$

$$r_g = 24.8\text{mm}, \quad R_g = 50\text{mm}, \quad f = 0.5\text{mm/rev}$$

図 5.6 歯溝の創成形状の一例

値 r_{min} (= 23.427mm : 数値計算によって求めた値) は式(5.33)によって求められる値と一致する .

図 5.7 は , 図 5.6 の場合の砥石刃面上の創成位置を , 縦軸に砥石刃面上の位置 (側刃面 : R , 刃先面 : ε) , 横軸に砥石回転位置 ω をとって , ねじ状砥石のラック刃面の展開図として示したものである . ここで , 砥石回転位置 ω とは , e の値に対応する砥石の回転角度で , e と同様にピッチ点を原点として表している . ねじ状砥石が 1 回転すると , 砥石の

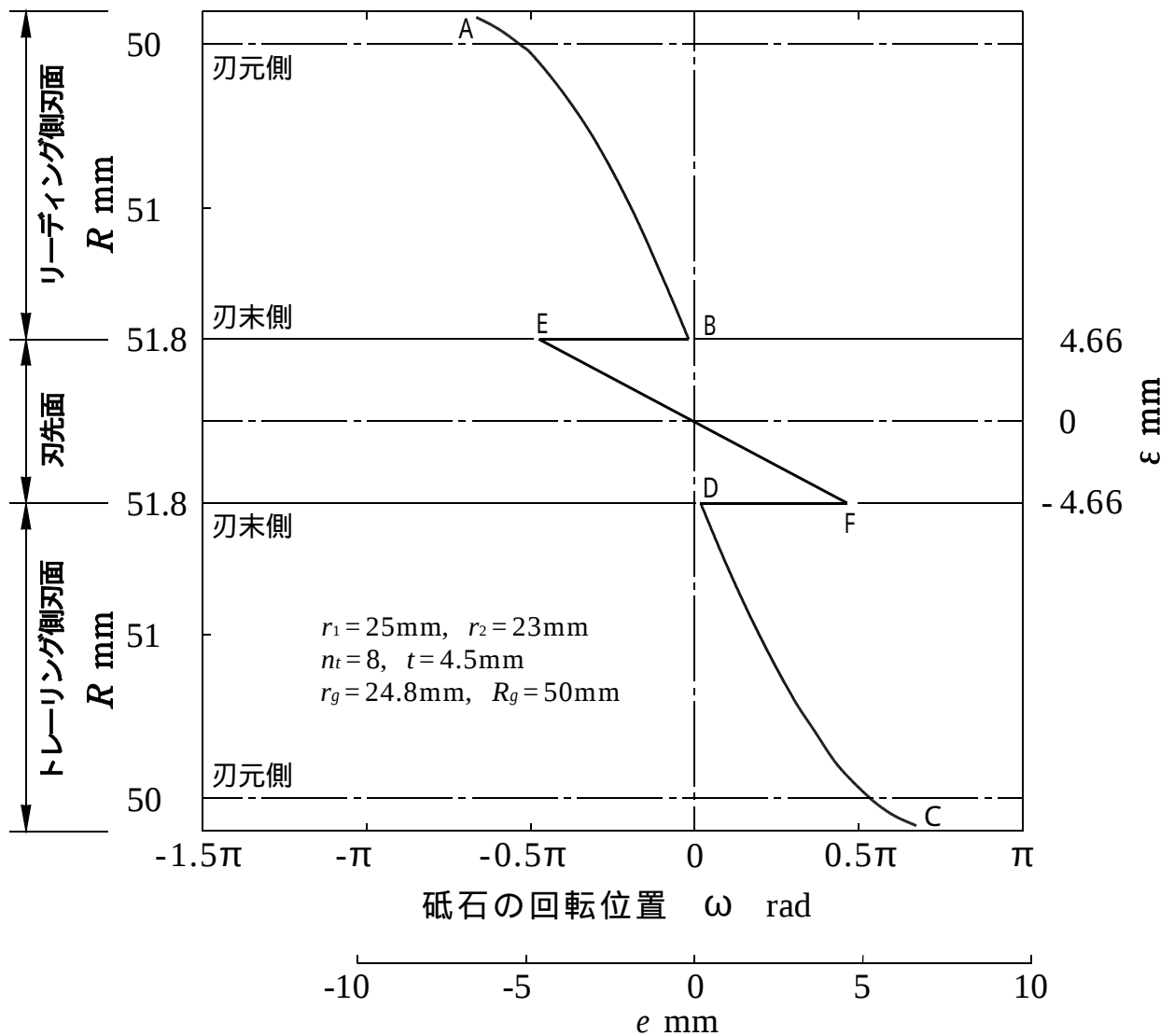
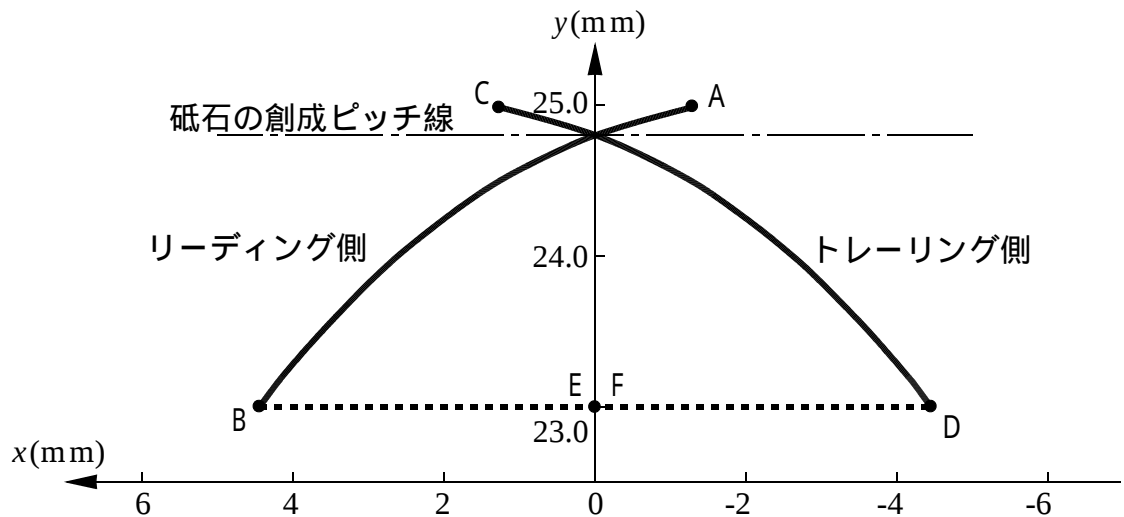


図 5.7 砥石刃面上の創成位置

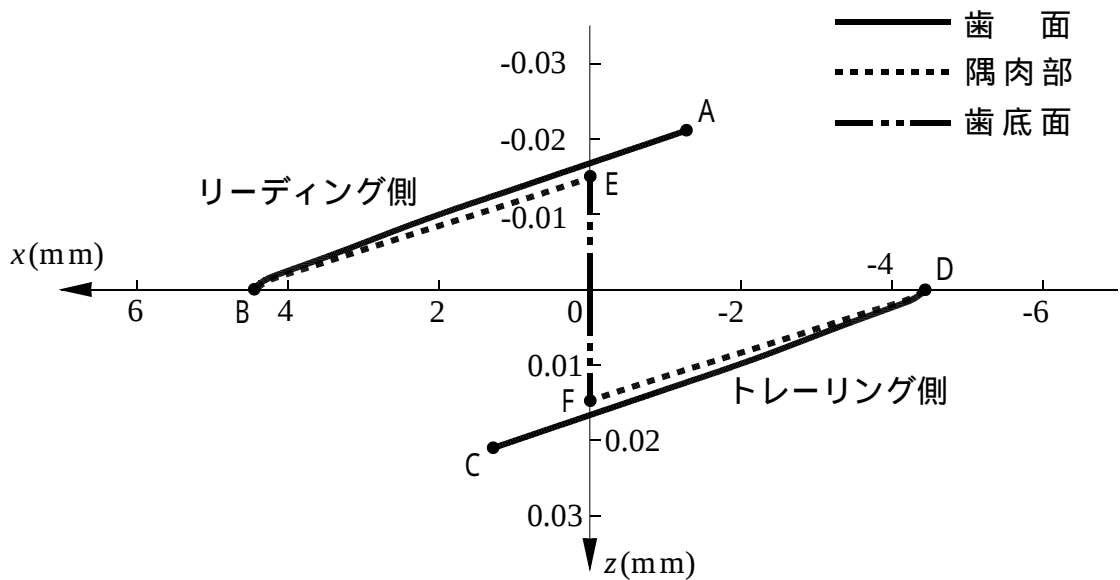
ラック刃形は，刃直角方向にスプラインの歯溝のピッチ（工作物の創成ピッチ円上にける円ピッチ） $2\pi r_g / n_t$ ，砥石軸平面上においては $2\pi r_g / n_t \cos \gamma$ だけ進むことになるので，砥石回転位置 ω は次式で表される．

$$\omega = \frac{e n_t \cos \gamma}{r_g} \quad (5.35)$$

なお，図 5.6 および図 5.7 中の記号 A ～ F は，工作物上の被研削点と砥石刃面上の研削作用点とを互いに対応するように示してある．両図から分かるように，歯面 AB はリーディング側砥石刃面によって歯先の点 A から歯元の点 B へと，歯面 CD はトレーリング側刃面



(a) xy 平面上における創成位置



(b) xz 平面上における創成位置

$$r_1 = 25\text{mm}, \quad r_2 = 23\text{mm}, \quad n_t = 8, \quad t = 4.5\text{mm} \\ r_g = 24.8\text{mm}, \quad R_g = 50\text{mm}, \quad f = 0.5\text{mm/rev}$$

図 5.8 xy および xz 平面上における創成位置

によって歯元の点Dから歯先の点Cへと、歯底面EFは刃先面EFによって点Eから点Fへと、隅肉部BEは刃先の角部BEによって歯底面の点Eから点Bへと、隅肉部DFは刃先の角部DFによって点Dから歯底の点Fへと創成される。溝全体としては、リーディング側の歯先の点Aで創成が開始され、トレーリング側の点Cで創成完了となり、その間に

$$r_1 = 25\text{mm}, \quad r_2 = 23\text{mm}, \quad n_t = 8, \quad t = 4.5\text{mm}$$

$$r_g = 24.8\text{mm}, \quad R_g = 50\text{mm}, \quad f = 0.5\text{mm/rev}$$

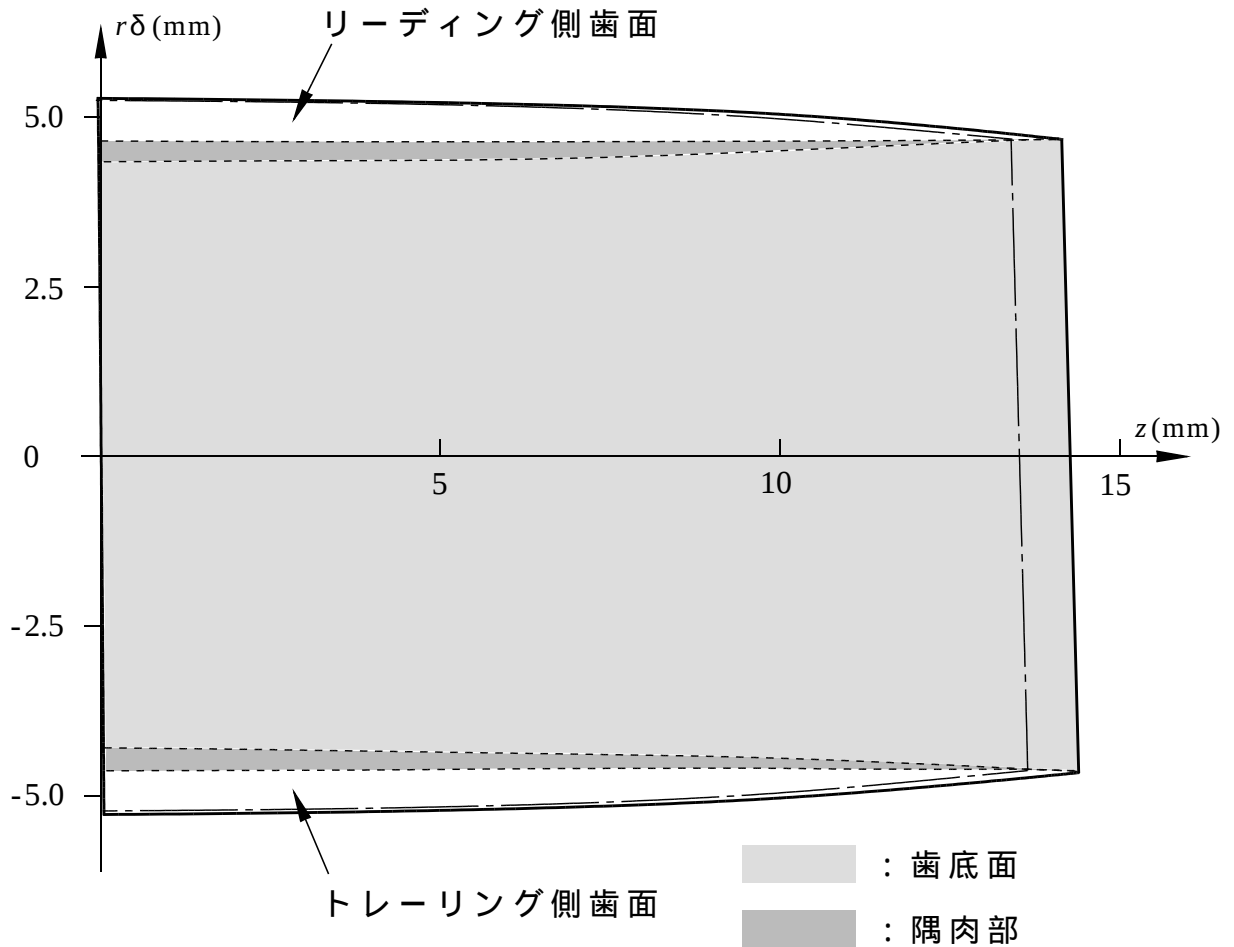


図 5.9 歯溝の加工形状

砥石は約 3/4 回転する．図 5.8 はこの創成位置を xy 平面および xz 平面に示したもので， xy 平面上においてリーディング側とトレーリング側の創成位置は y 軸に対して対象となり， xz 平面上において原点に対して点対称となる．また，同図(b) より，一歯溝の創成が完了する間に，砥石と工作物とは相対的に約 0.04mm（加工送り量 f の約 8 %）移動している．

図 5.9 は，図 5.6 の条件で加工する場合に形成される加工歯溝形状を，縦軸を $r\delta$ ，横軸を z として示したものであり，一点鎖線は工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ の位置を表す．砥石刃先角部によって形成される隅肉部の領域は，創成ピッチ円の位置から遠ざかるにつれて，広くなり，創成位置において最大となる．

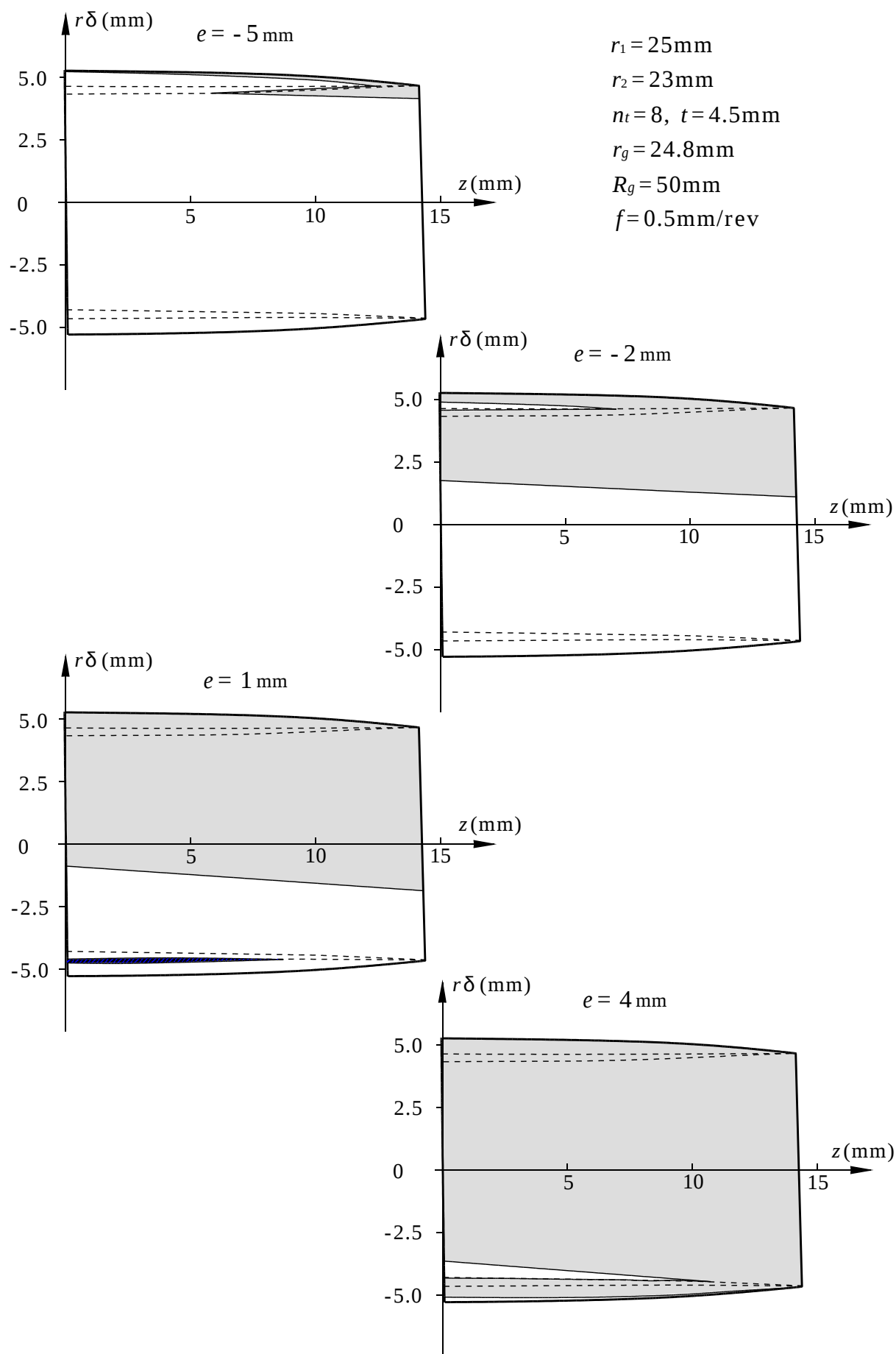


図 5.10 加工歯溝面の形成過程

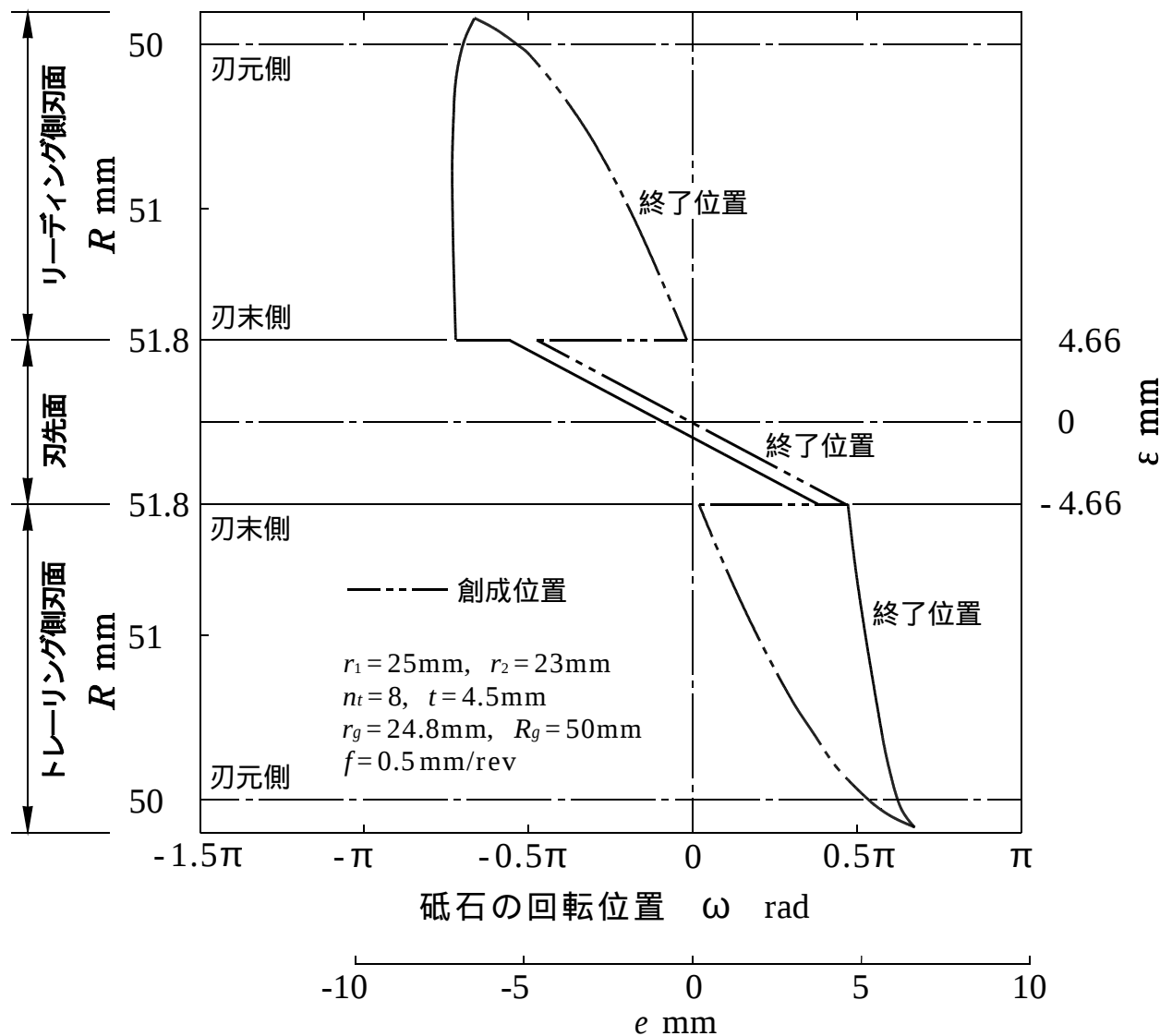


図 5.11 砥石刃面上の歯溝の形成に關与する領域

図 5.10 および図 5.11 は，上記条件で角形スプラインの歯溝を加工する場合の歯溝の形成過程およびその際の砥石刃面上の研削作用領域を示す．図 5.10 は e の値を基にして表しており，図中の灰色部分は砥石刃面が指定する e の位置に移動するまでに歯溝の形成（研削）が終了している部分を示す．歯溝の形成は，全体としてはリーディング側歯面から始まり，歯底面を経てトレーリング側歯面で終了しており，リーディング側歯面では歯先から歯元，トレーリング側歯面では歯元から歯先へと進むことが認められる．この歯溝の形成に關与する砥石刃面上の領域を示す図 5.11 より，リーディング側刃面の領域はトレーリング側に比べて広く，歯底面を形成する刃先面は両者に比べて著しく狭い．また，リーディング側刃面と刃先面においては創成位置と終了位置が一致しているが，トレーリング

側刃面においては両位置が異なり，歯形の創成後も研削が続行している．これらの事象はインボリュート歯車の加工の場合とほぼ同様である．なお，角形スプラインの場合は，みぞ数(歯数)が少なく，歯底面が広いので，リーディング側歯面の形成が終了した後，トレーリング側歯面の形成が開始され，歯溝全体を形成する間の砥石の回転数は約 $3/4$ であり，インボリュート歯車の場合の約 2 回転に比べて著しく小さい．

5.3 砥石刃面上での研削作用領域

本節では，5.2 節で角形スプライン軸の加工歯溝面上の点と，工作物 1 回転後に工作物軸方向に加工送りだけ送られたねじ状砥石の刃面上の点との接点，すなわち研削作用点を求めることによって砥石刃面上の研削開始位置を明らかにし，5.2 節で求めた研削終了位置との間に挟まれる研削作用領域について検討する．

工作物 1 回転当たりの加工送りを f とすると，前節で求めた加工歯溝面上の任意の点 I (r_i, δ_i, z_i) の工作物 1 回転後の点 J の座標は， z 軸の原点が加工送り f だけ z 軸方向に移動することになるので，($r_i, \delta_i, z_i - f$) で表される．ここで，点 J に関する $\theta, e, R, \varepsilon$ を $\theta_j, e_j, R_j, \varepsilon_j$ とすると，式(5.3)～式(5.7) より，点 J に関して次式の関係が成り立つ．

$$r_i = \sqrt{\{(e_j + \varepsilon_j)\cos\gamma + R_j \sin\theta_j \sin\gamma\}^2 + (C - R_j \cos\theta_j)^2} \quad (5.36)$$

$$\delta_i = \tan^{-1} \frac{(e_j + \varepsilon_j)\cos\gamma + R_j \sin\theta_j \sin\gamma}{C - R_j \cos\theta_j} - \frac{\theta_j}{n_t} - \frac{e_j \cos\gamma}{r_g} \quad (5.37)$$

$$z_i = R_j \sin\theta_j \cos\gamma - (e_j + \varepsilon_j) \sin\gamma + \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta_j}{n_t} + \frac{e_j \cos\gamma}{r_g} \right) + f \quad (5.38)$$

ただし，上式は点 J が砥石のリーディング側またはトレーリング側刃面と接触する場合であり，砥石刃先面と接触する場合は $R_j = R_1$ であるので次式となる．

$$r_i = \sqrt{\{(e_j + \varepsilon_j)\cos\gamma + R_1 \sin\theta_j \sin\gamma\}^2 + (C - R_1 \cos\theta_j)^2} \quad (5.39)$$

$$\delta_i = \tan^{-1} \frac{(e_j + \varepsilon_j)\cos\gamma + R_1 \sin\theta_j \sin\gamma}{C - R_1 \cos\theta_j} - \frac{\theta_j}{n_t} - \frac{e_j \cos\gamma}{r_g} \quad (5.40)$$

$$z_i = R_1 \sin \theta_j \cos \gamma - (e_j + \varepsilon_j) \sin \gamma + \frac{f}{2\pi} \left(\frac{\theta_j}{n_i} + \frac{e_j \cos \gamma}{r_g} \right) + f \quad (5.41)$$

工作物の加工歯溝面上の歯面および隅肉部の点については， r_i ， δ_i ， z_i の値を与え，まず式(5.36)，式(5.37) および式(5.38) で計算し， $R_j = R_1$ である場合はここで求めた値 (R_j ， e_j) が砥石刃面上の研削作用点となり， $R_j > R_1$ となる場合は砥石刃先面と接触することになるので，式(5.39)，式(5.40) および式(5.41) で計算して求めた値 (ε_j ， e_j) が研削作用点となる．これに対して歯底面については， r_i ， δ_i ， z_i の値を与え，まず式(5.39)，式(5.40) および式(5.41) で計算し， $\varepsilon_i = \varepsilon_j = \varepsilon_l$ である場合は砥石刃先面上の (ε_j ， e_j) が研削作用点となり， $\varepsilon_i < \varepsilon_j$ または $\varepsilon_j < \varepsilon_l$ の場合にはそれぞれリーディング側またはトレーリング側の砥石刃面と接触することになるので，式(5.36)，式(5.37) および式(5.38) で計算して求めた値 (R_j ， e_j) が研削作用点となる．

図 5.12 は，大径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，みぞ数 $n_t = 8$ ，歯幅 $2t = 9.0\text{mm}$ の角形スプライン軸を，工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ ，砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ ，工作物 1 回転当たりの加工送り量 $f = 0.5\text{mm/rev}$ ，半径方向の砥石切込み $h = 2\text{mm}$ で研削する場合において，形成された加工歯溝面に対する工作物 1 回転後の被研削領域を，砥石刃面の移動位置を示す e の値を基にして表したものである．図中の灰色部分は各 e の値まで砥石刃面が移動しているときに，既に研削加工が行われている歯溝面の領域である．リーディング側歯面では，歯末の z が最大の位置から研削が始まり，歯元の z が最小となる位置へと研削が進行する．歯底面もリーディング側歯面と同様に z が最大の位置から最小となる位置へと研削が進行する．トレーリング側歯面では， $z = 5\text{mm}$ 辺りの歯元側から研削が始まり，歯末側へと進行する．また， $z < 0$ の領域には送り量のほぼ $1/2$ 程度の領域が削り残され，これによってリーディング側およびトレーリング側の両歯面と歯底面上に送りマークが形成され，加工表面に凹凸が生じる．

図 5.13 は，図 5.12 と同一の諸元のスプラインを同一条件で，工作物 1 回転当たりの加工送り量 f を 0.1 ， 0.3 ， 0.5 ， 0.7 ， 1.0mm と変えて研削加工する場合の砥石刃面上の研削作用領域を，縦軸に砥石刃面上の位置（側刃面： R ，刃先面： ε ），横軸に砥石の回転位置 ω をとって，ラック形刃面の展開図として表したものである．研削加工は，同図において ω の負側から正側へと進行する．研削作用領域は，リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面とも刃先部分が最も広く，刃元側になるほど狭くなり，両刃面の研削作用

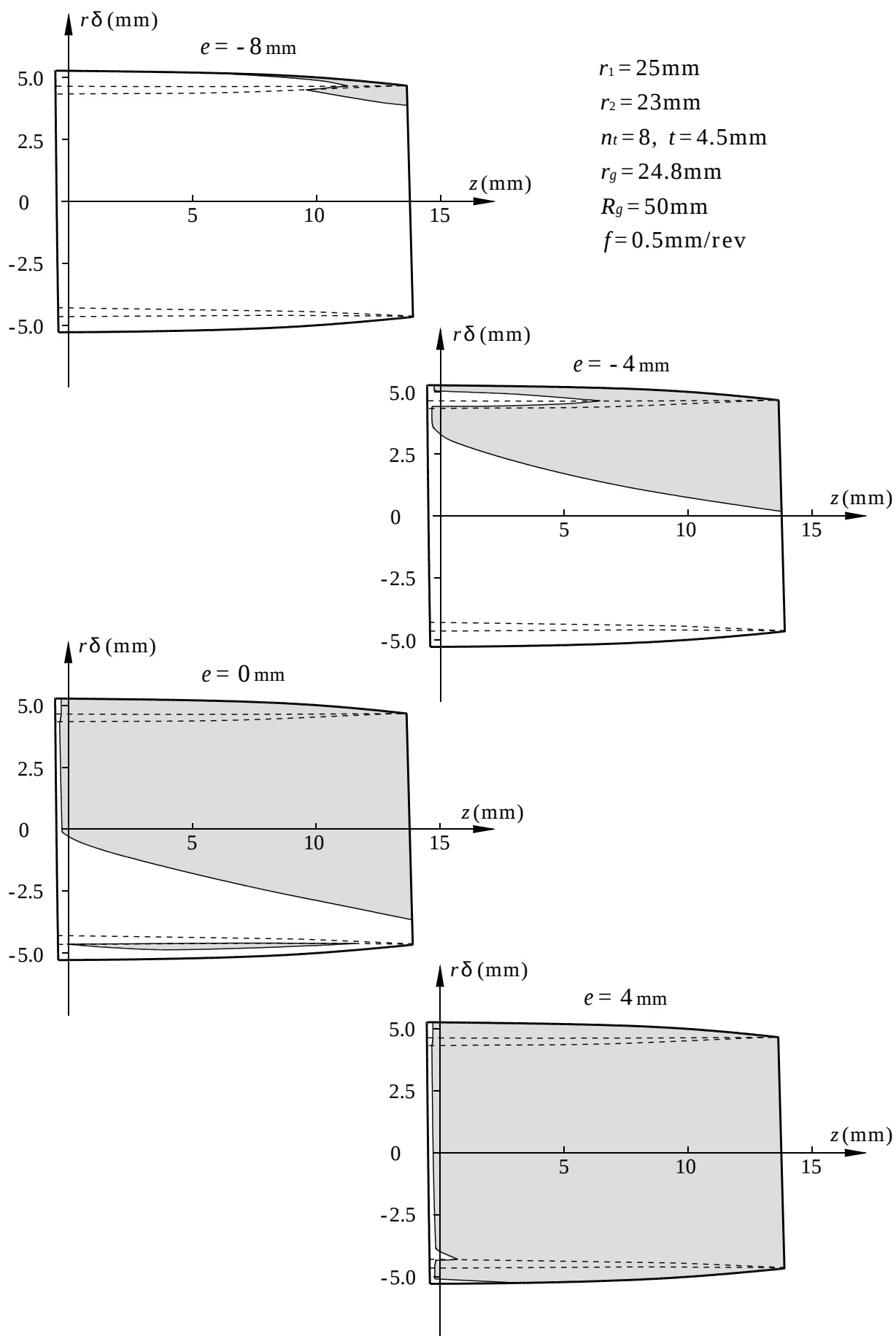


図 5.12 齒溝面の研削加工過程

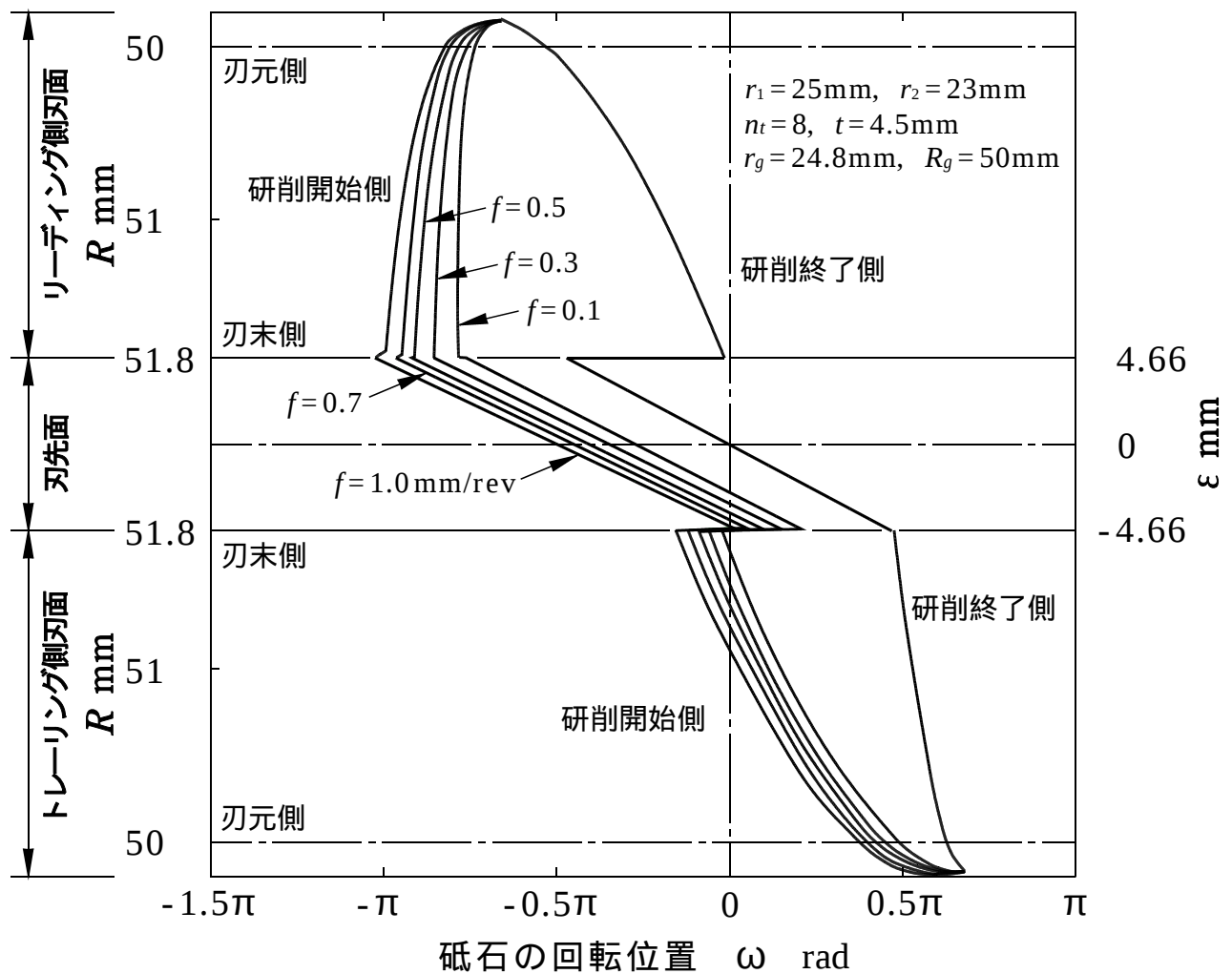


図 5.13 加工送りによる砥石刃面上の研削作用領域の変化($r_g = 24.8\text{mm}$ の場合)

領域を比較するとリーディング側の方が広い．刃先面では，トレーリング側刃面と連なる角部近傍の極めて小さい範囲においてトレーリング側刃先の作用領域と等しくなる位置まで急増するが，その他の部分ではリーディング側に近くなるほど若干広くなることが分かる．また，加工送り f が大きくなると，研削開始側の位置が ω の小さい方向へと移動し，研削作用領域が広がる．図 5.14 は，図 5.13 の加工条件において，工作物の創成ピッチ円半径 r_g を大径 r_1 に等しい 25mm とした場合の研削作用領域を示す．工作物の創成ピッチ円半径 r_g を大きくすると，リーディング側およびトレーリング側の両刃面とも研削作用領域が狭くなり，特にトレーリング側においてその影響が大きい．刃先面については，研削作用領域に対する r_g の影響はほとんど認められない．

図 5.15 および図 5.16 は，砥石刃面の研削作用領域上の点と加工歯溝面上の点を対応さ

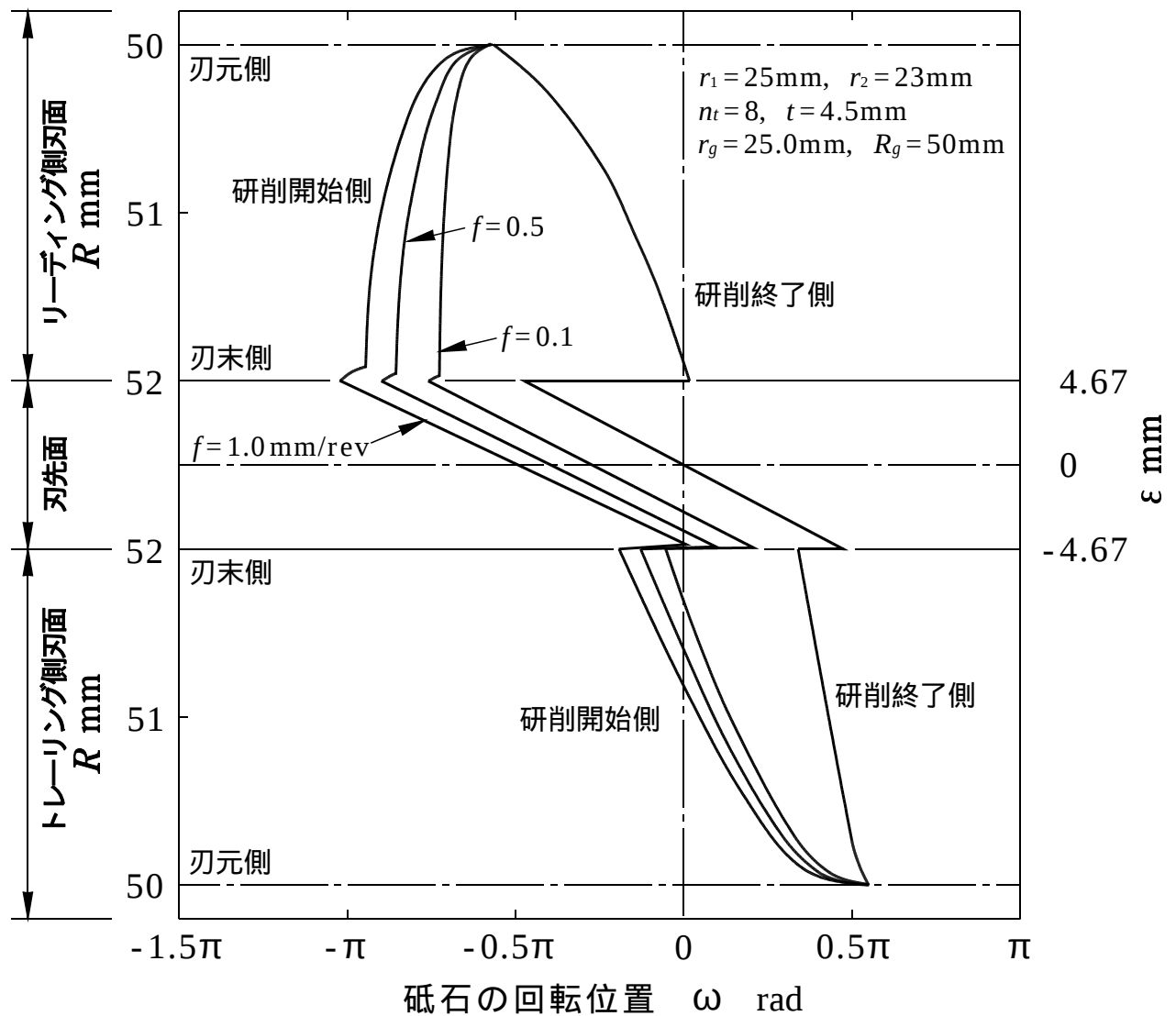


図 5.14 加工送りによる砥石刃面上の研削作用領域の変化($r_g=25\text{mm}$ の場合)

せて、研削作用の進行過程を模式的に表したものである。図 5.16 の(a)において、AB および EF は直線歯として創成される歯面、BC および DE は削り残される領域（隅肉部）であり、矢印は歯形の創成または形成の進行過程の方向を示し、図(b)において、a - a の一点鎖線は実線で示す加工歯溝面に対して工作物 1 回転後 f だけ送られて創成が行われる位置を、二点鎖線は工作物 1 回転後に形成される歯溝面形状を表す。研削加工の進行方向は、図 5.15 において左から右であり、工作物面上で最初に砥石が接触するのは歯底面の歯先円上のリーディング側隅肉部に極めて近い点 J（図 5.16(b)）であり、最後にトレーリング側歯面の歯先点 F を創成して、一歯溝の研削が終了する。

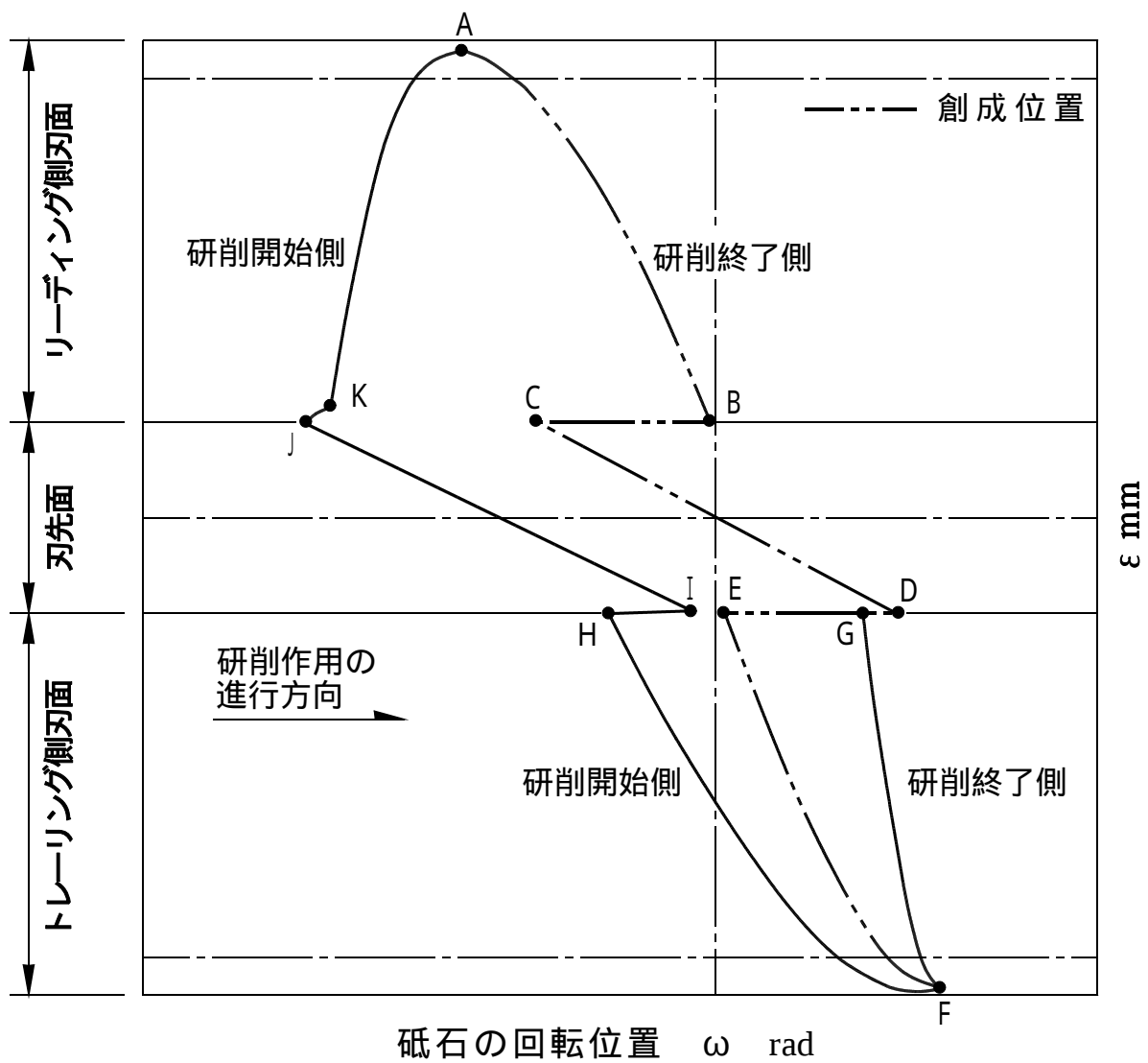
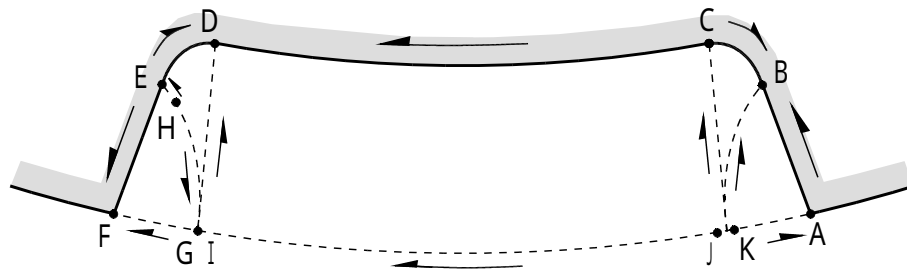
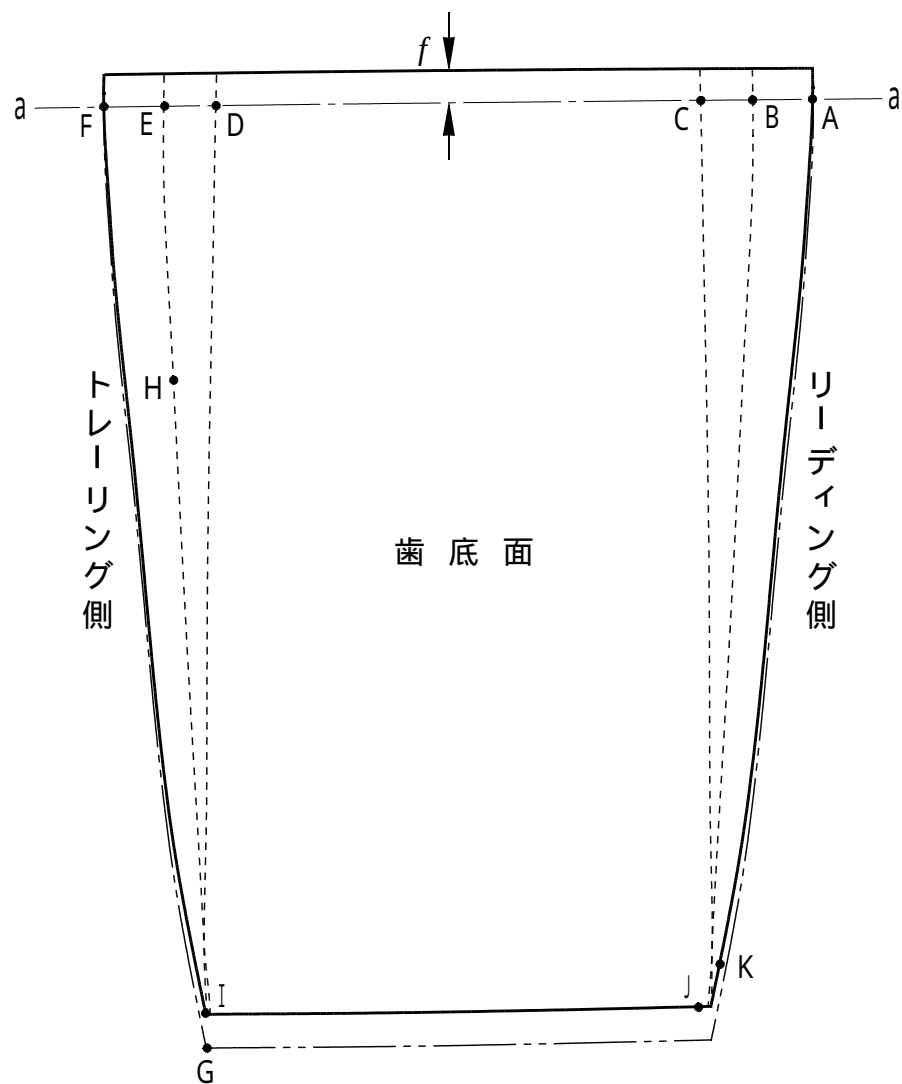


図 5.15 研削作用の進行過程



(a) 歯溝の創成形状（創成位置 a a 断面で形成される形状）



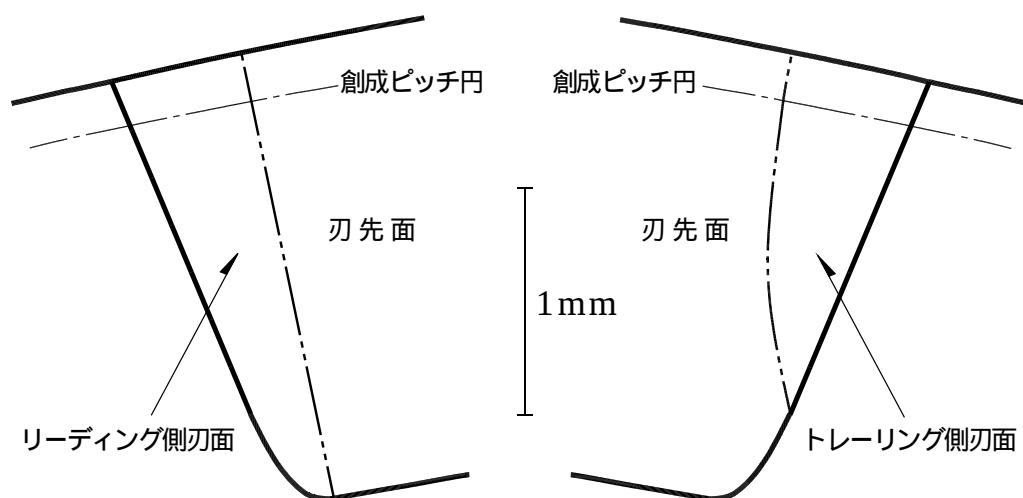
(b) 歯溝面の正面図

図 5.16 研削作用の進行過程

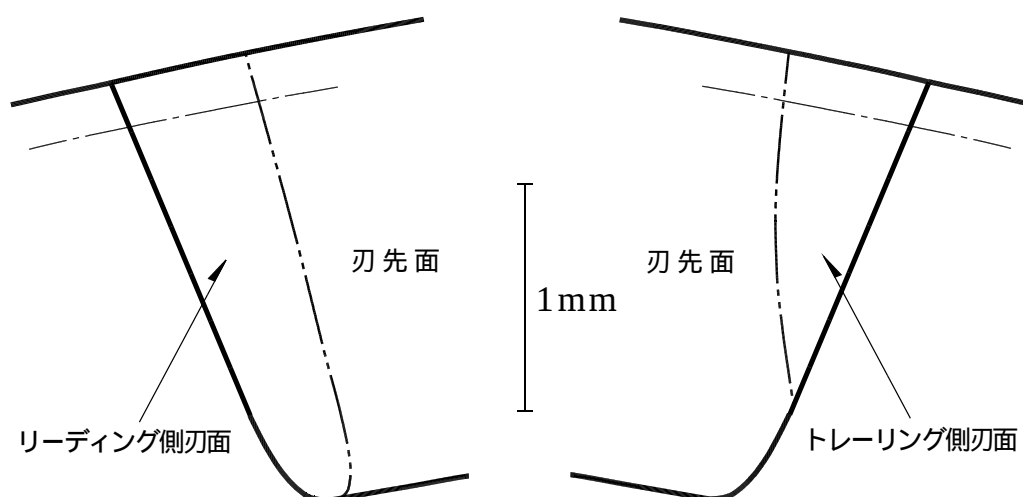
5.4 砥石の単位面積当たりの加工量

本節では，インボリュート歯車の加工の場合と同様に，砥石損耗と密接な関係にある砥石の単位面積当たりの研削加工量を，前節で求めた砥石刃面上の研削加工領域と工作物歯溝面上の被研削領域を基にして求め，加工条件との関係を検討する．

研削作用に關与する砥石刃面上の任意の位置の研削加工量を，砥石刃面上の任意の点の運動軌跡を表す基礎式から直接求めることは極めて困難である．従って，インボリュート歯車の場合と同様に，リーディング側およびトレーリング側刃面においては砥石軸から任



(a) 歯溝面形状形成時の各砥石刃面の研削領域（形成終了時）



(b) 加工歯溝面と砥石刃面との接触時の各砥石刃面の研削領域（形成開始時）

$$r_1 = 25\text{mm}, \quad r_2 = 23\text{mm}, \quad n_t = 8, \quad t = 4.5\text{mm}$$

$$r_g = 24.8\text{mm}, \quad R_g = 50\text{mm}, \quad f = 0.5\text{mm/rev}$$

図 5.17 歯溝面の形成開始および終了時の各砥石刃面の研削領域

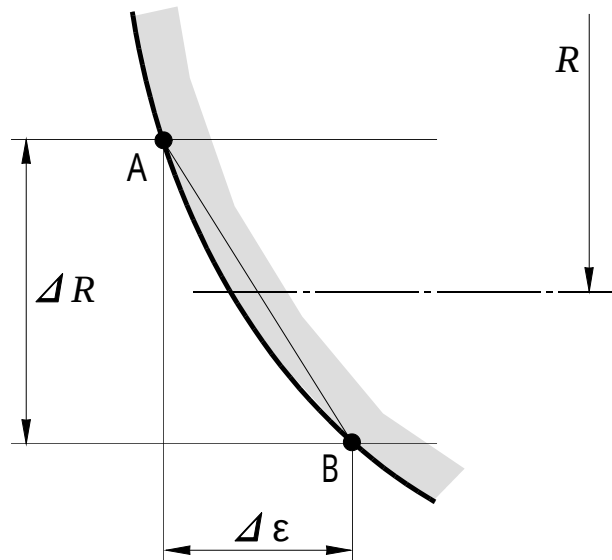


図 5.18 砥石側刃面の微小範囲の刃面幅

意の距離 R の位置にある砥石刃面，刃先面においては任意の ε の位置にある砥石刃面によって研削される工作物の加工歯溝面上の位置を得ることによって，砥石の単位面積当たりの研削加工量を求めることにする．

図 5.17 は，大径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，みぞ数 $n_t = 8$ ，歯幅 $2t = 9.0\text{mm}$ の角形スプライン軸を，工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ ，砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ ，工作物 1 回転当たりの加工送り量 $f = 0.5\text{mm/rev}$ ，半径方向の砥石切込み $h = 2\text{mm}$ で研削する場合の各砥石刃面の加工歯溝面上における研削領域を，ねじ状砥石のリーディング側およびトレーリング側の両刃面と刃先面毎に，工作物軸に垂直な断面 (xy 断面) 上に投影して示したものである．同図 (a) は歯溝面を形成するとき (歯溝面の形成終了時) の研削領域，(b) は工作物 1 回転後に形成された加工歯溝面と砥石刃面とが接触するとき (歯溝面の形成開始時) の研削領域を示す．図 (a) と図 (b) を比較すると，各砥石刃面の研削領域は，歯溝面の形成終了時と開始時とは異なることが分かる．そこで，インボリュート歯車の加工の場合と同様に，リーディング側およびトレーリング側の両刃面については任意の距離 R における微小範囲 ΔR の砥石刃面，刃先面については任意の ε の位置における微小範囲 $\Delta \varepsilon$ の砥石刃先面による研削領域を，形成開始時および形成終了時について工作物に垂直な断面に投影した面積として求め，両者の平均値を研削断面積 ΔA_s とする．砥石は工作物 1 回転後に工作物軸方向に f だけ進むので，微小範囲の砥石刃面による研削加工体積 ΔV は，次式で与えられる．

$$\Delta V = \Delta A_s f \quad (5.42)$$

リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面の場合，図 5.18 に示すように砥石の軸平面断面の刃面形状は曲線であるため，任意の距離 R における微小範囲 ΔR （刃先角部近傍： $\Delta R = 0.05\text{mm}$ または 0.1mm ，その他： $\Delta R = 0.2\text{mm}$ ）の砥石刃面幅（曲線 AB の長さ）は，近似的に直線 AB の長さに等しいことから $\sqrt{\Delta R^2 + \Delta \epsilon^2}$ として表されるので，任意の距離 R における研削開始位置の砥石回転角を ω_b ，終了位置の砥石回転角を ω_f とすると，研削作用面積 ΔA_w は，近似的に次式で求められる．

$$\Delta A_w = R(\omega_f - \omega_b) \sqrt{\Delta R^2 + \Delta \epsilon^2} \quad (5.43)$$

刃先面の場合における，任意の位置 ϵ における微小幅 $\Delta \epsilon$ （角部近傍の $\Delta \epsilon$ ： $\epsilon_t \quad \epsilon \quad \epsilon_l$ の範囲を 20 または 40 等分，その他の $\Delta \epsilon$ ：10 等分）の研削作用面積 ΔA_w は，

$$\Delta A_w = R_1(\omega_f - \omega_b) \Delta \epsilon \quad (5.44)$$

となる．従って，砥石の単位作用幅当たりの加工面積 a は，リーディング側およびトレーリング側の両砥石刃面の場合，

$$a = \frac{\Delta A_s}{\sqrt{\Delta R^2 + \Delta \epsilon^2}} \quad (5.45)$$

刃先面の場合は，

$$a = \frac{\Delta A_s}{\Delta \epsilon} \quad (5.46)$$

で求められる．また，砥石の単位面積当たりの加工量 u は

$$u = \frac{\Delta V}{\Delta A_w} \quad (5.47)$$

として求めることができる．

図 5.19 は，図 5.17 の場合における各砥石刃面の単位作用幅当たりの加工面積 a を示す． a の値は，リーディング側およびトレーリング側の両刃面ではほぼ同じであり，刃元から

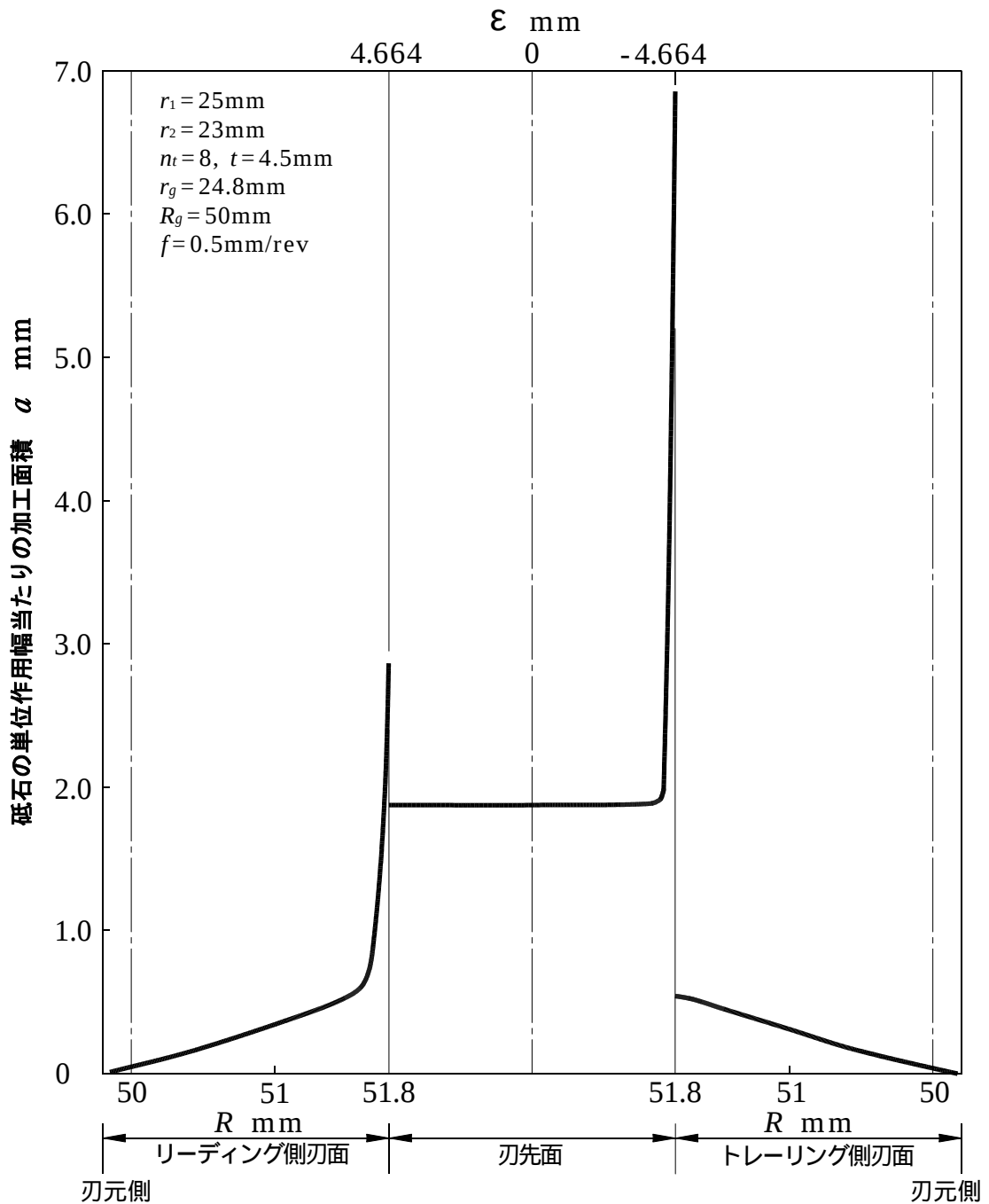


図 5.19 各砥石刃面の単位作用幅当たりの加工面積

刃末に向かって次第に大きくなり，リーディング側の刃先角部近傍において著しく増大している．刃先の a の値は，全刃面のなかで最も大きくなっているトレーリング側端部近傍を除くと，ほぼ一定でリーディング側およびトレーリング側の両刃面に比べるとかなり大きくなっている．角形スプラインの諸元および加工条件が変化しても，同様の傾向が得られた．

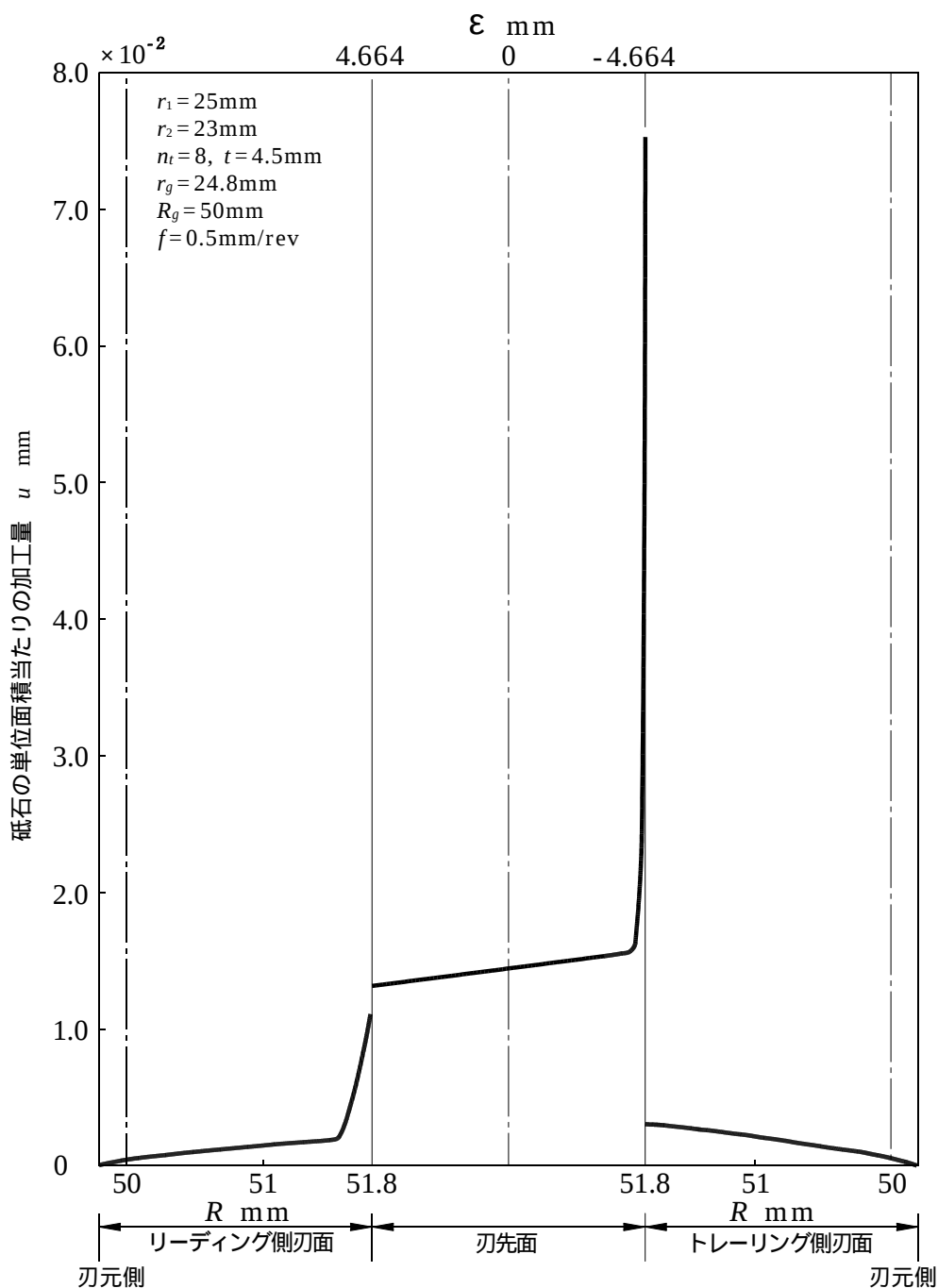
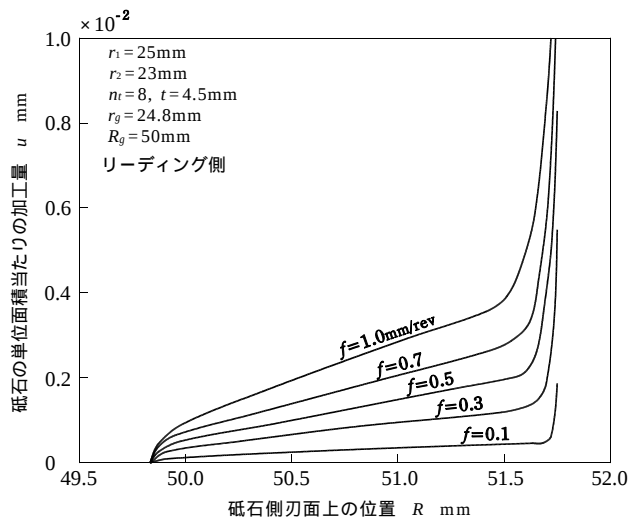
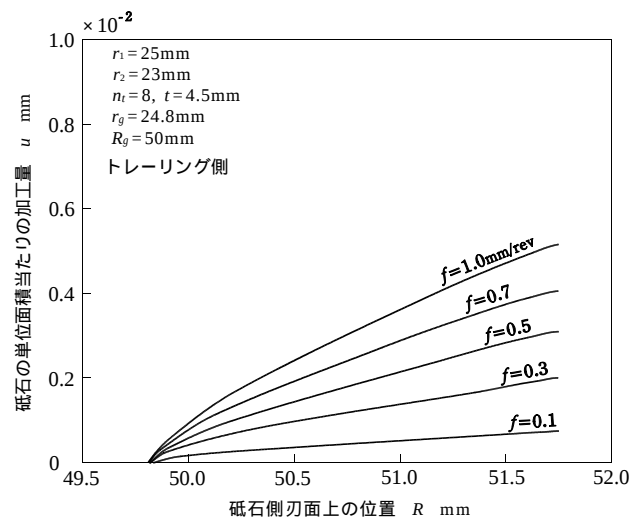


図 5.20 各砥石刃面の単位面積当たりの加工量

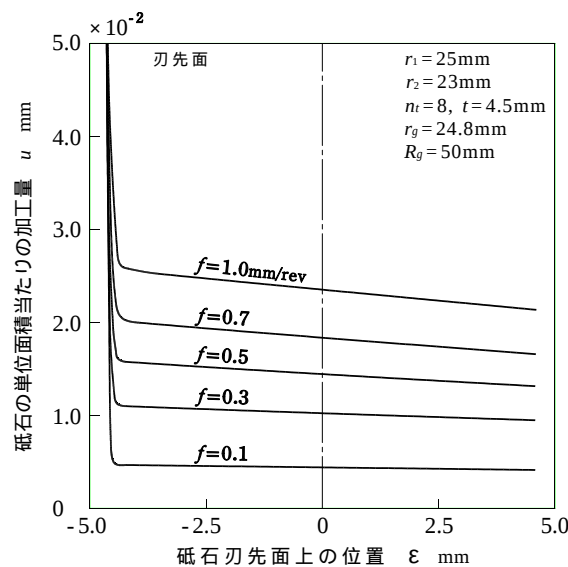
図 5.20 は、図 5.17 の場合における砥石の単位面積当たりの加工量 u を各砥石刃面について示したものである。各砥石刃面の u の値を比較すると、刃先面が最も大きく、特に刃先面のトレーリング側端部において極めて大きくなっている。急増している刃先部を除くと、リーディング側よりもトレーリング側刃面の u の値の方が僅かに大きい。また、刃先面においてはリーディング側端部からトレーリング側端部へと、リーディング側およ



(a) リーディング側砥石刃面



(b) トレーリング側砥石刃面



(c) 砥石刃先面

図 5.21 加工送りによる砥石の単位面積当たりの加工量の変化

びトレーリング側の両刃面においては刃元から刃末へと次第に u の値が大きくなっている。砥石の損耗は u の値が大きいほど増加することから、両刃面に比べて刃先面が大きく、特にトレーリング側端部において著しく大きくなり、両刃面では刃末側の損耗が大きくなり、砥石の刃先角部は砥粒の支持力の低下という要因も重なって、損耗が大きくなることが推測される。

図 5.21 は、工作物 1 回転当たりの加工送り f を 0.1 ~ 1.0 mm/rev の範囲で変化させた

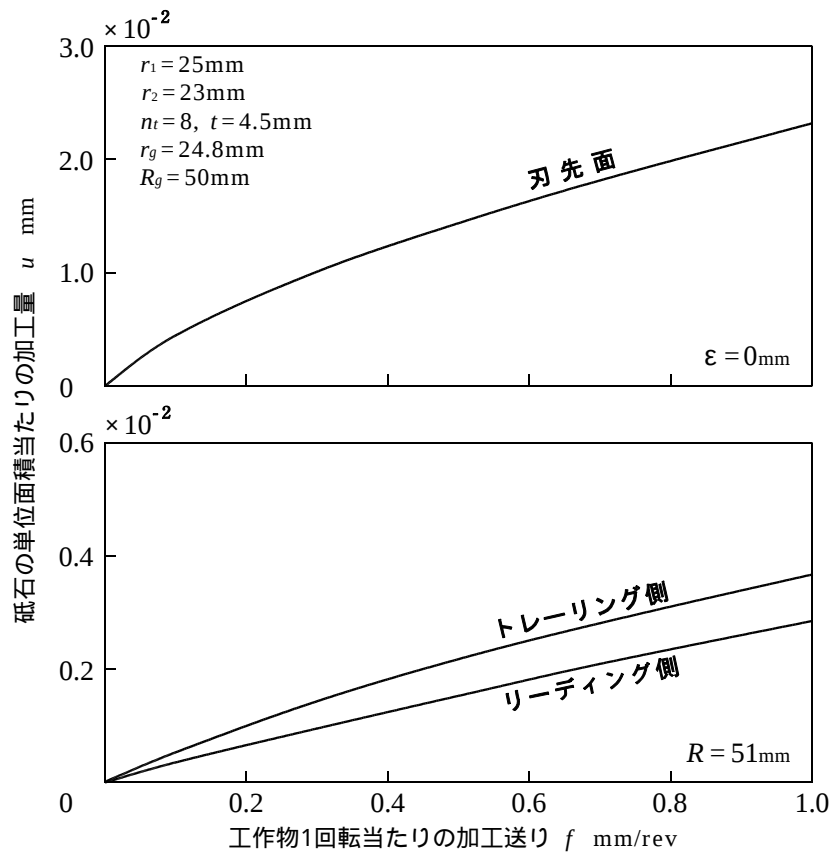


図 5.22 砥石の単位面積当たりの加工量と加工送りとの関係

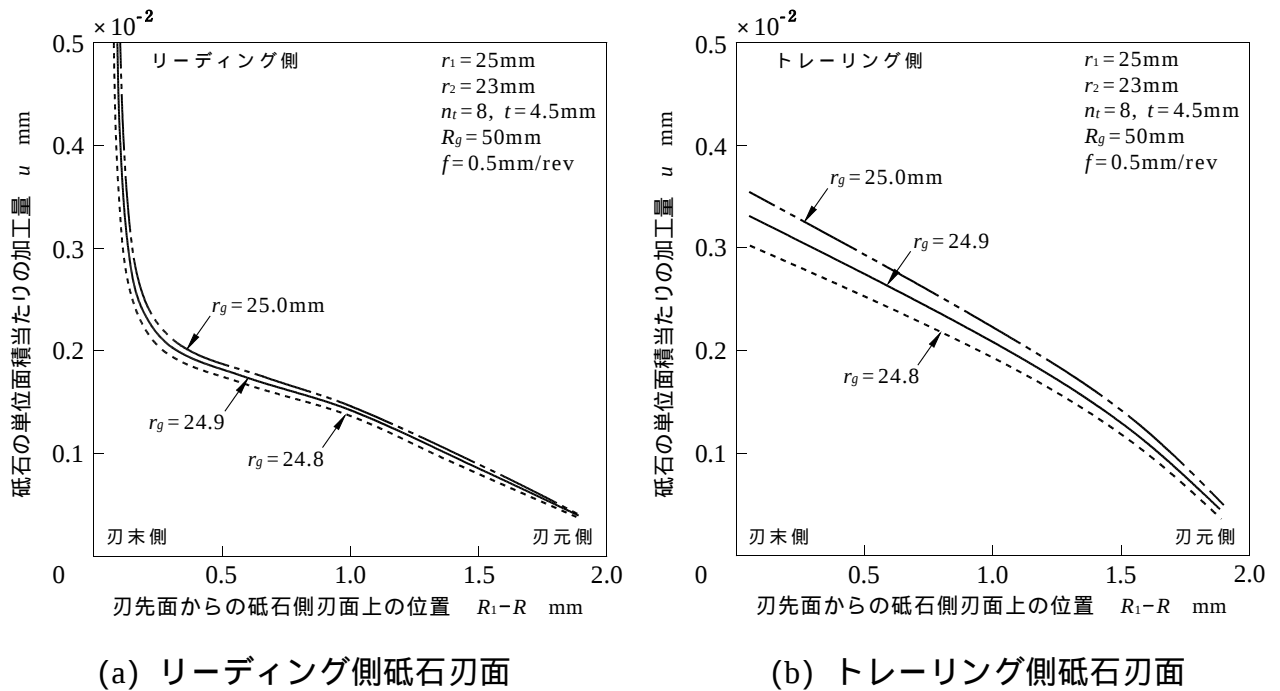
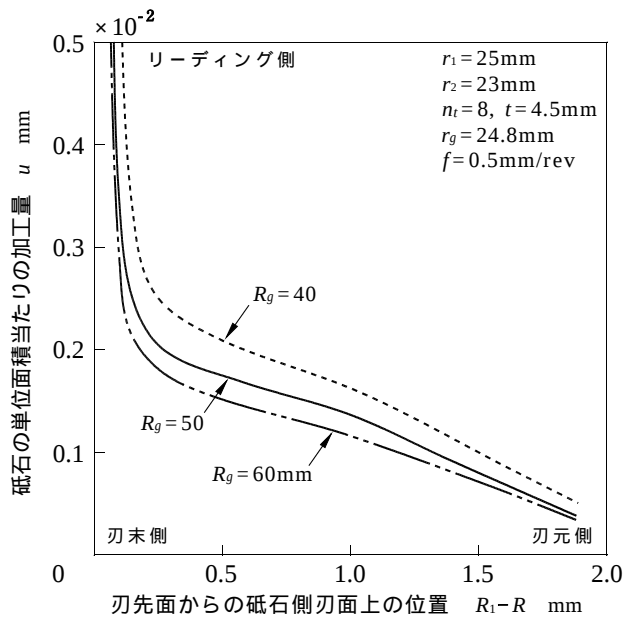
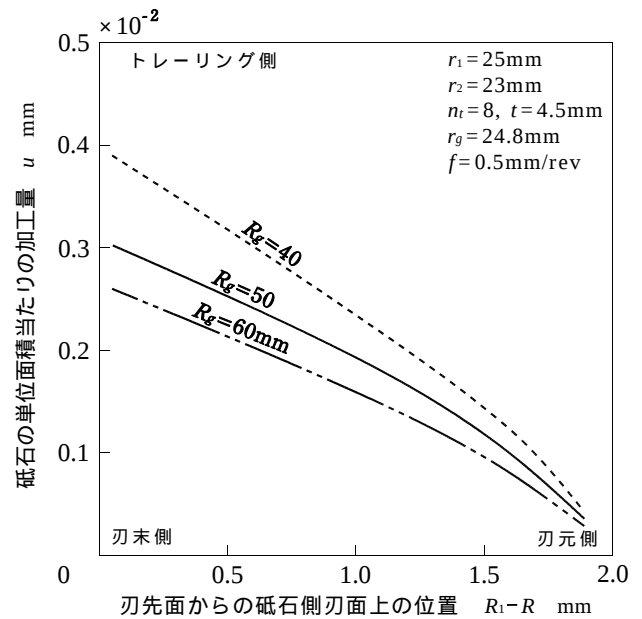


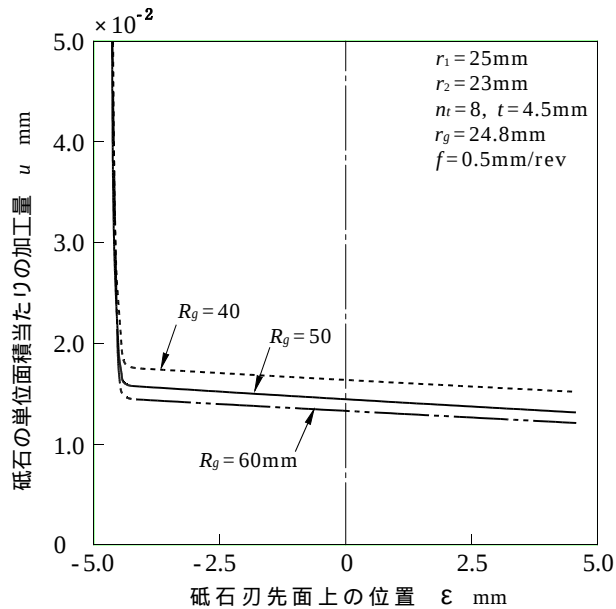
図 5.23 工作物の創成ピッチ円半径による砥石の単位面積当たりの加工量の変化



(a) リーディング側砥石刃面



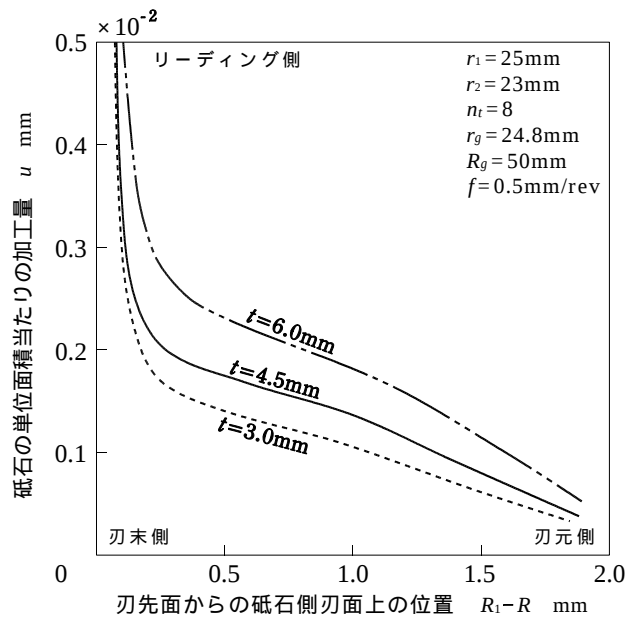
(b) トレーリング側砥石刃面



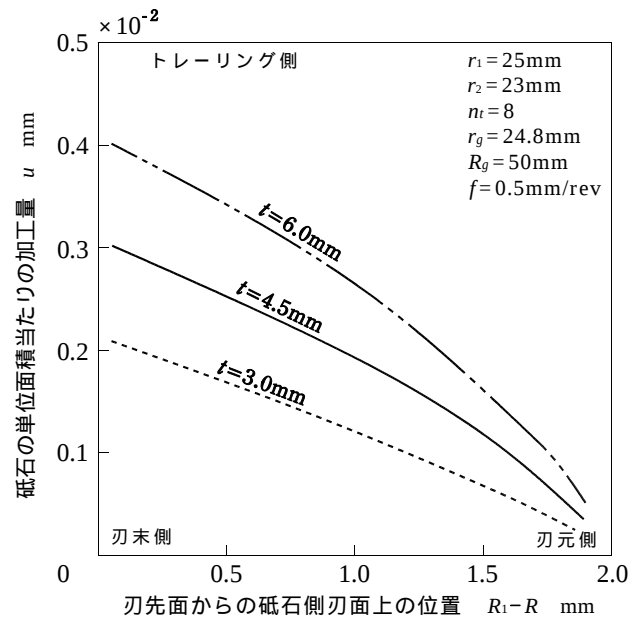
(c) 砥石刃先面

図 5.24 砥石創成ピッチ円半径による砥石の単位面積当たりの加工量の変化

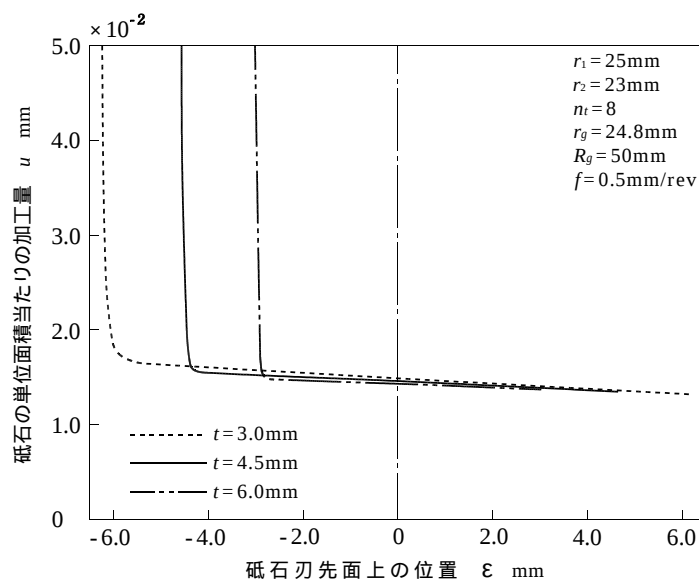
場合の u の値を示し，図(a)はリーディング側刃面，図(b)はトレーリング側刃面，図(c)は刃先面である．同図から， f が大きくなると，刃面において刃元から刃末への u の値の増加割合が大きくなり，リーディング側刃面の u の値の急増領域が拡大しており，加工送り量を大きくすることは砥石の刃先角部の損耗を加速させることが分かる．刃面では $R = 51\text{mm}$ ，刃先面では $\epsilon = 0\text{mm}$ の位置の u の値を各砥石刃面について比較したものが図



(a) リーディング側砥石刃面



(b) トレーリング側砥石刃面



(c) 砥石刃先面

図 5.25 歯幅による砥石の単位面積当たりの加工量の変化

5.22 であり，刃先面の u の値は両刃面の 7 ～ 8 倍と著しく大きく，トレ - リング側刃面の u の値はリーディング側の 1.3 ～ 1.5 倍と大きい．

図 5.23 は，砥石の単位面積当たりの加工量 u に対する工作物の創成ピッチ円半径 r_g の影響を表したもので，図(a) はリーディング側刃面，図(b) はトレーリング側刃面の場合である．なお，砥石の創成ピッチ円半径 R_g を一定として，工作物の創成ピッチ円半径 r_g

を変化させると、ねじ状砥石の外半径 R_1 が異なるため、同図の横軸（砥石刃面上の位置）は刃先面（外半径）からの位置 $R_1 - R$ として示してある。以後、砥石刃面の位置は砥石の外半径からの位置 $R_1 - R$ として表すことにする。同図から、 r_g を小さくすると、 u の値は減少する傾向にあり、特に u の値が大きいトレーリング側刃面においてその影響が大きい。ただし、刃先面については、工作物の創成ピッチ円半径 r_g を変化させても u の値はほとんど変わらず、砥石の単位面積当たりの加工量 u に対する r_g の影響は認められない。

図 5.24 は、砥石の単位面積当たりの加工量 u に対する砥石の創成ピッチ円半径 R_g の影響を表したものである。 R_g の増加に伴って u の値は減少する傾向にあり、トレーリング側刃面の u の値が最も強くこの影響を受け、刃先面の u の値は両刃面の場合に比べて R_g の影響の度合いが小さい。しかし、CBN 砥粒の電着砥石による加工を前提とするならば、ねじ状砥石の製造コストを低下させることを考慮する必要がある、砥石の損耗に直接影響する u の値が最も大きい刃先面において R_g を大きくすることによる効果が少ないことから、砥石径を大きくすることは得策ではないものと考えられる。

次に、砥石の単位面積当たりの加工量 u に対する歯幅 t およびみぞ数(歯数) n_t の影響について検討する。図 5.25 は大径 $r_1 = 25\text{mm}$ 、呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ 、みぞ数 $n_t = 8$ と一定にし、歯幅 t を 3.0, 4.5, 6.0mm と変化させて、工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ 、砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ 、加工送り量 $f = 0.5\text{mm/rev}$ で加工する場合の u の値に対する歯幅 t の影響を示すものである。同図より、側刃面の u の値は歯幅 t が大きいものほど増加し、特にトレーリング側刃面においてこの傾向は顕著であるが、刃先面 u の値は t が変わってもほとんど変化しないことが分かる。ただし、 t が 3.0, 4.5, 6.0 mm における刃先面の ε の値の範囲はそれぞれ $- 6.271 \quad \varepsilon \quad 6.271$, $- 4.664 \quad \varepsilon \quad 4.664$, $- 3.028 \quad \varepsilon \quad 3.028$ (単位: mm) である。

みぞ数(歯数) n_t の影響は歯幅 t を一定として n_t を変化させて検討するのが一般的ではあるが、角形スプラインの形状および寸法は JIS 規格 (B 1601) で定められているように、歯幅と歯溝の幅がほぼ等しくしてあり、歯幅 t を一定として n_t を変化させることは現実的ではない。また、 u の値に対する歯幅 t の影響は、図 5.25 に示すように、刃面においては著しい。そこで、呼び径 r_2 上において歯幅と歯溝の幅が等しくなるようにみぞ数 n_t とともに歯幅 t を変化させて、砥石の単位面積当たりの加工量 u に対するみぞ数 n_t の影響を検討する。図 5.26 は、大径 $r_1 = 25\text{mm}$ 、呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ でみぞ数 $n_t = 6$ ($t = 6.0\text{mm}$)、8

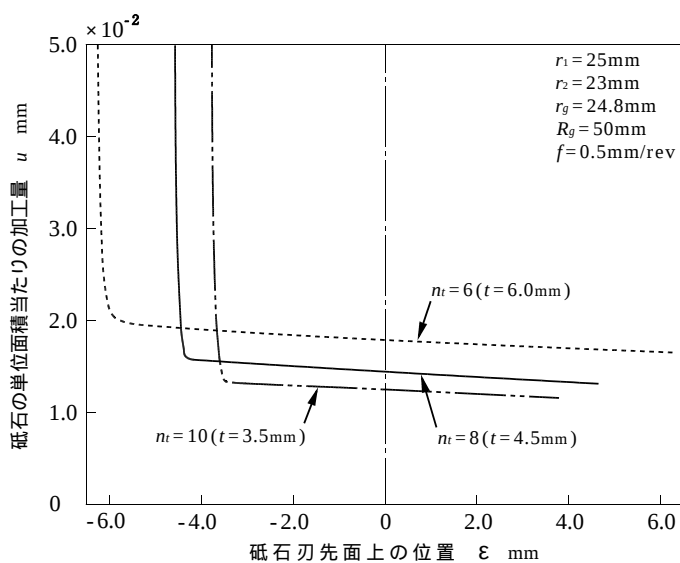
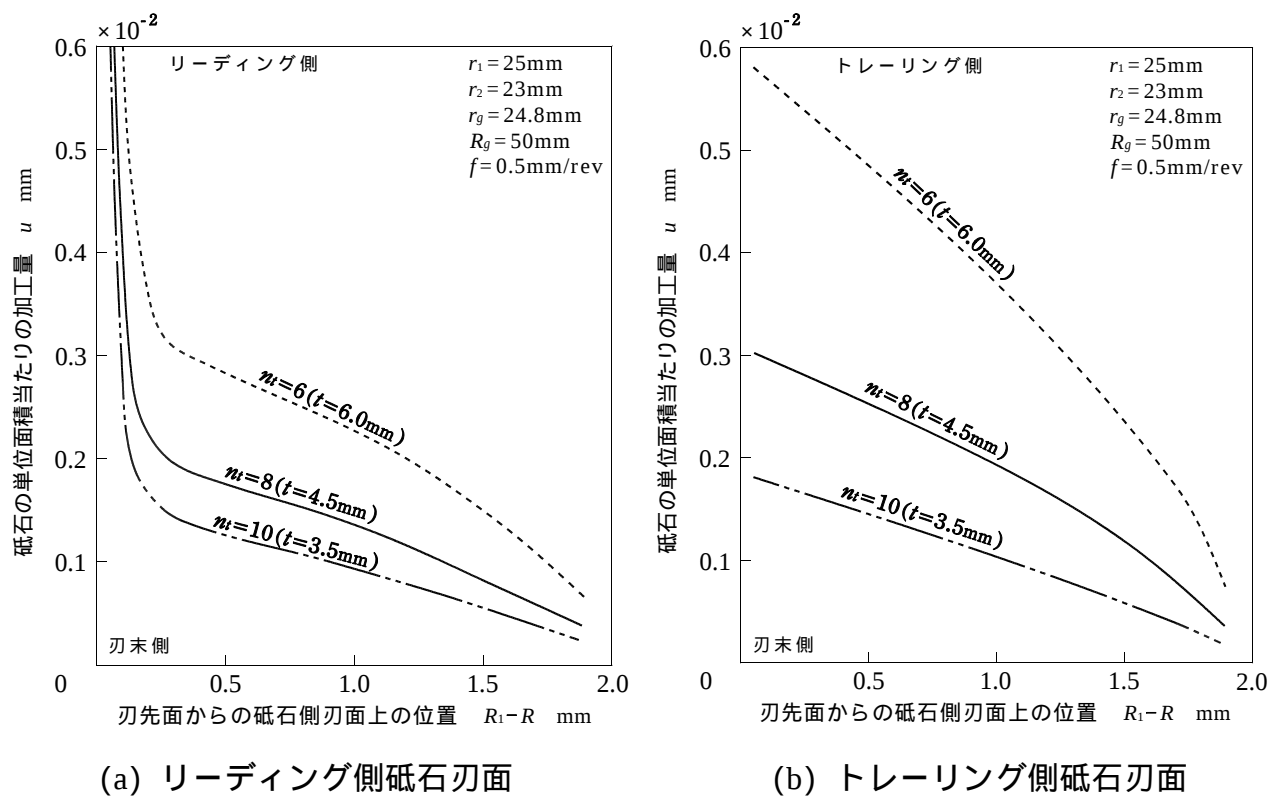
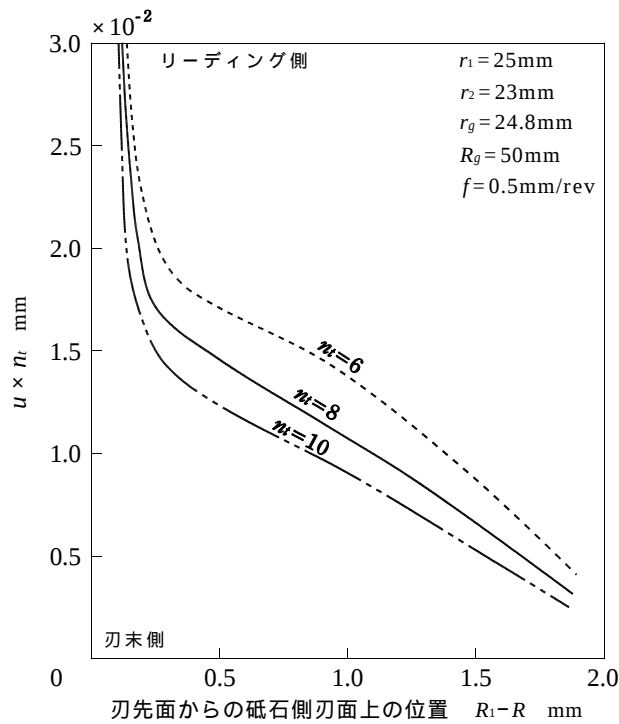
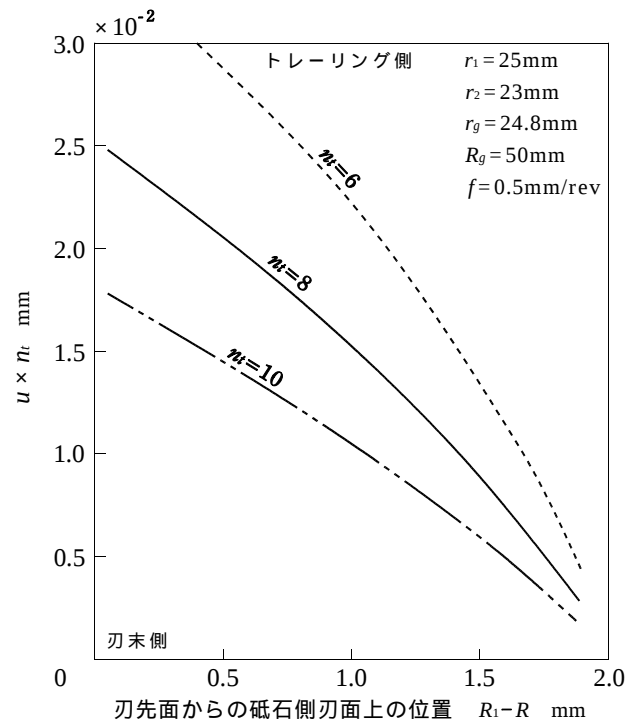


図 5.26 みぞ数による砥石の単位面積当たりの加工量の変化

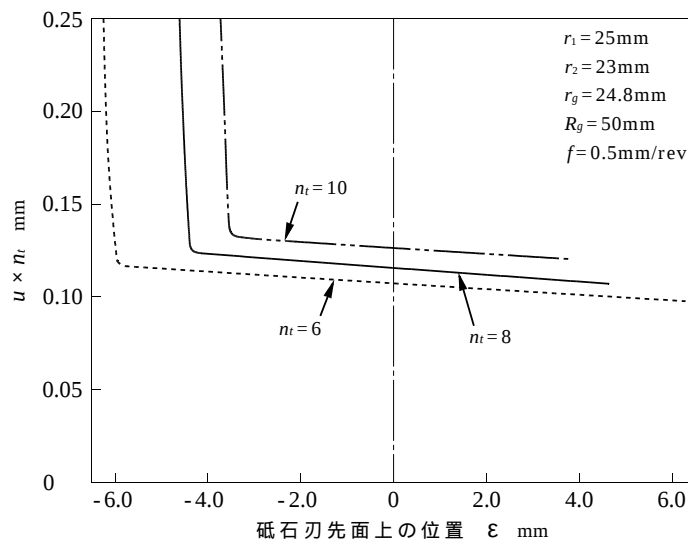
($t = 4.5$ mm), 10 ($t = 3.5$ mm) の角形スプラインを工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8$ mm, 砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50$ mm, 加工送り量 $f = 0.5$ mm/rev で加工する場合の u の値に対するみぞ数 n_t の影響を示したものである。同図より, みぞ数(歯数)の多い場合ほど u の値が小さくなる傾向にあり, 特にトレーリング側刃面においてその傾向



(a) リーディング側砥石刃面



(b) トレーリング側砥石刃面



(c) 砥石刃先面

図 5.27 みぞ数による加工負担量の変化

が著しいことが分かる。同図(c)で、 n_t が 6, 8, 10 における刃先面の ε の値の範囲はそれぞれ $-6.289 \leq \varepsilon \leq 6.289$, $-4.664 \leq \varepsilon \leq 4.664$, $-3.785 \leq \varepsilon \leq 3.785$ (単位: mm) である。

さて、図 5.26 は一つの歯溝を加工する場合について示したものであるが、みぞ数 n_t を

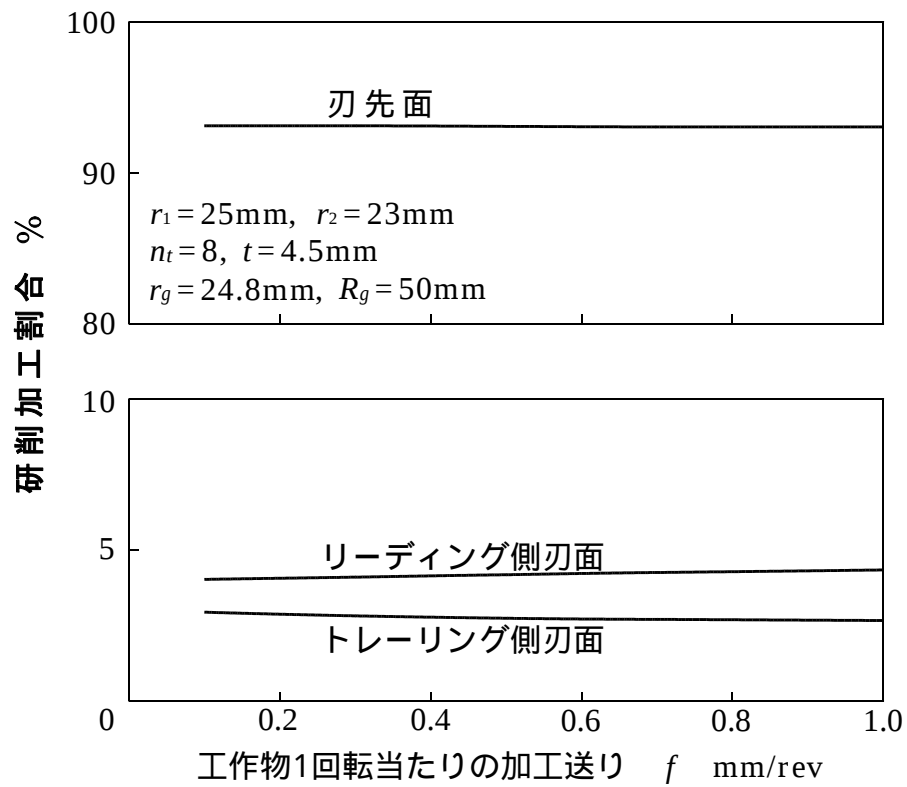


図 5.28 各砥石刃面の研削加工割合と加工送りとの関係

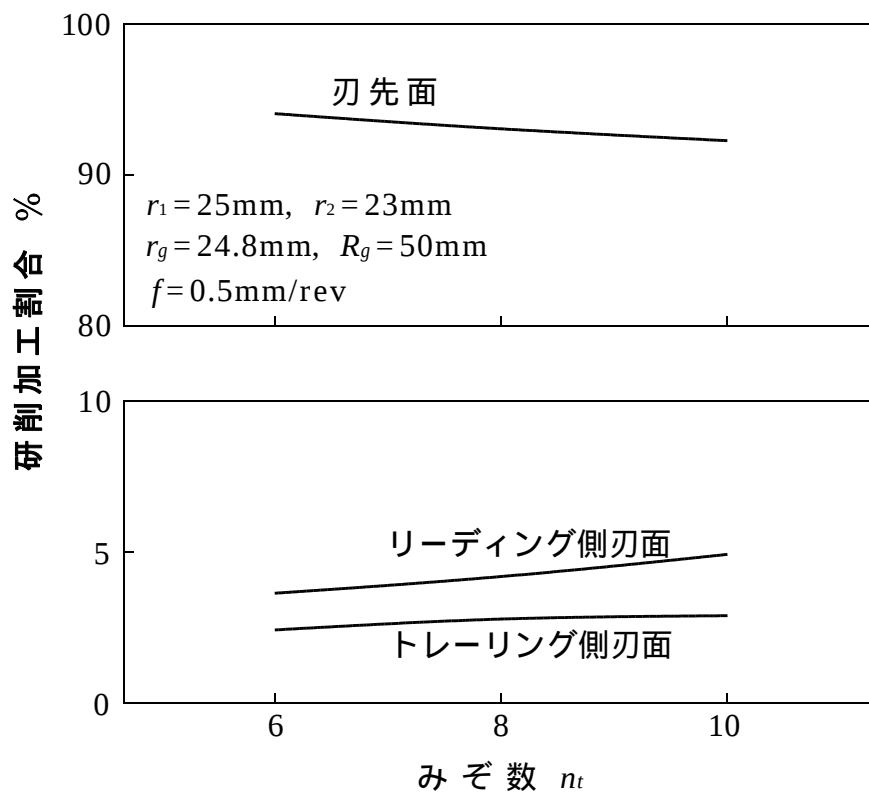


図 5.29 各砥石刃面の研削加工割合とみぞ数との関係

変化させるときには工作物 1 回転に対する砥石刃面の加工負担量を考える必要がある．そこで， $u \times n_t$ で表される加工負担量すなわち工作物 1 回転に対する砥石の単位面積当たりの加工量を求め，その結果を図 5.27 に示す．みぞ数 n_t が多くなると，砥石刃先面の加工負担量（同図(c)）は多少増加するが，側刃面の加工負担量（同図(a)および(b)）は逆に減少する傾向にある．特に，トレーリング側刃面において n_t の増加に伴う砥石刃面の加工負担量の低下が著しく，みぞ数 n_t の多い場合ほどリーディング側とトレーリング側の負担量の差が小さくなる．従って，歯面の加工精度を向上させるためには，みぞ数(歯数)を多くすることが有効である．

図 5.28 および図 5.29 はリーディング側とトレーリング側の両側刃面および刃先面の各砥石刃面毎の研削加工割合を示す．この研削加工割合は， xy 断面上における加工面積の割合として求めた値であり，加工される歯溝の全面積に対する歯溝の形成終了時と形成開始時の各砥石刃面による全加工面積の平均値の比である．図 5.28 は， $r_1 = 25\text{mm}$ ， $r_2 = 23\text{mm}$ ， $n_t = 8$ ， $t = 4.5\text{mm}$ の角形スプライン軸を，工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$ ，砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ で加工する場合において，工作物 1 回転当たりの加工送り量 f による各砥石刃面の研削加工割合の変化を示す．加工送り量 f を大きくすることによって，リーディング側およびトレーリング側の砥石側刃面の加工割合がそれぞれ僅かに増加および減少するが，各砥石刃面の研削加工割合はほとんど変化のないことが分かる．図 5.29 は，みぞ数 n_t による研削加工割合の変化を表し，みぞ数が多くなると，リーディング側およびトレーリング側の両側刃面の加工割合は増加し，刃先面の加工割合は僅かに減少する．両図から分かるように，各砥石刃面の加工割合は加工条件による大きな変化はなく，刃先面が 92 ～ 94 %，リーディング側刃面が 3.5 ～ 5 %，トレーリング側刃面が 2.5 ～ 3 %となり，刃先面による加工量が圧倒的に多い．

5.5 歯溝の寸法形状精度に及ぼす加工条件の影響

ねじ状砥石を用いて角形スプライン軸を加工する場合，歯面や歯底面の溝形状の寸法形状精度の低下をもたらす要因としては，ねじ状砥石の損耗だけではなく，加工機構上から避けられない現象がある．すなわち，歯底角部は削り残し，歯先部は削り落としが生じ，直線歯形として創成される歯面は限られた範囲となり，また加工された歯溝面には加工送りによって凹凸が形成され加工面上には送り痕跡が残存する．特に，小径中心合わせとし

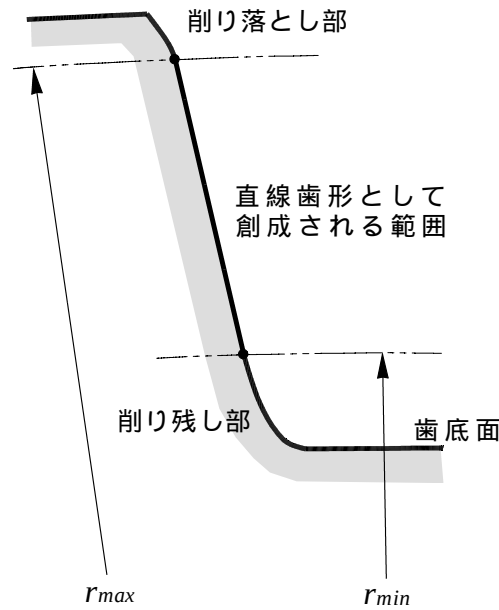


図 5.30 削り落としおよび削り残し領域

て用いられる角形スプラインでは，歯車の場合とは異なり，歯底面の精度についても看過しえない重要な問題である．本節では，これらの創成歯溝面の寸法形状精度に及ぼす加工条件の影響について検討する．

角形スプラインの創成加工において，工作物の創成ピッチ円半径 r_g は工作物の諸元に関係なく自由に設定することが可能である．しかし， r_g の値によって直線形状の歯形として創成される歯部の領域が大きく変化する．すなわち，工作物の創成ピッチ円半径 r_g を式(5.32) で与えられる値より小さくすると，図 5.30 に示すように歯先において削り落としが生じ，この領域は r_g を小さくするとともに広がる．これに対して，歯底角部の削り残し領域は，工作物の創成ピッチ円半径 r_g を小径 r_2 より大きくすると広がる．そこで，図 5.30 のように，歯面が直線形状の歯形として創成される工作物の最大半径を r_{max} (式(5.31)で得られる)，最小半径を r_{min} (式(5.33)で得られる) として，工作物の創成ピッチ円半径 r_g との関係を示したものが図 5.31 である．同図は，大径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ において歯幅と歯溝の幅が等しくなるようにみぞ数 n_t を 6, 8, 10 と変え，砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$ の場合であり， r_{max} の線と r_{min} の線で挟まれた領域が直線歯形として創成される工作物半径の範囲となる．式(5.31) より r_{max} に影響を与える因子は r_g 以外では t のみであることから，直線歯形として創成される工作物半径の範囲に対しては歯幅が支配的に影響を及ぼすことが図 5.31 より明らかであり，歯幅の大きい(みぞ

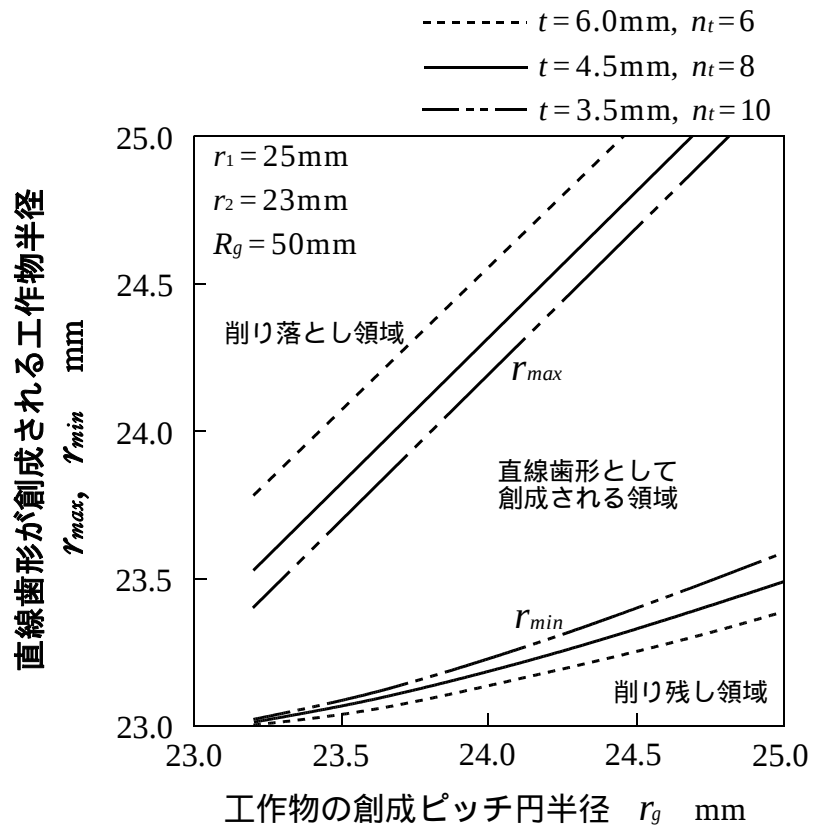


図 5.31 直線歯形が創成される範囲に及ぼす工作物の創成ピッチ円半径の影響

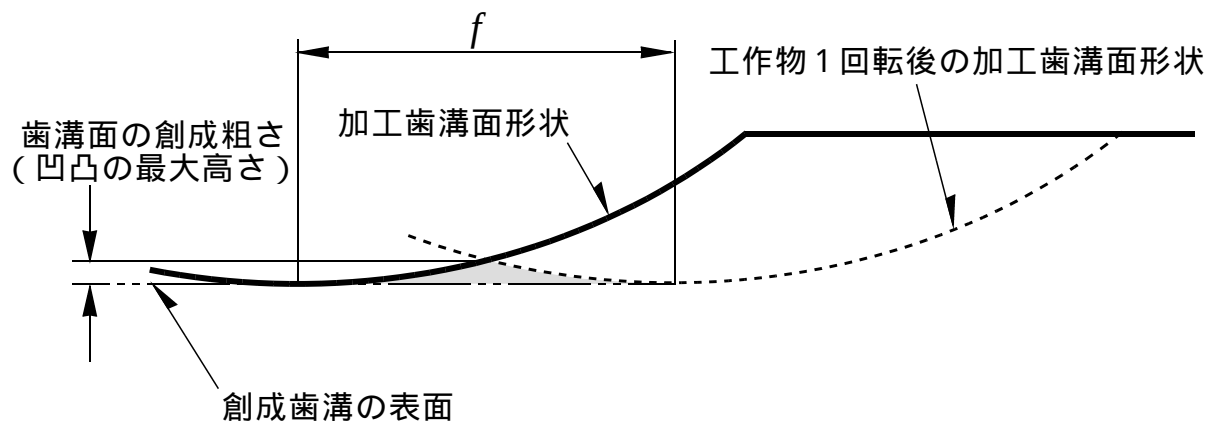


図 5.32 歯溝面の創成粗さ

数の少ない) 場合ほどこの範囲が広く, 工作物の創成ピッチ円半径を小さく設定できることになる。なお, その他の因子がこの範囲に及ぼす影響は著しく小さく, ほとんど無視して考えて差し支えない。

本加工法では, 砥石が工作物に対して f だけ工作物 1 回転毎に移動するため, 図 5.32

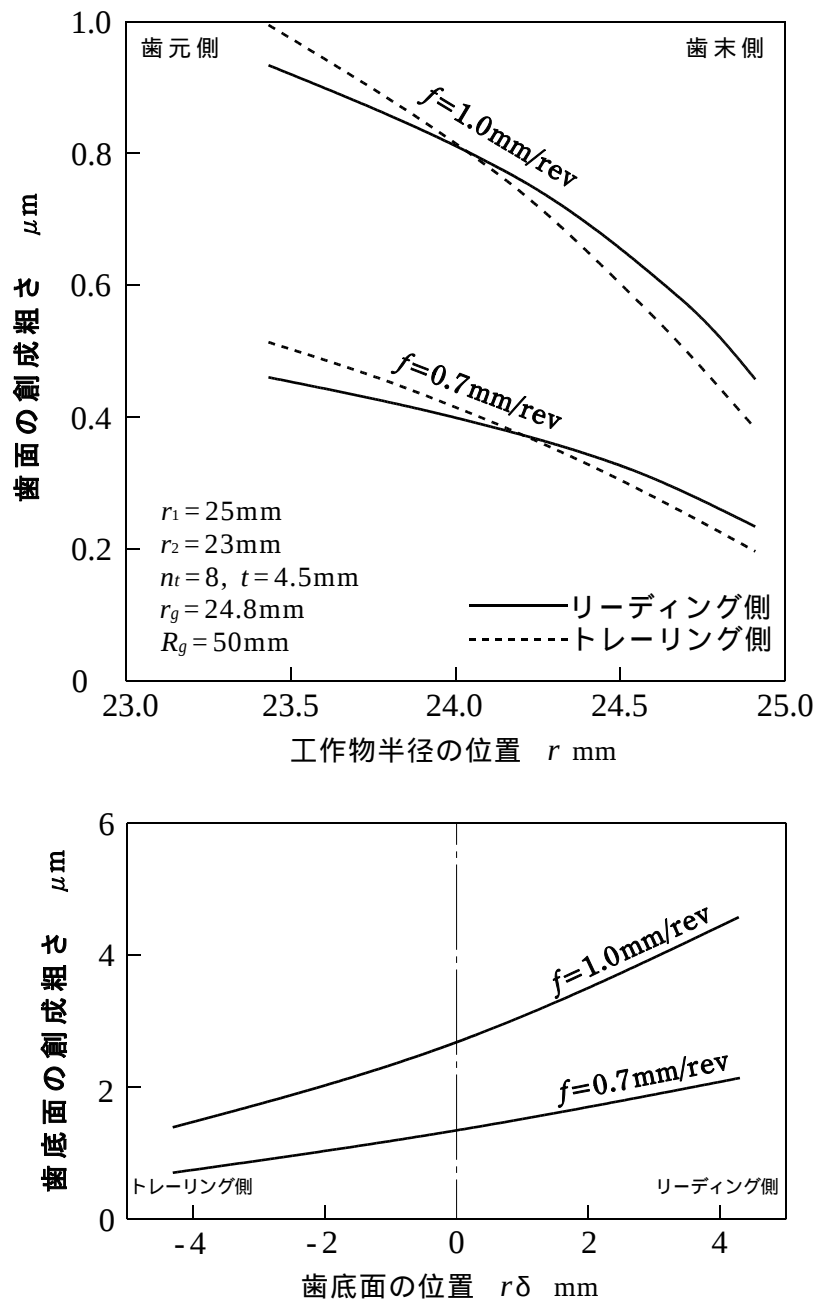


図 5.33 各歯溝面の創成粗さ

に示すように，削り残される部分（灰色部分）によって，仕上面上にピッチ f の凹凸が形成され，歯溝面（歯面および歯底面）の加工精度を低下させる要因となる可能性がある．そこで，創成歯溝の表面から削り残される部分の頂点までの凹凸の最大高さを歯溝面の創成粗さ（以後，歯面については歯面の創成粗さ，歯底面については歯底面の創成粗さと呼ぶ）として求め，この値と加工条件との関係について検討する．

図 5.33 は，大径 $r_1 = 25\text{mm}$ ，呼び径 $r_2 = 23\text{mm}$ ，みぞ数 $n_t = 8$ ，歯幅 $t = 4.5$ の角形ス

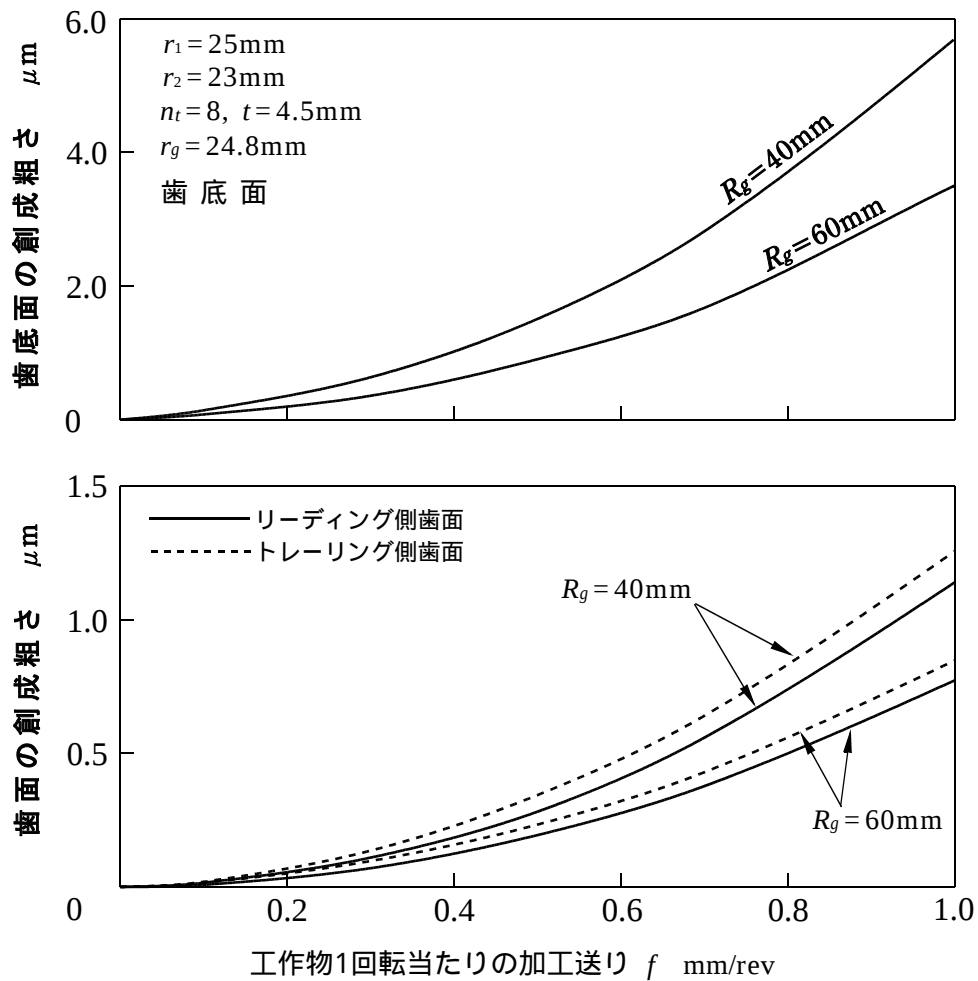


図 5.34 創成粗さに及ぼす加工送りの影響

プラインを工作物の創成ピッチ円半径 $r_g = 24.8\text{mm}$,砥石の創成ピッチ円半径 $R_g = 50\text{mm}$,加工送り量 $f = 0.7, 1.0$ mm/rev で加工する場合の歯溝面の創成粗さを , 歯面については工作物の半径位置 , 歯底面については歯溝面の中心を原点とする円周長さ ($r\delta$) を横軸として示している . 歯面の創成粗さは , 歯末側より歯元側の方が大きく , リーディング側とトレーリング側を比較すると , 歯元ではトレーリング側の方が , 刃末側ではリーディング側の方が大きくなっている . 歯底面の創成粗さは , 歯面の値の数倍程度と歯面に比べて大きく , トレーリング側よりもリーディング側歯面に近い方が大きい値となる . 図 5.34 は , 歯面の歯元 , 歯底面のリーディング側端部の創成粗さの工作物 1 回転当たりの加工送り f による変化を示し , 図 5.33 と同じ条件で砥石の創成ピッチ円半径 R_g が 40 および 60 mm の場合である . 創成粗さは , 加工送り f を大きくするとその増加割合を増しながら大きくなる . 本計算条件範囲で創成粗さが最も大きくなる $f = 1.0\text{mm/rev}$, $R_g = 40\text{mm}$ のと

きで，歯面の創成粗さは約 1 μm ，歯底面の創成粗さは約 6 μm と小さく，いずれも歯幅および小径の寸法許容差（JIS 規格 B 1601）よりも小さく，幾何学的噛み合い関係によれば本加工法で高精度の角形スプライン軸の創成が可能である．

5.6 小径ねじ状砥石を用いた加工実験

本節では，小径のねじ状砥石を用いて低い砥石速度によるクリープフィード研削加工法を適用した角形スプライン軸の加工実験を実施し，前節までの解析結果の妥当性を検証するとともに，砥石損耗に及ぼす加工条件の影響を明らかにし，高切込みによる高能率化の可能性を探り，高精度歯形を能率的に研削するための適用加工条件を検討する．

5.6.1 実験法および条件

加工の高能率化の可能性を探るため，インボリュート歯車の場合と同様に，ねじ状砥石による角形スプライン軸の歯形創成加工実験は，全歯丈切込みによる高切込みクリープフィード研削法によって実施した．高切込みによって生じやすくなる研削焼けは砥石速度を低下させることによって抑制するとともに加工能率の低下を防ぐために，小径の砥石を用いた．従って，汎用ホブ盤（榎藤鉄工所製，KR-600）を実験用加工機械として用いた．

インボリュート歯車の場合と同様に，砥石の種類としては成形およびドレッシングが容易であり，砥石の輪郭形状を持続させやすいものとしてビトリファイドボンドの WA 系砥石で比較的結合度の高いものを選定した．この円筒形の砥石を 1 条の右巻き形に成形したねじ状砥石を実験に使用した．単石ドレッサによって砥石を概略のねじ形状に加工した後，側刃面は予め角形スプラインの歯形を創成する刃形となるように成形した # 120 の CBN 砥粒のレジンボンド砥石（直径 200mm）で，刃先面は単石ドレッサでドレッシングを施した．この場合，砥石のラック刃形の形状を測定する必要があるため，砥石と同軸（ホブアーバ）上にベークライトの円板（厚さ 5mm の板を 2 枚張り合わせたもの）を固定し，砥石と同時に成形加工した．工作物は，軸受鋼（SUJ2）を焼入れしたもの（硬度：HRC60，厚さ：10mm）であり，ワークアーバに取り付けて，外周面に円筒研削を施し，所定の外径（直径：42mm）に仕上げた．

実験は，インボリュート歯車の場合と同様な方法で行い，図 5.35 に示すように，ホブ盤のホブアーバに成形したねじ状砥石を取り付け，ワンパスで歯形を創成するため角形ス

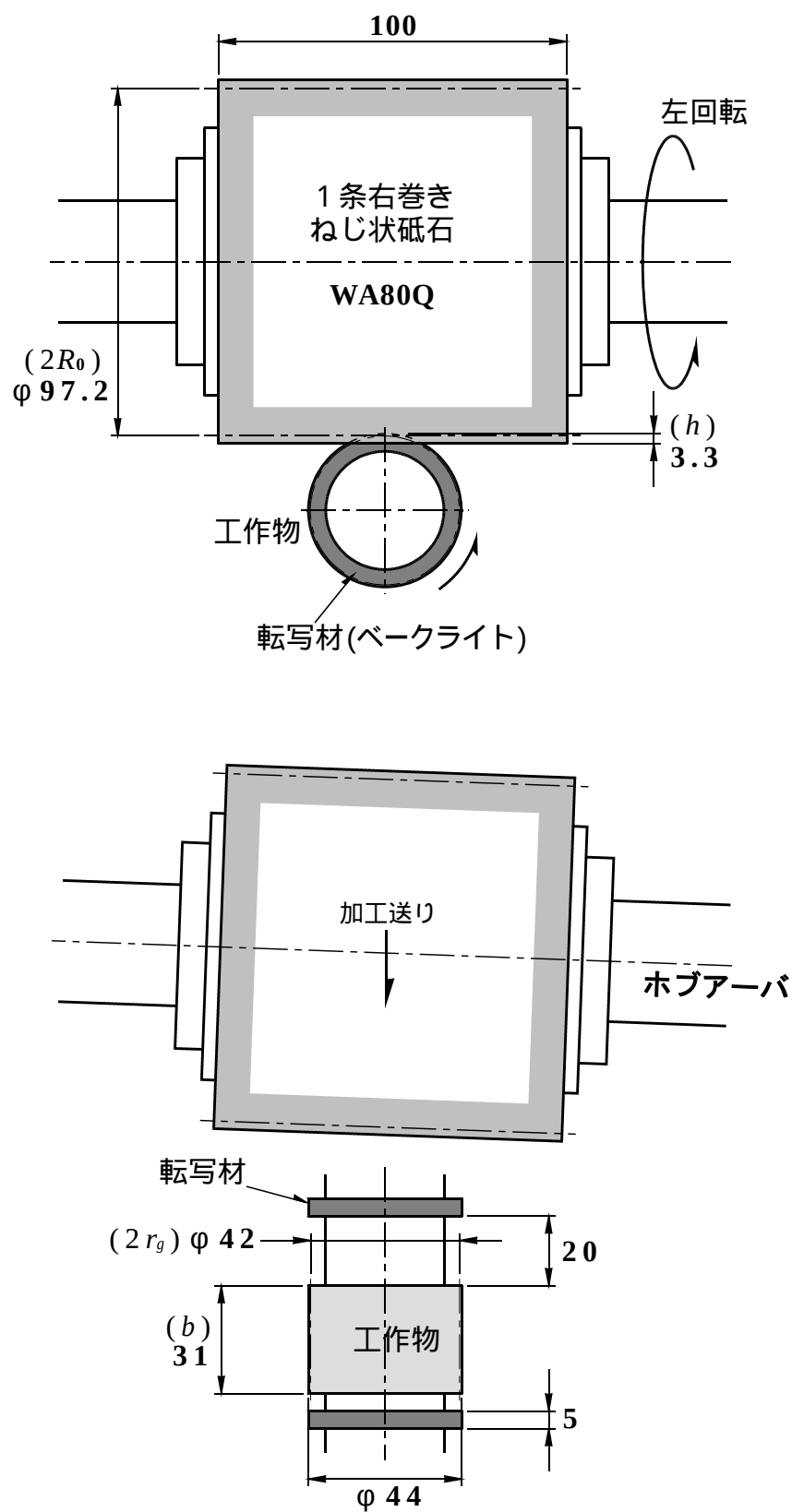


図 5.35 実験方法の概略図

表 5.1 角形スプライン軸の全歯丈切込み歯切り加工の実験条件

使 用 機 械	汎用ホブ盤（榎藤鉄工所製，KR-600）
研 削 方 式	ラック形刃形を持つ 1 条の右巻きねじ条砥石による創成法
研 削 砥 石	WA80Q7V（外径：φ 103.8 mm，幅：100 mm）
ドレッシング	側刃面：成形したレジンボンドの C B N 砥石（#120） ドレッサの回転数：1400 rpm 切 込 み 深 さ：20 μm 砥 石 の 回 転 数：0.76 rpm 刃先面：単石ダイヤモンドドレッサ ドレッサの送り速度：0.04 mm/rev 切 込 み 深 さ：20 μm 砥 石 の 回 転 数：344 rpm
砥石の創成 ピッチ円半径	$R_g = 48.6 \text{ mm}$
砥石の回転数	$N = 355 \text{ rpm}$ （ピッチ円上での砥石速度 $V = 111 \text{ m/min}$ ）
進 み 角	$\gamma = 2^\circ 4'$
工 作 物	焼入れ軸受鋼（SUJ2，HRC60，外径：φ 42 mm）
み ぞ 数	$n_t = 12$
工作物の創成 ピッチ円半径	$r_g = 21 \text{ mm}$
工 作 物 幅	$b = 31 \text{ mm}$
砥石切込み	$h = 3.3, 0.66 \text{ mm}$ （半径方向）
加 工 送 り	$f = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 \text{ mm/rev}$
研 削 液	不水溶性（軽油：#150 スピンドル油 = 2：1）

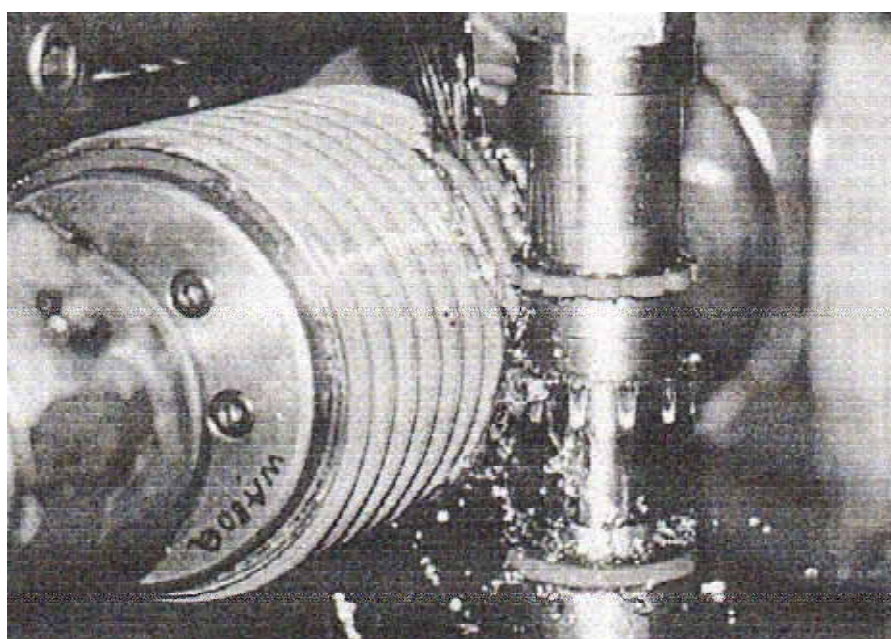


図 5.36 実験装置

プライン軸の歯溝の深さに等しい切込みを与えて，低い砥石速度で実施した．図 5.36 は実験装置の写真，表 5.1 は主なる実験条件を示す．

砥石刃面の損耗量は，インポリュート歯車の場合と同様に，加工歯形形状の変化から求めることにし，次のような方法によって測定した．図 5.35 に示すように，ワークアーバに固定した工作物の上下に転写材（厚さ 5mm のベークライトの円板）を，工作物と同時に研削加工しないような間隔で取り付け，工作物を研削加工する前後に，この転写材を工作物と同一条件で研削加工することによって，創成歯形を形成し，両者の形状変化を測定することによって砥石損耗量を求めた．砥石の側刃面の損耗量については転写歯形の歯筋方向の形状変化を歯車試験機（浜井産業製，5LD）によって，刃先面の損耗量については転写歯形の歯底面の直径をマイクロメータによって測定して求めた．なお，インポリュート歯車の場合と同様に，測定は円筒面を 4 等分した 4 箇所について行い，取り付け誤差を補正した 4 箇所の平均値を砥石損耗量とした．

5.6.2 実験結果

図 5.37 は，角形スプライン軸の歯形(幾何学的形状)を創成するラック刃形の理想形状(創成ピッチ円半径 $R_g = 48.6\text{mm}$ を基準とする)と比較して，実験に使用した成形砥石のラ

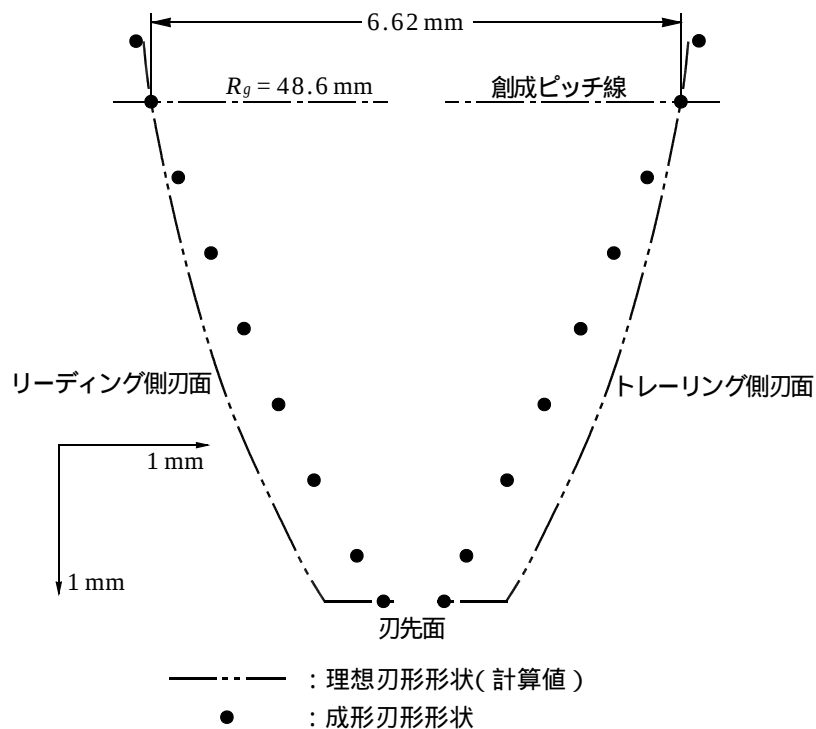


図 5.37 成形した砥石のラック刃形形状

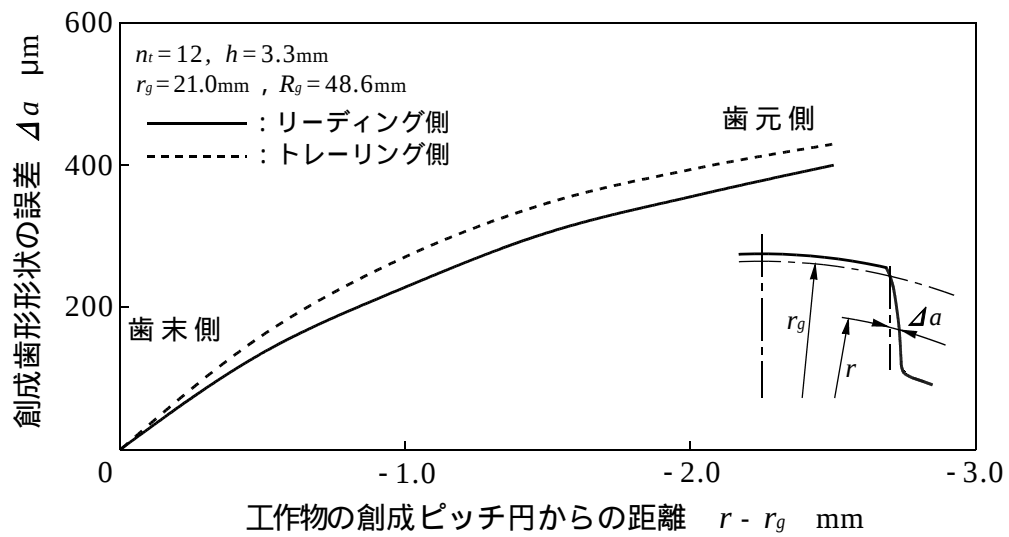


図 5.38 歯面位置による創成歯形形状の変化

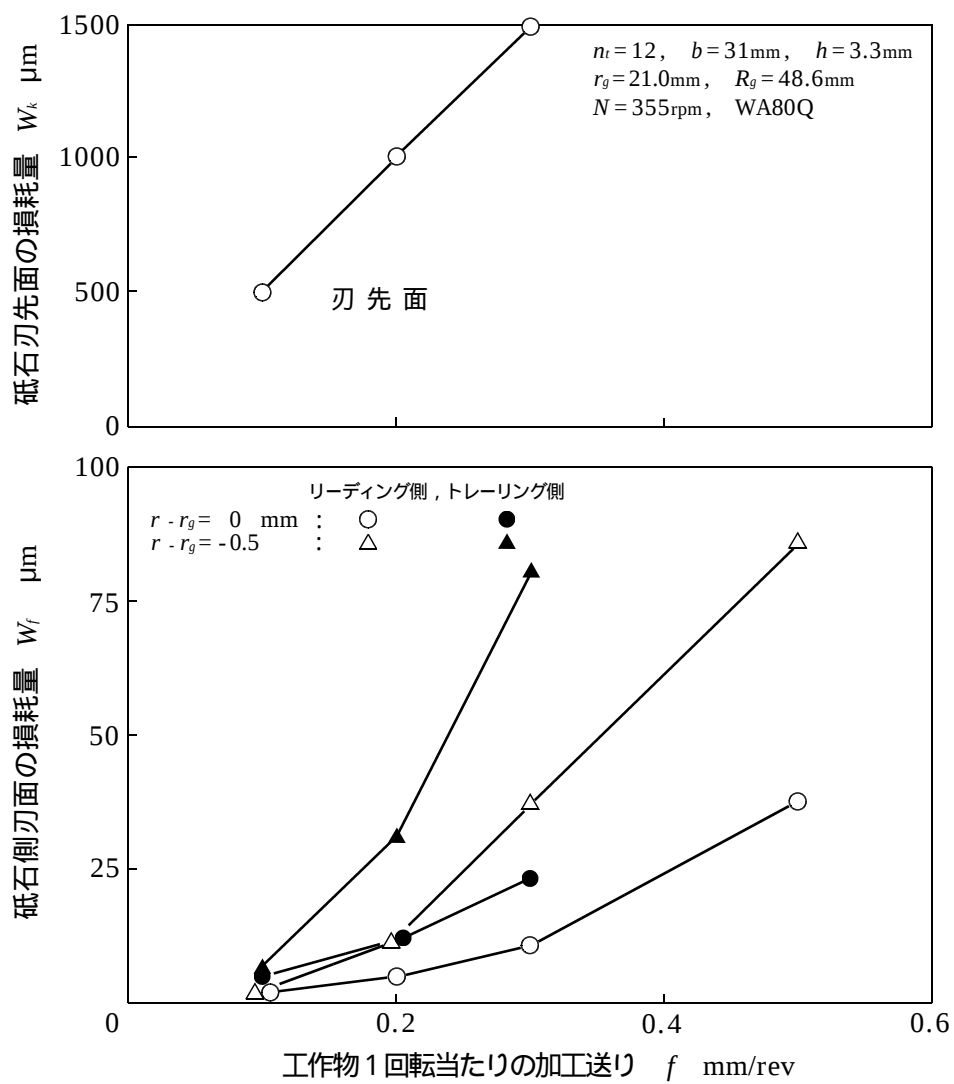


図 5.39 砥石刃面の損耗量と加工送りとの関係

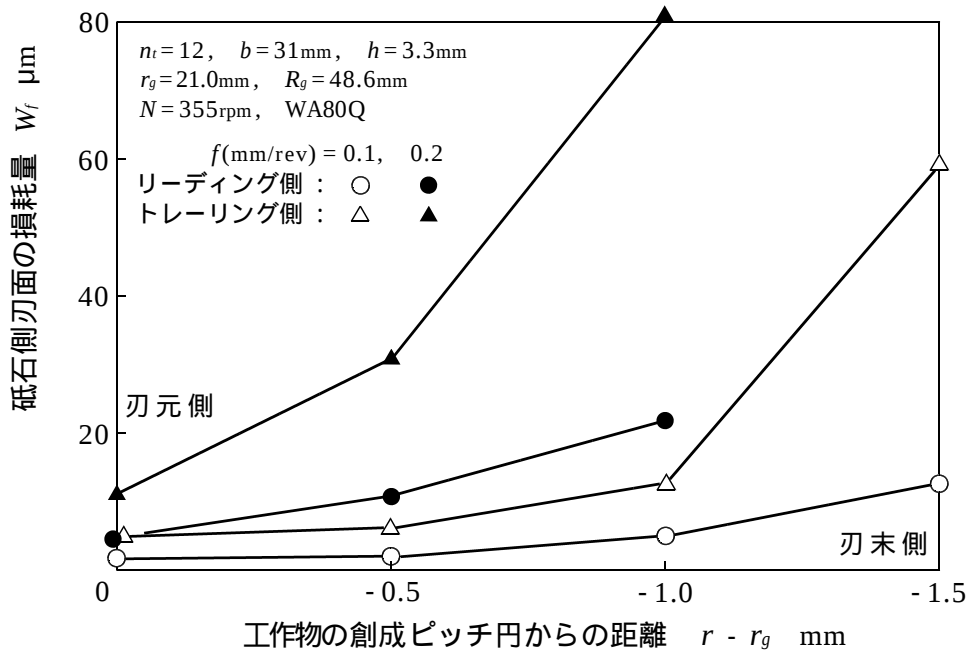


図 5.40 歯面位置による砥石側刃面の損耗量の変化

ック刃形の形状を砥石軸断面上で示したものである．同図において，ラック刃形のピッチは 11.00mm ($=3.5\pi$)，創成ピッチ線上における刃厚は 6.62mm ，刃先面の幅は 3.50mm である．成形した刃形は，理想形状に比べて刃先側になるほど刃厚が狭くなっており，リーディング側よりもトレーリング側の方が理想刃形からの誤差が大きい．

上記のように成形された砥石で創成される歯面形状の誤差を図 5.38 に示す．同図は，みぞ数 $n_t=12$ の角形スプライン軸を工作物の創成ピッチ円半径 $r_g=21.0\text{mm}$ ，砥石切込み $h=3.3\text{mm}$ で加工する際の工作物の任意半径 r における角形スプライン軸の幾何学形状に対する創成歯形状の誤差 Δa を円周方向の長さとして求め，工作物の創成ピッチ円からの距離 $r - r_g$ に対応させて示してある．砥石のラック刃形の誤差に応じて，歯元側の歯幅が広がる形状となっている．

図 5.39 は，みぞ数 $n_t=12$ ，工作物幅 $b=31\text{mm}$ のスプライン軸を $r_g=21.0\text{mm}$ ， $R_g=48.6\text{mm}$ ， $h=3.3\text{mm}$ ，砥石回転数 $N=355\text{rpm}$ ， $f=0.1 \sim 0.3\text{mm/rev}$ の加工条件で全歯丈切込み加工した場合の砥石側刃面および砥石刃先面の損耗量 W_f ， W_k を示す．ただし，砥石側刃面の損耗は工作物の創成ピッチ円上およびピッチ円から 0.5mm 歯元側の円上の位置における値である．同図から分かるように，インボリュート歯車の場合と同様に，砥石損耗量は，砥石の単位面積当たりの加工量が多い砥石面ほど大きくなり，砥石側刃面に比べて砥石刃

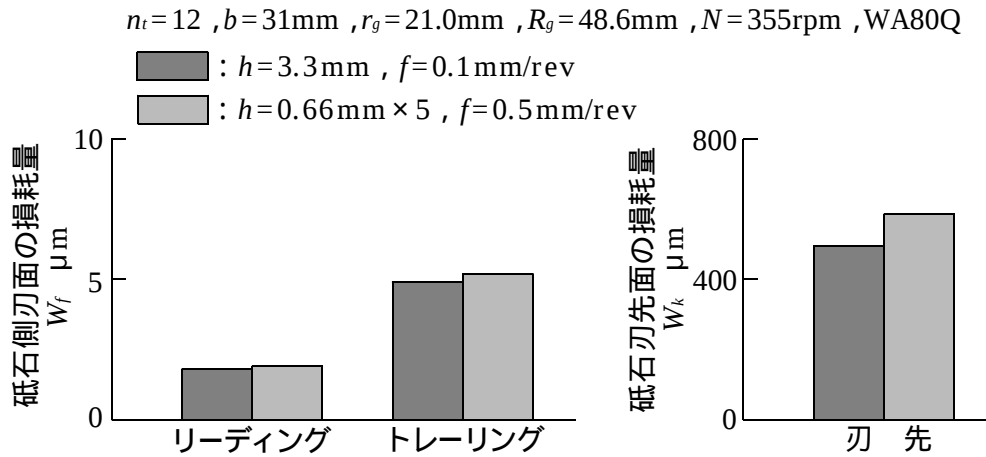


図 5.41 ワンパスとマルチパスの砥石損耗量の比較

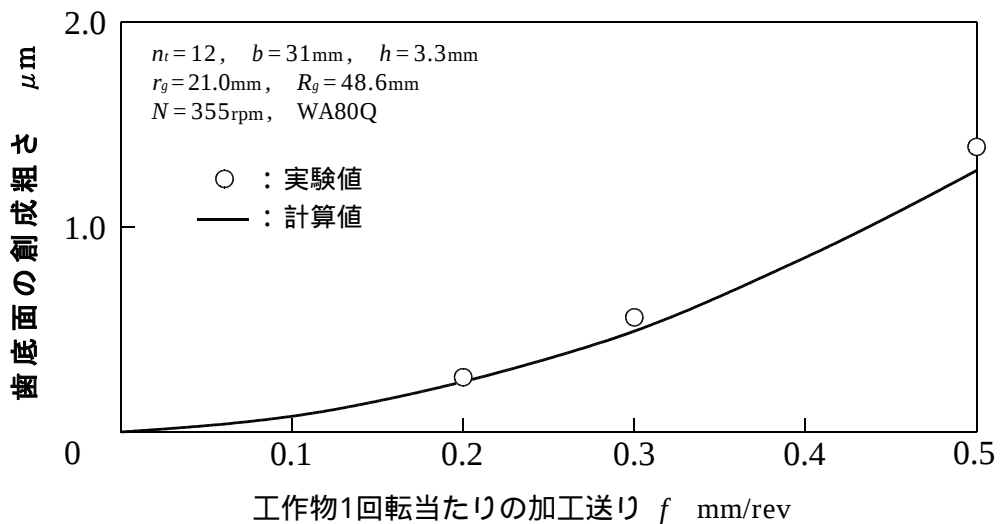


図 5.42 歯底面の創成粗さに及ぼす加工送りの影響

先面の方が著しく大きく、側刃面についてはリーディング側に比べてトレーリング側の方が大きくなっている。また、砥石側刃面の損耗量は、ピッチ円上に比べて歯元側（刃末側）の方が大きい。そこで、砥石側刃面の損耗量の刃面位置による相違を、工作物の創成ピッチ円からの距離に対応させて示したのが図 5.40 である。インボリュート歯車の場合と同様に、砥石の単位面積当たりの加工量が大きい刃末側になるほど砥石損耗量が大きくなるのが分かり、数値解析結果と良い対応を示しており、解析の妥当性が認められる。

図 5.41 は、加工取り代に等しい切込みで研削（ $h = 3.3\text{mm}, f = 0.1$ 、ワンパス研削）した場合と 5 等分した切込みで取り代分だけ研削した場合（ $h = 0.66\text{mm}, f = 0.5 \times 5$ 回、マル

チパス研削)とを比較して、砥石刃面の損耗量を示す。砥石側刃面の損耗量は創成ピッチ円上の値である。工作物は歯数 $n_t=12$ であり、単位時間あたりの加工量 ($= fh, N$ および n_t : 一定) を同一にして行った。砥石損耗量は、マルチパスに比べてワンパス研削の方が僅かではあるが小さい。単位時間あたりの加工量が同一であっても、マルチパス研削においては、各パスごとに機械の空運転時間が加算されるため、実際の研削作業時間はワンパス研削よりも長い。すなわち、ワンパス研削を行うことによって、加工精度を低下させることなく、加工時間を短縮させることが可能である。

図 5.42 は、図 5.39 の場合における歯底面の創成粗さの加工送り f による変化を示しており、 $f=0.5\text{mm/rev}$ において約 $1.5 \mu\text{m}$ と著しく小さく、送りによって生じる凹凸を誤差として考慮する必要はないことが分かる。一方、歯面の創成粗さは歯底面に比べて極めて小さく、 $0.5 \mu\text{m}$ 以下の値であった。

なお、いずれの加工条件においても、研削焼けを生じない安定した加工状態を保っており、小径で硬いねじ状砥石を用いれば高精度、高能率の加工が可能である。

5.7 能率的加工条件の検討

本節では、ねじ状砥石によって、角形スプライン軸の全歯丈切込みによる歯切り加工を行う場合について、前節までの解析結果および実験結果と実験データに対する解析結果をもとにして、砥石損耗の増加を抑制できる加工能率の向上策について検討する。

ねじ状砥石を用いて角形スプライン軸を加工する場合、工作物の創成ピッチ円半径 r_g の設定値によって直線歯形として創成される範囲が左右される。図 5.43 は、歯先円半径 $r_1=25\text{mm}$ 、歯底円半径 $r_2=23\text{mm}$ のスプラインにおいて直線歯形が創成される範囲を示し、図中の横軸に平行な破線で示す許容値は JIS 規格 (JIS B1601) に規定されている面取り量を表し、みぞ数 $n_t=6$ の場合は 0.3mm 、 $n_t=8$ および 10 の場合は 0.5mm である。工作物の創成ピッチ円半径 r_g が小さいほど、砥石刃面の単位面積あたりの加工量 u が小さくなり、砥石損耗は少ないことから、 r_g の値は実際に選定することができる最小の値すなわち図 5.43 において $r_{\max}$ の線と JIS の許容値を示す破線との交点の値が最も適当である。 r_g の最適値はみぞ数が多いほど歯先円半径 r_1 に近い値となる。なお、歯底角部の削り残し部分は、スプライン軸の加工用ホブに採用されているように、刃先角部に直線歯面を創成する刃面を延長させた突起(Lug)を設けることで、小さくすることが可能である。

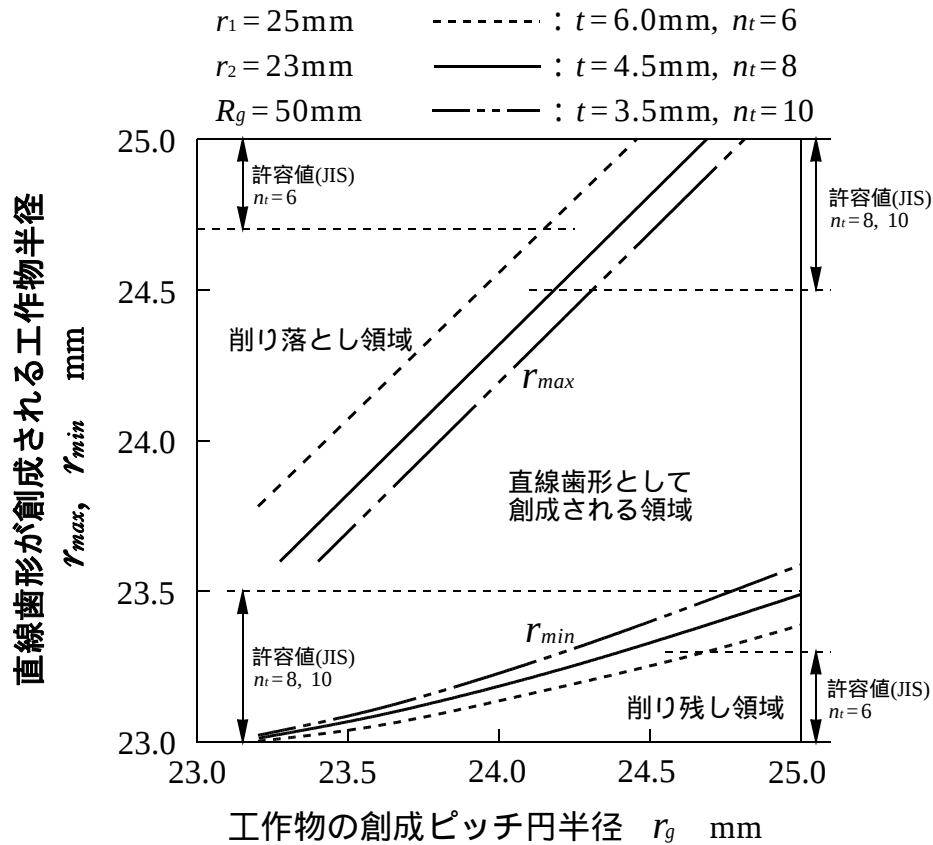


図 5.43 直線歯形が創成される領域に及ぼす工作物の創成ピッチ円半径の影響

解析結果から明らかなように，角形スプラインはみぞ数(歯数) n_t が少ないため， n_t が砥石側刃面の単位面積当たりの加工量 u に及ぼす影響は著しく大きい．すなわち， n_t が多い場合の方が工作物 1 回転当たりの砥石の加工負担量 $u \times n_t$ が小さく，砥石損耗が減少する．特に，リーディング側に比べて砥石損耗が大きいトレーリング側において，この傾向が顕著に現れ， n_t を多くすることによって加工精度を向上させやすい．

加工能率を上げるためには砥石回転数 N を増加させ，工作物の回転数(N / n_t)を上げることが必要であるが， N を大きくすると砥石速度が高くなり，研削焼けが発生しやすくなる．しかし，砥石径を小さくすることによって，砥石速度を増加させることなく砥石回転数を上げることができる．また，小径の砥石を用いることによって，工作物と砥石との接触長さが短くなるので，砥石切込み深さも大きくすることが可能となり，全歯丈切込みによる高能率加工を行うことができる．なお，CBN 砥粒の電着砥石等を利用することを考慮すると，小径化は砥石のコストを下げることにのみならず有利である．

従って，ねじ状砥石で全歯丈切込みによる角形スプライン軸の研削加工を行う場合，ス

プラインとしてはみぞ数が多いものを採用し、研削焼けの抑制と同時に能率をあげるため、小径の砥石を用いて、砥石回転数を大きくすることが望ましい。この加工法では、ホブ切り行程を省略することができ、歯底面も同時に研削することが可能であるため、生産性が著しく向上し、角形スプライン軸の高能率、高精度加工の実現が期待できる。

5.8 結 言

本章では、ホブ切り工程を省き、角形スプライン軸の生産能率を大幅に向上させることを目的として、ねじ状砥石を用いて角形スプライン軸を全歯丈切込みによって歯切り加工する場合を想定し、第2章で求めた創成運動過程中的ねじ状砥石と角形スプラインとの相対位置関係を表す基礎式をもとにして数値解析を行い、砥石刃面上の研削開始位置、創成位置および研削終了位置を求めることによって、研削加工過程を明らかにし、砥石の単位面積当たりの加工量を、また幾何学的噛み合い関係に基づいて創成歯溝面の寸法形状の精度を検討した。また、WAのビトリファイドボンドのねじ状砥石を用いて、低砥石速度によるクリープフィード研削加工実験を行い、解析結果の妥当性を検証するとともに、高切込みによる高能率化の可能性を検討した。その結果、次のことを明らかにした。

- (1) 解析によって導き出された定性的傾向は、実験結果とよく一致しており、解析の妥当性が確認できた。
- (2) リーディング側砥石刃面および刃先面においては創成位置が研削終了位置となるが、トレーリング側砥石刃面においては研削開始位置と終了位置との間に創成位置が存在し、創成後も研削作用が続行する。
- (3) 砥石の単位面積当たりの加工量は、各砥石面のなかでは刃先面が最も大きく、両刃面を比較するとリーディング側に比べてトレーリング側の方が大きい。また、この値は、刃先面のトレーリング側端部およびリーディング側刃面の刃先近傍において、著しく増大し、刃先面においてはリーディング側端部からトレーリング側端部に、刃面においては刃元側から刃末側になるにしたがって増加する。
- (4) 砥石側刃面の単位面積当たりの加工量は、工作物の創成ピッチ円半径を小さく、またはみぞ数(歯数)を多くすると減少する。特に、トレーリング側砥石刃面においてその影響が大きい。
- (5) 各砥石面の研削加工割合は、刃先面が 92 ~ 94 %、リーディング側刃面が 3.5 ~ 5

% , トレーリング側刃面が 2.5 ~ 3 % となり , 刃先面による加工量が著しく大きく , この比率は加工条件が変わってもほとんど変化しない .

(6) 直径 100mm の砥石で $f=0.5\text{mm/rev}$ の加工送りによって形成される凹凸の高さは , 歯面で $0.5\text{ }\mu\text{m}$, 歯底面で $1.5\text{ }\mu\text{m}$ であり , JIS 規格の許容差よりも小さい .

(7) ねじ状砥石を用いることにより , 角形スプライン軸の歯面と歯底を同時に研削することができるとともに , 砥石の小径化および低速化によって研削焼けが生じない安定した研削状態が得られやすく , 砥石回転数および砥石切込みを大きくできるため , 本加工法は角形スプライン軸の生産能率を著しく向上させる可能性がある .

参 考 文 献

- 1) 中野嘉邦，鴻巣健治，加藤秀雄，末田 章：精密機械，47，5(1981)579.
- 2) 西田知照，河野 誠，戸田 浩：精密工学会誌，52，6(1986)1061.
- 3) 石橋 彰，吉野英弘：日本機械学会論文集(C編)，53，487(1987)887.
- 4) F. L. Litvin and Chung-Biau Tsay：Trans. ASME，Ser.R，107，4(1985)556.
- 5) 穂屋下茂，石橋 彰：日本機械学会論文集(C編)，60，579(1994)3948.
- 6) 島宗 勉，餅田正秋，小野浩二：精密機械，49，12(1983)1626.
- 7) 齒車便覧編集委員会編：齒車便覧(増補改訂版)，日刊工業新聞社(1970)791.

第 6 章 結 論

歯車による動力伝動装置の小型軽量化，高速化に伴って，高精度，高耐負荷の歯車の需要が急速に増加してきている．この要求を満たすためには，ホブ切り加工後，焼入れ硬化した歯車に仕上げ加工を施す必要がある．熱処理後のひずみを除去しなければならないため，加工取代を考慮すると仕上げ加工としては砥石を用いる研削加工が望ましい．古くから，ピッチ精度に優れ，比較的生産的であるねじ状砥石を用いるライスハウエル式の創成研削法が歯車の仕上げ加工に採用されてきた．この方式の研削では，研削焼けの発生を抑制するために，結合度の低い軟らかい砥石を用いており，切込みを小さくして砥石損耗の増加を防止せざるを得ない．このことは，生産現場で要求されている高能率化に限界をもたらす要因となっている．量産歯車の仕上げ加工にこの研削法を適用するためには，研削焼けが発生しない安定した研削状態の下で，高精度および高能率を両立できる加工技術を確立することが切望されている．

そこで，一般の研削加工において，高切込みであるにもかかわらず研削焼けを生じさせることなく，高能率で安定した研削状態が得られる低砥石速度によるクリープフィード研削法を，ねじ状砥石による歯形創成加工に適用するとともに，小径砥石を用いることによって，その高能率化を図る．ただし，加工精度の低下を招くことなく，加工能率を向上させることが要求されており，そのためには砥石損耗と加工条件との関係を明確にしなければならない．ねじ状砥石による歯形創成研削では，一般の研削加工の場合と異なり，研削に関与する砥石刃面上の領域が限られた狭い範囲となるため，砥石の損耗が大きくなりやすい．また，三次元の噛み合い運動であるため，砥石刃面の位置によって加工量，研削作用領域が複雑に変化する．従って，砥石損耗に及ぼす加工条件の影響を明らかにするためには，研削加工過程を詳細に解析し，加工機構を解明する必要がある．

本論文では，ねじ状砥石と工作物の相対位置関係を表す基礎式を求め，インポリュート歯車および角形スプライン軸の歯形を創成する場合について，数値解析によって研削加工過程を解明し，砥石損耗と密接な関係にある砥石の単位面積当たりの加工量に及ぼす加工条件の影響を検討した．また，小径の 1 条ねじ状砥石を用いて，加工取り代に等しい切込みを与え，低砥石速度による高切込み研削加工実験を行い，解析結果の妥当性を検証する

とともに，加工精度の低下をもたらさない高能率化の可能性を探り，その適用加工条件を検討した．その結果，次のことが明らかとなった．

- (1) 噛み合い条件から求められるラック刃形をもつ直径 100mm 程度の小径ねじ状砥石による創成歯形は，その理想歯形からの形状誤差が極めて小さく，研削仕上げに対して要求される精度を満足できる歯形の創成が可能である．
- (2) ねじ状砥石の刃面上の任意の点の運動を，工作物軸を中心軸とする円柱面座標で表すことにより，加工形状および砥石刃面上の研削作用点を求めることができ，研削加工過程を明らかにすることができる．
- (3) 各砥石刃面や刃面上の位置によって研削加工過程および加工負担量が異なる．
- (4) はすば歯車の研削では，ねじれ方向が異なるねじ状砥石を用いる方が，ねじれ方向が等しい場合よりも加工精度が高くなる．
- (5) 砥石の小径化および低速化によって，研削焼けの発生しない研削条件の範囲は拡大し，高切込み研削が可能となり，砥石損耗を増加させることなく，加工能率を向上させることができる．
- (6) 研削焼けを抑制することによって，高結合度砥石の使用が可能となり，砥石損耗を減少させることができる．
- (7) 小径ねじ状砥石による高切込み低速研削によって，砥石損耗の少ない加工能率の優れた歯形創成を行うことができる．

謝 辞

本研究を行うに当たり，終始御懇切なる御指導御鞭撻を賜った東京工業大学教授吉川昌範博士ならびに恩師元防衛大学校教授島宗 勉博士に深甚なる感謝の意を表する次第であります．また，本論文を纏めるに当たって御指導を戴きました東京工業大学教授小林 彬博士，戸倉 和博士，斎藤義夫博士，帯川利之博士，ならびに同大学助教授平田 敦博士に深く感謝申し上げます．

また，本研究を進めるに当たって有益なる御助言と御便宜を戴いた防衛大学校名誉教授小野浩二博士，防衛大学校教授宇根篤暢博士ならびに同校機械工学教室の諸先生方に深く感謝申し上げます．

さらに，実験の遂行に際し，熱心な御援助を戴いた防衛大学校機械工学教室実習工場の皆様方に厚く御礼申し上げます．