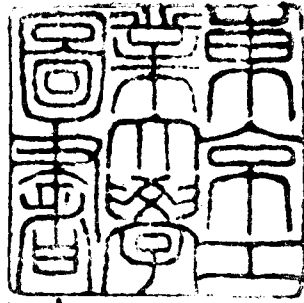


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	大形歯車のアンジュレーションに関する研究
Title(English)	
著者(和文)	林輝
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第106号, 授与年月日:1965年11月24日, 学位の種別:論文博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第106号, Conferred date:1965/11/24, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



大形齒車のアンジュレーション
に関する研究

林 輝

東京大学 215447

緒 言

船用タービン減速歯車等の精密大形歯車関係の分野では、歯スジのうねり誤差を「アンジュレーション」と呼んでいる。アンジュレーションは歯形誤差、ピッチ誤差とともに大形歯車の精度をあらわす重要なパラメータの一つであり、さらに、それはホブ盤の各種の誤差により特有の形状を示すため、その測定は大形ホブ盤の精度検査の手段としてもさかんに用いられている。

本来、アンジュレーションは、ホブ盤の宿命的な誤差と考えられていた親ウォームの周期誤差により生ずる正弦波状の *Worm Cyclic Undulation* を意味していたようである。それは歯車の騒音、破損の主要な原因となっていたため、アンジュレーションに関する従来の研究は主に、その発生機構、軽減のための対策、測定等に向けられ、古くからの造船国イギリスでは1928年頃から、Tomlinson, Newton, Parson, Dorey, Forcyth, Tupline 等による研究成果が発表されてきた。その間、*Daily Band*, *Feed Screw Cyclic Undulation* 等の別種の周期波形のアンジュレーションも見いだされ、アンジュレーションの定義は次第に範囲を拡げてきた。

最近、これらの大形歯車も小形、高性能化するため、ますます高精度にして荷重条件をきつくする傾向があり、従来対象としてきた周期波形のアンジュレーションは、他の諸々の原因による微少量のアンジュレーションと同程度またはそれ以下に減少したため、単純な形で検出されることは少なくなってきた。そこであらためてこれらの一般的波形の微少量のアンジュレーションに対する検討の必要が生じた。とくに、その測定方法は最も必要

とされているにもかかわらず、完全なものが見いだされていなかった。

本論文は、大形歯車に生ずる一般的波形のアンジュレーションについて、その測定方法を主体に、その発生原因、形状、および歯車の負荷能力への影響等に関する問題を扱ったものであり、3章と附録とからなっている。

第1章は、アンジュレーションの発生原因と形状に関する問題をまとめたもので、ここではアンジュレーションの総括的な分類をおこなない、その特徴、発生の現状、およびそれらに関係ある若干の問題の検討結果につき述べている。

第2章は、アンジュレーションの測定に関するものであり、従来の方法に検討を加え、Tomlinson 式測定法を一般波形の測定に使用した場合の測定値の解析方法、測定器の改良等につき、さらに、簡便な測定法についても述べている。

第3章は、アンジュレーションが歯車の負荷性能に及ぼす影響を検討するためにおこなった理論的な考察結果を述べたものである。

また、本文中で用いた関係式の誘導で複雑なもの、計算例、参考資料等はまとめて 附録 とした。

なほ、この論文の中では、研究を進める上での便宜上、現在の習慣をも考慮して、アンジュレーションを「ネジレ角誤差を除いた、歯スジの形状誤差」と定義することにした。

大形歯車のアンジュレーションに関する研究

目 次

緒 言	1
記 号	7
第1章 アンジュレーションの発生と形状について	10
第1章の概要	11
(1.1) アンジュレーションの分類	12
(1.1.1) 発生原因による分類	12
(1.1.2) 形状による分類	15
<u>1.1.2.1</u> 円周型と軸型	15
<u>1.1.2.2</u> C型とR型	20
(1.1.3) アンジュレーション発生の現状	21
(1.2) W.C.Uについて	23
(1.2.1) W.C.Uの形状	23
(1.2.2) W.C.Uとホブ盤親歯車の歯数	34
(1.3) 軸型アンジュレーションについて	37
(1.3.1) 軸型アンジュレーションの振幅	37
(1.3.2) 軸型アンジュレーションと歯形誤差	39
(1.3.3) デイリーバンド	44
(1.3.4) 軸方向熱膨脹によるアンジュレーション	49
(1.4) アンジュレーションとピッチ誤差との関係	58
(1.4.1) 法線ピッチ誤差測定とW.C.U.	59
(1.4.2) 円周ピッチ誤差測定とW.C.U.	63
<u>1.4.2.1</u> 従来の測定器についての関係式	63

1.4.2.2.	3ボール式ピッチ測定とW.C.U.	65
1.4.2.3.	Maag 社式円周ピッチ測定とW.C.U.	67
(1.5.)	結 論	69
第2章	アンジュレーションの測定法について.	72
	第2章の概要	73
(2.1.)	アンジュレーション測定法概要	75
(2.1.1.)	De Laval 式アンジュレーション測定法	75
(2.1.2.)	Tomlinson 式アンジュレーション測定法	78
(2.1.3.)	K-III 型アンジュレーション測定器の製作	80
(2.2.)	Tomlinson 式アンジュレーション測定法の拡張	85
(2.2.1.)	近似基礎式	85
(2.2.2.)	近似基礎式の解法	88
2.2.2.1.	アンジュレーション曲線 $f(t)$ から測定 記録曲線 $F(t)$ を求める方法	88
2.2.2.2.	$F(t)$ から $f(t)$ を求める方法 (その 1. 計算による方法)	89
2.2.2.3.	$F(t)$ から $f(t)$ を求める方法 (その 2. 図式解法)	92
2.2.2.4.	K の値について	94
(2.2.3.)	厳密な基礎式	97
2.2.3.1.	厳密な基礎式の原型	98
2.2.3.2.	厳密な基礎式の近似形	98
2.2.3.3.	C 型アンジュレーションの場合	100
(2.2.4.)	厳密な基礎式の解法	101

2.2.4.1.	$f(t)$ から $F(t)$ を求めること	101
2.2.4.2.	$F(t)$ から $f(t)$ を求める方法 (その1, C 型アンジュレーションの場合)	103
2.2.4.3.	$F(t)$ から $f(t)$ を求める方法 (その2, 任意波形のアンジュレーションの場合)	103
2.2.4.4.	ありうる最小振幅を求める方法	108
(2.2.5)	測定解析にともなう誤差	110
2.2.5.1.	$F(t)$ の読みのバラツキ δF	110
2.2.5.2.	測定倍率の誤差および歯形の影響	112
2.2.5.3.	近似基礎式による誤差	113
[2.3]	3ボール式アンジュレーション測定法	115
(2.3.1)	3ボール式アンジュレーション測定器	115
(2.3.2)	ボール取付け高さ h	120
2.3.2.1.	h の計算式	120
2.3.2.2.	h の計算値にあらわれる誤差	121
2.3.2.3.	h の簡略計算法	126
(2.3.3)	測定器の傾斜による誤差とその処理	131
(2.3.4)	測定器の読みの 0 点補正	133
2.3.4.1.	0 点補正用ゲージ	133
2.3.4.2.	0 点補正の方法	135
(2.3.5)	実測・解析の例	136
[2.4]	補面測定法	137
[2.5]	アンジュレーション解析器	145
(2.5.1)	原理	145
(2.5.2)	構造および操作	148
[2.6]	軸型アンジュレーションの簡易測定法	151

(2.7) 結 論	155
カ3章 アンジュレーションが歯車の負荷性能に及ぼす 影響に関する理論的考察	158
カ3章の概要	159
[3.1] W.C.Uと動荷重	160
[3.2] W.C.Uによる歯形誤差と歯面応力	171
(3.2.1) 歯形誤差と歯面曲率半径	171
(3.2.2) 歯形誤差と面圧にもとづく許容荷重	175
[3.3] 軸型アンジュレーションと歯面応力	177
(3.3.1) 軸型アンジュレーションと軸方向荷重分布 の関係式	177
(3.3.2) ピッチ臭に生ずる最大荷重	185
(3.3.3) 歯面の全面接触条件	190
(3.3.4) 関係式の仮定に関する吟味	191
[3.4] 結 論	194
結 言	196
参考文献	197
附 録	199 ~ 240

記 号

記号は各使用箇所て説明したが、そのうち主なもの(式の誘導途中に用いたものを除く)をここにまとめておく。専門用語はなるべく JIS に従うようにした。

$a_i(t)$	軸型アンジュレーションの波形による係数
b, b_e	歯車の歯幅および有効歯幅 [mm]
d_0, d_1, d_2	歯車のピッチ円直径 [mm]
d_w	ホブ盤親歯車のピッチ円直径 [mm]
d_{g1}, d_{g2}	歯車の基礎円直径 [mm]
d_{k1}, d_{k2}	歯車の歯先円直径 [mm]
d_b, d_{b0}	測定器のボール直径および標準直径 [mm]
D_j	円周ピッチ誤差の j 番目までの累積値 [mm]
ε	正面歯形上にあらわれる形状誤差 [mm]
ε_a	軸型アンジュレーション振幅(ピッチ円周上歯直角方向) [mm]
$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_4$	歯車素材に対するホブの位置誤差(歯車軸方向の関数成分) [mm]
ε_{wo}	ホブ盤親歯車のピッチ円周上 W.C.E 全振幅 [mm]
ε_{wn}	歯面垂直方向 W.C.U 全振幅 [mm]
$\varepsilon_{ws}, \varepsilon_{ws}$	作用線上 W.C.U の全振幅, 作用線上 W.C.E の全振幅 [mm]
$\varepsilon(t), \varepsilon_{i,w}$	歯車の歯の割出し誤差, その i, w 調波成分の半振幅 [mm]
$\varepsilon_I, \varepsilon_{II}$	ヤマハ歯車の Helix I, II の回転伝達誤差の半振幅 [mm]
ε_s	歯車の正面カミアイ率
E_1, E_2	ヤンゲ率 [kg/mm^2]
$f(t), f_1(t), f_2(t), g(t)$	アンジュレーション曲線(歯面垂直方向の振幅を歯スジ方向の位置の関数としてあらわした式) [mm]
$F(t), F_1(t), F_2(t), G(t)$	$f(t), g(t)$ の Tomlinson 式測定器による測定記録 [mm]
$f_j(i)$	歯直角円周ピッチ誤差を歯スジ方向に測定した j 番目の測定値 [mm]
h	3ボール式アンジュレーション測定におけるボール取付け高さ [mm]
h_f, h_k	歯元および歯末の高さ [mm]
h_s, h_n	正面および歯直角歯形上のピッチ奥からの距り [mm]
i, j	順番等をあらわす正整数
J_1, J_2	小歯車および大歯車の軸まわりの慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{mm} \cdot \text{s}^2$]
k_t	歯の平均カミアイ剛さ [kg/mm^2]

$K, K_a, K_b \dots$	測定値に含まれる定数 [mm]
$K(x, \xi), k_c(t, \xi)$	歯のたわみの影響係数
l_c	接触線の長さの $1/2$ [mm]
l_m, L_m	測定子の長さおよび測定器の後部支軸、固定ボール中奥間の距離 [mm]
l, l_1, l_2	測定器のボール間隔 [mm]
l_{ts}, l_{tn}	正面および歯直角方向歯形誤差としてあらわれる軸型アンジュレーションの歯スジ方向の範囲 [mm]
L	歯車の歯スジの全長 [mm]
m	歯車のモジュール
M_1, M_2	小歯車および大歯車の質量 [$\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{mm}$]
n, n_1, n_2	正整数
$P, P_0, P_{\max}, P_{ix}$	歯車のピッチ円接線方向の荷重 (単位歯幅当たり) [kg/mm]
$\Delta P_i, \Delta P_{ix}$	W.C.U.のため生ずる動荷重, ピッチ円接線方向単位歯幅当たり [kg/mm]
p	ホブサドル送りネジのピッチ [mm]
$g_i(x)$	接触線上の分布荷重 (歯面垂直方向) [kg/mm]
$g(x \text{ or } h)$	軸形アンジュレーション等高線の歯丈方向の位相差 [mm]
Q	歯車にかゝる作用面内歯直角方向の全荷重 [kg]
r_{g1}, r_{g2}	歯車の基礎円半径 [mm]
$R, R_0, R_1, R_2, R_{\min}$	歯直角断面歯形のピッチ円における曲率半径 [mm]
R_s, R'_s	正面歯形曲率半径, 歯形上の長さを作用線上長さに変換した R_s [mm]
R_b	歯車軸と測定器ボールの中心との距離 [mm]
S	歯面の Hertz 応力に対する剛さ (単位歯幅当たり) [kg/mm^2]
t	無次元化した媒介変数, 使用箇所により異なる意味
t_a	歯車の軸方向ピッチ [mm]
t_n, t'_n	歯直角法線ピッチ [mm]
t_{ns}, t'_{ns}	正面法線ピッチ [mm]
x	歯車の軌位係数
x, y	直交座標軸 [mm]
z	歯車の歯数
z_w, z_t	ホブ盤親歯車およびホブサドル送りネジウオーム ホール歯数
z_n, z_l	マタギ歯数および測定器固定ボール間隔の相当マタギ歯数
α	線膨脹率 [$\text{mm}/^\circ\text{C}$]

$\alpha_n, \alpha_c, \alpha_s$	歯車の歯直角圧力角, 工具圧力角, 正面圧力角
β_o, β_g	歯車のピッチ円筒ネジレ角, 基礎円筒ネジレ角
γ	ホブのリード角
δ	誤差, 変化分等をあらわす
δ_w, δ_s	ホブ盤製歯車の W.C.E, ホブサドル送りネジの周期誤差全振幅 [rad]
δ_a	軸型アンジュレーションの最大振幅 (大小歯車の相対値) [mm]
$\delta_i(x)$	軸型アンジュレーションの最も出た所からの深さ [mm]
δn	小数
δ_j	歯直角円筒ピッチ誤差測定における j 番目の測定値 [mm]
η	直線切刃の干渉による W.C.U 振幅減少率
$\theta(x, \eta), \theta(x), \theta_o$	温度分布をあらわす関数 [°C]
θ	軸型アンジュレーション等高線が歯直角歯形方向となる角 [rad]
$\theta_w, \theta_s, \theta_h$	ホブ盤のテーブル, ホブサドル送りネジ, ホブの回転角 [rad]
θ_i	$\varepsilon(t)$ の i 調波成分の位相角
θ_r	大小歯車の回転振動による相対角変位
λ_w, λ_s	歯スジ方向および作用線上の W.C.U の波長 [mm]
ρ, ρ_o	相対曲率半径 [mm]
τ	時間 [s]
ϕ	e_I, e_{II} の位相差 [rad]
ψ	歯直角歯形方向と軸直角歯形方向となる角
$\omega, \omega_x, \omega_y$	角速度 [rad/s]
ω_{i1}, ω_{i2}	偏角 [rad]

この他, 上記と同じ記号を媒介変数等として重複して用いた箇所もある。

用語

W.C.U	Worm cyclic Undulation の略
W.C.E	Worm cyclic error の略
ボール間隔	Tomlinson 式測定 of 2 個の固定ボールの間隔の半分の長さ

オ 1 章

アンジュレーションの 発生と形状について

第1章の概要

従来とりあげられてきたアンジュレーションは整然とした周期波形のものであり、比較的低感度のN.P.L型¹⁾アンジュレーション測定器でも無論、歯面の光沢や歯当りによっても認められるものであったが、最近歯車の高精度化にともないアンジュレーションの測定も高感度でおこなう必要にせまられた。その要求に応じて試作したK-Ⅲ型アンジュレーション測定器²⁾を用いて国内各地の造船所をまわり製品の船用タービン減速歯車につき多数の測定をおこなった結果、周期波形のアンジュレーションの他に多くの非周期波形のアンジュレーションの存在することが見出された。

本章ではこの実測結果にもとずき従来考えられてきた思想も含め(第1節)「アンジュレーションの分類」では発生原因、形状等によりアンジュレーションを分類し、それらの特長を述べ、

(第2節)「W.C.Uについて」ではW.C.U (Worm Cyclic Undulation)の振幅、およびホブ盤親歯車の歯数の問題につき論じ、

(第3節)「軸型アンジュレーションについて」では軸型アンジュレーションの形状につき、および軸型アンジュレーション発生原因の問題として断片的ではあるが、現在までその発生機構があいまいであったデイリーバンドの発生機構の1例についての実測結果と、アンジュレーションの発生原因の1つとして新たに素材の熱膨脹を予想し、その実測結果について述べた。

(第4節)「アンジュレーションとピッチ誤差との関係」はアンジュレーションの形状に関する事項として本章に加え、ピッチ誤差測定におけるアンジュレーションの影響についての検討結果を述べたものである。

(第5節)「結論」は第1章に関する結論をまとめたものである。

1) 文献[16]、198、

2) 本論文(2.1.3)参照。

〔1.1〕 アンジュレーションの分類

一般にアンジュレーションは種々の原因により発生し、そのうちいくつかの原因が混合してあらわれる場合もあるため、その形状も複雑な場合が多い。ここでは発生原因および形状の典型的な場合につきアンジュレーションを分類してみる。

(1.1.1) 発生原因による分類

大形ハスバ歯車に発生するアンジュレーションの発生原因については 従来

- (i) ホブ盤の親ウォーム1回転毎の周期誤差 ----- (これによるものは *Worm Cyclic Undulation* と呼ばれている。)
- (ii) ホブサドル送りネジ1回転毎の周期誤差 ----- (これによるものは *Feed Screw Cyclic Undulation* と呼ばれている。)
- (iii) 昼夜の気温変動のため生ずるホブ盤コラムの熱変形による周期的倒れ ----- (これによるものは *Daily Band* と呼ばれる。)

がとりあげられてきた。それは、これらのアンジュレーションがほぼ正弦波状であり、また肉眼で観察できるほどに顕著にあらわれることが多く、検出しやすかったためである。

現在では歯車の精度も著しく向上し、高精度の測定がこなされるようになったため、上記以外の原因によるアンジュレーションも検出され問題になってきた。表1.1はそれらをまとめてアンジュレーションを主な発生原因別に分類したものである。

- (1) ~ (4) はホブ盤自身のもつ位置決め誤差に起因するものであり
- (1) の親ウォーム1回転毎の周期誤差によるもの (*Worm Cyclic*

発 生 原 因		波形の特長	両歯面の関係	名称, 備考
ホブ盤の精度	(1) テーブルの割出し誤差 (親ウォーム1回転毎の周期誤差)	円 周 型 (歯車円筒面母線) 上で同位相	長波長のものは ほぼ C 型	Worm Cyclic Undulation
	(2) テーブルの割出し誤差 (上記以外のもの)			
	(3) ホブサドル送りネジの送り誤差 (送りネジ1回転毎の周期誤差)	軸 型 (いずれの歯スジ) 上でも同位相		Feed Screw Cyclic Undulation
	(4) ホブサドル送りネジの送り誤差 (上記以外)			
熱	(5) コラムとテーブル軸との倒れ変動 (昼夜の温度差によるもの)	軸 型	C または R 型	Daily Band
	(6) コラムとテーブル軸との倒れ変動 (非周期的)			
変形	(7) 素材とテーブルの熱変形	(いずれの歯スジ) 上でも同位相	主に C 型	
	(8) ホブアーバーの熱膨脹			
	(9) 送りネジの熱膨脹			
	(10) 親ウォーム軸の熱膨脹			
その他	(11) シェービング仕上げのむら	同上の場合もある	主に R 型	
	(12) 電気・油圧系統の事故等			

表 1.1 アンジュレーションの分類

Undulation, 以後 W. (しと略称する。) があることがわかっていていたにもかゝらず現在でも旧式のホブ盤で切削した大歯車やシェービング仕上げ前の小歯車等にはよく検出される。(2)の親歯車の累積ピッチ誤差によるものもあるはずであるが、このため生ずるアンジュレーションは非常になだらかな曲線になるため現在の測定器によっては検出できないものと思われる。(3)の Feed Screw Cyclic Undulation はホブ切りのまゝの歯車には現在でも検出されることもあるがシェービング仕上げ後のものにはほとんど検出されない。(4)は(7)以下のアンジュレーションと区別しがたく、まだ確認していない。

(5)～(10)はホブ盤および歯車素材の熱変形に起因するものである。(5)の Daily Band は良く知られており、この防止のため現在ではすべての精密大形ホブ盤は恒温室内に設置されているがそれでもなお微量ではあるが検出されることがある。(6)～(10)は同時に考へるべき原因である。(6)はホブ軸駆動用のカサ歯車、ウォームギヤ等の伝動機構が発熱源になり、ホブ盤のコラムが歯切り中に熱変形をおこし傾斜していく場合に考へられる。(ホブ盤の構造によってはこれらの発熱源がコラムの片側にとりつけられているものがありコラム両側の温度差変動がおこる場合等) (7)は切削熱の発生によりホブ切り中の素材とテーブルの温度分布が変化し素材の熱変形中に工作することになり、常温に冷却された後歯スジにアンジュレーションが生ずることを意味する。(8),(9),(10)についてはまだ充分な測定をおこなっていないが今後調査すべき問題としてとりあげた。

(11)は過度にシェービングをおこなった場合に生ずるシェービングむらである。(12)は電源、給油装置の事故等によりホブ盤が不

意に停止した場合等に歯面の一部に生ずる凹凸である。その他電源電圧の変動も歯面にアンジュレーションを生ずるとの報告もある。

以上のアンジュレーションのうち従来からとりあげられてきた

(1), (3) (5) 以外のものは比較的なだらかな形状であり測定解析も困難であったためほとんどとりあげられず、工場においては歯当たりをもとにしてホブ盤の換え歯車であるいはシェービング仕上げにより経験的に修正してきたものであろう。

(1.1.2.) 形状による分類

アンジュレーションの測定データからその発生原因を判定するため、あるいはアンジュレーションが歯車の性能に及ぼす影響を考えるために、以上で分類した各種のアンジュレーションの形状の特徴を知る必要がある。主要なものの詳細は後に検討することにし、こゝでは概略を述べる。

1.1.2.1. 円周型アンジュレーションと軸型アンジュレーション

アンジュレーションは歯車素材と歯切り工具との予定位置からの相対位置の誤差変動により生ずるが、大別して

- (i) この相対位置の誤差変動が歯車円周方向の位置のみの関数である場合。 ---- (表 1.1. の (1) および (2) がこれに属する。)
- (ii) 相対位置の誤差変動が歯車軸方向の位置のみの関数である場合。 ---- (表 1.1. の (3) ~ (11) は全部これに属する。)
- (iii) (i), (ii) 以外の場合 ---- (表 1.1. (12))

とが考えられ (i) によるアンジュレーションを円周型 (ii) によるものを軸型とよぶことにする。

図 1.1. にホブ盤各要素の運動関係を簡略化して示した。(どのような歯車系をもつホブ盤も等価的にこのようにあらわされる。)

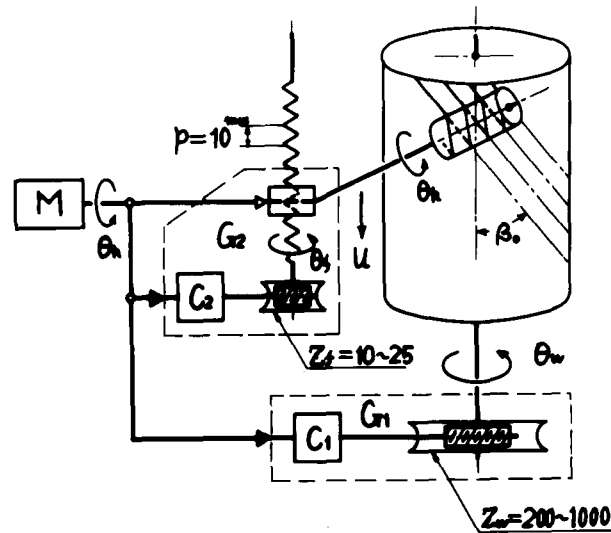


図 1.1.

M : モータ, G_1, G_2 : 等価変速比 (テーブル, 送りネジ系の)
 C_1, C_2 : 等価変速比 (テーブル, 送りネジ系の最終段のウォームギヤを含まない), θ_h, n : ホブの回転角, 条数, θ_w, Z_w : ホブ盤親歯車の回転角, 歯数 (1 条の場合), θ_f, Z_f : 送りネジウォームホイールの回転角, 歯数, p : 送りネジのピッチ^(mm),
 f_T : テーブル 1 回転中, 歯車軸方向へのホブの送り長さ^(mm),
 u : 歯車軸方向へのホブの送り長さ^(mm)
 m, Z, β_0 : 歯車のモジュール, 歯数, ピッチ円筒ネジレ角.

とすれば θ_h に対して θ_w, u を

$$\theta_w = G_1 \cdot \theta_h \left(= \frac{C_1}{Z_w} \cdot \theta_h \right) \quad \text{--- (i)}$$

$$u = G_2 \cdot \theta_h \left(= \frac{C_2}{Z_f} \cdot p \cdot \theta_h \right) \quad \text{--- (ii)}$$

こゝで

$$G_1 = \frac{C_1}{Z_w} = \frac{1}{n \left(Z + \frac{f_T \sin \beta_0}{\pi m} \right)}, \quad G_2 = \frac{C_2 p}{Z_f} = \frac{f_T}{2\pi n \left(Z + \frac{f_T \sin \beta_0}{\pi m} \right)} \quad \dots (iii)$$

即ち G_1, G_2 又は C_1, C_2 が 式 (iii) を満足するように換え歯車、差動歯車を用いて各軸間で変速をおこなっている。¹⁾ 実際のホブ盤では歯車列中の回転伝達誤差のためこの G_1, G_2 が運転中に変動が考えられ、それはアンジュレーションの原因となる。

(1) 円周型アンジュレーション

G_1 の誤差 δG_1 は C_1 の誤差 δC_1 と親歯車の回転伝達誤差 δw とからなるが δC_1 は親歯車で $1/Z_w (= 1/200 \sim 1/1000)$ に減速されるため、ほとんど完全に $\delta G_1 = \delta w$ (歯車円周方向の位置のみの関数) であり、このために生ずるアンジュレーションは円周型になる。図 1.2 はこのときの δw と歯車ピッチ円筒上のアンジュレーション曲線 χ との関係を示し、 χ は δw を歯車軸方向から歯スジ上に投影した形になっている。従って歯車円筒母線上では円周型アンジュレーションの波形は常に同位相である。

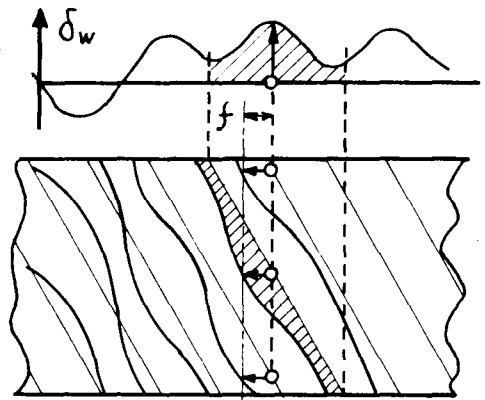


図 1.2

ある。また、普通のホブ盤(歯車軸方向にホブを送る形式)により切削される歯車では円周上の同じ回転位置にある接触線上の点は全部テーブルの同じ回転位置で切削されるため、円周型アンジュレーションの等高線は接触線と一致し、この歯車のカムアイについては静的な歯当りは正常に見えるが、²⁾ 回転伝達誤差を有する。

1) 文献 [1], 74. 参照,

2) 文献 [18], 58, [29], 45,

(2) 軸型アンジュレーション

G_2 の誤差 $\delta G_2^{(mm)}$ の要素としては 換え, 差動歯車列 C_2 の誤差 $\delta C_2^{(rad)}$, ホブサドル送りウォームギヤの回転伝達誤差 $\delta_f^{(rad)}$, および, 送りネジのピッチ誤差 $\delta p^{(mm)}$ があり, それらのために生ずる u の誤差 $\delta u^{(mm)}$ は

$$\delta u = \left(\frac{\delta C_2}{Z_f} + \delta_f \right) \cdot \frac{p}{2\pi} + \delta p$$

とあらわされる。一般に Z_f は 10~25, p は 10^{mm} 前後であり δC_2 に 1 度の誤差があったとしても そのために生ずる δu の誤差は 2.8μ となり δC_2 の影響は, δp に比べて無視できると思われる。このとき

$$\delta u \doteq \delta_f \cdot \frac{p}{2\pi} + \delta p$$

となり δ_f は送りネジの周期誤差, δp は累積ピッチ誤差で共に歯車軸方向のみの関数であるため δG_2 により生ずるアンジュレーションは軸型になる。図 1.3 はホブ送り誤差 δu のため生ずる歯車円筒面上のアンジュレーション曲線 δu との関係を示す。

軸型アンジュレーションの等高線は 接触線と交叉し¹⁾ 軸直角断面内では同位相であるため, これを有する歯車のカミアイについては軸方向の歯当りのむらを考えた

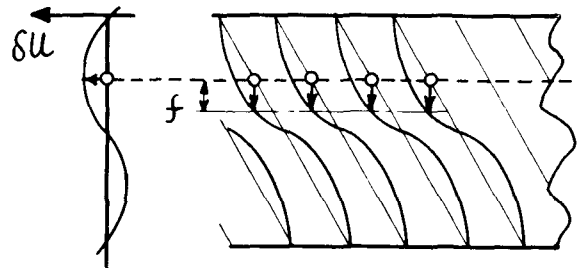


図 1.3

ければいけない。表 1.1 (5)~(11) の原因によるアンジュレーションもこの型に属する。

1) 本論文 (1.3.2) 参照。

(3) 円周型、軸型の混合したアンジュレーション

実際には、円周型と軸型とが混合してあらわれる場合もある。

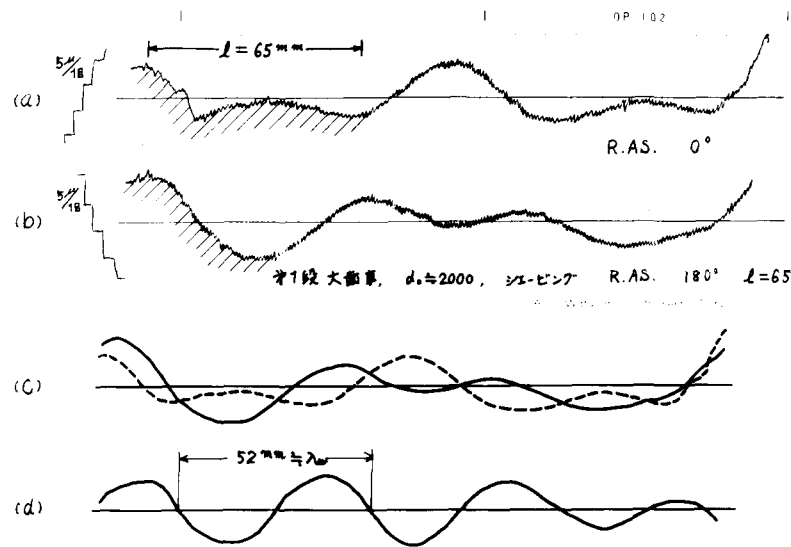


図 1.4.

図1.4.は 船用オ1段大歯車のアンジュレーションのK-Ⅲ型測定器による測定記録曲線であり、その顕著な例を示すものである。

(a) および (b) は円周方向に 180° ずれた位置の同一歯面（右ネジ側 後進面）の測定記録を示し、これを (c) のように重ね合わせて、その差をとると、(d) 曲線のように、丁度この歯車の *Worm Cyclic Undulation* と同波長 (52 mm) の正弦波状曲線が得られた。これは、2つの歯スジのアンジュレーション曲線の差をとることにより、その軸型アンジュレーション成分が差し引かれ、円周型の *Worm Cyclic Undulation* 成分の差分だけが残ったわけである。従って、*Worm Cyclic Undulation* 波形の位相差のわかる歯スジについて、この操作をおこなえば *Worm Cyclic Undulation* 成分と軸型アンジュレーション成分とを分離して求めることができる。

1.1.2.2. C型 と R型

カッターと歯車素材との相対位置の誤差変動の方向は、

(i) 素材のピッチ円筒面内にある場合、 と

(ii) 素材の半径方向の場合

とがあり、(i) の場合は素材半径方向への切込み量は変わらないため、歯ミゾ両側の歯面は 図 1.5. (a) のように平行してうねり、

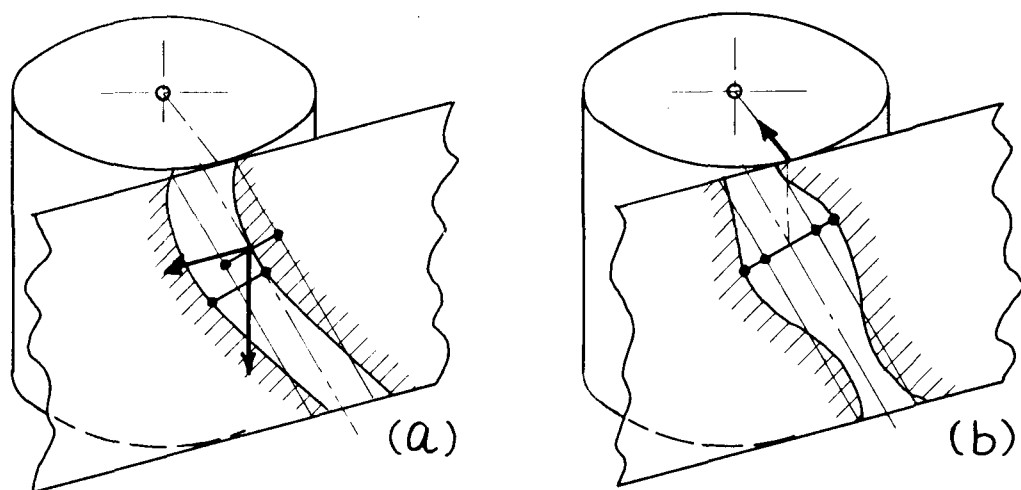


図 1.5.

(ii) の場合には同図 (b) のように歯ミゾ両側の歯面は歯ミゾの中心面を対称面として対称形にうねる。(i) を C 型アンジュレーション、(ii) を R 型アンジュレーション として、表 1.1. の両歯面の関係の欄に記入した。これらの分類はアンジュレーションの測定解析の際に便利である。¹⁾

1) 本論文 2233, 2242 等。

(1.1.3) アンジュレーション発生現状

図 1.6 は、昭和 33 ～ 36 年の間に国内各社および外国製の船用タービン減速歯車と K-Ⅱ型 アンジュレーション測定器¹⁾ (本論文(2.1.3)参照)を用いて測定した結果をまとめたものであり、横軸にピッチ円直径、縦軸に測定値の最大振巾をとっている。図中の記号はアンジュレーションの種類をあらわすもので、その各々についての代表的な実測記録を 図 4.1. ～ 図 4.8. に示した。

記号

W : W.C.U が確認されたもの。(図 4.1, 図 4.2.)

A : C 型で軸型のアンジュレーションで原因不明のもの。
(図 4.4.)

AD : Daily Band が確認されたもの、またはそれらしきもの。
(図 1.2.3. すべて C 型)

As : C 型、軸型アンジュレーションで一様な傾斜のもの。
(図 4.5, 4.6 本論文(表 2.2)によると、実際の振巾はこの測定値よりもかなり大きいことになる。)

R : 軸型アンジュレーションで、C 型でないもの。(図 4.7, 4.8
過度にシェービング修正をおこなった小歯車)

この実測結果によれば、現状では、

- (1) C 型の軸型アンジュレーションが圧倒的に多い。
- (2) 純粹の R 型アンジュレーションは検出されず、両歯面の関係が不規則なものが小歯車に少数見出された。
- (3) 旧式のオフ盤を用いて歯切りした大歯車にかなりの振巾の W.C.U が検出された。

1). 文献 [18], [19]

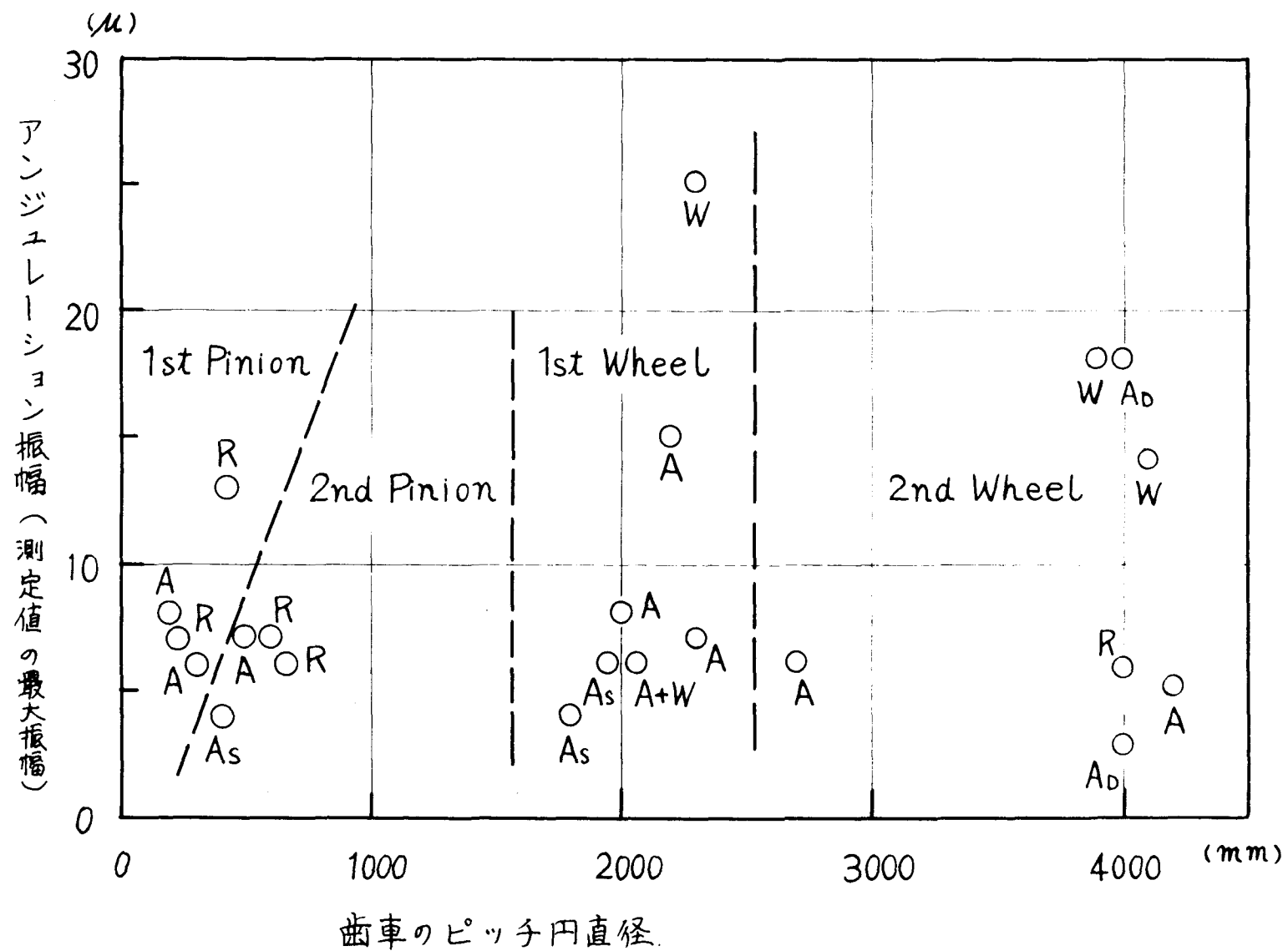


図 1.6.

(1.2) W.C.Uについて

円周型アンジュレーションの典型としてのW.C.U (Worm Cyclic Undulation) の形状に関して詳細な考察をあこなう。

(1.2.1) W.C.Uの形状

W.C.Uについては その歯スジ方向の波長 λ_w と振幅 ε_w (歯面垂直方向全振幅) が

$$\lambda_w = \frac{d_o \cdot \pi}{Z_w \sin \beta_o} \quad , \quad \varepsilon_w = \frac{d_o}{d_w} \cdot \cos \alpha_n \cdot \cos \beta_o \cdot \varepsilon_{wo} \quad \text{---- (1.2.1)}$$

$$\text{---- (1.2.2)}$$

ただし

d_o : 歯車のピッチ円直径 d_w : ホブ盤親歯車ピッチ円直径
 α_n : " 歯直角圧力角 ε_{wo} : 同上ピッチ円上W.C.U全振幅
 β_o : " ピッチ円筒ネジ角 Z_w : ホブ盤親歯車歯数

なる式であらわされることが知られており¹⁾ W.C.Uの検出に、あるいはホブ盤のW.C.Eの検出に用いられてきた。図1.7はW.C.UをK-II型アンジュレーション測定器²⁾で測定した1例であり、その波長 λ_w は 式(1.2.1)による計算値とよく一致する。しかし歯車に

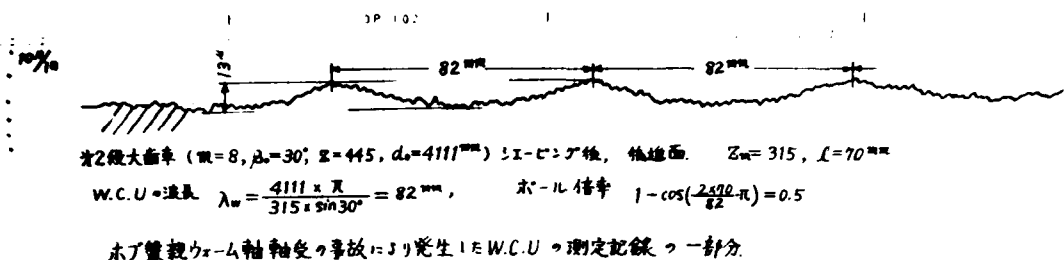


図 1.7.

1.) 文献[9].

2.) 本論文(2.1.3)参照.

実際にあらわれるW.C.Uの振巾は(1.2.2)式の値より小さくなる
ことがみとめられこれはホブの直線切刃の干渉によるものである
とされていた。¹⁾ この関係を明確にするため模型歯車にW.C.Uを
つけた試削をおこない作図による予想値と比較、さらに解析的に
 ϵ_w の大きさを求めてみた。

(i) 作図によるW.C.Uの形状と実測値

W.C.Uはホブ盤の親歯車の1歯毎
のカミアイ伝達誤差(W.C.E)のため
ホブの創成ラック面とかみあう
被削歯車の接触線が回転位
置により出っ張り引っ込みをして削
られて生ずる形状誤差であるため
W.C.Uと歯形誤差とは縦横の座標を
伸縮しただけの関係になっている。
図1.8.はその間の関係を示す。こ
では取扱の簡単な軸直角断面歯形誤
差につき考え、その結果をW.C.Uに
転用する。

W.C.Uが問題になる大形歯車は歯数
が非常に多く(200~1000枚位)そ
の歯形曲線はピッチ円を通る半径
 R_s の円弧と考えられる。

$$R_s = \frac{d_o \cdot \sin d_p}{2} \quad \text{----- (1.2.3)}$$

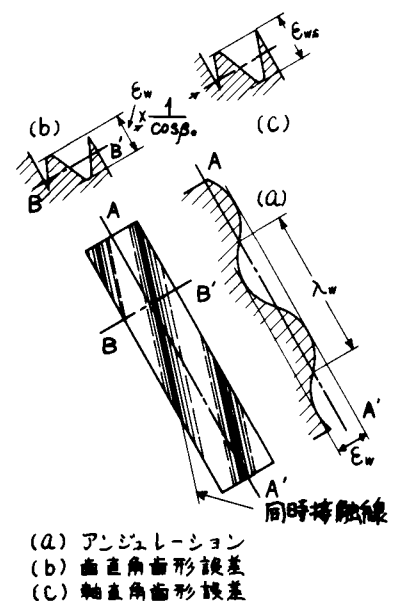


図 1.8.

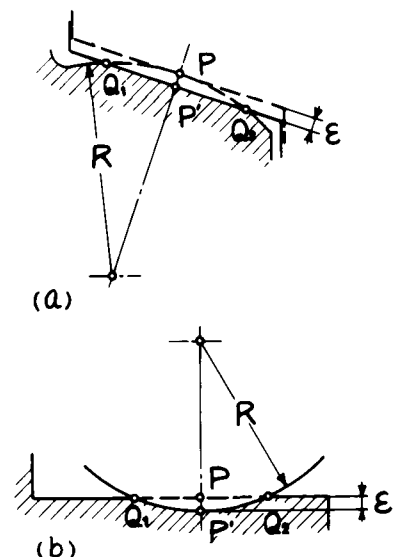


図 1.9.

1) 文献[5] S.A.Couling による概略の解析, 文献[16] 210. 和泉博士による実験等がある。

図 1.9. (a) は W.C.E のための、クーがその歯形に切り込んだところを示す。簡便にするため、これを一般の歯形試験器の記録のように横軸を作用線上の位置、にこり正しいインボリュート歯形が水平直線になるように置きかえてみると、図 (b) になる。切込みの頂点を通る X, Y 座標でこの切込み曲線をあらわせば

$$Y = \left(\frac{Y}{X^2}\right) \cdot \frac{1}{2R'_S} \cdot X^2 \quad \text{---- (1.2.4)}$$

ただし

R'_S : 歯形曲線上の長さを 作用線上長さに換算したときの切込みの曲率半径

$$R'_S = \frac{R_S}{\tan^2 \alpha_s} = \frac{d_s \cdot \sin \alpha_s}{2 \tan^2 \alpha_s} \quad \text{---- (1.2.5)}$$

X, Y: 横軸 縦軸の記録倍率

となる。次に記録曲線をあらわす直線上に W.C.E¹⁾ のため生ずる垂面とカッターとの相対位置の誤差曲線を描き、その上に頂点をあく多数の拋物線 (1.2.4) 式を画けばその包絡線は実際の歯形曲線になる。²⁾ 図 1.10 は 表 1.2 の歯車、ホブ盤、切削条件について作図したものである。

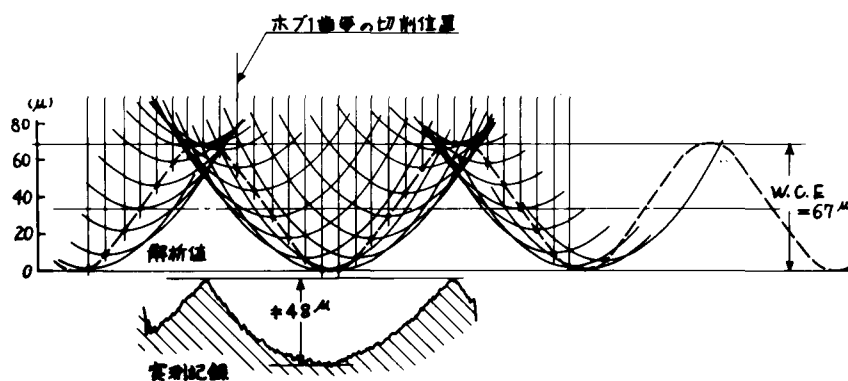


図 1.10

1) ウォーム1回転毎の周期誤差 (Worm Cycle Error). 2) 文部省の2) 3) 項に用いられている方法

試験用ハスバ平歯車要目

歯数 $Z=100$,
 モジュール $m=4$
 歯直角圧力角 $\alpha_n=20^\circ$
 ピッチ円筒ヒネジレ角 $\beta_o=20^\circ$ (右)
 基準ピッチ円直径 $d_o=425.672^{mm}$
 転位係数 $x=0$
 歯巾 $b=137^{mm}$
 材質 アルミニウム鋳物
 (写真 (a) 参照)

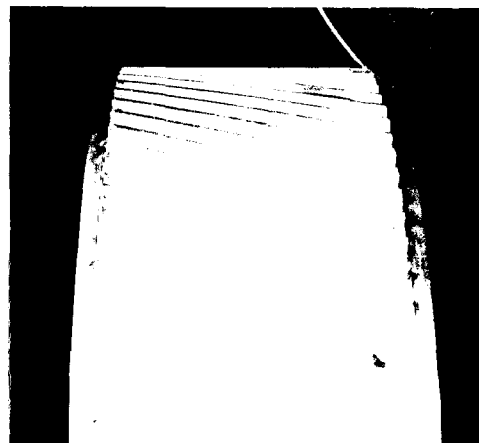


写真 (a), 歯面に W.C.U. の稜線がみられる。

歯切り要目

使用ホブ盤 檻藤 K-I 型

親歯車歯数 $Z_w=72$, W.C.E $2e_{ws}=67^\mu$ (作用
 線上の全振巾), 親ウォーム軸換歯車 $Z=96$, $P=12$ に
 偏心歯車 (偏心量 $e_e=1.1^{mm}$) を用いた。(写真 (b) 参照)

使用ホブ

$m=4$, $\alpha_c=20^\circ$, $\gamma=3^\circ 4'$
 1 條, フルート数 11.

切削条件

ホブ回転数 86 r.p.m

送り ($\text{mm}/\text{テ-ブル 1 回転}$)

0.16^{mm} (荒), 0.02^{mm} (仕上)

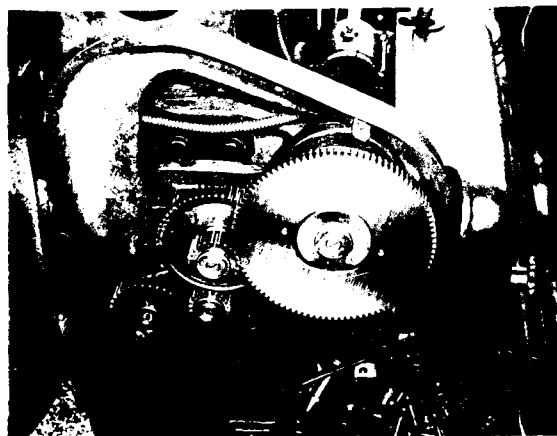


写真 (b). 最大の歯車が親ウォーム軸にとりつけられた偏心歯車

測定 Maag 社 PH-100 型

歯車検査機

表. 1. 2.

以上で求めた軸直角断面歯形誤差曲線の $\cos 3\gamma$ 倍に縮小すれば軸直角断面歯形誤差曲線が求まり さらにその波長が λ_w になるように引伸ばせばW.C.U波形が求まる。

図1.11は 表1.2 のデータに従って切削した歯車の1つの歯スジ上で 軸方向10 mm 間隔にとった軸直角断面歯形誤差曲線であり、図1.12は歯丈方向等間隔にとったW.C.Uの測定記録である。

(これらはMaag社PH-700 歯形測定器で測定)

この試削歯車のW.C.Uの実測値と 図1.10 の作図による予想値とは良く一致している。

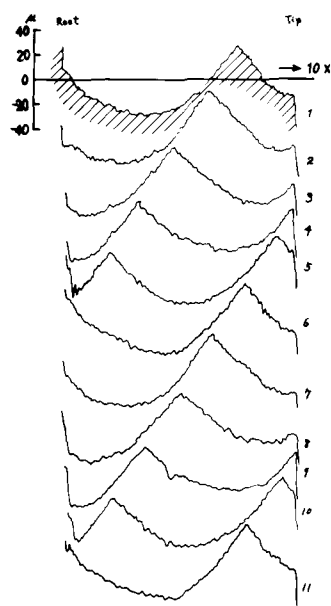


図. 1. 11.

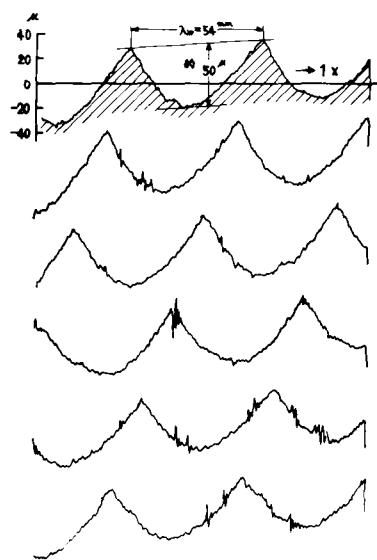
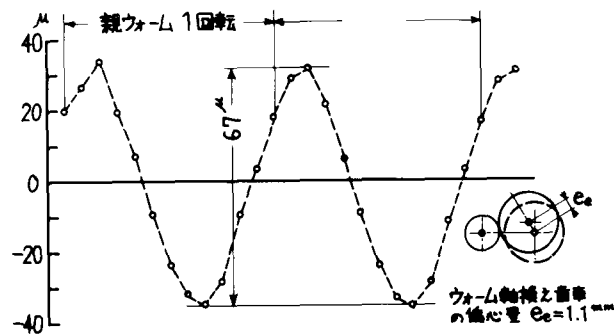


図. 1. 12.

なおこの実験に於てW.C.Eをつくるためにホブ盤の親ウォーム軸の駆動歯車として偏心させた歯車を用いた。図1.13はこのようにしてつくったW.C.Eのホブ盤テーブル上での量をテオドライト¹⁾を用いて実測した結果を示す。

1) Wild社製。



Worm Cyclic Error. (作用線上の値)

図 1.13.

このように正弦波に近い形の場合は相対位置誤差曲線 (図 1.10 の正弦波状の鎖線) の半振幅 e_{ws} , 波長 λ_s は (軸直角断面, 作用線上の値)

$$e_{ws} = \frac{d_o \cdot \cos \alpha_s}{2} \cdot \delta_w \quad \text{--- (1.2.6)}$$

$$\lambda_s = \frac{\pi d_o \cos \alpha_s}{Z_w} \quad \text{--- (1.2.7)}$$

ただし

d_o : 歯車のピッチ円径 δ_w : ホブ盤の W.C.E (radian) (半振幅)
 α_s : 正面圧力角 Z_w : 親歯車歯数

となり、図上では e_{ws} を γ 倍, λ_s を $\times$ 倍した正弦曲線になる。

(ii) W.C.U 振巾を求める解析的方法¹⁾

前項の場合と同様に W.C.E より生ずる軸直角歯形誤差の振巾を求める。(これは W.C.U 振巾と等しい。)

1.) S.A. Coaling 等により、 Z_w とあり得る W.C.U の最大振幅との関係は求められているが、W.C.E については考慮されていない。文献 [5]。

(ホブ1歯の切り取曲線)

$$y_1 = \frac{1}{2s} (x - \nu)^2 - e_{ws} \cos \frac{2\pi}{\lambda s} \nu$$

(誤差曲線)

$$y_2 = -e_{ws} \cos \frac{2\pi}{\lambda s} x$$

图 1.14.

$$y_2 = -e_{ws} \cos \frac{2\pi}{\lambda_s} \cdot x$$

e_{ws, λ_s} : 作用線上 W.C.E の半振巾および波長

なる正弦波形であらわれるものとするればホブの1歯毎の切り取る拋物線 y_1 ((1.2.3)式で $X=Y=1$ としておく) の頂点 P は相対誤差位置曲線 y_2 上にある。頂点 P が X 座標に λ の位置にあるとき拋物線 y_1 の式は

$$y_1 = \frac{1}{2 \cdot R_s} (x - \nu)^2 - e_{ws} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda_s} \cdot \nu$$

となり図上 P, P_1, P_2 の斜線で示した部分が切りとられる。いま

$\overline{P_1' P_1} = \varepsilon$ とすれば、 $\underbrace{\text{この位置で}}_{\lambda} = \lambda_0/2$ なるため、

$$\varepsilon = e_{ws} + \frac{1}{2 \cdot R_s'} \left(\frac{\lambda_s}{2} - \nu \right)^2 - e_{ws} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda_s} \cdot \nu \quad \text{---- (1.2.8)}$$

となる。こゝで変数 λ を適当に選んで ε の最小値を求めれば、その値が切削後に残る歯形誤差または W.C.V の全振巾になる。ただし λ の変域は $0 < \lambda < (\pi/2)$ でよい。つぎに、

$$\frac{\varepsilon}{2 \cdot \ell_{\text{vis}}} = \eta \quad , \quad \frac{\nu}{\lambda_s} = t \quad \text{--- (1.2.9), (1.2.10)}$$

と置いて (1.2.8) 式を無次元化する。このとき η は主波に主する W.C.U の全振巾 ε と W.C.E の全振巾 $2 \cdot e_{ws}$ の比であり直線刃の干渉による W.C.U の振巾減少率をあらわす。

$$\eta = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\pi t) + C \cdot \left(\frac{1}{2} - t\right)^2 \quad \text{---- (i)}$$

$$\text{ただし} \quad C = \frac{\lambda_s^2}{2 \cdot R'_s \cdot e_{ws}} \quad \text{---- (ii)}$$

上式で $\partial \eta / \partial t = 0$ とすれば

$$0 = \frac{\pi}{2} \cdot \sin 2\pi t - C \left(\frac{1}{2} - t\right)$$

または

$$C = \frac{\pi \cdot \sin 2\pi t}{2 \cdot \left(\frac{1}{2} - t\right)} \quad \text{---- (iii)}$$

となる。 η は $0 \leq \eta \leq 1$ であり、この範囲内では常に $\partial^2 \eta / \partial t^2 > 0$ なるため、 η は (iii) 式を満足する t の値で極少値をとる。以上をまとめれば

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2\pi t) + C \cdot \left(\frac{1}{2} - t\right)^2 & (a) \\ C &= \frac{\pi \cdot \sin 2\pi t}{2 \cdot \left(\frac{1}{2} - t\right)} & (b) \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (1.2.11)}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{\lambda_{ws}^2}{2 R'_s e_{ws}} = \frac{\pi^2 \tan^2 \alpha_s}{\left(\frac{e_{ws}}{d_w/2}\right) \cdot Z_w^2} & (a) \\ \lambda_{ws} &= \frac{d_o \pi \cdot \cos \alpha_s}{Z_w} & (b) \\ e_{ws} &= \frac{d_o}{d_w} \cdot \cos \alpha_s \cdot e_{wo} & (c) \\ R'_s &= \frac{d_o}{2} \cdot \frac{\sin \chi_s}{\tan^2 \alpha_s} & (d) \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (1.2.12)}$$

e_w : ホブ盤親歯車のピッチ円に W.C.E の半径

d_w : " のピッチ円径

z_w : " の歯数

図 1.15 は c を媒介変数として c より η を求める図表である。

計算の手順は (1.2.12) 式から c を求め、図 1.15 により η を求める。この η の値を用いて

(1) 作用線上の W.C.U 全振巾 E_{ws} は

$$E_{ws} = \eta \cdot (2 \cdot e_{ws}) = \eta \cdot \left(\frac{d_o}{d_w} \cdot \cos \alpha_s \cdot 2e_{w0} \right)$$

(2) 歯面垂直方向の W.C.U 全振巾 E_{wn} は

$$E_{wn} = E_{ws} \cdot \cos \beta_g = \eta \cdot \left(\frac{d_o}{d_w} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha_n \cdot 2e_{w0} \right)$$

として求められる。

表 1.2. η 試削歯車についての計算例

$$z_w = 72, \quad d_w = 364 \text{ mm}, \quad e_{w0}/(d_w/2) = 1.89 \times 10^{-4} \text{ radian}$$

$$\alpha_n = 20^\circ, \quad \beta = 20^\circ, \quad d_o = 426 \text{ mm}$$

$$(\alpha_s = 21.14^\circ, \quad \tan \alpha_s = 0.387, \quad \cos \alpha_s = 0.932, \quad \sin \alpha_s = 0.361)$$

なるため

$$\lambda_{ws} = \frac{d_o \pi \cdot \cos \alpha_s}{z_w} = \frac{426 \times \pi \times 0.932}{72} = 17.3 \text{ mm}$$

$$e_{ws} = \frac{d_o}{d_w} \cdot \cos \alpha_s \cdot e_{w0} = 426 \times \frac{1.89 \times 10^{-4}}{2} \times 0.932 = 3.75 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

$$= \frac{d_o}{2} \cdot \frac{\sin \alpha_s}{\tan^2 \alpha_s} = \frac{426 \times 0.361}{2 \times 0.387^2} = 513 \text{ mm}$$

$$\therefore c = \frac{\lambda_{ws}^2}{4 R'_s e_{ws}} = \frac{17.3^2}{4 \times 513 \times 3.75 \times 10^{-2}} = 3.89$$

$$\text{図 1.15 より } \eta = 0.683$$

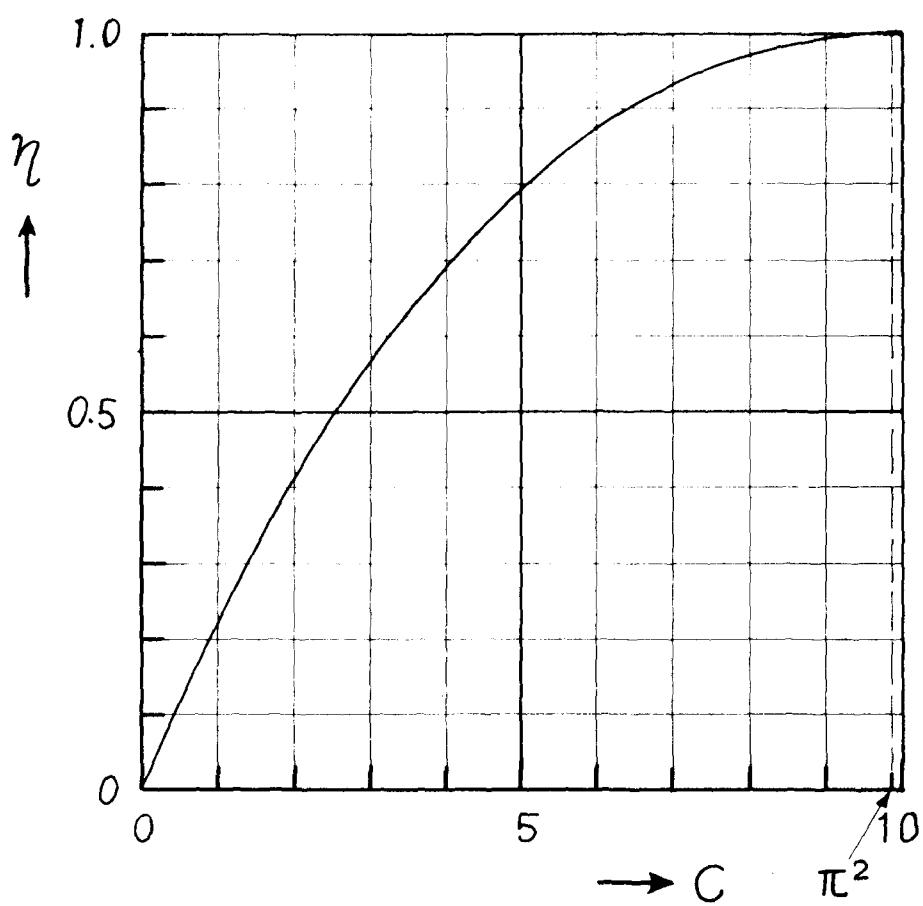


图 1. 15.

$$\varepsilon_{ws} = \eta \cdot (2 \cdot e_{ws}) = 0.683 \times 2 \times 3.75 \times 10^{-2} = 5.12 \times 10^{-2}$$

この値は 図 1.12 の ε_{ws} の実測値 約 50% と一致する。

(1.2.2) W.C.U と ホブ盤親歯車の歯数

W.C.U が歯車の性能に及ぼす影響を改善するため、ホブ盤親歯車の歯数を増やすことがおこなわれている。その理由は当初は

- (i) W.C.U のため生ずる騒音の周波数 $f_w = Z_w \times N / 60$ % (N : 大歯車の回転数) を Z_w を大きくすることにより高域にずらして体感騒音を小さくするため¹⁾ でありその他
- (ii) W.C.U の歯スジ上の波長 λ_w をシェービングカッタの中に対して短かくして、シェービング仕上げで除去されやすくするため (B.S1807, 1952 では λ_w を 1 インチ以下にするように規定)

におこなわれてきたが前項の直線切刃の干渉による W.C.U 振巾の減少も Z_w の増大とともに非常に顕著になってくる。

図 1.16 (a) は 5^m 大形ホブ盤 (親歯車ピッチ円径 4000^{mm} 中) により $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $d_o = 4000^{\text{mm}}$ の歯車を切削する場合につき前項の式を用いて計算した結果を示し、グラフの横軸はホブ盤の W.C.E 全振巾 (親歯車ピッチ円上) を、縦軸は歯車に生ずる W.C.U の全振巾 (作用線上)、各曲線は $Z_w = 200 \sim 1200$ についての関係をあらわす。図 (b) は 3^m ホブ盤 (親歯車ピッチ円径 2400^{mm} 中) により、 $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $d_o = 2400^{\text{mm}}$ 中の歯車を切削する場合である。これらの図より (図 (a) についてみれば)

- (1) W.C.E が数 μ みこまれるホブ盤について云えば Z_w が大きい程 あらわれる W.C.U は小さくなるが Z_w を増すことの効果は次第に減ってくる。

- (2) 図 (a) または (b) の適用範囲が X-X' 線の下側に来到的場合には、W.C.U 波形が尖頭形になり シェービングによりまたは

1) 文献 [5] 参照

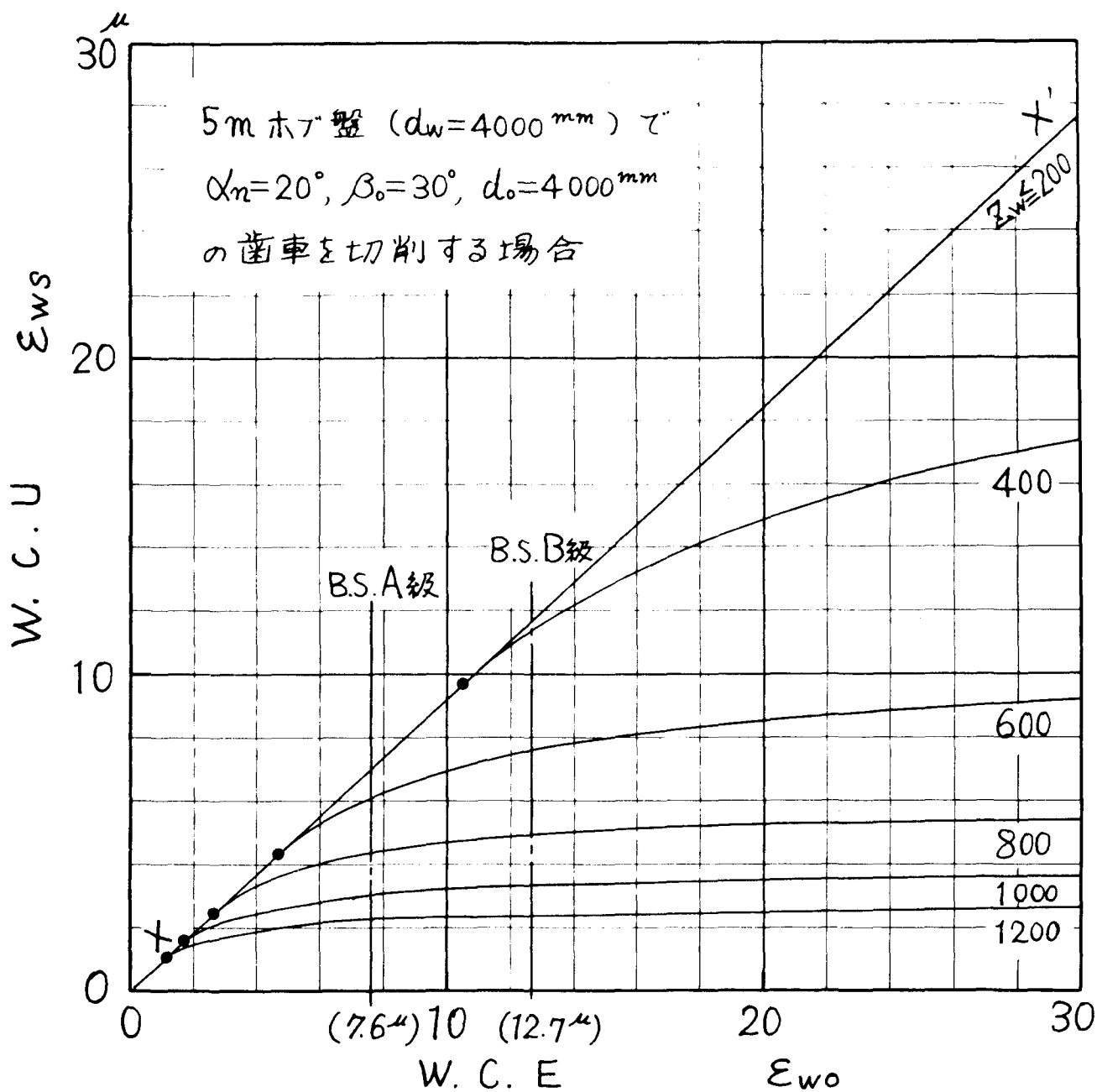


図 1.16. (a)

ならし運転により、W.C.U. が除去されやすいと考えられる。¹⁾

- 1). 尖頭形の場合には、その部分の接触圧力が著しく大きく、またカミアイ伝導誤差による加速度も大きくなるため。

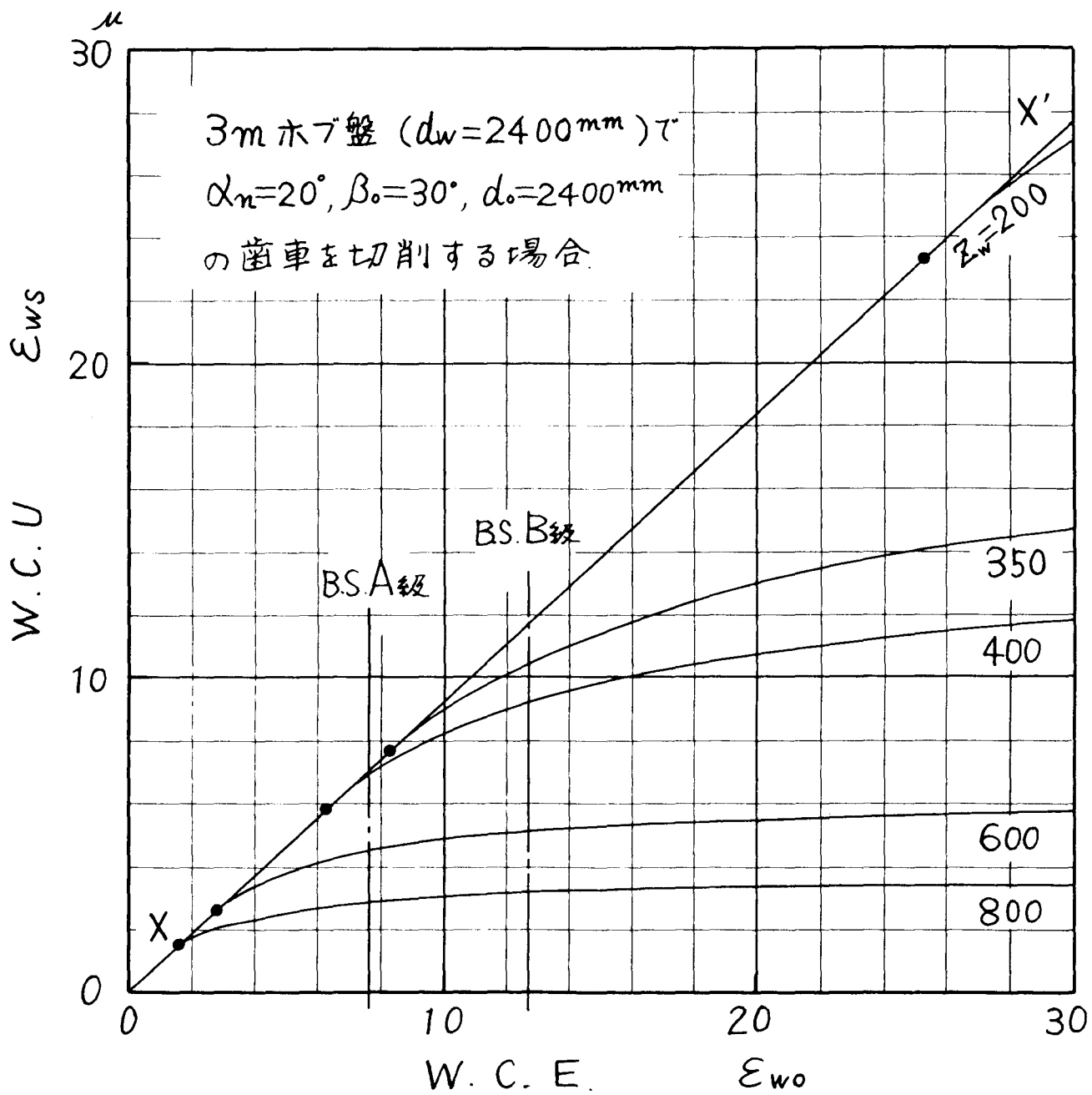


図 1.16.(b).

(1.3) 軸型アンジュレーション

(1.3.1) 軸型アンジュレーションの振幅

軸型アンジュレーションはW.C.J.の場合のようなホブ直線切削による干渉はなくホブの位置誤差がそのままあらわれると考えられる。図1.17はホブの位置誤差 ε_i の方向とそのため発生するアンジュレーションの大きさ ε_a との関係を示したものであり、

(a) は送りねじの送り誤差、素材およびテーブルの軸方向への膨脹等により歯車軸方向に ε_1 の誤差のある場合、

$$\varepsilon_a = \varepsilon_1 \cdot \sin \beta \quad \text{----- (1.3.1)}$$

(b) はコラムの傾斜又は親ウォームの熱膨脹等のため歯車円周の接線方向に ε_2 の誤差のある場合、

$$\varepsilon_a = \varepsilon_2 \cdot \cos \beta \quad \text{----- (1.3.2)}$$

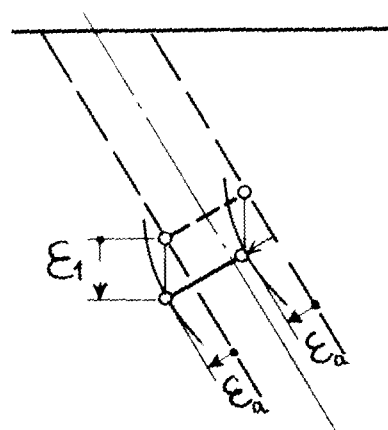
(c) はコラムの傾斜、歯車の円周方向への熱膨脹等のため歯車半径方向に ε_3 の誤差のある場合、

$$\varepsilon_a = \varepsilon_3 \cdot \tan \alpha_n \quad \text{----- (1.3.3)}$$

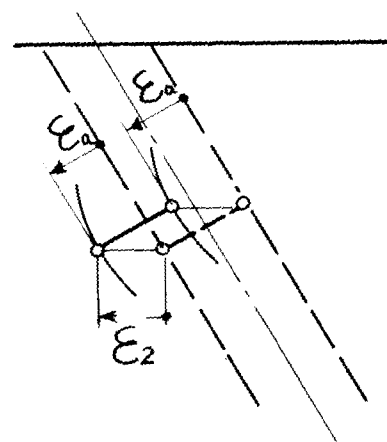
(d) はホブ軸のスラスト軸受面からの熱膨脹等によりホブ軸方向に ε_4 の誤差のある場合、

$$\varepsilon_a = \varepsilon_4 \quad \text{----- (1.3.4)}$$

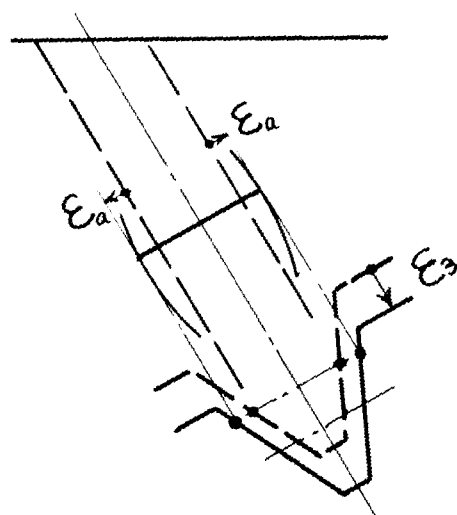
となる。ただし ε はピッチ円筒上歯面直角方向のアンジュレーションの値であり、これを歯面垂直方向の値 ε_n に変換するには



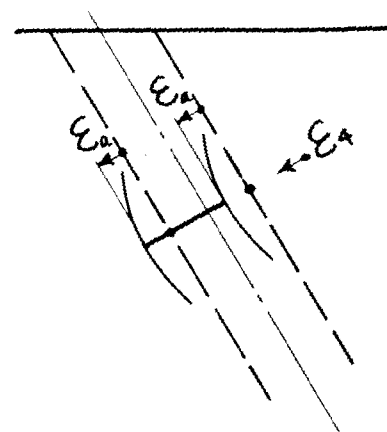
(a)



(b)



(c)



(d)

$$\varepsilon_n = \varepsilon_a \cos \alpha_n$$

---(1.3.5)

を用いなければならない。

(1.3.2) 軸型アンジュレーションと歯形誤差

軸型アンジュレーションのある歯面はホブ1回転毎の切削痕を等高線とする曲面になる。

(1) 歯丈方向の位置による位相差

図1.18 はハスバ歯車の作用平面を示したもので $\overline{BB'}$ はホブの創成切削面を示す。(BB' 平面は XX' 平面に垂直)。1つの歯面は最初その接触線が

A, A' の位置にあり P が切

削され次にホブの回転とともに

に接触線は A, A'

A_1, A'_1 に移動し切削点も P

P_1 に来る。軸型アンジュレ

ーションはホブの歯車端面か

らの位置のみによりきまるた

め、この BB' 線で切られる1

つの歯面上の断面が同位相の

誤差になっている。ピッチ点

P から作用線上 x の

距りにある点 P_x の軸方向に

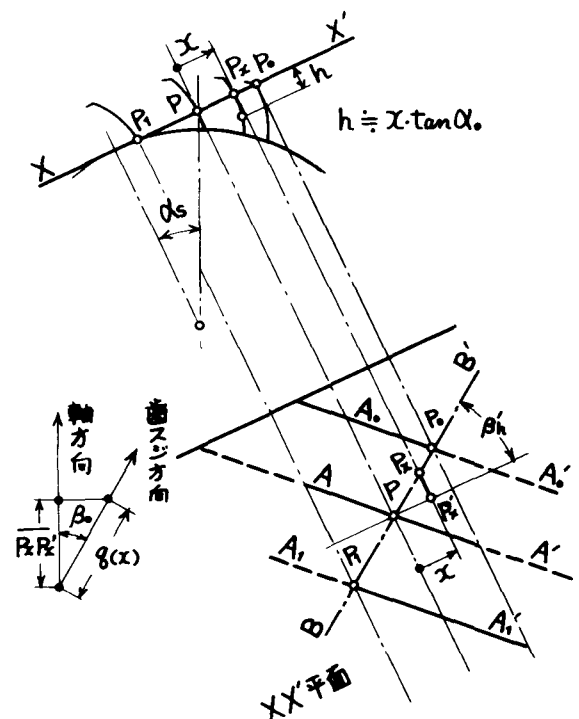


図. 1.18.

測ったアンジュレーション波形の位相の遅れの距り $\overline{P_x P_x'}$ は

$$\overline{P_x P_x'} = x \cdot \tan \beta_h'$$

であり、これを歯スジ方向の長さ $g(x)$ であらわせは

$$g(x) = \frac{\tan \beta_h'}{\cos \beta_0} \cdot x$$

β_h' : 作用平面内でホブの創成切削線と正面作用線とのなす角

となる 一般に歯数の多い歯車については

$$\tan \beta_h' \doteq \cos \alpha_s \cdot \tan \beta_0 \quad (ii)$$

$$\therefore \tan \beta_h' = \cos \alpha_s \cdot \tan \beta_h \quad (iii)$$

β_h : ピッチ円筒接平面に β_h' を投影した角

であり さらに

$$\beta_h = \beta_0 \pm \gamma + \delta \quad (iv)$$

γ : ホブのリード角 δ : ホブ軸と創成切削線とのなす角

であらわれされ 歯数の多い歯車の場合は $\gamma, \delta \ll \beta_0$ なる

ため 式 (iv) は $\beta_h \doteq \beta_0$ 従って 式 (iii) は 式 (ii) のように近似できる。

である。次に x を正面歯形上の高さ h_s であらわせは

$$x = h_s / \sin \alpha_s \quad (v)$$

となり これを 式 (i) へ代入すれば 歯面上におけるピッチ臭が $h_s^{(mm)}$ 歯末 (正面歯形上) での軸型アンジュレーション波形の位相の遅れ $g(h_s)^{(mm)}$ は

$$g(h_s) \doteq \frac{h_s}{\sin \alpha_s} \cdot \frac{\cos \alpha_s \cdot \tan \beta_0}{\cos \beta_0} = \frac{\tan \beta_0}{\tan \alpha_s} \cdot h_s \quad \dots (1.3.6)$$

となる。また歯面上、歯直角歯形方向と軸型アンジュレーションの等高線とのなす角 θ は 図 1.19 より

$$\tan \theta = \frac{h_n \tan \psi + g(h_s)}{h_n} \quad (VI)$$

$$h_n = h_s \cos \psi \quad (VII)$$

$$\tan \psi = \sin \alpha_n \tan \beta_0 \quad (VIII)$$

h_n : 歯直角歯形上における h_s の値

ψ : 軸直角断面と歯直角断面とが歯面上でなす角 (ピッチ角付近)

従って 式 (VI), (VII), (VIII) より $\tan \psi \ll 1$ を考慮して

$$\tan \theta = \tan \psi + \frac{\tan \beta_0}{\tan \alpha_n} \cdot \frac{1}{\cos \psi} \doteq (\sin \alpha_n + \frac{1}{\tan \alpha_n}) \cdot \tan \beta_0 \quad \dots (1.3.7)$$

となる。この値は

$$\beta_0 = 30^\circ, \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \text{のとき} \quad \theta = 60^\circ 50'$$

$$\alpha_n = 14.5^\circ \quad \text{のとき} \quad \theta = 67^\circ 10'$$

になる。図 1.20 は各歯面、ネジレ方向と等高線、向きとの関係を示した。

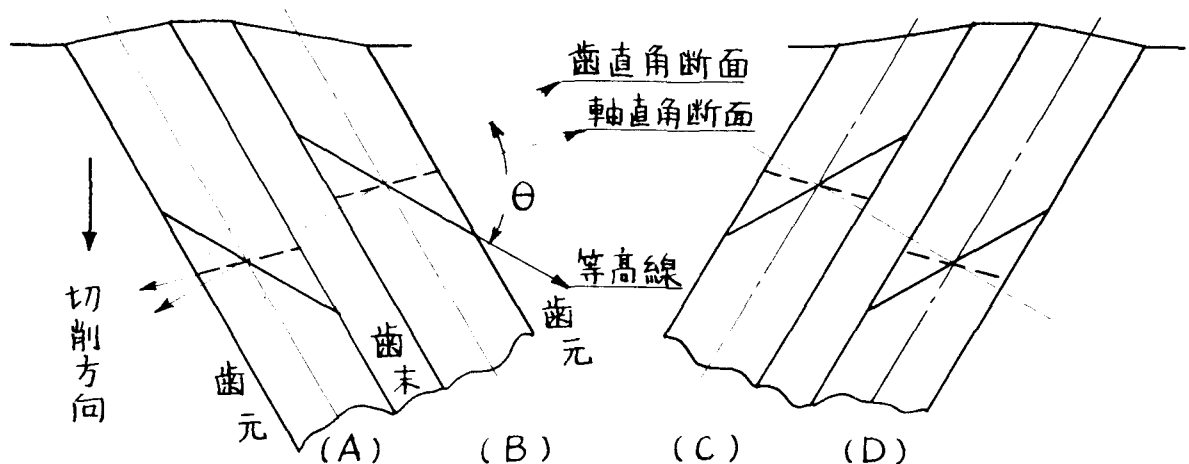


図 1.20.

(2) 歯形誤差

前項のように軸型アンジュレーションは、歯タケ方向の位置による波形の位相差のため歯形誤差となつてあらわれる。

歯末および歯元のタケが h_k および h_f の歯形については、歯面上にピッチ円を通る軸直角断面からの歯末および歯元の位相差は

$$g\left(\frac{h_k}{\cos\alpha_s}\right) = \frac{\tan\beta_0}{\tan\alpha_n} \cdot \frac{h_k}{\cos\alpha_s}, \quad g\left(\frac{h_f}{\cos\alpha_s}\right) = \frac{\tan\beta_0}{\tan\alpha_n} \cdot \frac{h_f}{\cos\alpha_s}$$

であるため

(i) 正面歯形誤差は歯スジにそつて軸型アンジュレーション曲線を

$$l_{ts} = \frac{\tan\beta_0}{\tan\alpha_n} \cdot \frac{h_k + h_f}{\cos\alpha_s} \quad \dots\dots (1.3.8)$$

の幅で分割した形が歯形誤差となつてあらわれる。図1.20はこの関係を示すもので、歯末、歯元の向きは図1.21により見分ける。

全歯タケ $h_k + h_f = 2m$, $\beta_0 = 30^\circ$ の歯形については

$$\alpha_n = 20^\circ \text{ のとき} \quad l_{ts} = 3.4m$$

$$\alpha_n = 14.5^\circ \text{ のとき} \quad l_{ts} = 4.7m$$

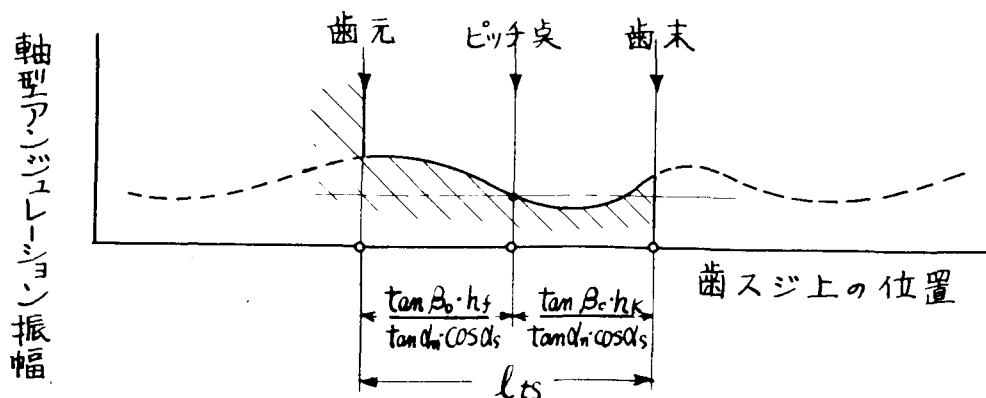


図. 1.21.

(ii) 歯直角歯形誤差は歯スジによって軸型アンジュレーション曲線を

$$l_{tn} = \frac{h_k + h_f}{\cos \alpha_n} \cdot \tan \theta \div \left(\tan \alpha_n + \frac{1}{\sin \alpha_n} \right) \cdot \tan \beta_0 \cdot (h_k + h_f) \dots (1.3.9)$$

で分割した部分がある。

全歯タケ $h_k + h_f = 2 \cdot m$, $\beta_0 = 30^\circ$ の歯形については

$$\alpha_n = 20^\circ \text{ のとき } l_{tn} = 3.8 \cdot m$$

$$\alpha_n = 14.5^\circ \text{ のとき } l_{tn} = 4.9 \cdot m$$

となる。

従って Feed screw cyclic undulation など短い波長の軸型アンジュレーションのある場合は無論 Daily Band, シェービング等比較的波長の長い軸型アンジュレーションのある場合でも、急激な波形の変化のあるものについては、歯形測定の際測定する位置により測定記録に違いがあるので事も十分に考慮しなければならない。

(1.3.3) デイリーバンド

昼夜の気温差によりホブ盤が膨張収縮を繰り返し切削中の歯車に1昼夜の切削幅分を周期とするアンジュレーション (Daily Band) が発生する。片ネジレ側の切削に4~5昼夜を要するホ2段大歯車には特に顕著にあらわれるため現在では大歯車用歯切盤は必ず恒温室内に据付けられるようになった。このような注意がはらわれている現在でもなお Daily Band の発見されることがある。

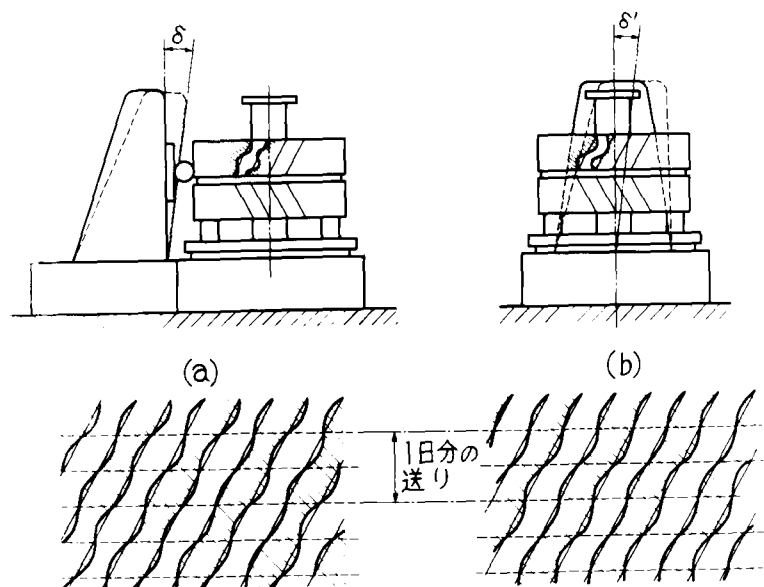
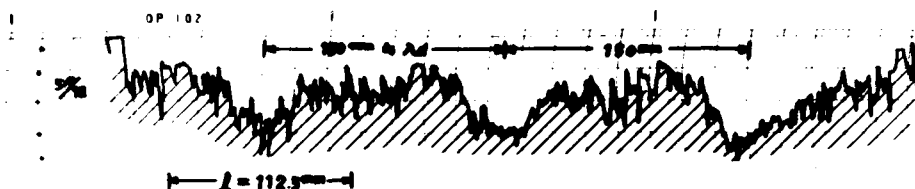


図 1.22.

Daily Bandには 図1.22に示す二つの形式が考えられる。(a)はホブ盤のコラムが歯車軸の方向に近より遠のきをする場合(b)は歯車軸に対して左右に振れる場合でありそれぞれの場合生ずるアンジュレーション波形を図の下に示した。従来とりあげられていた例は(a)の形であった。¹⁾

図1.23は K-Ⅲ型アンジュレーション測定器で検出した Daily Band の1例であり(b)形に属する。この発生原因確認のため1ヶ月後に 図1.24に示すような装置をホブ盤に取付けコラムの傾

1) 文献[11]。



7211 大森 (4-3936) 本邦産品 品質保証

Watson Instruments Corp.

図 1.23.

斜と外気温度の測定をおこなってみた。この装置はホブ盤のコラムの最上部に鋼角材の腕 A を出し、鉄パイプ($\frac{3}{4}$ ")の一端をつぶして板バネをネジ止めした振子 B を A に取付け、振子 B の下部には金属板の羽と油溜によるダンパを附加し、すぐその上部にとりつけた針の先端の動きを工具顕微鏡で読むものである。

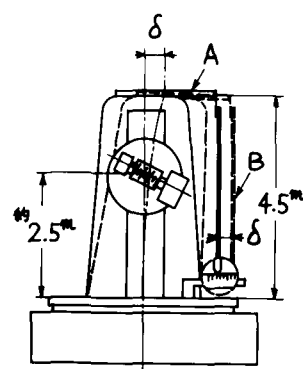


図 1.24.

無論室内温度は歯車切削時と同様に $\pm 1^\circ\text{C}$ 以内に調整を続けた。

図 1.25 は外気温とコラムの傾斜の関係を示す。この図より 1 昼夜のホブ盤コラムの傾れを斜線部分のように理想化して考えれば、歯車切削時間に合わせてアンジュレーション波形の予想ができる。

この予想波形は 図 1.26 (a) のようになり、さらに K-III 型による測定記録の予想波形は (b) のようになる。この波形は実測記録 図 1.23 とよく一致する。この外気温度変化によるコラムの傾れの原因は恒温室入気口の位置がコラムの片側の表面に近く、コラムの

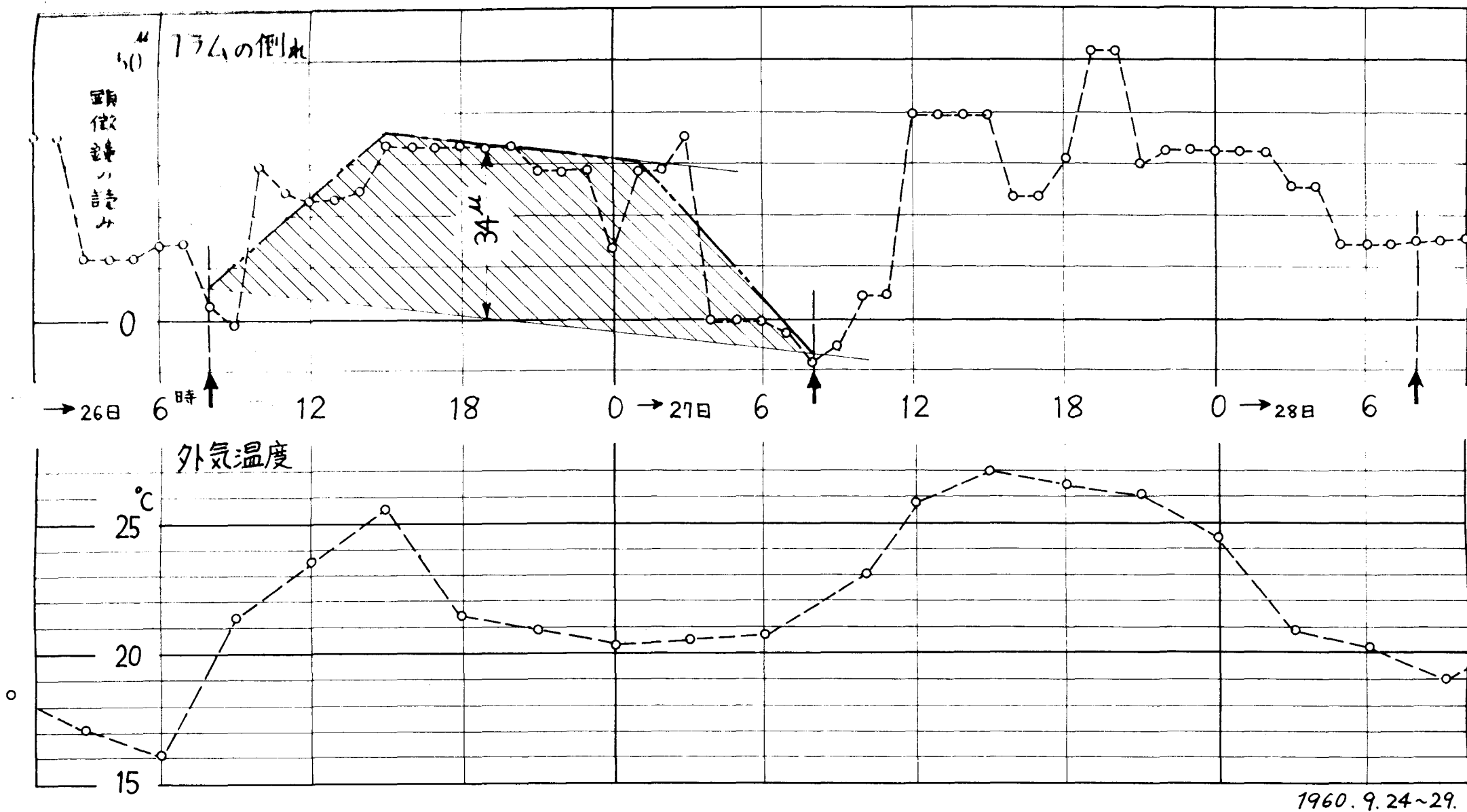
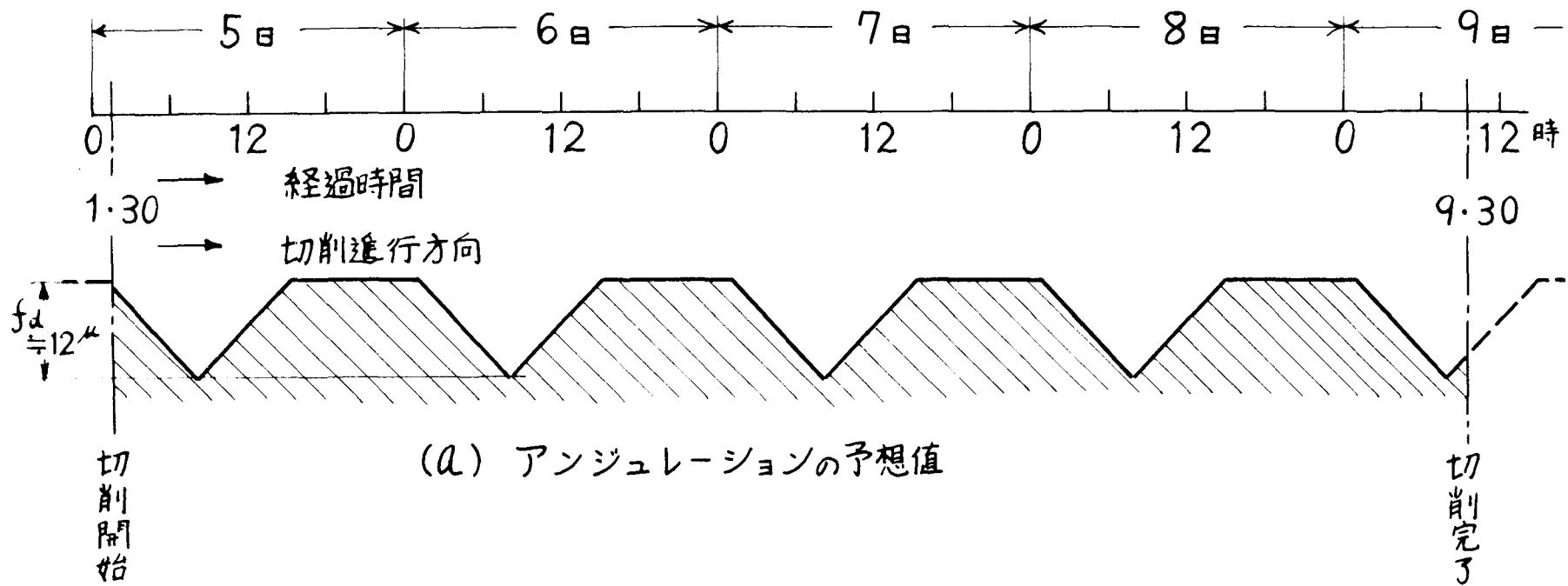
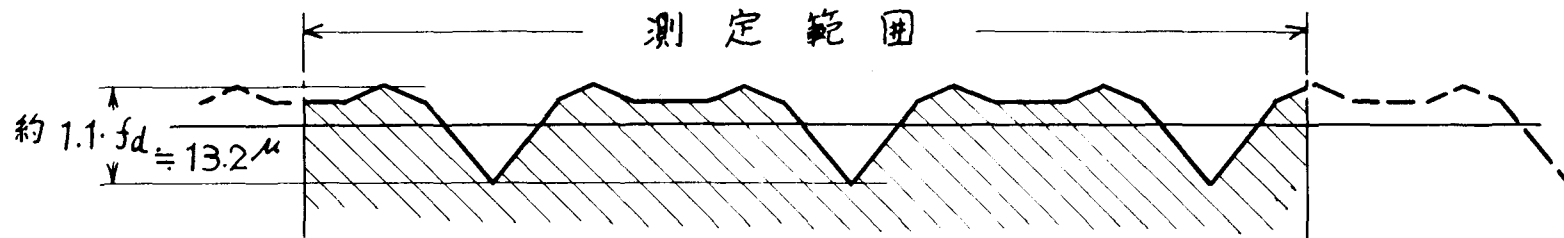


図 1.25.



(a) アンジュレーションの予想値



(b) Tomlinson 式測定記録の予想値 (a) から合成)

図. 1.26.

1960. 8. 5~9

左右表面温度差が $1 \sim 2^{\circ}\text{C}$ の変動を示したためであった。このように室内の平均気温の調整とともにホブ盤周囲表面温度も非常に厳密に調整する必要がある。

図 1.27 はこの歯車をシェービング仕上げした後の測定記録でありシェービング前に比べその振巾が決して減ってはいないことは注目すべきである。

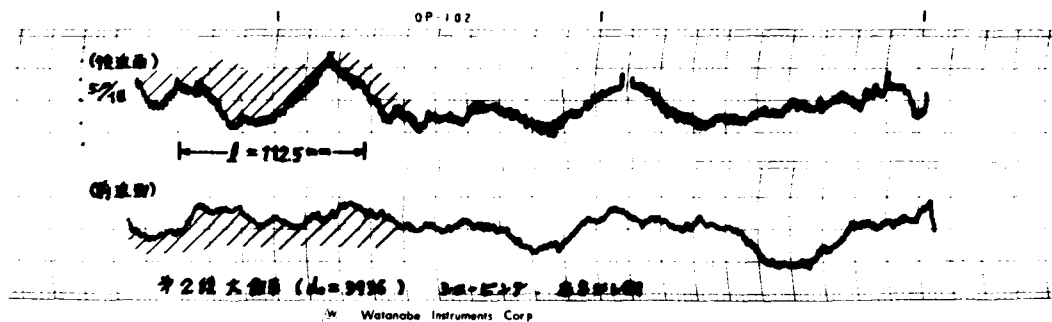


図 1.27.

(1.3.4) 軸方向熱膨脹によるアンジュレーション

小歯車切削中には切削熱により歯車素材の温度が相当高くなる。

特に荒切りのとき著しい。図 1.28 は小歯車切削中の素材表面の温度上昇を記録したもので ● 矢は素材の外周面、○ 矢は内周面をサーミスタ接触温度計で測定した値である。内、外周面ともほぼ同じ値を示している。

この現象を非常に単純化して

- (i) 歯車素材とテーブルのスラスト面以上の部分のみが熱変形をし、
- (ii) 各部の温度分布は軸直角断面内で一様であり、
- (iii) 温度分布は非常になめらかである。

と仮定すれば、この熱現象によるアンジュレーションは

- (1) 軸方向の熱変形によるアンジュレーション と、
 - (2) 歯車半径方向の熱変形によるアンジュレーション
- とに分けて考えることができる。

(1) 軸方向の熱変形によるアンジュレーション成分

ホブ盤テーブルのスラスト軸受面から素材の軸方向 x の位置を切削している場合を考える。この位置は切削終了後全体が常温にちかると $\varepsilon_1(x)$ だけ収縮するとする。この収縮のため生ず

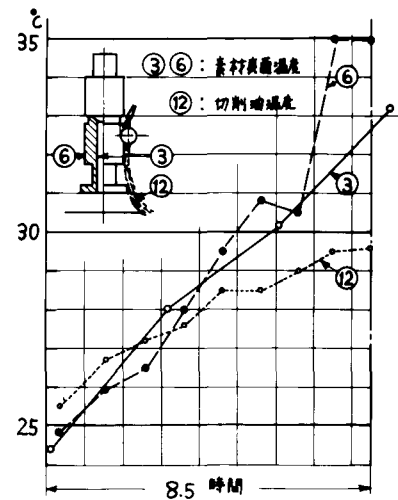


図 1.28

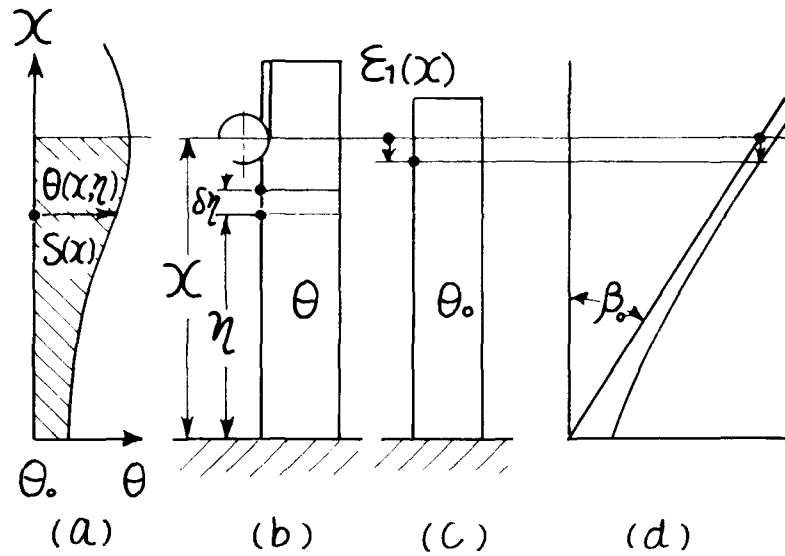


図 1.29.

るアンジュレーションの大きさは 式(1.3.1)であらわされる。

x なる位置を切削中、 η なる高さの温度分布が $\theta(x, \eta)^{\circ}\text{C}$ 、冷却後の温度を $\theta_0^{\circ}\text{C}$ 、素材およびテーブルの線膨張率を α ($\alpha = 11.0 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ 鋼) とすれば $\epsilon_1(x)$ は (図 1.29 参照)

$$\epsilon_1(x) = \int_0^x \alpha \cdot \{\theta(x, \eta) - \theta_0\} \cdot d\eta \quad \text{----- (1.3.10)}$$

こゝで

$$\int_0^x \{\theta(x, \eta) - \theta_0\} \cdot d\eta = S(x) \quad \text{----- (1.3.11)}$$

とすれば $S(x)$ は温度分布図 (図 1.29 (a)) のハッチングした部分の面積をあらわす。これを用いれば

$$\epsilon_1(x) = \alpha \cdot S(x) \quad \text{----- (1.3.12)}$$

となり、歯面垂直方向のアンジュレーション $\epsilon'_n(x)$ は 式(1.3.1), (1.3.5)および(1.3.12)により

$$\varepsilon_n'(x) = \alpha \cdot \cos \alpha_n \cdot \sin \beta \cdot S(x) \quad \text{----- (1.3.13)}$$

とあらわされる。

(2) 素材切削位置の半径方向熱膨張によるアンジュレーション成分

切削位置の素材半径方向熱膨張は、切削後の収縮により、その量だけ、あたかも工具が素材中心に向かって切込んだようになり（図 1.30）その量 $\varepsilon_3(x)$ が式(1.3.3)の ε_3 の誤差に相当する。

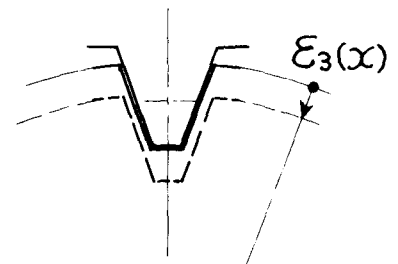


図 1.30.

いま、 d_0 を歯車のピッチ円直径とすれば $\varepsilon_3(x)$ は

$$\varepsilon_3(x) = -\frac{d_0}{2} \cdot \alpha \cdot \{ \theta(x, \chi) - \theta_0 \} \quad \text{----- (1.3.14)}$$

従って歯面垂直方向のアンジュレーション $\varepsilon_n''(x)$ は 式(1.3.3) (1.3.5), および (1.3.14) より、 $\theta(x, \chi) - \theta_0 = \theta(x)$ とし

$$\varepsilon_n''(x) = -\frac{d_0}{2} \cdot \alpha \cdot \sin \alpha_n \cdot \theta(x) \quad \text{----- (1.3.15)}$$

となる。

(3). (1), (2) の総合結果と実測値

実際には 式(1.3.10) と (1.3.12) とによるアンジュレーションが合成された形であらわれる。いま右ネジレ側を切削した場合を考え

歯面垂直方向のアンジュレーションの歯面の出っばりを(+)、引っ込みを(-)であらわせば、式(1.3.13)の $\varepsilon'_n(x)$ は下向きが(+), 式(1.3.15)の $\varepsilon''_n(x)$ は歯面の引込む方が(-)であるため、歯ミゾの上側および下側の歯面のアンジュレーション $\bar{\varepsilon}_n(x)$ および $\underline{\varepsilon}_n(x)$ は(図1.31. 参照)

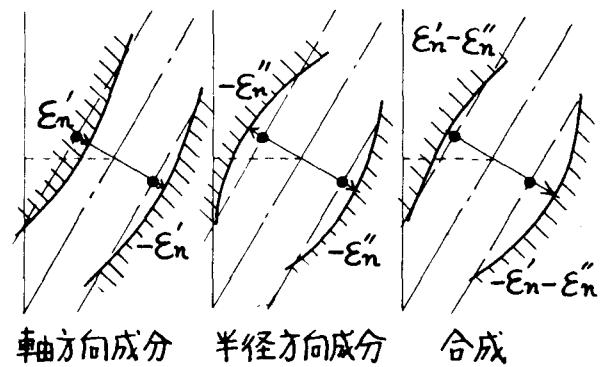


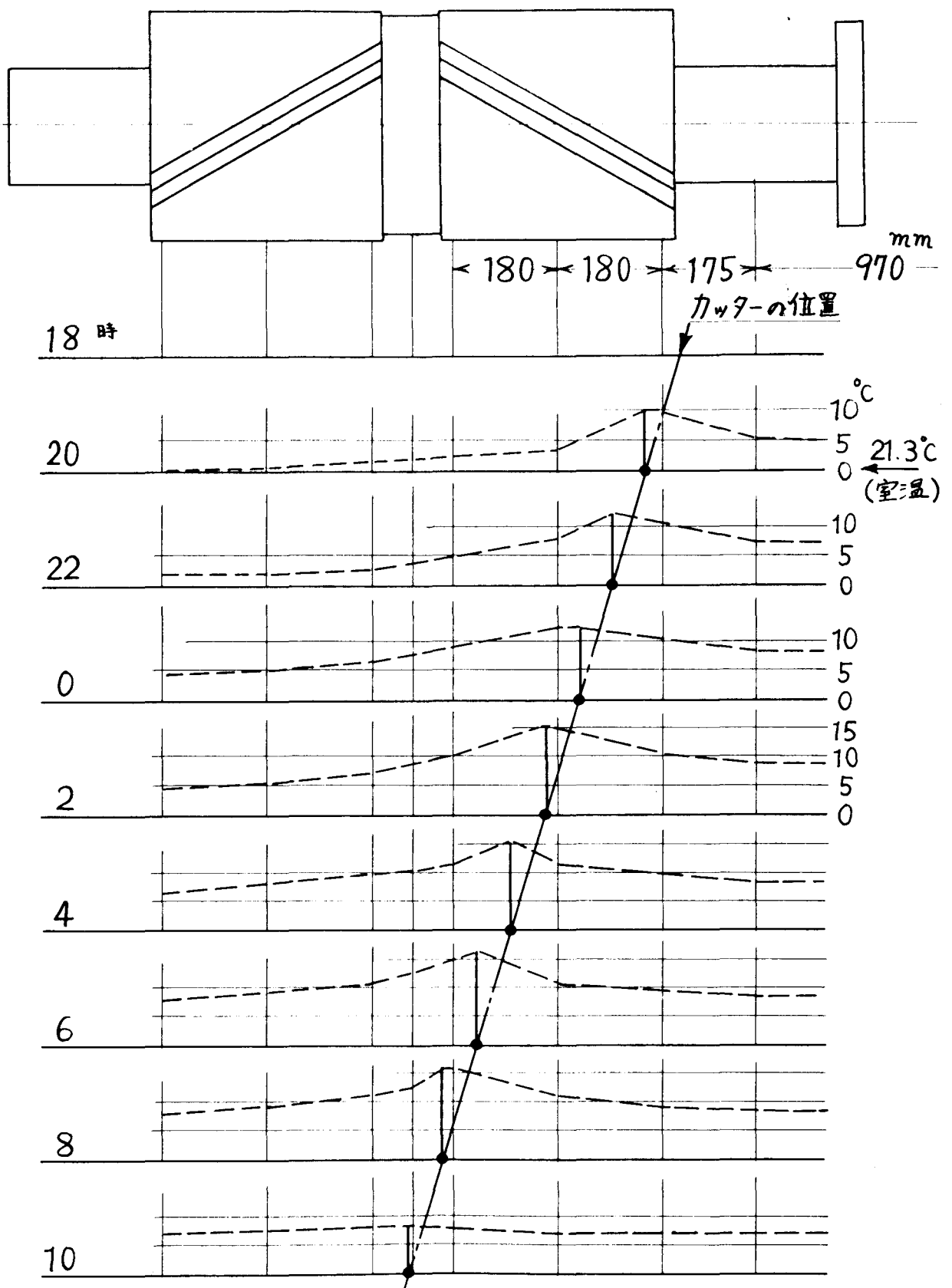
図 1.31.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_n(x) &= \alpha \cdot \left[\frac{d_o}{2} \cdot \sin \alpha_n \cdot \theta(x) + \cos \alpha_n \cdot \sin \beta \cdot S(x) \right] \\ \underline{\varepsilon}_n(x) &= \alpha \cdot \left[\frac{d_o}{2} \cdot \sin \alpha_n \cdot \theta(x) - \cos \alpha_n \cdot \sin \beta \cdot S(x) \right] \end{aligned} \right\} \text{--- (1.3.16)}$$

となる。

図1.32(a)および(b)は5000馬力2段小歯車の荒切削中の表面温度の分布をサーミスタ接触温度計で2時間おきに測定したものである。(a)は右ネジレ側(切削時の下側), (b)は左ネジレ側(切削時の上側)である。図1.33は図1.32^(a)から式(1.3.16)を用いて求めたアンジュレーションの予想値である。この予想値から求めたK-III型測定器による測定記録の予想値を図1.34に示し同時に実際の歯車についての測定記録と比較してある。この予想値と実測値とはかなりよく似ており以上の理論も妥当なものと思われる。

また解析の例から見ると(1)の影響が(2)よりも大きく、分布温度も時間の経過につれて増大する。したがって温度分布図の面積 $S(x)$ も大きくなってアンジュレーションの量 $\varepsilon'(x)$ も歯車の上



5000 PS タービンポンプ用 才2段高压側 小歯車 R-Helix
 $m=8$, $Z=49$, $\beta_0=30^\circ$, ホ7" 31 R.P.M 1.95 mm/1T.

図. 1. 32. (a)

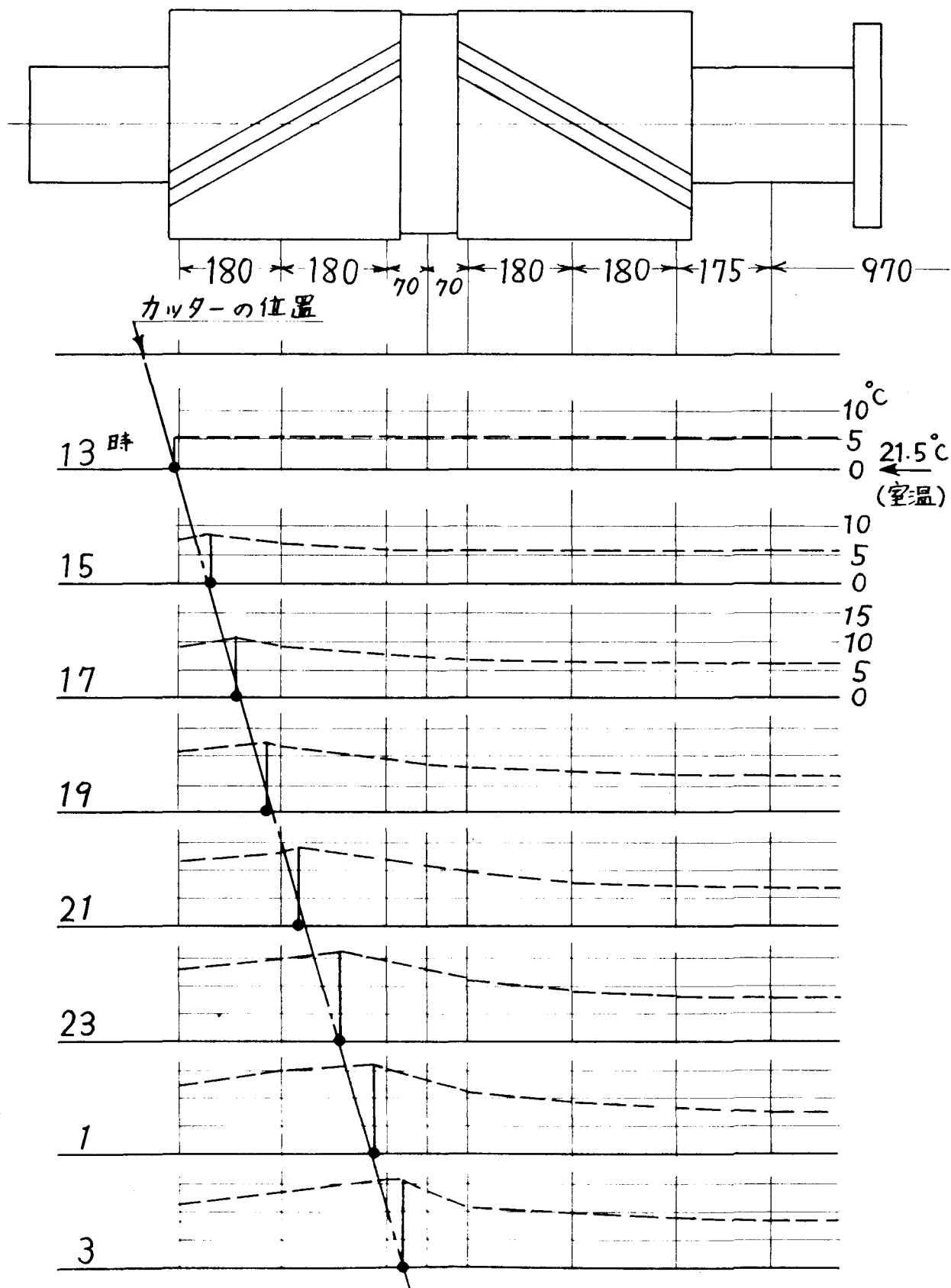
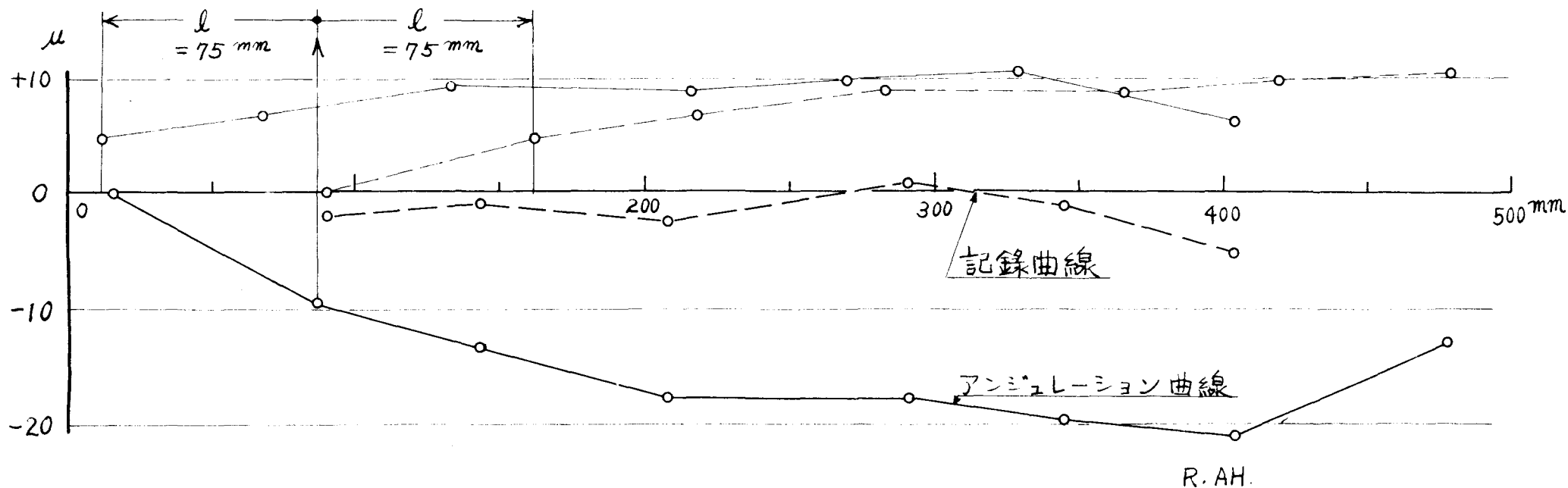


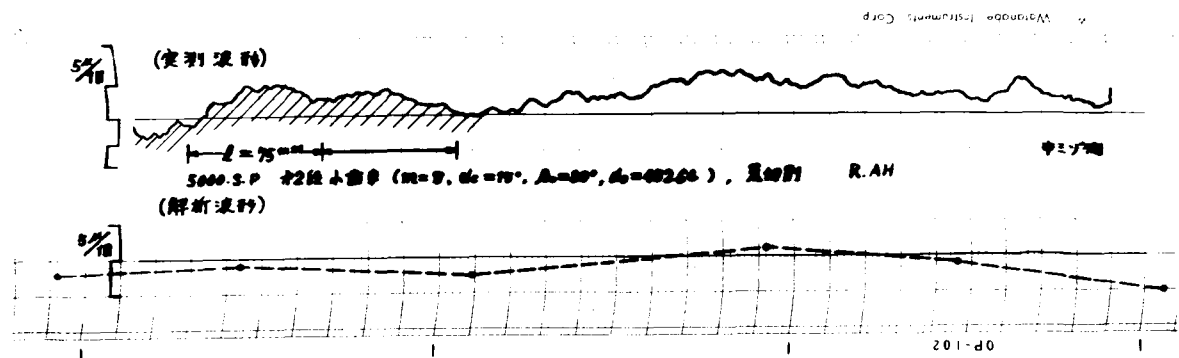
図 1.32. (b).



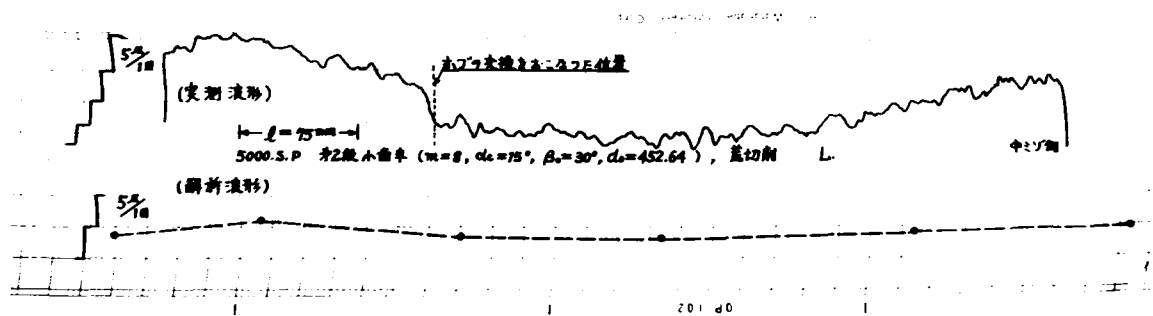
素材の熱膨脹によるアンジュレーション、およびその記録曲線の予想値。

5000 PS 牙2段小歯車 ($m=8, \alpha_c=15^\circ, \beta_o=30^\circ, d_o=452.64$, ホブ $31 \text{ r.p.m}, 1.95 \text{ mm/1r}$)

図 1.33.



(a). R-Helix について.



(b). L-Helix について.

図 1.34. アンジュレーションの実測値と予想値
(K-III型測定器の測定記録).

部から「切り下げる」場合と下オから「切り上げる」の場合とで異なる変化をする。図 1.35 にこれらの場合のアンジュレーションの予想を実線で示した。即ち「切り下げる」場合はネジレ角が減少し「切り上げる」場合はネジレ角が増大する傾向がある。図中に式で示した量は 分布温度の主要部が切削中の経過時間に比例するとしたときの歯車端面の誤差をあらわす。(なお、この場合アンジュレーションの形は二次曲線になる。)

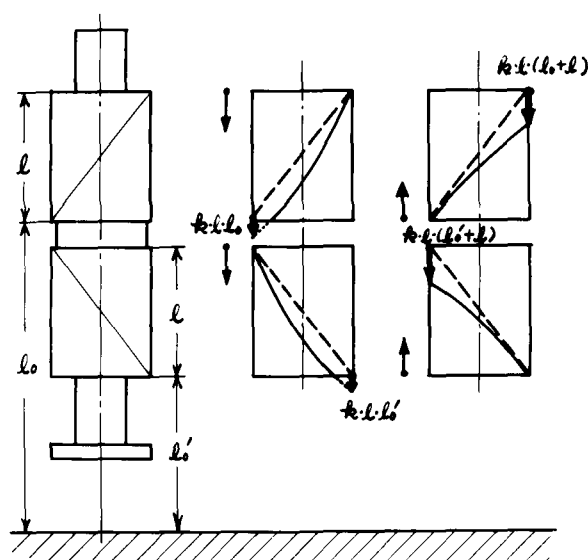


図 1.35.

こゝでおこなった実測解析は、 ϕ 2段小歯車の荒切削（切削の程度は普通）の場合であり、仕上げ切削の場合にはこの影響は軽減されるであろうが充分考慮すべき現象だと思ふ。

ϕ 2段大歯車切削の場合の表面温度の変化は切削熱の放熱面積が大きいためか、サーミスタ接触温度計によつてはみとめることが出来なかった。従つてこの種のアンジュレーションは ϕ 2段大歯車については問題にならないようである。

〔1.4〕 アンジュレーションとピッチ誤差測定

現在おこなわれている大形歯車のピッチ誤差測定法を 表 1.3. に示す。

測 定 器	ピッチ誤差の種類	形 式
Maag社. 法線ピッチ測定器. TME-2	歯直角法線ピッチ誤差	手持ち式
Maag社. 円周ピッチ測定器. TMA	歯直角円周ピッチ誤差	手持ち式 歯先面基準
Griffin社. 円周ピッチ測定器. 自家製 多し	軸直角円周ピッチ誤差 "	ホブ盤に取り付け "
Pitter社. 円周ピッチインジケータ(NPLゲージ) 自家製 多し	歯直角3ボールマタギ 円周ピッチ誤差 "	手持ち式 "

表. 1. 3.

これらの測定はすべて歯車端面から一定の距りの位置でおこない、その読みの変動分のみを問題にする。(ただし法線ピッチは絶対値を測定する。) 従って軸形アンジュレーションの影響は、でないはずである。

しかし円周型アンジュレーションは、本来、歯車の角位置誤差の1面から見た、あらわれ、であるため、これらのピッチ誤差の測定値に密接な関係がある。こゝでは、円周型アンジュレーションとしてその基本になる W. C. U と、これらのピッチ誤差との関係のうち、まだ充分な検討のおこなわれていないことからつき厳密な検討を加えることにする。

(1.4.1) W.C.U と法線ピッチ誤差

大型歯車の法線ピッチ誤差測定は、基準平面と可動の内柱面とをもつ手持ち式測定器¹⁾で歯直角方向についておこなわれる。即ち、図 1.36 のように隣り合う歯面 $T_1 T_1'$, $T_2 T_2'$ に基準平面 XX' と内柱面 Y_0 とを接触させながら測定器を揺り動かして、その間隔の最小値 t'_n を法線ピッチとして求めている。この XX' と Y_0 との間隔はホブ又はシェービングカッタの法線ピッチにより決められるためこれらの工具さえ正確にできていれば法線ピッチ誤差はあらわれないはずである²⁾。

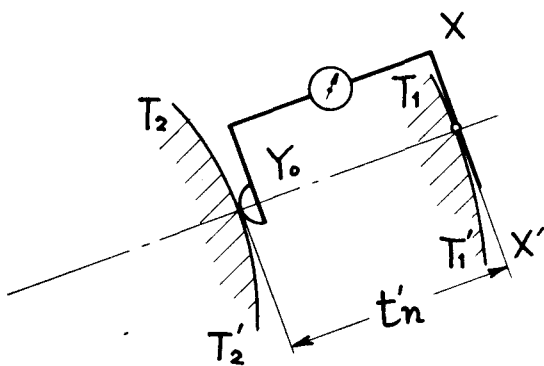


図 1. 36.

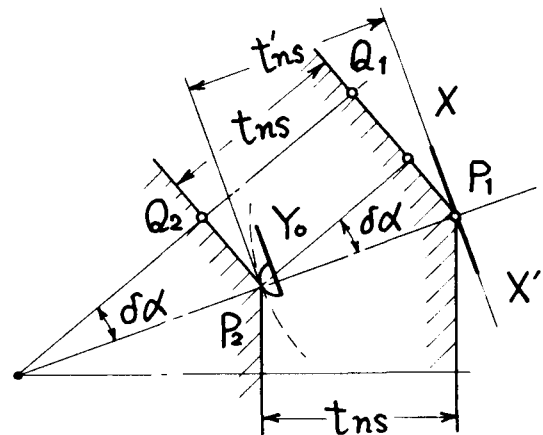


図. 1. 37.

しかし W.C.U がある場合で歯面に直線切刃の干渉による稜線が出ている場合にはその稜線間の距りが法線ピッチとして測定されるような位置もある。図 1.37 のように軸直角断面内で稜線をつくった切刃の位置 (Q_1, Q_2) から稜線の位置 (P_1, P_2) までカッターが歯車カミアイ線上で移動する間の歯車の回転角を $\delta\alpha$ とし、本来の法線ピッチを t_{ns} 、測定値を t'_{ns} (共に軸直角断面内) とすれば

$$t'_{ns} = \frac{t_{ns}}{\cos \delta\alpha}$$

1) 文献[1]. 168 参照.

2) 文献[2]. 362 参照.

となり、法線ピッチの誤差分 δt_{ns} は

$$\delta t_{ns} = t'_{ns} - t_{ns} = t_{ns} \cdot \left(\frac{1}{\cos \delta \alpha} - 1 \right)$$

さらに $\delta \alpha$ が微小なことを考慮すれば

$$\delta t_{ns} \doteq t_{ns} \cdot \frac{(\delta \alpha)^2}{2} \quad \dots (1.4.1)$$

となる。しかるに ((1.2.1) (ii)) の図1.2.8より (Q_1, Q_2) から (P_1, P_2) までの作用線上の長さは $\{(\lambda_{ws}/2) - L\}$ であるため、 $\delta \alpha$ はこれを基礎円半径 $(d_0 \cdot \cos \alpha_s / 2)$ で割った値であり

$$\delta \alpha = \frac{2 \cdot \lambda_{ws} \cdot (0.5 - t)}{d_0 \cdot \cos \alpha_s}$$

さらに 式 (1.2.12. a.) より $(\lambda_{ws} / d_0 \cdot \cos \alpha_s) = \pi / Z_w$ であり

$$\delta \alpha = \frac{2\pi}{Z_w} (0.5 - t) \quad \dots (1.4.2)$$

となる。また 式 (1.4.1) の t_{ns} を歯直角法線ピッチ t_n に置き換えればこの式は歯直角法線ピッチの誤差分 δt_n をあらわすため

$$\delta t_n \doteq t_n \cdot \frac{(\delta \alpha)^2}{2}$$

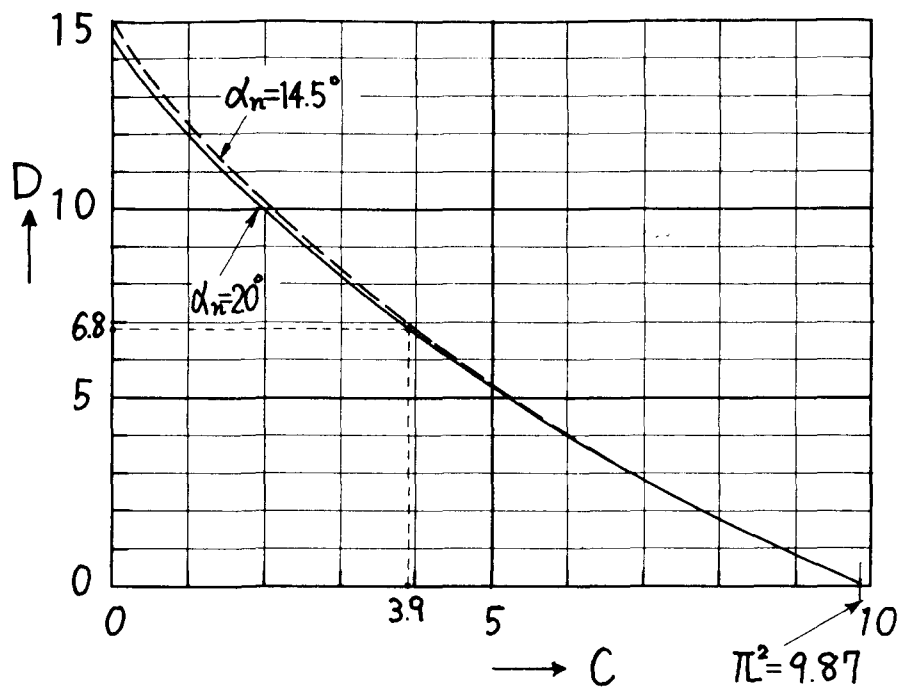
この式に 式 (1.4.2) および $t_n = m\pi \cdot \cos \alpha_n$ なる関係を代入すれば W.C.U. のための法線ピッチ測定誤差 δt_n は

$$\delta t_n \doteq \{2\pi^3 \cdot \cos \alpha_n \cdot (0.5 - t)^2\} \frac{m}{Z_w^2}$$

または

$$\delta t_n \doteq D \cdot \frac{m}{Z_w^2}, \quad D = \{2\pi^3 \cdot \cos \alpha_n \cdot (0.5 - t)^2\} \quad \dots (1.4.3)$$

この式の t は 式 (1.2.11.a) より求める。次頁の 図1.38は C の値 (式 (1.2.12)) から D の値を求める図表である。



$$\frac{\pi^2 \cdot \tan \delta_s}{\left(\frac{2e_{w0}}{dw}\right) \cdot Z_w^2} = C = \frac{\pi \cdot \sin 2\pi t}{2 \cdot (0.5 - t)}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ t: \text{媒介変数} \end{array}$$

$$D = 2\pi^3 \cdot \cos \alpha_n \cdot (0.5 - t)^2$$

図. 1. 38.

表. 1. 2 の試削歯車についての計算例

$m=4$, $\alpha_n=20^\circ$, $Z_w=72$, $C=3.9$ なるため 図 1.38 より

$D=6.8$, 従って 式 (1.4.3) により法線ピッチの測定値誤差は.

$$\delta t_n = 6.8 \times \frac{4}{72^2} = 5.3 \times 10^{-3} (\text{mm}) \quad \text{約 } 5.3 \mu$$

図 1.39 はこの試削歯車の法線ピッチ誤差を歯スジ方向 10 mm 間隔に. Carl Marl 社製法線ピッチ測定器で測定した 7 例であり. ほぼ. 一致した変動がみられる.

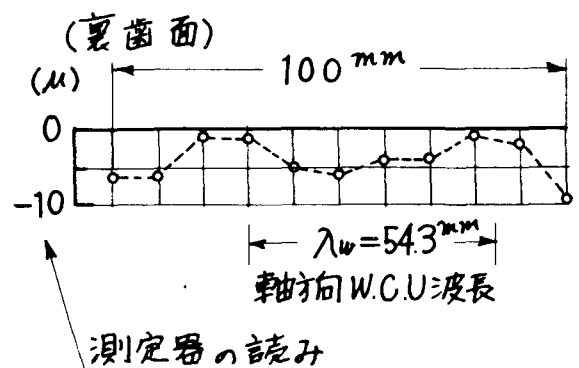


図. 1. 39

附. 2 は 15000 S.P. 船用減速齒車について 20μ の W.C.E
を仮定した場合の W.C.U 振幅と法線ピッチ誤差との関係を、本
項の計算法により求めた 7 例を示し、これによれば、大齒車では
W.C.U 振幅 ε が 11μ あるのに法線ピッチの測定値変動 δt_n は
 1μ 以下であり、小齒車については ε が $8\sim 9\mu$ に対し δt_n は
 2μ 程度に出ている。従って次の結論が得られる。

- (1) 大齒車については、相当量の アンジュレーションが存在して
法線ピッチの測定値は有効であるが
- (2) 小齒車については、W.C.U の影響により 齒スジ方向の位置で
法線ピッチの測定値は若干の変動をするため 齒スジ方向に移動
させて測定したときの最小値¹⁾をとるべきである。ホブ切りの
まの 小齒車には相当量の W.C.U がみられるため、その法線ピッチ
測定の際には注意すべきである。

1) 図 1.37 Q, Q_2 が工具の正しい法線ピッチになる。

(1.4.2) 円周ピッチ誤差測定における W.C.U の影響

歯車の円周ピッチ誤差測定は 1 歯毎、あるいは数枚またはい歯毎に間欠的にあこなれるため、歯車の歯の割出し誤差波形は、その各波長成分により異った倍率でピッチ誤差測定値にあらわれることが知られており、特に軸直角円周ピッチ誤差の場合については、Meldahl, ЛИБШНУ¹⁾ 等によりかなり詳しく検討されているが工場で多くあこなわれている 3 ボール式円周ピッチ測定、歯直角円周ピッチ測定 (Maag 社式) についてはあまり明確にされていないようである²⁾。こゝではこれらについての厳密な関係式を導き W.C.U との関係を求める。これらは W.C.U の場合をとりあげたが、こゝのホブ盤親歯車歯数 Z_w を他の数 n に変えれば 1 回転に n 山の任意の波長成分の式として拡張できる。

1.4.2.1 従来の測定器についての関係式

3 ボール式ピッチ測定と Maag 社式の歯直角円周ピッチ測定とは同じ形の関係式になる。(式の誘導は 附録 4. 参照のこと)
歯車の割出し誤差 $\varepsilon(t)$ が、(ピッチ円筒面内歯直角方向)

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^{\infty} e_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{N} \cdot t + \theta_i\right) \quad \text{---- (1.4.4)}$$

t : $2l \cdot \sin\beta$ を単位とする歯車ピッチ円周上に固定された座標, $2l$: 固定ボールの間隔

N : ピッチ円周を t 座標目盛で測った長さ.

e_i, θ_i : 歯車の割出し誤差の i 調波成分の振幅, 位相

i : 歯車 1 周に出る割出し誤差の山の数

1.) 文献 [4]. 2094 に紹介されている。

2.) J.M.Newton. による簡単な解析がある程度。

(なお、 ϵ の原点は第1回測定 $j=1$ のときの外側の固定子の位置とし 図1.40のように測定を進めてゆく)

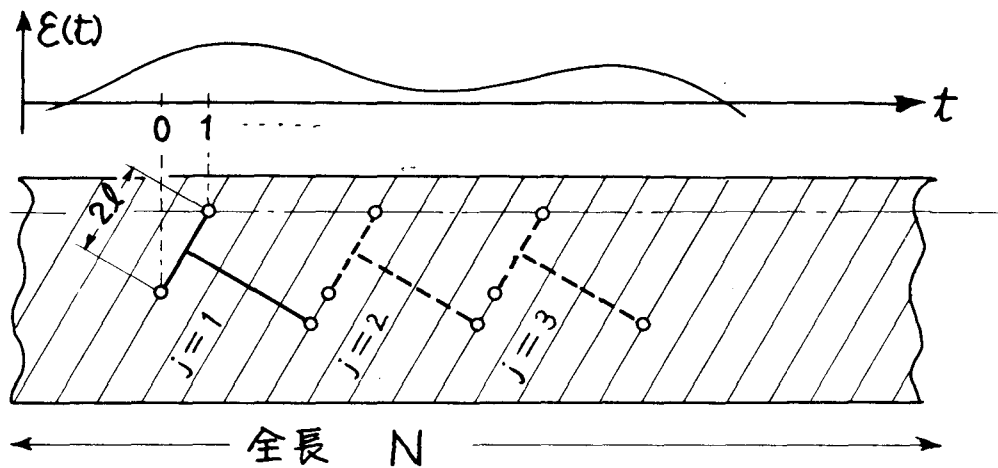


図. 1. 40.

であらわされるとすれば

j 番目の単一ピッチ誤差 δ_j と累積ピッチ誤差 D_j の値は¹⁾

$$\delta_j = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot e_i \cdot \cos \left(\frac{2\pi i}{Z} \cdot Z_n j + \theta_i \right) \quad \text{---(1.4.5)}$$

$$D_j = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{A_i}{2 \sin \left(\frac{Z_n}{Z} \cdot \pi \cdot i \right)} \right] e_i \cdot \sin \left\{ \frac{2\pi i}{Z} \cdot Z_n j + \left(\theta_i - \frac{Z_n}{Z} \cdot \pi \cdot i \right) \right\} \quad \text{---(1.4.6)}$$

ただし

$$A_i = \sqrt{1 - 2 \cos \left(\frac{Z_l}{Z} \cdot \pi \cdot i \right) \cdot \cos \left(\frac{Z_n \cos \beta_0}{Z} \cdot 2\pi i \right) + \cos^2 \left(\frac{Z_l}{Z} \cdot \pi \cdot i \right)} \quad \text{---(1.4.7)}$$

θ_i は省略

Z_n : マタギ歯数および測定点移動の歯数

Z_l : 固定ボール または固定子 の相当マタギ歯数

$$Z_l = \frac{2l \cdot \sin \beta_0}{d_0 \pi} \cdot Z = \frac{l \cdot \sin 2\beta_0}{\pi m} \quad \text{---(1.4.8)}$$

Z, β_0, d_0, m : 歯数, ネジレ角, ピッチ円径, モジュール.

とあらわされる。(附. 3, 4 参照)

1). ただし、3ボール式の場合は、ボール径が標準直径(附10.参照)のときに成立する。

1.4.2.2 3ボール式ピッチ測定と W.C.U.

式(1.4.5)～(1.4.8) の関係式で $i = Z_w$, (Z_w : ホブ盤親歯車の歯数) としたものは W.C.U の影響をあらわす。この場合 Suffix i を w に変えて示せば j 番目の単一ピッチ誤差 δ_j , 累積ピッチ誤差 D_j の測定値の W.C.U 成分 $(\delta_j)_w, (D_j)_w$ は

$$(\delta_j)_w = A_w \cdot e_w \cdot \cos\left(\frac{Z_n Z_w}{Z} \cdot 2\pi j + \theta_w\right) \quad \text{----(1.4.9)}$$

$$(D_j)_w = \frac{A_w}{2 \sin\left(\frac{Z_n Z_w}{Z} \cdot \pi\right)} \cdot e_w \cdot \sin\left\{\frac{Z_n Z_w}{Z} \cdot 2\pi j + \left(\theta_w - \frac{Z_n Z_w}{Z} \cdot \pi\right)\right\} \quad \text{----(1.4.10)}$$

e_w : W.C.U 振巾 (ピッチ円筒上歯直角方向)

$A_w, (\theta_w)$ は 図 1.41 のような作図により求められる。詳細は 附録 附. 4 を参照のこと
こゝで

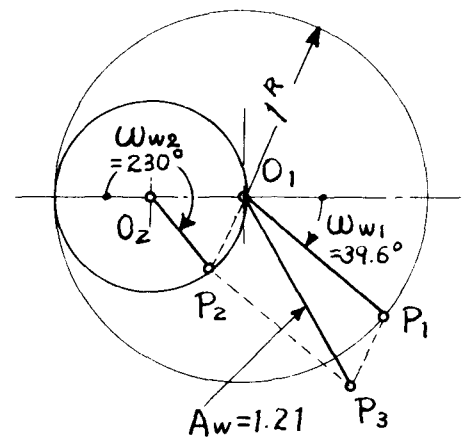


図 1.41.

$$W_{w1} = 2\pi \cdot \frac{Z_w}{Z} \left(Z_n \cos^2 \beta_0 + \frac{Z_d}{2} \right) = 2\pi Z_w \cdot \left(\frac{Z_n}{Z} \cos^2 \beta_0 + \frac{l \cdot \sin \beta_0}{d_0 \pi} \right) \quad \text{----(1.4.11)}$$

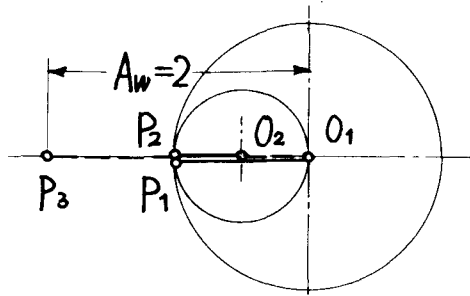
$$W_{w2} = 2\pi \cdot \frac{Z_w}{Z} \cdot Z_d = 2\pi Z_w \cdot \left(\frac{2l \cdot \sin \beta_0}{d_0 \pi} \right) \quad \text{----(1.4.12)}$$

となる。

これらの式を用いればあたえられた条件での測定倍率 A_w が求められる。

また、これらの式と図を用いて (i) W.C.U を拡大検出するための条件, (ii) W.C.U の影響を消去して測定するための条件等を求めることができる。表 1.4 はこの条件および船用才 1 段大歯車についての計算例を示した。

(i) W.C.U を拡大検出する場合 ($A_{w.max} = 2$)



$$\omega_{w1} = (2n+1) \cdot \pi, \quad \omega_{w2} = 2n' \pi$$

n, n' : 任意の正整数

式(1.4.11), (1.4.12) により,

$$2l = \frac{d_o \cdot \pi}{Z_w \cdot \sin \beta_o} \cdot n'$$

$$Z_n = \frac{Z}{2 \cdot Z_w \cdot \cos^2 \beta_o} (2n+1 - n')$$

計算例 船用ホ1段大歯車

$m = 5, Z = 310, \beta_o = 30^\circ, Z_w = 315$
($d_o = 1790 \text{ mm}$) なるとき.

$$2l = \frac{1790 \times \pi}{315 \times \sin 30^\circ} \times n'$$

$$= 71.3 \text{ (mm)}, (n' = 2 \text{ とした})$$

$$Z_n = \frac{310}{2 \times 315 \times \cos^2 30^\circ} \times (2n+1 - 2)$$

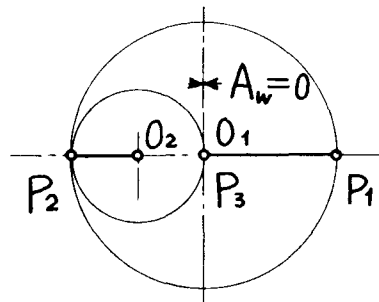
$$= 11.1 \quad (n = 9 \text{ とした})$$

ボール間隔 $2l = 71.3 \text{ mm}$

マタギ歯数 $Z_n = 11$ 枚

にすればよい。

(ii) W.C.U の影響を消去する場合¹⁾ ($A_{w.min} = 0$)



$$\omega_{w1} = 2n \pi, \quad \omega_{w2} = 2n' \pi$$

$$2l = \frac{d_o \cdot \pi}{Z_w \cdot \sin \beta_o} \cdot n'$$

$$Z_n = \frac{Z}{2 \cdot Z_w \cdot \cos^2 \beta_o} (2n - n')$$

計算例 上と同じ歯車

$$2l = 71.3 \text{ mm}$$

$$(n' = 2 \text{ とした})$$

$$Z_n = \frac{310}{2 \times 315 \times \cos^2 30^\circ} (2n - 2)$$

$$= 13.1 \quad (n = 11 \text{ とした})$$

ボール間隔, $2l = 71.3 \text{ mm}$

マタギ歯数 $Z_n = 13$ 枚

にすればよい。

表 1.4.

1). 文献[9] にこの条件があげられている。

なお、累積ピッチ誤差の振幅は 式(1.4.10) のように、 A_w を $2 \cdot \sin(Z_n \cdot Z_w \cdot \pi / Z)$ で割った値であり、かなり大きな値になり得る。さらに注意すべきことは、単一ピッチ誤差の測定値としては 式(1.4.9) で j の値が 1, 2, 3, ---- と変化する値、---- A_w に $\sin(j)$ を乗じた値をとり、累積ピッチ誤差の測定値としては、 $A_w / \{2 \cdot \sin(Z_n \cdot Z_w \cdot \pi / Z)\}$ に $\cos(j)$ を乗じた値をとるためその周期性も考慮しなければいけない。即ち $(2\pi j)$ の係数

(i) $(Z_w Z_n / Z)$ が整数 n のときは $(\delta j)_w, (Dj)_w$ は j が変化しても一定値をとり 測定値としてはあらわせず

(ii) $(Z_w Z_n / Z)$ が $(n + 0.5)$ のときは $(\delta j)_w, (Dj)_w$ は j の変化とともに正負の同じ値を繰返し 判然とした測定値を示さない。

従って W.C.U の検出を目的とする測定においては

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z_w \cdot Z_n}{Z} &= n \pm \delta n \quad (n: \text{整数}, \delta n: \text{小数}) \\ \delta n &\neq 0, \text{ および } \neq 0.5 \end{aligned} \right\} \text{---- (1.4.13)}$$

なることが必要である。

1.4.2.3 Maag社式円周ピッチ誤差測定と W.C.U.

Maag 社式円周ピッチ測定器では 普通 固定子の 2 接点間の距離 $2l$ は固定されており、マクギ函数 $Z_n = 1$ として測定がおこなわれ、3 ボール式のように自由な調節はできない。然るに W.C.U などの割出し誤差の短波長成分については測定される倍率 A_w (又は A_d) の値が非常に敏感に変わるため A_w のチェックを充分にする必要がある。7 歯毎のピッチ誤差を細かく測定しても W.C.U のような短波長成分の割出し誤差が常に具合良くは測定されないことに注意を要する。

1.4.2.4. 現行のピッチ誤差測定法に関する検討

現在おこなわれている舶用減速歯車等に関する円周ピッチ誤差測定法は 各国の規格とも

- (i) 大きなマタギ歯数で歯車全周を測定し、つぎに
- (ii) マタギ歯数を1枚にして部分的に連続した歯を測定し、
各々の累積値を求めるように定めている。

(i) により、割出し誤差の低周波成分を求め、(ii) によりその高周波成分を求めることを意図としているが 附録.5. によれば 安定した測定のおこなえる限界は

i : 歯車1周に i 山の割出し誤差周波数成分

Z : 歯車の歯数, Z_n : マタギ歯数, とすれば

(i) の測定では 大約

$$i < \frac{Z}{3 \cdot Z_n} \quad (\text{表 1.4 (ii) の条件のときは } i < 7) \quad \text{---- (1.4.14)}$$

(ii) の測定では 大約

$$i < \frac{Z}{4 \cdot Z_e} \quad (\text{同上の条件で } i < 39) \quad \text{---- (1.4.15)}$$

となる。

(これに対し W.C.U の場合 $i = Z_w$ (Z_w : ホア盤親歯車歯数) であり、現在ではほとんど Z_w は歯車の歯数よりも多くとってあるため、(ii) の測定によっても W.C.U のような高周波成分は安定に測定できない。従って、これらのピッチ誤差測定をおこなう際には必ずアンジュレーション測定器あるいは3ボール式ピッチ測定器等により W.C.U の量を測定し (ii) の測定 of W.C.U に対する感度をチェックするべきである。

〔1.5〕 結 論

〔1.1〕「アンジュレーションの分類」

(1) アンジュレーションをその発生原因別、および形状別に分類し、特に各歯スジについての形状の関係から、(i) 円周型アンジュレーションと、(ii) 軸型アンジュレーション、を定義し、各々がカミアイ性能の点で全く別種の様相を呈することを指摘した。さらに歯ミソ面側歯面の形状の関係から C 型、R 型を定義した。

(2) 試作した高感度の K-Ⅲ型アンジュレーション測定器を用いて多数の船用減速歯車につき測定をおこなった結果

- (i) 従来考えられていた周期的なアンジュレーションの他、各種の非周期的形状のアンジュレーションがより多く存在し、
- (ii) 現在でもなお設備の老朽、故障等により、かなりの量の W.C.U が発生し、設備の不備のため、Daily Band の発見される例のあること、
- (iii) W.C.U 以外のアンジュレーションはほぼ軸型の C 型とみなされるものが圧倒的に多い。

等をあきらかにした。

〔1.2〕「W.C.U について」

W.C.U について従来多くの研究がなされてきたがまだ不十分と思われた W.C.U の振幅の問題……ホブの直線切刃による干渉……を厳密に検討し、解析的に求める計算式を導き実験により確認した。この結果の応用として W.C.U 振幅とホブ盤親歯車の歯数 Z_w との関係と実際の大型ホブ盤 (5m, 3m) の場合につき求

め、 Z_w を増加したときのW.C.U振幅の減少の効果を数値的に求めた。

(1.3)「軸型アンジュレーションについて」

(1) 大部分の原因によるアンジュレーションは軸型であり、その誤差の方向も種々である。この誤差の方向と軸型アンジュレーションにあらわれる振幅との関係および軸型アンジュレーションと歯形誤差との関係を検討し 歯丈 $2m$, $\beta_0 = 30^\circ$, $\alpha_n = 20^\circ (14.5^\circ)$ 歯形では歯スジ方向 $3.4m$ ($4.7m$) の範囲の軸型アンジュレーション波形が歯形誤差としてあらわれることを示した。

(2) 実測により発見された Daily Band の発生機構の確認のため そのホブ盤のコラムの変形を振子式の変位測定装置を組み立てて測定し、1日を周期として左右に約 34μ (コラムの頂上) の変位を検出した。この形と時刻から予想した Daily Band と実測記録とはよく一致した。このホブ盤は $\pm 1^\circ\text{C}$ 以内の恒温室内に設けられていたが 冷却した空気の送入口がコラムの片側に近かったための影響とみられ ホブ盤自体の温度分布をも、めん密に調整すべきことを示している。

(3) 小歯車の切削中に歯車素材は切削熱により膨脹し軸型アンジュレーションおよびネジレ角誤差を生ずることを指摘し 切削中の小歯車外周表面温度分布の測定と切削後のアンジュレーション測定により、その傾向のあることを確認した。さらにこの現象から歯車の切削方向とネジレ角誤差の傾向と一定の関係をもつことを推定した。

この他ホブ盤の各部分の温度分布は切削中にかなりの変動を示すことも他の測定により認められた。最近のホブ盤は機構的に

は著しく高精度化してきているが 今後熱現象についても究明する必要を感じる。

〔1.4〕「アンジュレーションとピッチ誤差との関係」

(1) 法線ピッチの測定値は従来常識的にアンジュレーション等の誤差にはあまり影響されないと考えられてきたが その程度を知るため、最も影響が大きいW.C.Uの場合につき関係式を導き実測と比較確認した。この結果 一般の船用減速歯車の7例によれば 大歯車については影響は小さく W.C.U全振幅 $\varepsilon_{wn} \approx 10\mu$ の場合でもそのために生ずる法線ピッチの測定値変動 δt_n は 1μ 以下 小歯車については $\varepsilon_{wn} \approx 8, 9\mu$ に対し $\delta t_n \approx 2\mu$ となり 大きなW.C.Uのある小歯車については、この影響を考慮し歯スジ方向の各位置で測りその最小値をとるべきことがわかる。

(2) 歯直角円周ピッチ誤差の測定についてはMaag社式も3ボール式も同一の関係式であらわされることを示し

(i) 3ボール式でW.C.Uを強調して測定する場合、W.C.Uを消して測定する場合の条件を導いた。さらに

(ii) Maag社式あるいは3ボール式で1歯毎の測定をあのう場合現在の船用減速歯車のW.C.Uに対しては安定した測定はできないため、この際は必ずW.C.Uを測定しW.C.Uが認められたならば 測定器のW.C.Uに対する感度をチェックするべきである。

オ 2 章

アンジュレーションの 測定について

オ2章の概要

大形歯車のアンジュレーションの測定は 測定する歯車が大形であるため、専ら可搬式測定器による De Laval 式と Tomlinson 式の 2 通りの方法が従来用いられてきた。しかし両者とも測定器に完全な測定基準面を持たないため、完全な測定はあこない難い。

本章は主にこれらの方法を検討し、発展させることに関するもので (オ1節)「アンジュレーション測定法概要」では両測定法を実測により検討し、簡便さで優れさらにより多く用いられている Tomlinson 式をとりあげ、最近の高精度化した歯車に適応した高感度の K-Ⅲ型 アンジュレーション測定器を試作、実用化したことについて述べた。 (オ2節)「Tomlinson 式アンジュレーション測定法の拡張」では、Tomlinson 式側定法は、本来、正弦波状のアンジュレーション検出のため考案され用いられてきたものであり、実測により検出された非周期波形のものについては全く検討されていなかったため、この問題ととりあげ、Tomlinson 式アンジュレーション測定法の一般波形測定への拡張につき論じ、測定値からアンジュレーションを求める計算方法、図式解法、解析にともなう誤差等につき具体的に述べた。

(オ3節)「3ボール式アンジュレーション測定法」では、従来の Tomlinson 式測定器では完全な測定解析ができない場合があり、その解消のため提案、試作した 3ボール式測定器とその測定法について述べた。

(オ4節)「補間測定法」は、より詳細にアンジュレーション波形を求めるための方法

(オ5節)「アンジュレーション解析器」は、測定値からアンジュレーションを求める計算を容易にするため考案、試作したアンジュレーション解析器について述べた。

(オ6節)「軸型アンジュレーションの簡易測定法」は前節までとは直接関係はないが、アンジュレーションが軸型成分のみである場合に適用できる、歯直角円周ピッチ測定器による簡易測定法に関するものである。

(オ7節)「結論」はオ2章に関する結論をまとめたものである。

〔2.1〕 アンジュレーション測定法概要

アンジュレーションの測定法には、現在次の3通りがある。

- (1). 基礎円板とサインバーを用いた特殊の定置式ネジレ角測定器による方法。(Maag社、PH-100 歯形検査器等)
- (2). 歯車の歯先円筒面上歯スジにそって巻きつけた正確な直線端面をもつ基準薄板を用いる方法。(De Laval社式)
- (3). 1つの歯ミゾ内に等間隔に入れた3個のボールの相対位置を測定して間接的に求める方法。(Tomlinson式)

このうち(1)の方法が最も原理的には完全な方法だが現在の測定器にはあまり大形の歯車はとりつけられない。この測定器を大形化することは技術的にも経済的にも困難である。したがって可搬式測定器による方法(2)、(3)がとりあけられる。次にそれについてや、詳細に検討する。

(2.1.1) De Laval式アンジュレーション測定法

De Laval式測定法¹⁾は、図2.1のように歯先円筒面に基準板をその一辺が歯スジに平行になるように、多数のボタン状磁石でとりつけ、その辺と歯面との距り変化を測定器本体にとりつけてあるレバー形ダイヤルインジケータ 2ヶ読み で読みとり、

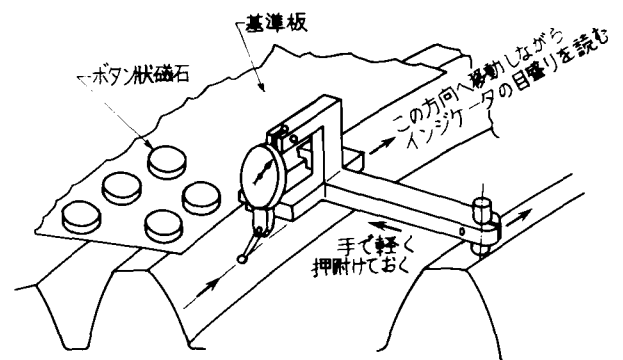
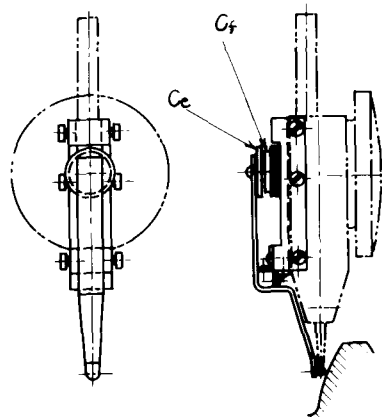


図2.1. De Laval式アンジュレーション測定法。

歯スジの凹凸を求める方法である。この測定器本体は基準板の辺

1) 文献〔13〕参照。

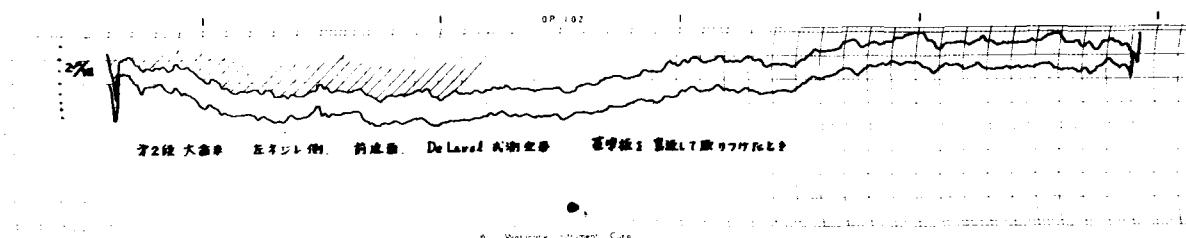
うに、ダイヤルインジケータの背面に 図 2.2 に示すようなコンデンサマイクロメータをとりつけ、微小容量変化検出器を通じてペン書きオシログラフ上に測定値を連続的に自記させるよう



にし、また記録紙の送りは測定器 図. 2.2. コンデンサマイクロメータ
と紙送りプーリとを細ヒモで運動してあこなった。本測定器による
測定記録は充分な再現性を示した。

(1) 基準薄板の精度

この精度の確認のため1つの基準端辺の左右を逆にとりつけない
おして測定した1組の測定結果を 図 2.3 に示した。この他基準
板を歯スジ方向にずらして異なる位置で測定してみた結果からも
基準板は 1μ 以内位の精度であろうと思われる。



76

(2) 歯車の歯先円筒面の凹凸の影響

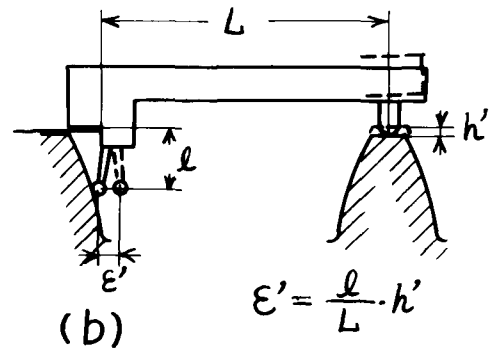
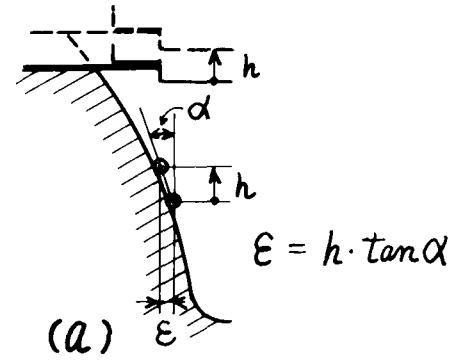
歯車の歯先円筒面または基準板厚さの凹凸のため測定器全体が h_m だけ持ち上げられた場合、測定値の変化 δ は 図 2.4 (a) より

$$\delta_m \doteq h_m \tan \alpha_n$$

α_n : 歯直角圧力角

となる。また歯先円筒面の凹凸のため、 l_m の支桌が h'_m だけ持ち上げられた場合、測定値の変化 δ' は (図 2.4 (b))

$$\delta'_m \doteq \frac{l_m}{L_m} \cdot h'_m$$



l_m, L_m : U 形支桌から測定子先端、および後部支桌との距り

となることが実験によっても確認された。普通 $l_m/L_m < 0.1$ 位であり δ_m の影響の方が著しい。図 2.5 は実際の歯車についてこの影響をみるため、同一歯面を測定するのに基準板を逆向きに（従って

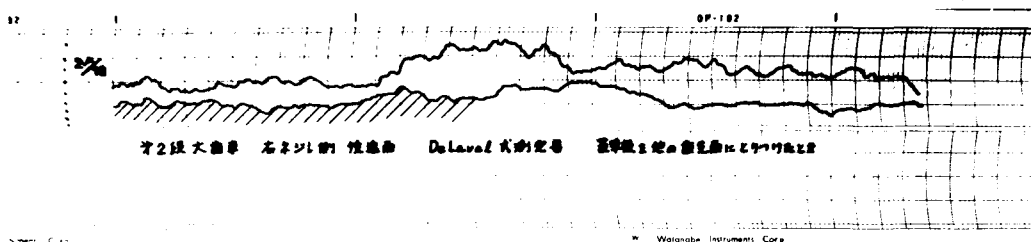


図 2.5. 歯先円筒面の凹凸による測定値の誤差。

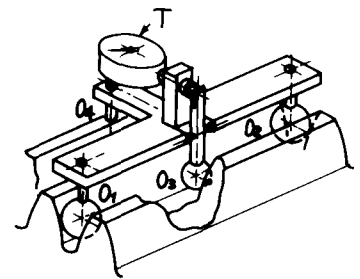
測定器も逆向きに)とりつけた7針の測定結果であり非常に違った形状で7~8 μ の相異を示している。これからも歯先円筒面の影響の大きいことがうかがえる。

(3) 測定の安定性

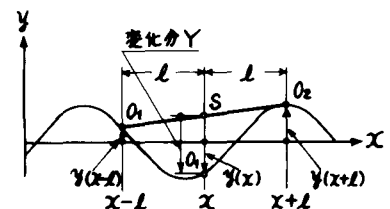
自動記録化した本測定装置では注意して測定をあこなえば、約1500~2000倍程度の記録倍率でペン書きオシログラフの記録がほとんど一致する位の安定性を示した。

(2.1.2) Tomlinson 式アンジュレーション測定法¹⁾

図2.6.(a)はTomlinson式アンジュレーション測定法を示す。2個のボール O_1, O_2 が測定器本体に固定されており O_1, O_2 の中央位置にもう1個のボール O_3 があり、 O_1, O_2, O_3 は同一歯ミゾ内に置かれる。ただし、 O_3 は片歯面だけに接触し歯面の凹凸に応じてその動きがインジケータTで読みとれるようになっている。測定器を安定に保持するため測定器本体にもう1個の支点 O_4 があり、数枚隔った歯の歯先面上に当ててある。図2.6(b)は測定原理を示す。曲線Cはアンジュレーションのある歯スジ。その上に O_1, O_2 がありその中央に O_3 がある。測定器の読み Y は O_1, O_2 の二等分点 S と O_3 との距りの変化分を示す。いま正しい歯スジ方向に



(a)



(b)

図2.6. Tomlinson 式
アンジュレーション測定法
そのある歯スジ。その上に O_1, O_2 がありその中央に O_3 がある。測定器の読み Y は O_1, O_2 の二等分点 S と O_3 との距りの変化分を示す。いま正しい歯スジ方向に

1). 文献[15]

X-軸 アンジュレーション振巾方向に Y-軸をとり、ボール間隔 $\overline{O_1 O_3} = \overline{O_2 O_3} = l$ 、アンジュレーション曲線 C が正弦波形

$$y = e_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x$$

であらわされるとき、 O_3 が x の位置にあれば測定器の読み Y は

$$\begin{aligned} Y &= e_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \frac{e_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x+l) + e_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x-l)}{2} + Y_0 \\ &= (1 - \cos \frac{2\pi l}{\lambda}) \cdot e_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} x + Y_0. \end{aligned}$$

ただし Y_0 : 0 点の検出により決まる常数

となり、測定器を歯スジ方向に動かしながら Y の値を読みとってゆけばもとのアンジュレーション曲線 y と同位相で振巾が $(1 - \cos \frac{2\pi l}{\lambda})$ 倍された曲線がもとめられる。従って W.C.U や F.S.C.U のような正弦波形のアンジュレーションの測定のためには、測定器のボール間隔 $2l$ を $2l = (2n-1) \cdot \lambda$ 、($n: 1, 2, 3 \dots$ (正整数), λ : アンジュレーション波長) にセットすればその振巾が2倍に拡大検出される。

前述の De laval 式測定法が非常に高精度の基準薄板と、歯車歯先の面の正確な仕上げとを要し、測定にも細心の注意が必要であるためあまり一般的に用いられていないのに反し、この Tomlinson 式測定法はその測定器にも特に精度を要する部品を必要とせず、測定も非常に簡単であるため、若干前者とは目的も異なるであろうが非常に多く用いられている。しかしその理論的な事柄についてはほとんど検討されていない。以下にこの Tomlinson 式測定法をとりあげ充分な検討を加えこの測定法を可能な限り拡張して一般波形のアンジュレーション測定に適用することを試みた。

(2.1.3) K-Ⅲ型アンジュレーション測定器の製作

従来の Tomlinson 式測定器は N P L 型で代表されるが現在の高精度の歯車用としては感度最大 250 倍位では不充分である。また測定記録はススガラス円板の上に円弧状に自記されるが、円弧状では測定値を吟味するにも不便である。

K-Ⅲ型測定器では検出部分に対向極板型コンデンサマイクローメータを応用し主要な可動部分にはすべて板バネを用いたため、高感度低測定圧にすることができた。また記録部分にはペン書きオッシログラフを用い測定器の歯スジ方向送りにはペンオッシロの紙送りローラ軸にプーリーを取りつけ、これに測定器に結びつけた細ひもを巻きつけて紙送りと連動させた。図 2.7. は本測定器の外観を示す。

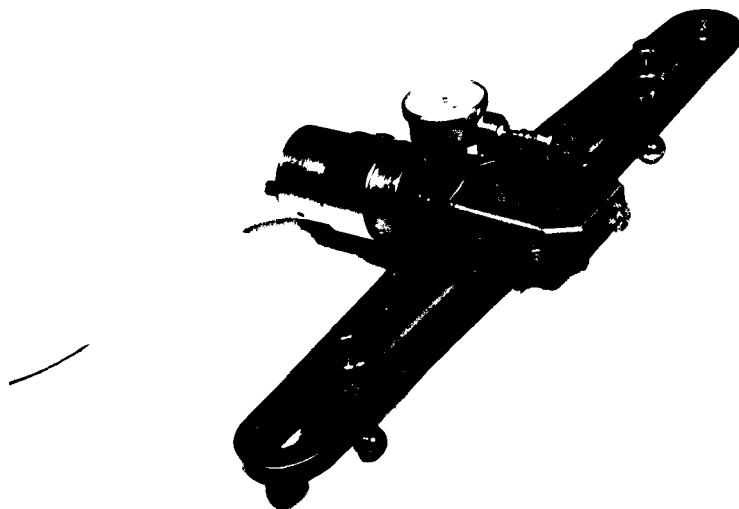


図 2.7. K-Ⅲ型アンジュレーション測定器

(1) 本測定器の構造および寸法

図 2.8 は本測定器の組立図である。本体主要部分はジュラルミン板製で重量約 0.8 kg, 固定ボール間隔 2.2 は 76 ~ 300 mm 可変,

1). 文献 [18] [23] [25] [27]

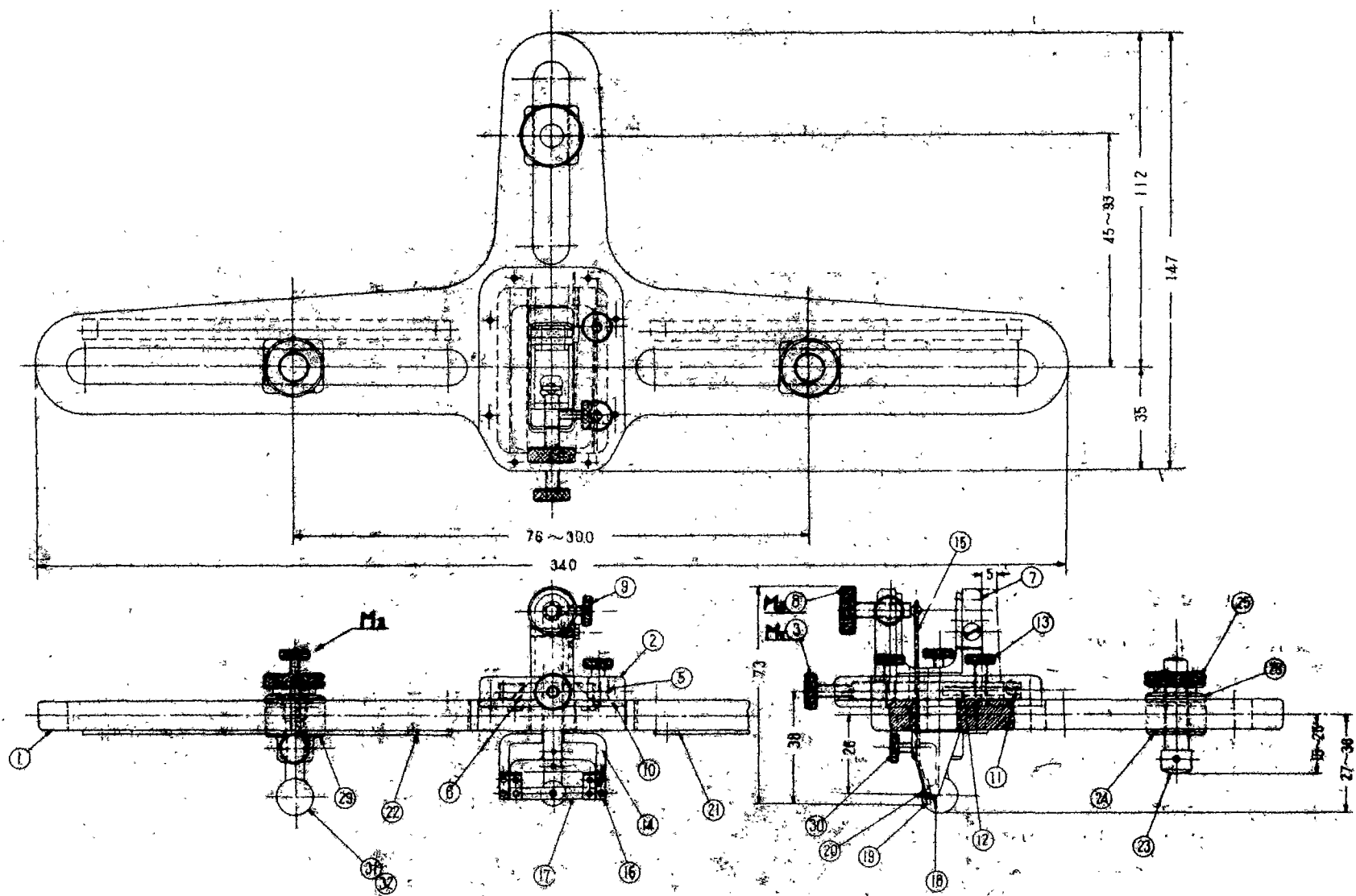


図 2.8. K-II 型アンジュレーションレコーダ

固定ボールの径はモジュール 3 ~ 10 に適用させるため附表 10. のものをつくった。測定子の歯面方向および歯丈方向位置は調整ネジ M_1, M_2 ではない、特に歯面方向の微調整は M_3 である。このことができる。また固定ボール O_1, O_2 の中央の測定子、 O_3 の歯面との接触部分には先端半径 0.1 mm の短かいサファイヤ-触針 N を可動極板 C_e に植え込んだものを用いた。 C_e は 0.05 mm 厚、4 mm 幅の板バネにより固定極板 C_f に対向して感度補正レバー上に支持されている。(図 2.9.)

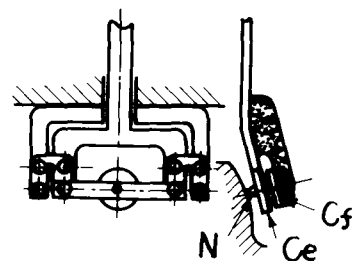


図. 2.9.

(2) コンデンサマイクロメータと感度補正装置

測定子部分は歯ミゾ内に入るため小形にする必要があり、 C_e, C_f にはそれぞれ直径 7 mm, 8 mm の円板を用いた。 C_e は測定器本体を通して接地されている。 C_f からのリード線は測定器本体にとりつけたインピーダンス低下用トランス (マッティングボックス) に最短距りで接続され、検出容量以外の外乱はほとんど入らないようにしてある。マッティングボックスの出力は約 4 m のシールド線で携帯用微少容量変化検出器¹⁾ (図 2.10) に接続さらにその出力はペン書きオシログラフに接続されている。この種の変位→容量変換器では長時間の安定性は保ち難く、また直線性も悪いいため測定中たびたび感度補正をおこなう必要がある。



図. 2. 10.

1). 特に携帯に便利のように電池式を用いた検出増量 (応研電子工業にて試作)

図2.11は本測定器に用いた感度補正装置の原理を示す。 S_1 は可動極板 C_e のついた弱い板バネであり測定中にはこの S_1 が繞んで歯面と測定器本体との相対変位が C_e, C_f の間隔の変化となつてあらわれる。 C_e, C_f の対向面積を A , 間隔を u_c , そのときの静電容量を C , 間隔の変化を δu_c , δu_c のため生ずる静電容量の変化分を δC とすれば、 $\delta u_c \ll u_c$ のとき

$$\delta C \doteq -\left(\frac{K \cdot A}{u_c^2}\right) \cdot \delta u_c \quad \text{---- (i)}$$

ただし、 K : 誘電率

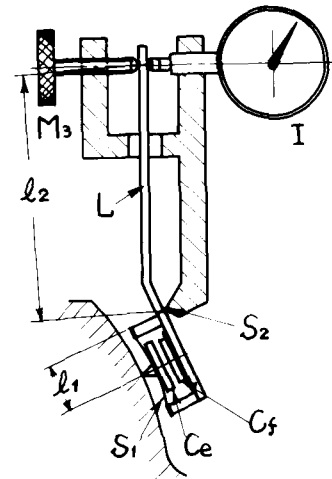
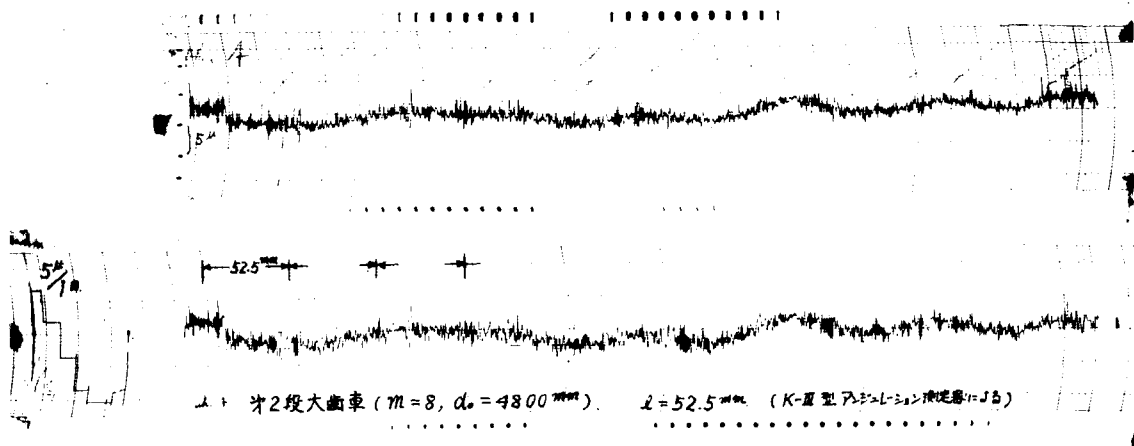


図 2.11.

であり測定しようとする変位が容量変化として検出される。感度補正をおこなうためには測定器を測定状態で歯ミツ内に置いたまゝ感度補正用ネジ M_3 を送りダイヤルインジケータ I の一定値 δm 毎のペン書きオツシログラフの記録をとれば図2.12のような感度補正用目盛が得られる。この場合は可動極板 C_e が静止しており感度補正レバー L により固定極板 C_f が $\delta c = (l_1/l_2) \delta m$ づつ動かされ従つて C_e, C_f の間隔に δc づつの変化をあたへ感度の補正をおこなうことができる。本測定器では $(l_1/l_2) \doteq 1/7$ なるため $\delta m \doteq 7/100 \text{ mm}$ で $\delta c \doteq 1/100 \text{ mm}$ の感度補正ができる。

式(i)の()内は δu 検出の感度をあらわす。従つて感度補正レバー L を置く位置を変えることにより u を変化させ感度を任意に調整することができる。図2.12は本測定器による測定記録とその再現性を示す。



↑ 感度補正目盛り

図. 2.12. K-III型アンジュレーション測定器による
測定値の再現性.

[2.2] Tomlinson 式アンジュレーション測定法の拡張

Tomlinson 式アンジュレーション測定器による測定記録の解析については 従来 アンジュレーションを一平面上の正弦曲線で代表して考え任意波形の場合、さらに両歯面の影響など全く考慮されていない。しかし実際の歯車を測定してみるとこのような理想的波形のものはごく少数でありより詳細な検討の必要を感じた。

こゝでは一般的なアンジュレーション波形についての基礎式を導き、その解析法を定める。

(2.2.1) 近似基礎式

まず簡単な場合につき考え次の 2 つの仮定を置く。

(1) 歯形を圧力角 α が一定な直線歯形とする。……測定器の固定ボールおよび測定子の接触するのは歯面上歯すき方向のわずかな一部分であり、したがってその附近では圧力角一定な直線歯形とみなすことができる。¹⁾

(2) 歯スジは真直である。……歯数が非常に多い大歯車を狭いボール間隔で測定する場合にはこのように近似できる。

図 2.13 は測定器の固定ボールが歯溝内に置かれた状態を示す。歯スジ方向に x 座標をとり歯面 I, II の正しい位置からの歯面垂直方向 (f_1, f_2 方向) への形状誤差 (アンジュレーション振巾) を $f_1(x), f_2(x)$ とする。固定ボールの中心は誤差 $f_1(x), f_2(x)$ のため、その正しい位置 O_1, O_2 から O_1', O_2' に移る。 $\overline{O_1 O_1'}$ の変位は図 2.14(a) のように斜交座標 f_1, f_2 の成分 $f_1(x-1), f_2(x-1)$ を共変成分とするベクトル $\overline{O_1 O_1'}$ であらわされる。 $\overline{O_2 O_2'}$ につい

1). 2.2.5.3 参照。

ても全く同様にして $f_1(t+1)$, $f_2(t+1)$ を共変成分とするベクトル $\overrightarrow{O_2 O'_2}$ であらわされる。いま O'_1, O'_2, O'_3 を歯スジ方向に向かって見れば 図 2.14 (b) のようになり $\overline{O'_1 O'_2}$ の二等分点 O'_3 の f_1, f_2 方向の共変成分 $f'_1(t), f'_2(t)$ は

$$f'_1(t) = \frac{1}{2} \{ f_1(t-1) + f_1(t+1) \} \quad (i)$$

$$f'_2(t) = \frac{1}{2} \{ f_2(t-1) + f_2(t+1) \} \quad (ii)$$

となる。この測定法で測定される量は $O'_1 O'_2$ の中点 O'_3 から歯面までの距りの変化分であり、歯面 I および II についてのこの測定値を $F_1(t), F_2(t)$ (歯面が出っはるとき正の値) とすれば

$$F_1(t) = f_1(t) - f'_1(t) + K \quad (iii)$$

$$F_2(t) = f_2(t) - f'_2(t) + K \quad (iv)$$

ここで K は測定器の 0 点の選び方できる常数

式 (i), (ii) を (iii), (iv) へ代入して

$$-2 \cdot \{ F_1(t) - K \} = f_1(t-1) - 2 \cdot f_1(t) + f_1(t+1) (\equiv \Delta^2 f_1(t-1)) \quad \dots (2.21)$$

$$-2 \cdot \{ F_2(t) - K \} = f_2(t-1) - 2 \cdot f_2(t) + f_2(t+1) (\equiv \Delta^2 f_2(t-1)) \quad \dots (2.22)$$

を得る 即ち歯数の多い大歯車で歯スジがラック板の歯スジとみなせる場合には

- (1) Tomlinson 式測定法による測定値 $F(t)$ は測定している側の歯面のアンジュレーション曲線 $f(t)$ のみの関数になり、反対歯面の影響を受けないこと。

(2) 測定値 $F(t)$ はアンジュレーション曲線 $f(t)$ の完全2階差分の $1/2$ の値を示すこと

がわかる。式 (2.2.1), (2.2.2) は全く同形であるため以後 Suffix 1, 2 を取り去った1つの式であらわし。

$$-2 \{F(t) - K\} = \Delta^2 f(t-1) \quad \text{---- (2.2.3)}$$

とする。この近似基礎式は大歯車の測定に適用されまた厳密な基礎式の解法の1段階としてももちいられる

(2.2.2) 近似基礎式の解法¹⁾

2.2.2.1 アンジュレーション曲線 $f(t)$ から測定記録曲線 $F(t)$ を求める方法²⁾

アンジュレーション曲線 $f(t)$ が式, 数値あるいは図形であたえられれば式 (2.2.3) をもつて容易に測定記録曲線 $F(t)$ を求めることができる。即ち式 (2.2.3) を $F(t)$ について解けば

$$F(t) = -\frac{1}{2} f(t-1) + f(t) - \frac{1}{2} f(t+1) + K \quad \text{---- (2.2.4)}$$

となる。

図2.15は $f(t)$ が図形であたえられたときの $F(t)$ の合成法を示す。附表2に $f(t)$, と $F(t)$ との関係をあらわす例を示した。

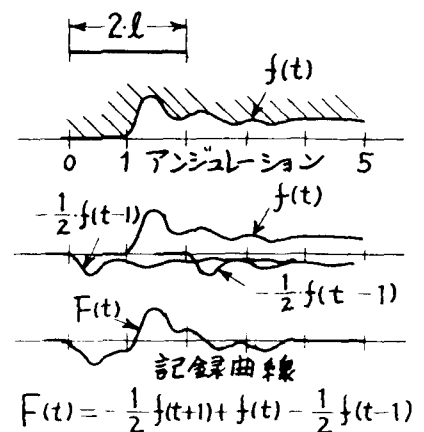


図. 2. 15.

1). Fourier級数に展開してあなる解法もあるが実際の手段は非常に複雑にたため差分法により直接解く方法をとる。 2). 文献 [24] [26]

2.2.2.2 記録曲線 $F(t)$ からアンジュレーション曲線 $f(t)$ を求める方法 (その1: 計算による方法)¹⁾

この解を求めることは結局は 式(2.2.3) で $t = 0, 1, 2, \dots, n$ と置いた連立方程式を解くことであるが、いま式の物理的意味を明確にするため和差分法の演算²⁾を用いる。

まず近似基礎式で $K=0$ の場合を考える。式(2.2.3) は和差分法の表現によれば

$$\frac{\Delta^2 f(t)}{(\Delta t)^2} = -2 \cdot F(t-1) \quad \text{----- (2.2.3)}$$

であり、これを $f(t)$ について解くため両辺を2回和分すれば

$$f(t) = -2 \left\{ t \cdot \int_a^t F(x) \cdot \Delta x - \int_a^t x \cdot F(x) \cdot \Delta x \right\} + C_1 \cdot t + C_1' + p(t) \quad \text{----- (2.2.5)}$$

ここで C_1, C_1' : 任意常数, $p(t)$: 周期が1の任意函数,

a : 和分の下限をあらわし $a < t$ の任意の数でよい。

t は整数とすれば³⁾ (t 座標をそのように選ぶ)

$$\int_a^t F(x) \cdot \Delta x = \sum_{x=a}^{t-1} F(x) \quad , \quad p(t) = p \quad (\text{常数})$$

なるため

$$f(t) = -2 \cdot \left\{ t \cdot \sum_{x=1}^{t-1} F(x) - \sum_{x=1}^{t-1} x \cdot F(x) \right\} + C_1 \cdot t + C_2 \quad \text{----- (2.2.6)}$$

ただし $a=1$, $C_1' + p = C_2$ (任意常数) とした。

この式の任意常数 C_1, C_2 はアンジュレーション曲線 $f(t)$ の境界条件により求めなければいけない。

(i) $t = n_1$ および n_2 でアンジュレーション曲線 $f(t)$ が f_{n1} および f_{n2} を通るとき C_1, C_2 の値 (図2.16)

1) 文献 [24] [26],

2) 文献 [6].

$$\bar{f}_x = -2 \cdot \left\{ t \cdot \sum_{x=1}^{t-1} F(x) - \sum_{x=1}^{t-1} t \cdot F(x) \right\} \quad \text{----- (2.2.7)}$$

とすれば 式(2.2.6) より

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{n_1 - n_2} \{ (f_{n_1} - f_{n_2}) - (\bar{f}_{n_1} - \bar{f}_{n_2}) \} \\ C_2 &= \frac{1}{n_1 - n_2} \{ n_1 (f_{n_2} - \bar{f}_{n_2}) - n_2 (f_{n_1} - \bar{f}_{n_1}) \} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2.2.8)}$$

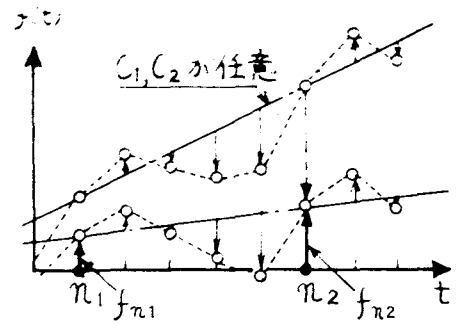


図. 2. 16.

が求まる。(ただし $\bar{f}_{n_1}, \bar{f}_{n_2}$ は $x = n_1, n_2$ のときの $\bar{f}_x$ の値)

(ii) アンジュレーション曲線 $f(x)$ がその両端 $x=0, n$ で 0 なるとき ($n_1=0, n_2=n, f_{n_1}=f_{n_2}=0$.) 式(2.2.8) より

$$C_1 = \frac{1}{n} (\bar{f}_0 - \bar{f}_n) \quad , \quad C_2 = -\bar{f}_0 \quad \text{----- (2.2.9)}$$

が求まる。この場合の基礎式の解をもう一度まとめて書けば

$$f(x) = \bar{f}_x + \frac{x}{n} (\bar{f}_0 - \bar{f}_n) - \bar{f}_0 \quad \text{----- (2.2.10)}$$

$$\bar{f}_x = -2 \cdot \left\{ x \cdot \sum_{x=1}^{x-1} F(x) - \sum_{x=1}^{x-1} x \cdot F(x) \right\}$$

となる。

これらの式により求められるアンジュレーション曲線 $f(x)$ の値は x の整数とびの位置についてであり連続的にすべての x について求めることはできない。しかし x 軸上の原点 ($x=0$) は任意の位置に選ぶことができるため、任意にとった x 軸上整数とびの 2 点があたえられれば、それを含む整数とびの位置のアンジュレーション曲線 $f(x)$ の値は一意的に決まる。(図 2.17). (これは後述の補間測定法に利用される。)

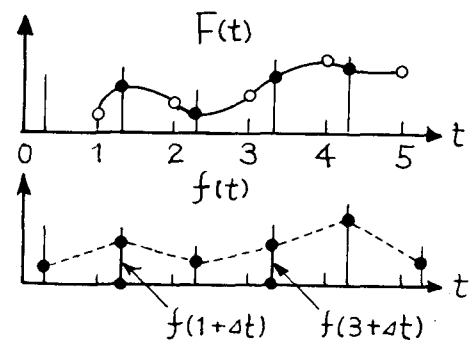


図. 2. 17.

t	$F(t)^{1)}$	$-2 \cdot F(t)$	$\sum_0^t \{-2F(t)\}$	$t \sum_0^t \{-2F(t)\}^{(1)}$	$t \cdot \{-2F(t)\}$	$\sum_0^t t \cdot \{-2F(t)\}^{(2)}$	$\begin{matrix} (3) \\ (1) - (2) \end{matrix}$	$\begin{matrix} (4) \\ t \cdot S \end{matrix}$	$\begin{matrix} f(t) \\ (3) - (4) \end{matrix}$
0	$0^{2)}$	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-3.7	7.4	7.4	7.4	7.4	7.4	0	10.3	-10.3
2	-3.0	6.0	13.4	26.8	12.0	19.4	7.4	20.6	-13.2
3	-2.7	5.4	18.8	56.4	16.2	35.6	20.8	30.9	-10.1
4	-0.2	0.4	19.2	76.8	1.6	37.2	39.6	41.2	-1.6
5	1.0	-2.0	17.2	86.0	-10.0	27.2	58.8	51.5	7.3
6	3.8	-7.6	9.6	57.6	-45.6	-18.4	76.0	61.8	14.2
7	6.4	-12.8	-3.2	-22.4	-89.6	-108.0	85.6	72.1	13.5
8	$0^{3)}$	0	-3.2	-25.6	0	-108.0	$a = 82.4$	82.4	0

1) 本文 (2.2.2.4) を参照のこと.

2) $F(0)$ は C_1 と含めて考えて 0 とおく

3) (3) の演算で消去されるため 0 とあいてもよい.

$$S = \frac{a}{n} = \frac{82.4}{8} = 10.3$$

表. 2.1.

表 2.1. は式 (2.2.10) の計算表の 1 例であり、船用カ1 段大歯車の実測値で 分割数 $n = 8$ 、境界条件としては、 $f(0) = f(8) = 0$ の場合を示した。図 2.18 にこの測定値 $F(t)$ とこの計算で求めたアンジュレーション $f(t)$ の値を示した。

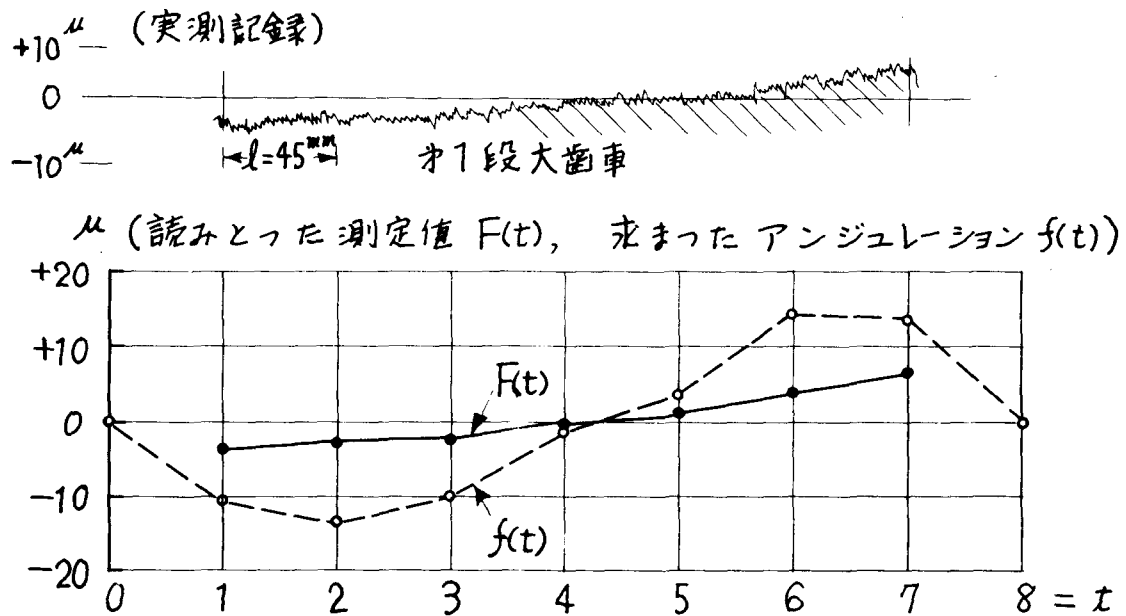


図. 2. 18.

2.2.2.3 $F(t)$ から $f(t)$ を求める方法 (その 2: 図式解法)¹⁾

式 (2.2.4) を $f(t+1)$ につき解いて変形すれば (ただし $K=0$ とする。)

$$f(t+1) = 2 \cdot \{f(t) - f(t-1)\} + f(t-1) - 2 \cdot F(t) \quad \text{----- (2.2.11)}$$

となる。図 2.19 において最初 $f(t-1)$, $f(t)$ および測定値 $F(t)$ が与えられている場合、 t 軸上の $(t-1)$ および t の位置に $f(t-1)$, $f(t)$ に応じた高さには点 P_{t-1} , P_t をとり、 P_t 点から下向きに $F(t)$ ($F(t) < 0$ のときは上向き) をとり、その先端を Q_t とする。次に $\overline{P_{t-1}Q_t}$ を結ぶ直線と $(t+1)$ の位置に立てた垂線

1). 文献 [26]

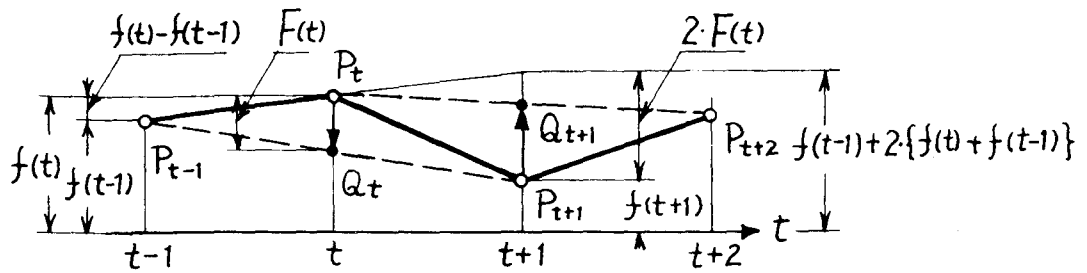


図. 2. 19

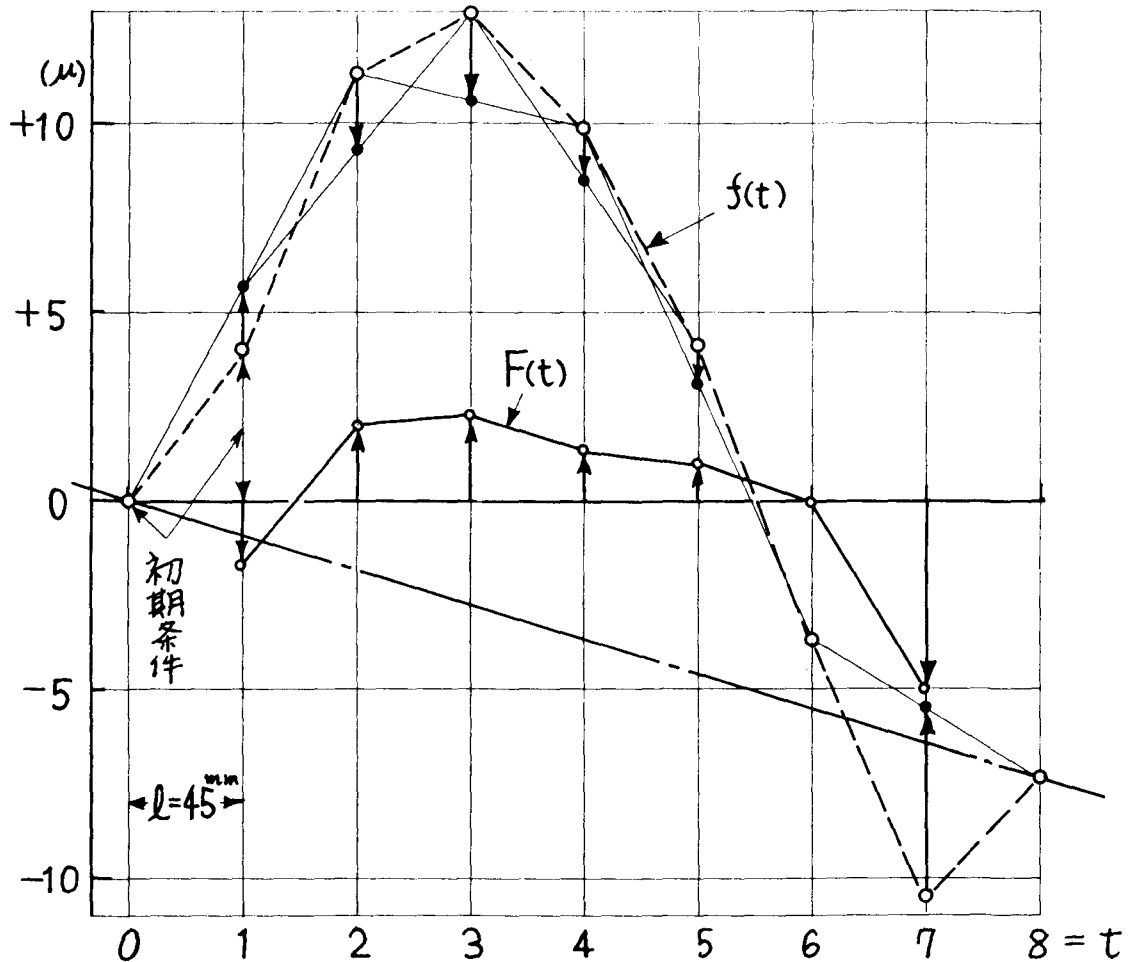


図. 2. 20

との交点を P_{t+1} とすれば P_{t+1} の高さが $f(t+1)$ になる。こゝで求められた $f(t+1)$ と前に用いた $f(t)$ および新しい測定値 $F(t+1)$ を用いて同様に $f(t+2)$ が P_{t+2} の高さとして求められ、順次 $f(t)$ の値が求まる。実際の場合には $f(0) = f(1) = 0$ から始めて $f(t)$ が求まったあとで境界条件に合うように直線で補正すればよい。図2.20は船用オ1段大歯車実験結果の図式による解析の例を示す。

2.2.2.4. K の値について

従来の Tomlinson 式測定器では 2 個の固定ボールの中軸と歯面との相対距りの変化分は検出できるがその絶対値を正確に知ることにはむずかしい。したがってどうしても基礎式の K 値が未知の常数として残る。このとき近似基礎式の解の式(2.2.6)にさらに次の $\delta_k f(t)$ が加わる。

$$\delta_k f(t) = -2 \cdot \left\{ t \cdot \sum_{x=1}^{t-1} (-K) - \sum_{x=1}^{t-1} x \cdot (-K) \right\} = K \cdot t(t-1) \quad \text{---- (2.2.12)}$$

即ち 式(2.2.12) のような未知数 K を係数とする t の二次式分が未定になる。図 2.21 は K を $0.25/1000 \text{ mm}$ ずつ変えたときの解析結果を示す。こゝで従来の測定器による測定結果からアンジュレーションの真の形状を求めることは困難であるが、そのありうる最少値は求められる。

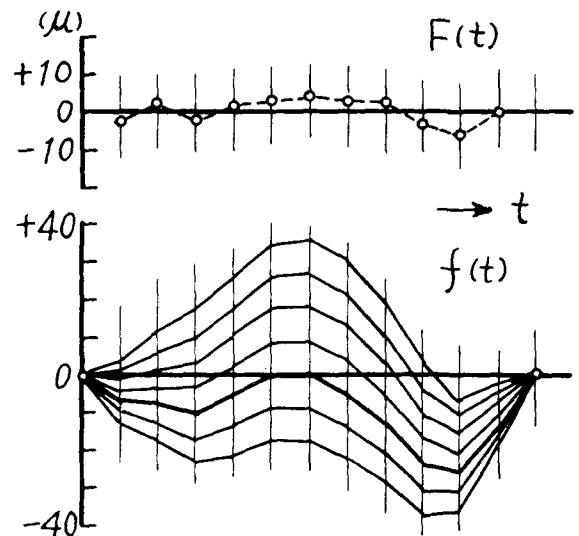


図 2.21.

(i) ありうるアンジュレーションの最少全振巾

K の値を少しずつ変えて解析をおこなない全振巾が最少になるものを求めればよい。 $F(t)$ が簡単な式であらわせるときの $f(t)$ を表 2.3 に示した。

また $f(t)$ と t 軸間の最少二乗の条件の場合は

$$K = \frac{1}{t-1} \int_1^{t-1} F(t) dt \doteq \frac{1}{t-1} \sum_{x=1}^{t-1} F(x) \quad \text{---- (2.2.13)}$$

となる。即ち $F(t)$ の読みの平均値を解析に用いればよい。

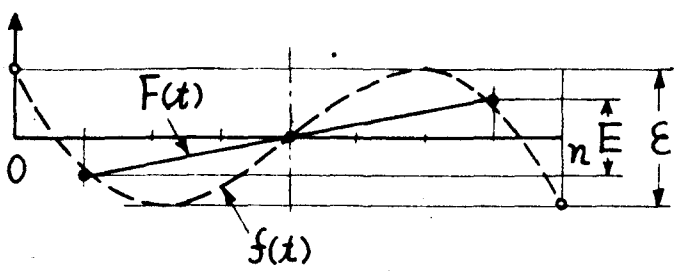
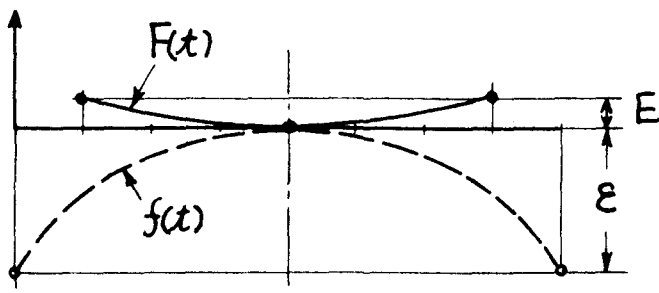
$F(t)$ が1次式の場合 $f(t)$ のとりうる最小振幅 ε の値
 $\frac{\varepsilon}{E} = \frac{n^3}{48(n-2)}$ $n = 8 \text{ ならば}$ $\frac{\varepsilon}{E} = 1.8$
$F(t)$ が2次式の場合 $f(t)$ のとりうる最小振幅 ε の値
 $\frac{\varepsilon}{E} = \frac{n^4}{24(n-2)^2}$ $n = 8 \text{ ならば}$ $\frac{\varepsilon}{E} = 4.74$

表. 2.2.

(ii) C 型アンジュレーションの場合

ホブ盤では上げ切削されたあとの大部分の歯車のアンジュレーションは、ほぼ C 型に属する。このときは $f_2(t) = -f_1(t)$ であり、近似基礎式 (2.2.1.), (2.2.2) は

$$\Delta^2 f_1(t-1) = -2 \{F_1(t) - K\}$$

$$-\Delta^2 f_1(t-1) = -2 \{F_2(t) - K\}$$

となり、両式の差をとれば

$$\Delta^2 f_1(t-1) = F_2(t) - F_1(t)$$

となる。これは式 (2.2.3') で $-2\{F(t) - K\}$ を $\{F_2(t) - F_1(t)\}$ に置きかえたもので、 K を含まない。

従って、その解は 式(2.2.6) により

$$f_1(t) = t \sum_{i=1}^{t-1} \{F_2(i) - F_1(i)\} - \sum_{i=1}^{t-1} i \{F_2(i) - F_1(i)\} + C_1 t + C_2$$

または

$$f_1(t) = \sum_{i=1}^{t-1} (t-i) \{F_2(i) - F_1(i)\} + C_1 t + C_2 \quad \text{---- (2.2.14)}$$

となる。

即ち C 型アンジュレーションの場合には、測定器の調整を一定にしたまゝで I, II 両歯面を測定し、両測定値の差を用いて完全にアンジュレーション曲線を求めることができる。

(2.2.3) 厳密な基礎式¹⁾

実際のハスバ歯車の歯スジは曲がり、かつ、ねじれており、とくに歯数の少ないハスバ歯車については、その影響が大きく、

(2.2.1)仮定 (2) がなりたたなくなる。図 2.22 は歯ミソ内に置かれた Tomlinson 式測定器を示す。

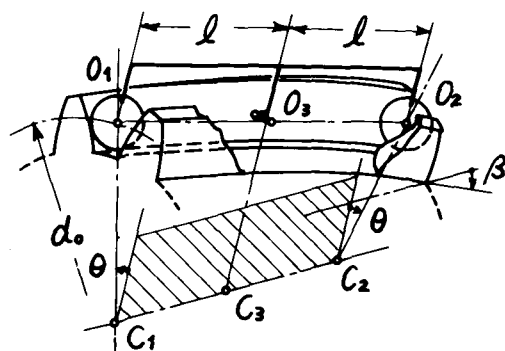


図. 2. 22.

中点 O_3 に対して固定ボールの中心 O_1 および O_2 は歯車軸のまわりに、それぞれ反対方向に θ ずつ回転した位置にあり、

$$\theta \doteq \frac{2 \cdot l \cdot \sin \beta}{d_0} \quad \text{----- (2.2.15)}$$

l : ボール間隔の半分, β : 歯車のネジレ角,

d_0 : 歯車のピッチ円直径.

なる関係がある。

いま近似基礎式の場合と同じく、

t : 歯スジ方向にとった座標 l を単位長さとする。

$f_1(t), f_2(t)$: t の位置における歯面 I, II の歯面垂直方向ア
ンジュレーション振巾。

$F_1(t), F_2(t)$: t の位置に測定子が来たときの歯面 I, II の測
定値

K : 測定器の読みの 0 点の探し方による常数。

とすると歯スジのネジレを考慮した基礎式は次のようになる。(式の誘導は又頁雑さよさけるため 附. 7. = 4 収めた。)

1) 文献 [27]

2.2.3.1. 厳密な基礎式の原型

歯面 I の測定では

$$\begin{aligned} -2\{F_1(x)-K\} &= (1+\overline{a'-a''}) \cdot f_1(x-1) - 2 \cdot f_1(x) + (1+\overline{a'-a''}) \cdot f_1(x+1) \\ &\quad + (b'+b'') \cdot f_2(x-1) + (b'-b'') \cdot f_2(x+1) \quad \dots (2.2.16) \end{aligned}$$

歯面 II では

$$\begin{aligned} -2\{F_2(x)-K\} &= (1+\overline{a'-a''}) \cdot f_2(x-1) - 2 \cdot f_2(x) + (1+\overline{a'-a''}) \cdot f_2(x+1) \\ &\quad + (b'-b'') \cdot f_1(x-1) + (b'+b'') \cdot f_1(x+1) \quad \dots (2.2.17) \end{aligned}$$

こゝで

$$\left. \begin{aligned} a' &= \frac{(1.5 \cdot \sin^2 \beta - 1) \cdot (1 - \cos \theta)}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \\ a'' &= \frac{1}{\tan 2\alpha} \cdot \frac{\cos \beta \cdot \sin \theta}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \\ b' &= \frac{\sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)}{2 \cdot \{1 - \sin^2 \beta (1 - \cos \theta)\}} \\ b'' &= \frac{1}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{\cos \beta \cdot \sin \theta}{1 - \sin^2 \beta (1 - \cos \theta)} \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.2.18)$$

となる。(ただし α_b : 測定位置での歯直角圧力角)

2.2.3.2. 厳密な基礎式の近似型

式(2.2.18)の a' と a'' および b' と b'' の大きさを比較するため、これらの比をとってみると、(右辺の数値は $\beta = 30^\circ$, $\alpha_n = 20^\circ$ とした場合)

$$\frac{a'}{a''} = \frac{(1.5 \cdot \sin^2 \beta - 1)(1 - \cos \theta)}{\cos \beta \cdot \sin \theta} \cdot \tan 2\alpha_b \doteq 0.6 \times \frac{6}{2} \dots\dots (i)$$

$$\frac{b}{b''} = \frac{\sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)}{2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \theta} \cdot \sin 2\alpha_b \doteq 0.1 \times \frac{6}{2} \dots\dots (ii)$$

となる。しかるに θ の値は 0.3 以上になることはほとんど考えられず、一般には $\theta \ll 0.3$ なるため 式 (i), (ii) は 0.1 よりはるかに小さく、従って a' , b' の値も a'' , b'' の値の 10% よりはるかに小さくなり、実際の解析計算の場合は a' , b' を省略できよう。

また $\theta \ll 1$ を考慮すれば 式 (2.2.18) の a'' , b'' の値も次のように近似できる。

$$a'' \doteq a = \frac{1}{\tan 2\alpha_b} \cdot \cos \beta \cdot \theta, \quad b'' \doteq b = \frac{1}{\sin 2\alpha_b} \cdot \cos \beta \cdot \theta$$

これに 式 (2.2.15) の θ の値を代入して

$$\begin{aligned} a &\doteq \frac{\sin 2\beta}{\tan 2\alpha} \cdot \left(\frac{l}{d_0} \right) \\ b &\doteq \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha} \cdot \left(\frac{l}{d_0} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots (2.2.19)$$

これらの近似をあてなうたとき 式 (2.2.16), (2.2.17) は、

$$\begin{aligned} -2 \cdot \{F_1(x) - K\} &= (1+a) \cdot f_1(x-1) - 2 \cdot f_1(x) + (1-a) \cdot f_1(x+1) \\ &\quad + b \cdot f_2(x-1) - b \cdot f_2(x+1) \quad \dots\dots (2.2.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 \cdot \{F_2(x) - K\} &= (1-a) \cdot f_2(x-1) - 2 \cdot f_2(x) + (1+a) \cdot f_2(x+1) \\ &\quad - b \cdot f_1(x-1) + b \cdot f_1(x+1) \quad \dots\dots (2.2.21) \end{aligned}$$

となる。

2.2.3.3. C型アンジュレーションの場合

両歯面が平行な形のC型アンジュレーションの場合には、
 $f_2(t) = -f_1(t)$ となり、基礎式 (2.2.20), (2.2.21) はさらに簡単な
形になる。

$$-2 \cdot \{F_1(t) - K\} = (1-C) f_1(t-1) - 2 f_1(t) + (1+C) f_1(t+1) \quad \text{---- (2.2.22)}$$

および

$$-2 \cdot \{F_2(t) - K\} = (1+C) f_2(t-1) - 2 f_2(t) + (1-C) f_2(t+1) \quad \text{---- (2.2.23)}$$

$$\text{ただし} \quad C = b-a \doteq \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha} (1 - \cos 2\alpha) \left(\frac{l}{a_0} \right) \quad \text{---- (2.2.24)}$$

となる。

(2.2.4) 基礎式の解法

2.2.4.1 アンジュレーション曲線 $f(t)$ から記録曲線 $F(t)$ を求めること。

$f(t)$ があたえられればいかなる場合でも、式 (2.2.20), (2.2.21) または式 (2.2.22), (2.2.23) により $F(t)$ を求めることができる。表 2.3 は $f(t)$ が簡単な形の関数の場合の $F(t)$ の値を示した。これから次のことがわかる。

- (i) $f(t)$ が累乗関数の場合、近似基礎式によれば $F(t)$ は $f(t)$ より 2 次小さい累乗関数になったが、厳密式によれば $F(t)$ は $f(t)$ より 1 次小さい累乗項ももつようになる。従って、ネジレ角誤差 ($f(t)$ が 1 次式) も測定されることになるがその大きさは小さい。また、 ω の増加にともなって近似基礎式による $F(t)$ の値と厳密式による $F(t)$ の値とはかなり違ってくる。
- (ii) $f(t)$ が $\exp. \omega t$ なる円関数で、 $(1 - \cos \omega)$ が 1 より大きいような場合……($(1 - \cos \omega)$ は従来の測定解析におけるボール倍率をあらわす)……には、厳密式と近似式とによる差は比較的小さい。特に $(1 - \cos \omega) = 2$ なるときその差は 0 になる。

表 2.3 には厳密な基礎式の場合、 $f_2(t) = 0$ のときと、 $f_1(t) = 0$ のときを示してあるが $f_1(t), f_2(t)$ とも 0 でないときは両者の $F_1(t)$ の和になる。またいずれの基礎式も線型性がある。

$f_1(t)$	$F_1(t) \quad (K=0)$			
	厳密な基礎式			近似基礎式
	$f_2(t)=0$ のとき	$f_1(t)=0$ のとき *	$f_2(t)=-f_1(t)$ のとき	
1	0	0	0	0
t	a	b	$-c$	0
t^2	$a \cdot 2t - 1$	$b \cdot 2t$	$-c \cdot 2t - 1$	-1
t^3	$a \cdot (3t^2 + 1) - 3t$	$b \cdot (3t^2 + 1)$	$-c \cdot (3t^2 + 1) - 3t$	$-3t$
t^4	$a \cdot (4t^3 + 4t) - (6t^2 + 1)$	$b \cdot (4t^3 + 4t)$	$-c \cdot (4t^3 + 4t) - (6t^2 + 1)$	$-(6t^2 + 1)$
$\sin \omega t$	$a \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega t + (1 - \cos \omega) \cdot \sin \omega t$	$b \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega t$	$-c \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega t + (1 - \cos \omega) \cdot \sin \omega t$	$(1 - \cos \omega) \cdot \sin \omega t$
$\cos \omega t$	$-a \cdot \sin \omega \cdot \sin \omega t + (1 - \cos \omega) \cdot \cos \omega t$	$-b \cdot \sin \omega \cdot \sin \omega t$	$c \cdot \sin \omega \cdot \sin \omega t + (1 - \cos \omega) \cdot \cos \omega t$	$(1 - \cos \omega) \cdot \cos \omega t$
λ^t	$-\frac{\lambda^{t-1}}{2} (1-\lambda) \cdot \{(1+a) - (1-a) \cdot \lambda\}$	$-\frac{b}{2} \cdot \lambda^{t-1} \cdot (1-\lambda^2)$	$-\frac{\lambda^{t-1}}{2} (1-\lambda) \cdot \{(1-c) + (1+c) \cdot \lambda\}$	$-\frac{\lambda^{t-1}}{2} \cdot (1-\lambda)^2$
基礎式	$(1+a)f_1(t-1) - 2f_1(t) + (1-a)f_1(t+1) = -2 \cdot F_1(t)$	$b \cdot f_2(t-1) - b \cdot f_2(t+1) = -2 \cdot F_1(t)$	$(1-c)f_1(t-1) - 2f_1(t) + (1+c)f_1(t+1) = -2 \cdot F_1(t)$	$f_1(t-1) - 2f_1(t) + f_1(t+1) = -2 \cdot F_1(t)$

(* $f_1(t)=0$ のときは 1 行目の欄
に $f_2(t)$ をあらわす。

表 2.3.

2.2.4.2 $F(t)$ から $f(t)$ を求める解析的方法

(その1. C型アンジュレーションの場合)

アンジュレーション測定の場合には実際に得られた測定値 $F(t)$ からアンジュレーション曲線 $f(t)$ を求めたい場合が多い。

C型アンジュレーションの場合には式(2.2.22)又は式(2.2.23)は $f_1(t)$ 又は $f_2(t)$ について解けばよいが 測定値 $F_1(t)$ および $F_2(t)$ が同時にあたえられたときは次のように簡単になる。即ち両式の差をとり $f_2(t) = -f_1(t)$ を考慮すれば

$$-2\{F_1(t) - F_2(t)\} = 2\{f_1(t-1) - 2f_1(t) + f_1(t+1)\}$$

または

$$\Delta^2 f_1(t-1) = F_2(t) - F_1(t) \quad \text{----- (2.2.25)}$$

となり 近似基礎式の場合と同形になる。これを $f_1(t)$ について解けば

$$f_1(t) = \sum_{j=1}^{t-1} (t-j) \{F_2(j) - F_1(j)\} + C_1 t + C_2 \quad \text{----- (2.2.26)}$$

が求まる。これを用いれば $f_1(t)$ または $f_2(t)$ を完全に求めることができる。

2.2.4.3 $F(t)$ から $f(t)$ を求める解析的方法

(その2. 任意波形のアンジュレーションの場合)

$f_1(t)$, $f_2(t)$ に関する連立差分方程式(2.2.20), (2.2.21)を解く必要がある。こゝでは記号解法と適用する。

式(2.2.20), (2.2.21)を差分演算子 Δ を用いてあらわせば

$$\left. \begin{aligned} \{(1-a)\Delta^2 - 2a\Delta\} \cdot f_1(t) - b(\Delta^2 + 2\Delta) \cdot f_2(t) &= F_1 \\ b(\Delta^2 + 2\Delta) \cdot f_1(t) + \{(1+a)\Delta^2 + 2a\Delta\} \cdot f_2(t) &= F_2 \end{aligned} \right\} \dots (2.2.27)$$

$$F_1 = -2\{F_1(t+1) - K\}, \quad F_2 = -2\{F_2(t+1) - K\}$$

となる。ここで Δ を定数とみなして $f_1(t)$ を求めれば

$$f_1(t) = \frac{1}{1+A} \cdot \frac{\Delta \left[\{(1+a)\Delta + 2a\} \cdot F_1(t) + b(\Delta + 2) \cdot F_2(t) \right]}{\Delta^2(\Delta - \lambda_1)(\Delta - \lambda_2)} \quad (2.2.28)$$

$$A = b^2 - a^2, \quad \lambda_{1,2} = -\frac{2A}{1+A} \pm i \cdot \frac{2\sqrt{A}}{1+A}$$

となる。つぎに式(2.2.28)の分子につき $1/\Delta$, $1/\Delta$, $1/(\Delta - \lambda_1)$, $1/(\Delta - \lambda_2)$ なる演算を順にあてなつてやけば(附 8 参照)

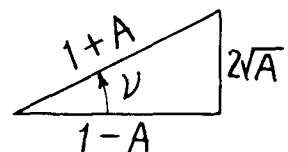
$$\begin{aligned} f_1(t) = & \frac{1}{1+A} \left[\frac{\alpha^t}{\alpha - \beta} \int_0^t \frac{F_1}{\alpha^{t+1}} \Delta t - \frac{\beta^t}{\alpha - \beta} \int_0^t \frac{F_1}{\beta^{t+1}} \Delta t + \frac{2}{(1-\alpha)(1-\beta)} \int_0^t (aF_1 + bF_2) \Delta t \right. \\ & \left. - \frac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)(\alpha-\beta)} \int_0^t \frac{aF_1 + bF_2}{\alpha^{t+1}} \Delta t + \frac{(1+\beta)}{(1-\beta)(\alpha-\beta)} \int_0^t \frac{aF_1 + bF_2}{\beta^{t+1}} \Delta t \right] + C_1 t + C_2 \\ & + C_3 \alpha^t + C_4 \beta^t \quad \dots (2.2.29) \end{aligned}$$

$$\alpha = \lambda_1 + 1, \quad \beta = \lambda_2 + 1, \quad C_1, C_2, C_3, C_4 : \text{定数}$$

となる。さらに図 2.23 のように

$$\alpha = \cos \nu + i \sin \nu, \quad \beta = \cos \nu - i \sin \nu$$

$$\cos \nu = \frac{1-A}{1+A}, \quad \sin \nu = \frac{2\sqrt{A}}{1+A}$$



とおきかえて、 t が整数の場合につき整理すれば $f_1(t)$ は

図 2.23

$$\left. \begin{aligned}
 f_1(t) &= \overline{f_1(t)} + \overline{\overline{f_1(t)}} \\
 \overline{f_1(t)} &= \frac{1}{2\sqrt{A}} \left\{ \sin \nu t \int_0^t F_1 \cdot \cos \nu(t+1) \Delta t - \cos \nu t \int_0^t F_1 \sin \nu(t+1) \Delta t \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{2A} \left\{ \int_0^t (aF_1 + bF_2) \Delta t - \cos \nu t \int_0^t (aF_1 + bF_2) \cdot \cos \nu(t+1) \Delta t \right. \\
 &\quad \left. - \sin \nu t \int_0^t (aF_1 + bF_2) \sin \nu(t+1) \Delta t \right\} \\
 \overline{\overline{f_1(t)}} &= C_1 \cdot t + C_2 + (C_3 + C_4) \cdot \cos \nu t + i(C_3 - C_4) \cdot \sin \nu t
 \end{aligned} \right\} (2.2.30)$$

とあらわされる。

$f_2(t)$ についても全く同様にして

$$\left. \begin{aligned}
 f_2(t) &= \overline{f_2(t)} + \overline{\overline{f_2(t)}} \\
 \overline{f_2(t)} &= \frac{1}{2\sqrt{A}} \left\{ \sin \nu t \int_0^t F_2 \cdot \cos \nu(t+1) \Delta t - \cos \nu t \int_0^t F_2 \cdot \sin \nu(t+1) \Delta t \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{2A} \left\{ \int_0^t (aF_2 + bF_1) \Delta t - \cos \nu t \int_0^t (aF_2 + bF_1) \cdot \cos \nu(t+1) \Delta t \right. \\
 &\quad \left. - \sin \nu t \int_0^t (aF_2 + bF_1) \sin \nu(t+1) \Delta t \right\} \\
 \overline{\overline{f_2(t)}} &= C_1' \cdot t + C_2' + (C_3' + C_4') \cos \nu t + i(C_3' - C_4') \cdot \sin \nu t
 \end{aligned} \right\} (2.2.31)$$

が得られる。

式(2.2.30), (2.2.31) は 式(2.2.27) の $F_1 = 0$, $F_2 = 0$ なる場合を満足しなければいけなく、各項は実数であるべきことより

$$\left. \begin{aligned}
 \overline{f_1(t)} &= C_2 + u \cdot \cos \nu t - v \cdot \sin \nu t \\
 \overline{\overline{f_1(t)}} &= C_2' - u \cdot \cos(\nu t - \phi) + v \sin(\nu t - \phi)
 \end{aligned} \right\} (2.2.32)$$

ϕ : 図 2.24 参照, C_2, C_2', u, v : 任意の実数定数

となる。

式 (2.2.30), (2.2.31), (2.2.32),

が $f_1(t)$, $f_2(t)$ を求める一般式であ

り。その中には C_2, C_2', u, v 4個

の任意常数が含まれている。従って

解析されたアンジュレーション曲線 $f_1(t)$, $f_2(t)$ に4つの境界条件をあたえる必要がある。

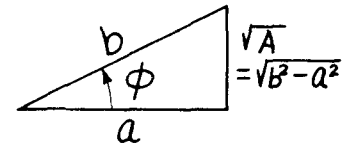


図 2.24

いま、両端面のアンジュレーション曲線がその両端で 0 の場合についてみれば、4つの境界条件は次式であらわされる。

$$f_1(0)=0, f_1(n)=0; f_2(0)=0, f_2(n)=0 \quad \cdots (2.2.33)$$

n : 測定範囲の終端の t 座標

式 (2.2.30), (2.2.31), (2.2.32) に 式 (2.2.33) を代入して、各常数を求めれば

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= -u, & C_2' &= u \cdot \cos \phi + v \cdot \sin \phi \\ u &= \frac{\overline{f_1(n)} \cdot \{\sin \phi + \sin(\nu n - \phi)\} + \overline{f_2(n)} \cdot \sin \nu n}{2 \cdot \sin \phi \cdot (1 - \cos \nu n)} \\ v &= -\frac{\overline{f_1(n)} \{\cos \phi - \cos(\nu n - \phi)\} + \overline{f_2(n)} (1 - \cos \nu n)}{2 \cdot \sin \phi \cdot (1 - \cos \nu n)} \end{aligned} \right\} (2.2.34)$$

となる。

以上の結果をまとめて記せば、表 2.4 のようになる。

$f_1(t), f_2(t)$: 求める歯面 I, II のアンジュレーション振幅 (mm)

$F_1(t), F_2(t)$: 歯面 I, II に対する測定値 (mm)

α_0, β_0, d_0 : 歯車の圧力角, ピッチ円筒ネジレ角, ピッチ円直径 (mm)

l : ボール間隔 (mm)

$$f_1(t) = \bar{f}_1(t) - u(1 - \cos \nu t) - v \cdot \sin \nu t$$

$$f_2(t) = \bar{f}_2(t) + u \{ \cos \phi - \cos(\nu t - \phi) \} + v \{ \sin \phi + \sin(\nu t - \phi) \}$$

$$\bar{f}_1(t) = - \sum_{j=1}^t \left[\frac{1}{\sqrt{A}} \cdot \sin \nu(t-j) \cdot F_1(j) + \frac{1}{A} \{ 1 - \cos \nu(t-j) \} \{ a \cdot F_1(j) + b \cdot F_2(j) \} \right]$$

$$\bar{f}_2(t) = - \sum_{j=1}^t \left[\frac{1}{\sqrt{A}} \cdot \sin \nu(t-j) \cdot F_2(j) - \frac{1}{A} \{ 1 - \cos \nu(t-j) \} \{ a \cdot F_2(j) + b \cdot F_1(j) \} \right]$$

$$u = \frac{\bar{f}_1(n) \cdot \{ \sin \phi + \sin(\nu n - \phi) \} + \bar{f}_2(n) \cdot \sin \nu n}{2 \cdot \sin \phi \cdot (1 - \cos \nu n)}$$

$$v = - \frac{\bar{f}_1(n) \{ \cos \phi - \cos(\nu n - \phi) \} + \bar{f}_2(n) (1 - \cos \nu n)}{2 \cdot \sin \phi (1 - \cos \nu n)}$$

$$\cos \phi = \frac{a}{b} \doteq \cos 2\alpha_0, \quad \sin \phi = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} \doteq \sin 2\alpha_0$$

$$\cos \nu = \frac{1-A}{1+A}, \quad \sin \nu = \frac{2\sqrt{A}}{1+A}, \quad A = b^2 - a^2 \doteq \left(\frac{l}{d_0} \cdot \sin 2\beta_0 \right)^2$$

$$\sqrt{A} \doteq \frac{l}{d_0} \cdot \sin 2\beta_0, \quad a \doteq \frac{\sin 2\beta_0}{\tan 2\alpha_0} \cdot \frac{l}{d_0}, \quad b \doteq \frac{\sin 2\beta_0}{\sin 2\alpha_0} \cdot \frac{l}{d_0}$$

表 2.4

2.2.4.4 ありうるアンジュレーションの最小振幅

を求める方法

2.2.2.4. で述べたように 従来の測定器による測定値は未知常数 K を含む。この場合の解析値 $f'_1(t)$ は 式(2.2.30)の解 $f_1(t)$ にさらに 式(2.2.30)で $F_1(t) = -K$, $F_2(t) = -K$ とおいたときの解 $-f_{1K}(t) \cdot K$ が加わり ($f'_2(t)$ も同様)

$$\left. \begin{aligned} f'_1(t) &= -f_{1K} \cdot K + f_1(t) \\ f'_2(t) &= -f_{2K} \cdot K + f_2(t) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2.2.35)}$$

となる。図 2.25 は $n=4$, $l/d_0 = 0, 0.1, 0.2$ のときの $f_{1K}(t)$, $f_{2K}(t)$ の形状と値とを示す。 $l/d_0 = 0$ は近似基礎式の場合に相当し。その $f_{iK}(t)$ は t に関する 2 次式になる。

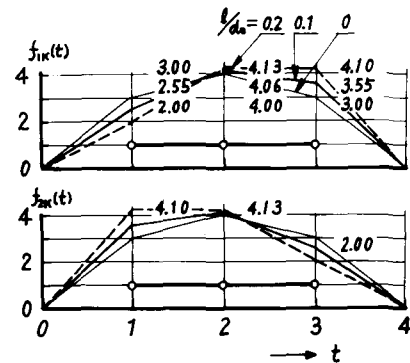


図. 2.25.

従来の測定器による測定値は前述のように 未知常数 K を含むため。それから解析されるアンジュレーション振幅 $f'_1(t)$, $f'_2(t)$ も 式(2.2.35)で示されるように未知常数 K を含み、一意的には定まらない。しかし、この K の値を適当に選べば解析されるアンジュレーションのうち、あり得る最小振幅のものを求めることができる。

図 2.26 はこのような最小振幅の $f'_i(t)$ を求める一方法を示す。式(2.2.35)を、 K および $f'_i(t)$ を変数とする 1 次関数と考え、横軸に K , 縦軸に $f'_i(t)$ をとってグラフにあらわせば $i=1, 2$,

$t = 0, 1, 2, 3, 4$ の場合に
つき $f_1'(0), f_1'(1), \dots, f_2'(4)$
をあらわす 10 本の直線を得る。

図 2.26 この図では $f_1'(0),$
 $f_1'(4), f_2'(0), f_2'(4)$ は K 軸に
重なっている。こゝで K 軸
上、任意の位置に立てた垂線
 XX' と各直線との交点がその
 K の値に対応した $f_i'(t)$ の値
になる。この $f_i'(t)$ の振幅を
コンパス等を用いて比較すれば
 $f_i'(t)$ の最小振幅のものが求め
られる。図 2.26 は 附. 9
の例題の解析結果に関するもの
であり、図 2.27 にその例題の
測定値 $F_i(t)$, $K=0$ の場合の
解析値 $f_i(t)$ および こゝで得られた $f_i'(t)$ の値を示す。

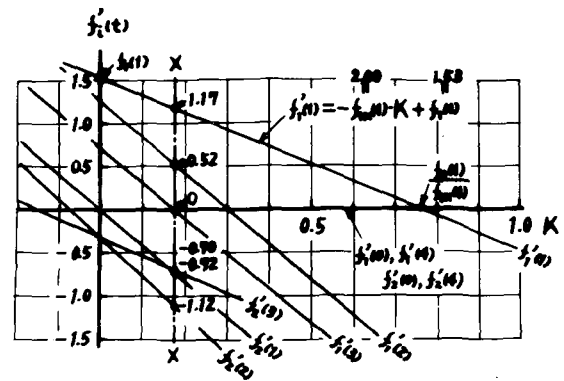


図 2.26.

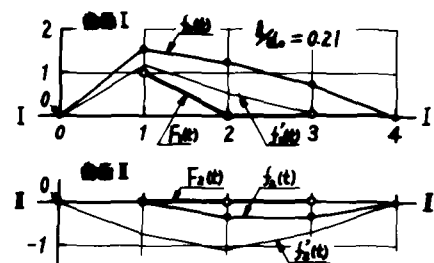


図 2.27.

(2.2.5) 測定、解析にともなう誤差

Tomlinson 式測定法と、その解析にともなう誤差の原因として、次のものが考えられる。

(1) 測定値の読みとりに伴う誤差

- 1) 測定値の読みのバラツキ $\delta F(t)$
- 2) 測定記録の横軸のずれ (1) に含めて考える)
- 3) 測定倍率の誤差 $X \cdot F(t)$

(2) 基礎式の仮定に関する誤差

- 4) 歯形誤差の影響
- 5) ネジレの影響を無視した近似計算式 (6) に含まれる)

(3) 解析計算に関する誤差

- 6) 基礎式の係数の近似による誤差 $\delta c, \delta a, \delta b$ 等
- 7) 逐次計算の収斂性によるもの

以下で、これらの影響の大約の検討を試みる。

2.2.5.1 測定値 $F(t)$ の読みのバラツキ δF が $f(t)$ に及ぼす影響 (簡単なため近似基礎式の場合につき考える)

(i) $t=i$ の位置だけに δF_i の読みの誤差があるとき

式(2.2.10) の $F(t)$ を $F(t) = \delta F_i, F(t)_{t \neq i} = 0$ とおき、 $f(0) = f(n) = 0$, なる境界条件を入れて、 $f(t)$ を求めれば、この $f(t)$ の値が δF_i なる誤差のための $f(t)$ の誤差分 $\delta f(t)$ をあらわす。 $\delta f(t)$ は $t=i$ のとき最も大きく、その値は

$$\delta f(t) = 2 \delta F_i (n-i) \cdot \left(\frac{i}{n} - 1 \right) \quad \cdots (j)$$

となる。 $\delta f(t)$ の形はこの最大値と t 軸上の $t=0$, $t=n$ を結ぶ三角形であらわされる。

図 2.28 は $n=8$ のとき 誤差 δF_i のある位置 i を変えていった場合を示す。これより δF_i の影響は n の多い程 (表 2.5 は各 n に対する $\delta f(t)_{\max}$ の値) 測定範囲の真中に近い程大きくなっている。

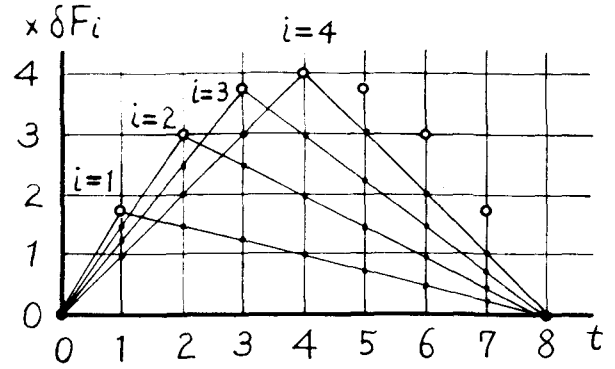


図 2.28.

n	4	6	8	10	12
$\delta f(t)_{\max}$	2	3	4	5	6
$x \delta F_i$					

表 2.5.

測定値 $F(t)$ の読みに各々誤差

$\delta F(t)$ がある場合には各 $\delta F(t)$ によって生ずる $f(t)$ の三角波形の誤差の重畳したものが $\delta f(t)$ になる。 $\delta F(t)$ が +, - に平均して分布していれば互に打ち消す効果もあるが最も困る状態は $\delta F(t)$ が一方向にかたよった場合である。

(ii) すべての $F(t)$ に δF_0 の誤差があるとき

これは基礎式の中の K のとりかたあるいは読みとりの基準線のとりちがえなどによるもので 式() で $F(t) = \delta F_0$, $f(0) = f(n) = 0$ とおいたときの $f(t)$ の値が $\delta f(t)$ になり

$$\delta f(t) = \delta F_0 \cdot t(n-t)$$

----- (ii)

なる放物線形の誤差になる。

表 2.6 は分割数 n と生ずる誤差の最大値 $\delta f(t)_{\max}$ との関係を示したが

n	4	6	8	10	12
$\delta f(t)_{\max}$	4	9	16	25	36
$x \delta F_0$					

表 2.6

この誤差は解析結果に非常に拡大されてあらわれてしまうことがわかる。

2.2.5.2. 測定倍率の誤差

基礎式には線型性があるから測定倍率の一定値の誤差は解析結果の $f(x)$ にも比例してあらわれる。

歯形の影響

(2.2.1) および (2.2.3) で求めた基礎式では測定に関係する歯面の部分を圧力角一定な直線歯形であると仮定した。実際の歯面は曲面でありさらに歯形誤差をも含むため上述の仮定のをあいたときとの違いにつき検討する必要がある。

(i) 歯面曲率の影響

δf : 直線歯形と実際の歯形との誤差

δh : ボールまたは接触子の移動範囲 ($5/100 \text{ mm}$ 以下位)

R : 歯直角断面の歯面曲率半径 (最小のもので 40 mm 位)

とすれば (図 2.29 参照)

$$\delta f = R(1 - \cos \delta \alpha), \quad \sin \delta \alpha = \frac{\delta h}{R}$$

であり $\delta \alpha \ll 1$ なるため $\delta \alpha \doteq \frac{\delta h}{R}$

また δf は

$$\delta f \doteq R \cdot \frac{(\delta \alpha)^2}{2} \doteq \frac{R}{2} \left(\frac{\delta h}{R} \right)^2 = \frac{(\delta h)^2}{2R} \quad \text{---- (i)}$$

$\delta h = 5/100 \text{ mm}$, $R = 40 \text{ mm}$ としても、式 (i) より

$$\delta f \doteq \frac{(5/100)^2}{2 \times 40} = 0.03 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

となり、ほとんど影響はないことがわかる。

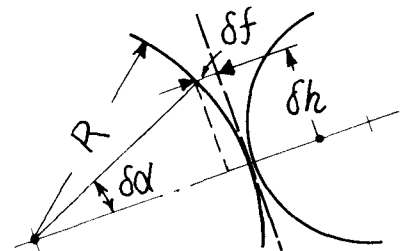


図 2.29.

(ii) 歯形誤差の影響

測定に関係する歯形上の部分は歯面の荒らさの1山以内位の範囲であり、歯形誤差としての影響は無視できると思う。

2.2.5.3. 近似基礎式による誤差

(2.2.4.) で述べた厳密式による解析はやゝ面倒であるため、 l/d_0 が小さい場合には近似基礎式を使用したい。このとき生ずる誤差の大きさを知っておく必要がある。これを一般的に求めることは困難なため、こゝでは典型的ないくつかの場合につき考察する。

図. 2.30 は解析波形の形状、反対側歯面の測定値の影響等をみるため、歯面 II には $F_2(t) = 0$ 、歯面 I には $F_1(t)$ に種々の値をあたえたときの解析結果 $f_1(t)$, $f_2(t)$ の値を示す。(ただし $n = 4$ とし $l/d_0 = 0, 0.1, 0.2$ の場合)

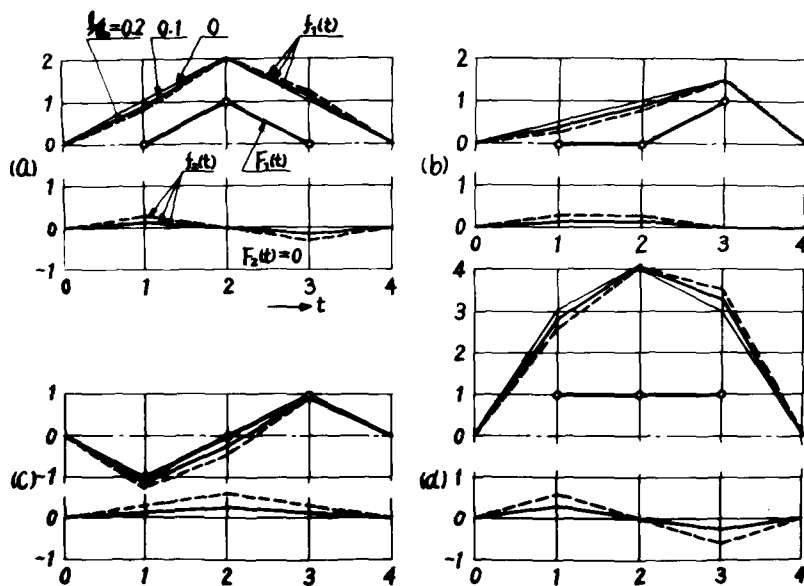


図. 2.30.

(1) 誤差の形状 ; 歯面 I のアンジュレーション波形は (+) 勾配のときは近似基礎式から求めた波形より凹み (-) 勾配のときは凸になる。歯面 II では逆の傾向になっている。

(2) 解析結果の極大値、極小値 ; l/d_0 にかかわらずほぼ一定。

(3) 歯面 I の解析値にあらわれる誤差 δ_s ;

$$\delta_s = \frac{\text{歯面 I の誤差の最大量}}{\text{歯面 I の解析値の最大振幅}} \times 100 (\%) \text{ であらわれ}$$

図 2.30 の解析結果等につき δ_s と l/d_0 との関係をまとめると 図 2.31 (a) が得られる。こゝで斜線で示した部分が δ_s の大約の範囲である。

(4) 反対歯面の解析値にあらわれる誤差 δ_m ;

$$\delta_m = \frac{\text{歯面 II の最大振幅}}{\text{歯面 I の最大振幅}} \times 100 (\%)$$

であられし δ_s と同様にまとめると 図 2.31 (b) が得られる。

(5) 実際の解析値の誤差 ;

両歯面に同程度のアンジュレーションがあり、かつ最悪の場合には δ_s, δ_m が重複してあらわれるため、その量は

$$\delta_s + \delta_m$$

になることも考えられる。

図 2.31 から推定すれば、

の誤差は 船用大歯車では 18% 以下、小歯車では数十%に及ぶことも考えられる。

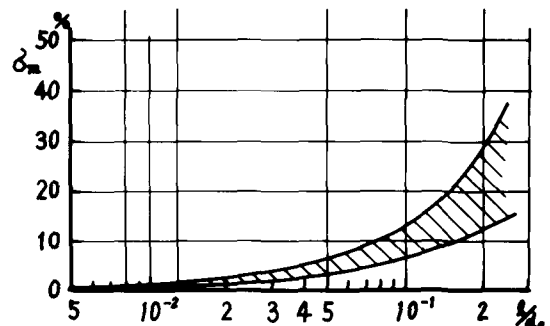
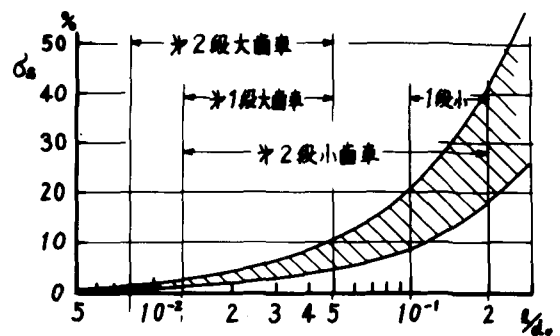


図 2.31.

[2.3] 3 ボール式アンジュレーション測定法¹⁾

Tomlinson 式アンジュレーション測定器による測定データから、もとのアンジュレーション波を正しく求めるためには 2 個の固定ボールに対する測定子の位置を正確に知る……(K の値を知る)……必要があった。しかし従来の測定器では固定ボールは歯ミソ内の歯歯面に接しているが、測定子は一方の歯面上の適当な位置に接触させて固定ボールに対する測定子の位置の変化分だけを読みとるものであり、構造取扱いは非常に簡単だが測定子を μ 単位で正確な位置にセットすることはほとんど不可能であった。測定子を正確な位置にセットできるような構造のうち、最も簡単なものとして、従来の片歯面だけに接触する測定子の代りに、固定ボールと同径の歯歯面に接触する、もう一個のボール……可動ボール……を用いる測定器を提案し、これを「3 ボール式アンジュレーション測定器」と名づけることにする。

本測定器は、理論的に正確な歯車の歯ミソ内にセットしたとき、その測定値が 0 を示すように調整するわけだが、これは歯車の諸常数、測定器の常数、などからの計算値と、ブロックゲージおよび直定規とをもちいておこなうことができる。このように調整された 3 ボール式測定器による測定値に (2.2.3), (2.2.4) 等で述べた解析方法をそのまま適用すれば正しいアンジュレーション波形を求めることができる。

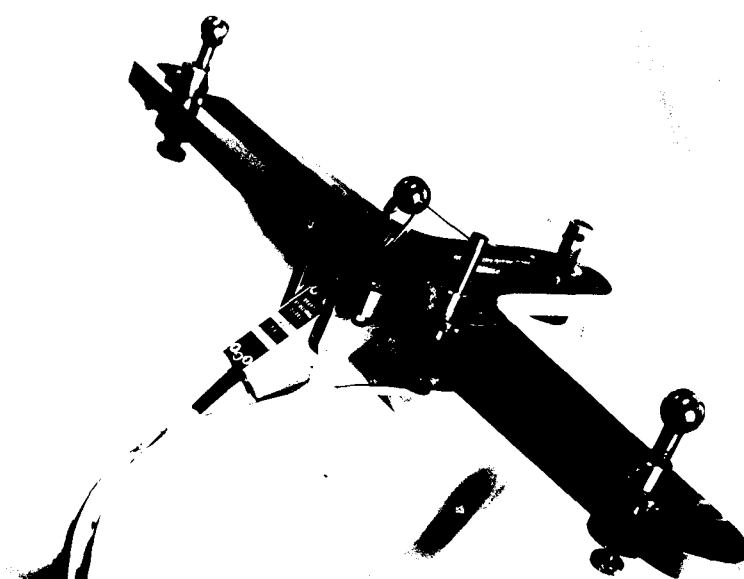
(2.3.1) 3 ボール式アンジュレーション測定器

図 2.32 は本測定器の外観を示す。本器は先に製作した K-Ⅲ型

1). 文献 [31]



才2段大歯車上に置かれた状態



本測定器の裏面

図. 2. 32. 3ボール式アンジュレーション測定器.

測定器の測定子および感度補正装置部分をはずしてその代りに可動ボールと、その変位検出装置とをとりつけたものである。また、図2.33は本測定器の原理的な構造を示す。

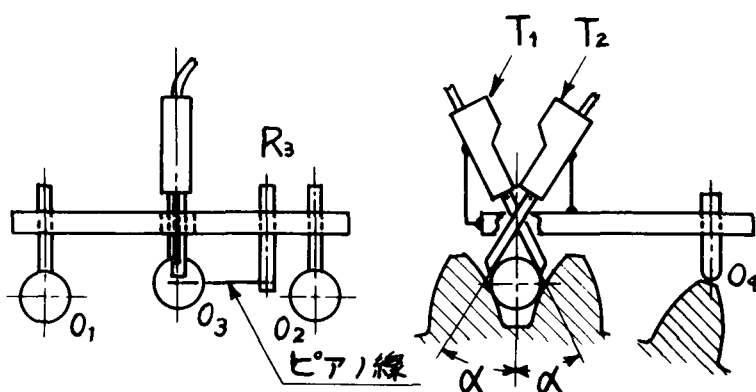


図. 2. 33.

(1) 可動ボール O_3 の支持.

可動ボール O_3 は両歯面に接触しながら変位するため歯スジに垂直な平面内では自由に、歯スジ方向には束縛されるように測定器本体に支持しなければならない。本器では、このため、 O_3 の中心に孔あけてピアノ線(0.7mmφ)を圧入し、その他の一端を測定器本体に固定できるホルダー R_3 に固定して支持した。これにより、変位が微小な間は、 O_3 は上記の条件に合うように束縛される。

(2) 可動ボール O_3 の変位の測定.

O_3 の変位の測定は、測定子の接触部分を平面にしたレバー型測微器(デルタミニユム EDT-LB 東京精密製を改造)、2個 T_1, T_2 を図2.33のように、それぞれ測定面が圧力角 α ずつ中心線に対して傾いて、 O_3 に接触するように、支持具にとりつけてあこになった。このようにすれば、 T_1, T_2 には各歯面に垂直方向のボールの変位(あるいは歯面の凹凸)が両方同時に測定される。

この二方向の変位が同時に測定できることは後に述べるように、

(i) 直定規上で測定器の 0 点調整をあるこなるために として、
(ii) 測定器の前後方向傾斜により生ずる測定値の誤差を補正するためにも必要である。測定値は測微器のメータで読み、あるいは、
K-III 型測定器の場合と同様に、ペン書きオッシログラフで自記させる。

(3) 記録紙の送りと測定器の移動との連動

測定器の歯スジ上の移動とペン書きオッシログラフの記録紙送りとはなるべく正確に連動する必要がある。こゝでは 図 2.34 に示すコンミュテータ式のパルス発生ローラを測定器にとりつけて歯先面でころがし、発生するパルス信号で、記録紙送り軸にとりつけたステップモータをまわすようにした。図 2.35 はこの連動装置をとりつけた測定装置の全景を示す。(なお、附録 4 にその回路図の詳細を示した。)



図. 2. 34

また 図 2.36 は本測定器による舶用オ 2 段大歯車の測定記録と、その再現性を示したもので、充分な実用性がうかがわれる。

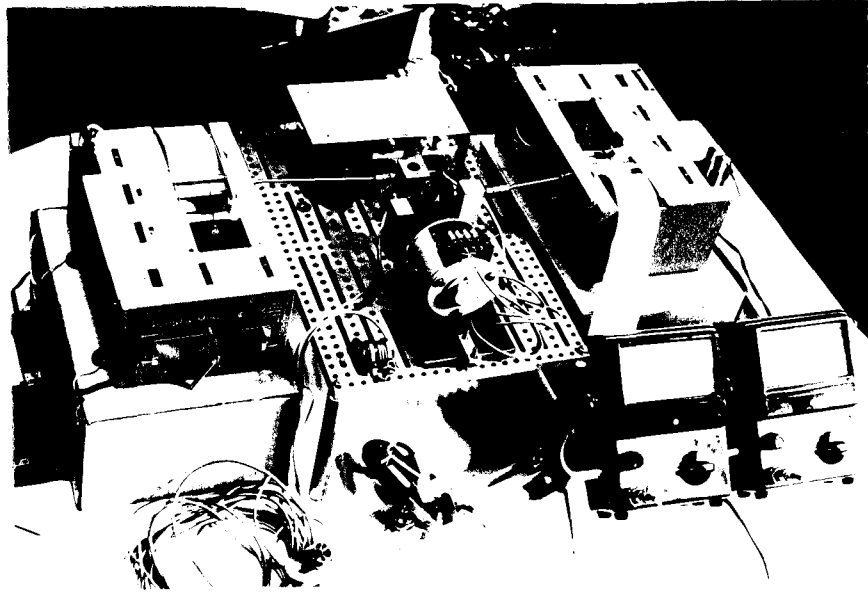


図. 2. 35. 測定装置の全景

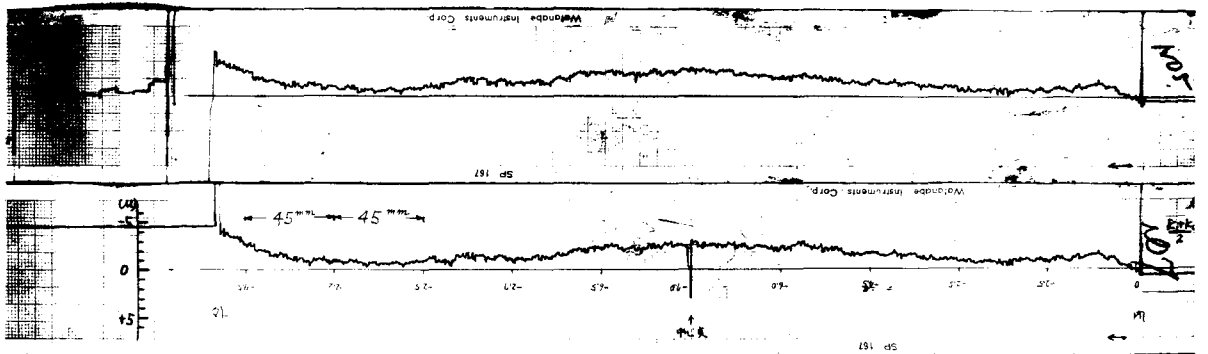


図. 2. 36. 測定記録の再現性
(約 2750 倍)

(2.3.2) ボール取付け高さ h .

2.3.2.1. ボール取付け高さ h の計算式

図2.37はハスバ歯車の1つの歯ミツ内に3ボール式測定器の3個のボール O_1, O_3, O_2 が l 間隔毎に置かれた状態を示す。

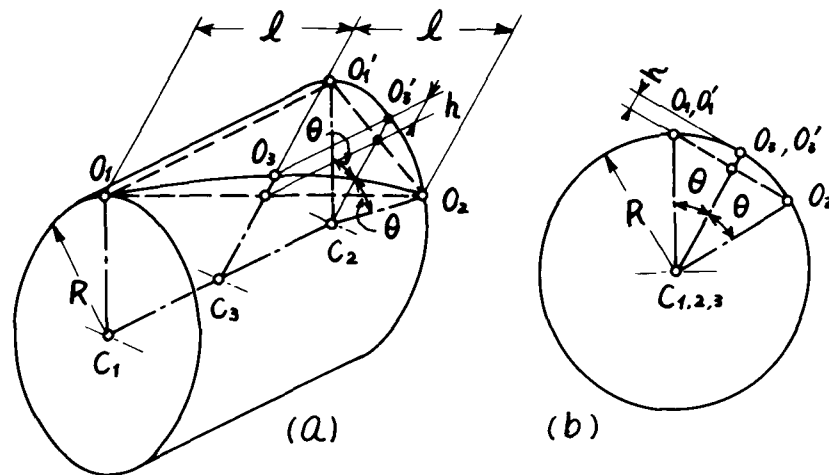


図2.37.

可動ボール O_3 は両固定ボールを結ぶ直線より h だけずれた位置にくる。即ち、3ボール式測定器で測定をおこなうとき正しい歯車についてのこのような状態で測微器の読みが0, になるようにする必要がある。いま、

R_b : 歯車軸とボール中心との距り.

l : ボール間隔.

θ : 両固定ボール中心位置 (O_1, O_2) の歯車軸まわり回転角の半分.

d_o : 歯車のピッチ円直径.

β_o : 歯車のピッチ円筒ネジレ角.

とすれば

歯車軸方向への投影図 (b) より、取付け高さ h は、

$$h = R_b (1 - \cos \theta) \quad \text{---- (2.3.1)}$$

また 図 (a) より

$$\overline{O_1 O_2}^2 = \overline{O_2 O_1'}^2 - \overline{O_1 O_1'}^2 \quad \text{--- (i)}$$

であり

$$\overline{O_1 O_2} = 2l$$

$$\overline{O_2 O_1'} = 2 \cdot R_b \sin \theta$$

$$(\text{図 (b) より}) \quad \text{--- (ii)}$$

$$\overline{O_1 O_1'} = \frac{d_o \cdot \theta}{\tan \beta_o}$$

(図 2.38 より)

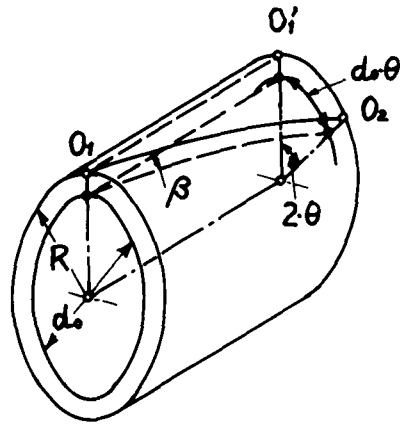


図 2.38

なるため 式 (i), (ii) より

$$l^2 = (R_b \sin \theta)^2 + \left(\frac{d_o}{2} \cdot \frac{\theta}{\tan \beta_o} \right)^2 \quad \text{---- (2.3.2)}$$

なる式が求められる。

式 (2.3.2) に歯車の諸常数から計算した R_b の値および l , d_o , β_o を入れて θ を求め、この θ を式 (2.3.1) へ代入すれば取付け高さ h が求められるわけだが、式 (2.3.2) は θ についての無理式であり、 R_b の計算もやや面倒である。この計算の簡便法については 2.3.2.3. で述べる。

2.3.2.2. 取付け高さ h の計算値にあらわれる誤差 δh

(1) 取付け高さの誤差 δh が解析結果に及ぼす影響

取付け高さ h に誤差 δh があるば測定器の 0 点か狂うこと

になり、アンジュレーションの解析結果にも誤差を生ずる。歯ミソ内にあるボールの歯車軸方向の変位成分 f_t と各歯面垂直方向変位成分 f_1, f_2 との関係は式(4.3.11)であらわされている。この場合 $\varepsilon = 0$, $\eta = \delta h$ とすれば

$$f_1 = f_2 = \delta h \cdot \sin \alpha$$

となり、換言すれば測定規準点をこの値だけ後退させたことになり、すべての測定値の読み $F_{1,2}(t)$ に一定値の誤差

$$\delta F_0 = -\delta h \cdot \sin \alpha \quad \text{---- (2.3.3)}$$

があるのと同様なことになる。このとき解析結果にあらわれる誤差 $\delta f_{1,2}(t)$ は、2.2.5.1. の式(2.2.36)により、

$$\delta f_{1,2}(t) = -\delta h \cdot \sin \alpha \cdot t(n-t) \quad \text{---- (2.3.4)}$$

となる。図2.39はこの誤差の形を模式的に示したものであり、

表2.7は $\alpha = 20^\circ$ の場合 解析結果にあらわれる誤差の最大値 $\delta f(t)_{\max}$ を示す。

n	4	6	8	10	12
$\delta f(t)_{\max}$	1.4	3.1	5.5	8.6	12
	$\times \delta h$				

表2.7.

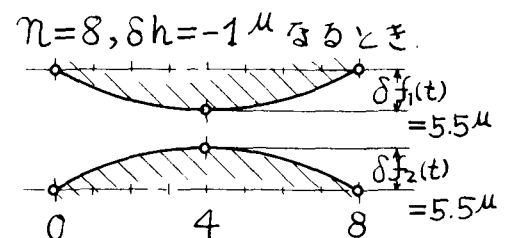


図. 2. 39.

例えば分割数 $n=8$, で測定した場合 取付け高さ δh が 1μ 高すぎたとき、解析結果は 5.5μ ずつ真中でふくらんだ歯面になる。

(2) 諸常数の誤差が h の計算値にあおよす影響

h の計算に使われる関係式を列挙すれば

$$h = R_b(1 - \cos \theta) \quad \text{---- (2.3.5)}$$

$$l^2 = (R_b \sin \theta)^2 + \left(\frac{d_o \cdot \theta}{2 \cdot \tan \beta_o} \right)^2 \quad \text{---- (2.3.6)}$$

$$R_b = \frac{d_o \cdot \cos \alpha_s}{2 \cdot \cos \phi}$$

$$\text{inv } \phi = \frac{d_b}{d_o \cdot \cos \beta_o \cdot \cos \alpha_n} - \frac{\chi_s}{2}$$

$$\chi_s = \frac{\pi}{Z} \cdot -2 \cdot \text{inv } \alpha_s - \frac{4 \cdot \tan \alpha_n}{Z} \cdot \chi$$

$$d_o = \frac{m \cdot Z}{\cos \beta_o}$$

$$\tan \alpha_s = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_o}$$

---- (2.3.7)

こゝで $R_b, \theta, d_o, \alpha_s, \phi, \chi_s$ を h の計算のための媒介関数と考えれば h は次の諸常数の関数になる。

$$h : (l, d_b, \alpha_n, \beta_o, m, \chi, Z) \quad \text{---- (2.3.8)}$$

こゝで

測定器に関する常数

l : ボール間隔, d_b : ボール直径

歯車に関する常数

α_n : 歯直角圧力角, β_o : ヒック子円筒ネジレ角

m : モジュール, χ : 転位係数

Z : 歯数

これらの常数の変化分(誤差)を δ を付けることにより

$$\delta l, \delta d_b, \delta \alpha_n, \delta \beta, \delta m, \delta x, (\delta Z = 0)$$

とし これらの変化分のため生ずる h の変化分を δh とすれば
それらの関係は近似的に 式(2.3.8)の全微分の形であらわされる。

従って

$$\begin{aligned} \delta h \doteq & \frac{\partial h}{\partial l} \cdot \delta l + \frac{\partial h}{\partial d_b} \cdot \delta d_b + \frac{\partial h}{\partial m} \cdot \frac{1}{n} \delta(\pi \cdot m) \\ & + \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{1}{m} (m \cdot \delta x) + \frac{\partial h}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha + \frac{\partial h}{\partial \beta} \cdot \delta \beta \quad \dots\dots (2.3.9) \end{aligned}$$

となる。いまこの式の右辺の各変化分にかゝる係数(偏微分)を
式(2.3.5)~(2.3.7) から求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial l} &= \sin \beta \cdot \theta & = C_l \\ \frac{\partial h}{\partial d_o} &= \frac{\cos 2\beta}{4 \cdot \sin \alpha_n} \cdot \theta^2 & = C_b \\ \frac{\partial h}{\partial m} \cdot \frac{1}{\pi} &= -\frac{d_o}{4\pi m} \left(1 + \frac{d_b}{d_o} \frac{\cos 2\beta_o}{\sin \alpha_n}\right) \cdot \theta^2 \doteq -\frac{d_o}{4\pi m} \cdot \theta^2 & = C_m \\ \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{1}{m} &= \frac{\cos 2\beta_o}{2} \cdot \theta^2 & = C_x \\ \frac{\partial h}{\partial \alpha} &= \frac{\cos 2\beta_o}{4 \cdot \cos \alpha_n} \left(d_b + \frac{2m \cdot x}{\sin \alpha_n}\right) \cdot \theta^2 & = C_\alpha \\ \frac{\partial h}{\partial \beta} &= \frac{d_o}{2 \cdot \tan \beta_o} \cdot \left(1 - \frac{\tan^2 \beta}{2}\right) \cdot \theta^2 & = C_\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.3.10)$$

ただし

$$\theta \doteq \frac{2 \cdot l \cdot \sin \beta_o}{d_o}$$

	各寸法の許容値 [*]		$\alpha_n = 20^\circ, \beta_o = 30^\circ$ なるときの $C_l \sim C_\beta$ の値
	小歯車	大歯車	
δl	$4 \frac{\text{mm}}{1000}$	$25 \frac{\text{mm}}{1000}$	$C_l = 0.5 \cdot \theta$
δd_b	$34 \frac{\text{mm}}{1000}$	1.5	$C_b = 0.37 \cdot \theta^2$
$\delta(\pi \cdot m)$	$-1.9 \frac{\text{mm}}{1000}$	$-13 \frac{\text{mm}}{1000}$	$C_m = -0.08 \cdot \frac{d_o}{m} \cdot \theta^2$
$\delta(m \cdot x)$	$50 \frac{\text{mm}}{1000}$	2.1	$C_x = 0.25 \cdot \theta^2$
$\delta \alpha$	25 分	(19°)	$C_\alpha = 0.13 \cdot (d_b + 6 \cdot m \cdot x) \cdot \theta^2$
$\delta \beta$	5.7 秒 (13 $\frac{\text{mm}}{500}$)	37 秒 (90 $\frac{\text{mm}}{500}$)	$C_\beta = 0.72 \cdot d_o \cdot \theta^2$

(^{*} $\delta l = \frac{0.3 \times 10^{-3}}{C_l}$, $\delta d_b = \frac{0.3 \times 10^{-3}}{C_b}$, ----- 等の値である。)

表.2.8.

これらの歯車および測定器に関する諸常数の誤差が、ボール取付け高さ h に及ぼす影響と実際の場合につき検討してみるため、諸常数が下記の場合につき 式(2.310) を用いて計算した結果を表 2.8. オ2, オ3行目に示した。

歯車は船用タービン減速オ2段の大小歯車として

$m = 8$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta_o = 30^\circ$, $x = 0$ (大小歯車とも)

$d_o = 650 \text{ mm}$ (小歯車), 4300 mm (大歯車)

ボール径 $d_b = 13.000 \text{ mm}$, ボール間隔 $l = 100 \text{ mm}$

の場合 各常数 $l, d_b, \pi m, m \cdot x, \alpha, \beta_o$ の誤差 $\delta l, \delta d_b, \dots$ が個別に h に $0.3/1000 \text{ mm}$ の誤差をあたえるような $\delta l, \delta d_b, \dots$

の値を示した。この結果から次のようなことがわかる。

- (i) ボール直径 d_b , 歯車の圧力角 α_n および転位量 $m x$ の誤差は取付け高さ h の計算値にあまり大きな影響を及ぼさない。(ただし3個のボールの直径の寸法差は直接 h に影響)
- (ii) ネジレ角誤差 $\delta\beta$, モジュールの誤差 δm ($\pi \delta m$: ピッチの稱呼寸法からの誤差) は δh に大きく影響し、特に l/d_0 が小さい小歯車測定するときにはホブまたは歯車の法線ピッチ誤差の絶対値をチェックしておく必要がある。
- (iii) ボール間隔 l の調整の誤差も l/d_0 が小さいときは数 μ 以下にしなければいけない。

2.3.2.3. ボール取付け高さ h の簡略計算法

式(2.3.1)および(2.3.2)中の $\sin\theta$, $\cos\theta$ に近似展開式を用いると h の計算が簡単になる。そのためにはまず計算結果に生ずる誤差につき検討し、この方法の適用範囲を調べておく。

(1) 簡略計算にともなう誤差に関する関係式

図2.40はこの計算のブロックダイヤグラムを示す。

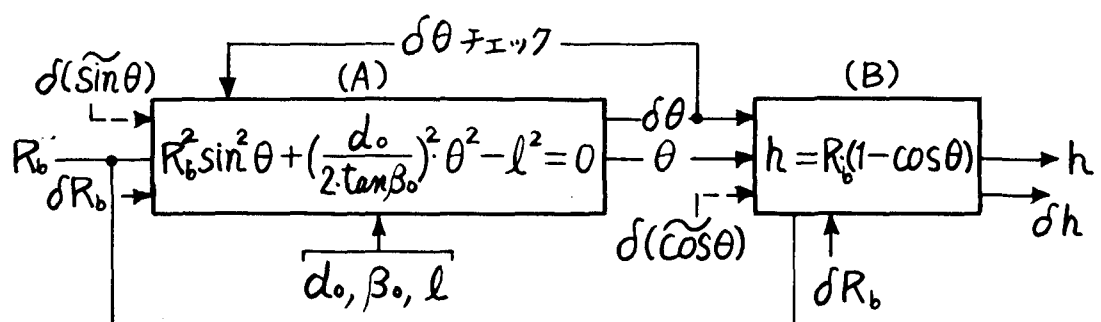


図 2. 40.

式 (A) で計算値 θ に $\delta\theta$ の誤差を生じさせる要因として

- 1) 近似展開式を用いるための $\sin\theta$ の誤差 $\delta(\widetilde{\sin\theta})$
- 2) R_b の誤差 δR_b , ($\gamma_0, \beta_0, \epsilon$ は十分な精度とする。)

式 (B) で計算値 h に δh の誤差を生じさせる要因として

- 3) 近似展開式を用いるための $\cos\theta$ の誤差 $\delta(\widetilde{\cos\theta})$
- 4) R_b の誤差 δR_b
- 5) 式 (A) で生じた θ の誤差 $\delta\theta$

が考えられる。

式 (A) から、それらの誤差分の関係式を導けば

$$\delta\theta \doteq -\sin^2\beta_0 \cdot \left\{ \frac{\theta}{\gamma_0} \cdot \delta R_b + \delta(\widetilde{\sin\theta}) \right\} \quad \text{---- (2.3.11)}$$

式 (B) から

$$\delta h \doteq \frac{\theta^2}{2} \cdot \delta R_b + \gamma_0 \cdot \theta \cdot \delta\theta - \gamma_0 \cdot \delta(\widetilde{\cos\theta})$$

この式に 式(2.3.11) の $\delta\theta$ の値を代入して次式が求まる。

$$\delta h \doteq \underbrace{\frac{\cos 2\beta_0}{2} \cdot \theta^2 \cdot \delta R_b}_{(\delta h)_1} - \underbrace{\gamma_0 \cdot \left\{ \sin^2\beta_0 \cdot \theta \cdot \delta(\widetilde{\sin\theta}) + \delta(\widetilde{\cos\theta}) \right\}}_{(\delta h)_2} \quad \text{--- (2.3.12)}$$

式(2.3.12) 右辺の第1項目を $(\delta h)_1$, 第2項目を $(\delta h)_2$ とおく。

δR_b により生ずる δh の誤差分 $(\delta h)_1$ と $\delta(\widetilde{\sin\theta}), \delta(\widetilde{\cos\theta})$ により生ずる δh の誤差分 $(\delta h)_2$ を同程度に許容すれば、式(2.3.12) より次式がえられる。

$$\delta h \leq 2 \cdot (\delta h)_2 \quad \text{---- (2.3.13)}$$

$$\delta R_b \doteq \frac{2 \cdot (\delta h)_2}{\cos 2\beta_0 \cdot \theta^2} \quad \text{---- (2.3.14)}$$

式(2.3.13)はボール取付け高さ h の許容誤差 δh が与えられたときの簡略計算の適用の判定に用いられ 式(2.3.14)はこの計算に必要な R_b の許容誤差 δR_b を与える。

(2) 簡略計算法 (その1)

近似展開式として

$$\sin \theta \doteq \theta, \quad \cos \theta \doteq 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad \text{---- (2.3.15)}$$

を用いたとき

$$\delta(\sin \theta) \doteq \frac{\theta^3}{6}, \quad \delta(\cos \theta) \doteq \frac{\theta^4}{24}$$

となり、式(2.3.12), (2.3.13), (2.3.14) より 誤差に関する式は

$$\left. \begin{aligned} \delta h &\leq \frac{(\sin^2 \beta_0 + \frac{1}{4})}{3} \cdot r_0 \cdot \theta^4 & \left(= \frac{r_0}{96} \cdot \left(\frac{l}{r_0} \right)^4 \right) \\ \delta R_b &\doteq \frac{(\sin^2 \beta_0 + \frac{1}{4})}{3 \cdot \cos 2\beta_0} \cdot r_0 \cdot \theta^2 & \left(= \frac{r_0}{12} \cdot \left(\frac{l}{r_0} \right)^2 \right) \\ &\text{E.E.L. } \theta = l \cdot \sin \beta_0 / r_0, \quad (=) \text{内は } \beta_0 = 30^\circ \text{ のとき.} \end{aligned} \right\} \text{---- (2.3.16)}$$

となる。

また h の計算式は 式(A), (B)に 式(2.3.1) (2.3.2) 式(2.3.15)を代入して

$$h = \frac{l^2}{2 \cdot R_b \left\{ 1 + \left(\frac{r_0}{R \cdot \tan \beta} \right)^2 \right\}} \quad \text{---- (2.3.17)}$$

という簡単な形になる。即ち、式(2.3.16)が満足されていれば h を求めるのに 式(2.3.17)を用いてもよい。

(3) 簡略計算法 (その2)

式(2.3.16)の δh の条件が満足されないときは、近似展開式として もう1桁高次の式を使う必要がある。即ち、

$$\sin \theta \doteq \theta - \frac{\theta^3}{6}, \quad \cos \theta \doteq 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{24} \quad \text{---- (2.3.18)}$$

をもちいる。このとき

$$\delta(\widetilde{\sin} \theta) \doteq \frac{\theta^5}{5!}, \quad \delta(\widetilde{\cos} \theta) \doteq \frac{\theta^6}{6!}$$

となり、(1) の場合と同様にして

$$\left. \begin{aligned} \delta h &\leq \frac{(\sin^2 \beta + \frac{1}{6})}{60} \cdot r_0 \cdot \theta^6 & \left(= \frac{r_0}{144 \times 64} \cdot \left(\frac{l}{r_0}\right)^6 \right) \\ \delta R_b &\doteq \frac{(\sin^2 \beta + \frac{1}{6})}{60 \cdot \cos 2\beta} \cdot r_0 \cdot \theta^4 & \left(= \frac{r_0}{144 \times 8} \cdot \left(\frac{l}{r_0}\right)^4 \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (2.3.19)}$$

となる。

h の計算式は (1) のようには簡単ではなく次のようになる。

式 (A) ^(2.3.1) に 式 (2.3.18) を代入して ($\theta^2 = u$ と置く)。

$$h = \frac{R_0}{2} \cdot u \cdot \left(1 - \frac{u}{12}\right) \quad \text{---- (2.3.20)}$$

式 (B) ^(2.3.2) より、

$$u \cdot \left(1 - \frac{u}{6}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R_b \tan \beta_0}\right)^2 \cdot u - \left(\frac{l}{R_b}\right)^2 = 0 \quad (= G(u) \text{ とおく}) \quad \text{---- (2.3.21)}$$

この式から u を求めるため Newton の方法を用いれば

$$u_{i+1} \doteq u_i - \frac{G(u_i)}{\left\{ \frac{\partial}{\partial u} G(u) \right\}_{u_i}} = u_i - \sin^2 \beta_0 \cdot G(u_i) \quad \text{---- (2.3.22)}$$

この式で $u_0 = l \cdot \sin \beta_0 / r_0$ から始めて $u_1, u_2, \dots$ を求めてゆき $G(u_i)$ の値が次式を満足するまで続ける。

$$G(u_i) < \frac{1}{30} \left\{ \frac{(\sin^2 \beta_0 + \frac{1}{6})}{\cos 2\beta_0} + \frac{1}{2} \right\} \cdot \theta_0^6 \quad \left(= \frac{1}{30 \times 48} \times \left(\frac{l}{r_0}\right)^6 \right) \quad \text{---- (2.3.23)}$$

(4) 歯車軸とボール中心との距離 R_b の簡略計算法

前述のボール取付け高さの計算には R_b の値が必要であり、これを厳密に求めるには、歯車の諸常数とボール径を式(2.3.7)に入れて数表を用いながら計算をしなければいけない。幸い R に必要な精度は式(2.3.16)又は(2.3.19)によれば $1/100 \text{ mm}$ 程度であり次に述べる近似計算が適用できる場合が多い。

丁度 ボール中心がピッチ円筋上に来るようなボールの直径を d_{b0} とすれば

$$d_{b0} = \frac{\pi m \cdot \cos \alpha_n}{2} - 2 \cdot \chi \cdot m \cdot \sin \alpha_n \quad \text{---- (2.3.24)}$$

(式(2.3.7) で $\phi = \alpha_s$ と置く)

が得られる。次に実際に使用するボールの直径 d_b とこの d_{b0} との差を Δd_b 、このときの R_b と $d_0/2$ との差を ΔR_b とすれば 図2.41 から ---- 歯形が極部的に直線であるとみなして ---- Δd_b と ΔR_b との間に近似式

$$\Delta R_b \doteq \frac{\Delta d_b}{2 \cdot \sin \alpha_n}$$

が得られる。従って求める R_b は 式(2.3.24)の d_{b0} を用いて

$$R_b \doteq \frac{d_0}{2} + \Delta R_b = \frac{d_0}{2} + \frac{d_b - d_{b0}}{2 \cdot \sin \alpha_n} \quad \text{---- (2.3.25)}$$

となる。なお 式(2.3.24)で $\chi = 0$ なるときの d_{b0} の計算値を 附録 附. 10 に示した。

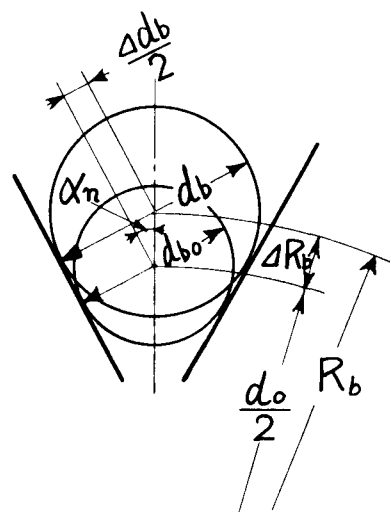


図. 2.41

(2.3.3) 測定器の傾斜による誤差とその処理

3 ボール式測定器は、後部支軸 O_4 の高さの調整により、あるいは歯車の歯先円筒面の凹凸により傾斜し、測微器の読みに誤差を生ずることが考えられる。

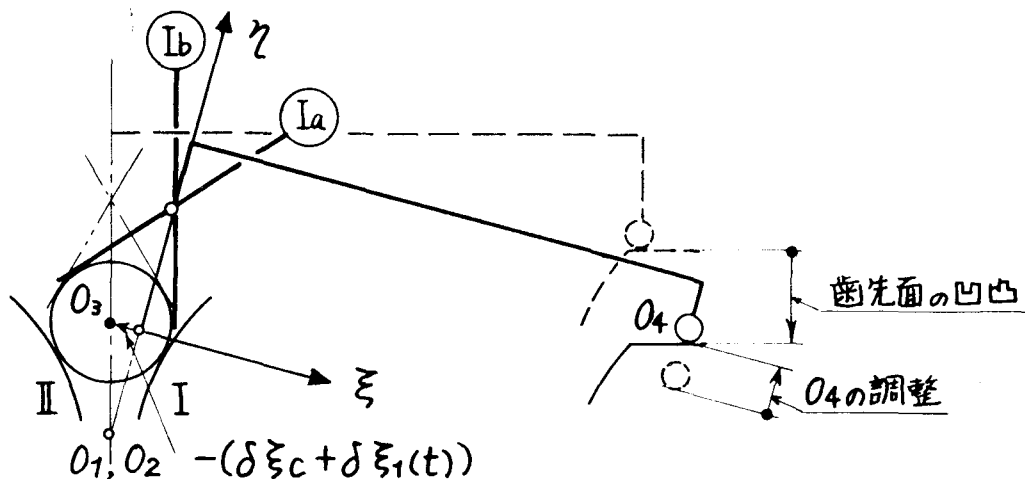


図 2.42.

いま、図2.42のように1対の測微器を Ia , Ib とし、

Ka, Kb : Ia, Ib の読みの理論上の0点と実際の0点との差。(0点補正ゲージ上に置いたときの読み)

$F_1(t), F_2(t)$: 歯面 I, II のアンジュレーション

$\delta \xi_c$: 測定器の1定な傾斜による、 ξ 方向の誤差成分
(測定基準点の ξ 方向への変位成分)

$\delta \xi_1(t), \delta \xi_2(t)$: 歯先円筒面の凹凸等による測定器の傾斜のための ξ 方向の誤差成分 --- 軸方向の位置 t の関数

とする。ある測定で 歯面 I の変位成分を Ia で読み、歯面 II を Ib で読むとき、それらの読みをそれぞれ $F_{1a}(t), F_{2b}(t)$ とすれば

$$F_{1a}(t) = F_1(t) - Ka + \delta \xi_c \cdot \cos \alpha + \delta \xi_1(t) \cdot \cos \alpha \quad \text{---(i)}$$

$$F_{2b}(t) = F_2(t) - Kb - \delta \xi_c \cdot \cos \alpha - \delta \xi_1(t) \cdot \cos \alpha \quad \text{---(ii)}$$

$\delta \xi_1(t), \delta \xi_2(t)$ が充分小さい場合は

$$F_1(t) = \frac{1}{2} \{F_{1a}(t) + F_{1b}(t)\} + \frac{K_1 + K_2}{2} \quad \text{---- (2.3.29)}$$

$$F_2(t) = \frac{1}{2} \{F_{2a}(t) + F_{2b}(t)\} + \frac{K_1 + K_2}{2} \quad \text{---- (2.3.30)}$$

となる。結局、測定器を正逆反転した2回の測定値の平均値と
(2.3.4)「測定器の0点補正」により求める $(K_1 + K_2)/2$ の値との
和が解析に用いられる真の測定値になる。

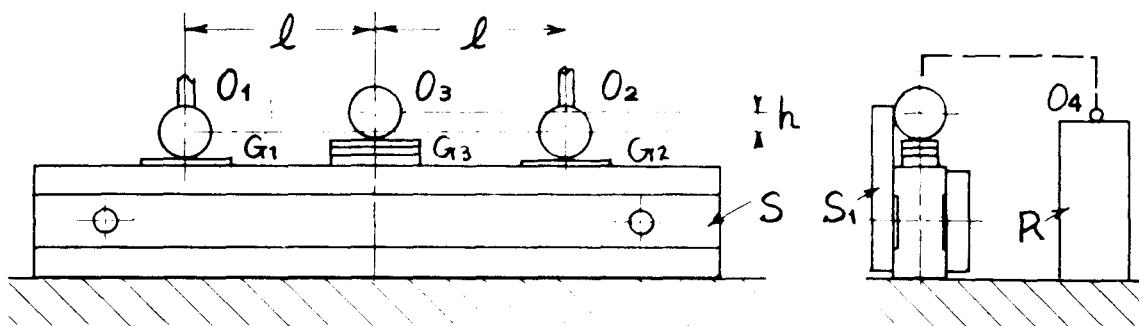
(2.3.4) 測定器の読みの0点補正

3ボール測定器の3個のボールを理論的に正しい歯ミゾ内に置いたとき……ボール取付け高さ (h) だけ可動ボールが高くなった状態で……両方の測微器の指示が0を示すように調整する必要がある。しかし実際の測定においては先に歯車上で適当に調整し測定をおこなったあとで0点補正用ゲージ上に置いて0点の補正值 $(K_1 + K_2)/2$ を求めてもよい。

2.3.4.1 測定器の0点補正用ゲージ

図2.44は3ボール測定器の0点補正用ゲージを示す。これはH型基準直定規 S の基準面上の測定器のボールの当たる位置3ヶ所にそれぞれブロックゲージ G_1 (厚さ v_1)、 G_2 (v_2)、 G_3 (v_3) を積んで

$$(v_3 + w) - \frac{v_1 + v_2}{2} = h + \delta h \quad \text{---- (2.3.31)}$$



(a)



(b)

图. 2. 44.

ただし w : 直定規の誤差, δr : r = 理論上の完全な数値に合わせられないときの r の誤差分

になるように v_1, v_2, v_3 を選ぶ。また直定規には測定器の3個のボールが1平面に並ぶように止め板 S_1 ととりつけてある。

S_3 は S_1 を固定するための補助の板, R は測定器の後部支矢 O_4 を支えるブロックである。これらを適当な平面の上に置いて0臭の補正をおこなう。図2.44は測定器をこのゲージに置いたところを示す。

2.3.4.2. 0臭の補正の方法

測定器を0臭補正用ゲージに置いたとき、測微器 I_a, I_b の読み F_a, F_b は

$$F_a = \delta h \cdot \sin \alpha - K_a + \delta \xi_c \cdot \cos \alpha$$

$$F_b = \delta h \cdot \sin \alpha - K_b - \delta \xi_c \cdot \cos \alpha$$

ただし δh : 0臭補正ゲージの h の誤差分

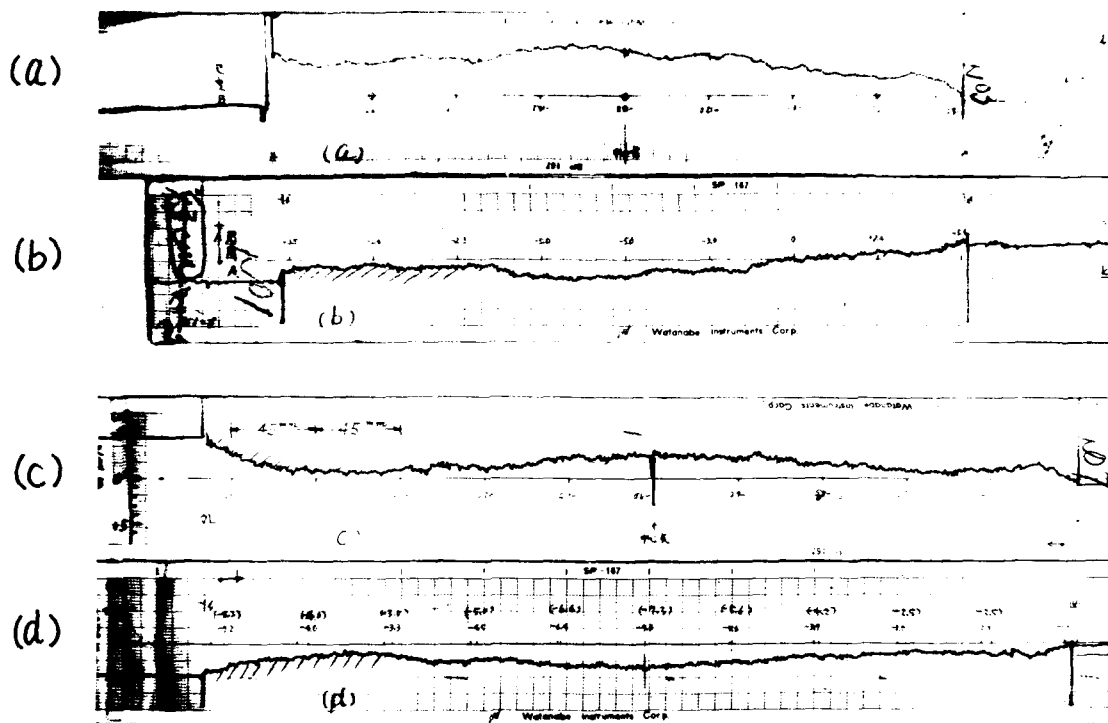
となる。この両式から

$$\frac{K_a + K_b}{2} = -\left(\frac{F_a + F_b}{2} - \delta h \cdot \sin \alpha\right) \quad \text{---- (2.3.32)}$$

が求められる。従ってゲージ上に測定器を置いたときの両方の測微器の読み F_a, F_b とゲージの誤差 δh から、測定値の補正值 $(K_a + K_b)/2$ が求められる。

(2.3.5) 実測 解析の例

図2.45は 3ホール式測定器による船用オ2段大歯車の測定記録を示す。



船用オ2段大歯車 ($m=8$, $d_o=3996.62\text{ mm}$) 右ネジレ側

図. 2. 45.

図(a), (b)はボール間隔 $l=135\text{ mm}$ のとき測定器を反転して測定した同一歯面の測定記録, 図(c), (d)は $l=90\text{ mm}$ のときの測定記録である。

この測定記録の解析計算は 本文(2.4.)補間測定法の計算例として 表2.9 に示した。この例によれば $l=90$, と $l=135$, で測定したときの測定位置中央における解析値 $f(2)=-4.66\mu$ $g(3)=-4.85\mu$ と 0.2μ の誤差で非常に良く一致している。なお、多くの実測解析により確認する必要があるが、本測定法の実用性を示している。

(2.4) 補間測定法¹⁾

(2.2) で述べたアンジュレーション測定値の解析法によれば、歯スジ方向 間隔 l (l : ボール間隔) ごとの臭におけるアンジュレーションの振幅を求めることができた。アンジュレーション波形をさらに詳細に求めたい場合には、ボール間隔 l を短かくして歯スジ上のアンジュレーションを求める臭の数を多くして測定すればよいが、このようにすると測定値の誤差……特に測定値の 0 臭のとり方による誤差 が拡大されて解析結果にあらわれてしまうので (2.3.5.1. 参照) あまり実用的ではなくなる。これに対し、ボール間隔を l_1 および l_2 と、2 通りに変えた測定をおこなう ($l_1 \sim l_2$) 間隔ごとの細分臭について、アンジュレーション振巾を求めることができる。

いま

l_1, l_2 : オ1回およびオ2回目の測定におけるボール間隔
(両測定とも歯スジ端部から始める)

L : 全測定範囲の長さ $\leq$ 歯スジの全長

オ1回測定に関する値

$F_1, F_2, \dots$: 端から l_1 間隔ごとの測定値

$F'_1, F'_2, \dots$: $F_1, F_2, \dots$ より $(l_1 - l_2)$ 右へずれた位置の測定値

$F''_1, F''_2, \dots$: $F_1, F_2, \dots$ より $2(l_1 - l_2)$ 右へずれた位置の測定値

$f_0, f_1, \dots$: $F_1, F_2, \dots$ の解析値 (境界条件 2つは任意に選ぶことができるが、こゝでは両端で $f_i = 0$ とする。)

$f'_0, f'_1, \dots$: $F'_1, F'_2, \dots$ の解析値 (境界条件 2つはオ2回目の測定解析結果よりえらぶ。)

1). 文献 [26]

$f_0'', f_1'', \dots : F_1'', F_2'', \dots$ の解析値 (境界条件 2つはオ2回目の測定解析結果よりえらぶ)

オ2回測定に関する値

$G_1, G_2, \dots$: 端から l_2 間隔ごとの測定値

$g_0, g_1, \dots$: $G_1, G_2, \dots$ の解析値 (境界条件 2つは $f_0, f_1, \dots$ に合わせる。) 従って $g_0, g_1, \dots$ と $f_0, f_1, \dots$ とは2点以上と共有する必要がある。

とする。

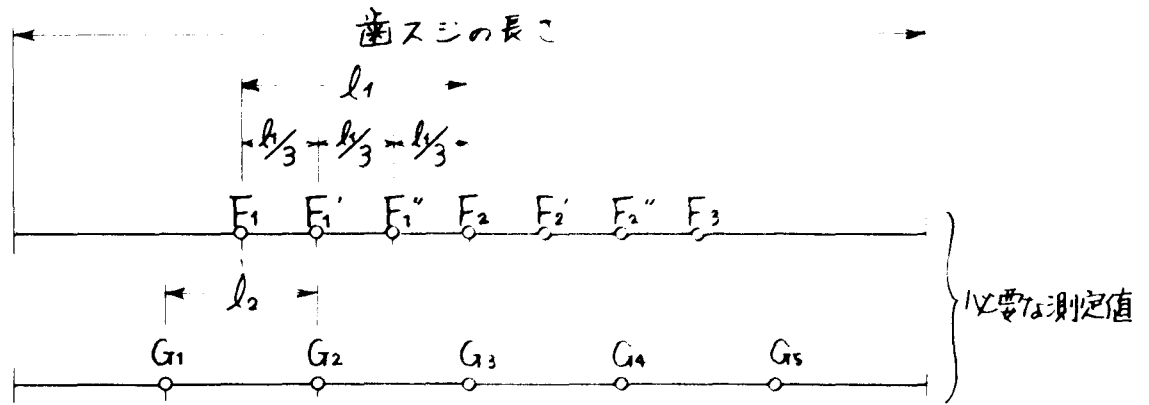
(1) $l_1/l_2 = 3/2$ で $l_1 = L/4$, (従って $l_2 = L/6$)
なる場合の補間測定法

測定値としては、図 2.46 (a), (b) に示すように $F_1, F_1', F_1'', F_2, F_2', F_2'', F_3$ および G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 を求めておく。(即ち、オ1回測定の測定値は連続的又は (l_1-l_2) 間隔とびにとっておく必要があるが、オ2回目のものは l_2 とびの値だけでよい。) それから、次の順に解析してゆけばよい。

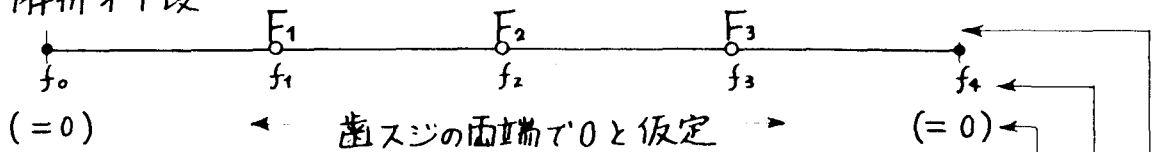
(i) オ1回目の測定値 (F_1, F_2, F_3) と境界条件 ($f_0 = f_4 = 0$) とから、アンジュレーション振巾 (f_0, f_1, f_2, f_3, f_4) を求める。
---- 図 (a).

(ii) オ2回目の測定値 ($G_1, G_2, \dots, G_5$) と境界条件 ($g_0 = g_6 = 0$) とから、アンジュレーション振巾 ($g_0, g_1, g_2, \dots, g_6$) を求める。
---- 図 (b).

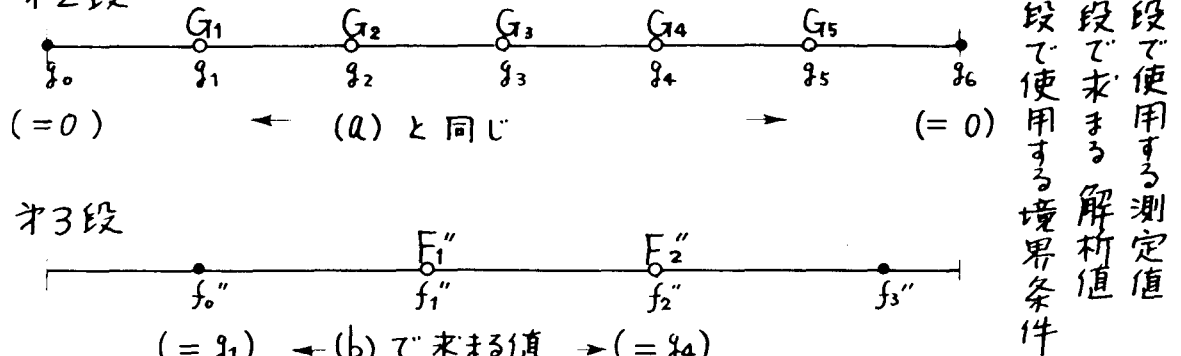
こゝで (i), (ii) より得た f_i , および g_j は本来同一アンジュレーション曲線をあらわすため、それらを重ねあわせることができる。



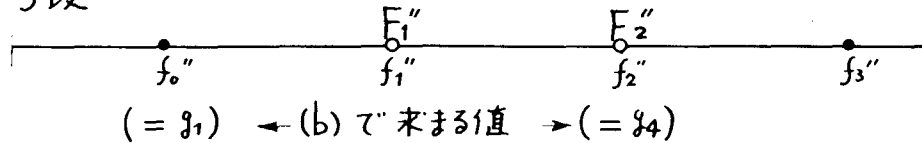
(a) 解析第1段



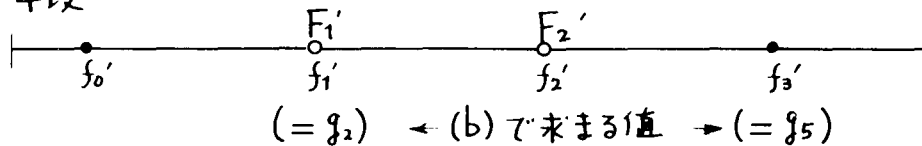
(b) 第2段



(c) 第3段



(d) 第4段



(e) (a) ~ (d) までの解析値を重ね合わせる

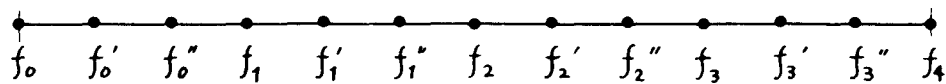


図 2. 46.

この中から新しい境界条件の組を選び.

(iii) オ1回目の測定値 (F_1', F_2') と条件 $(f_1' = g_2, f_3' = g_5)$ とから (f_0', f_1', f_2', f_3') を求める. ----- 図(c).

(iv) 測定値 (F_1'', F_2'') と条件 $(f_0'' = g_1, f_2'' = g_4)$ とから $(f_0'', f_1'', f_2'', f_3'')$ を求める. ----- 図(d).

以上 (i) ~ (iv) により得た結果を重ね合わせることにより $(l_1 - l_2)$ 間隔ごとの臭気全測定範囲 L の 12 等分臭のアンジュレーション振巾を求めることができる。

この解析のためには、境界条件として使用するため g_0 から g_5 までの臭が最小限必要であり、従って必要な最短の菌スジ長さは

$$L = 5 \cdot l_2 \quad \text{----- (2.4.1)}$$

であるが、こゝで取り扱ったように、 $L = 6 \cdot l_2$ であれば、オ1回の測定解析値 f_i と オ2回目の測定解析値 g_j は、3ヶ所で共通のものができ、解析の精度のチェックにも役立つため、このオが有利である。

表2.9.は (i) ~ (iv) の計算のための計算表と、計算例とを示し、

図2.47はこの計算例に用いた実測値 F_i, G_j , と解析結果 f_i を示した。

(i) $F(t) \rightarrow f(t)$

t	F(t)	(1) -2F(t)	(2) $\Sigma(1)$	(3) t·(2)	(4) t·(1)	(5) $\Sigma(4)$	(6) (3)-(5)	(7) t·S	f(t) (6)-(7)
0		0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0.80	1.60	1.60	1.60	1.60	1.60	0	3.13	-3.13
2	-2.38	4.76	6.36	12.72	9.52	11.12	1.60	6.26	-4.66
3	0.90	-1.80	4.56	13.68	-5.40	5.72	7.96	9.39	-1.43
4		0	4.56	18.24	0	5.72	12.52	12.52	0

$$S = \frac{12.52}{4} = 3.13$$

(ii) $F(t) \rightarrow f(t)$

0		0	0	0	0	0	0		
1	-1.24	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	0		
2	-1.59	3.17	5.65	11.30	6.34	8.82	2.48		
3	2.37	-4.73	0.92	2.76	-14.19	-5.37	8.13		
4		0	0.92	3.68	0	-5.37	9.05		

(iii) $F(t) \rightarrow f(t)$

-1		0	0	0	0	0	0		
0	-1.43	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	0		
1	-2.45	4.90	7.76	15.52	9.80	12.66	2.86		
2	-0.23	0.46	8.22	24.66	1.38	14.04	10.62		
3		0	8.22	32.88	0	14.04	18.84		

(iv) $G(t) \rightarrow g(t)$

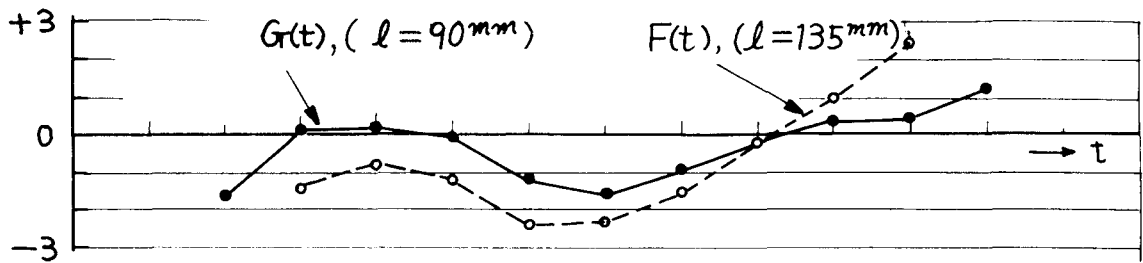
0		0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.11	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21	-0.21	0	1.54	-1.54
2	-0.10	0.20	-0.01	-0.02	0.40	0.19	-0.21	3.08	-3.29
3	-1.54	3.07	3.06	9.18	7.21	9.40	-0.22	4.63	-4.85
4	-0.24	0.48	3.54	14.16	1.92	11.32	2.84	6.17	-3.33
5	0.33	-0.66	2.88	14.40	-3.30	8.02	6.38	7.71	-1.33
6		0	2.88	17.28	0	8.02	9.26	9.24	0.02

$$S = \frac{9.26}{6} = 1.542$$

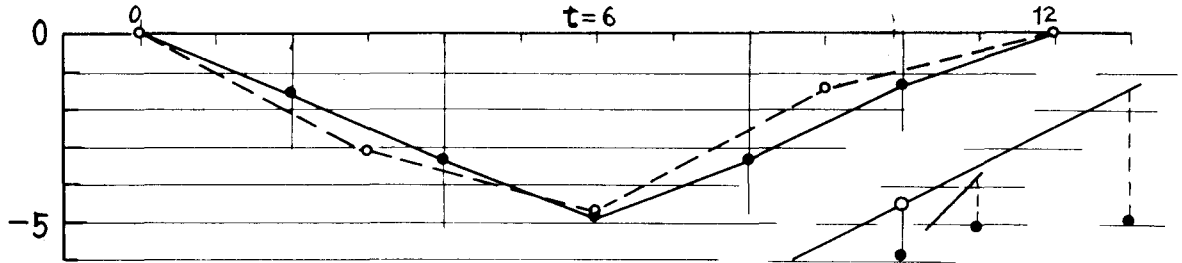
20000 PS 船用オ2段大歯車 ($m=8$, $d_o=3997$)
左ネジレ側. 後進面を 3ホール式測定器で測定

表 2. 9.

(μ) (a) 測定値 (3ボール式測定器による。)

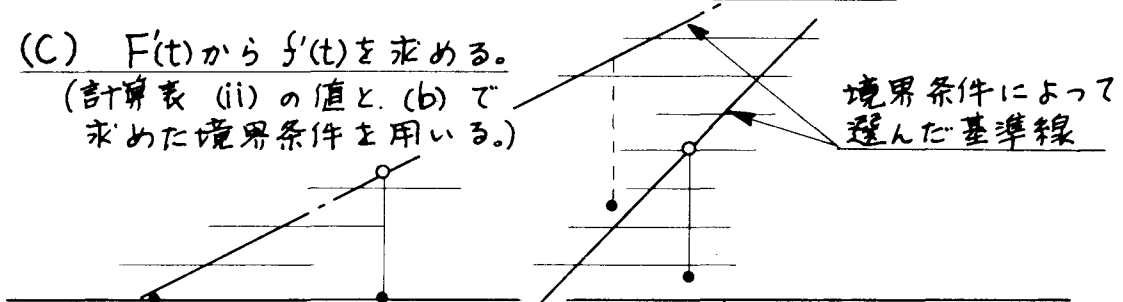


(b) $F(t)$, $G(t)$ から $f(t)$, $g(t)$ を求めた結果 (計算表 (i), (iv))



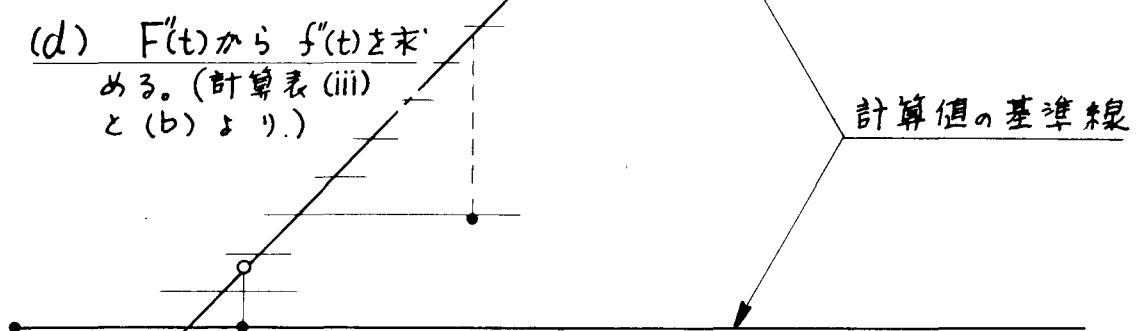
(c) $F'(t)$ から $f'(t)$ を求める。

(計算表 (ii) の値と (b) で求めた境界条件を用いる。)



(d) $F''(t)$ から $f''(t)$ を求める。

(計算表 (iii) と (b) より。)



(μ)

(e) アンジュレーションの波形

((b), (c), (d) の解を重ねる。)

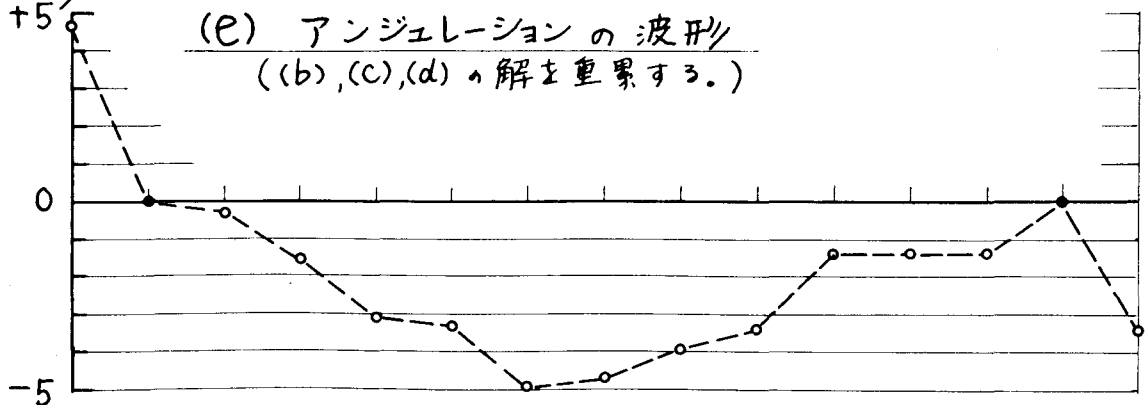


図 2. 47.

(2) $l_1/l_2 = 4/3$ で $l_1 = 4/6$ (従って $l_2 = 4/8$)
なる場合の補間測定法

このとき必要な測定値は オ1回測定における 17 個の値 (F_1, F_1', F_1'', F_1''' , F_2, F_2', F_2'', F_2''' , $F_3, \dots, F_5$) とオ2回目の測定における 7 個の値 ($G_1, G_2, \dots, G_7$) である。

図 2.48 (a) ~ (f) は、(1) の場合と同様に解析の順序を示すものである。

解析に必要な最短歯スジ長さ L は、この場合

$$L = 7 \cdot l_2 \quad \dots\dots (2.4.2)$$

になる。従ってオ2回測定で必要な分臭の数の最小数は 7 である。

同様にして、 $(l_1 - l_2)$ をより小さくすればさらに細分された分臭について、アンジュレーション振巾が求められるが、解析に必要な分臭の数も増えて誤差も拡大されるため実用性はないと思う。

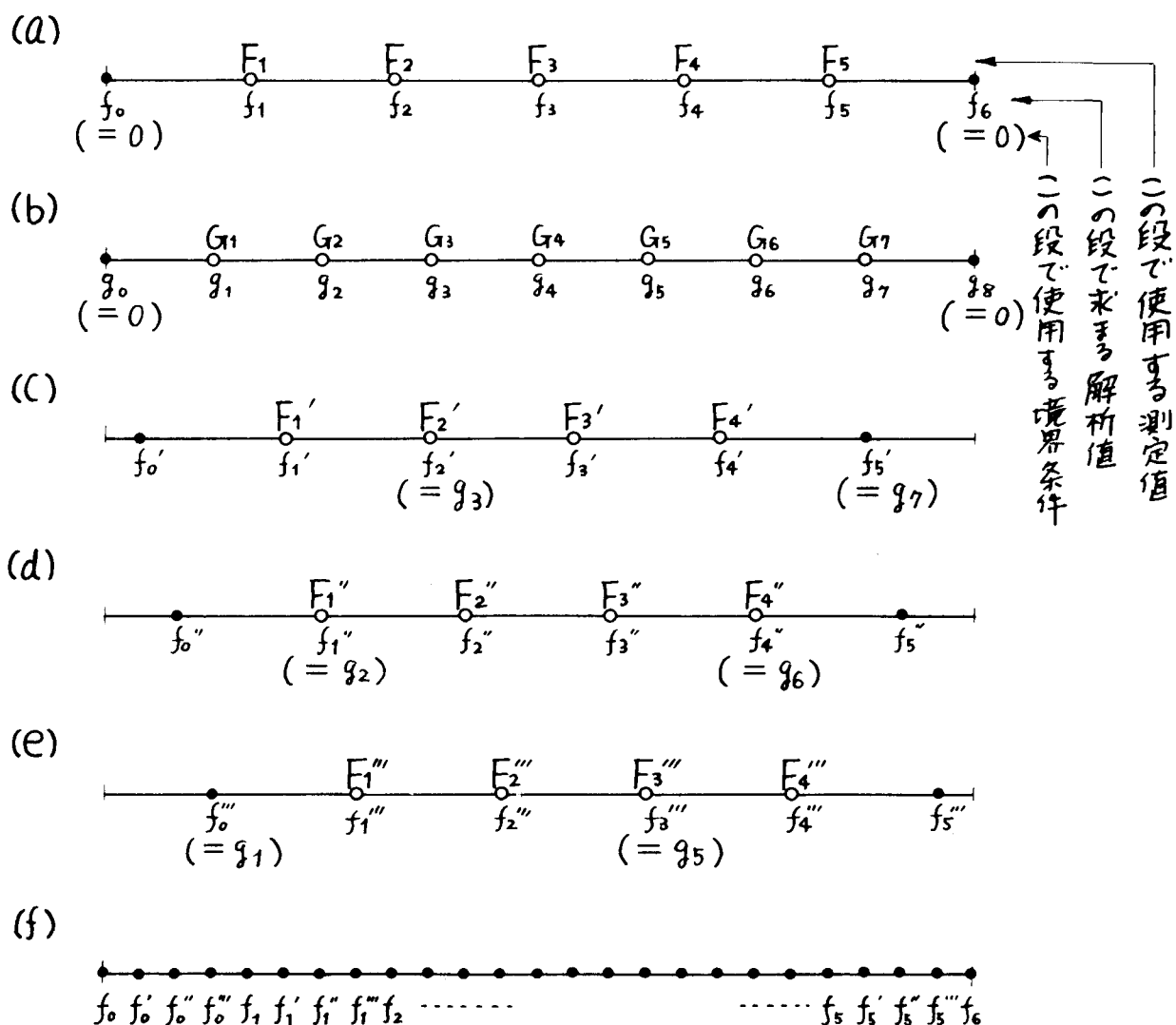
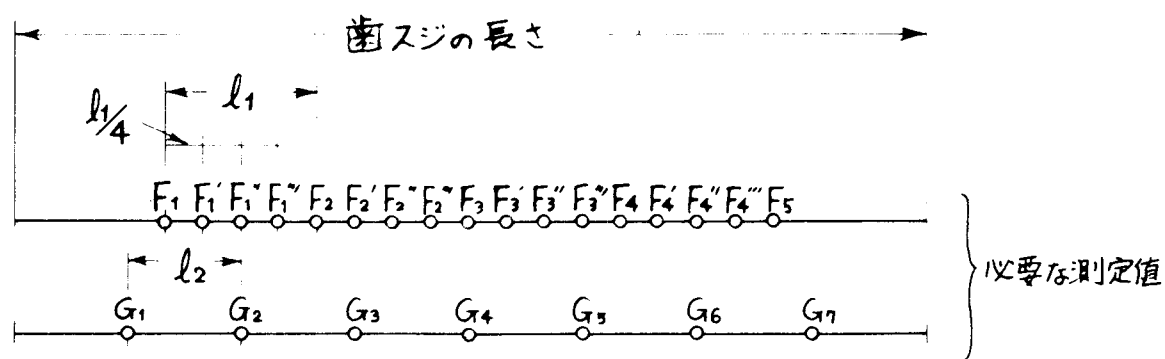


図 2. 48.

(2.5) アンジュレーション解析器¹⁾

Tomlinson 式アンジュレーション測定法の測定値の解析計算には、完全 2 階差分方程式

$$f(t-1) - 2 \cdot f(t) + f(t+1) = -2 \cdot F(t) \quad \text{----- (2.5.1)}$$

の形があらわれる。特に小歯車についての測定解析で厳密式の逐次計算法 (2.2.4.3) をおこなうとき、あるいは補間測定法 (2.4) をおこなうときには、式 (2.5.1) を数回計算する必要がある。かなり面倒になる。そこで、この式の計算を簡単にこなうための計算器 ---- アンジュレーション解析器 ---- を試作した。図 2.50 は本器の外観を示す。

(2.5.1) アンジュレーション解析器の原理

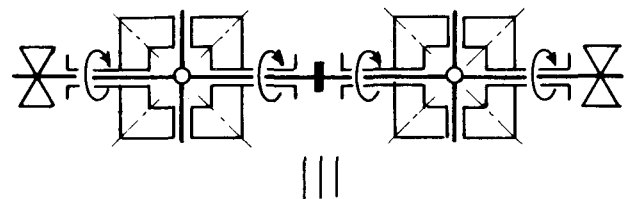
式 (2.5.1) の関係を機械的な量に変換する方法の 1 つとして、図 2.49 に示す 2 連差動歯車装置が考えられる。即ち、差動歯車 A および B の各要素の回転角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3; \theta_4, \theta_5, \theta_3'$ の間に

$$\theta_1 + \theta_2 = 2 \theta_3 \quad \text{--- (i)}$$

$$\theta_4 + \theta_5 = 2 \theta_3' \quad \text{--- (ii)}$$

なる関係がある。A, B の中心軸を結合すれば $\theta_3 = \theta_3'$ 従って、式 (i), (ii) より

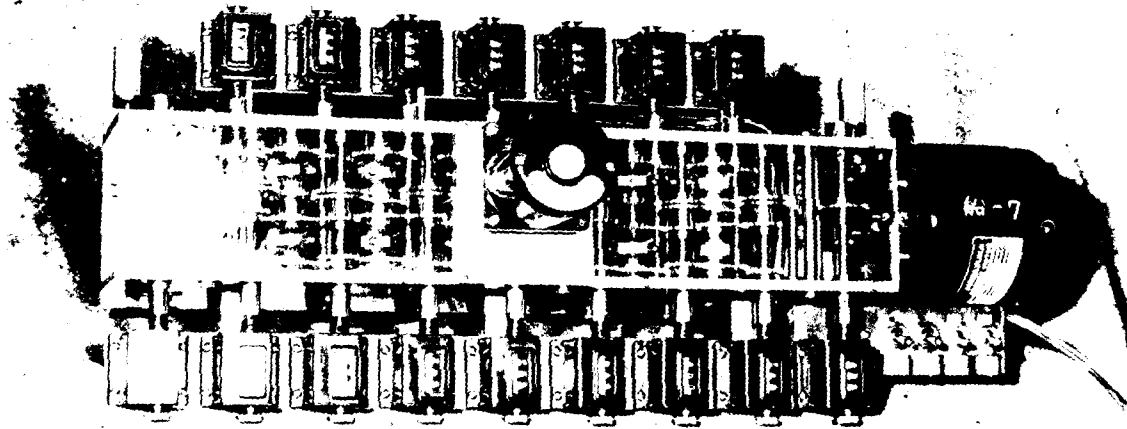
$$\theta_1 - \theta_4 + \theta_2 = \theta_5 \quad \text{--- (iii)}$$



$$f(t-1) - 2 \cdot f(t) + f(t+1) = -2 \cdot F(t)$$

図 2.49.

1). 文献 [26][27][29][32]



2. 50.

なる関係があり。こゝで各区転座を各数値に比例した量ずつ

$$\theta_1 = C \cdot f(t-1), \quad \theta_2 = C \cdot f(t+1), \quad \theta_4 = C \cdot 2 \cdot f(t), \quad \theta_5 = -C \cdot 2 \cdot F(t)$$

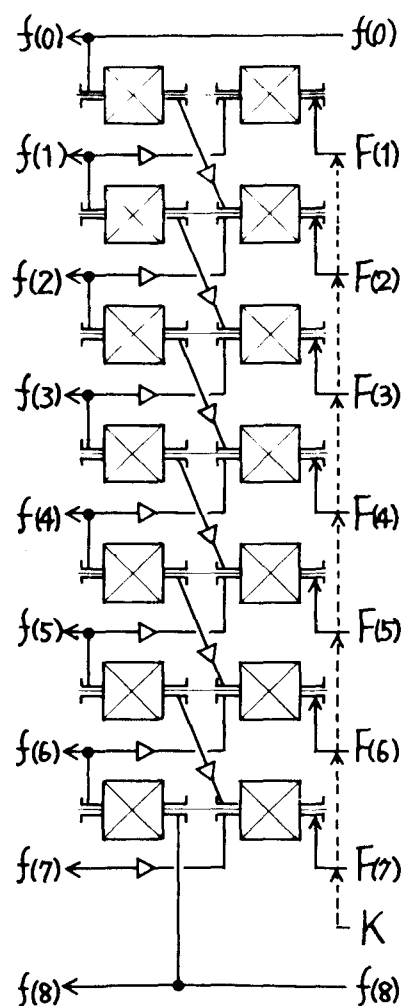
ただし、 C ：比例常数；係数 $2, -2$, は歯車列で作る。

のようにあたえることにすれば

$$f(t-1) - 2 \cdot f(t) + f(t+1) = -2 \cdot F(t)$$

なる式(2.5.1)の関係があらわせる。

いま、この二連差動歯車装置を数組並べて 図 2.51 (a) のように



← 増速 $\times 2$
→ 減速 $\times 1/2$

(a)

$$f(0) - 2 \cdot f(1) + f(2) = 2 \cdot \{F(1) + K\}$$

$$f(1) - 2 \cdot f(2) + f(3) = 2 \cdot \{F(2) + K\}$$

$$f(2) - 2 \cdot f(3) + f(4) = 2 \cdot \{F(3) + K\}$$

$$f(3) - 2 \cdot f(4) + f(5) = 2 \cdot \{F(4) + K\}$$

$$f(4) - 2 \cdot f(5) + f(6) = 2 \cdot \{F(5) + K\}$$

$$f(5) - 2 \cdot f(6) + f(7) = 2 \cdot \{F(6) + K\}$$

$$f(6) - 2 \cdot f(7) + f(8) = 2 \cdot \{F(7) + K\}$$

(b)

図 2.51.

各段が上から順に $n=1, n=2, n=3, \dots$ 等の番号をあらわすことにして、各段間の $f(n)$ の同じものどうしを直列で結合してゆけば、この装置の各要素の回転角の関係は、図(b)の連立方程式、あるいは式(2.5.1)の $F(n)$ とその解 $f(n)$ との関係をあらわすことになる。ただしこの装置では入力側 ($F(n)$ をあらわす要素) より、出力側 ($f(n)$ をあらわす要素) が2個多すぎ、 $f(n)$ のどれか2個の値を決めてやる必要があり、……これは式(2.5.1)の解を求めるときの境界条件に相当する。

結局この装置の各 $F(n)$ をあらわす要素と測定値に比例した回転数ずつまわし、かつ $f(n)$ をあらわす要素のいずれか2個を境界条件から決めた量だけまわせば、他の $f(n)$ をあらわす要素は、解に比例した数だけ回転する。

(2.5.2) アンジュレーション解析器の構造および操作.

本器では、7組の二連差動歯車を用いた。図2.52は本器の概略を示し、 $F(1), F(2), \dots, F(7)$ および $f(0), f(1), \dots, f(8)$ をあらわす各要素に合計16個の両方向型の計数器をとりつけ、各 $F(n)$ 軸には3段切換えのクラッチ $C_1, C_2, \dots, C_7$ があり、それぞれ、
(固定) $\leftrightarrow$ (単独駆動) $\leftrightarrow$ (全部の $F(n)$ の連動) の3段階の切換えができる。この $F(n)$ 軸の駆動は主モータ M_1 とトルクモータ M_2 とによりおこなう。また両端にある $f(0), f(8)$ の軸は、普段は固定されているが手動で任意に回転させることもできる。

本器の操作はモータのスイッチ (正逆用) とクラッチ $C_1, C_2, \dots, C_7$ および $f(0), f(8)$ 用のハンドル H_0, H_8 でおこなう。まず、

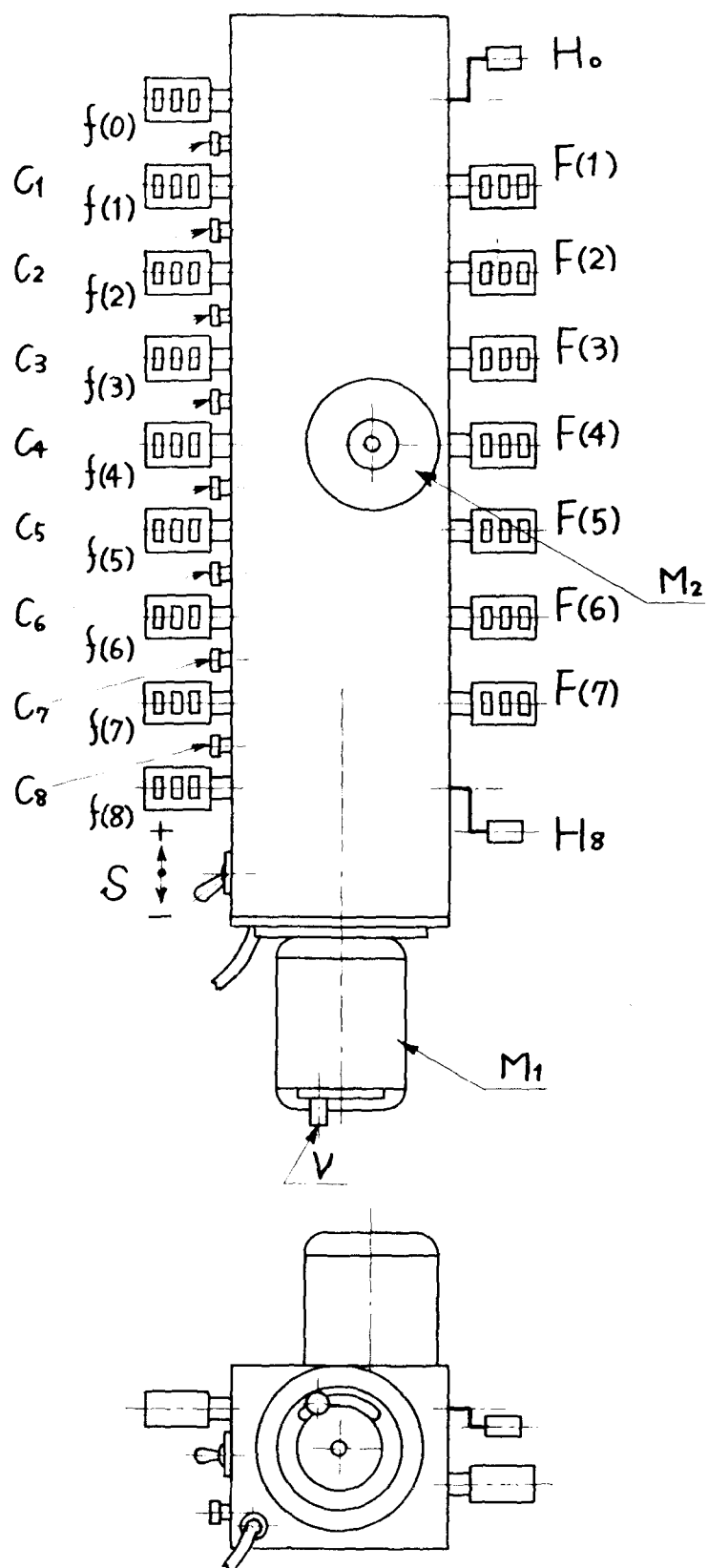


图. 2. 52.

計数器全部を0にもとして クラッチ C_1 を (単独駆動) にし、他のクラッチを全部 (固定) にし、モータの正又は逆転スイッチを入れれば、 $F(1)$ 軸に $F(1)$ の値を入れることができる。同様に、 $C_2, C_3, \dots, C_7$ により全部の $F(t)$ 軸に測定値 $F(t)$ の値を入れれば、各 $f(t)$ 軸の計数器に境界条件を両端で0 ($f(0) = f(8) = 0$) としたときのアンジュレーションの振幅 $f(t)$ が得られる。

さらに境界条件を変えたいときは、 H_0 および H_8 を廻わして、目的の2つの $f(t)$ 軸の $f(t)$ の値が境界条件にあうようにかえてやればよい。

また Tomlinson 式測定法で測定器の0点調整をおこなわない場合など、基礎式の中に未定の定数 K を含むときには、クラッチ $C_1 \sim C_7$ を (全部の $F(t)$ の運動) に切換えて、モータを正又は逆転させれば $F(t)$ 軸のすべてに、同数の回転をあてえることができ、従って $F(t)$ に種々の K 値を加えたときのアンジュレーション $f(t)$ の振幅を求めることができる。この操作によれば、 K 値が未定なときのアンジュレーション振幅 $f(t)$ の「あり得る最少値」を求めることができる。

本器は既成の差動歯車を利用したため、やや大形になってしまったが動作は、ほぼ予定通りにおこなわれ、計算表による計算で数十分要するものを、数分で機械的にあこなうことができた。

[2.6] 軸型アンジュレーションの簡易測定法¹⁾

(歯直角円周ピッチ誤差測定器による方法)

大型歯車に検出されるアンジュレーションには、ほぼ軸型アンジュレーションとみなせるものも比較的多い。(第1章 結論 1.1.(iii))。アンジュレーションが軸型であると確認された場合には歯直角円周ピッチ誤差を歯スジ方向に測定していった値から、この軸型アンジュレーションの形を求めることができる。

軸型アンジュレーションの波形

は、どの歯スジについても全く同形であり、ある歯スジ上の点と、そこから歯直角方向に Z_n 枚離れた歯スジ上の点とにおけるアンジュレーション波形には図 2.53 に示るように位相差があり、その大きさ λ_a^{mm} は、

$$\lambda_a = \pi \cdot m \cdot Z_n \cdot \tan \beta_0 \quad \text{---- (2.6.1)}$$

ここで

Z_n : またぐ歯の数

m : 歯車のモジュール

β_0 : 歯車のピッチ円筒
ねじれ角

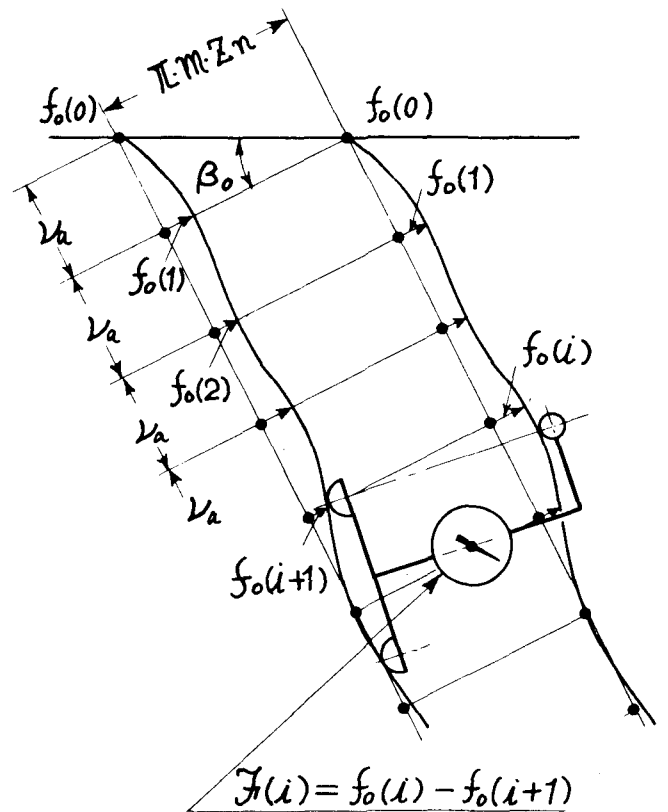


図 2.53

とあらわされる。いま、歯スジによって、間隔 λ ごとに分割した点を端から順に、0, 1, 2, ..., i とし、各点におけるアンジュレーションの振幅を $f_0(i)$ とすれば、歯スジ I の i なる点から

1). 文献 [32] [33]

歯スジ II に向かって測定される歯直角円周ピッチ誤差 $f_i(u)$ は

$$f_i(u) - C_1 = f_0(i) - f_0(i+1)$$

ここで C_1 : 未定定数 ($f_i(u)$ は変化分のみを読むため)

となり、この式を $f_0(u)$ につき解けば、

$$\begin{aligned} f_0(u) &= - \int_0^i \{f_i(u) - C_1\} \cdot \Delta i + C_2 \\ &= - \sum_{i=0}^{i-1} f_i(u) + (C_1' \cdot i + C_2') \end{aligned} \quad \text{---- (2.6.2)}$$

ただし、 C_2, C_1', C_2' : 未定または任意定数、

が得られる。式 (2.6.2) の () 内はネジレ角誤差およびピッチ誤差をあらわすが、これらを適当な境界条件、たとえば、歯スジの両端で $f_i(u) = 0$ のように決めることにすれば、結局、軸型アンジュレーションの波形 $f_0(u)$ は歯スジ方向 2.5mm 間隔ごとに測定していった歯直角円周ピッチ誤差 $f_i(u)$ の累積値として求められることがわかる。

この場合、歯直角円周ピッチ誤差の測定は、アンジュレーション波形による二次的な影響をさけるため (附. 3) で述べたような改良をほどこしたものを用いておこなうべきである。

図 2.54 は Maag 社製 TMA-2 型ピッチ測定器 (手持式) にアタッチメント
をとりつけて改良したものであり、

図 2.55 はこの測定器による測定結果およびその解析結果 (測定値の累積値) を示す。

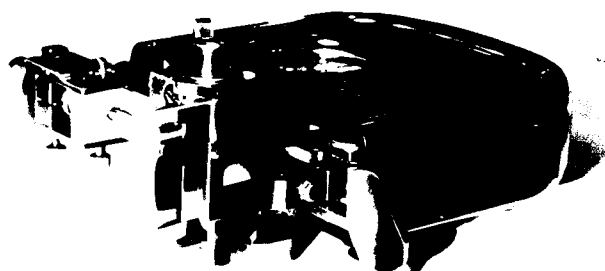
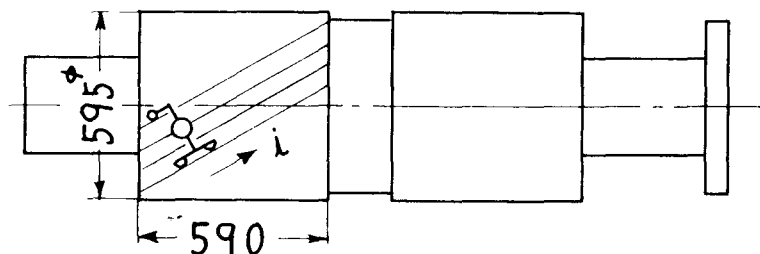
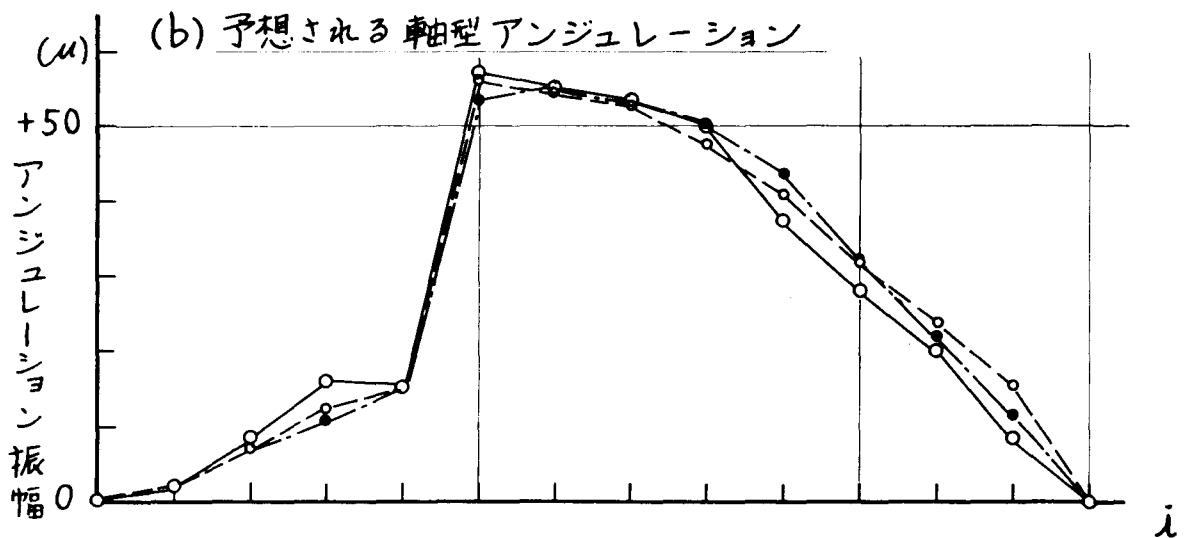
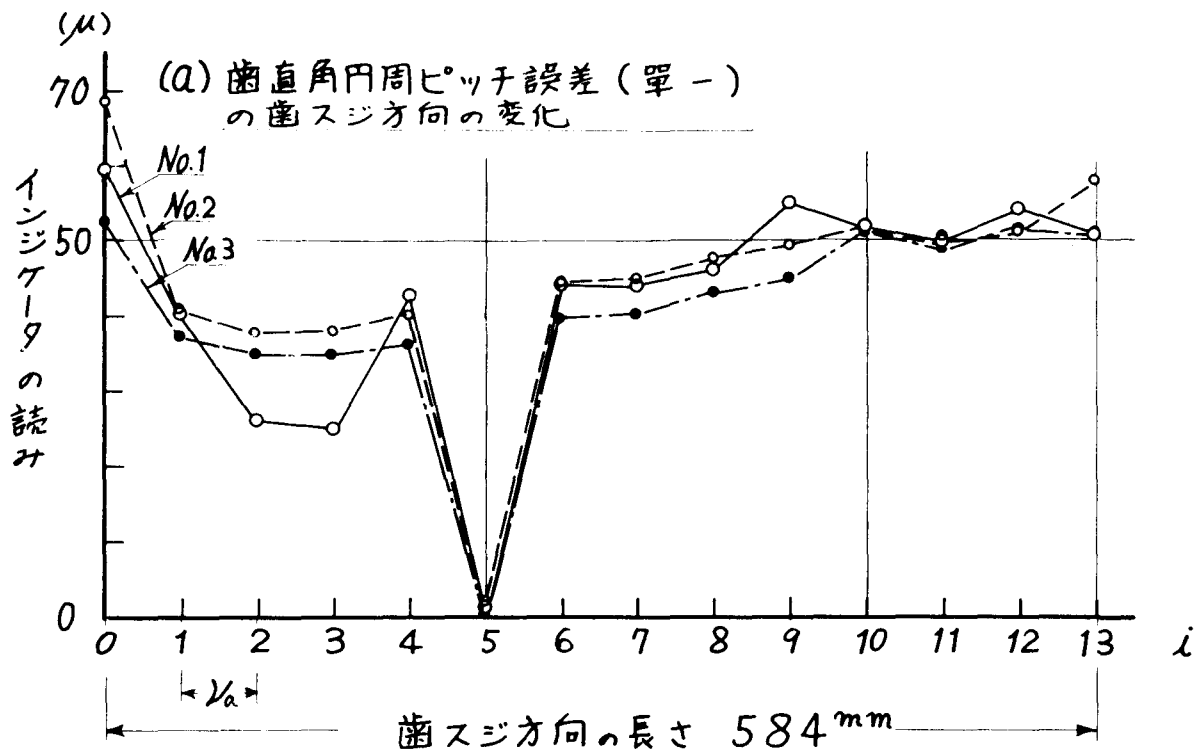


图 2. 54.



20000 IS 船用オ2段小歯車 左ネジレ側 後進面

$$m=8, d_o=595.46 \text{ mm}, \beta_o=28^\circ 59' 9'', Z_n=3$$

$$L_a = \pi \cdot m \cdot Z_n \cdot \tan \beta_o = 41.7 \text{ mm}$$

図. 2. 55.

(2.7) 結 論

(2.1) 「アンジュレーション測定法概要」

(1) 従来用いられてきた2通りのアンジュレーション測定法, De Laval 式と Tomlinson 式につき検討

(i) De Laval 式は高精度の基準薄板の製作, 歯先円筒面を数 μ の精度で仕上げる必要等のあるのに比べ

(ii) Tomlinson 式は製作が容易, 操作が簡単であり広く用いられているがその測定値の理論的な解析が未解決である

実を考慮し Tomlinson 式につき研究を進める必要を指摘した。

(2) 現状に適した高感度のアンジュレーション測定器の必要にせまられ Tomlinson 式の, 静電容量型測微器をその検出部に応用した K-III 型アンジュレーション測定器を試作し多くの実測の結果 感度 2000 倍位で充分安定な測定ができ実用性のあることを確認した。

(2.2) 「Tomlinson 式アンジュレーション測定法の拡張」

(1) Tomlinson 式測定法による測定値は一般にアンジュレーション波形そのまゝの形を示さない。こゝではまず歯車をラック板と考えたときの近似基礎式を導き (i) アンジュレーション曲線の2階完全差分の $1/2$ が測定記録曲線としてあらわれること, (ii) 各歯面の測定値に反対歯面の影響はあらわれないこと等を明らかにした。

(2) 近似基礎式の解法として (i) 計算表による方法, (ii) 図式解法を示した。特に図式解法は非常に簡便であり概略の解析あるいは計算表による結果のチェックに利用価値が大きい。

(3) アンジュレーションの完全な解析のためには測定値として正しい歯車につき 0 を示す絶対値が必要であるが 従来の、変化分のみを測定値とした場合でも、(i) ありうるアンジュレーションの最少振幅は求められ、(ii) C 型アンジュレーションの場合には完全な解析がこなえる。ことを示した。

(4) 歯数の小さい小歯車の場合、歯スジのねじれが極端になる。その影響を考慮した厳密な基礎式を 2 元連立 2 階線型差分方程式の形で導き、その解と計算例とを示し、(i) C 型アンジュレーションの場合には、近似基礎式の場合におけると全く同様に簡単に完全解が得られること、(ii) 一般波形的の場合、ありうる最少振幅を求める方法とを示した。

(5) これらの解析にともなう誤差の検討をおこない、分割数(測定範囲/ボール間隔)が大きいほど測定値の誤差が解析結果に拡大されてあらわれること、歯形および歯形誤差は測定解析に誤差をあたえないことを示し、さらに、厳密な基礎式の代りに近似基礎式を用いた場合の誤差を検討し、大歯車については近似基礎式を用いても実用上、支障ないこと、小歯車を大きなボール間隔で測定する場合には、厳密式によるべきことを示した。

{2.3}「3ボール式アンジュレーション測定法」

(1) Tomlinson 式測定法でアンジュレーションの完全な解析をおこなうためには、測定器の 0 点を理論的に正しく調整する必要がある。そのために適した構造の 3ボール式測定器を提案、試作しその実測結果、ほぼ使用しうることを確認した。

(2) 3ボール式測定法では、直定規とブロックゲージにより、歯車の諸常数から計算した値に測定器のボール間隔、ボール高さ

を調整する。その際用いる諸常数、調整等に必要な精度について、及び計算方法、測定方法、測定値の処理、直定規の検定等、具体的な事項を述べた。

(3) 実測解析の結果、その実用性が確認された。

{2.4}「補間測定法」

前述までの Tomlinson 式測定法の測定値の解析ではボール間隔 l と b の値しか求められない。ボール間隔を 2 通り l_1, l_2 に変えた 2 つの測定値を組合わせることにより、 $|l_1 \sim l_2|$ の細分量のアンジュレーション曲線の形を求める方法「補間測定法」を提案し、その実施例を示した。

{2.5}「アンジュレーション解析器」

アンジュレーションの解析計算を迅速におこなうため二連差動歯車を基本とした 2 階完全差分方程式を解く計算器を考案、試作をおこない、大きさ、使用の複雑さには改良の余地があるが動作は予定通りおこなわれ所期の目的を達した。

{2.6}「軸型アンジュレーションの簡易測定法」

一般のアンジュレーション測定値の解析はやゝ面倒なものであるが、軸型アンジュレーションの場合に適用できる歯直角ピッチ誤差測定器によるアンジュレーションの簡易測定法を提案し、その実施例を示した。

オ 3 章

アンジュレーションが
歯車の負荷性能に及ぼす影響
に関する理論的考察

オ3章の概要

アンジュレーションが歯車の負荷性能を著しく低下させることについては多くの実例が発表され周知のことであるが、それらの理論的な関係はあまりあきらかにされていないようである。同時カミアイ歯数の多い船用減速歯車等の場合には歯面接触の状態も全カミアイ位置を通じて平均した状態であらわせるため、アンジュレーションと歯面応力の関係も比較的簡単にあらわされる。

本章は、これらの関係と理論的に検討したものであり、

(オ1節)「W.C.Uと動荷重」では、W.C.Uのため生ずる複ハスバ歯車の振動と動荷重につき論じ

(オ2節)「W.C.Uによる歯形誤差と歯面応力」ではW.C.Uの歯形曲率半径への影響とそのため生ずる歯面応力の増大を扱い

(オ3節)「軸型アンジュレーションと歯面応力」では、歯のたわみの関係式から軸型アンジュレーションのあるときのピッチ点最大荷重を求める式を導いた。

(オ4節)はオ3章に関する結論をまとめたものである。

第3章 アンジュレーションか歯車の負荷性能

に及ぼす影響に関する理論的考察

歯車のカミアイ状態を考える場合 アンジュレーションを円周型と軸形成分に分け考えるのが便利である。

(1) 円周型アンジュレーションについては、回転伝達誤差のため生ずる動荷重と、歯形曲率半径の減少のため生ずる歯面の Hertz 応力の増大を考慮する必要がある。

(2) 軸型アンジュレーションについては、歯スジ方向の歯当たりのむらによる歯面荷重分布の部分的増大を考慮する必要がある。次にその各々につき理論的な検討をおこなう。

{3.1} Worm Cyclic Undulation (W.C.U) と動荷重

W.C.U による回転伝達誤差は振動系としての 1 対の歯車に強制力をあたえそのため歯面に動荷重の発生することは容易に予想される。これを船用減速歯車に一般に用いられている ヤマバ歯車 (Double Helical Gear) の場合につき検討する。

図 3.1 (a) は Double Helical Gear のカミアイを示す。これを図 (b) のような振動系として考える。いま

歯車の作用平面上の一対を原点として歯車軸直角方向および軸方向に x および y 座標をとり左右のネジレ側を Helix I および Helix II, Suffix 1, 2 を小歯車, 大歯車に関する量とし

M_x : x -方向等価質量 (kg/mm/s^2)

$$\text{ただし } \frac{1}{M_x} = \frac{y_{g1}^2}{J_1} + \frac{y_{g2}^2}{J_2} \quad \begin{array}{l} y_{g1}, y_{g2}: \text{歯車の基礎円半径 (mm)} \\ J_1, J_2: \text{軸まわり慣性モーメント} \\ \quad \quad \quad (\text{kg-mm}^2/\text{mm/s}^2) \end{array}$$

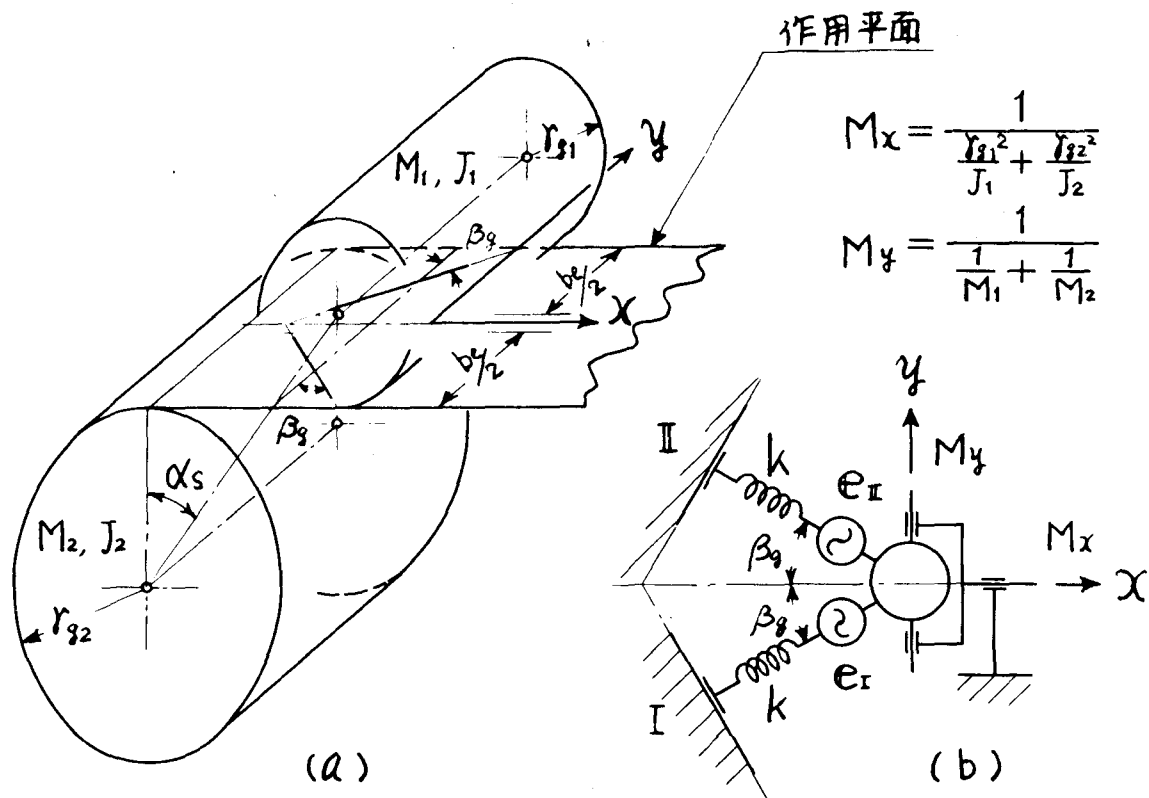


図 3.1 ヤマバ歯車の振動系.

M_y : y -方向等価質量

ただし $\frac{1}{M_y} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}$, M_1, M_2 : 歯車の質量 (kg/mm/S^2)

k : 歯の等価バネ常数 (歯面法線方向, 片側 Helix について)

ただし $k = \frac{b_e \cdot k_e}{2 \cos^2 \beta_g}$, b_e : 有効全歯幅 (mm)
 β_g : 基礎円筒ネジレ角

k_e : 歯の平均カーミアイ剛さ¹⁾ (kg/mm^2)
 (作用線上の値)

e_I, e_{II} : Helix I, II の回転伝達誤差 (歯面法線方向)

ただし $e_I = e_I \cdot \sin \omega \cdot \tau$,

$e_{II} = e_{II} \cdot \sin(\omega \cdot \tau + \phi)$ }

e_I, e_{II} : W.C.U 振巾 (その他).

ω : 誤差の接近し角速度.

ϕ : Helix I, II の誤差の位相差.

---- (3.1.1) τ : 時間

とする。

さらに 小歯車の平衡位置からの変位を x, y とすれば.

1). 林国一博士. 文献 [32] , 本論文附 14. 参照.

等価バネの伸びは 図 3.2 (a) より
 $-e_I + (x \cdot \cos \beta_g + y \cdot \sin \beta_g)$, となり.
 そのバネに追加される荷重 F_{kI} は

$$F_{kI} = k \cdot \{e_I - (x \cdot \cos \beta_g + y \cdot \sin \beta_g)\} \quad \text{---- (i)}$$

となる。全く同様にして Helix II の等
 価バネの荷重 F_{kII} は 図 (b) より.

$$F_{kII} = k \cdot \{e_{II} - (x \cdot \cos \beta_g - y \cdot \sin \beta_g)\} \quad \text{---- (ii)}$$

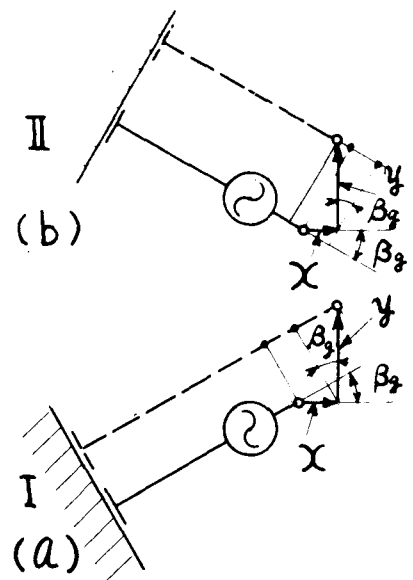


図 3.2

となる。これらのバネに追加された荷
 重の反力として、等価質量がバネから受
 ける力の x -および y -方向成分 F_{kx}
 および F_{ky} は 図 3.3 から それぞれ

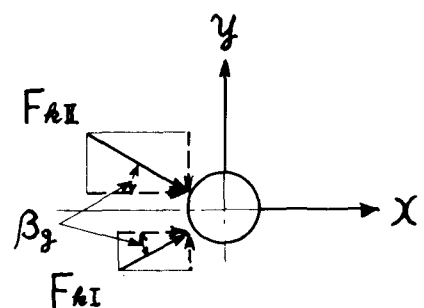


図 3.3

$$F_{kx} = (F_{kI} + F_{kII}) \cdot \cos \beta_g$$

$$F_{ky} = (F_{kI} - F_{kII}) \cdot \sin \beta_g$$

となり。これに式 (i), (ii) を代入すれば

$$F_{kx} = -2 \cdot k \cdot \cos^2 \beta_g \cdot x + k \cdot \cos \beta_g \cdot (e_I + e_{II}) \quad \text{---- (iii)}$$

$$F_{ky} = -2 \cdot k \cdot \sin^2 \beta_g \cdot y + k \cdot \sin \beta_g \cdot (e_I - e_{II}) \quad \text{---- (iii')}$$

となる。このバネによる力と慣性力との釣合から

$$F_{kx} = M_x \ddot{x}, \quad F_{ky} = M_y \ddot{y} \quad \text{---- (iv), (iv')}$$

ただし $\ddot{x}, \ddot{y}$ は変位 x, y の加速度をあらわす。

従って 式 (iii), (iii'), (iv), (iv') から 2 組の強制振動の方程式

$$M_x \ddot{x} + 2 \cdot k \cdot \cos^2 \beta_g \cdot x = k \cdot \cos \beta_g \cdot (e_i + e_{II}) \quad \dots (3.1.2)$$

$$M_y \ddot{y} + 2 \cdot k \cdot \sin^2 \beta_g \cdot y = k \sin \beta_g (e_i - e_{II}) \quad \dots (3.1.3)$$

が得られる。この式に e_i, e_{II} の値 式 (3.1.1) を代入して整理すれば

$$\ddot{x} + \omega_x^2 \cdot x = \frac{\omega_x^2}{2 \cdot \cos \beta_g} \cdot e_x \cdot \sin(\omega \tau + \phi_x)$$

$$\ddot{y} + \omega_y^2 \cdot y = \frac{\omega_y^2}{2 \cdot \sin \beta_g} \cdot e_y \cdot \sin(\omega \tau + \phi_y)$$

$$\text{ただし } \omega_x^2 = \frac{2k \cdot \cos^2 \beta_g}{M_x}, \quad \omega_y^2 = \frac{2k \cdot \sin^2 \beta_g}{M_y} \quad \dots (3.1.4)$$

$$e_x \cdot \sin(\omega \tau + \phi_x) = e_i + e_{II},$$

$$e_y \cdot \sin(\omega \tau + \phi_y) = e_i - e_{II},$$

となり。これらの特解として

$$x = \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_x})^2} \cdot \frac{e_x}{2 \cdot \cos \beta_g} \cdot \sin(\omega \tau + \phi_x) \quad \dots (3.1.5)$$

$$y = \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_y})^2} \cdot \frac{e_y}{2 \cdot \sin \beta_g} \cdot \sin(\omega \tau + \phi_y) \quad \dots (3.1.6)$$

が求められる。式 (3.1.5) は回転変動と 作用 線上の変位 x であらわしたものでありこれを大歯車に対する小歯車の軸まわりの相対角変位 θ_r にあわせれば r_g を割って

$$\theta_r = \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_x})^2} \cdot \frac{e_x}{2 \cdot r_g \cdot \cos \beta_g} \cdot \sin(\omega \tau + \phi_x) \quad \dots (3.1.7)$$

となる。

また 式 (3.1.6) は大歯車に対する小歯車の軸方向の振動(工場

では shuttling と呼んでいる) をあらわすことになる。

これらの振動のため歯面に生ずる動荷重はあのあの歯のバネの力 F_{kI} , F_{kII} そのものである。これを各 Helix につき歯車ゴッ
 子円上単位歯幅あたりの動荷重 ΔP_I , ΔP_{II} に換算すれば

$$\Delta P_I = \frac{\cos \beta_g \cdot \cos \alpha_s}{be/2} \cdot F_{kI}, \quad \Delta P_{II} = \frac{\cos \beta_g \cdot \cos \alpha_s}{be/2} \cdot F_{kII}$$

となり。これに 式 (i), (ii) さらに (3.1.5), (3.1.6) を
 代入してまとめれば

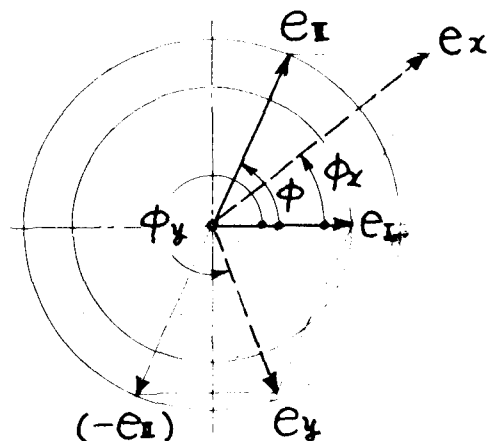
$$\Delta P_I = k \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot e_{PI} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_I) \quad \text{---- (3.1.8)}$$

$$\Delta P_{II} = k \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot e_{PII} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_{II}) \quad \text{---- (3.1.9)}$$

ただし k : 歯の平均力ミアイ剛性 α_s : 正面圧力角

$$\begin{aligned} & e_{PI} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_I) \\ &= e_I \cdot \sin \omega\tau - \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_x})^2} \cdot \frac{e_x}{2} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_x) - \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_y})^2} \cdot \frac{e_y}{2} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_y) \end{aligned}$$

が得られる。この式中の $e_x, \phi_x; e_y, \phi_y; e_{PI}, \phi_I; e_{PII}, \phi_{II}$
 の値は e_I, e_{II}, ϕ から 図 3.4 および 図 3.5 のような作図
 により求められる。



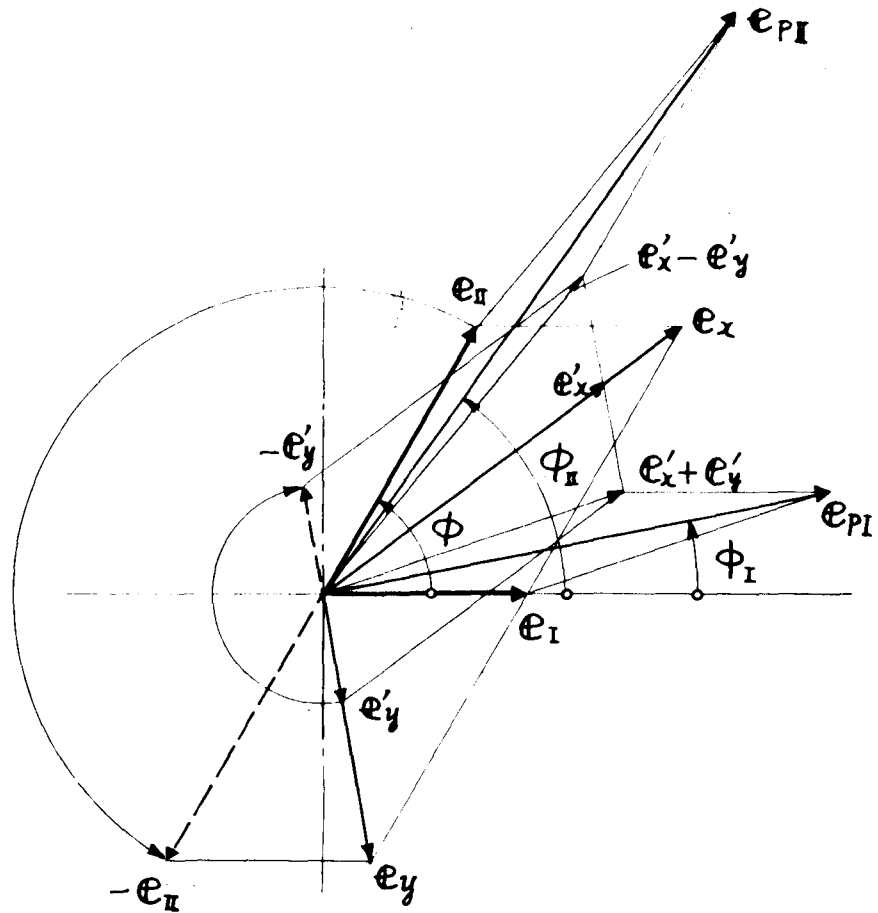
$$e_x = \sqrt{e_I^2 + e_{II}^2 + 2e_I e_{II} \cos \phi}$$

$$\phi_x = \tan^{-1} \frac{e_{II} \sin \phi}{e_I + e_{II} \cos \phi}$$

$$e_y = \sqrt{e_I^2 + e_{II}^2 - 2e_I e_{II} \cos \phi}$$

$$\phi_y = \tan^{-1} \frac{e_{II} \sin \phi}{e_I - e_{II} \cos \phi}$$

図 3.4



$$e_{PI} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_I) = e_{PI} = e_I + \frac{e_x}{2\{(\frac{\omega}{\omega_x})^2 - 1\}} + \frac{e_y}{2\{(\frac{\omega}{\omega_y})^2 - 1\}}$$

$$e_{PII} \cdot \sin(\omega\tau + \phi_{II}) = e_{PII} = e_{II} + \frac{e_x}{2\{(\frac{\omega}{\omega_x})^2 - 1\}} - \frac{e_y}{2\{(\frac{\omega}{\omega_y})^2 - 1\}}$$

$$e_x = e_I + e_{II} \quad , \quad e_y = e_I - e_{II}$$

$$e_I = e_I \cdot \sin \omega\tau \quad , \quad e_{II} = e_{II} \cdot \sin(\omega\tau + \phi)$$

e_I, e_{II} : Helix I, II の回転伝達誤差半振幅

ϕ : " " 位相角

図. 3.5

以上で求めた各式中の常数を一般に使用しているものに変換して
 角速度 $\omega \rightarrow$ 振動数 f , $\beta_g \rightarrow \beta_0$, $\gamma_{g1} \rightarrow d_1$ 等
 まとめて記せば

(i) 一般の場合は

回転振動 (小歯車の軸まわりの角 $\theta_r^{(rad)}$)

$$\theta_r = \frac{1}{1 - (\frac{f}{f_x})^2} \cdot \frac{1}{d_1} \cdot \frac{e_x}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau + \phi_x) \quad \text{---- (3.1.10)}$$

軸方向振動 (y (mm))

$$y = \frac{1}{1 - (\frac{f}{f_y})^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \tan \beta_0} \cdot \frac{e_y}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau + \phi_y) \quad \text{---- (3.1.11)}$$

動荷重 $\Delta P_I, \Delta P_{II}$ (kg)

$$\Delta P_I = k \cdot \cos^2 \alpha_s \cdot \frac{e_{PI}}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau + \phi_I) \quad \text{---- (3.1.12)}$$

$$\Delta P_{II} = k \cdot \cos^2 \alpha_s \cdot \frac{e_{PII}}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau + \phi_{II}) \quad \text{---- (3.1.13)}$$

こゝで

$$f_x: \text{回転振動固有振動数}^{(c/s)} \quad f_x = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{b_e \cdot k}{M_x}} \quad \text{---- (3.1.14)}$$

$$f_y: \text{軸方向振動固有振動数}^{(c/s)} \quad f_y = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{b_e \cdot k}{M_x} \cdot \tan \beta_0 \cdot \cos \alpha_s} \quad \text{---- (3.1.15)}$$

f : W.C.U 等の回転伝達誤差による加振力の振動数^(c/s)

e_x, ϕ_x ; e_y, ϕ_y ; e_{PI}, ϕ_I ; e_{PII}, ϕ_{II} : 左右 Helix I, II の誤
 差振幅 e_I, e_{II} およびその位相差 ϕ より 図 3.4, 3.5
 のようにして求められる等価振幅, および位相角

k : 歯の平均力ミアイ剛さ (附 14.)

M_x, M_y : x, y 方向の等価質量

(ii) $\phi = 0$ の場合 ... (工場に於て多くの場合は左右両Helixをホブ盤テーブルの同方向回転で切削している。このときは両HelixのW.C.Uは同位相で $\phi = 0$ と考えられる。) ... には 図3.4より

$$e_x = e_I + e_{II}, \quad e_y = e_I - e_{II}, \quad \phi_x = \phi_y = 0,$$

になり

回転振動 $\theta_z^{(rad)}$ および軸方向振動 $y^{(mm)}$ は

$$\theta_z = \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_x}\right)^2} \cdot \frac{1}{d_1} \cdot \frac{e_I + e_{II}}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau) \quad \text{---- (3.1.16)}$$

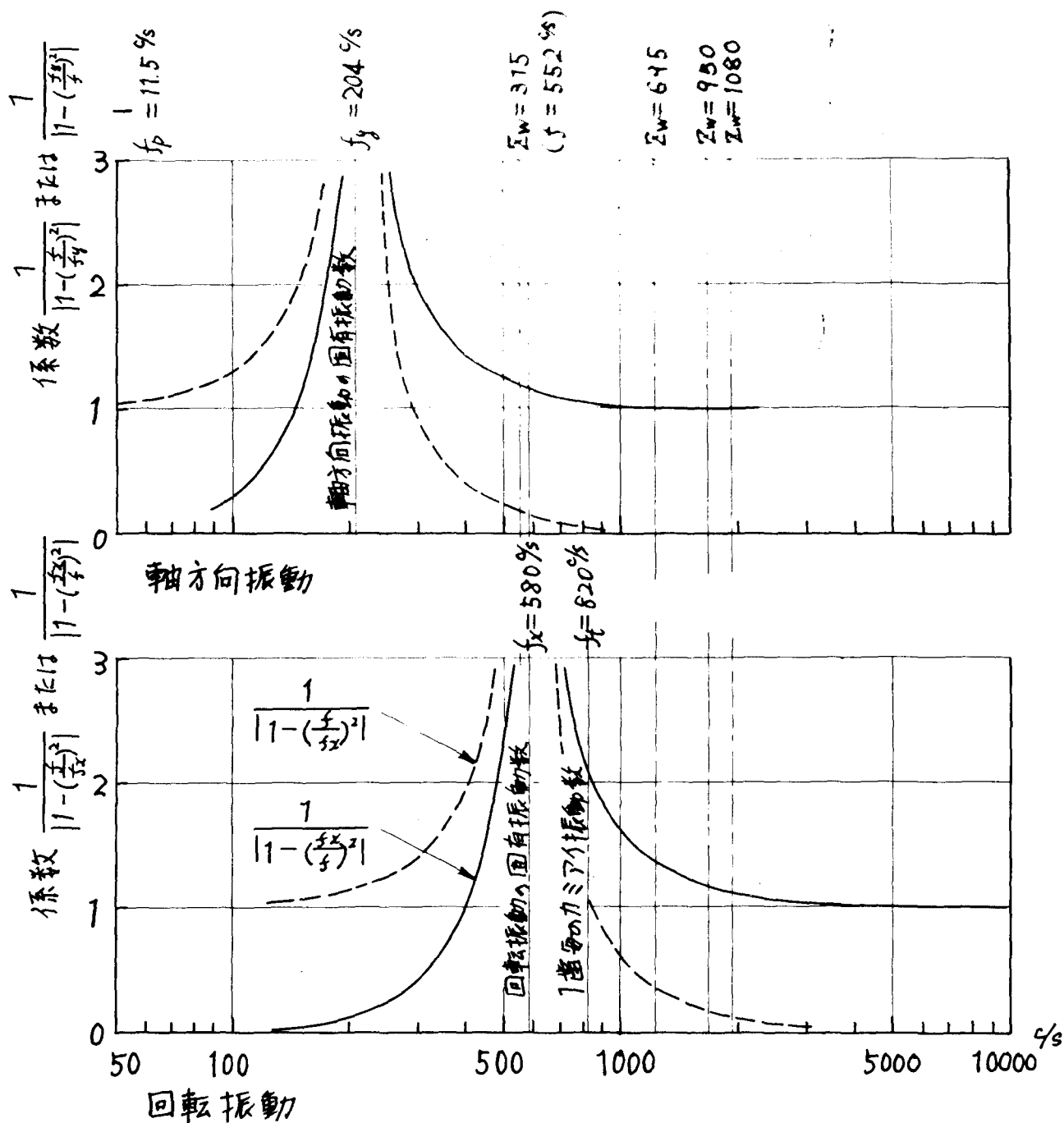
$$y = \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_y}\right)^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \tan \beta_0} \cdot \frac{e_I - e_{II}}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot (\sin 2\pi f \cdot \tau) \quad \text{---- (3.1.17)}$$

動荷重 $\Delta P_I, \Delta P_{II}^{(kg)}$ は

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_I &= k \cdot \cos^2 \alpha_s \cdot \frac{e_{PI}}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau) \\ \Delta P_{II} &= k \cdot \cos^2 \alpha_s \cdot \frac{e_{PII}}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \cdot \sin(2\pi f \cdot \tau) \\ e_{PI} &= \frac{1}{1 - \left(\frac{f_x}{f}\right)^2} \cdot \frac{e_I + e_{II}}{2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{f_y}{f}\right)^2} \cdot \frac{e_I - e_{II}}{2} \\ e_{PII} &= \frac{1}{1 - \left(\frac{f_y}{f}\right)^2} \cdot \frac{e_I + e_{II}}{2} - \frac{1}{1 - \left(\frac{f_x}{f}\right)^2} \cdot \frac{e_I - e_{II}}{2} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (3.1.18)}$$

となる。

図3.6 および 図3.7 は 20000 PS 船用減速歯車装置の 1 段および 2 段歯車について 動荷重に関する係数 $1/\{1 - (f_x/f)^2\}$, $1/\{1 - (f_y/f)^2\}$ の計算結果を示したもので 縦軸にその値をとり、横軸には誤差の加振力の振動数 f をとった。横軸上 Z_w の位置は親歯車歯数 Z_w なるホブ盤で切削した歯車の定格回転速度における W.C.U のための加振振動数を示す。



船用 20000 PS 才 2 段減速齒車 (大齒車 105 r.p.m)

$$m = 8, \alpha_n = 15^\circ, \beta_o = 30^\circ, b_e = 540 \times 2 \text{ mm}$$

$$Z_1 = 71, r_{g1} = 313 \text{ mm}, M_1 = 6320 \text{ kg}, J_1 = 24.45 \times 10^5 \text{ kg-cm}^2$$

$$Z_2 = 469, r_{g2} = 2070 \text{ mm}, M_2 = 30797 \text{ kg}, J_2 = 6850 \times 10^5 \text{ kg-cm}^2$$

図 3.7

以上の解析により次の結論が得られる。

- (1) Double Helical Gear の歯をバネとする回転振動および軸方向の振動 (Shuttling) は互に分離した 7 自由度系の振動方程式 (式 (3.1.10), (3.1.11)) であらわされ相互の干渉はない。
- (2) 左右 Helix の W.C.U が同振中で同位相の場合には回転振動のみを生じ、同振中で逆位相の場合は Shuttling のみを生ずる。その他の場合は両方の振動がみえる。
- (3) W.C.U. (または回転伝達誤差を生ずる他の種類の形状誤差) による加振周波数が、回転振動、または Shuttling の固有振動数に近い場合には動荷重が増大するわけだが、実際の船舶用歯車の例 (図 3.6, 3.7.) によれば、才 1 段歯車では $Z_w = 350$ 、才 2 段歯車では $Z_w = 695$ 。以下位のホブ盤で歯切りした場合には W.C.U. によりかなり大きな動荷重が生ずることを考慮しなければいけない。

また、小歯車 1 回転中に数回 ~ 数十回くり返される回転伝達誤差成分が動荷重に影響し、それ以下の低周波の誤差 例えは歯車の偏心等による回転むら はほとんど動荷重を生ぜず、それ以上の高周波の誤差の場合は動荷重に関する係数は、1 に近いき、このとき生ずる動荷重は誤差の半振巾とバネ常数との積

$$\Delta P_{I,II} = k \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot e_{I,II} \quad \text{----(3.1.19)}$$

となる。

なお、この理論の成り立つのは歯面の分離が生じない範囲、従って $|\Delta P_{I,II}| < P$ (P : 歯車ピッチ円上単位歯幅あたりの平均荷重) の範囲内にあるときである。

[3.2] Worm Cyclic Undulation (W.C.U) と歯面応力

W.C.U は歯形誤差もともなうため歯面応力をも増大させる。
歯面応力は接触点を含む接触線をその共通接線とする円錐面(近似的に円筒面と考える)の接触をもとにして計算されるため、歯直角断面の相対曲率半径が問題となる。

(3.2.1) 歯形誤差と歯面曲率半径

歯形誤差のある場合の歯直角断面歯形の曲率半径 R を求めるため、図 3.8 のように、歯形上の点 P を含むカミアイ平面内で同時カミアイ線に垂直で歯面内側方向に x -軸を P 点からカミアイ平面垂直下向きに y 座標をとり、

β_g : 基礎円筒とネジレ角

r_g : 基礎円半径 (式の誘導のときは $r_g = 1$ としに。)

θ : 歯直角断面内で点 P からゆすかすれた点 Q を含む

作用平面 Q と点 P を含む 作用平面 P とのなす角

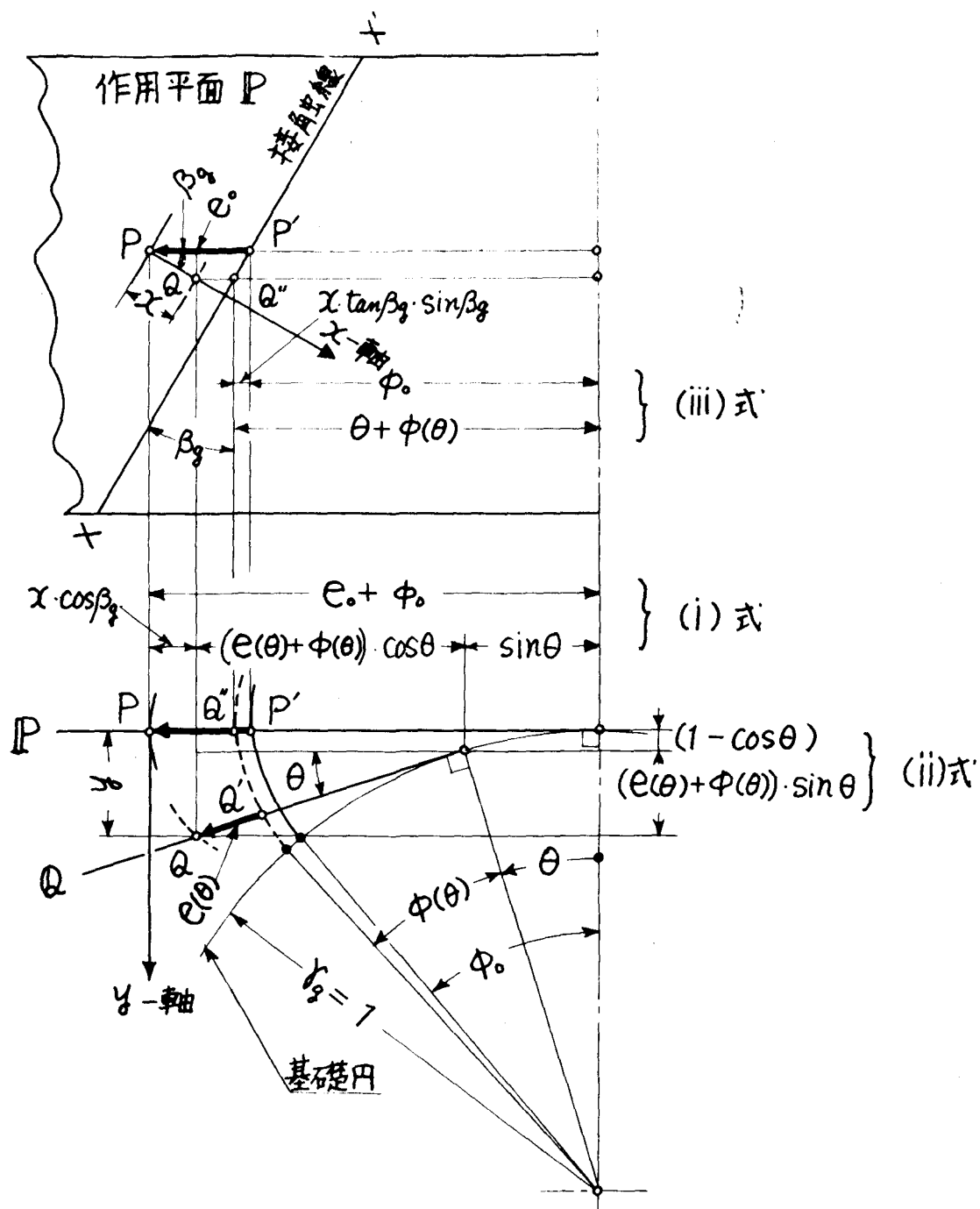
$\phi(\theta)$: 軸直角断面内における Q 点のもととなるインボリュート巻出し点と、 Q 平面と基礎円との接点とのなす角で θ の関数。

ϕ_0 : 点 P についての $\phi(\theta)$ の値, $\phi_0 = \phi(0)$

$E(\theta)$: 点 Q の軸直角断面の歯面垂直方向歯形誤差 ここでは無次元化した量 $e(\theta) = E(\theta)/r_g$ を使う。

e_0 : 点 P における $e(\theta)$ の値, $e_0 = e(0)$

とすれば 図 3.8 より次の 3 つの関係式が求まる。



$$x \cdot \cos \beta_g + (e(\theta) + \phi(\theta)) \cdot \cos \theta + \sin \theta = e_0 + \phi_0 \quad \text{--- (i)}$$

$$y = (1 - \cos \theta) + (e(\theta) + \phi(\theta)) \cdot \sin \theta \quad \text{--- (ii)}$$

$$\phi_0 + x \cdot \tan \beta_g \cdot \sin \beta_g = \theta + \phi(\theta) \quad \text{--- (iii)}$$

図 3.8 齒形誤差と齒形曲率半径.

$$x = \sec \beta_g \cdot \{ \phi_0 + e_0 - \sin \theta - (\phi(\theta) - e(\theta)) \cdot \cos \theta \} \dots (i)$$

$$y = 1 - \cos \theta + (\phi(\theta) + e(\theta)) \cdot \sin \theta \dots (ii)$$

$$\phi_0 + x \cdot \sin \beta_g \cdot \tan \beta_g = \theta + \phi(\theta) \dots (iii)$$

また、 x, y が媒介変数 θ であらわされているとき点 $P, (\theta=0)$ の曲率半径 R は

$$R = r_g \cdot \frac{\{(x')^2 - (y')^2\}^{\frac{3}{2}}}{x'' \cdot y' + x' \cdot y''} \dots (3.2.1)$$

$$\text{ただし、 } x' = \left(\frac{dx}{d\theta} \right)_{\theta=0}, \quad x'' = \left(\frac{d^2x}{d\theta^2} \right)_{\theta=0}, \quad y' = \left(\frac{dy}{d\theta} \right)_{\theta=0}, \quad y'' = \left(\frac{d^2y}{d\theta^2} \right)_{\theta=0}$$

であらわされる。

式 (i), (ii), (iii) より

$$\left. \begin{aligned} x' &= -e'(0) \cdot \cos \beta_g, & x'' &= (\phi_0 + e_0 - e''(0)) \cdot \cos \beta_g \\ y' &= \phi_0 + e_0, & y'' &= 2 \cdot e'(0) \cdot \cos^2 \beta_g - 1 \end{aligned} \right\} \dots (3.2.2)$$

$$\text{ただし } e'(0) = \left\{ \frac{de(\theta)}{d\theta} \right\}_{\theta=0}, \quad e''(0) = \left\{ \frac{d^2e(\theta)}{d\theta^2} \right\}_{\theta=0}$$

となる。

W.C.U のある場合の誤差 $e(\theta)$ は

$$e(\theta) = \frac{e_{ws}}{r_g} \cdot \cos(Z_w \cdot \theta) \dots (3.2.3)$$

ここで Z_w : ホブ歯親歯車の函数, e_{ws} : 軸直角断面作用線上の W.C.U または歯形誤差の振幅。

式 (3.2.1), (3.2.3) より、ピッチ円 ($\phi_0 = \tan \alpha_s$) における曲率半径の最小値 R_{min} は

$$R_{min} = \gamma_g \cdot \tan \alpha_s \cdot \sec \beta_g \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z u^2}{\tan \alpha_s} \cdot \left(\frac{E_{ws}}{\gamma_g} \right)} \quad \text{---- (3.2.4)}$$

とあらわされる。

一般に 式(3.2.2)を用いて各種の歯形誤差があるときの歯形曲率半径 R は次式のようにあらわされることがわかる。

$$R_{min} = R_0 \cdot \frac{1}{1 + \Delta} \quad , \quad R_0 = \gamma_g \cdot \tan \alpha_s \cdot \sec \beta_g \quad \text{---- (3.2.5)}$$

こゝで、 R_0 : 正しい歯形の曲率半径、 Δ : 歯形誤差による歯形曲率半径減に関する常数で 附 13. にその例を示した。

大、小歯車に歯形誤差があるときには各々の歯形の曲率半径 R_2, R_1 は (Suffix 1, 2 は小歯車, 大歯車に関するもの)。

$$R_1 = R_{01} \cdot \frac{1}{1 + \Delta_1} \quad , \quad R_2 = R_{02} \cdot \frac{1}{1 + \Delta_2}$$

であらわされるため、相対曲率半径 ρ は

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1 + \Delta_1}{R_{01}} + \frac{1 + \Delta_2}{R_{02}} \\ &= \left(\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} \right) \cdot \left\{ 1 + \frac{R_{02}}{R_{01} - R_{02}} \cdot \left(\Delta_1 + \frac{R_{01}}{R_{02}} \Delta_2 \right) \right\} \quad \text{---- (3.2.6)} \end{aligned}$$

となる。こゝで $R_{02}/R_{01} = i$, (減速比) とし。

$$\left(\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} \right) = \frac{1}{\rho_0} \quad , \quad \left\{ 1 + \frac{i}{1+i} \left(\Delta_1 + \frac{\Delta_2}{i} \right) \right\} = K_2$$

とすれば 式(3.2.6)は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} \cdot K_2 \quad \text{---- (3.2.7)}$$

となる。以上をまとめて記せば

歯形誤差のあるときの歯形の相対曲率半径 ρ は

$$\rho = \frac{1}{K_2} \cdot \rho_0 \quad \text{---- (3.2.8)}$$

ただし ρ_0 : 歯形誤差のないときの相対曲率半径

$$\rho_0 = \frac{2 \cdot \cos \beta_g}{d_1 \cdot \sin \alpha_s} \frac{1+i}{i} \quad \text{---- (3.2.9)}$$

d_1 : 小歯車のピッチ円直径, i : 減速比 ($i > 1$)

β_g : 基礎円筒ネジレ角, α_s : 正面圧力角

$$K_2 = \left\{ 1 + \frac{i}{1+i} (\Delta_1 + \frac{\Delta_2}{i}) \right\} \quad \text{---- (3.2.10)}$$

Δ_1, Δ_2 : 小歯車, 大歯車の曲率半径減少常数

(附 13. より求める。)

とあらわされる。

3.2.2) 歯形誤差と面圧にもとづく許容荷重

Hertz の接触理論にもとづく許容荷重の計算式は

$$P = \delta_c^2 \cdot \pi \cdot (1 - \frac{1}{m^2}) \cdot (\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}) \cdot \varepsilon \cdot \cos \alpha_s \cdot \rho \quad \text{---- (3.2.11)}$$

ただし P : ピッチ円に単位歯幅当たりの許容荷重 (kg/mm)

δ_c : 歯面の許容圧縮応力 (kg/mm^2)

E_1, E_2 : 小歯車大歯車材のヤング率 (kg/mm^2)

ε : 歯車の正面力ミアイ率

のようにあらわされる。この式によれば許容荷重 P の値は相対曲率半径に比例する。

従って歯形誤差のあるときの面圧にもとづく許容荷重 P は、誤差のない場合の値 P_0 と

$$P = \frac{P_0}{K_2} \quad \text{--- (3.2.12)}$$

なる簡単な関係で結ばれる。一般の歯形誤差の場合は、この他各々の接触線上の歯当りのむらも考慮しなければならないが、W. C. U の場合には接触線上での形状誤差はないため、その必要はない。

なほ、実際の歯車についての K_2 の値は、実測値からの計算によれば、比較的 Σw の小さい ($=192 \sim 315$) 歯切盤により切削し、W. C. U 振幅 $\Theta_{wn} = 6 \sim 13 \mu$ の場合 $K_2 = 1.06 \sim 1.31$ 程度の値をとる。

(3.3) 軸型アンジュレーションと歯面荷重分布

軸型アンジュレーションは、歯スジ方向の歯当りにむらを生ぜしめ、その最も当りの強い部分に大きな分布荷重が生ずることは容易に予想される。ここではその最大値の概略を求めてみる。

(3.3.1) 軸型アンジュレーションと荷重分布との関係式

問題を容易にするために、次の仮定をあく。

- (i) 軸型アンジュレーションの等高線が、歯直角歯形方向と一致。
- (ii) 歯を無限長の矩形断面片持梁とみなし端部の影響を無視し。
- (iii) 負荷状態ではすべての接触線がすき間なく接触する。

図3.9 (a) は横軸に歯幅方向の位置をとり、アンジュレーション波形をあらわす。図(b) は作用平面内での定時刻における接触線の位置を示すものとするれば、各歯の接触状態は図(c)のようになる。i番目の歯についてみれば、全歯幅 b_e に対して、図(d)のような接触をする。これを近似的に無限長さの矩形断面片持梁と、軸型アンジュレーション波形の一部の凹凸をもつ剛体との接触として考えることができよう。(図3.10)

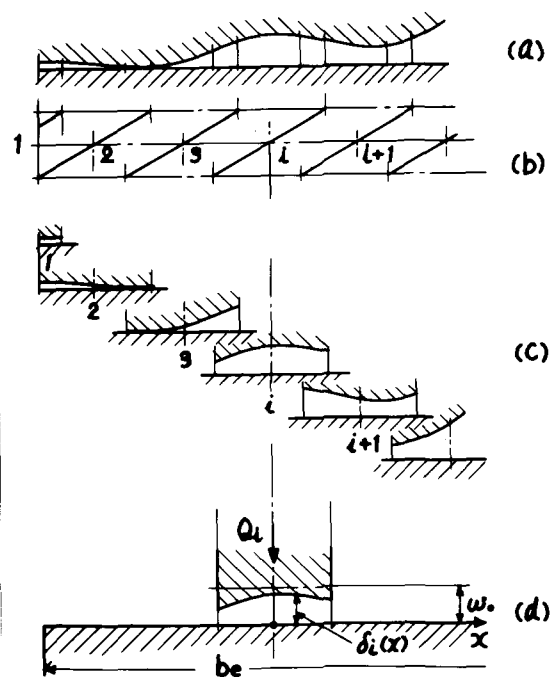


図3.9 軸型アンジュレーションと歯当りとの関係。

こゝで

x : 接触線の中央を原点とした歯スジ方向の座標 (mm)

l_c : 接触線の長さの半分 (mm)

δ : 予定の荷重 Q (kg) が歯車に加わったときの歯面法線方向の歯のたわみ (mm)

S : 歯面の Hertz 応力に対する剛さ (単位歯幅当たり) (kg/mm)

$\delta_i(x)$: i 番目の接触線上の x なる位置のアンジュレーション (一番出っけたところからの歯面法線方向の深さ) (mm)

$q_i(x)$: i 番目の接触線上 x なる位置の分布荷重 (kg/mm)

$K(x, \xi)$: 歯の曲げに対する影響係数

Suffix i : i 番目の接触線に関するもの

とすれば 荷重分布は次の積分方程式であらわされる。¹⁾

$$\begin{aligned} \delta - \delta_i(x) \\ = \frac{q_i(x)}{S} + \int_{-l_c}^{+l_c} q_i(\xi) K(x, \xi) d\xi \end{aligned} \quad \text{--- (3.3.1)}$$

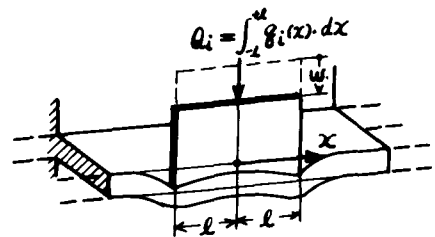


図 3.10

i 番目の接触線の受け持つ荷重

は $Q_i = \int_{-l_c}^{+l_c} q_i(x) \cdot dx$ (kg) である

ため、全荷重 Q (kg) は

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n \int_{-l_c}^{+l_c} q_i(x) dx \quad \text{--- (3.3.2)}$$

n : 同時にあらわれる接触線の数

である。次に 式 (3.3.1), (3.3.2) から $\delta_i(x)$ に対する $q_i(x)$ を求める。まず解を容易にするため

δ_a : 軸型アンジュレーションの最大振幅 (mm)

Q_a : δ_a だけたわませるに要する全荷重 (kg)

1). 林 国一博士による, 文献 [22]

$$\delta_0 : \delta = \delta_a + \delta_0 \quad \text{----(3.3.3)}$$

$$Q_0 : Q = Q_a + Q_0 \quad \text{----(3.3.4)}$$

とすれば 式(3.3.1)は

$$\delta_a - \delta_i(x) + \delta_0 = \frac{g_i(x)}{S} + \int_{-l_c}^{+l_c} g_i(\xi) \cdot K(x, \xi) d\xi \quad \text{----(3.3.1')}$$

となる。この式は次の4組の式に分けられる。即ち

$$g_i(x) = g'(x) - g_i''(x) + g'''(x) \quad \text{----(3.3.5)}$$

$$\delta_a = \frac{g'(x)}{S} + \int_{-l_c}^{+l_c} g'(\xi) \cdot K(x, \xi) d\xi \quad \text{----(1a)}$$

$$\delta_i(x) = \frac{g_i''(x)}{S} + \int_{-l_c}^{+l_c} g_i''(\xi) \cdot K(x, \xi) d\xi \quad \text{----(1b)}$$

$$\delta_0 = \frac{g'''(x)}{S} + \int_{-l_c}^{+l_c} g'''(\xi) \cdot K(x, \xi) d\xi \quad \text{----(1c)}$$

が成立し、 $g_i(x)$ の Q_a による成分は $g'(x) - g_i''(x)$ 、 Q_0 による成分は $g'''(x)$ であるため 式(3.3.2)の代りに

$$Q_a = \sum_{i=1}^n \int_{-l_c}^{+l_c} \{g'(x) - g_i''(x)\} dx \quad \text{----(2a)}$$

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n \int_{-l_c}^{+l_c} g'''(x) \cdot dx \quad \text{----(2b)}$$

が得られる。従って、 $\delta_a, \delta_i(x), l_c, S, K(x, \xi), Q$ があたえられており、式(3.3.1') および 式(1a)~(2b) より $g_i(x)$ を求めることになる。これをあこなうため、

いま g_{io} を $\{g'(x) - g_i''(x)\}$ の平均値として

$$g_{io} = \frac{1}{2 \cdot l_c} \int_{-l_c}^{+l_c} \{g'(x) - g_i''(x)\} \cdot dx \quad \text{----(3.3.6)}$$

とおき、さらに各式を無次元化するために

$$\frac{x}{l_c} = t, \quad \frac{\xi}{l_c} = \zeta, \quad K(x, \xi) = N \cdot k(t, \zeta), \quad \frac{1}{S} = \frac{N l_c}{\lambda} \quad \text{--- (3.3.7)}$$

$$g'(x) = \frac{g_{i0}}{g'_i} \cdot \phi_0(t), \quad g''_i(x) = \frac{g_{i0}}{g'_i} \cdot \phi_i(t) \quad \text{--- (3.3.8)}$$

$$\delta_a = \frac{N l_c \cdot g_{i0}}{g'_i}, \quad \delta_i(x) = \delta_a \cdot \Delta_i(t) \quad \text{--- (3.3.9)}$$

とあけは 式(3.3.8), (3.3.9) より

$$g'(x) - g''_i(x) = \frac{\delta_a}{N \cdot l_c} \{ \phi_0(t) - \phi_i(t) \} \quad \text{--- (3.3.10)}$$

が得られる。ただし $\phi_0(t), \phi_i(t)$ は 式(1a), (1b) へ 式(3.3.7), (3.3.8), (3.3.9) を代入して

$$1 = \frac{\phi_0(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \phi_0(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta \quad \text{--- (3.3.11)}$$

$$\Delta_i(t) = \frac{\phi_i(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \phi_i(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta \quad \text{--- (3.3.12)}$$

であり。また 式(1c)は (1a) と全く同形であるため 式(3.3.8), (3.3.9) において $g'(x) \rightarrow g''(x), \delta_a \rightarrow \delta_0$ に変換したものになり。

$$g''(x) = \frac{\delta_0}{N l_c} \cdot \phi_0(t) \quad \text{--- (3.3.13)}$$

となる。次に δ_0 を求めるため。式(2a) へ 式(3.3.10) を代入して

$$Q_a = \sum_{i=1}^n \int_{-1}^{+1} \frac{\delta_a}{N l_c} \cdot \{ \phi_0(t) - \phi_i(t) \} \cdot (l_c dt) \quad \text{--- (3.3.14)}$$

こゝで

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \phi_0(t) dt = g_0, \quad \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \phi_i(t) dt = g_i$$

とあけは

$$Q_a = \frac{2\delta_a}{N} \cdot n \cdot g_0 - \frac{2\delta_a}{N} \sum_{i=1}^n g_i \quad \text{--- (3.3.15)}$$

また 式(2b)へ式(3.3.13)を代入, 式(3.3.14)を考慮して

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n \int_{-1}^{+1} \frac{\delta_0}{N \cdot l_c} \cdot \phi_0(t) \cdot l \, dt = \frac{2 \cdot \delta_0}{N} \cdot n \cdot g_0 \quad \text{---- (3.3.16)}$$

さらに, 式(3.3.14), (3.3.15), (3.3.16)より

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2 \cdot \delta_a}{N} \cdot n \cdot g_0 - \frac{2 \cdot \delta_a}{N} \sum_{i=1}^n g_i + \frac{2 \cdot \delta_0}{N} \cdot n \cdot g_0 \\ \therefore \frac{\delta_0}{N \cdot l_c} &= \frac{Q}{2n g_0 \cdot l_c} - \frac{\delta_a}{N \cdot l_c} + \frac{\delta_a}{N \cdot l_c \cdot n \cdot g_0} \cdot \sum_{i=1}^n g_i \quad \text{---- (3.3.17)} \end{aligned}$$

となる。式(3.3.17)を式(3.3.13)へ代入

$$g''(x) = \left(\frac{Q}{2n g_0 \cdot l_c} - \frac{\delta_a}{N \cdot l_c} + \frac{\delta_a}{N \cdot l_c \cdot n \cdot g_0} \cdot \sum_{i=1}^n g_i \right) \cdot \phi_0(t) \quad \text{---- (3.3.18)}$$

式(3.3.5), (3.3.10), (3.3.18)より, $g_i(x)$ が次のように求まる。

$$\begin{aligned} g_i(x) &= \left\{ \frac{\delta_a}{N \cdot l_c} \phi_0(t) - \frac{\delta_a}{N \cdot l_c} \phi_i(t) \right\} + \frac{Q}{2n g_0 \cdot l_c} \phi_0(t) - \frac{\delta_a}{N \cdot l_c} \phi_0(t) + \frac{\delta_a}{N \cdot l_c \cdot n \cdot g_0} \sum_{i=1}^n g_i \cdot \phi_0(t) \\ \therefore g_i(x) &= \frac{\phi_0(t)}{g_0} \left\{ \frac{Q}{2 \cdot n \cdot l_c} + \frac{g_0 \cdot \delta_a}{N \cdot l_c} \left\{ \frac{\bar{g}_i}{g_0} - \frac{\phi_i(t)}{\phi_0(t)} \right\} \right\} \quad \text{---- (3.3.19)} \end{aligned}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i &= \bar{g}_i, \quad g_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \phi_0(t) \cdot dt, \quad g_i = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \phi_i(t) \cdot dt \\ 1 &= \frac{\phi_0(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \phi_0(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta, \quad \Delta_i(t) = \frac{\phi_i(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \phi_i(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta \end{aligned} \right\} \quad (3.3.20)$$

次に以上で用いてきた各常数を一般に用いられている歯車の諸常数に変換する。まず, 個々の常数については

$$Q = \frac{P \cdot b_e}{\cos \alpha_s \cdot \cos \beta_g}$$

Q : 作用平面上歯直角方向の全荷重 (kg)

P : ピッチ円接線方向の単位歯幅当たりの荷重 (kg/mm)

b_e, α_s, β_g : 歯車の有効歯幅 (mm), 正面圧力角, 基礎円角
ネジレ角.

$$n = \frac{b_e}{t_a}, \quad t_a = \frac{\pi \cdot m}{\sin \beta_g}$$

n : 接触線の数 = 同時カミアイ歯数

t_a : 歯車の軸方向ピッチ (mm)

$$l_c = \frac{e_1 + e_2}{2 \cdot \sin \beta_g} \quad \text{--- (3.3.21)}$$

l_c : 接触線長さの半分 (mm)

$$e_1 = \frac{1}{2} \{ \sqrt{d_{k1}^2 - d_{g1}^2} - d_1 \cdot \sin \alpha_s \} \text{ (mm)} \quad \text{--- (21.a)}$$

$$e_2 = \frac{1}{2} \{ \sqrt{d_{k2}^2 - d_{g2}^2} - d_2 \cdot \sin \alpha_s \} \text{ (mm)} \quad \text{--- (21.b)}$$

$d_{k1,2}$: 歯車歯先円直径 (mm)

$d_{g1,2}$: 歯車基礎円直径 (mm)

$d_{1,2}$: 歯車ピッチ円直径 (mm)

式 (3.3.19) 右边 [] 内第1項目は

$$\frac{Q}{2n l_c} = \frac{P \cdot b_e}{\cos \alpha_s \cos \beta_g} \cdot \frac{t_a}{2 \cdot b_e} \cdot \frac{2 \cdot \sin \beta_g}{e_1 + e_2} = \frac{P}{E_s \cos \alpha_s} \quad \text{--- (3.3.22)}$$

E_s : 正面カミアイ率, $E_s = (e_1 + e_2) / (t_a \cdot \tan \beta_g)$

第2項 { } の前の係数 $g_0 / N \cdot l_c$ は 式 (3.3.16) より

$$\frac{g_0}{N} = \frac{1}{2n} \frac{Q_0}{\delta_0} \quad \text{又は} \quad \frac{g_0}{N \cdot l_c} = \frac{1}{2n l_c} \cdot \frac{Q_0}{\delta_0}$$

であり, (Q_0 / δ_0) は全歯幅についての作用面内歯直角方向の歯の剛さをあらわす。これを単位歯幅あたりの作用線方向の歯の剛さ
---- 歯の平均カミアイ剛さ $t_a^{1)}$ であらわせれば

1). 林 国一博士によりあたえられている。文献 (32), 本文 附 14.

$$\frac{g_0}{N \cdot l_c} = \frac{1}{2n l_c} \cdot \frac{l_c b e}{\cos^2 \beta_g} = \frac{\cos \beta_g}{\epsilon_s} \cdot \frac{l_c}{\cos^2 \beta_g} = \frac{l_c}{\epsilon_s \cos \beta_g} \quad \text{---- (3.3.23)}$$

となる。

また 式(3.3.19) の左辺 $g_i(x)$, (歯面垂直方向の分布荷重) を
ピッチ円接線方向に等価的に考えた単位歯幅当たりの分布荷重
 P_{ix} (kg/mm) であらわせれば

$$g_i(x) = \frac{P_{ix}}{\epsilon_s \cos \alpha_s} \quad \text{---- (3.3.24)}$$

となる。

式(3.3.22), (3.3.23), (3.3.24) を考慮すれば 式(3.3.19) は

$$P_{ix} = \frac{\phi_0(t)}{g_0} \left\{ P + l_c \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot \delta_a \cdot \left\{ \frac{\bar{g}_i}{g_0} - \frac{\phi_i(t)}{\phi_0(t)} \right\} \right\}$$

または

$$\left. \begin{aligned} P_{ix} &= \frac{\phi_0(t)}{g_0} \left\{ P + l_c \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot \delta_a \cdot a_i(t) \right\} \\ a_i(t) &= \left\{ \frac{\bar{g}_i}{g_0} - \frac{\phi_i(t)}{\phi_0(t)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (3.3.19')}$$

P_{ix} : 実際に歯面にかかる分布荷重 (kg/mm) --- (これを歯面強度の評価に用いる。)

P : 平均荷重 (kg/mm) = (伝達トルク, T kg.mm) $\div$ $(d_0/2)^{mm}$

l_c : 歯の平均カミアイ剛さ (kg/mm²)

δ_a : 軸型アンジュレーションの全振幅 (mm), (歯面垂直方向 大小歯車についての相対値)

$a_i(t)$: 軸型アンジュレーションの形状による係数 (歯形および軸型アンジュレーションの形状があたえられれば 式(3.3.20)により求められる。)

$\phi(t)/q_0$: 接触線上の位置による荷重増加率とあらわす係数

(歯形があたえられれば 式(3.3.20)より求められる。)

となる。この関係式を用いれば 任意の形状の軸型アンジュレーションの場合につき、歯面の荷重分布を求めることができる。ただし、この関係式の成立するのは、仮定(i), (ii), (iii)が満足される場合である。

(3.3.2) アンジュレーション波形がなだらかな場合に

ピッチ鼻に生ずる最大荷重

実測によればシェービング仕上げ後の歯車のアンジュレーションはほとんどなだらかな波形になっている。いまアンジュレーションが接触線の長さ $2l_c$ ¹⁾ の範囲内で 2 次曲線であらわされるとし、 i 番目の同時カミアイ線について

$$\Delta_i(t) = A_i t^2 + B_i t + C_i \quad \text{----(3.3.25)}$$

であるとすれば 式(3.3.20) より

$$\left. \begin{aligned} t^2 &= \frac{\ddot{\phi}(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \ddot{\phi}(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta, & \ddot{g} &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \ddot{\phi}(t) dt \\ t &= \frac{\dot{\phi}(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \dot{\phi}(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta, & \dot{g} &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \dot{\phi}(t) dt \\ 1 &= \frac{\phi_0(t)}{\lambda} + \int_{-1}^{+1} \phi_0(\zeta) \cdot k(t, \zeta) d\zeta, & g_0 &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \phi_0(t) dt \end{aligned} \right\} \quad \text{----(3.3.26)}$$

とすれば

$$\phi_i(t) = A_i \ddot{\phi}(t) + B_i \dot{\phi}(t) + C_i \phi_0(t)$$

$$g_i = A_i \ddot{g} + B_i \dot{g} + C_i g_0$$

$$\bar{g}_i = \bar{A}_i \ddot{g} + \bar{B}_i \dot{g} + \bar{C}_i g_0$$

従って 式(3.3.19') より $a_i(t)$ は

$$a_i(t) = \left(\bar{A}_i \frac{\ddot{g}}{g_0} + \bar{B}_i \frac{\dot{g}}{g_0} + \bar{C}_i \right) - \left(A_i \frac{\ddot{\phi}(t)}{\phi_0(t)} + B_i \frac{\dot{\phi}(t)}{\phi_0(t)} + C_i \right) \quad \text{----(3.3.27)}$$

として求まる。

1). 式(3.3.21) .

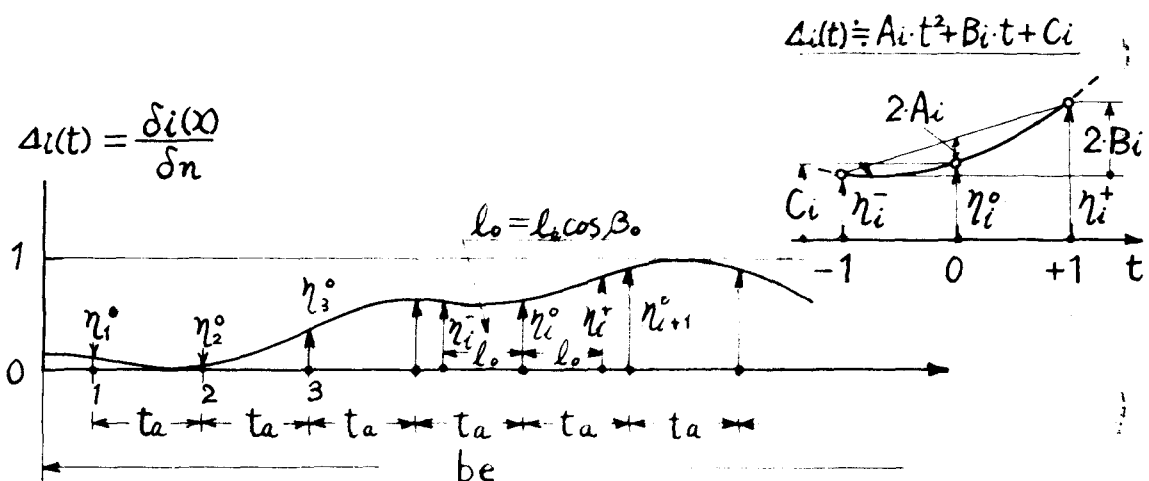


図 3.11

つぎに 式 (3.3.25) の A_i , B_i , C_i の量は アンジュレーション曲線を i 番目の長さ $2l_0$ の接触線の範囲で切りとったとき、その両端および中央での高さを、それぞれ η_i^- , η_i^+ , η_i^0 とすれば

$$A_i = \frac{1}{2}(\eta_i^+ - 2\eta_i^0 + \eta_i^-) = \frac{1}{2} \Delta^2 \eta_i^- \quad \text{---- (3.3.28)}$$

$$B_i = \frac{1}{2}(\eta_i^+ - \eta_i^-) \quad \text{---- (3.3.29)}$$

$$C_i = \eta_i^0 \quad \text{---- (3.3.30)}$$

であらわされる。(図 3.11. 参照)

また、歯の損傷はピッチ点附近に発生しやすいためピッチ点の荷重につき検討する。ピッチ点では $x=0$, $(t=0)$ であり、その位置の分布荷重 P_{i0} は 式 (3.3.19) より

$$P_{i0} = \frac{\phi_0(0)}{g_0} \{ P + k \cdot \delta_0 \cdot a_i(0) \}$$

従ってピッチ点での最大分布荷重 $P_{\max}$ は

$$P_{\max} = \frac{\phi_0(0)}{g_0} \{ P + k \cdot \delta_0 \cdot a_{\max} \} \quad \text{---- (3.3.19'')}$$

こゝで a_{max} は $a_i(t)$ のうち最大のもので 式(3.3.27)より

$$a_{max} = (\bar{A}_i \cdot \frac{\ddot{g}}{g_0} + \bar{B}_i \cdot \frac{\ddot{g}}{g_0} + \bar{C}_i) - (A_i \cdot \frac{\ddot{\phi}(t)}{\phi_0(t)} + B_i \cdot \frac{\ddot{\phi}(t)}{\phi_0(t)} + C_i)_{min}$$

(() min は () 内が最小のもの) ----- (3.3.31)

となる。

実際の場合につき これらの値を検討してみる。

図3.12は $1/S = 1.5 \times 10^{-4} (mm^2/kg)$, $l/b = 2.5$ (b : 歯の高さ mm) のラックとラックのカミアイにつき 式(3.3.26)より数値計算で求めた $\phi_0(t)$, g_0 ; $\dot{\phi}(t)/\phi_0(t)$, $(\dot{g}/g_0 = 0)$; $\ddot{\phi}(t)/\phi_0(t)$, $\ddot{g}/g_0$ の値を示した。実線は $\alpha_n = 20^\circ$, 鎖線は 14.5° としたときであり 計算方法および 影響係数 $k(t, \tau)$, N の値等は 林国一博士の論文¹⁾によった。

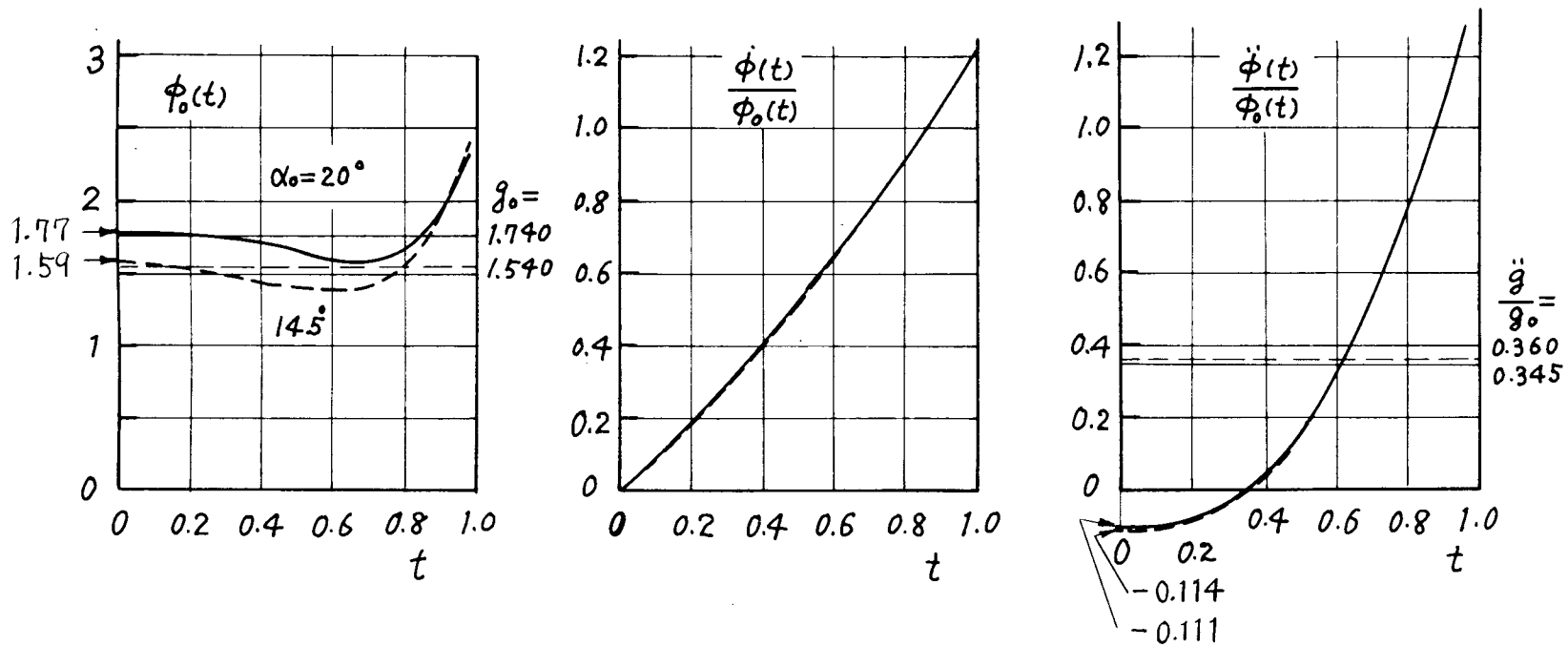
この計算結果によれば

- (i) $\phi_0(t)/g_0$ の値は $\alpha_n = 20^\circ (14.5^\circ)$ で $1.02 (1.03)$ であり、 $2 \sim 3\%$ の誤差を許せば省略できる。
- (ii) $\dot{\phi}(t)/\phi_0(t) = 0$, $\dot{g}/g_0 = 0$ である。---- (一對の歯形を同形としたため。)
- (iii) $\ddot{\phi}(t)/\phi_0(t)$ の値は $\alpha_n = 20^\circ, (14.5^\circ)$ で $-0.111 (-0.114)$, $\ddot{g}/g_0$ は $\alpha_n = 20^\circ, (14.5^\circ)$ で $0.360 (0.345)$ である。

従って 式(3.3.31)の a_{max} は

$$a_{max} = (0.36 \times \bar{A}_i + \bar{C}_i) - (-0.11 \cdot A_i + C_i)_{min} \quad \text{---- (3.3.31')}$$

となる。また 式(3.3.28)は丁度 Tomlinson 式アンジュレーション測定法の近似基礎式と同形であり、 A_i はボール間隔 l_c で測定したアンジュレーションの測定値になっている。一般に l_c に比べて波形がなだらかなときは $A_i < C_i$, $\bar{A}_i \ll \bar{C}_i$ であり



$1/S = 1.5 \times 10^{-4} \text{ mm}^2/\text{kg}$, $l/b = 2.5$, ラック-ラックのカミアイ.

図 3.12. 接触線上の荷重分布.

かつ、 C_i の最小値は 0 (アンジュレーションの最も出っばった所) であるため。

$$a_{max} = \overline{C_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$$

$$\therefore a_{max} \doteq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i^0 \quad \text{----(19a'')}$$

さらに、同時カミアイ歯数 n が多い場合には 式(19a'') は軸型アンジュレーションの平均高さ $\overline{\delta a}$ を、その最大値 δa で割った値になる。

以上をまとめれば次のようになる。なだらかな波形の軸型アンジュレーションのため生ずるピッチ突の最大分布荷重 $P_{max} (kg)$ は、

$$P_{max} \doteq P + k_e \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot \delta a \cdot a_{max} \quad \text{----(3.3.19''')}$$

P : 平均荷重 (kg/mm) (ピッチ円接線方向、単位歯幅当たり)

k_e : 歯の平均カミアイ剛さ (kg/mm^2)

δa : 軸型アンジュレーションの全振幅 (mm)

a_{max} : アンジュレーションの波形による常数 (式(19a'') による。)

(3.3.3) 歯面の全面接触条件

前項(3.3.1), (3.3.2) で扱った歯面分布荷重の関係式は「負荷状態で接触線がすき間なく接触する」との条件のもとに導かれた。

そのためには分布荷重 $P_i x$ がいずれの位置でも (－) の値をとってはいけな。従って式 (3.3.19') より

$$\left[\frac{\phi_0(t)}{g_0} \cdot \left\{ P + k \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g} \cdot \delta a \cdot a_i(t) \right\} \right]_{\min} \geq 0$$

然るに 一般には $\phi_0(t)/g_0 > 0$; $P, k, \delta a$ も (+) なるため

$$\delta a \leq \frac{P}{k \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g}} \cdot \left[\frac{1}{-\{a_i(t)_{\min}\}} \right] \quad \text{---- (3.3.32)}$$

なる式が得られる。

さらに、アンジュレーション波形がなだらかな場合には $a_i(t)_{\min}$ は

$$a_i(t)_{\min} = \left\{ (\bar{A}_i \cdot \frac{\ddot{g}}{g_0} + \bar{B}_i \cdot \frac{\dot{g}}{g_0} + \bar{C}_i) - (A_i \cdot \frac{\ddot{\phi}(t)}{\phi_0(t)} + B_i \cdot \frac{\dot{\phi}(t)}{\phi_0(t)} + C_i) \right\}_{\min} \quad \text{---- (3.3.33)}$$

これに 図 3.12. の値を入れてみれば ($\alpha_n = 20^\circ$ とする。)

$$a_i(t)_{\min} = \left\{ (0.35 \cdot \bar{A}_i + \bar{C}_i) - (1.3 A_i + 1.2 B_i + C_i) \right\}_{\min}$$

一般に、波形がなだらかな場合には $\bar{A}_i \ll \bar{C}_i$; $A_i, B_i < C_i$ であるため

$$a_i(t)_{\min} \doteq \bar{C}_i - 1 \quad \text{---- (3.3.33')}$$

となる。従って全面接触条件の式は 式 (3.3.32) にこの値を入れ

$$\delta a \leq \frac{P}{k \cdot \frac{\cos \alpha_s}{\cos \beta_g}} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{C}_i)} \quad \text{---- (3.3.32')}$$

となる。

(3.3.4) 関係式の仮定に関する吟味

(i) 仮定(i)に対する吟味

仮定(i)では 軸型アンジュレーションの等高線が歯直角歯形方向と一致する としたが 実際の歯車においては 図3.13 の如く 等高線は歯直角歯形方向に対して θ ¹⁾ だけ傾斜している。

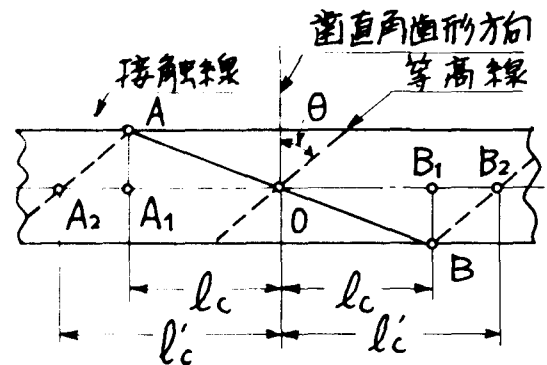


図.3.13

然るに接触線 $\overline{AOB}$ 上にあらわれる軸型アンジュレーションの形状として 本仮定では $\overline{A_1B_1}$ 間の形を用いたことになるが 実際には $\overline{A_2B_2}$ 間の形を用いなければいけない。従って $\Delta i(t)$ を求めるとき ²⁾ の l_c の値として l'_c

$$l'_c = l_c + \frac{h_n}{\cos \alpha_c} \tan \theta \doteq l_c + \frac{m \cdot \tan \beta_0}{\sin \alpha_c \cdot \cos \alpha_c}$$

h_n : 歯直角方向歯形のカミアイ範囲長さの半分 (mm)
($\doteq m$ とした)

l_c : 接触線長さの半分 (mm)

θ : 式(1.3.7)参照

を用いるべきであるが 波形がなだらかな場合は (3.3.2)項のように $\Delta i(t)_{\max}$ の値には接触線の中点 O のアンジュレーション振幅 η_i のみ関係し l_c (又は l'_c) は無関係であるため 波形がなだらかな場合にはこの仮定は成立する。

(ii) 仮定(ii)に対する吟味

一般に船用減速歯車では同時カミアイ歯数 η は 10 ~ 25 位

1). 本論文(1.3.2)の式(1.3.7)参照, 2). 本論文(3.3.2)図.3.11 参照.

であり、かつ歯丈に対して歯スジ長さも 30 以上程度であるため無限長の片持梁として扱えよう。また歯形を矩形断面とみなした影響係数 $k(t, \gamma)$ に修正関数¹⁾を乗じて実際の歯形に適用できる。

(iii) 仮定 (iii) に対する吟味

平均荷重 P に比較してアンジュレーション振幅 δa が大きく式 (3.3.32) 又は (3.3.32') の範囲を超える場合には接触線上に接触しない部分が生じ (従って荷重分担の範囲も減少し) ピッチ臭の最大荷重 P_{max} も式 (3.3.19) の値より大きくなると考えられる。

図 3.14. は船用 15000 HP 第 2 段歯車の 1 例について、各種波形の軸型アンジュレーションの振幅 δa と、そのために生ずる分布荷重の倍加率 X , ($X = P_{max}/P$) との関係を示し、 δac は接触線上に分離が生ずる限界のアンジュレーション振幅を、 X_c はそのときの X の値である。

1). 林 国一博士、文献 (21), (22) 参照。

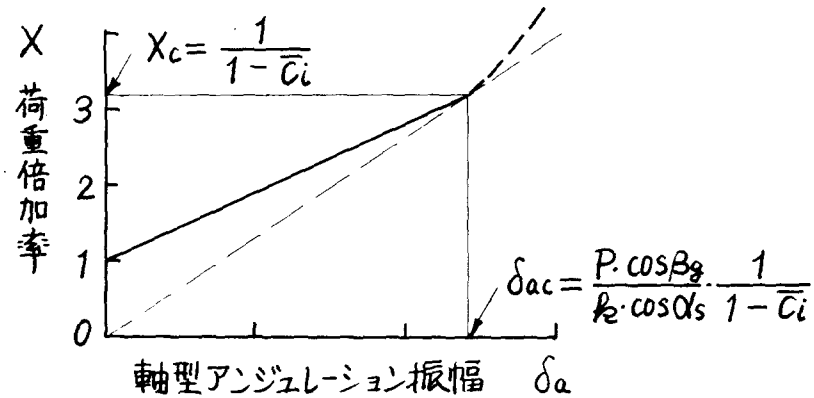
船用 15000 PS 高压側牙 2 段齒車

$$m = 8, \alpha_n = 14.5^\circ, \beta_o = 30^\circ$$

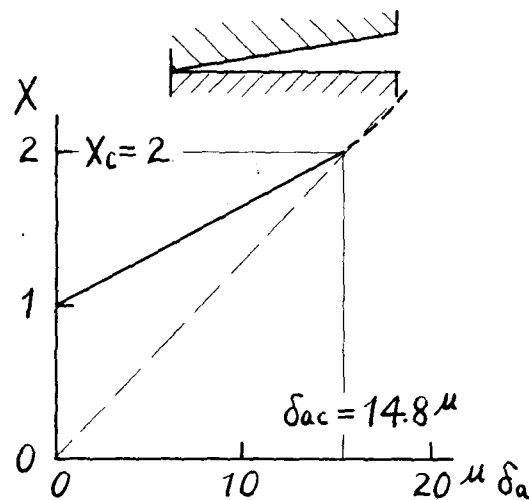
$$Z_1 = 59, Z_2 = 432, b_e = 1130 \text{ mm}$$

$$P = 21.1 \text{ kg/mm}$$

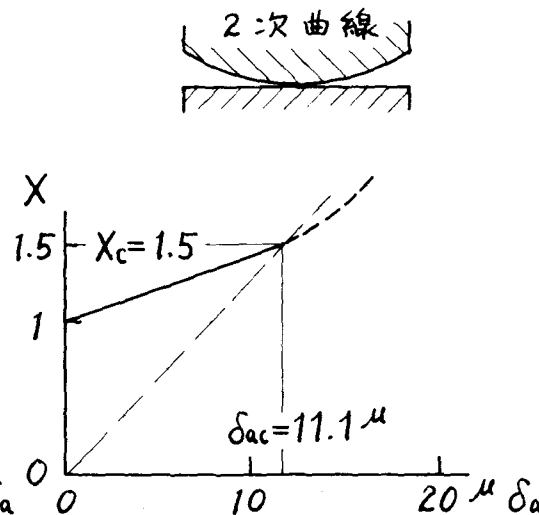
$$k = 0.25 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$



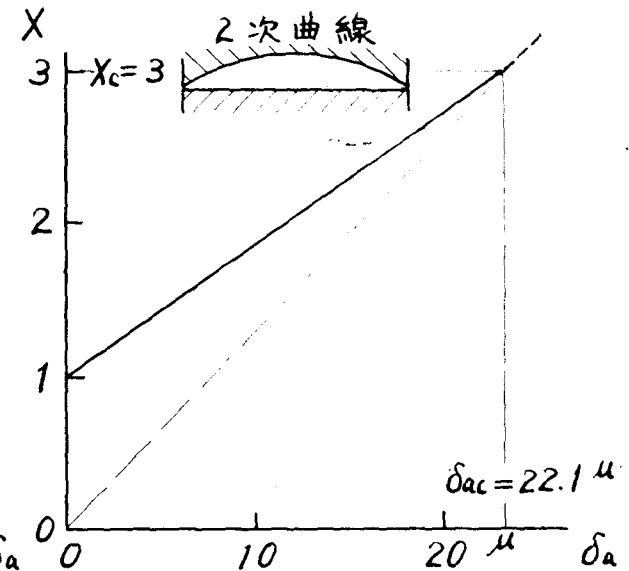
(a)



(b) ネジ角誤差 $\bar{c}_i = 0.5$



(c) 凸形誤差 $\bar{c}_i = 1/3$



(d) 凹形誤差 $\bar{c}_i = 2/3$

図 3.14. 軸型アンジュレーションと分布荷重倍加率

(3.4) 結 論

本章においては まずアンジュレーションのため生ずる歯車の負荷性能の減少の原因として

- (i) 円周型アンジュレーション（主にW.C.U）による回転伝達誤差にともなう動荷重の発生.
- (ii) W.C.Uによる歯直角歯形曲率半径の減少にともなう歯面接触応力の増大.
- (iii) 軸型アンジュレーションによる歯スジ方向当たりむらにともなう歯面分布荷重の部分的増大.

を考慮すべきことを指摘し、各節で以下の結論を得た。

(3.1) 「W.C.Uと動荷重」

- (1) ママバ歯車のカミアイに於て 歯のたねみによるバネと、大小歯車の質量とからなる集中常数の振動系を考え、それがW.C.U等の回転伝達誤差により強制されるときの振動方程式を導き、歯車軸まわりの回転振動と軸方向振動との独立した1自由度系の2個の式であらわされることを明らかにした。またそれらの式からW.C.Uのため生ずる歯面動荷重の式を導いた。
- (2) これらの振動系の固有振動数は、1例によれば200%~1100%位（他の計算例でもほぼ同じ）であり、親歯車歯数 Z_w の小さいホブ盤により歯切りされた歯車のW.C.Uの強制振動数と一致する場合のあることを示した。このことから Z_w を大きく選ぶことは望ましいと考えられる。
- (3) Z_w の大きいホブ盤で歯切りされた歯車ではW.C.Uにより生ずる動荷重は、歯の標準カミアイ剛さとW.C.U半振幅（セッチ

円接線方向)との積であらわされる。等を示した。

〔3.2〕「W.C.Uによる歯形誤差と歯面応力」

(1), (i) 歯形誤差と歯直角歯形曲率半径 R との関係式を導き、

R の減少がW.C.U等による歯形誤差の形状による常数 Δ を用いてあらわされることを示し、(ii) さらに1対の歯車について歯直角歯形の相対曲率半径減少係数 K_2 を定義した。

(2) Hertz の接触理論にもとづく許容荷重の式を用いれば W.C.U等による歯形誤差のある場合の許容荷重は、ない場合の $1/K_2$ になることを示した。

〔3.3〕「軸型アンジュレーションと歯面応力」

(1) 歯のたわみと Hertz 応力による歯面の変形とを考慮した荷重分布をあらわす積分方程式に軸型アンジュレーションによる当たりあいを導入して分布荷重について解き、その一般式を求め、

(2) 次に同時カミアイ線内で2次曲線であらわされるなだらかな軸型アンジュレーションにつき分布荷重の式の簡略化をおこない、さらに実際の歯車について各常数の大きさを吟味し、その省略をおこない、ピッチ円附近に発生する最大の分布荷重をあらわす非常に簡単な式を得た。この式は歯を歯車の歯幅方向に一様に分布した剛さ k (歯の平均カミアイ剛さ kg/mm^2) の分布バネと考えた場合と同一の形になる。

結 言

本研究により、アンジュレーションに関して、その発生、形状、および特徴の一端があきらかにされ、その測定、解析方法もほぼ実用になりうるものが見いだされ、さらに歯車の負荷能力に及ぼす影響の概略をうかがうことができたと思う。

なお、この研究は 社団法人日本造船関連工業会歯車委員会の研究事業の一環として始められ、同会、同会会員および委員の諸先生方のご援助と、恩師、中田孝、石川二郎 両先生のご指導のもとにあこなめられたものである。

本論文を結ぶに当たり、たえずご懇切にご指導下さった両先生、測定、実験あるいは測定器の試作等につきご協力下さった 田中課長、千葉氏（石川島播磨重工）、川田係長、佐山技師（三菱重工）はじめ各造船所歯車工場の諸氏、森会長（森幸製作所）、直接あるいは著書を通じて多くのヒントをあたえて下さった仙波正荘先生、研究上色々便宜を計って下さった神谷部長、野村氏（関連工業会）、それに、身近でたえず相談に応じ、ご援助下さった 林、福田両先生、富井氏、大村氏、佐藤氏 はじめ研究室および附属工場の諸氏、また実験の一部を担当して下さった卒論学生の 工屋（昭.33年）、山口（昭.35年）、高橋（昭.36年）、丹羽（昭.37年）の諸氏に心から感謝の意を表す。

参 考 文 献

- [1] 中田 孝, 歯車とその検査, (1956), オーム社.
- [2] 仙波正荘, 歯 車 (才2巻), (1957), 日刊工業新聞社.
- [3] 仙波正荘, 歯 車 (才5巻), (1959), 日刊工業新聞社.
- [4] 仙波正荘, 歯 車 (才6巻), (1969), 日刊工業新聞社.
- [5] S.A. Couling, *Industrial & Marine GEARING*, (1962), CHAP & HALL, LONDON.
- [6] 福田武雄, 差分法, (数学叢書 13), (1948), 河出書房.
- [7] 福田武雄, 差分方程式, (岩波数学講座, 現代応用数学 A.11), (1957).
- [8] 高橋健人, 差分方程式, (新数学シリーズ 20), (1961), 培風館.
- [9] G.A. Tomlinson, *The accuracy of large hob cut helical gears*, *Engg.*, (1928), 598.
- [10] P.M. Gilet, *Analysis of gear-tooth undulation records*, *Engg.*, 172, (1951), 378.
- [11] S. Archer, *Some teething troubles in post-war reduction gears*,
Trans. Inst. Mar. Engg., 67, (1956), 289.
- [12] A. Fischer, *Gear tooth generation under cyclic error conditions*,
Mach. (E), 90, (1957), 1401
- [13] *De Laval instrument for checking gear wheels*, *Ship Builder & Mar. Engg.-Builder*,
64, (1957), 707,
- [14] C. Timmo, *Measurement of large gears*, *Pow. Trans.* 28, (1959), 98.
- [15] Gr. Niemann, W. Richter, *Abhängigkeit der Zahnflank-Tragfähigkeit von Tragbild
und Sprungüberdeckung*, *Konstruktion*, 12, (1960) Heft 7, 276,
- [16] 船用減速歯車の設計等に関する調査研究報告 (附録), (1957). 日本造船関連工業会.
- [17] " (才2報) (1957) "
- [18] " (才3報) (1959) "
- [19] " (才4報) (1960) "
- [20] " (才5報) (1960) "
- [21] " (才6報) (1964) "
- [22] 林 国一, はすば歯車における歯の接触線上の荷重分布, (才1報. 基礎的考察).
日本機械学会論文集 28巻 193号 (1962). 1093.
- [23] 石川二郎, 林 輝, 大型歯車用精度測定機の製作. 機械. 精機学会新潟地方講演会
前刷集 (1959)
- [24] 石川二郎, 林 輝, 大型歯車のアンジュレーション測定について. (才1報). 機械.
精機学会新潟地方講演会前刷集 (1959)

- [25] 石川二郎, 林 輝, Measurement of large gears, Bull, T.I.T, (1959) series B. No. 5-21.
- [26] 林 輝, Measurement of the undulation error of large gears, Bull, T.I.T. (1960).
Series B. No. 5 267.
- [27] 石川二郎, 林 輝, 大型歯車のアンジュレーション測定について (オ2報), 機械
学会大阪地方講演会前刷集 (1961)
- [28] 林 輝, 大型歯車のアンジュレーション, 機械の研究, オ14巻, オ1号 (1962) 157.
- [29] 石川二郎, 林 輝, 大型歯車の測定について, 精密機械 29巻 1号 (1963) 35.
- [30] 石川, 林, 富井, 大村, 木内, 歯車の測定について, 日本機械学会誌. 533号
(1963)
- [31] 林 輝. 3ボール式アンジュレーション測定法, 精機学会春季大会講演会前刷集
(1964)
- [32] 大型歯車に関する講習会. 教材, (1964) 日本機械学会.
- [33] 林 輝, アンジュレーションのある大型歯車のピッチ誤差測定, 機械, 精機学会, 日立
地方講演会前刷集 (1964)
- [34] 林 輝, 大形歯車のアンジュレーション測定について (オ1報), 精密機械 31巻
3号 (1965)
- [35] " (オ2報) 精密機械 31巻 4号 (1965)
- [36] " (オ3報) 精密機械 31巻 5号 (1965)
- [37] 船用減速歯車の設計等に関する調査研究報告 (オ7報) (1964) 日本造船工業会

附 錄

附 録 目 次

附 1 .	船用減速齒車のアンジュレーション測定記録	201
附 2 .	W.C.U と法線ピッチ測定値の変動の計算例	205
附 3 .	齒直角円周ピッチ誤差測定の関係式の誘導	206
附 4 .	3 ボール式円周ピッチ誤差測定の方法	211
附 5 .	ピッチ誤差測定における安定な測定範囲	216
附 6 .	アンジュレーション曲線 y_t と記録曲線 Y_t との関係を示す例	220
附 7 .	嚴密な基礎式の誘導	221
附 8 .	差分および和分演算に関する公式集	229
附 9 .	嚴密な基礎式による解析計算の例	232
附 10 .	ボールの標準直径	234
附 11 .	3 ボール式アンジュレーション測定器に用い た記録紙送り運動装置	235
附 12 .	基準直定規の検査	236
附 13 .	齒形誤差と Δ の値	239
附 14 .	齒のカミアイ剛さ	240

附 1. 船用減速歯車のアンジュレーション測定記録.

(K-Ⅲ型アンジュレーション測定器による.)

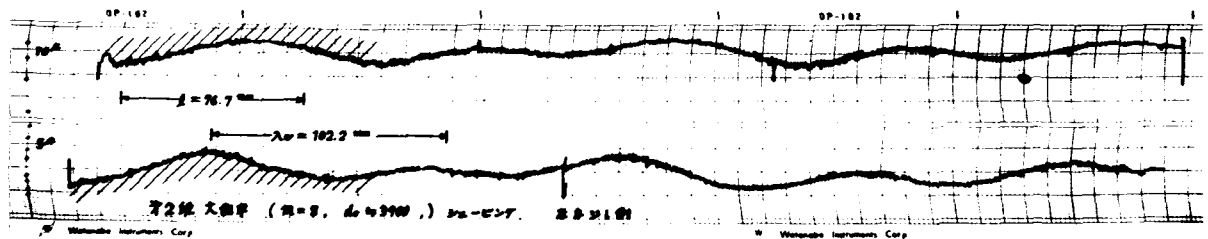


図.4.1 第2段大歯車より検出された W.C.U. (旧式大型ホブ盤で切削されたもの.)

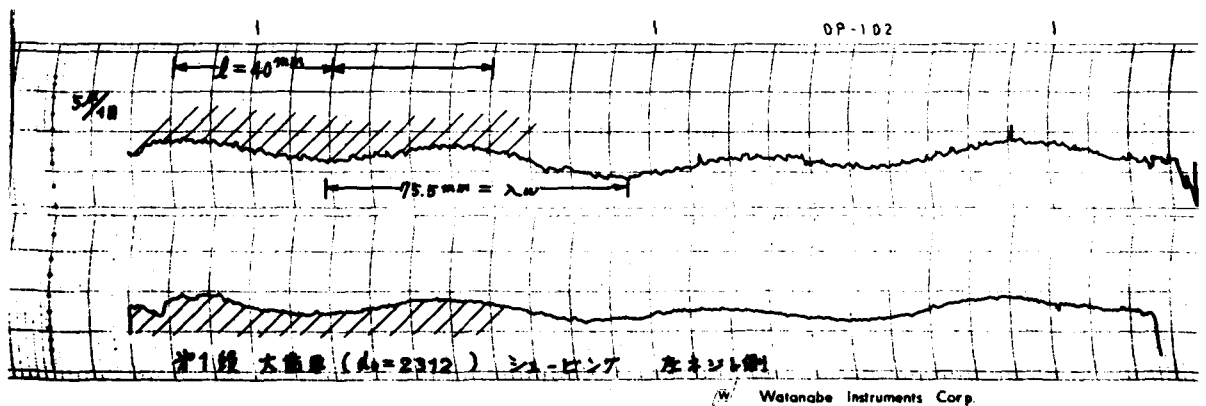
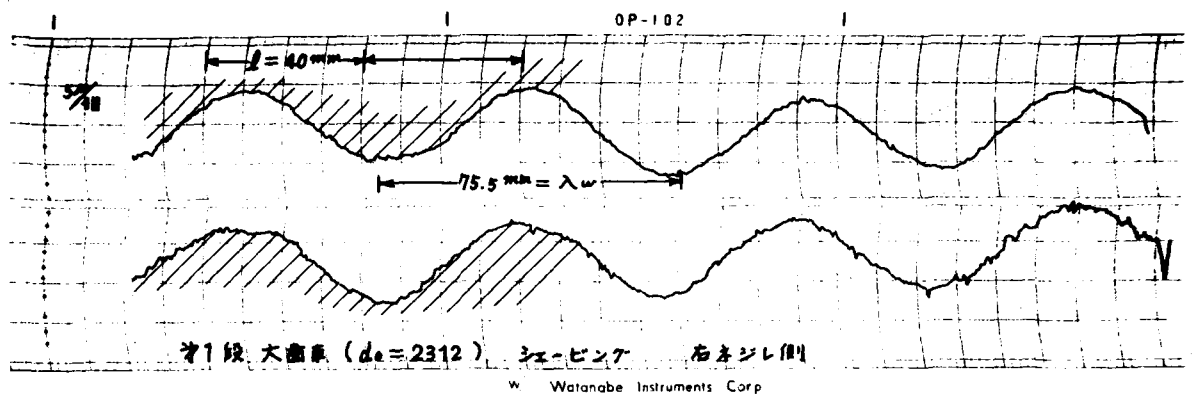


図.4.2 第1段大歯車より検出された W.C.U. (旧式中型ホブ盤により切削されたもの.)

(上図.) 右ネジ側. (下図.) 左ネジ側.

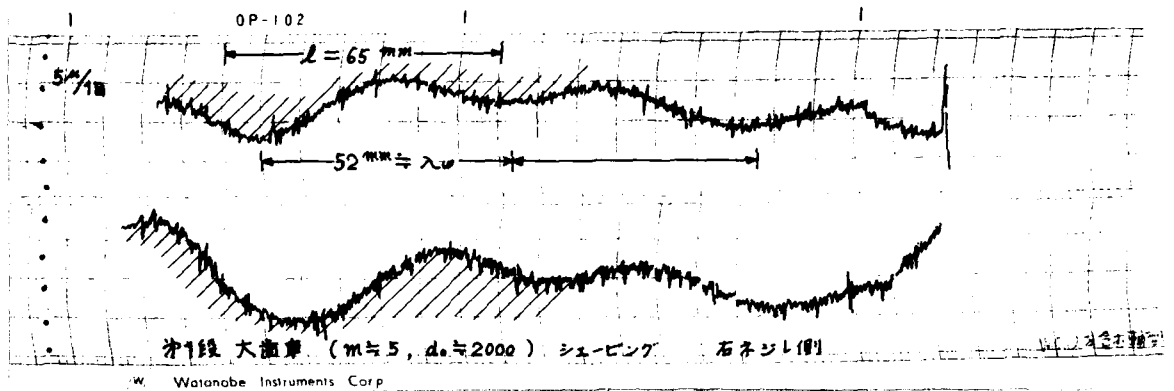


図4.3 OP-102 大歯車より検出された W.C.U, 軸型の混合したアンジュレーション (旧式中型ホブ盤により切削されたもの。)

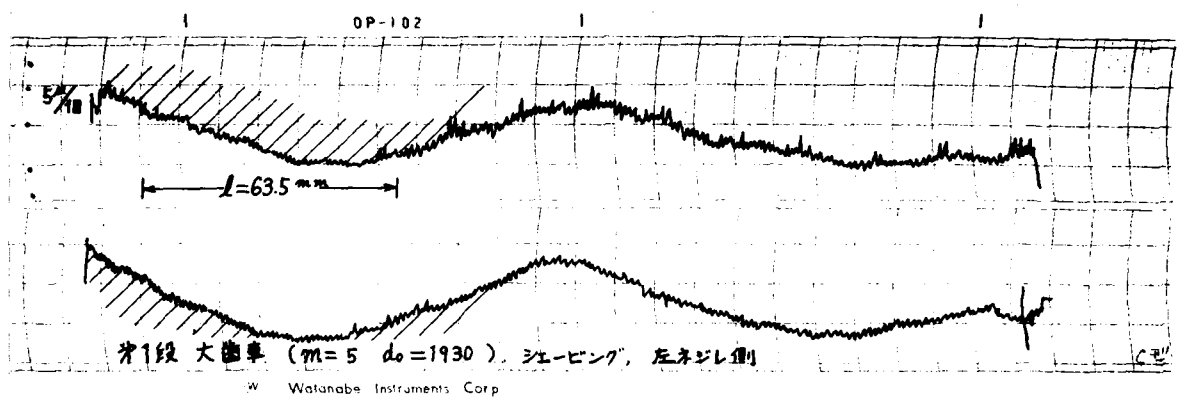


図4.4 OP-102 大歯車より検出された典型的な 軸型, C型アンジュレーション, 歯車円周上 90° づつ離れた4本の歯スジについても全く同型の記録が得られた。

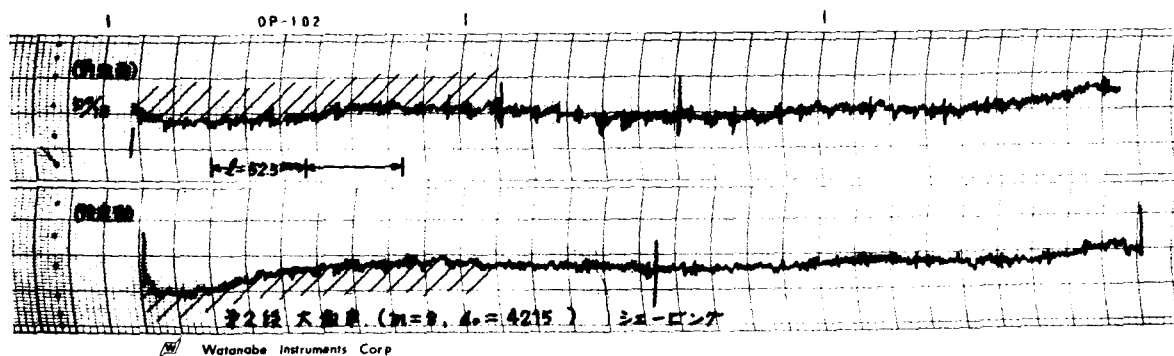


図.4.5 牙2段大歯車より検出された 軸型、C型アンジェレーション

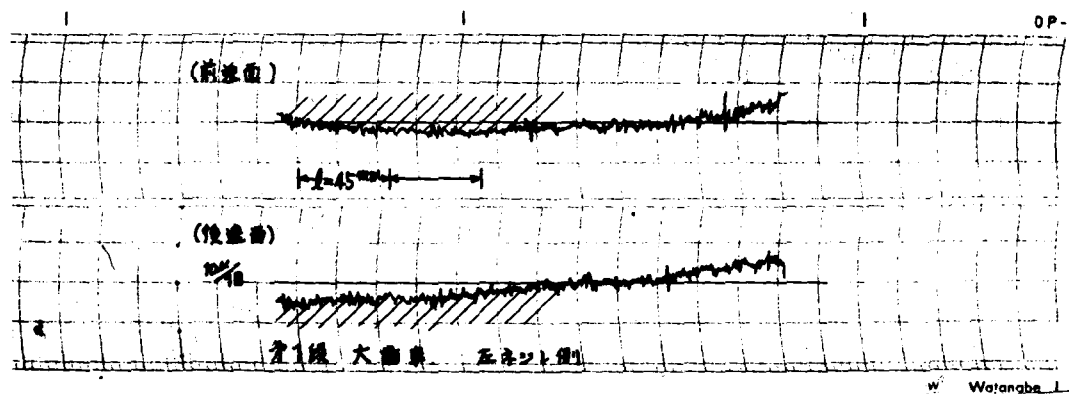


図.4.6 外国製牙1段大歯車より検出された軸型アンジェレーション.

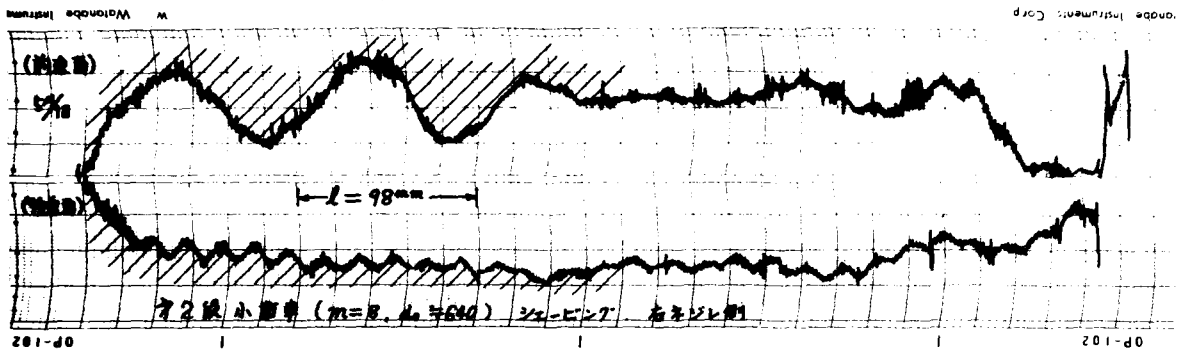


図4.7 オ2段小歯車より検出された 軸型アンジュレーション。過度のシェービングにより生じたとみられるシェービングむら。

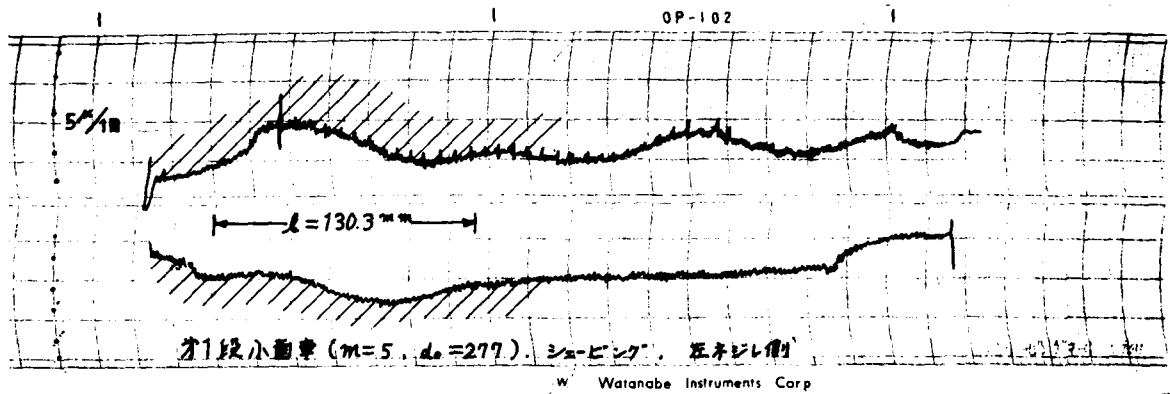


図4.8 オ1段小歯車より検出された 軸型アンジュレーション シェービングむらとみられる。

15000 PS 船用タービン減速歯車						
		オ 1 段		オ 2 段		
		小歯車	大歯車	小歯車	大歯車	
歯車	$m \times \alpha_n$	$5 \times 14.5^\circ$		$8 \times 14.5^\circ$		$\tan \alpha_s = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_o}$
	β_o	30°		30°		$\alpha_s = 16.6^\circ$
	Z	45	332	59	432	$\tan \alpha_s = 0.30$
	$d_o^{(mm)}$	260	1920	545	3990	$\cos \alpha_s = 0.96$
歯切盤	Z_w	120	315	180	950	親歯車歯数
	$e_{wo}^{(mm)}$	20×10^{-3}	20×10^{-3}	20×10^{-3}	20×10^{-3}	ホブ盤の W.C.E
	$d_o^{(mm)}$	1000	3000	1500	4000	親歯車ピッチ径
C		5.12	2.23	3.41	3.26	
η		0.80	0.44	0.63	0.60	図 1.38 より
歯車にあらわれる W.C.U $\epsilon_n (\mu)$		8	10.8	8.8	11.5	
D		5.2	9.9	7.6	8.0	図 1.38 より
法線ピッチ測定の変動 $\delta t_n (\mu)$		1.8	0.5	1.9	0.71	

$$C = \frac{\pi^2 \cdot \tan \alpha_s}{\frac{2e_{wo}}{d_w} \cdot Z_w^2}, \quad \epsilon = \frac{2d_o}{d_w} \cos \alpha_s \cdot e_{wo} \cdot \eta, \quad \delta t_n = D \times \frac{m}{Z_w^2}$$

附 2. W.C.U と法線ピッチ測定値の変動の計算例

附 3. 齒直角円周ピッチ誤差測定の関係式

(1) 理想的な測定

ピッチ円筒面内、齒直角方向 Z_n 枚またいだ齒面上的の 2 点間の距りを 齒車端面から一定距りの位置で円周方向に Z_n 枚ずつ移動しながら、測定する場合を考える。

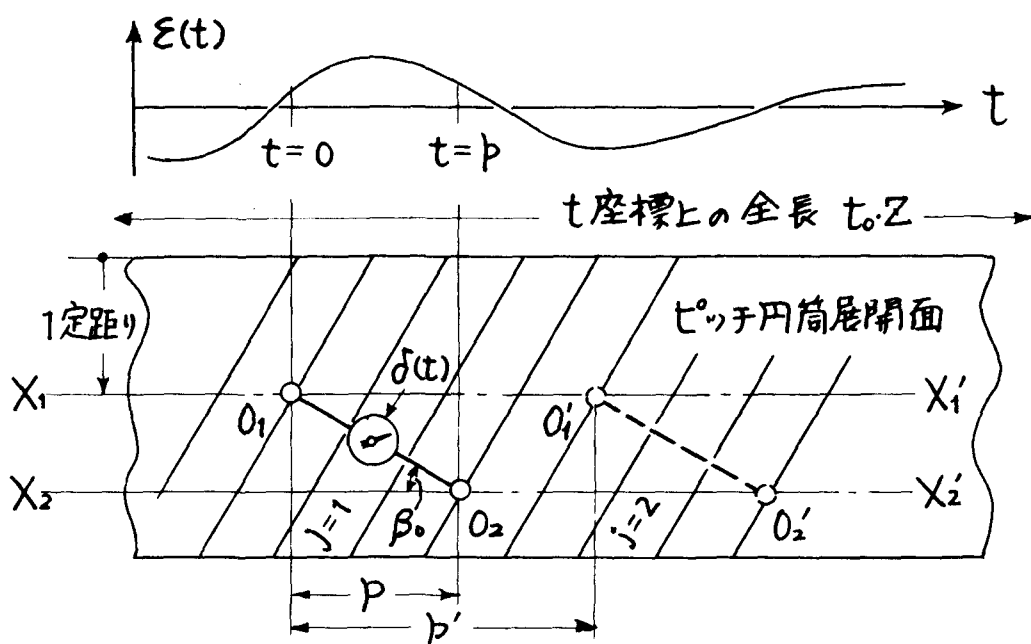


図 4.9

図 4.9 はこの測定値と齒車の割出し誤差との関係を求めるため齒車のピッチ円筒展開面上の関係を示したものであり、第 1 回目の測定は $O_1 O_2$ 、第 2 回目は $O_1' O_2'$ の間であこなれる。

齒車のピッチ円周上に固定した座標 t を考えれば、齒車の角位置誤差は同一軸直角断面上では t のみの関数と考えられる。

いま

$\varepsilon(t)$: $X_1 X_1'$ 上でもなる位置の齒直角方向の齒の割出し誤差
 $X_2 X_2'$ 上では、 $\varepsilon(t) + (\text{定数})$ ---- 定数は軸型アンジュレーション成分による。

P : Z_m 枚マタギの歯直角ピッチ $\overline{O_1 O_2}$ の t 軸上の長さ

P' : Z_n 枚だけ測定基準点を移動する距り $\overline{O_1 O'_1}$

t_0 : 歯車のピッチ円筒面内の軸直角ピッチ

β_0 : 歯車のピッチ円筒ネジレ

とすれば

$$P = Z_m \cdot t_0 \cdot \cos^2 \beta_0 \quad \text{---- (i)}$$

$$P' = Z_n \cdot t_0 \quad \text{---- (ii)}$$

であり j 番目に測定するピッチ $\overline{O_1^{(j)} O_2^{(j)}}$ の t 軸上の位置は

$$t = P' \cdot (j-1) \quad \sim \quad t = P' \cdot (j-1) + P$$

間であり、そのときの測定値 ----- 単一ピッチ誤差 ---- δ_j は

$$\delta_j = \varepsilon(t)_{t=P' \cdot (j-1) + P} - \varepsilon(t)_{t=P' \cdot (j-1)} \quad \text{---- (4.1.1)}$$

となる。

$\varepsilon(t)$ が Fourier 級数の形であらわされ

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^{\infty} e_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{\pi \cdot d_0} \cdot t + \theta_i\right) \quad \text{---- (4.1.2)}$$

e_i : 歯車1回転中 i 山あらわれる誤差の半振幅(mm)

θ_i : e_i なる誤差の位相

とし 差分計算に便利のように 式(4.1.1) の j を u に変換

$$u = \frac{P'}{P} \cdot (j-1) \quad \left(\text{従って } \Delta u = \frac{P'}{P} \cdot \Delta j \right) \quad \text{---- (iii)}$$

とあければ 式(4.1.1) は差分記号を用いて

$$\delta_j = \varepsilon(p \cdot (u+1)) - \varepsilon(p \cdot u) = \frac{\Delta \varepsilon(p \cdot u)}{\Delta u}$$

とあらわされ この式に 式(4.1.2)の $\varepsilon(t)$ の値を用いれば

$$\begin{aligned} \delta_j &= \sum_{i=1}^{\infty} e_i \cdot \frac{\Delta}{\Delta u} \left\{ \sin \left(\frac{2\pi l \cdot p}{\pi \cdot d_0} \cdot u + \theta_i \right) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ 2 \cdot e_i \cdot \sin \left(\frac{\pi \cdot i \cdot p}{\pi \cdot d_0} \right) \right\} \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi l \cdot p}{\pi \cdot d_0} \left(u + \frac{1}{2} \right) + \theta_i \right\} \quad \dots (4.1.3) \end{aligned}$$

しかるに 式(i), (ii) (iii) より

$$\frac{p}{\pi d_0} = \frac{Z_m t_0 \cos^2 \beta_0}{Z \cdot t_0} = \frac{Z_m \cos^2 \beta_0}{Z} \quad \dots (iv)$$

ただし, Z : 歯車の歯数

$$u = \frac{p'}{p} (j-1) = \frac{Z_n t_0 (j-1)}{Z_m t_0 \cos^2 \beta_0} = \frac{Z_n (j-1)}{Z_m \cos^2 \beta_0} \quad \dots (v)$$

なるため 式(4.1.3)の δ_j は

$$\begin{aligned} \delta_j &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ 2 \cdot e_i \cdot \sin \left(\frac{Z_m \cos^2 \beta_0}{Z} \cdot \pi i \right) \right\} \cos \left\{ \frac{Z_n}{Z} \cdot 2\pi i \left(j-1 + \frac{Z_m \cos^2 \beta_0}{2 Z_n} \right) + \theta_i \right\} \\ &\quad \dots (4.1.4) \end{aligned}$$

となる。

次に累積ロツチ誤差 D_j を求める。 D_j は δ_j の j についての1階の和分であり 附8. 式(5.29) 和分公式より直ちに

$$\begin{aligned} D_j &= \int_1^j \delta_j \cdot \Delta j \\ &= \sum \frac{2 \cdot e_i \cdot \sin \left(\frac{Z_m \cos^2 \beta_0}{Z} \cdot \pi i \right)}{2 \cdot \sin \left(\frac{Z_n}{Z} \cdot \pi i \right)} \cdot \sin \left\{ \frac{Z_n}{Z} \cdot 2\pi i \cdot \left(j - \frac{3}{2} + \frac{Z_m \cos^2 \beta_0}{2 Z_n} \right) + \theta_i \right\} \\ &\quad \dots (4.1.5) \end{aligned}$$

が得られる。

(2) Maag 社式等の手持ち式測定器による測定

実際に用いられている歯直角円周ピッチ誤差測定器では 図 4.10. に示すように、測定子を歯直角方向に保持するため、片方の歯スジ上の 2 点に接触させる 2 個の固定子 P_1, P_2 があり、その垂直二等分線上に測定子 Q がとりつけられている。スグバ平歯車の場合は P_1, P_2 点の円周上の位置は同じであり、あまり問題はないが、このような測定器をハスバ歯車に用いた場合 P_1, P_2 点は円周上のずれた位置に来てしまい、丁度ボール式ピッチ測定と同様になる。従って 式(4.1.4), (4.1.5)の代りにボール式の式を用い、

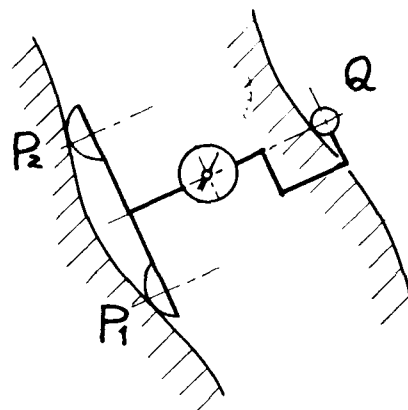


図 4.10

$$\delta_j = \sum_{i=1}^{\infty} [A_i] \cdot e_i \cdot \cos \left[\frac{2\pi i}{Z} \left\{ j \cdot Z_n + \frac{\theta_i}{2\pi i} \cdot Z \right\} \right] \quad \text{----(4.1.6)}$$

$$D_j = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{A_i}{2 \cdot \sin(\frac{Z_n \cdot \pi i}{Z})} \right] \cdot e_i \cdot \sin \left[\frac{2\pi i}{Z} \left\{ j \cdot Z_n + \frac{\theta_i}{2\pi i} \cdot Z - \frac{Z_n}{2} \right\} \right] \quad \text{----(4.1.7)}$$

$$A_i = \sqrt{1 - 2 \cos(\frac{Z_l}{Z} \cdot 2\pi i) \cdot \cos(\frac{Z_n \cdot \cos \beta_0}{Z} \cdot 2\pi i) + \cos^2(\frac{Z_l}{Z} \cdot 2\pi i)} \quad \text{----(4.1.8)}$$

θ_i : 誤差の位相角... (省略)

またここで

Z_l : 固定子の相当マタギ歯数 --- $2 \cdot l$ を 2 個の固定子接触間の距離とすれば $Z_l = l \cdot \sin 2\beta_0 / (\pi \cdot m)$

Z_n : マタギ歯数, 簡単にするため $Z_n = Z_m$ とした。

となる。

結局、式(4.1.6)および(4.1.7)が現在の歯直角ピッチ誤差測定への解析に使用すべき式であるがたいへんに複雑である。しかし若し現在の測定器にわずかな改良を加えれば理想に近い歯直角ピッチ誤差の測定ができる。

それは、図4.11のように2個の接触子 P_1, P_2 のいずれか一方を含む歯直角断面内に測定子 Q を置くことである。

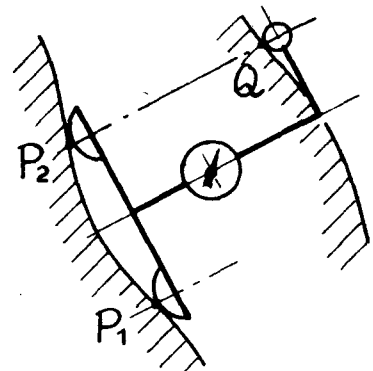


図4.11

り、このようにすれば P_1, P_2 がアンジュレーションのため変動しても、歯直角ピッチ P_2Q に及ぼす影響は全く無視できる位になり、関係式も簡単なもの、式(4.1.4)および(4.1.5)が使用できる。

附 4. 3 ボール式円周ピッチ誤差測定の関係式

ホブ盤親歯車の割出し誤差により生ずる円周形アンジュレーションは歯ミゾの両側の歯面について一般には同位相ではないので任意直径のボールを用いたときの測定値の解析は非常に複雑になる。こゝでは単純化してボール径 d_b を丁度同時切削点で接触するように選ぶことにしてアンジュレーションをボール中心の位置で代表させる。

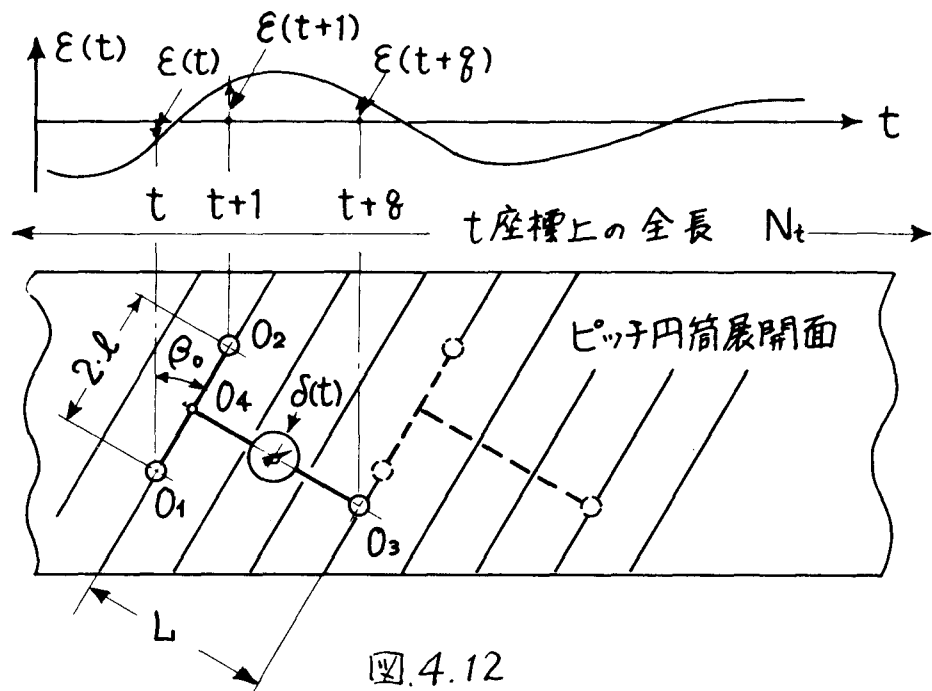


図 4.12

図 4.12 は歯車のピッチ円筒面を展開して示す。固定ボール O_1 O_2 および可動ボール O_3 の歯車円周接線方向の座標がそれぞれ t , $(t+1)$, および $(t+8)$ であるとする。各ボールの位置の歯直角方向の誤差 $\varepsilon(t)$ は円周方向の座標 t のみの函数であり、測定される量 $\delta(t)$ は $\overline{O_3 O_4}$ の変動分であるため

$$\delta(t) = \varepsilon(t+8) - \frac{1}{2} \{ \varepsilon(t+1) + \varepsilon(t) \} \quad \text{--- (4.2.1)}$$

とあらわされる。次に誤差 $\varepsilon(x)$ が

$$\varepsilon(x) = \sum_{i=1}^{\infty} e_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{N_t} x + \theta_i\right)$$

または

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \left[(e_i \cdot \sin \theta_i) \cdot \cos\left(\frac{2\pi i}{N_t} x\right) + (e_i \cdot \cos \theta_i) \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{N_t} x\right) \right] \quad \text{---- (4.2.2)}$$

ただし

x : $(2l \cdot \sin \beta)$ を単位とする座標目盛 ($2l$ は固定ボールの
間隔)

N_t : ピッチ円筒展開面の x 座標上の長さ。

であらわされるものとするれば 式(4.2.1) の線型性のため 式(4.2.2) の各 i の $\varepsilon_i(x)$ を求め $\varepsilon(x)$ はそれらの和として求まる。

$$\varepsilon_i(x) = (e_i \cdot \sin \theta_i) \cdot \cos\left(\frac{2\pi i}{N_t} x\right) + (e_i \cdot \cos \theta_i) \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{N_t} x\right) \quad \text{---- (4.2.3)}$$

に対する単一ピッチ誤差 $\delta(x)$ の成分 $\delta_i(x)$ を

$$\delta_i(x) = c_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi i}{N_t} x\right) + d_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{N_t} x\right) \quad \text{---- (4.2.4)}$$

とすれば 式(4.2.3), (4.2.4) と (4.2.1) に代入して辺々を比較すれば

$$c_i = (e_i \cdot \cos \theta_i) \cdot K_1 + (e_i \cdot \sin \theta_i) \cdot K_2$$

$$d_i = (e_i \cdot \cos \theta_i) \cdot K_2 - (e_i \cdot \sin \theta_i) \cdot K_1$$

ただし

$$K_1 = \cos\left(\frac{2\pi i}{N_t} \cdot g\right) - \cos^2\left(\frac{\pi i}{N_t}\right)$$

$$K_2 = -\sin\left(\frac{2\pi i}{N_t} \cdot g\right) + \sin\left(\frac{\pi i}{N_t}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi i}{N_t}\right)$$

が得られる。従って 3 ボール式ピッチ測定器で測定される単一ピッチ誤差の i 次の高調波成分 $\delta_i(x)$ は

振幅 $|\delta_i(t)|$ π

$$|\delta_i(t)| = \sqrt{c_i^2 + d_i^2} = e_i \cdot \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$$

$$= \sqrt{1 - 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi l}{N_t}\right) \cdot \cos\left\{\frac{2\pi l}{N_t} \cdot \left(\varphi - \frac{1}{2}\right)\right\} + \cos^2\left(\frac{\pi l}{N_t}\right)} \cdot e_i$$

($= A_i \cdot e_i$ とおく)

位相角 θ_i を 図 4.13 の よう に とれる

$$\tan \theta_i = \frac{d_i}{c_i}$$

$$= \frac{K_1 \cdot \cos \theta_i + K_2 \cdot \sin \theta_i}{K_2 \cdot \cos \theta_i - K_1 \cdot \sin \theta_i}$$

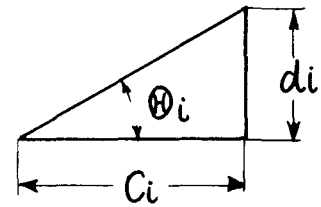


図 4.13

従って 式 (4.2.4) は

$$\delta_i(t) = A_i \cdot e_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi l}{N} \cdot t + \theta_i\right) \quad \text{---- (4.2.5)}$$

となる。また 図 4.12 より N, l, t, φ は次の変換ができる。

$$N_t = \frac{\pi \cdot d_o}{2 \cdot l \cdot \sin \beta} = \frac{Z}{Z_l}$$

ただし Z : 歯車の歯数, Z_l : 固定ボールの相当マタギ歯数 $Z_l = (l \cdot \sin 2\beta / m\pi)$

$$t = \frac{L/\cos \beta}{2l \cdot \sin \beta} \cdot j = \frac{\pi \cdot d_o}{2l \cdot \sin \beta} \cdot \frac{L/\cos \beta}{\pi d_o} \cdot j = \frac{Z}{Z_l} \cdot \frac{Z_n}{Z} \cdot j = \frac{Z_n \cdot j}{Z_l}$$

ただし Z_n : 固定ボールと可動ボールでまったく歯の数 測定基準点の移動も Z_n 枚マタギとする。

$$\varphi - \frac{1}{2} = \frac{L/\cos \beta + l \cdot \sin \beta}{2l \cdot \sin \beta} - \frac{1}{2} = \frac{L/\cos \beta}{2l \cdot \sin \beta} \cdot \cos^2 \beta = \frac{Z_n}{Z_l} \cdot \cos^2 \beta$$

従って j 番目の単一ピッチ誤差 δ_j は

$$\delta_j = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot e_i \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi i}{Z} \left\{ j \cdot Z_n + \frac{\theta_i}{2\pi i} \cdot Z \right\} \right\} \quad \text{--- (4.2.6)}$$

ただし

$$A_i = \sqrt{1 - 2 \cdot \cos \left(\frac{Z_i}{Z} \cdot \pi i \right) \cdot \cos \left(\frac{Z_n \cdot \cos^2 \beta}{Z} \cdot 2\pi i \right) + \cos^2 \left(\frac{Z_i}{Z} \cdot \pi i \right)}$$

$$\theta_i = \theta_i + \theta_i'$$

$$\tan \theta_i' = \frac{K_2}{K_1}$$

$$K_1 = \cos \left[\frac{2\pi i}{Z} \left(Z_n \cos^2 \beta + \frac{Z_i}{2} \right) \right] - \cos^2 \left[\frac{\pi i}{Z} \cdot Z_i \right]$$

$$K_2 = -\sin \left[\frac{2\pi i}{Z} \left(Z_n \cos^2 \beta + \frac{Z_i}{2} \right) \right] + \sin \left[\frac{\pi i}{Z} \cdot Z_i \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi i}{Z} \cdot Z_i \right]$$

また累積ピッチ誤差 D_j は

$$\begin{aligned} D_j &= \int \delta_j \cdot \Delta j \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{A_i}{2 \cdot \sin \left(\frac{Z_i}{Z} \cdot \pi i \right)} \right] \cdot e_i \cdot \sin \left[\frac{2\pi i}{Z} \left\{ j \cdot Z_n + \frac{\theta_i}{2\pi i} \cdot Z - \frac{Z_n}{2} \right\} \right] \quad \text{--- (4.2.7)} \end{aligned}$$

となる。この3ボール式円周ピッチ誤差測定における単一ピッチ誤差振巾の測定倍率 A_i 、位相差 θ_i の計算は大変に面倒であるが 図4.14 に示すような作図によれば比較的簡単に求められる。即ち $x \cdot y$ 直交座標平面で原点 O_1 を中心

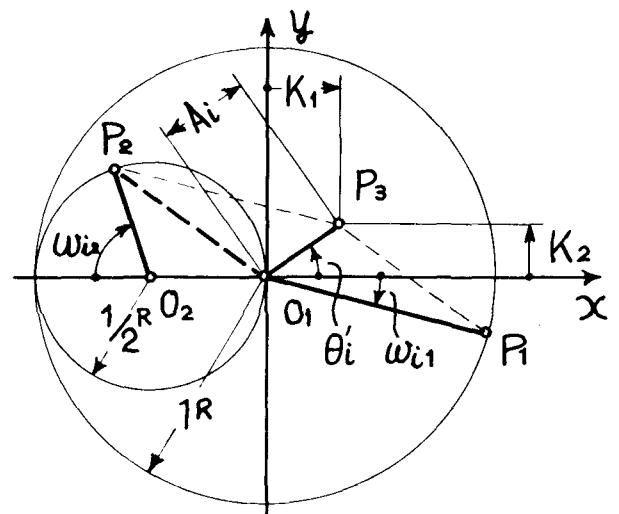


図4.14

とする半径 1 の円と O_2 点 ($x = -1/2, y = 0$) を中心とする半径 $1/2$ の円を描き O_1 まわり時計方向に動径 1, 偏角 ω_{i1} のベクト

ル $\overrightarrow{O_1 P_1}$ をとり O_2 まわりに $-Z$ 軸から時計方向に動径 $1/2$,
 偏角 ω_{i2} のベクトル $\overrightarrow{O_2 P_2}$ をとり

$$\omega_{i1} = \frac{2\pi i}{Z} \cdot (Z_n \cdot \cos^2 \beta + \frac{Z_l}{2}) \quad \text{----- (4.2.8)}$$

$$\omega_{i2} = \frac{2\pi i}{Z} \cdot Z_l \quad \text{----- (4.2.9)}$$

なるようにすれば $\overrightarrow{O_1 P_1}$, $\overrightarrow{O_1 P_2}$ の合ベクトル $\overrightarrow{O_1 P_3}$ の動径が A_i ,
 偏角が θ_i をあらわす。

附5. ピッチ誤差測定における安定な測定範囲

大形歯車の円周ピッチ誤差の測定は 3ボール式ピッチ測定器による数枚の歯をまたいで測定する方法と Maag 社式ピッチ測定器による 1 歯毎に測定する方法とを併用することが多い。各々の測定値、累積値 ---- 累積ピッチ誤差 ---- が 歯車の歯の割出し誤差と関係ありとして 評価の対象とされている。しかるに両測定の累積ピッチ誤差は 同形の関係式 式(4.1.7), (4.2.7)であらわされ、割出し誤差に対するそれら累積ピッチ誤差の振幅の比 ---- 測定倍率 X ---- の値は誤差の成分の次数 i により、非常に異なった値になるため、これらの累積ピッチ誤差の波形は割出し誤差の波形と異なった形になり、その評価のため非常に面倒な解析が必要になる。

そこで 測定の対象とする割出し誤差成分の次数 i を ある範囲に限定しておけば、測定倍率 X はほぼ一定な値をとり、その範囲では測定値の評価が容易になる。いま測定倍率 X が

$$X = 0.75 \pm 10\% \quad (= 0.68 \sim 0.83)$$

なる範囲を「安定した測定のできる範囲」と呼びことにする。

つぎに各測定法について安定した測定ができるための次数 i の範囲を求め、 X は

$$X = \frac{\sqrt{1 - 2 \cos A \cdot \cos(2B \cdot \cos^2 B_0) + \cos^2 A}}{2 \sin B}$$

$$A = \frac{Z_l}{Z} \cdot \pi \cdot i, \quad B = \frac{Z_n}{Z} \cdot \pi \cdot i$$

とあらわされる。

ネジレ角 $\beta_0 = 30^\circ$ の場合につき、横軸に B 、縦軸に X をとり A をパラメータとし $A = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ としたときの計算結果をグラフにしたものを 図 4.15 に示す。

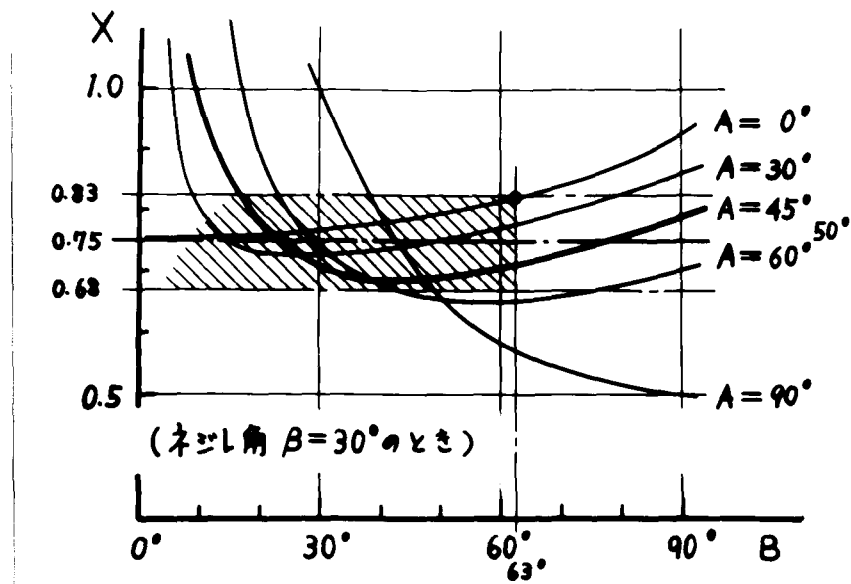


図 4.15

この図で斜線をほどこした部分が 安定な測定のできる範囲であり、実際には大体

$$A = \frac{Z_l}{Z} \cdot \pi \cdot i < 50^\circ \quad \therefore i < \frac{Z}{4 \cdot Z_l} \quad (\text{条件 1})$$

$$B = \frac{Z_n}{Z} \cdot \pi \cdot i < 63^\circ \quad \therefore i < \frac{Z}{3 \cdot Z_n} \quad (\text{条件 2})$$

ならばよい。 B の下の限界は実際の測定についてはほとんどの場合、自然に満足されていることがわかる。

3 ボール式測定では $Z_l \doteq 0.5 \sim 3.5$, $Z_n > 5$ であるため条件 2 が支配的であり、Maag 社式測定では $Z_l \doteq 0.5 \sim 2$ $Z_n = 1$ であるため 主に条件 1 が支配的になる。

以上をまとめれば 次のことが云える。

(1) 3ボール式測定器を用いて $i < Z/3 \cdot Z_n$

Z_n 枚マタギで全周を測定すれば

$$i = 1 \sim \frac{Z}{3 \cdot Z_n}$$

(2) Maag 社式測定器を用いて $i < Z/4 Z_l$ 又は $Z/3$

$3 \cdot Z_n$ 枚以上の歯を連続測定すれば ($i = Z/3 \cdot Z_n$ の誤差波形は $3 \cdot Z_n$ 歯に1周期を示すため)

$$i = \frac{Z}{3 \cdot Z_n} \sim \frac{Z}{4 \cdot Z_l} \text{ 又は } \frac{Z}{3} \text{ (小なる方)}$$

なる範囲の誤差成分を安定に測定することができる。 $i = Z/4 Z_l$ (又は $Z/3$) 以上の高次の誤差成分は アンジュレーション測定器又はピッチ測定器による拡大検出法を用いて測定しなければいけない。

(計算例)

船用オ2段大歯車; $Z = 423$, $\beta_0 = 30^\circ$, $\alpha_n = 20^\circ$, $m = 8$, $l = 20 \text{ mm}$ のピッチ測定にできる範囲

固定子の相当マタギ歯数 Z_l ($\beta_g = 28^\circ$ なるため)

$$Z_l = \frac{l \cdot \sin(2\beta_g)}{\pi \cdot m} = \frac{20 \times 0.83}{\pi \times 8} = 0.66$$

マタギ歯数 Z_n (測定を最短時間でこなす*)

$$Z_n = \sqrt{\frac{Z}{12}} = \sqrt{\frac{423}{12}} = 5.95 \rightarrow 6$$

従って

* Z_n 枚マタギのピッチ測定と、全周上4ヶ所で $3 \cdot Z_n$ 枚以上連続の1歯毎のピッチ測定に必要な総測定回数 n は

$$n = Z/Z_n + 4 \times (3Z_n + 4Z_n), \quad n \text{ を最少にするには } Z_n = \sqrt{Z/4 \times 3}.$$

3ボール式測定では $Z_n = 6$ に選んで

$$i = 1 \sim \frac{423}{3 \times 6} = 1 \sim 23$$

Maag 社式測定では、 $Z_1 = 0.66$ なるため、

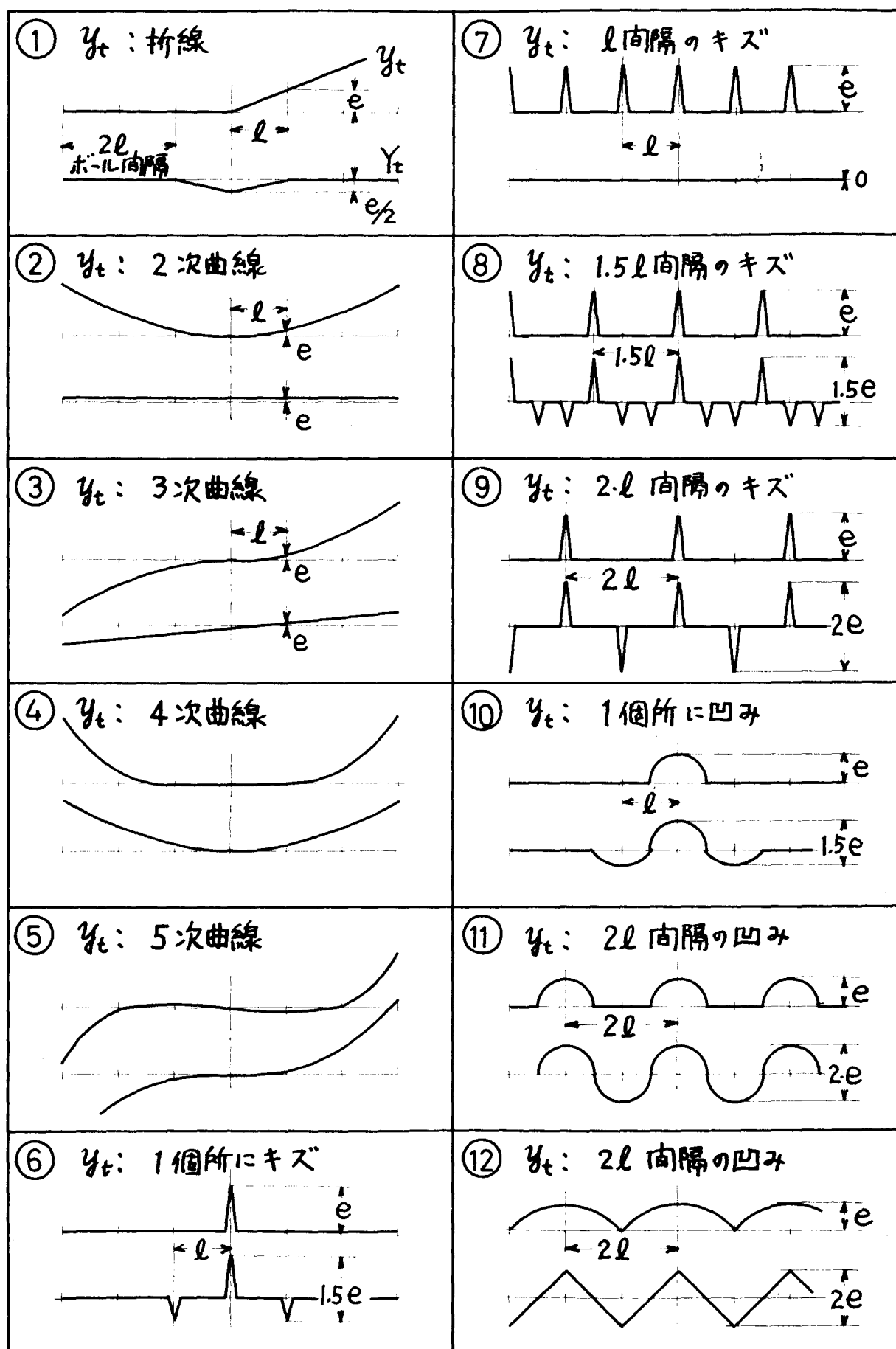
$$i = 23 \sim \frac{423}{4 \times 0.66} \text{ 又は } \frac{423}{3} = 23 \sim 141$$

が求める範囲になる。

即ち、全周にわたり 141 山 以上の細かい誤差をまず、アンジュレーション測定器等により測定し、その振幅が充分小さい事を確認した上で Maag 社式測定で 23 ~ 141 山の誤差成分を測定し、それが充分小さい事を確認した後に 3ボール式測定で 1 ~ 23 山の誤差成分を測定するべきである。

附6. アンジュレーション曲線 y_t と記録曲線 Y_t

との関係を示す例.



附 7. 厳密な基礎式の誘導

解析を容易にするため、固定ホールの中心 O_1, O_2 および測定規準臭 O_3 にそれぞれ、図 4.16 に示すような直交座標系 $[H, \Xi, \Lambda]$ を考える。即ち、

H : 歯車半径方向、

Ξ : 歯車円筒接平面内、歯直
角方向、

Λ : 歯スジ方向、

η, ξ, l : 各臭の変位 (誤差のため生ずる) の H, Ξ, Λ
方向成分、

Suffix 1, 2, 3 : O_1, O_2, O_3 臭におけるもの、

とする。

まず測定規準臭 O_3 のアンジュレーションによる変位を考えるため、 O_1, O_2 臭の変位成分 $(\eta_1, \xi_1, l_1), (\eta_2, \xi_2, l_2)$ を O_3 の座標 $[H_3, \Xi_3, \Lambda_3]$ 成分に変換して、

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \xi_1 \\ l_1 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} \eta'_1 \\ \xi'_1 \\ l'_1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \eta_2 \\ \xi_2 \\ l_2 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} \eta'_2 \\ \xi'_2 \\ l'_2 \end{pmatrix} \quad \text{---- (4.3.1),}$$

---- (4.3.2)

とする。(' を付けたのは $[H_3, \Xi_3, \Lambda_3]$ 成分)

一般に図 4.17 のようなネジレ角 β のツルマキ線上の 2 臭 O, O' の座標系 $[H, \Xi, \Lambda]$ および $[H', \Xi', \Lambda']$ の各成分 (η, ξ, l) および (η', ξ', l') 間の変換のマトリックス M を求めるため、 O' 臭を通る $[x, y, z]$ 座標系を考え、各軸方向の方向余弦を (x, y, z)

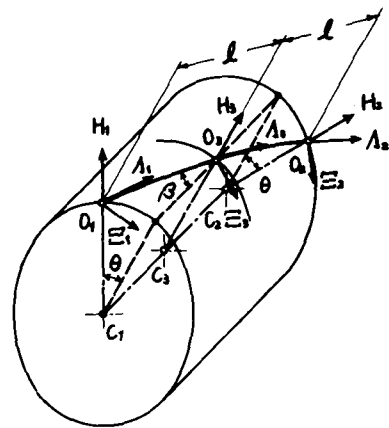
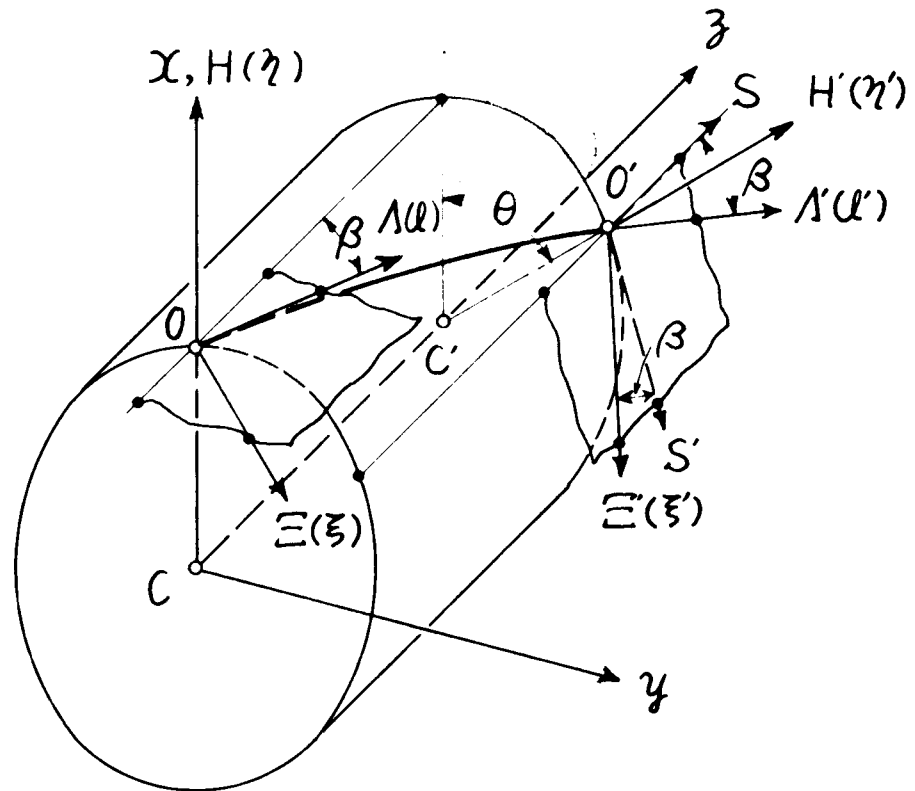


図 4.16



(注) H, Ξ, A, H' と x, y, z 軸との方向余弦は図より直ちに求められるが、 Ξ', A' については上で求めた H' と補助ベクトル S, S' とを用いて

$$(\Xi' \cdot S) = -\sin\beta, (\Xi' \cdot S') = \cos\beta, (\Xi' \cdot H') = 0$$

および

$$(A' \cdot S) = \cos\beta, (A' \cdot S') = \sin\beta, (A' \cdot H') = 0$$

より求める。ただし $S: (0, 0, 1), S': (-\sin\theta, \cos\theta, 0)$
 $H': (\cos\theta, \sin\theta, 0)$

図 4.17

であらせは

$$H : (1, 0, 0) \quad , \quad H' : (\cos\theta, \sin\theta, 0)$$

$$\Xi : (0, \cos\beta, -\sin\beta) \quad , \quad \Xi' : (-\cos\beta \cdot \sin\theta, \cos\beta \cdot \cos\theta, -\sin\beta)$$

$$\Lambda : (0, \sin\beta, \cos\beta) \quad , \quad \Lambda' : (-\sin\beta \cdot \sin\theta, \sin\beta \cdot \cos\theta, \cos\beta)$$

であり、従って各軸間の成分の変換係数（各軸の単位ベクトルのスカラー積）は表4.1 のようになる。

	H	Ξ	Λ
H'	$\cos\theta$ = M_{11}	$\cos\beta \cdot \sin\theta$ = M_{12}	$\sin\beta \cdot \sin\theta$ = M_{13}
Ξ'	$-\cos\beta \cdot \sin\theta$ = $-M_{12}$	$1 - \cos^2\beta \cdot (1 - \cos\theta)$ = M_{22}	$-\sin\beta \cos\beta \cdot (1 - \cos\theta)$ = M_{23}
Λ'	$-\sin\beta \cdot \sin\theta$ = $-M_{13}$	$-\sin\beta \cos\beta \cdot (1 - \cos\theta)$ = M_{23}	$1 - \sin^2\beta \cdot (1 - \cos\theta)$ = M_{33}

表 4.1

式(4.3.1)は表 4.1 で $[H] \rightarrow [H_1]$, $[H'] \rightarrow [H_3]$ と置き、式(4.3.2)は $[H] \rightarrow [H_3]$, $[H'] \rightarrow [H_3]$ と置いて次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \eta_1' \\ \xi_1' \\ \ell_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ -M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ -M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \xi_1 \\ \ell_1 \end{pmatrix} \quad \text{---- (4.3.3)}$$

$$\begin{pmatrix} \eta_2' \\ \xi_2' \\ \ell_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & -M_{12} & -M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_2 \\ \xi_2 \\ \ell_2 \end{pmatrix} \quad \text{---- (4.3.4)}$$

2個の固定ボール O_1, O_2 は一定間隔 $2l$ に束縛され、その中
 桌 O_3 は基準桌であり、 Λ_3 方向変位は無論 0 と考えるので、 O_1
 O_2 桌も微少変位（ボール間隔 l に比べて）の間は Λ_3 方向に
 は束縛を受けていると考えられる。従って O_1, O_2 桌の Λ_3 方向
 成分は 0、即ち

$$l_1' = 0, \quad l_2' = 0 \quad \text{--- (4.3.5)}$$

である。

式(4.3.3) に 式(4.3.5) の条件 $l_1' = 0$ を入れさらに l_1 を消去。

$$\begin{aligned} l_1' = 0 &= -M_{13} \cdot \eta_1 + M_{23} \cdot \xi_1 + M_{33} \cdot l_1 \\ \therefore l_1 &= \frac{M_{13}}{M_{33}} \cdot \eta_1 - \frac{M_{23}}{M_{33}} \cdot \xi_1 \\ \left. \begin{aligned} \eta_1' &= \left\{ M_{11} + \frac{M_{13}}{M_{33}} \cdot M_{13} \right\} \cdot \eta_1 + \left\{ M_{12} - \frac{M_{23}}{M_{33}} \cdot M_{13} \right\} \cdot \xi_1 \\ \xi_1' &= \left\{ -M_{12} + \frac{M_{13}}{M_{33}} \cdot M_{23} \right\} \cdot \eta_1 + \left\{ M_{22} - \frac{M_{23}}{M_{33}} \cdot M_{23} \right\} \cdot \xi_1 \end{aligned} \right\} \text{--- (4.3.6)} \end{aligned}$$

また、式(4.3.4) と 式(4.3.5) の条件、 $l_2' = 0$ とから

$$\begin{aligned} l_2' = 0 &= M_{13} \cdot \eta_2 + M_{23} \cdot \xi_2 + M_{33} \cdot l_2 \\ \therefore l_2 &= -\frac{M_{13}}{M_{33}} \cdot \eta_2 - \frac{M_{23}}{M_{33}} \cdot \xi_2 \\ \left. \begin{aligned} \eta_2' &= \left\{ M_{11} - \frac{M_{13}}{M_{33}} \cdot (-M_{13}) \right\} \cdot \eta_2 + \left\{ -M_{12} - \frac{M_{23}}{M_{33}} \cdot (-M_{13}) \right\} \cdot \xi_2 \\ \xi_2' &= \left\{ M_{12} - \frac{M_{13}}{M_{33}} \cdot M_{23} \right\} \cdot \eta_2 + \left\{ M_{22} - \frac{M_{23}}{M_{33}} \cdot M_{23} \right\} \cdot \xi_2 \end{aligned} \right\} \text{--- (4.3.7)} \end{aligned}$$

となる。以上で求めた 式(4.3.6) (4.3.7) の M_{ij} に 表4.1 の
 値を入れて計算し、これらをまとめれば

$$\begin{pmatrix} \eta_1' \\ \xi_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ -B & C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \xi_1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \eta_2' \\ \xi_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -B \\ B & C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \eta_2 \\ \xi_2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{---- (4.3.8),} \\ \text{(4.3.9)} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし} \quad A &= \frac{\cos \theta + \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \\ B &= \frac{\cos \beta \cdot \sin \theta}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \\ C &= \frac{\cos \theta}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A \\ B \\ C \end{aligned}} \right\} \quad \text{---- (4.3.10)}$$

となる。

従って、両固定ボール中心の中矢である測定規準矢 O_3 の H_3 , Ξ_3 方向の変位成分 η_3 , ξ_3 は (式 (4.3.8), (4.3.9) を使って)

$$\begin{aligned} \eta_3 &= \frac{\eta_1' + \eta_2'}{2} = \frac{1}{2} \cdot \{A \cdot (\eta_1 + \eta_2) + B \cdot (\xi_1 - \xi_2)\} \\ \xi_3 &= \frac{\xi_1' + \xi_2'}{2} = \frac{1}{2} \cdot \{-B \cdot (\eta_1 - \eta_2) + C \cdot (\xi_1 + \xi_2)\} \end{aligned} \quad \text{---(4.3.11)}$$

となる。

アンジュレーションを、各歯面の歯面垂直方向の凹凸ととして取扱ってきたので、以上で求めた式の中の各 η , ξ 成分を、各位置での歯面垂直方向成分 f_1 , f_2 に変換しなければならない。いま、

f_1 , f_2 : 歯面 I, II の各歯面垂直方向の変位成分またはそのために生ずるボール中心の変位成分

η , ξ : 歯車半径方向, 歯車円筒接平面内歯直角方向の変位成分

α_b : 歯形の測定位置附近の圧力角 (図 4.18)

とすれば、一般に $\eta, \xi \leftrightarrow f_1, f_2$ の変換公式は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{f_1 + f_2}{2 \cdot \sin \alpha_b} \\ \xi &= \frac{-f_1 + f_2}{2 \cdot \cos \alpha_b} \end{aligned} \right\} \dots (4.3.12)$$

または

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \eta \cdot \sin \alpha_b - \xi \cdot \cos \alpha_b \\ f_2 &= \eta \cdot \sin \alpha_b + \xi \cdot \cos \alpha_b \end{aligned} \right\} \dots (4.3.13)$$

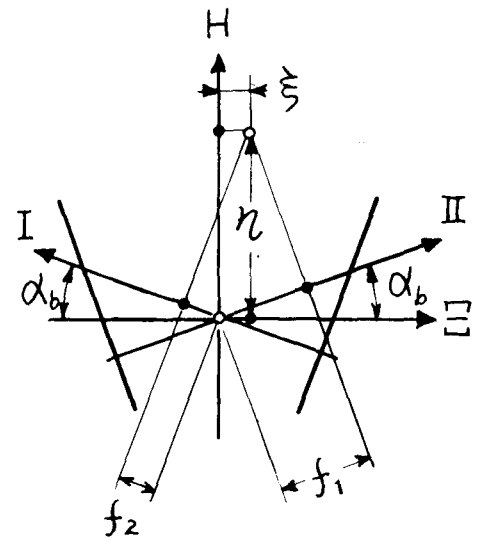


図 4.18

歯スジ方向の l を単位長さとする

O_1 座標上 t の位置のアングレーションの f_1, f_2 方向成分を $f_1(t), f_2(t)$ とし、 O_2 臭が丁度 t なる位置にあるとすれば

O_2 位置の歯面は $f_1(t), f_2(t)$

O_1 では $t = t - 1$ であり、ボール中心と歯面アングレーションとの関係は 式(4.3.12)により

$$\eta_1 = \frac{f_1(t-1) + f_2(t-1)}{2 \cdot \sin \alpha_b}, \quad \xi_1 = \frac{-f_1(t-1) + f_2(t-1)}{2 \cdot \cos \alpha_b} \dots (4.3.14)$$

O_2 では $t = t + 1$ であり、式(4.3.12)より

$$\eta_2 = \frac{f_1(t+1) + f_2(t+1)}{2 \cdot \sin \alpha_b}, \quad \xi_2 = \frac{-f_1(t+1) + f_2(t+1)}{2 \cdot \cos \alpha_b} \dots (4.3.15)$$

O_3 臭の変位の f_1, f_2 方向成分 $\bar{f}_1(t), \bar{f}_2(t)$ は 式(4.3.13)より

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(t) &= \eta_3 \cdot \sin \alpha_b - \xi_3 \cdot \cos \alpha_b \\ \bar{f}_2(t) &= \eta_3 \cdot \sin \alpha_b + \xi_3 \cdot \cos \alpha_b \end{aligned} \right\} \dots (4.3.16)$$

式(4.3.16)に式(4.3.11)を代入すれば (複号の上は Suffix. 1, 下は Suffix. 2. に関するもの)

$$\begin{aligned}\bar{f}_{1,2}(t) &= \frac{1}{2} \{ A \cdot \sin \alpha_b (\eta_1 + \eta_2) + B \cdot \sin \alpha_b (\xi_1 - \xi_2) \\ &\quad - B \cdot \cos \alpha_b (\eta_1 - \eta_2) \mp C \cdot \cos \alpha_b (\xi_1 + \xi_2) \}\end{aligned}$$

これに、式(4.3.14), (4.3.15) の $\eta_1, \xi_1, \eta_2, \xi_2$ を代入すれば

$$\begin{aligned}\bar{f}_{1,2}(t) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{A \cdot \sin \alpha_b}{2 \cdot \sin \alpha_b} \{ f_1(t-1) + f_2(t-1) + f_1(t+1) + f_2(t+1) \} \right. \\ &\quad + \frac{B \cdot \sin \alpha_b}{2 \cdot \cos \alpha_b} \{ -f_1(t-1) + f_2(t-1) + f_1(t+1) + f_2(t+1) \} \\ &\quad \pm \frac{B \cdot \cos \alpha_b}{2 \cdot \sin \alpha_b} \{ f_1(t-1) + f_2(t-1) - f_1(t+1) - f_2(t+1) \} \\ &\quad \left. \mp \frac{C \cdot \cos \alpha_b}{2 \cdot \cos \alpha_b} \{ -f_1(t-1) + f_2(t-1) - f_1(t+1) + f_2(t+1) \} \right\}\end{aligned}$$

または

$$\begin{aligned}\bar{f}_{1,2}(t) &= \frac{1}{2} \left\{ \left\{ \frac{A \pm C}{2} - \frac{B}{2} \left(\frac{\sin \alpha_b}{\cos \alpha_b} \mp \frac{\cos \alpha_b}{\sin \alpha_b} \right) \right\} \cdot f_1(t-1) \right. \\ &\quad + \left\{ \frac{A \pm C}{2} + \frac{B}{2} \left(\frac{\sin \alpha_b}{\cos \alpha_b} \mp \frac{\cos \alpha_b}{\sin \alpha_b} \right) \right\} \cdot f_1(t+1) \\ &\quad + \left\{ \frac{A \mp C}{2} + \frac{B}{2} \left(\frac{\sin \alpha_b}{\cos \alpha_b} \pm \frac{\cos \alpha_b}{\sin \alpha_b} \right) \right\} \cdot f_2(t-1) \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{A \mp C}{2} - \frac{B}{2} \left(\frac{\sin \alpha_b}{\cos \alpha_b} \pm \frac{\cos \alpha_b}{\sin \alpha_b} \right) \right\} \cdot f_2(t+1) \right\} \dots (4.3.17)\end{aligned}$$

ここで A, B, C , は 式(4.3.10) で与えられる。

測定値 $F_1(t), F_2(t)$ は

$$F_1(t) = f_1(t) - \bar{f}_1(t) + K \dots (4.3.18)$$

$$F_2(t) = f_2(t) - \bar{f}_2(t) + K \dots (4.3.19)$$

ただし、 K : 測定器の読み の 0 点
の決め方による 常数。

とあらわされる。

式 (4.3.18), (4.3.19) はまた

$$-2 \cdot \{F_1(t) - K\} = 2 \cdot \bar{f}_1(t) - 2 \cdot f_1(t)$$

$$-2 \cdot \{F_2(t) - K\} = 2 \cdot \bar{f}_2(t) - 2 \cdot f_2(t)$$

この式へ 式 (4.3.17) を代入 さらに式 (4.3.10) の A, B, C の値を代入して整理すれば

$$\begin{aligned} -2 \cdot \{F_1(t) - K\} &= (1 + a' + a'') \cdot f_1(t-1) - 2 \cdot f_1(t) + (1 + a' - a'') \cdot f_1(t+1) \\ &\quad + (b' + b'') \cdot f_2(t-1) + (b' - b'') \cdot f_2(t+1) \end{aligned} \quad \text{---- (4.3.20)}$$

$$\begin{aligned} -2 \cdot \{F_2(t) - K\} &= (1 + a' - a'') \cdot f_2(t-1) - 2 \cdot f_2(t) + (1 + a' + a'') \cdot f_2(t+1) \\ &\quad + (b' - b'') \cdot f_1(t-1) + (b' + b'') \cdot f_1(t+1) \end{aligned} \quad \text{---- (4.3.21)}$$

こゝで

$$\left. \begin{aligned} a' &= \frac{(1.5 \cdot \sin^2 \beta - 1) \cdot (1 - \cos \theta)}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \\ a'' &= \frac{1}{\tan 2\alpha_b} \cdot \frac{\cos \beta \cdot \sin \theta}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \\ b' &= \frac{\sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)}{2 \cdot \{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)\}} \\ b'' &= \frac{1}{\sin 2\alpha_b} \cdot \frac{\cos \beta \cdot \sin \theta}{1 - \sin^2 \beta \cdot (1 - \cos \theta)} \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (4.3.22)}$$

が求まる。

附 8. 差分および和分演算に関する公式集

<u>差分の定義</u>		
$f(x)$ の差分	$\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$	(5.1)
$f(x)$ の n 階差分	$\Delta^n f(x) = \Delta^{n-1} \{ \Delta f(x) \}$	(5.2)
<u>差分の公式</u>		
$\Delta \{ \varphi(x) + \psi(x) \}$	$= \Delta \varphi(x) + \Delta \psi(x)$	(5.3)
$\Delta \{ C \cdot \varphi(x) \}$	$= C \cdot \Delta \varphi(x)$	(5.4)
$\Delta \{ \varphi(x) \cdot \psi(x) \}$	$= \psi(x) \cdot \Delta \varphi(x) + \varphi(x+1) \cdot \Delta \psi(x)$	(5.5)
	$= \psi(x+1) \cdot \Delta \varphi(x) + \varphi(x) \cdot \Delta \psi(x)$	(5.6)
ΔC	$= 0$	(5.7)
Δx	$= 1$	(5.8)
Δx^2	$= 2x + 1$	(5.9)
$\Delta \sin \alpha x$	$= 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \alpha (x + \frac{1}{2})$	(5.10)
$\Delta \cos \alpha x$	$= -2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \alpha (x + \frac{1}{2})$	(5.11)
Δa^x	$= (a - 1) \cdot a^x$	(5.12)
$\Delta^n \sin \alpha x$	$= (2 \sin \frac{\alpha}{2})^n \sin \{ \alpha x + \frac{n(\alpha + \pi)}{2} \}$	(5.13)
$\Delta^n \cos \alpha x$	$= (2 \sin \frac{\alpha}{2})^n \cos \{ \alpha x + \frac{n(\alpha + \pi)}{2} \}$	(5.14)

<u>和分の定義</u>	
$\Delta F(x) = f(x)$ なるとき	$F(x) : f(x)$ の和分
$F(x) = \int f(x) \cdot \Delta x$	
	(5.15)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) \text{ の } a \text{ から } b \text{ までの定積分} \\ F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) \cdot \Delta x \end{array} \right. \quad (5.16)$$

和分の公式

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta F(x) = f(x) \quad \text{ならば} \quad p(x): \text{周期1の任意の周期関数} \\ F(x) = \int f(x) \cdot \Delta x + p(x) \end{array} \right. \quad (5.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int f(x) \Delta x = \sum_{r=1}^{\infty} \{ f(x-r) + C_r \} \\ C_r: x \text{ に無関係な } r \text{ のみの関数} \end{array} \right. \quad (5.18)$$

$$\int_a^b f(x) \Delta x = \sum_{x=a}^{b-1} f(x) \quad (5.19)$$

$$\int \{ \varphi(x) + \psi(x) \} \Delta x = \int \varphi(x) \cdot \Delta x + \int \psi(x) \cdot \Delta x \quad (5.20)$$

$$\int C \cdot \varphi(x) \cdot \Delta x = C \cdot \int \varphi(x) \cdot \Delta x \quad (5.21)$$

$$\int \varphi(x) \cdot \Delta \psi(x) \cdot \Delta x = \varphi(x) \cdot \psi(x) - \int \psi(x+1) \cdot \Delta \varphi(x) \cdot \Delta x \quad (5.22)$$

$$\int 1 \cdot \Delta x = x \quad (5.23)$$

$$\int x \cdot \Delta x = \frac{x(x-1)}{2} \quad (5.24)$$

$$\int x^2 \cdot \Delta x = \frac{x \cdot (x-1) \cdot (2x-1)}{6} \quad (5.25)$$

$$\int x^3 \cdot \Delta x = \frac{x^2 \cdot (x-1)^2}{4} \quad (5.26)$$

$$\int a^x \cdot \Delta x = \frac{a^x}{a-1} \quad (5.27)$$

$$\int \sin \alpha x \cdot \Delta x = -\frac{\cos \alpha (x - \frac{1}{2})}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (5.28)$$

$$\int \cos \alpha x \cdot \Delta x = \frac{\sin \alpha (x - \frac{1}{2})}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (5.29)$$

$$\int a^x \varphi(x) \cdot \Delta x = \frac{1}{a-1} \{ a^x \varphi(x) - a \int a^x \Delta \varphi(x) \cdot \Delta x \} \quad (5.30)$$

$$a^x \int \frac{\varphi(x)}{a^{x+1}} \cdot \Delta x = \frac{1}{a-1} \{ \varphi(x) - a^x \int \frac{\Delta \varphi(x)}{a^{x+1}} \cdot \Delta x \} \quad (5.31)$$

$$\int \int f(x) \cdot (\Delta x)^2 = x \cdot \int f(x) \cdot \Delta x - \int (x+1) \cdot f(x) \cdot \Delta x \quad (5.32)$$

線型差分方程式の記号解法に関する公式

差分方程式の差分記号をそのまゝ演算子として代数的に解を求め、次の逆演算により正規の形になおす。

$$\Delta f(x) \Rightarrow f(x+1) - f(x) \quad (5.33)$$

$$\frac{1}{\Delta} f(x) \Rightarrow \int f(x) \cdot \Delta x \quad (5.34)$$

$$\frac{1}{(\Delta - \lambda)} f(x) \Rightarrow (1+\lambda)^x \int \frac{f(x)}{(1+\lambda)^{x+1}} \cdot \Delta x \quad (5.35)$$

附 9. 嚴密な基礎式による解析計算の例

齒車の要目 ; $d_o = 423.5 \text{ mm}$, $\beta_o = 30^\circ$, $\alpha_n = 20^\circ$

測定條件 ; $l = 90 \text{ mm}$, $n = 4$

測定値 ; 齒面 I $F_1(1) = 1$, $F_1(2) = 0$, $F_1(3) = 0$

齒面 II $F_2(1) = 0$, $F_2(2) = 0$, $F_2(3) = 0$

計算 に 用 い る 各 常 数	$\sqrt{A} = \frac{l}{d_o} \sin 2\beta_o = \frac{90}{423.5} \times 0.866 = 0.184$, $A = 0.0338$, $\frac{1}{\sqrt{A}} = 5.43$	
	$a \doteq \frac{l}{d_o} \cdot \frac{\sin 2\beta_o}{\tan 2\alpha_n} = \frac{\sqrt{A}}{\tan 2\alpha_n} = \frac{0.184}{\tan 40^\circ} = 0.219$	$\frac{a}{A} = 6.48$
	$b \doteq \frac{l}{d_o} \cdot \frac{\sin 2\beta_o}{\sin 2\alpha_n} = \frac{\sqrt{A}}{\sin 2\alpha_n} = \frac{0.184}{\sin 40^\circ} = 0.287$	$\frac{b}{A} = 8.49$
	$\cos \nu = \frac{1-A}{1+A} = \frac{1-0.184}{1+0.184} = 0.935$	$\nu = 20.83^\circ$
	$\phi \doteq 2 \cdot \alpha_n = 2 \times 20^\circ$	$\phi = 40^\circ$

$$\overline{f}_1(0) = 0$$

$$\overline{f}_1(1) = 0$$

$$\overline{f}_1(2) = -\left\{ \frac{1}{\sqrt{A}} \sin \nu + \frac{a}{A} (1 - \cos \nu) \right\} = -(5.43 \times 0.356 + 6.48 \times 0.065) = -2.35$$

$$\overline{f}_1(3) = -\left\{ \frac{1}{\sqrt{A}} \sin 2\nu + \frac{a}{A} (1 - \cos 2\nu) \right\} = -(5.43 \times 0.665 + 6.48 \times 0.253) = -5.25$$

$$\overline{f}_1(4) = -\left\{ \frac{1}{\sqrt{A}} \sin 3\nu + \frac{a}{A} (1 - \cos 3\nu) \right\} = -(5.43 \times 0.887 + 6.48 \times 0.538) = -8.30$$

$$\overline{f}_2(0) = 0$$

$$\overline{f}_2(1) = 0$$

$$\overline{f}_2(2) = \frac{b}{A} (1 - \cos \nu) = 8.49 \times 0.065 = 0.55$$

$$\overline{f}_2(3) = \frac{b}{A} (1 - \cos 2\nu) = 8.49 \times 0.253 = 2.15$$

$$\overline{f}_2(4) = \frac{b}{A} (1 - \cos 3\nu) = 8.49 \times 0.538 = 4.57$$

$$u = \frac{\bar{f}_1(4)\{\sin\phi + \sin(4\nu - \phi)\} + \bar{f}_2(4) \cdot \sin 4\nu}{2 \cdot \sin\phi(1 - \cos 4\nu)} = \frac{-8.30 \times 1.328 + 4.57 \times 0.993}{2 \times 0.639 \times 0.884} = -5.73$$

$$v = \frac{\bar{f}_1(4)\{\cos\phi - \cos(4\nu - \phi)\} + \bar{f}_2(4)(1 - \cos 4\nu)}{-2 \cdot \sin\phi(1 - \cos 4\nu)} = \frac{-8.30 \times 0.045 + 4.57 \times 0.884}{-2 \times 0.639 \times 0.884} = -3.25$$

$$f_1(t) = \bar{f}_1(t) - u(1 - \cos \nu t) - v \cdot \sin \nu t$$

$$f_1(0) = 0 - (-5.73) \times 0 - (-3.25) \times 0 = 0$$

$$f_1(1) = 0 - (-5.73) \times 0.065 - (-3.25) \times 0.356 = 1.53$$

$$f_1(2) = -2.35 - (-5.73) \times 0.253 - (-3.25) \times 0.665 = 1.26$$

$$f_1(3) = -5.25 - (-5.73) \times 0.538 - (-3.25) \times 0.887 = 0.72$$

$$f_1(4) = -8.30 - (-5.73) \times 0.884 - (-3.25) \times 0.993 = -0.01 \div 0$$

$$f_2(t) = \bar{f}_2(t) + u\{\cos\phi - \cos(\nu t - \phi)\} + v\{\sin\phi + \sin(\nu t - \phi)\}$$

$$f_2(0) = 0 + (-5.73) \times 0 + (-3.25) \times 0 = 0$$

$$f_2(1) = 0 + (-5.73) \times (-0.177) + (-3.25) \times 0.315 = -0.01$$

$$f_2(2) = 0.552 + (-5.73) \times (-0.230) + (-3.25) \times 0.673 = -0.32$$

$$f_2(3) = 2.15 + (-5.73) \times (-0.153) + (-3.25) \times 1.026 = -0.31$$

$$f_2(4) = 4.57 + (-5.73) \times 0.045 + (-3.25) \times 1.328 = 0$$

m	α_n		
	14.5°	15°	20°
DP. 6 4.2333	6.4379		
5	7.6038	7.5864	7.3803
DP. 5 5.080	7.7255		
6	9.1246	9.1036	8.8564
8	12.1661	12.1382	11.8086

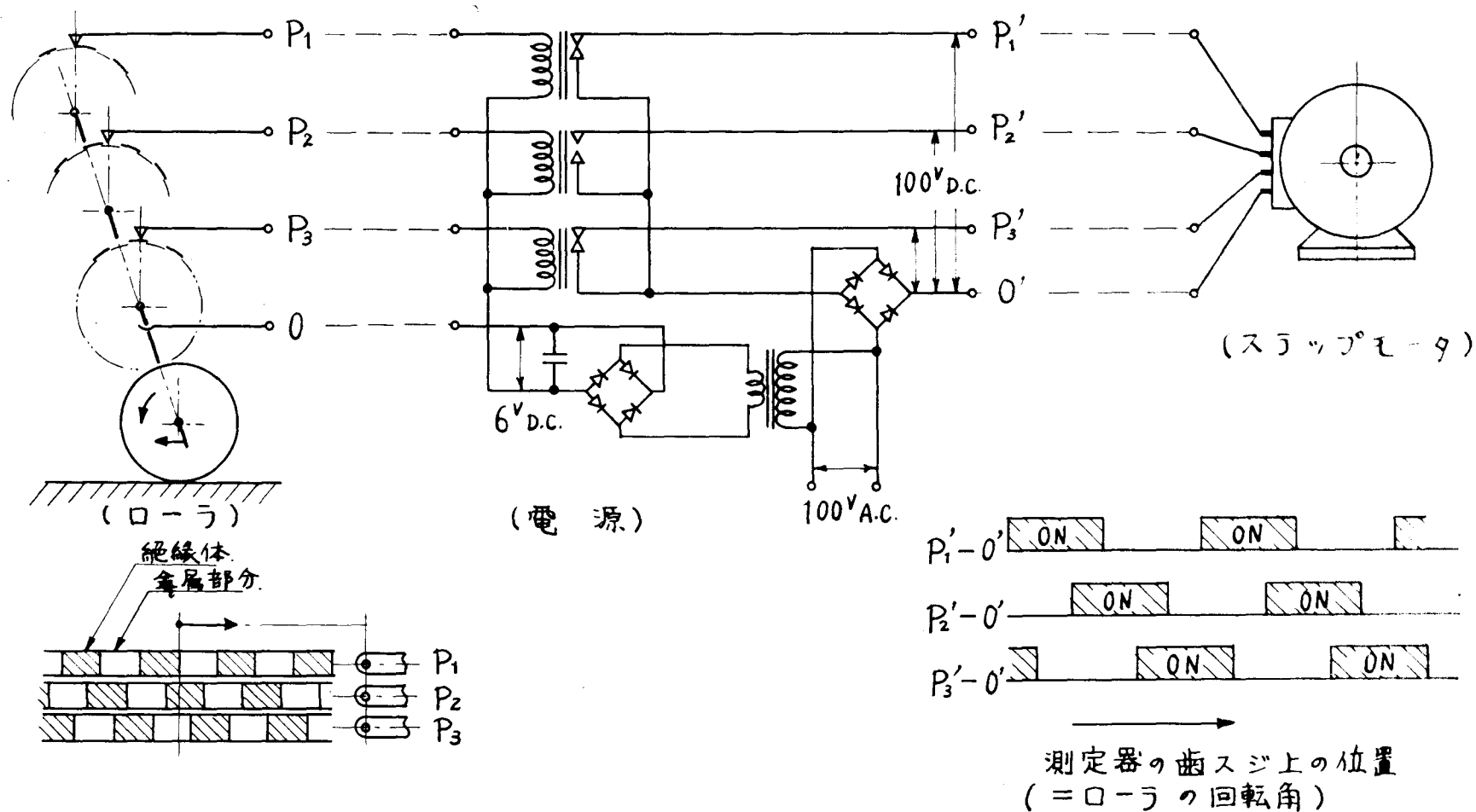
$$\left(d_{b0} = \frac{\pi m \cdot \cos \alpha_n}{2} \text{ の値} \right)$$

表4.2 ボールの標準直径

モジュール m	ボール径 $d_b(\text{mm}^{\phi})$	m	$d_b(\text{mm})$
3~4用	5.95	6~7	10.31
4~5	7.56	7~8	12.30
5~6	9.00		

表4.3 K-Ⅲ 型測定器に用いたボール径

附10. ボールの標準直径.



附 11. 3ボール式アンジュレーション測定器に用いた
記録紙送り連動装置

附 12. 基準直定規の検査

3 ボール測定法ではボール取付け高さ h の誤差が解析結果に非常に大きく影響をおよぼすため、0 点補正用ゲージに使用する基準直定規も、その使用する部分については 0.1μ 位の高精度のものが望ましい。普通の市販品では平面度、粗さ、 3μ 程度とされているため、その誤差を求めておかなければいけない。この場合、基準面 全面にわたって、高精度を要するわけではなく、各ボールのあたる点の直線とのずれが正確にわかればよい。

図 4.19 は 円筒面をもつマクラ 2 個 とマグネットスタンドおよび測微器 1 組 による基準直定規の誤差 基準面上の三点の直線からのずれ w (および w') の測定方法を示す。

図 (a) より、基準直定規の $P_1 P_2$ 点に対する P_3 点の高さの測定の読み w と反対面の $P'_1 P'_2$ 点に対する P'_3 点の高さの測定の読み w' は

$$\bar{w} = w + C_1, \quad \bar{w}' = w' + C_1; \quad (C_1: \text{未知常数})$$

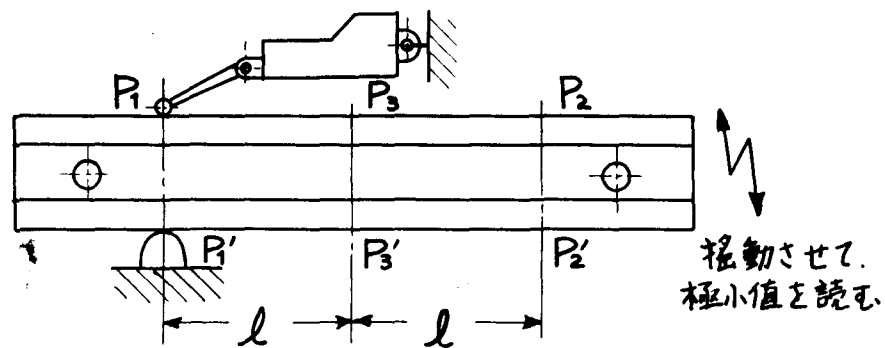
$$\text{これより,} \quad \bar{w} - \bar{w}' = w - w' \quad \text{---- (i)}$$

図 (b) の測定より、 $P_1 P'_1, P_2 P'_2, P_3 P'_3$ 間の幅の測定の読み、 $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$ は

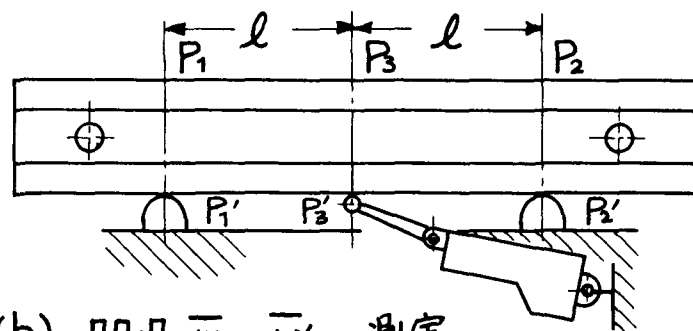
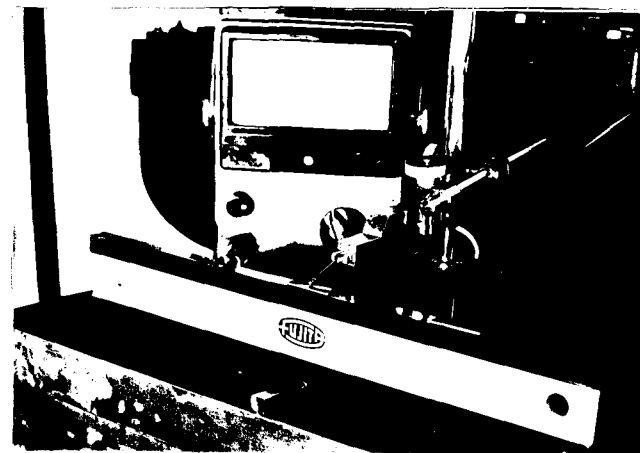
$$\bar{b}_1 = b_1 + C_2, \quad \bar{b}_2 = b_2 + C_2, \quad \bar{b}_3 = b_3 + C_2; \quad (C_2: \text{未知常数})$$

$$\text{これより,} \quad \bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 + \bar{b}_2}{2} = b_3 - \frac{b_1 + b_2}{2} \quad \text{---- (ii)}$$

となる。



(a) 幅 $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$ の測定



(b) 凹凸 $\bar{w}, \bar{w}'$ の測定

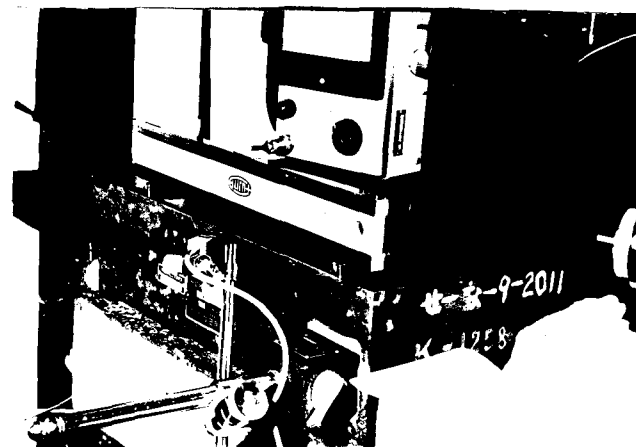


図.4.19.

また 図4.20 はこれらの各寸法の関係
を示し、 P_3, P'_3 間に次式の関係がある。

$$\bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 + \bar{b}_2}{2} = \omega + \omega' \quad \text{---- (iii)}$$

式 (ii), (iii) より

$$\bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 + \bar{b}_2}{2} = \omega + \omega' \quad \text{---- (iv)}$$

式 (i), (iv) より

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 - \bar{b}_2}{2} \right) + \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{2}$$

---- (4.4.1)

$$\omega' = \frac{1}{2} \left(\bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 - \bar{b}_2}{2} \right) - \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{2}$$

---- (4.4.2)

が求められる。 $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3, \bar{\omega}, \bar{\omega}'$ はすべて測定した値であり、
この測定により誤差 ω および ω' が求まる。

この測定のさい、ボールの当たる各位置にはブロックゲージを貼
りつけておき、直定規の基準面の細かい凹凸の影響をとるよう
にした。表4.4 は市販の H 型基準直定規の測定結果を示した。

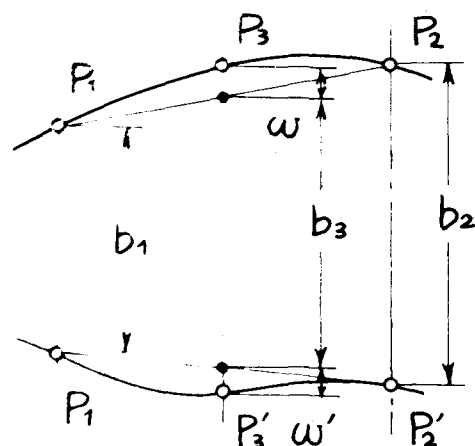
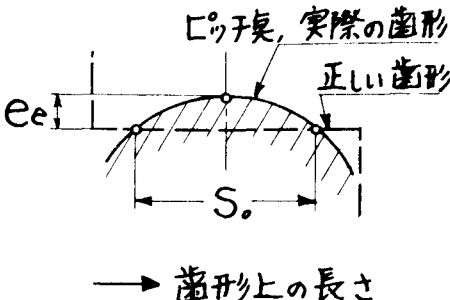
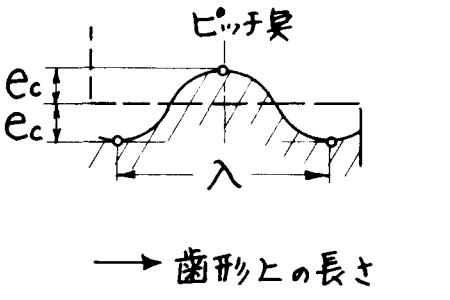
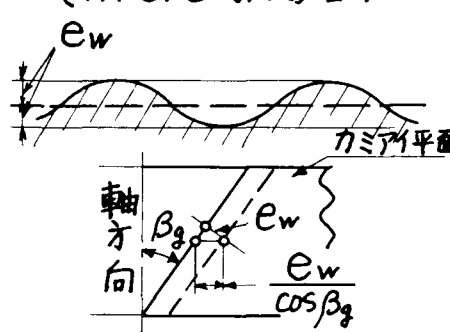


図4.20

$2 \cdot \ell$ (mm)	90×2	135×2
$\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$ (μ)	-1.8, -1.7, -3.5	-1.7, -1.0, -3.0
$\bar{\omega}, \bar{\omega}'$ (μ)	+1.1, +1.9	-0.2, +1.7
$\omega = \frac{1}{2} \left(\bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 + \bar{b}_2}{2} \right) + \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{2}$	-1.3	-1.8
$\omega' = \frac{1}{2} \left(\bar{b}_3 - \frac{\bar{b}_1 + \bar{b}_2}{2} \right) - \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{2}$	-0.5	+0.2

表4.4.

歯形誤差の形	歯形曲率半径減少係数 Δ
 → 歯形上の長さ	$\frac{4}{S_o^2} \cdot d_o \cdot \sin \alpha_s \cdot e_e$ e_e, S_o : 歯形測定記録曲線上で 歯形曲線上 S_o の範囲で放物線形に e_e だけ出っばっている正面歯形誤差
 → 歯形上の長さ	$\frac{2\pi^2}{\lambda^2} \cdot d_o \cdot \sin \alpha_s \cdot e_c$ e_c, λ : 歯形測定記録曲線上で 歯形曲線上 λ の波長で半振幅 e_c の $\cos$ 波形になっている正面歯形誤差
(W. C. U の場合) 	$\frac{2 \cdot Z_w^2}{d_o \cdot \sin \alpha_s} e_w$ Z_w : ホブ盤の親歯車の歯数 e_w : 歯面垂直方向 W.C.U の半振幅 (W.C.U が正弦波形状の場合)

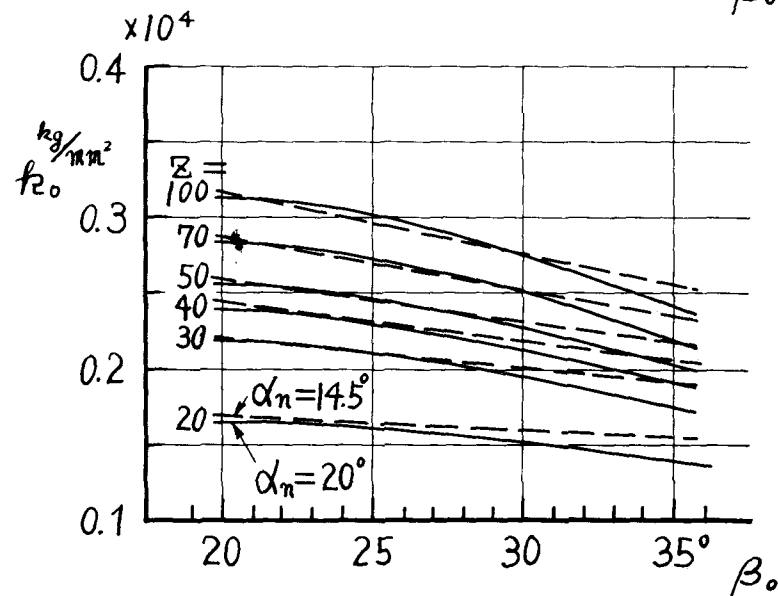
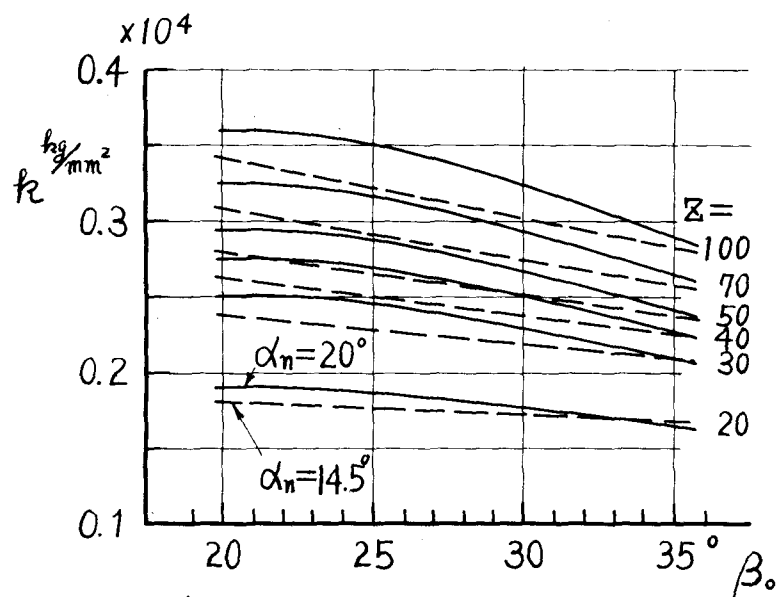
$$R_{\min} = R_o \cdot \frac{1}{1 + \Delta} \quad , \quad R_o = \frac{d_o}{2} \cdot \frac{\sin \alpha_s}{\cos \beta_g}$$

$$\tan \alpha_s = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_o} \quad , \quad \cos \beta_g = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_s}$$

$R_{\min}$: 誤差のある歯直角歯形のピッチ円の最小曲率半径

α : 歯直角圧力角, β_o : ピッチ円筒ネジレ角

附 13. 歯形誤差と Δ の値.



(i) 歯の平均カミアイ剛さ k_2 . (林国一博士により次の実験式であたえられている.)

$\alpha_n = 14.5^\circ$ のとき

$$k_2 = \{ 0.142 + 0.000356 \cdot (70 - \beta_0^\circ) \cdot (2.22 + \sqrt{Z - 20}) \} \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

$\alpha_n = 20^\circ$ のとき

$$k_2 = \{ 0.100 + 0.0000176 \cdot (782 + 35\beta_0^\circ - \beta_0^{\circ 2}) \cdot (4.76 + \sqrt{Z - 20}) \} \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

(この式の適用範囲; $20 \leq Z \leq 100$, $10^\circ < \beta_0 < 40^\circ$, 標準歯車,

頂ケキ: $0.5 \cdot m$)

$$Z: \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad (Z_1, Z_2: \text{大小歯車の歯数})$$

β_0 : ピッチ円筒ネジレ角, α_n : 歯直角圧力角

(ii) 歯の基準カミアイ剛さ k_0 .

$$k_0 = k_2 \cdot \cos^2 \alpha_s$$

$$\alpha_s: \text{正面圧力角} \quad \left(\tan \alpha_s = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_0} \right)$$

附14. 歯の平均カミアイ剛さ k_2 , 基準カミアイ剛さ k_0 .