

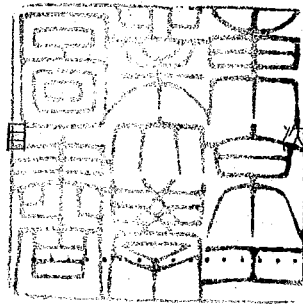
論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	アナログデジタル混合計算方式の研究
Title(English)	
著者(和文)	今井聖
Author(English)	
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第108号, 授与年月日:1964年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:粟屋 潔
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第108号, Conferred date:1964/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

アナログ デジタル 混合計算方式の研究

1963・12

今 井 聖



第 1 章	緒	論	1
1-1	研究の目的		1
1-2	研究の概要		2
第 2 章	アナログデジタル混合計算の方法		5
2-1	緒	言	5
2-2	アナログデジタル混合計算の基本回路		7
2-2-1	極性弁別回路		
2-2-2	アナログスイッチ		
2-3	D A 変換回路		15
2-4	各種アナログデジタル混合計算回路		19
2-4-1	除算回路		
2-4-2	乗算回路		
2-4-3	関数発生回路		
2-4-4	方程式の求解回路		
2-4-5	コンポリュータ		
2-4-6	その他のアナログデジタル混合計算回路		24
2-5	結	言	26
第 3 章	高速高精度 A D 変換器		27
3-1	緒	言	27
3-2	A D 変換の物理的意味		27
3-3	各種 A D 変換方式		28
3-4	逐次比較形 A D 変換器		29
3-4-1	試作 A D 変換器の特色および性能		
3-4-2	試作 A D 変換器の構成および動作		
3-4-3	D A 変換回路に用いるスイッチ		
3-4-4	入 力 回 路		
3-4-5	A D 変換の速度を制限している要素		
3-4-6	基準電圧源		

3-4-7	同期接地による回路の安定化	
3-4-8	今後の見通しと問題点	
3-5	多レベル比較帰還形 A/D 変換器	39
3-6	結 言	41
才 4 章	アナログデジタル混合計算形相関器	42
4-1	緒 言	42
4-2	アナログデジタル混合計算形相関器 (形式 I)	43
4-2-1	原 理	
4-2-2	本相関器の構成	
4-2-3	本相関器の性能	
4-2-4	信号 $X(t)$, $Y(t)$, $Y(t)$, 雑音 $V(t)$ と RC 低域ろ波回路の時定数 T	
4-2-5	実験結果および考察	
4-3	アナログデジタル混合計算形相関器 (形式 II)	57
4-3-1	原理および回路	
4-3-2	実験結果	
4-4	結 言	58
才 4 章の附録		59
才 5 章	アナログデジタル混合計算における誤差	63
5-1	緒 言	63
5-2	標本化と量子化とに基づく誤差	63
5-2-1	A/D 変換における誤差	
5-2-2	アナログデジタル混合乗算における誤差	
5-3	標本化信号から連続信号を得る場合の復調誤差	67
5-3-1	保持回路により復調を行う場合の誤差	
5-3-2	直線補間により復調を行う場合の誤差	
5-4	A/D 変換におけるスケーリング	68
5-5	結 言	69
才 5 章の附録		70
才 6 章	極性信号の統計的性質	72

6-1	緒言	72
6-2	才1種極性信号の統計的性質	73
6-2-1	才1種極性信号の定義および予備事項	
6-2-2	$\text{sgn } X(t)$ の平均値	
6-2-3	$X(t) \text{sgn } Y(t + \tau)$ の平均値	
6-2-4	$\text{sgn } X(t) \text{sgn } Y(t + \tau)$ の平均値	
6-3	才2種極性信号の統計的性質	76
6-3-1	才2種極性信号の定義および予備事項	
6-3-2	$\text{sgn } \{X(t) + U(t)\}$ の平均値	
6-3-3	$X(t) \text{sgn } \{Y(t + \tau) + V(t + \tau)\}$ の平均値	
6-3-4	$\text{sgn } \{X(t) + U(t)\} \text{sgn } \{Y(t + \tau) + V(t + \tau)\}$ の平均値	
6-3-5	才2種極性信号に関するその他のモーメント	
6-4	才3種極性信号の統計的性質	82
6-4-1	才3種極性信号の定義	
6-4-2	才3種極性信号に関する各種モーメント	
6-5	極性信号を扱う回路	82
6-5-1	極性信号を得る回路	
6-5-2	極性信号の遅延を行う回路	
6-5-3	アナログ信号と極性信号の乗算を行う回路	
6-5-4	極性信号と極性信号の乗算を行う回路	
6-6	結言	84
才6章	の附録	85
才7章	同期接地の効果	88
7-1	緒言	88
7-2	同期接地の原理と回路	88
7-3	増幅器に生じるドリフト	89
7-3-1	増幅器で問題になる雑音	
7-3-2	ドリフトの統計的性質	
7-4	同期接地の効果	96
7-4-1	同期接地の原理上の効果	

7-4-2	実際回路における同期接地の効果	
7-5	同期接地回路の設計方法	105
7-6	同期接地回路の設計例	108
7-7	結 言	110
才 7 章	の 附 録	111
才 8 章	結 論	113
8-1	本研究の成果	113
8-2	結 論	114
謝 辞		115
文 献		116

第 1 章 緒 論

1-1 研究の目的

最近では、計測、制御、通信等の各方向においてかなり複雑な計算をしようとするような計算機が必要になつてきている。

このような方面において必要な計算機は汎用計算機と違つて、普通、入力のアナログ信号で与えられ、実時間で特殊な目的のための計算を行うものである。

電子回路による計算は、アナログ方式、デジタル計算方式およびアナログ計算とデジタル計算の両者を用いた方式の三種類の方式によつて行うことができるが、上に述べたような単能計算に対しては、アナログ計算とデジタル計算の両者を用いた方式が、相当に複雑な計算を行う場合でも、回路が簡単になること、速度を大きくすることができること等の点で優れている。

アナログ計算方式およびデジタル計算方式の二つの方式を比較し論じることが以前から行われていたが、アナログ計算とデジタル計算の両者を用い、それぞれの長所をとりいれた計算方式については論じられたことが殆んどなく、ごく最近になつてやつと注目されるようになってきた⁽¹⁾。

このような計算方式が、今まであまり注目されなかつた理由には、計測、制御等において、以前にはあまり複雑な計算の必要性がなかつたということも考えられるが、その基本的な回路が開発されていなかつたこと、ある目的のための計算機をそのような回路で構成する方法が明らかにされていなかつたことなどがあると思われる。

アナログ計算とデジタル計算の両者を用いた計算方式には次のような二つの形がある。

- (1) A/D変換器とD/A変換器によりアナログ計算機とデジタル計算機とを結合したアナログデジタル複合計算機。
- (2) 極性弁別回路、アナログスイッチを主体として構成されるアナログデジタル混合回路を含み アナログ技術、デジタル技術のそれ

ぞれ長所をとりいれたアナログデジタル混合計算方式。

このうち，(1) の方式では，現在高度に発達したアナログ計算機およびデジタル計算機とを結びつけるための高速，高精度の A/D 変換器，D/A 変換器の開発が問題になり，(2) の方式では，アナログデジタル混合計算の可能性，ある目的のための計算機を構成する方法，計算の誤差等を調べ，基本回路，応用回路を開発することなどが問題になる。

本研究はこれらの問題点を理論および実験，さらに装置の試作等により明らかにし，解決して実用になるような，高速高精度，高安定度のアナログデジタル複合計算機，混合計算機を実現するための基礎を与えようとする目的で行われたものである。

1-2 研究の概要

本研究はアナログデジタル複合計算，混合計算を行う場合の問題点を理論および実験，装置の試作等により明らかにし，解決するために行われた基礎研究であり，本論文の内容は 8 章に分けて述べてある。

アナログデジタル複合計算方式に対しては高速高精度の A/D 変換器，D/A 変換器について論じるにとどめ，主にアナログデジタル混合計算方式について論じる。

オ 2 章では，アナログデジタル混合計算の方法を説明し，基本回路として極性弁別回路，アナログスイッチについて述べ，基本回路により構成されるアナログデジタル混合計算回路の具体例を幾つか示す。

この章で述べる回路はすべて高速高精度の計算を行うためのものであり，種々の新しい考えがとりいれられている。

例えば，極性弁別回路の高精度，高安定化に対しては簡単で効果的な同期接地の方法を用い，高精度のアナログスイッチとして相補トランジスタスイッチを考案した。

D/A 変換回路として，乗算の可能な高速高精度のものを開発することに力を入れた。

次に電子的なサーボ演算器というべきアナログデジタル混合計算方式による乗除算回路，開数発生回路等を提案している。

オ3章では，アナログデジタル複合計算方式，混合計算方式において特に重要な役割を果たす高速高精度AD変換器について論じる。この章は二つの部分に分けられる。一つは広い温度範囲で安定に動作するような高速高精度の全トランシスタ式逐次比較形AD変換器の設計方法，試作結果等について述べたものであり，他の一つは高精度で，より高速度のAD変換を行うための多レベル比較帰還方式の提案と，基礎実験による見通しを述べたものである。

オ4章では，アナログデジタル混合計算方式による新しい形の相関器の設計理論，試作結果等について述べる。

この章で述べる相関器は二種類あり，どちらも測定周波数を，従来のものにくらべはるかに広げることができ，しかも回路は極めて簡単なものである。

この相関器は極性信号の統計的性質を利用した新しい計算方法にもとづくものであり，それをアナログデジタル混合計算方式により実現する方法についても論じる。

なお，極性信号の統計的性質はオ6章に詳しく述べてある。

オ5章では，アナログデジタル混合計算における原理上の誤差について統計的に解析する。

標本化と量子化とにもとづく誤差は，一般に切りはなして考えるべきものでなく，この章では両者を同時に考えて誤差の大きさについて考察する。

アナログデジタル混合計算の結果はPAM的な波形で与えられることも多いので，その複調における誤差についても論じる。

オ6章では，アナログデジタル混合計算に新しい応用の可能性を与える極性信号の統計的性質について述べる。

この章では，極性信号を三種類に分け，それぞれオ1種，オ2種，オ3種の極性信号というようにして論じている。

この章で述べるオ1種の極性信号の統計的性質は従来も幾分調べられていたものであるが，オ2種，オ3種のものについては注目されていなかった。

このうち，特に広い応用が考えられるのはオ２種のものであるが，これは，オ４章で述べる相関器に利用してよい結果を得ている。

この章ではこれらの極性信号の統計的性質を明らかにし，それを実際回路に应用する場合に生じる誤差等について検討する。

オ７章では，アナログデジタル混合計算回路等の安定化に対し簡単に有効な方法である同期接地について論じる。

この章では，まず，増幅器に生じるドリフトの統計的性質を実測により明らかにし，確率論の立場から同期接地の効果を調べ，それをもとにした同期接地回路の設計方法を述べている。

オ８章は，理論および実験，装置の試作等により行つた本研究の結論である。

オ 2 章 アナログデジタル混合計算の方法

2-1 緒 言

A/D変換器とD/A変換器によりアナログ計算機とデジタル計算機とを結合したアナログデジタル複合計算方式は汎用計算にも用いることができ、重要な方式であるが、計測、制御等における計算だけを行うものとしてはあまりに複雑である。しかもこの方式において主な問題点はA/D変換器、D/A変換器にしばられるので、本章では、計測、制御等における計算機に対し、とくに重要になると思われるアナログデジタル混合計算方式についてのみ論じよう。

特殊目的の単能計算機は、極性弁別回路とアナログスイッチとを主体にして構成されるアナログデジタル混合計算回路を用いて作られ、アナログ技術とデジタル技術のそれぞれの長所がとりいれられる。すなわち、アナログデジタル混合計算方式の内容を簡単に言い表せば次のようになる。

- (1) 信号同士の乗除算、比較、関数発生、方程式の求解、信号の一時記憶等はアナログデジタル混合計算回路により行う。
- (2) 加減算、時間軸上の微積分等の演算、とくに多数並列的な演算はアナログ回路により行う。
- (3) 信号の記憶および遅延、順序計算制御等の演算はデジタル回路により行う。

例えば、従来行われている純アナログ的、あるいは純デジタル的な相関関数の計算はアナログデジタル混合計算方式によれば、次のようになる。

まず、二つのアナログ信号のうちの一方の信号をA/D変換により符号化し、デジタル信号として必要な時間の遅延を行う。

この遅延されたデジタル信号と、別のアナログ信号との間でアナログデジタル混合乗算を行い、アナログ信号で与えられる積の信号を適当なフィルタに通し時間平均をとれば、二つのアナログ信号の間の相関関数が求まる。

このようにアナログデジタル混合計算において，アナログ信号からデジタル信号への変換は普通，A/D変換により行われる。

A/D変換は通常，信号を時間軸上で標本化し，電圧を量子化してその符号を得る操作をするわけであるから，アナログデジタル混合計算では標本化および量子化にもとづく誤差があることを注意しなければならない。普通，この誤差の大きさは通常の標本化理論，量子化理論に示されている関係により与えられることになるが，相関関数の計算等，統計的な計算をアナログデジタル混合計算方式で行う場合には，幾分違った形の関係で与えられる。

この誤差の問題は才5章，才6章に詳しく述べる。

A/D変換の量子化の粗さを大きくしていつた極限において，元信号の極性だけを示す極性信号が得られることになるが，極性信号には才6章に述べるような興味ある性質があり，この性質を利用できるような計算をアナログデジタル混合計算方式により行えば，デジタル信号は最も単純な二値信号になるので，回路は著しく簡単化される。

本章ではアナログデジタル混合計算の基本回路として，極性弁別回路とアナログスイッチについて述べ，アナログデジタル混合計算の方法を種々の具体例をあげて説明する。

本章で述べる回路はすべて高速高精度の計算を行うためのものであり，種々の新しい考えがとりいれられている。

例えば，極性弁別回路の高精度，高安定化に対しては同期接地の方法を用いており，従来のアナログスイッチに対しはるかに高性能の相補トランジスタスイッチを考案し，アナログデジタル混合乗算の可能な，基準入力として可変量を扱いうる各種の高速高精度D/A変換回路を開発し，アナログデジタル混合計算方式による電子的なサーボ演算器というべきものを提案している。

帰還形A/D変換器はアナログ混合計算回路の代表的なものであるが，これについては才3章に論じる。

2-2 アナログデジタル混合計算の基本回路

2-2-1 極性弁別回路

アナログ信号 X の極性に対応したデジタル信号 d を得るような回路であり，図 2.1 のような記号で示される。

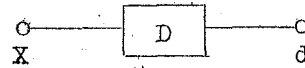


図 2.1 極性弁別回路

入出力の間には (2.1) 式の
よう関係がある。

$$d = \frac{1}{2} \{ 1 + \operatorname{sgn} X \} \quad \dots (2.1)$$

X_1 と X_2 との電圧の大きさを比較し，どちらが大きいかを示すデジタル信号 c を出すような回路は電圧比較回路と呼ばれているが，これは極性弁別回路で $X = X_1 - X_2$ とすれば $d = c$ が得られるので，特に電圧比較回路を分けて考える必要がない。

実際の極性弁別回路として用いることのできる最も簡単なものは，シュミット回路，エサキダイオード対回路等であるが，これらの回路が安定に動作しうるような状態ではヒステリシス電圧が大きく，分解能がよくない。

高感度のものにするには，そのような負特性回路の前段に安定な増幅回路をいれなければならない⁽²⁾。

例えば，才 3 章に述べる高速高精度 A/D 変換器に用いているものは，同期接地により安定化したカスケード接続形の高利得増幅回路を使用することにより，分解能 2 mV 程度，ドリフト 1 mV 以下，応答時間 $0.7 \mu\text{s}$ 程度の高い性能をもっている。

このように高精度の極性弁別回路には初段回路として安定度の高い増幅回路が必要であるが，これに直結形の差動増幅器を用いると普通のトランジスタを用いたものでは， $0 \sim 45^\circ\text{C}$ の温度範囲のドリフトは入力換算値で 20 mV 程度あるが，あまり高い精度を要求しなければこれで十分である。図 2.2 に分解能 15 mV 程度の簡単な極性弁別回路の例を示す。

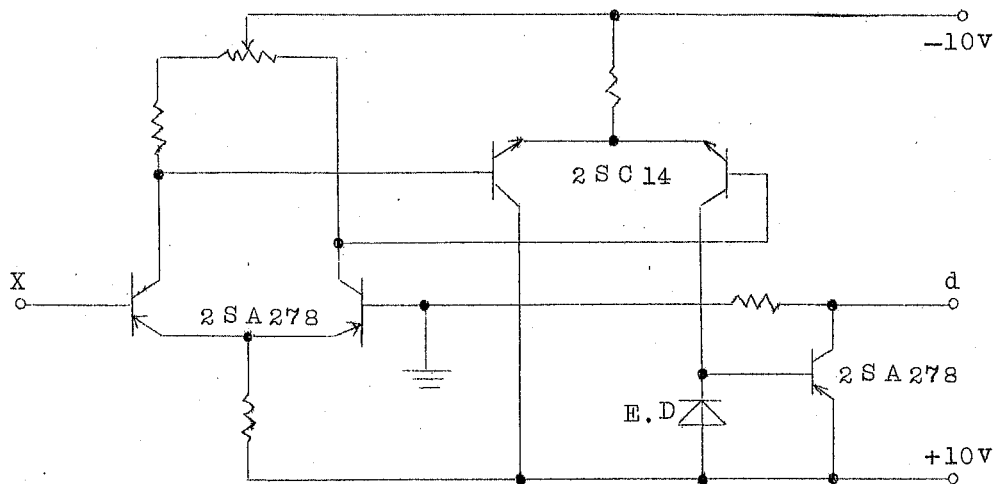


図 2. 2 簡単な極性弁別回路

2-2-2 アナログスイッチ

アナログ信号 X の断続をデジタル信号 f により行う回路であり、図 2. 3 のような記号で示される f を 1 と 0 との二値をとる論理変数、式は普通の代数式と同じ意味をもつものとし、入出力の間の関係を表わせれば次のようになる。

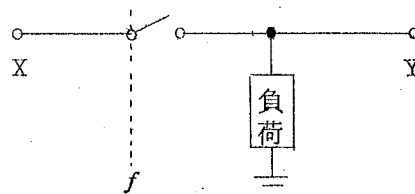


図 2. 3 アナログスイッチの記号

$$Y = fX$$

..... (2.2)

アナログスイッチには機械的接点をもつものと電子回路的なものがある。

機械的接点をもつものは導通抵抗が極めて小さく、遮断抵抗は殆んど無限大なので、アナログスイッチとして理想的な静特性を有するが動作速度が小さく、通常 1 ms 以上の切り換えを行わせることができない。

この形の代表的なものに電磁継電器があるが、短寿命でチャタリングがあるので、最近では接点部分を水銀浸潤式にしてチャタリングをなくし、しかも長寿命の水銀接点リレーが考えられている。

以上のように、機械接点をもつスイッチは、その静特性が理想的であ

るにもかかわらず動作速度が小さいために，ミリセカンド以上の高速度の電圧電流の断続はすべて電子回路により行われる。

次に代表的な高精度アナログスイッチの特徴と性能を述べる。

(1) 相補トランジスタスイッチ⁽³⁾

NPN，PNPの二つのトランジスタは図2.4のように，それぞれのトランジスタの特性を補償しあうように組み合わせられており，制御は両トランジスタのベース側で行い簡単である。

信号電圧として扱いうる大きさは制御電圧以下である。

こゝではNPNに2SC11，PNPに2SA50を用いたときの特性について述べる。

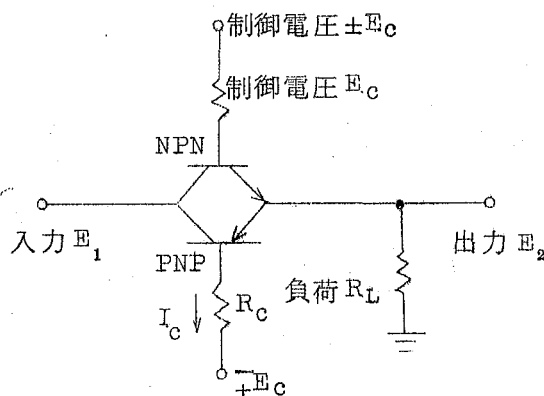


図2.4 相補トランジスタスイッチ

(a) 伝送誤差 $\Delta E = E_1 - E_2$ ， 伝送誤差率 $\epsilon = \Delta E / E_1$

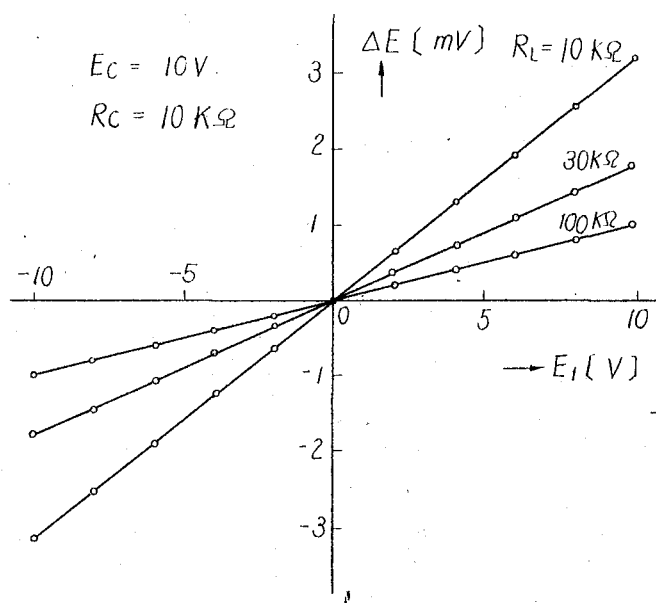


図2.5 伝送誤差特性

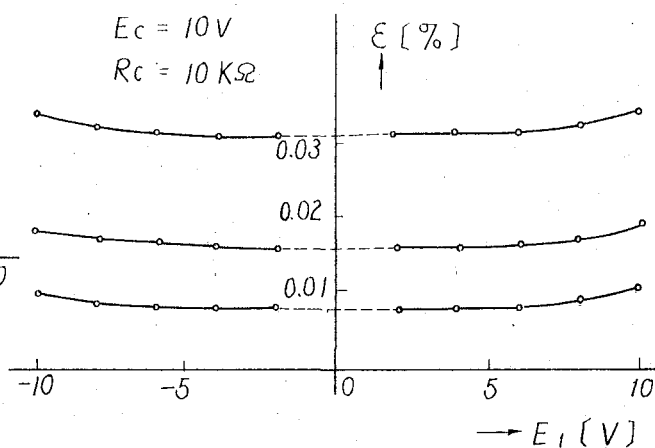


図2.6 伝送誤差率

従来の電子的なアナログスイッチにくらべ ΔE は非常に小さく，シリコンダイオードスイッチの $1/10$ 以下である。

$E_1=0$ のときの ΔE で示される残留電圧の大きさは $100\mu V$ 以下であり， 10Ω 程度のバランサをつけることにより除くことができる。

図2・6に示すごとく ε の曲りにより表わされる非直線性も極めて小さく 0.002% 程度である。

(b) 伝送誤差率 ε と負荷 R_L との関係および

伝送誤差率 ε と制御電流 I_c との関係

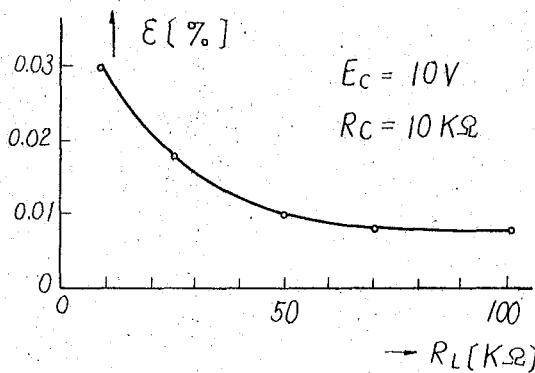


図 2-7 $\varepsilon - R_L$ 特性

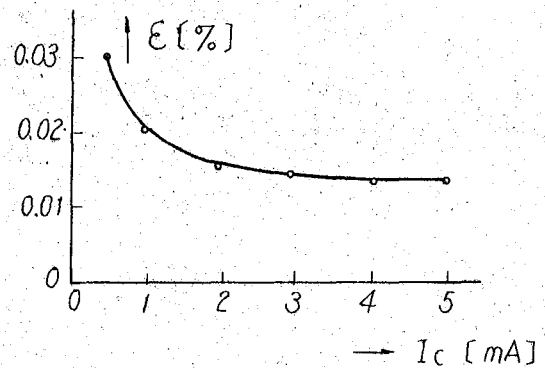


図 2-8 $\varepsilon - I_c$ 特性

(c) 導通抵抗 r

入力側を短絡したときの出力側からみたスイッチの抵抗である。

シリコンダイオードスイッチの $1/20$ 程度である。

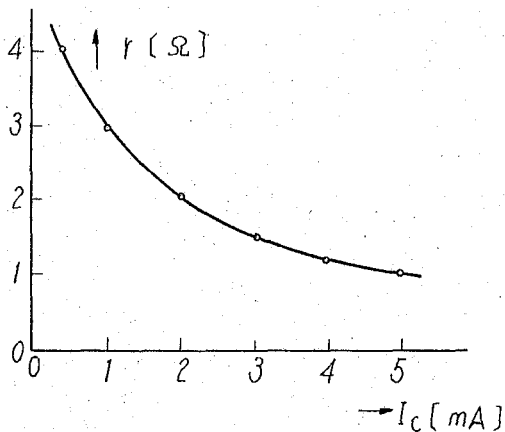


図 2.9 $r - I_c$ 特性

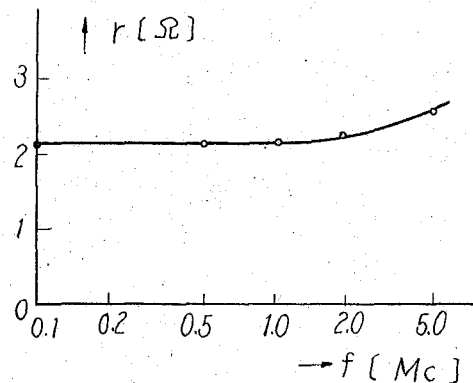


図 2.10 r の周波数特性

(d) 切換速度

遮断状態から導通状態への移行時間は $0.2 \mu\text{s}$ 程度，その逆の移行時間は $R_L=10\text{K}\Omega$ のときで約 $3 \mu\text{s}$ である。

(e) 温度ドリフト

温度変化に伴い ΔE に生ずる変動電圧で $1 \sim 7 \mu\text{V}/\text{deg}$ 程度である。

(f) 遮断時インピーダンス，遮断時漏洩電流

遮断時インピーダンスは数 $\text{M}\Omega$ 以上あり，漏洩電流は常温で普通， $2 \sim 3 \mu\text{A}$ 程度である。なおこの漏洩電流はNPN，PNP両トランシスタで温度補償がなされており，特性のそろったトランシスタを用いれば，広い温度範囲で数 μA 以下におさえることができる。

R_L が大きいとき，アナログスイッチの入力側からみたインピーダンスを大きくしたい場合があるが，このためには制御抵抗の影響を小さくする必要があり，図2・11あるいは図3・4のような回路にすればよい。

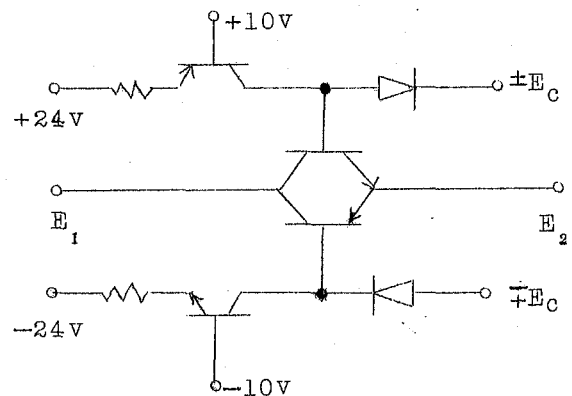


図 2・11 高入力インピーダンススイッチ

(2) 並列形相補トランシスタスイッチ

伝送精度はあまり高くとることができないが，このアナログスイッチは，入力側からみたインピーダンスが高く，出力側からみたインピーダンスが低いので，容量負荷がつく場合等に適している。

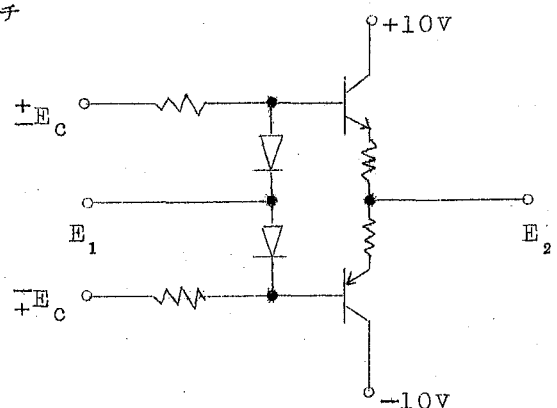


図 2・12 並列形スイッチ

(3) 4-ダイオードスイッチおよび6-ダイオードスイッチ

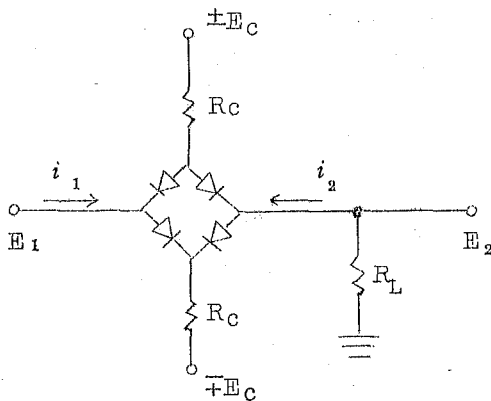


図 2.13 4-ダイオード
スイッチ

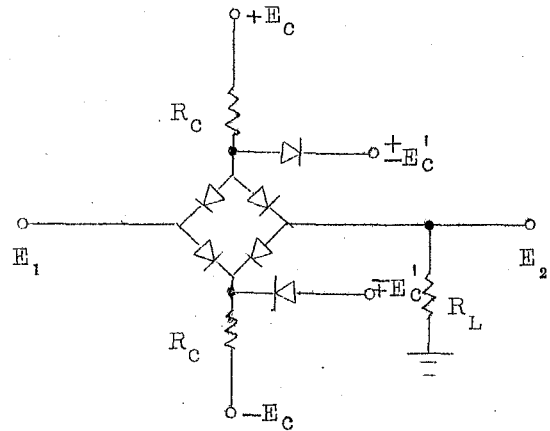


図 2.14 6-ダイオード
スイッチ

信号として扱いうる大きさは4-ダイオードスイッチでは, $R_L \cdot R_C / (R_L + R_C)$ 以下であり, 6-ダイオードスイッチでは R_C' 以下である。

使用ダイオードは種々考えられるが, ここでは半導体ダイオードについて述べる。半導体ダイオードの電圧電流特性は理論的に $i = i_s \{ \exp(qV/kT) - 1 \}$ で与えられるが, 通常の使用範囲では $i = K \cdot V^n$ でよりよく近似できる。この式で n の値はシリコンダイオードで $n = 2.1$, ゲルマニウムで $n = 2.6$ 程度である。

このような近似をしたとき, $E_1 = E_2 = 0$ で各ダイオードの電圧電流を i_0, V_0 とすれば, 正常動作範囲で近似的に次式が成り立つ⁽⁴⁾。

$$E_1 = \frac{1}{2} \left\{ R_C + \frac{V_0}{n i_0} \right\} i_1 + \frac{1}{2} R_C i_2 \quad \dots (2.3)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} R_C i_1 + \frac{1}{2} \left\{ R_C + \frac{V_0}{n i_0} \right\} i_2 \quad \dots (2.4)$$

$$\epsilon = \frac{\Delta E}{E_1} = \left(1 + \frac{R_C}{R_L} \right) \frac{V_0}{R_C n i_0} \quad \dots (2.5)$$

$$r = V_0 / n i_0 \quad \dots (2.6)$$

なお，非直線性の大きさ r は，負荷電流の大きさが i_0 より小さい範囲で，次式で与えられる。

$$r < (n-1) \left\{ \frac{1}{2n} - \frac{n-1}{8n^2} \right\} \epsilon \quad \dots\dots (2.7)$$

以上の各式で与えられる理論値と実測値とを示す。

(a) 伝送誤差率 ϵ

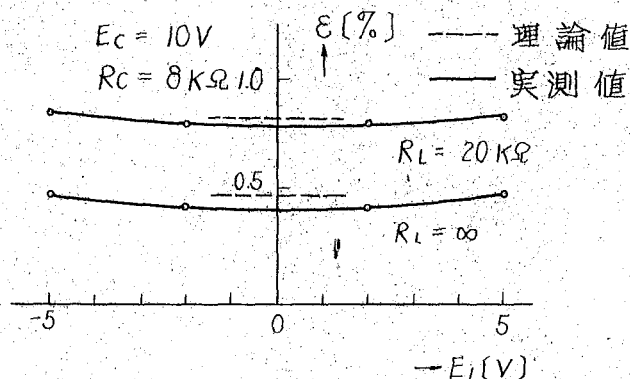


図 2.15 シリコンダイオードスイッチの伝送誤差率

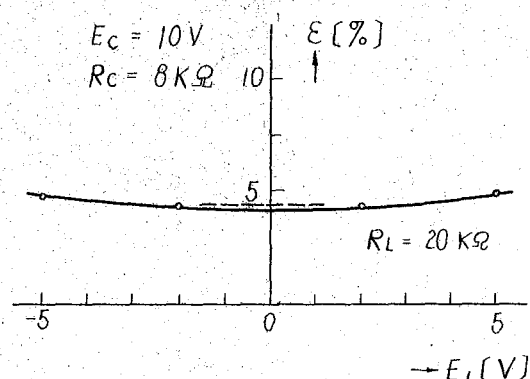


図 2.16 ゲルマニウムダイオードスイッチの伝送誤差率

(b) 導通抵抗 r

$E_c = 10V, R_c = 8K\Omega$ のとき，

	理論値(Ω)	実測値(Ω)
シリコンダイオードスイッチ	55	47
ゲルマニウム	270	255

(c) 切換速度

遮断状態から導通状態への移行時間はシリコンダイオードスイッチ，ゲルマニウムダイオードスイッチともに $0.2 \mu s$ 程度，導通状態から遮断状態への移行時間は $R_L = 20K\Omega$ のとき，シリコンダイオードスイッチで $3 \mu s$ ，ゲルマニウムダイオードスイッチで $1.5 \mu s$ 程度である。

(d) 温度ドリフト

シリコンダイオードスイッチでは $50 \mu V / \text{deg}$ ，ゲルマニウム

ダイオードスイッチでは $100\mu\text{V}/\text{deg}$ 程度である。

(e) 遮断時インピーダンス，遮断時漏洩電流

インピーダンスはシリコンダイオードスイッチは $100\text{M}\Omega$ 以上，
ゲルマニウムダイオードスイッチでは数 $\text{M}\Omega$ 以上である。

漏洩電流はそれぞれ，広い温度範囲で $200\text{m}\mu\text{A}$ 以下，数 μA 以下である。

R_L の値が大きいとき，アナログスイッチの入力側からみたインピーダンスを大きくしたければ，ダイオードスイッチに対しても相補トランジスタスイッチのところで述べた図 2.11 の方法をとることができる。

(4) トランスにより制御するアナログスイッチ⁽⁵⁾

トランスに用い，しかも制御の簡単なアナログスイッチの回路例を示す。なお電池の記号で示したところは図 2.17 のような簡単な DC-DC コンバータを用いている。

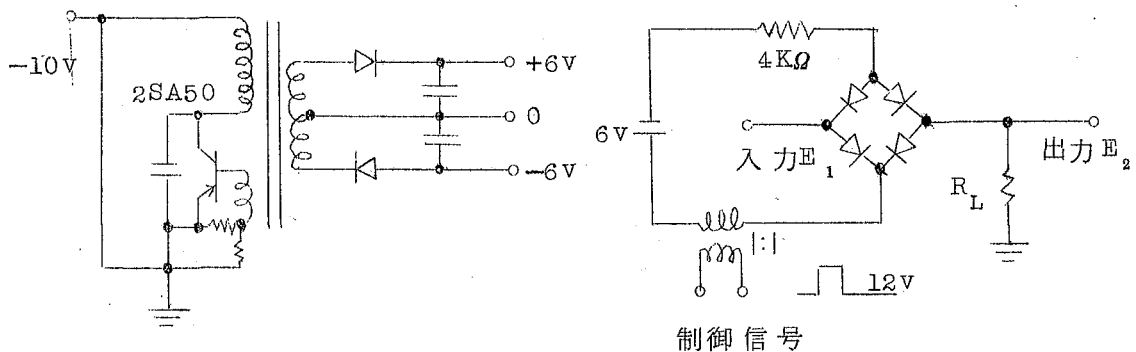


図 2.17 擬似電池

図 2.18 トランスにより制御する

ダイオードスイッチ

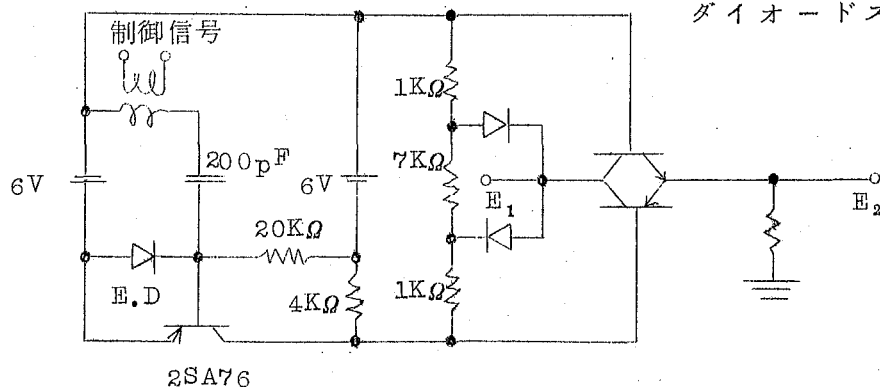


図 2.19 トランス制御相補トランジスタスイッチ

2-3 D A 変換回路

数値 x に比例した電圧 X を得る回路を普通，D A 変換回路と呼んでいる。この回路では数値 x と基準電圧 1 との乗算をしていることになる。

$$X = x \cdot 1 \quad \dots\dots(2.8)$$

x が $+1$ と -1 との間の数のとき，これを 2 進数で表わせれば，次式のようにになる。

$$x = (-1) + f_{n-1} \cdot 2^{-1} + \dots\dots + 2^{-n} f_0 \quad \dots\dots(2.9)$$

ここで， (-1) を極性反転回路， f_i をフリップフロップのような二安定回路の状態とすれば，

$$x = \{(-1), f_{n-1}, f_{n-2}, \dots\dots, f_0\} \quad \dots\dots(2.10)$$

は回路総合の状態を表わしていることになる。

(2.8) 式における x を (2.10) 式のように考えると，D A 変換とは，数値 x を示す回路の状態に対応した電圧を得る操作であると考えることができる。

このような操作を行う回路としては，種々のものが考えられており⁽⁶⁾，例えば次のようなものがある。

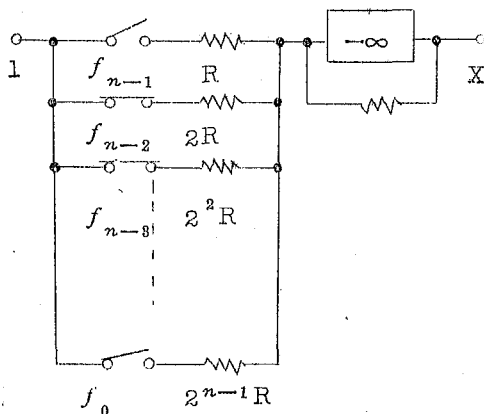


図 2.20 電流加算形 D A

変換回路

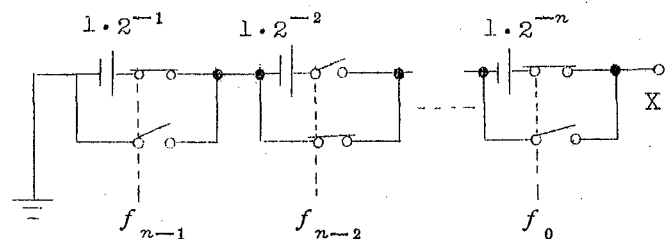


図 2.21 電圧加算形 D A

変換回路

実際回路としては，図 2・20 の回路のように，値の違う多数の重み抵抗を用いたり，図 2・21 のように値の違う多数の電池あるいは浮いた電源を用いることは好ましくない。

このような意味において，二種類の重み抵抗で構成される梯子形の D A 変換回路は優れたものである。これにも電圧源を用いたものと電流源を用いたものとがあるが，使用するスイッチの関係で前者が使いやすい。

電圧源を用いた梯子形 D A 変換回路で基準電圧 1 のところを可変量 Y とすると，数値 x に対し出力には

$$Z = xY \quad \dots\dots (2 \cdot 11)$$

が得られる。

このとき D A 変換回路はアナログデジタル混合乗算を行つていくことになる。この関係を図 2・22 のような記号で示す。

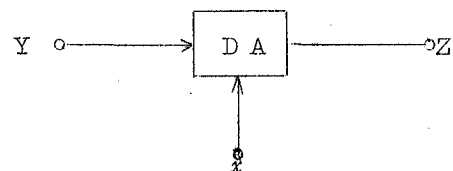


図 2・22 D A 変換回路の記号

普通の意味の D A 変換は Y を 1 でおきかえればよいことになるので，(2・11) 式の関係をも D A 変換と呼ぶことにする。

次にアナログデジタル混合乗算が可能で，数種類の重み抵抗で構成される D A 変換回路の例をあげる。

(1) 2 進数に対する D A 変換回路⁽⁷⁾

(2-10) 式で 2 進数を表わしたときの D A 変換回路を示す。

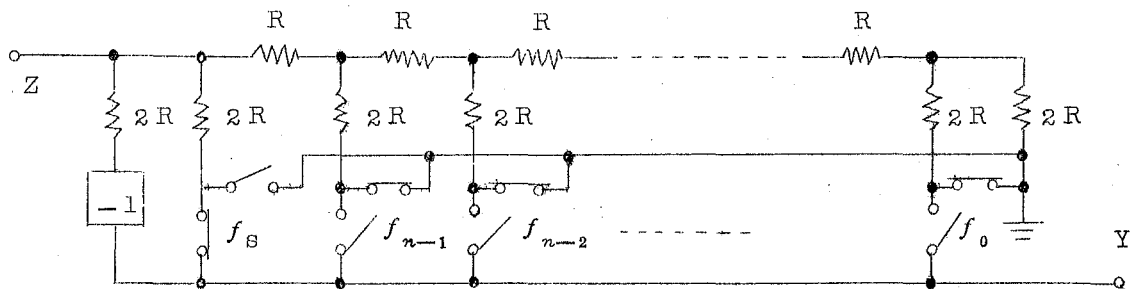


図 2・23 2 進数に対する D A 変換回路

(2) 8・4・2・1 符号に対する D A 変換回路

8・4・2・1 符号で正の数 x を表わすと次式のようにになる。

$$x = \{ (g_3^{n-1}, g_2^{n-1}, g_1^{n-1}, g_0^{n-1}), (g_3^{n-2}, g_2^{n-2}, g_1^{n-2}, g_0^{n-2}), \dots, (g_3^0, g_2^0, g_1^0, g_0^0) \} \quad \dots (2.12)$$

(2.12)式で数 x を表わしたときの D A 変換回路を示す。

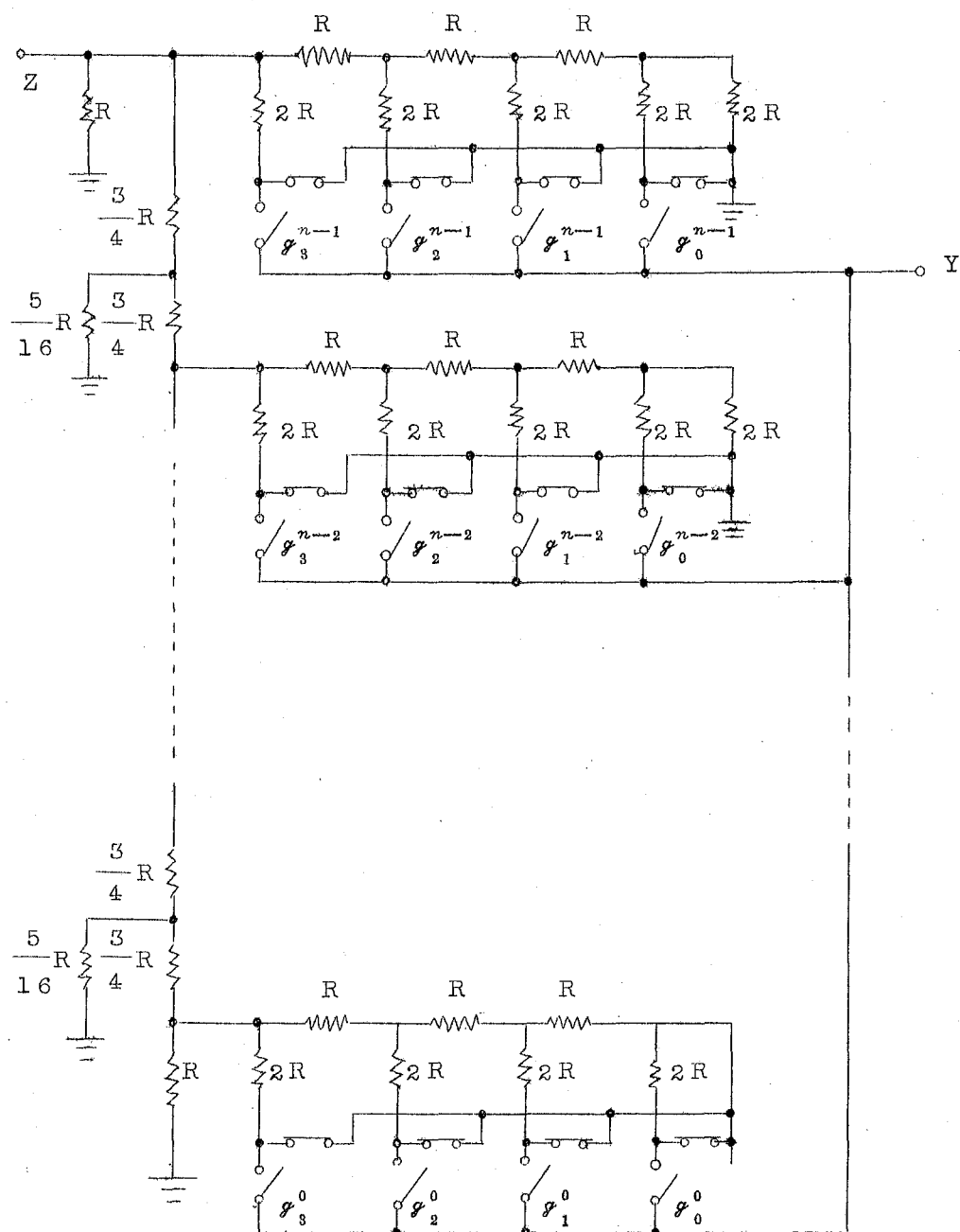


図 2.24 8・4・2・1符号に対する D A 変換回路

(3) 2・4・2・1 符号に対する D A 変換回路

2・4・2・1 符号で正の数 x を表わすと次式のようにになる。

$$x = \{ (h_3^{n-1}, h_2^{n-1}, h_1^{n-1}, h_0^{n-1}), (h_3^{n-2}, h_2^{n-2}, h_1^{n-2}, h_0^{n-1}) \\ \dots, (h_3^0, h_2^0, h_1^0, h_0^0) \} \dots (2.13)$$

(2.13) 式で数 x を表わしたときの D A 変換回路例を示す。

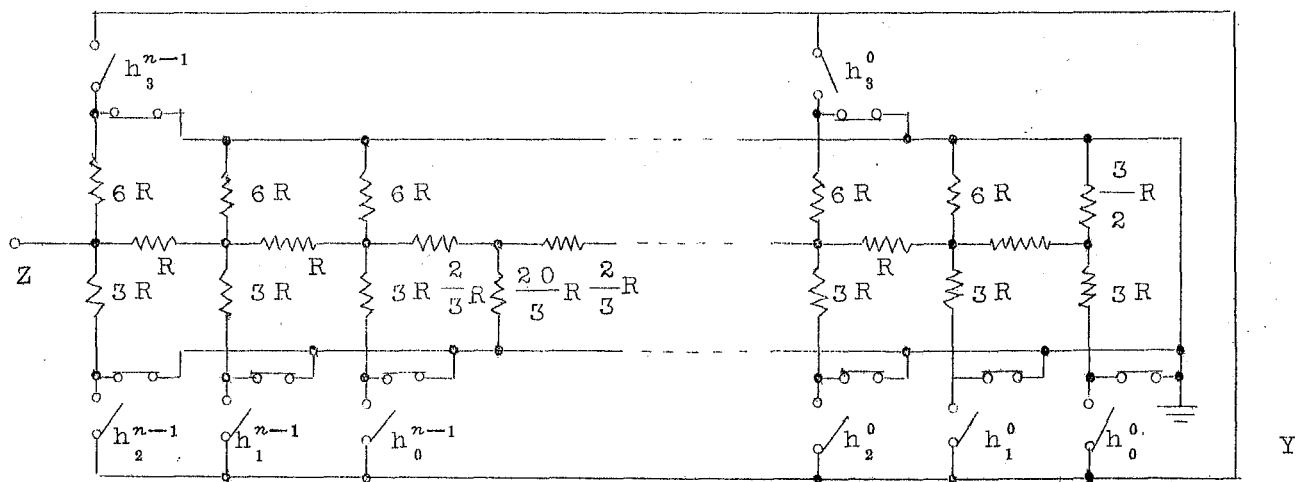


図 2.25 2・4・2・1 符号に対する D A 変換回路

D A 変換回路の精密重み抵抗としては，巻線抵抗，金属皮膜抵抗などを用いることができるが，精度や安定性の点で前者が優れており，周波数特性の点で後者が優れている。

図 2.23 に示した D A 変換回路はオ 3 章で述べる A D 変換器に用いている。

重み抵抗 R ， $2R$ として $15K\Omega$ ， $30K\Omega$ の巻線抵抗を用い，アナログスイッチとして相補トランシスタスイッチを用いたもので，精度は 0.05 % 以上，速度が $5 \mu s$ 程度である。

2-4 各種アナログデジタル混合計算回路

2-4-1 除算回路

アナログ信号 A を基準電圧 1 で割った値 a を求める操作が A/D 変換であるが、この操作は図 2.26 の回路で行うことができる。

ここで、基準 1 のかわりに可変電圧 C を扱えば、デジタル出力には A/C なる商が得られることになる。

除算出力をアナログ信号で得たい場合には、図 2.27 のような構成になる。実際の回路では、計算の精度を落さないためにスケールアップが重要な問題になる。これについては本章において後述する。

A/D 変換器については第 3 章に詳しく論じる。

2-4-2 乗算回路

D/A 変換回路を用いれば、デジタル信号で与えられる数値とアナログ信号との乗算ができるが、二つの信号 A 、 B がともにアナログ量で与えられるときには、一方の信号 A を A/D 変換器により符号化しデジタル信号としてアナログデジタル混合乗算を行う。

単に A と B との乗算を行うのに図 2.28 の回路を使用することは、 A/D 変換器がかなり複雑なために実用的でないが、被乗数が一つで、乗数が多数あるように場合の多連乗算には向いている。

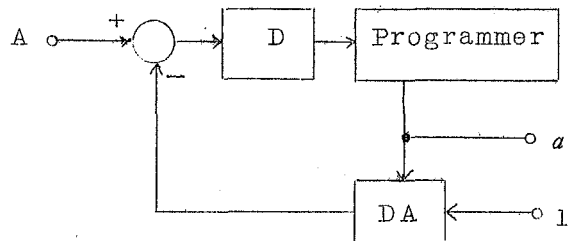


図 2.26 A/D 変換回路

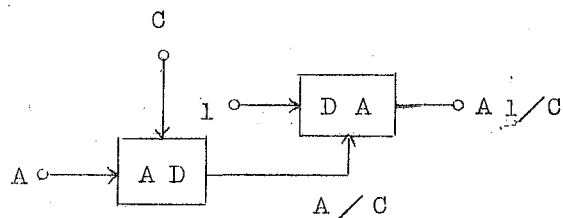


図 2.27 除算回路

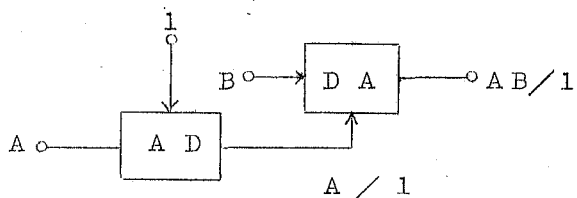


図 2.28 乗算回路

2-4-3 関数発生回路

アナログデジタル混合計算方式による関数発生回路は，D A 変換回路を主体に構成されるもの，コンデンサの放電波形を利用したものなど考えられるが，幾つか代表的な例をあげる。

(1) D A 変換回路を主体に構成されるもの

$$F(x) = \{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_m x^m\} 1 \quad \dots (2.14)$$

(2.14)式に示されるようなテイラー展開形級数で表わされる関数は次のような回路で発生できる。

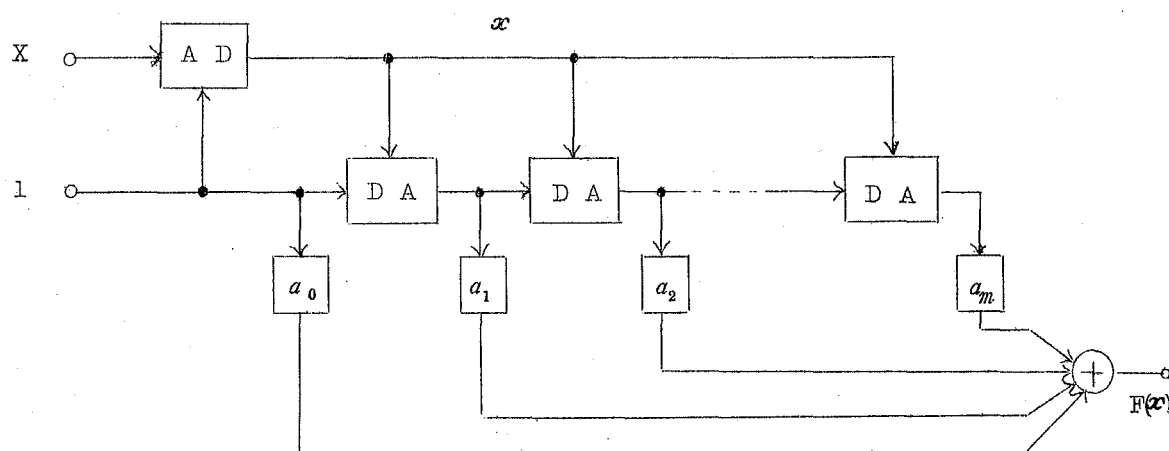


図 2.29 テイラー展開形級数関数の発生

次に，(2.15)式に示されるようなマクローリン展開形級数で表わされる関数の発生を考えよう。

$$F(x) = (x_n) + \{b_1(x-x_n) + b_2(x-x_n)^2 + \cdots + b_m(x-x_n)^m\} 1 \quad \dots (2.15)$$

独立変数 x の全領域を， $x_1, x_2, \dots, x_n$ の各点を中心にした小さな領域に分け，それぞれの小領域で発生した関数を重ね合わせるにより，全領域の関数を得ようとするものであり，図 2.30 の回路により実現できる。

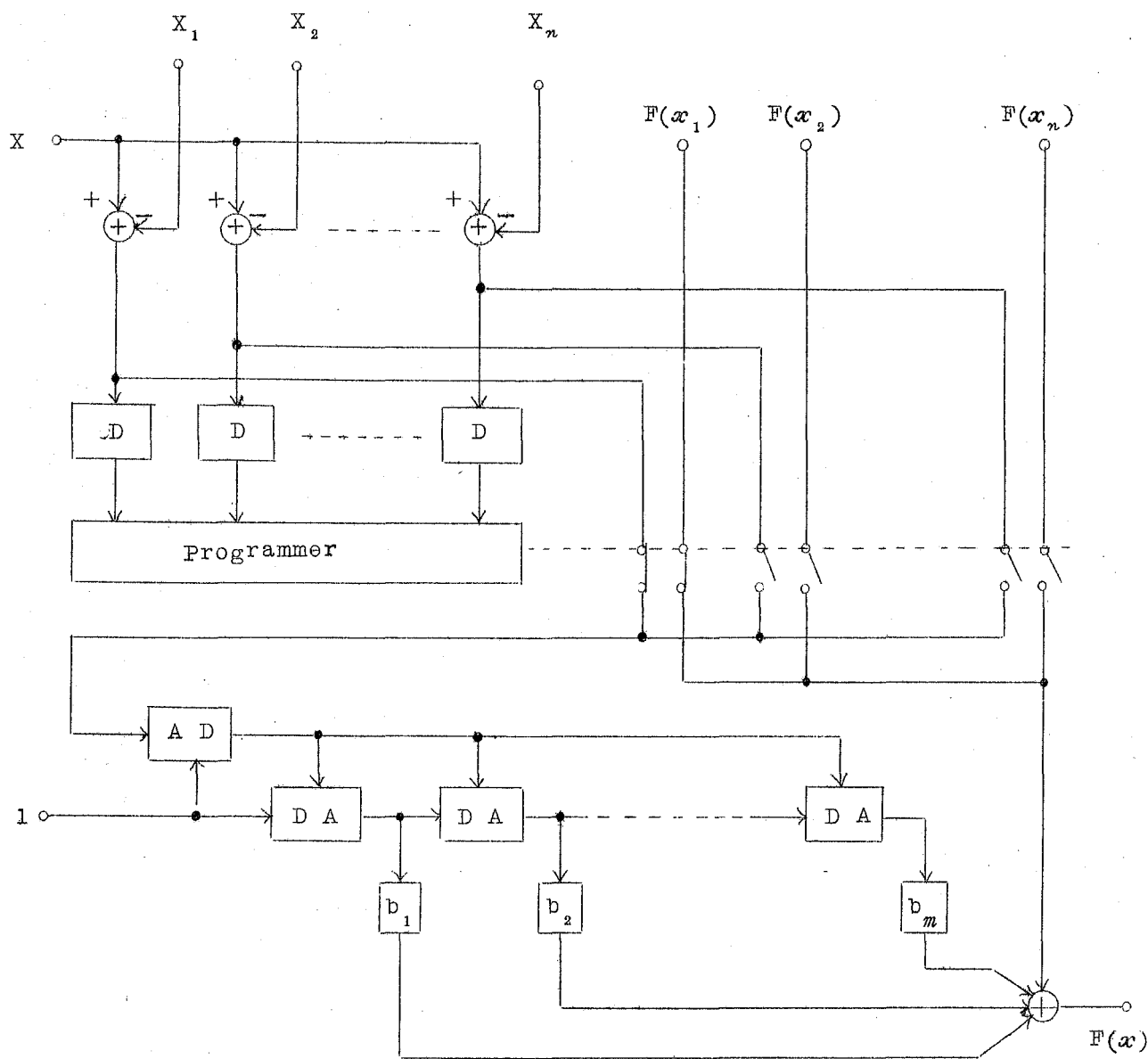


図 2.30. マクローリン展開形級数関数の発生

X をAD変換器により符号化し、その数値を上位桁の部分と下位桁部分との二つの部分に分け、上位桁の符号により下(x_1)を選び、下位桁の符号によりべき級数を発生させ、その和をとることにより、図2.30の回路の操作と同じような操作を行うことができる。

図2.28および図2.29に示したような回路は、従来サーボモータによりポテンシヨメータを動かし、種々の演算を行っていたものに幾分似ているが、動作速度、回路の寿命等の点で、はるかに優れたものである。

(2) コンデンサの放電波形を利用するもの ⁽⁸⁾

図 2・31 に示す回路でスイッチを切断して後の放電波形は $1 \exp(-t/\tau)$ で表わされる。図 2・33 と同じ形の回路で、時定数が異なり放電波形が $1 \exp(-nt/\tau)$ であれば、

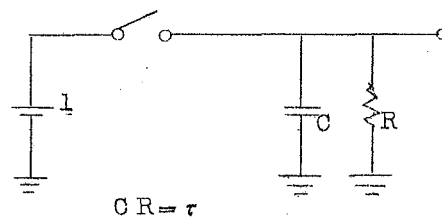


図 2・31 C R 放電回路

前者の回路で出力電圧が x に等しくなつたとき、後者の回路の出力電圧は $1 x^n$ になるので、この電圧を保持して続き出せば $1 x^n$ が得られる。

n は回路の時定数を適当に選ぶことにより、正の任意の値をとることができるので、 $1 x^{\frac{1}{2}}$, $1 x^{\frac{2}{3}}$, $1 x^2$ 等の関数が発生できる。またこれらの和を求めれば、べき級数形の関数が得られる。

2-4-4 方程式の求解回路

方程式の求解は、関数発生の逆算的な演算であり、その最も簡単なものが A D 変換であると考えられる。すなわち、A D 変換は次の方程式の解 x を求める操作である。

$$A - x \cdot 1 = 0 \quad \dots\dots (2.16)$$

前述のように、図 2・26 の回路により、次の解を得る。

$$x = \frac{A}{1} = a \quad \dots\dots (2.17)$$

図 2・26 の回路において、極性弁別回路の入力電圧が零になるように制御回路は動作することになるので、帰還回路として D A 変換回路のかわりに、関数発生回路を置けば、その関数の実根が得られる。

例えば、次の方程式を考えてみよう。

$$A - x B - x^2 C = 0 \quad \dots\dots (2.18)$$

この二次方程式の解は図 2・32 の回路で求めることができる。

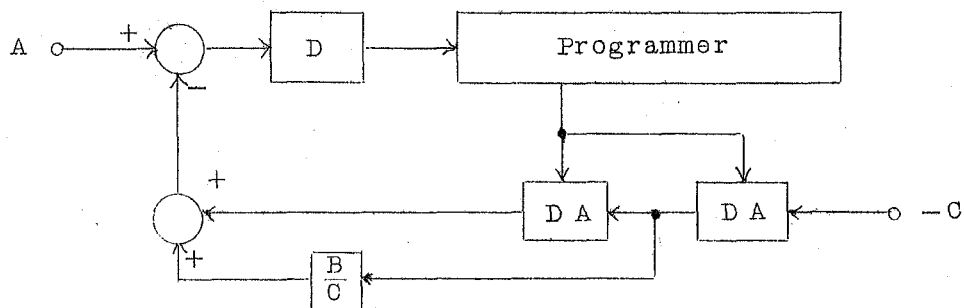


図 2・32 二次方程式の求解

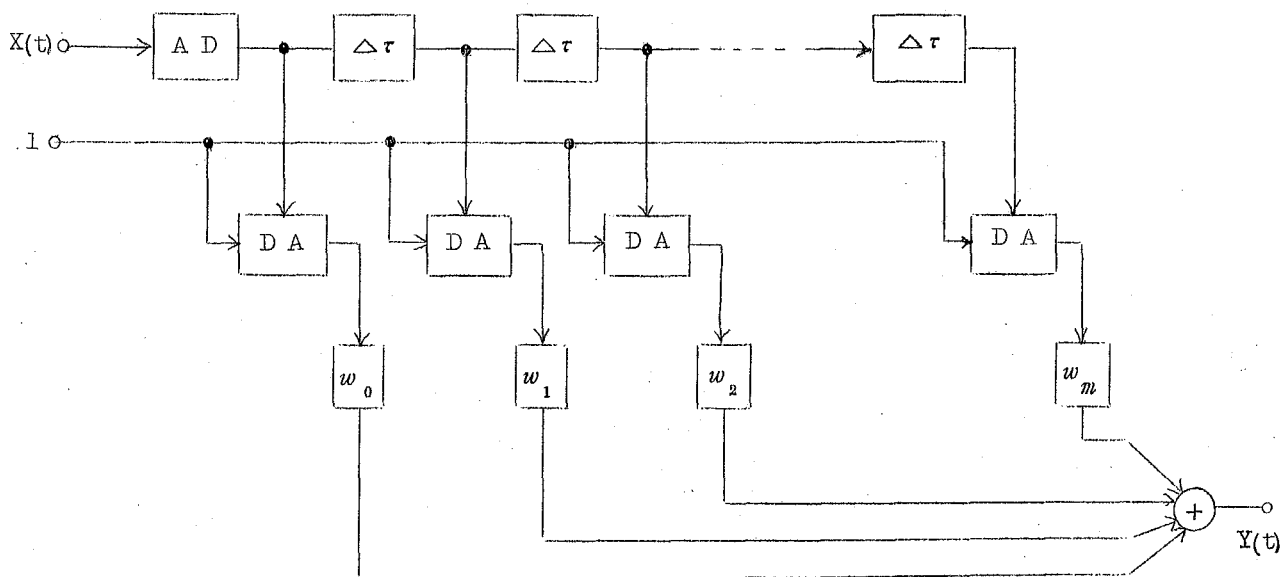
2-4-5 コンポリユータ

コンポリユータは別名 D L S と呼ばれ， のシミュレーションを行うときなどに重要である。

コンポリユータは次式のような計算を行うものである。

$$Y(t) = \sum_{k=0}^m w_k X(t - k \Delta \tau)$$

この計算は図 2・33 に示す回路で行うことができる。



$\Delta \tau$; 時間 $\Delta \tau$ の遅延回路

図 2・33 コンポリユータ

2-4-6 その他のアナログデジタル混合計算回路

アナログデジタル混合計算回路は極性弁別回路，アナログスイッチを主体として構成される回路であるから，その種類は極めて多くすべてを説明することは不可能であるが，本章で今までに述べてきたもの以外で重要な幾つかの回路について説明する。

(1) 保持回路

信号の一時記憶を行うためのもので，普通，コンデンサ電圧の保持特性を利用する。この回路の形式は開回路形と閉回路形とがある。

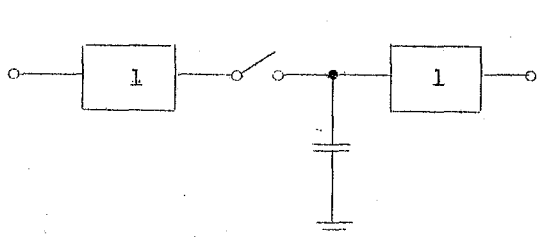


図 2.34 開回路形保持回路

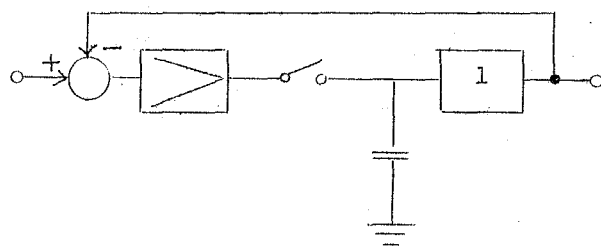


図 2.35 閉回路形保持回路

(2) 入力切替回路

アナログデジタル混合乗除算，関数発生などを一つの装置内で行うときには，A/D変換器をそれぞれに用いることをしないで，一つのA/D変換器を時分割で動作させることができる。

このとき入力信号を切替える回路が入力切替回路であり，例えば，次のような構成になる。

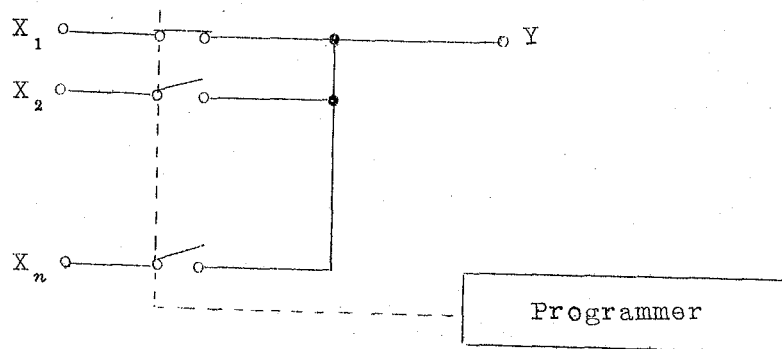


図 2.36 入力切替回路

(3) スケーリング回路

実際の A/D 変換には、量子化の誤差があり、この影響をできるだけ小さくするために入力に常にフルスケール附近になるようにスケーリングを行うことが望ましい。

例えば、二進形によるスケーリングを行う回路の一例を示すと図 2.37 のようになる。スケーリングを行うための判断は、一般に、あまり高精度の回路で行う必要がないので、極性弁別回路は簡単なものでよい。

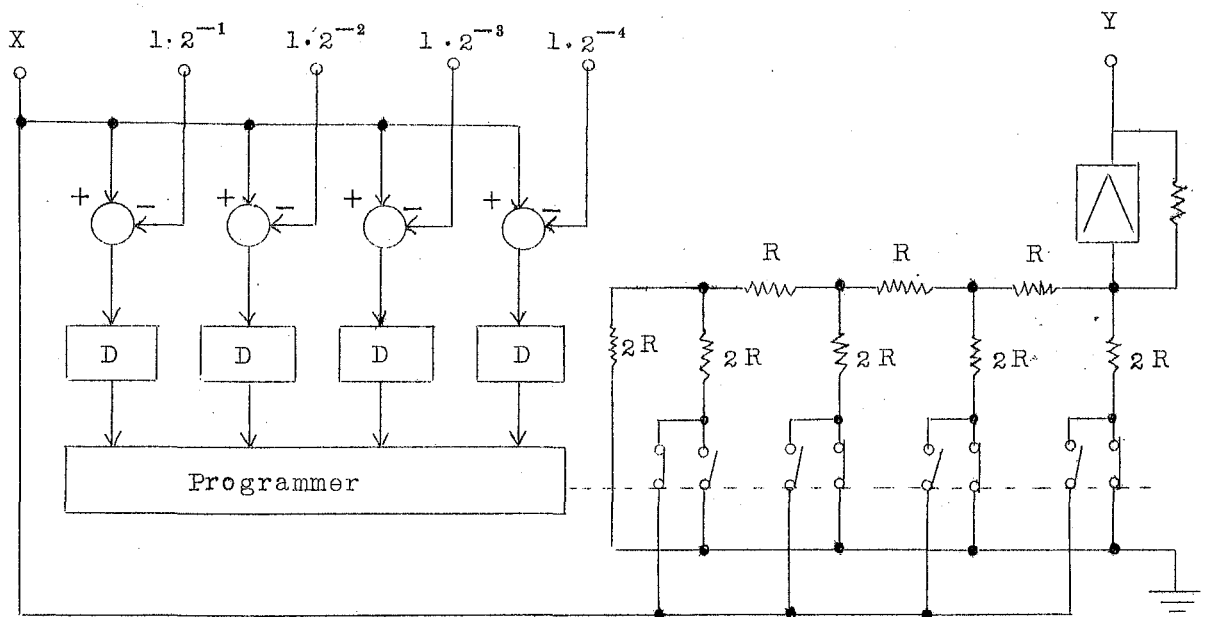


図 2.37 スケーリング回路

(4) 擬似理想トランス

信号の伝送において、直流分も通せるような理想トランスが必要になるときがあるが、このようなときには図 2.38 の回路を用いればよい。

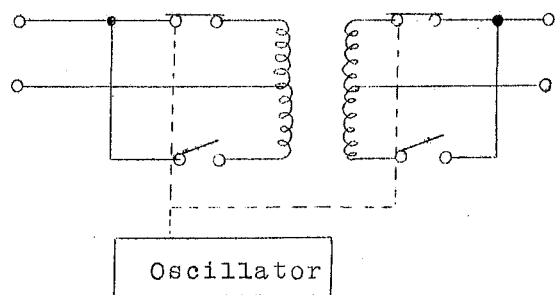


図 2.38 擬似理想トランス

2-5 結 言

アナログデジタル混合計算の方法を説明し，基本回路として極性弁別回路，アナログスイッチについて述べ，基本回路により構成される D A 変換回路，それを応用した乗除算回路，関数発生回路等の代表的なアナログデジタル混合計算回路の例を示した。

本章で述べた回路はすべて高速高精度の計算を行うためのものであり，種々の新しい考えがとりいれられている。

例えば，極性弁別回路の高性度，高安定化に対し簡単で効果的な同期接地の方法を用いており，高精度のアナログスイッチとして相補トランシスタスイッチを考案し，基本回路を従来のものに比べかなり性能を高めることができた。

D A 変換回路として，アナログスイッチに相補トランシスタスイッチを用いた，乗算の可能な高速高精度のものを開発した。

次に，アナログデジタル混合計算方式による電子的なサーボ演算器というべき乗除算回路，関数発生回路等について述べた。

オ 3 章 高速高精度 A D 変換器

3-1 緒 言

計測，制御等における複雑な計算に，高度に発達したデジタル計算機を利用しうる場合は多いが，それにはまずアナログ量で与えられる信号を高速高精度で符号化する必要がある。

本章では，A D 変換一般について考察し，計測，制御等における信号の符号化に対し現在，最も優れた A D 変換方式と考えられている逐次比較方式による高速高精度 A D 変換器の試作結果，および超高速の符号化が可能な多レベル比較帰還方式について述べる。

3-2 A D 変換の物理的意味

物理量 A が，その物理量の基準値 1 の何倍になつているか，その倍数 a を求める操作，

$$\frac{A}{1} \longrightarrow a \quad \dots\dots (3.1)$$

が A D 変換であると考えることができる。

(3.1) 式において基準値 1 のかわりに可変の大きさの量 C をとれば，この操作はアナログ量 A ， C の除算となり商がデジタル的に与えられることになる。それゆえ A D 変換はアナログデジタル混合除算の特殊な場合と考えることができる。

また，D A 変換は数値 a に基準値 1 を乗じ，アナログ量 A を求める操作であり，アナログデジタル混合乗算の特殊な場合と考えることができる。

$$a \cdot 1 \rightarrow A \quad \dots\dots (3.2)$$

多くの物理量は電圧に変換しうるので，種々の物理量を電圧で代表させて考えても一般性を失わない。

普通，電子回路では および 1 は電圧であり，数値 a は回路の状態である。数値 a を回路の状態に対応させるには，例えば二値的な状態をとるフリップフロップの組合せを考えればよい。

3-3 各種 A/D 変換方式

現在，普通に行われている A/D 変換の方法には次のようなものがあり，それぞれ用途により長短がある。

(1) 空間方式

(a) コード板による方式

機械的なものは速度を大きくとることができないが，極めて高精度の変換が可能である。板状ビームを用いたものは変換時間を $0.1\mu\text{s}$ 程度にすることも可能であり，現在，最も速い変換方式の一つである。

(b) 多周波方式

速度はかなり大きくすることができるが，精度を高くすることが難しい。

(2) 計数方式

(a) 直線掃引方式

電圧をその値に比例した時間幅に変換し，その時間内における基準時間間隔のパルス数を計数することにより変換する方式で，回路は簡単であるが，精度は 0.1% 程度が限度で，速度はあまり大きくすることができない。

(b) 電圧周波数変換方式

電圧により発振回路の周波数を変え，周波数を測定することにより A/D 変換を行うもので速度，精度ともにあまり望めないが，簡単な方法である。

(3) 帰還方式

(a) 連続比較方式

可逆計数回路で D/A 変換器を制御し，その出力を被変換電圧と比較しながら A/D 変換を行うもので，精度，速度ともに高くすることは困難であるが，どちらか一方だけの性能を要求する場合には優れた方式である。

(b) 逐次比較方式

上位桁から数値をきめる方式で，回路をあまり複雑にすることな

して，速度精度ともに高くすることができ，計測，制御等における信号の符号化には最も優れた方式であろう。

(c) パルス循環方式

回路はかなり簡単になるが，精度の高いホールド回路が必要であり，高精度のA/D変換は難しい。

3-4 逐次比較形A/D変換器

3-4-1 試作A/D変換器の特色および性能

高速の逐次比較形A/D変換器の精度は比較回路などの増幅回路に生ずるドリフトおよび帰還回路としてのD/A変換回路に用いるアナログスイッチの伝送誤差によつて大体きまるが，本A/D変換器では増幅回路を同期接地^(注1)により安定化しており，アナログスイッチとしては，高精度の相補トランシスタスイッチ^(注2)を用いているので，安定した高速高精度のA/D変換が可能である。

本A/D変換器は全回路がトランシス化されており，次のような性能をもち，試作の目標をほぼ完全に達成したものであり，計測，制御等において十分実用しうるものである。

- (1) 入力； -5 V から $+5\text{ V}$ の間の電圧。
- (2) 出力； 2 V の直列および並列パルスで2進11桁。
- (3) 精度；最大入力 5 V の $\pm 1\%$ 。
- (4) 速度；同期接地時間 $10\mu\text{s}$ ，A/D変換時間 $50\mu\text{s}$ ，乗算時間 $5\mu\text{s}$ で約 15 Ksample/s 。
- (5) 安定性； 0°C から 45°C の間の周囲温度範囲で $\pm 1\%$ の精度が保てる。AC 100 V 電源の電圧変動は $\pm 8\%$ まで許せる。
- (6) 入力インピーダンス； $140\text{ K}\Omega$ 。

なお，本A/D変換器はアナログデジタル混合乗除算が可能である。乗算の精度は最大入力に対し $\pm 1\%$ ，除算は $\pm 5\text{ V}$ 以上の入力に対し $\pm 1\%$ 以上である。

(注1) 同期接地の効果についてはオ7章に詳しく論じてある。

(注2) アナログスイッチについてはオ2章に論じてある。

3-4-2 試作 A D 変換器の構成および動作

本 A D 変換器の構成図を図 3・1 に示す。

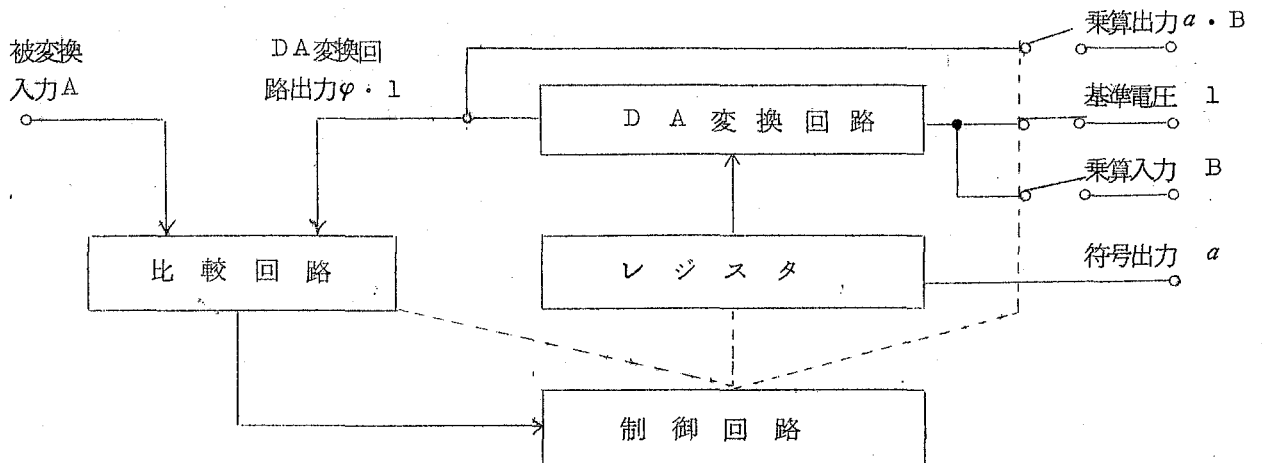


図 3・1 構 成 図

図 3・1 について動作を説明する。

- (1) 一サイクルの動作は，同期接地，A D 変換，乗算より成る。
- (2) 制御回路は比較回路の出力により，被変換入力 A と D A 変換回路の出力 $\varphi \cdot 1$ との差を小さくするように動作し，上位桁よりレジスタの状態をきめてゆき，最下位桁がきまつたときレジスタの内容 φ をそのままに保つ。このとき φ を量子化電圧とすれば，

$$|A - \varphi \cdot 1| < \varphi \quad \dots (3.3)$$

一般に $\varphi \ll A$ であるから次式が成り立つ。

$$\varphi \simeq \frac{A}{1} = a \quad \dots (3.4)$$

- (3) そこでこのレジスタの内容を読み出せば，入力 A に対する符号出力 a が得られる。
- (4) D A 変換回路の入力を基準電圧から，乗算入力 B に切りかえれば，D A 変換回路の出力に $a \cdot B$ が得られる。

構成図をより具体的に書いたブロック図を図 3・2 に示す。

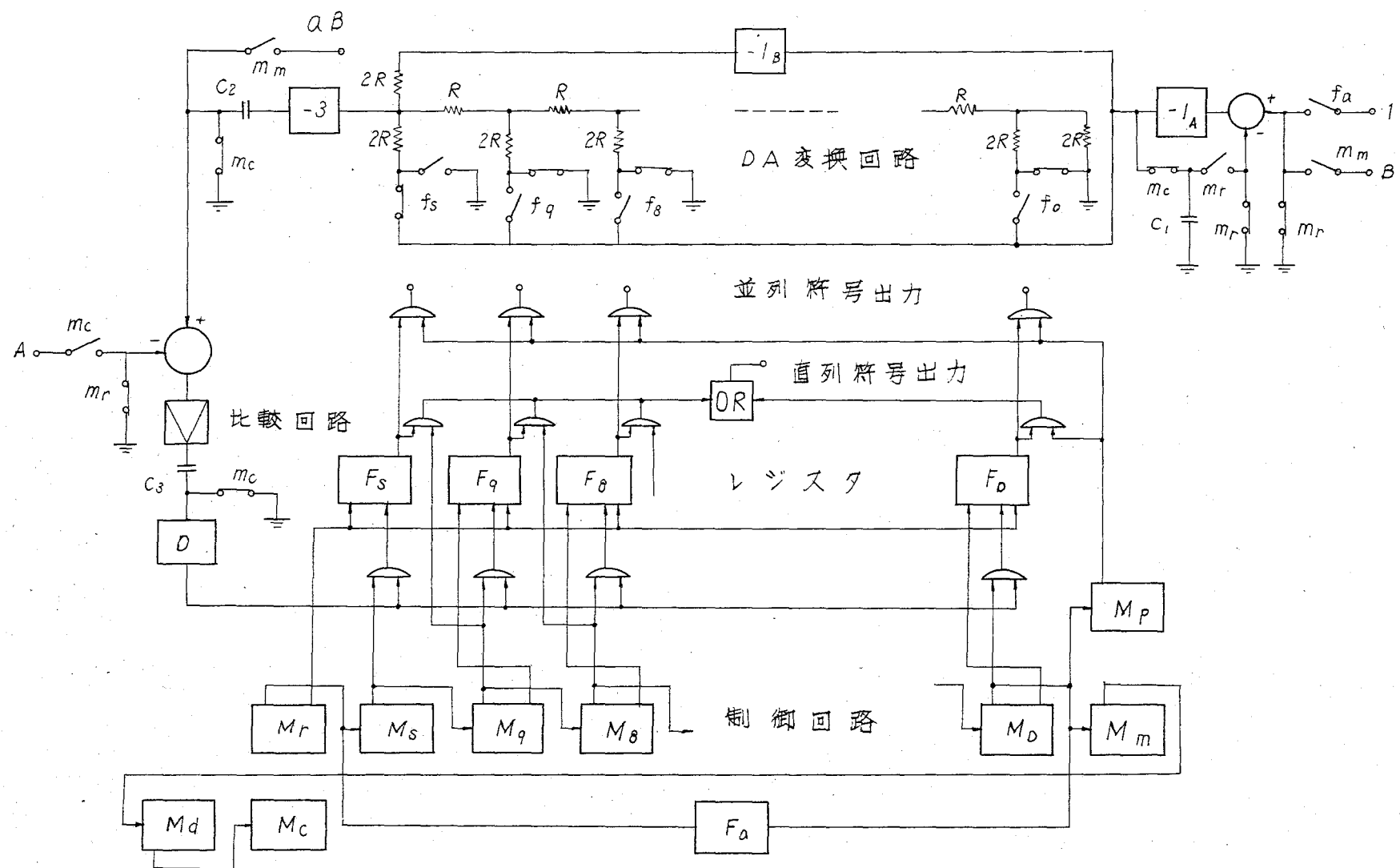


図 3.2 逐次比較形 AD 型変換器のブロック図

3-4-3 D A 変換回路および同期接地回路に用いるスイッチ

2進11桁のA D変換を $50\mu s$ 程度で行う回路に使用するスイッチは、電子的なアナログスイッチに限られる。

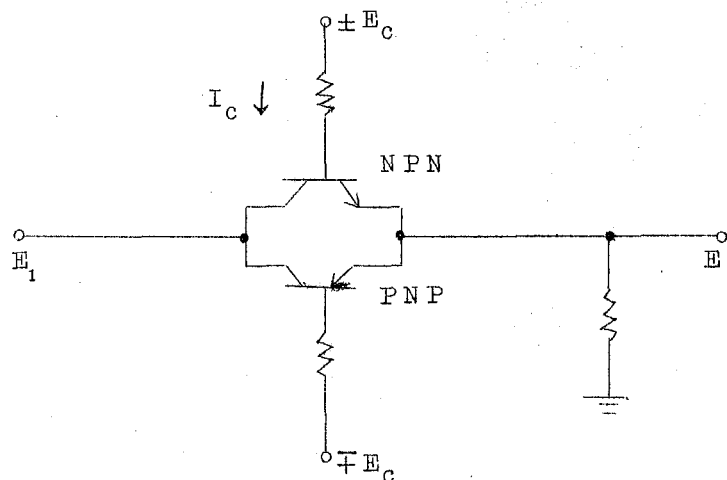
本A D変換器ではD A変換回路および同期接地回路にアナログスイッチを用いているが、D A変換回路では負荷に対しスイッチが直並列に接続されるので、スイッチの遮断特性はあまり良好なものでなくてもよい。

高速高精度でしかも制御が簡単なアナログスイッチは、従来ゲルマニウムダイオードスイッチ、シリコンダイオードスイッチ、トランシスタスイッチ等があり、このうち精度の点でトランシスタスイッチが最も優れているが、それでも0.1%以上の高精度を望むことは難しい。

著者はNPN, PNP二個のトランシスタを並列に接続した相補トランシスタスイッチを考案し、D A変換回路および同期接地回路に用い、良い結果を得ている。この相補トランシスタスイッチを使用したD A変換回路は無調整で0.05%以上の精度をもつ。

相補トランシスタスイッチの詳しい特性は才2章に述べてあるがここでは、A D変換器に使用するときに必要な事柄について述べる。

図3・3について考えよう。



NPN : 2SC11 , PNP : 2SA50

図3・3 相補トランシスタスイッチ

- (1) 伝送誤差 $\Delta E = E_1 - E_2$, 伝送誤差率 $\epsilon = \Delta E / E_1$

D/A 変換回路におけるスイッチの負荷は $3R$ であり, $R = 15 \text{ K}\Omega$ に設定したとき, 入力 $|E_1| \leq 5 \text{ V}$ に対し $\epsilon = 0.015\%$ である。
 ϵ の曲線の曲りで示される非直線性は 0.002% 程度で極めて小さく, この誤差の影響は殆んど無視できる。

$E_1 = 0$ のときの ΔE で示される残留電圧は $100 \mu\text{V}$ 以下であり, この A/D 変換器では量子化電圧の 2% 以下となり無視できる。ただしこの残留電圧は数 Ω のバランスを入れることにより除きうる。

- (2) 導通抵抗 r

入力側を短絡したとき出力側からみた導通時のスイッチの抵抗で, 制御電流 $I_C = 1 \text{ mA}$ で 3Ω , $I_C = 0.2 \text{ mA}$ で $r = 7 \Omega$ である。この値は周波数により変るが 5 MHz までほぼ同じ値である。導通抵抗 r は D/A 変換回路の重み抵抗値に誤差を与えることになるが, 上に示した r の値は, この A/D 変換器では重み抵抗の値の 0.05% 以下である。

- (3) 温度ドリフト

温度変化にともない ΔE に生ずる変動電圧で, $1 \sim 7 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ である。A/D 変換に対し与える影響は, $0^\circ \sim 50^\circ\text{C}$ の温度範囲で 0.01% 以下である。

3-4-4 入力回路

入力回路の入力電流を小さくすることは, 被変換信号側に内部抵抗がある場合, 変換誤差を除くために重要である。

トランジスタによる増幅回路でも入力電流を数 μA 程度にし, 入力インピーダンスを数 $\text{M}\Omega$ 以上にすることができが, 温度ドリフトが著しいので, このまゝでは入力回路として使用することは難しい。トランジスタのベースエミッタ電圧は 1°C の温度変化に対し, ゲルマニウムトランジスタで約 2 mV , シリコントランジスタで約 2.5 mV 変化し, コレクタベースの遮断電流はゲルマニウムトランジスタで数 μA , シリコントランジスタで数 10 nA である。

増幅回路の温度ドリフトを軽減するために採られる最も簡単な方法は

二つのトランジスタを用い，ベースエミッタ電圧，遮断電流，電流増幅率等の温度変化を同時に補償させようとする差動形増幅回路にすることである。

ゲルマニウムトランジスタ 2SA51, 2SA76, シリコントランジスタ 2SC16 等について調べた結果，差動形増幅器における $15\sim 45^{\circ}\text{C}$ の温度範囲のベースエミッタ電圧変動による温度ドリフトは 5 mV 以下にすることが可能である。しかしその他の温度補償を同時に行うことは非常に難しい。

入力インピーダンスの大きい演算増幅器のようにベース側に大きな抵抗が付く場合はとくに困難である。

例えば，常温で遮断電流 $3.0\text{ m}\mu\text{A}$ 程度のシリコントランジスタを用い，入力抵抗 $200\text{ K}\Omega$ の演算増幅器の入力換算温度ドリフトは $15\sim 45^{\circ}\text{C}$ の温度範囲で約 20 mV ある。

また信号側の内部抵抗が数 100Ω 以上あると温度補償のバランスを著しくくずすことになる。

これらの問題を解決するために本 A/D 変換器の入力回路には同期接地回路を付けている。このようにすれば入力電流を小さくし，入力インピーダンスを大きくしても，温度ドリフトが増大しない。

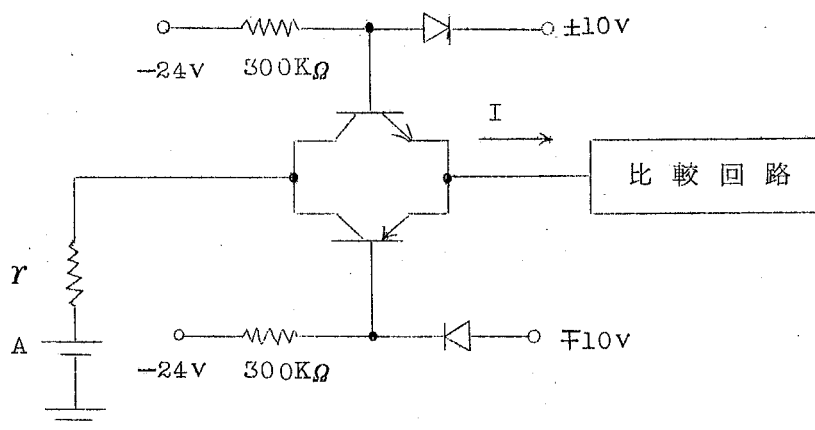


図 3・4 同期接地回路を附した入力回路

図 3・4 にこれを示す。

本 A/D 変換器では図 3・2 に示したように、被変換入力 A と基準電圧入力 1 、乗算入力 B とはそれぞれ同期接地のためのアナログスイッチを通して比較回路、緩衝増幅器に接続している。

これらの回路の温度ドリフトは同期接地により補償されるので、入力インピーダンスはかなり大きくすることができる。

被変換入力 A を扱う図 3・4 の入力回路について説明する。

比較回路の入力電流 I は A の値に無関係でほぼ一定値 $5\mu\text{A}$ である。被変換入力 A の内部抵抗 r を $0.5\text{K}\Omega$ 以下とすると I は変換誤差の主な原因にはならず、 R_0 は入力電圧 A を $(1-r/150)$ に分圧する分圧比としてきいてくる。

被変換信号側内部抵抗 r と A/D 変換の変換誤差との関係を図 3・5 に示す。

しかしこれは補正しうる性質のもので変換誤差と考える必要がない場合もある。以上被変換入力 A を扱う入力回路について述べたが、基準電圧入力 1 、乗算入力 B についても同様である。

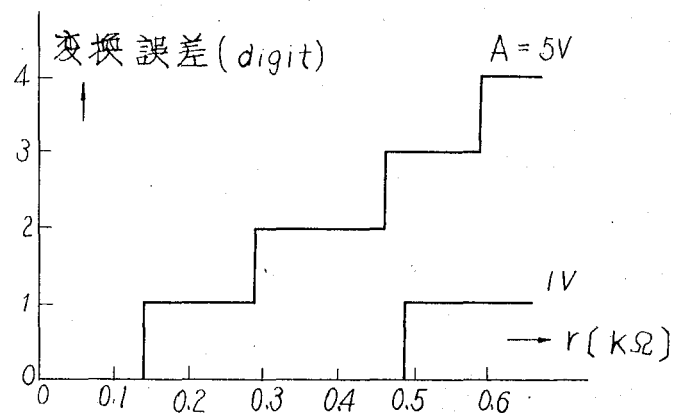


図 3.5 変換誤差と信号源内部抵抗との関係

3-4-5 A/D 変換の速度を制限している要素

試作 A/D 変換器で変換速度を制限する主なものを大きさの順にならべると次の如くである。ただし括弧の中は過渡電圧が 0.1% に減衰する時間である。

- (1) D/A 変換回路の応答速度 ($4.5\mu\text{s}$)
- (2) 緩衝増幅器の応答速度 ($1.5\mu\text{s}$)
- (3) 比較回路の応答速度 ($0.7\mu\text{s}$)
- (4) レジスタの内容が変わるときの電源電圧変動 ($0.5\mu\text{s}$)

(5) 相補トランジスタスイッチの切換時間 ($0.2 \mu s$)

レジスタの各桁は，回路出力の過渡電圧で示される時間的誤差が量子化電圧 $5 mV$ 以下になつたときにきめることになるので，A/D変換の速度は主にD/A変換回路の応答速度により制限されている。

この値はD/A変換回路に用いている重み抵抗の周波数特性により主としてきめられるものであるが，本A/D変換器では重み抵抗として巻線抵抗を用いており，平坦な周波数特性を示す周波数範囲は約 $250 Kc$ までである。

高精度D/A変換回路に用いることのできる精密抵抗体には，巻線抵抗以外に，金属皮膜抵抗体，ボロンカーボン抵抗体等がある。

最近では，安定な特性をもち性能の優れた金属皮膜抵抗体が容易に入手できるようになつており，D/A変換回路にはこれを用いるべきであろう。

3-4-6 基準電圧源

高精度A/D変換器の基準電圧源は，周囲温度の変化，負荷電流変化等に対し十分安定でなければならない。

基準電圧源として考えられるものにカドミウム標準電池，温度補償形ツエナーダイオード等があるが，種々の点で後者が優れており，本A/D変換器では温度補償形ツエナーダイオード 1S 133を用い図3・6のような回路で発生している。ツエナーダイオード電圧を抵抗で分圧し基準電圧 $V_r = 5V$ をとり出す場合，安定性の優れた巻線抵抗で分圧すべきであるが，温度係数 0.02% 程度のカーボン皮膜抵抗体を用いても一応の目的を達しており，その場合の特性を示す。

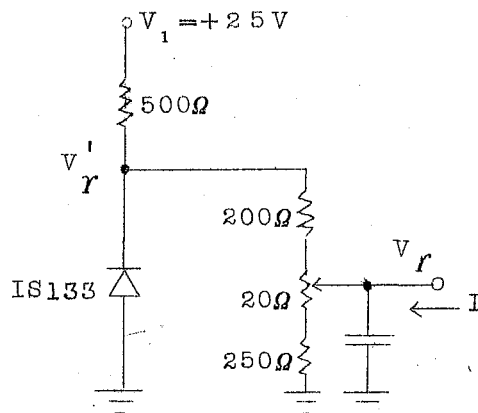


図 3・6 基準電圧源

(1) 温度特性

本 A/D 変換器の目標の使用温度範囲 $0 \sim 45^{\circ}\text{C}$ で電圧変動は基準電圧の 0.05% 以下であることが要求されるが、実測値はこれを満足している。図 3・7 に温度特性を示す。

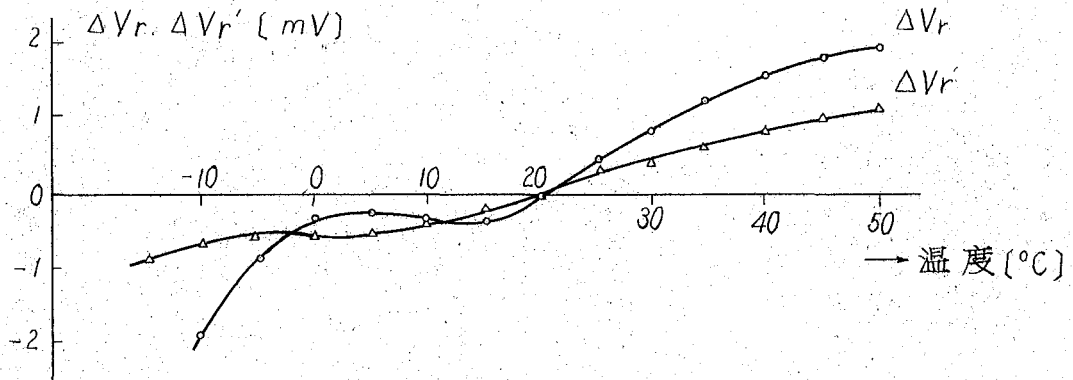


図 3.7 基準電圧源の温度特性

(2) 負荷特性

図 3・8 に基準電圧源の負荷特性を示す。

本 A/D 変換器では、基準電圧を同期接地のためのアナログスイッチを通して緩衝増幅器で受けており、A/D 変換の時間内において負荷電流はほぼ一定である。その値は約 $60\mu\text{A}$ であるが、その電流の変化は $5\mu\text{A}$ 以下であり、これによる変動電圧 ΔV_r は 0.5 mV 以下である。

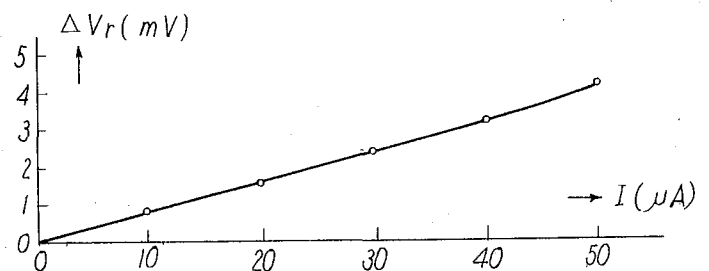


図 3.8 基準電圧源の負荷特性

(3) 電源電圧変動の影響

図 3・6 に示した回路で電源電圧が変動するとそれによつて基準電圧も変動することになるが、この関係を図 3・9 に示す。電源電圧変化 ΔV_1 に対し基準電圧変化 ΔV_r を 0.02% 程度許せば、図 3・9 より装置の電源電圧は 100 mV 程度の変動が許せる。

なお装置は同期接地により安定化しており，電源電圧変化が 100 mV 程度あつても十分に交換精度 0.1% を保てるので，装置の電源は簡単なものでよい。

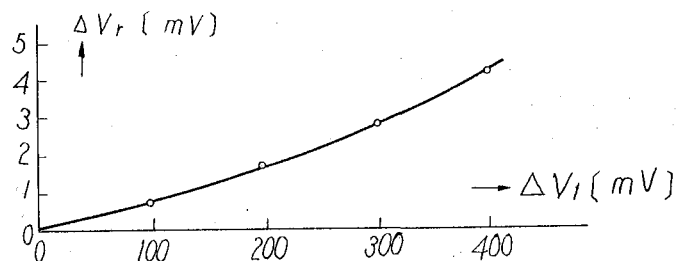


図 3.9 電源電圧変化による基準電圧の変化

3-4-7 同期接地による回路の安定化

A/D変換器の各部分回路には種々の雑音が生じるが，このうち量子化電圧 5 mV の本 A/D 変換器で問題になるのは温度ドリフトである。温度ドリフトを補償するには，同期接地安定化方式，チヨツパー安定化方式，恒温方式等があるが，A/D 変換器では一つの変換から次の変換の間に休み時間が導入できるので，同期接地による安定化方式が極めて簡単で有効である。

図 3・2 に示すように比較回路，緩衝増幅器に同期接地を行えば，電源電圧の温度ドリフトの影響も同時に除くことができ，A/D 変換器全体が安定化される。

図 3・2 について同期接地の動作を説明する。

$-1A$ ， $-1B$ ， -3 の緩衝増幅器および比較増幅器の出力側のドリフトをそれぞれ， e_1 ， e_2 ， e_3 ， e_4 とすれば，接地時にはコンデンサ C_1 に e_1 が， C_2 には $\{e_3 - 3(e_2 - e_1) - 3e_1\} = e_3 - 3e_2$ が， C_3 には e_4 が記憶され，非接地時すなわち A/D 変換時には，同期接地回路を含めて考えた出力端に増幅器のドリフトは現われないことになる。同期接地の効果についてはオ 7 章に詳しく論じる。

3-4-8 今後の見通しと問題点

本 A/D 変換器の試作の結果，次のようなことが明らかになった。

- (1) 本 A/D 変換器で行っている同期接地による安定化方式は，簡単でしかも効果的な方法であり，安定性の大きな 0.01% 程度の高精度 A/D 変換器をつくる場合にも，有効であろうと思われる。

相補トランジスタスイッチは伝送精度が極めて高く， $0 \sim 50^{\circ}\text{C}$ の温度範囲で，温度ドリフトを $100\mu\text{V}$ 以下にすることができるので，D/A変換回路の精度をあげることは容易である。

基準電圧源は，温度特性の点でこれ以上精度を高くすることは困難である。この問題は基準電圧回路の主要部分を恒温槽に入れることにより解決できるであろう。

このような回路は，温度調整機構が簡単な高恒温に保つ方法を選ぶ。

- (2) 速度をあげる場合，現在最も問題になるのはD/A変換回路の応答速度であるが，この問題は重み抵抗として金属皮膜抵抗を用いれば解決できるものと思われる。

緩衝増幅器，比較回路の応答速度が問題になるような高速のA/D変換を望む場合は，後述のような多レベル比較方式をとるべきであろう。

- (3) 入力インピーダンスは図3・4のような入力回路の形で $500\text{K}\Omega$ 以上にすることが可能である。さらに高インピーダンスにするには，図2・11のような回路を用いるべきであろう。

3-5 多レベル比較帰還形A/D変換器

高精度のA/D変換は普通，帰還方式により行われるが，この方式のうち代表的な逐次比較方式では，一つの比較回路で，被変換電圧と帰還電圧との比較を行い，この繰り返しの動作により符号化を行っているために，あまり速度を大きくすることができない。

しかも符号化は上位桁より行われ，一度間違つて決定された上位桁の数値は下位桁の数値によつて修正することはできないので，比較回路の精度は高くなければならない。

比較回路を並列に置き，多レベルで比較を行えば高速度のA/D変換を行いうるが，従来の方法ではあまり高精度の変換が望めない。

そこで，今後の高速高精度のA/D変換は多レベル比較方式と帰還方式の両者の長所をとりいれた方式により行うべきであろう。

すなわち，多レベル比較により上位桁の数値を決め，その数値に対する電圧を帰還して被変換電圧との差をとり，その差電圧を何倍かしてまた多レベル比較を行うことにより下位桁の数値を決め，上位桁の数値を修正するというような操作を行うことになる。

多レベル比較回路は，その誤差があまり大きくなければ，帰還により修正されるので，あまり精度が高いものでなくてもよく簡単なものでよい。

2進8桁のA/D変換を考えてみよう。この場合，上位桁，下位桁それぞれ4桁に分割する。従つて，最少16レベルの比較回路が必要であるが，帰還による修正を行うために，さらに数レベル多くないといけない。回路は，例えば，図3・10のようになる。

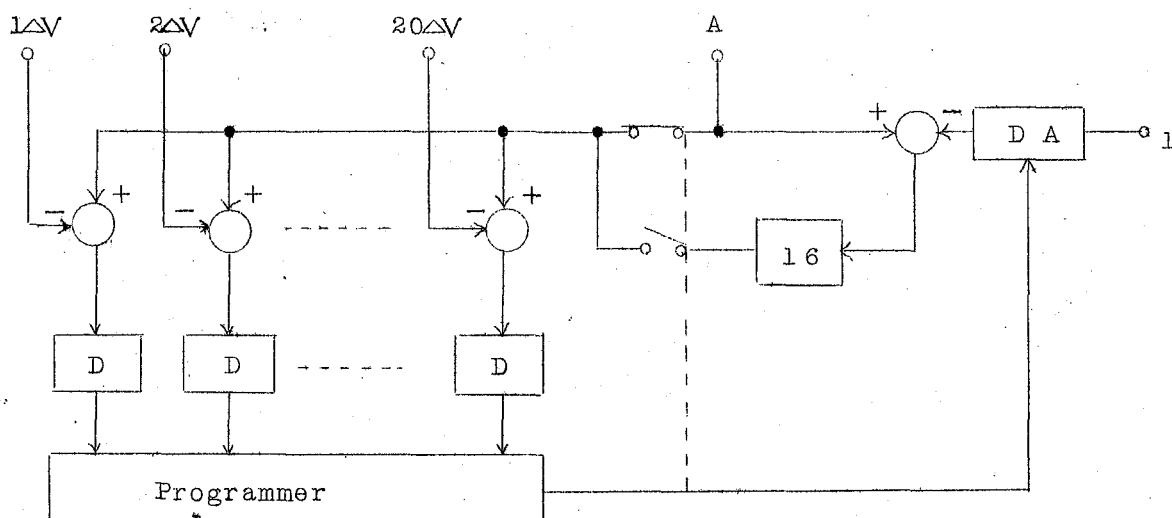


図 3・10 多レベル比較帰還形 A/D 変換器

実際の回路では，制御回路を複雑にしないために，上位桁の数値を決めるとき，誤つた場合でも正しい値より一つだけ少ない数値になるように多レベル比較回路に傾向をもたせるようにする。

基礎実験によれば，多レベル比較回路，16 倍の増幅器の応答時間はそれぞれ $0.1 \mu s$ ， $0.3 \mu s$ 程度にでき，D/A 変換回路の応答時間は，

重み抵抗として金属皮膜抵抗を用いて， $0.2\mu s$ 以下にできるので， $1\mu s$ でA/D変換が行えることになる。

3-6 結 言

A/D変換に対する一般的な考察と，高速高精度の全トランシスタ化逐次比較形A/D変換器の設計方法，試作結果等について述べ，さらに，より高速度のA/D変換を行うものとして多レベル比較帰還方式について説明した。

本章で述べた逐次比較形A/D変換器は，変換時間 $65\mu s$ ，精度 0.1% ，使用温度範囲 $0\sim45^{\circ}C$ という高性能のもので，アナログデジタル混合計算，計測等において十分実用になるものであると思われる。

このA/D変換器では，アナログスイッチとして高性能な相補トランシスタスイッチを用い，回路の安定化に対し簡単で効果的な同期接地の方法を用いており，この回路方式が大部分そのまゝの形でより高性能なA/D変換器に適用できることを確めた。

次に，高精度で $1\mu s$ 以上の高速A/D変換を行うための多レベル比較帰還方式の原理を説明し基礎実験により見通しをたてた。

オ 4 章 アナログデジタル混合計算形相関器

4 - 1 緒 言

信号の統計的な処理や解析において相関技術は有力な手段として広く用いられている。デジタル計算機の発達により各種の相関計算もこれらの汎用計算機により行いいる場合が多いが、雑音に埋もれた信号の検出，最適予測⁽⁹⁾，最適制御⁽¹⁰⁾，⁽¹¹⁾等における相関関数の計算は装置内で実時間で動作する相関器で行なう必要がある。

普通，相関器は遅延回路，乗算回路，時間平均回路の三つの部分で構成されている。これらの回路は計算すべき信号の性質によつて，最も適した形式をとることになる。信号が特定の性質を有している場合，例えば正規定常過程をなしている場合には，遅延，乗算に相当した操作が極めて簡単な極性相関計算方式⁽¹²⁾をとることができる。信号が正規定常過程またはそれに近い性質を有している場合はかなり多いので，極性相関計算方式も重要な方式であるが，この相関器により計算される2レベル相関関数と真の相関関数との間の関係は非直線的であり好ましくない。

一般の分布に従う信号の相関関数の計算において，従来の相関器では遅延，乗算，時間平均の各回路が極めて複雑である。直交フィルタ群を用いた相関器⁽¹³⁾では遅延に相当した操作をフィルタ群により行ない，乱数電圧法による相関器⁽¹⁴⁾では関数の積を確率の積に変換して計算を行なっているが，遅延，乗算，時間平均の三つの基本的な操作を行なう回路をあまり簡単化しているとはいえない。

第6章に述べる極性信号の性質を利用し，アナログデジタル混合計算の技術を用いることにより，性能の優れた，しかも回路の極めて簡単な相関器を実現することができる。

本章では，このような考えにもとづいた実時間動作のための相関器二種類の原理，回路，実測例について述べる。一つは一般の統計的性質をもつ信号の相関関数を求めることができるもの，他方は正規系信号に対するものであるが測定周波数範囲が広いものである。

4-2 アナログデジタル混合計算形相関器 (形式 I)

4-2-1 原 理

任意の分布に従う二つの信号 $X(t)$, $Y(t)$ の相関関数 $M[X(t_1)Y(t_2)]$ は, $Y(t)$ の二乗平均値が $|Y(t)| \leq b$ の範囲内の値に殆んど等しいような値 b に対し, $X(t)$, $Y(t)$ に独立な雑音 $V(t)$ が平均値が零で $|V(t)| \leq b$ において十分一様な分布を有していれば, $Y(t)$ と $V(t)$ との和 $Z(t)$ の極性信号 $\text{sgn } Z(t)$ と $X(t)$ との間の相関関数 $M[X(t_1) \times \text{sgn } Z(t_2)]$ により次の関係で与えられる。

$$M[X(t_1)Y(t_2)] = \lambda M[X(t_1) \text{sgn } Z(t_2)] \pm \delta \quad \dots\dots (4.1)$$

ただし

$$Z(t) = Y(t) + V(t) \quad \dots\dots (4.2)$$

$$M[V(t)] = 0 \quad \dots\dots (4.3)$$

$$M[X(t_1)V(t_2)], M[Y(t_1)V(t_2)] = 0 \quad \dots\dots (4.4)$$

$$\text{sgn } Z = 1; Z > 0$$

$$0; Z = 0 \quad \dots\dots (4.5)$$

$$-1; Z < 0$$

ここで, M はモーメントの演算記号, λ は $|V(t)| \leq b$ における任意の一点での $V(t)$ の確率密度を $(1/2\lambda)$ と表わしたときの定数であり, δ は原理上の誤差の最大値である。

$X(t)$ の二乗平均値を φ_x , $Y(t)$ の二乗平均値を φ_y , そのうち $|Y(t)| \leq b$ に含まれる割合を $(1-r_y)$ とし, $|V(t)| \leq b$ における $V(t)$ の確率密度の一様分布 $(1/2\lambda)$ からのずれ割合の最大値をとすれば, (4.6) 式により δ が与えられる。

$$\delta \simeq \lambda \left[\varphi_x \left\{ r_y + \frac{\varphi_y}{\lambda^2} (r_y + \varepsilon^2) + \frac{2}{\lambda} \sqrt{r_y \varphi_y} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots (4.6)$$

(4.1), (4.6) の両式は次のようにして求めることができる。

まず $X(t_1)$, $Y(t_2)$, $Z(t_2)$, $V(t_2)$ をそれぞれ X_1 , Y_2 , Z_2 , V_2 と略記しよう。 X_1 , Z_2 の結合確率密度 $f_{x_1 z_2}(x_1, z_2)$ は, X_1 , Y_2 の結合確率密度を $f_{x_1 y_2}(x_1, y_2)$, V_2 の確率密度を $f_v(v_2)$ とすると次式で与えられる。

$$f_{xz}(x, z_2) \int_{-\infty}^{\infty} dy_2(x_1, y_2) f_v(z_2 - y_2) \quad \dots (4.7)$$

したがって、

$$\begin{aligned} M[X(t_1) \operatorname{sgn} Z(t_2)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dz_2 x_1 \operatorname{sgn} z_2 f_{xz}(x_1, z_2) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_2 x_1 f_{xy}(x_1, y_2) \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} dz_2 \operatorname{sgn} z_2 f_v(z_2 - y_2) \quad \dots (4.8) \end{aligned}$$

となる。一方 $|v| \leq b$ なる v に対し $V(t)$ の確率密度 $f_v(v)$ は、

$$f_v(v) = \frac{1}{2\lambda} (1 \pm \varepsilon) \quad \dots (4.9)$$

と書き表わされるので、(4.8), (4.9) 両式から (4.1), (4.6) 両式の関係を得る (本章附録, 第6章参照)。

信号 $Y(t)$ は實際上、その振幅が有限であり、しかもその二乗平均値が殆んど、完全に $|Y(t)| \leq b$ の範囲に入るように b を選ぶことができるので、普通誤差の最大値として次式で示される値を考えればよい。

$$\delta \simeq \varepsilon \sqrt{\varphi_x \varphi_y} \quad \dots (4.10)$$

以後、とくに必要がない限り、 $r_y \simeq 0$ で (4.10) 式が成り立つような条件のもとに考えをすすめよう。

(4.1), (4.10) の両式から、 $\delta / \sqrt{\varphi_x \varphi_y}$ の値すなわち ε は、この計算方式により相関関数を求める場合の原理上の精度を表わす量であることがわかる。

雑音 $V(t)$ は $|V(t)| \leq b$ において、ほぼ一様に分布していればよいので種々とりうるが、例えば $V(t)$ として、その二乗平均値 σ_v^2 が b^2 にくらべ十分大きい正規雑音をとることができる。

このような正規雑音は $|V(t)| \leq b$ においてはほぼ一様に分布しており、その確率密度 $f_v(v)$ は、

$$\begin{aligned} f_v(v) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right) \\ &\simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_v} \left(1 - \frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right); |v| \leq b \ll \sigma_v \quad \dots (4.11) \end{aligned}$$

となるので、 $\lambda = \sqrt{\pi/2} \sigma_v$, $\varepsilon \simeq b^2 / 2\sigma_v^2$ となり、 $V(t)$ として正

規雑音を用いた場合には，(4・1)，(4・10) 式の関係はそれぞれ次のようになる。

$$M[X(t_1) Y(t_2)] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_v M[X(t_1) \operatorname{sgn} Z(t_2)] \pm \delta \dots (4.12)$$

$$\delta \simeq \frac{b^2}{2 \sigma_v^2} \sqrt{\varphi_x \varphi_y} \dots (4.13)$$

例えば， σ_v を $5b$ にとれば $\varepsilon \simeq b^2 / 2 \sigma_v^2$ の値は 0.02 となり，この場合相関関数は原理上，精度 2% で計算できることになる。

次に理想的な場合の一例として， $V(t)$ が次のような雑音をとる場合について考えよう。

$$V(t) = g[N(t)] \dots (4.14)$$

ここで， $N(t)$ は次のような確率密度 $f_n(n)$ をもつ正規雑音である。

$$f_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \dots (4.15)$$

また

$$g(n) = 2b \int_0^n d\xi f_n(\xi) \dots (4.16)$$

なる関係があるものとする。

このとき， $V(t)$ の確率密度 $f_v(v)$ は

$$f_v(v) = \frac{dn}{dv} \cdot f_n(n) \dots (4.17)$$

の関係より，次のようになる。

$$\begin{aligned} f_v(v) &= \frac{1}{2b} \quad ; \quad |v| \leq b \\ &= 0 \quad ; \quad |v| > b \end{aligned} \dots (4.18)$$

この $V(t)$ は $|V(t)| \leq b$ において完全な一様分布に従うことになり， $\delta = 0$ ， $\varepsilon \simeq 0$ ， $\lambda = b$ である。したがって理想的な関係が成り立つ。

$$M[X(t_1) Y(t_2)] \simeq b M[X(t_1) \operatorname{sgn} Z(t_2)] \dots (4.19)$$

以上述べてきたことは，信号 $X(t)$ ， $Y(t)$ ，雑音 $N(t)$ が非定常のときにも成り立つが，これらが定常的であれば，相関関数 $M[X(t_1) Y(t_2)]$ ， $M[X(t_1) \operatorname{sgn} Z(t_2)]$ はそれぞれ時間差 $\tau = t_2 - t_1$ のみの関数 $\varphi_{xy}(\tau)$ ， $\varphi_{x \operatorname{sgn} z}(\tau)$ となる。さらにこれがエルゴード的であれば，確

率平均は時間平均でおきかえられる。

それゆえ $\varphi_{xy}(\tau)$ は $W(t)$ を適当な重み関数とすれば (4.19) 式により求められる。

$$\begin{aligned}\varphi_{xy}(\tau) &= \lambda \varphi_{x \operatorname{sgn} z}(\tau) \\ &\simeq \lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\xi W(t-\xi) X(\xi) \operatorname{sgn} Z(\xi+\tau) \dots (4.20)\end{aligned}$$

$W(t)$ は $(1/T) \exp(-t/T) 1(t)$, $(1/T) \{1(t) - 1(t-T)\}$ 等種々とりうるが、 RC の低域波回路で実現できる $(1/T) \exp(-t/T) \times 1(t)$ が実際回路では最も簡単で適当であろう。

後述のごとく T は適当な大きさに選ばなければならないが、十分大きいとき

$$\varphi_{xy}(\tau) \simeq \frac{\lambda}{T} \int_{-\infty}^t d\xi \exp\left(-\frac{t-\xi}{T}\right) X(\xi) \operatorname{sgn} Z(\xi+\tau) \dots (4.21)$$

となる。

以上のような関係を用いることにより、 $X(t)$, $Y(t)$ の相関関数 $\varphi_{xy}(\tau)$ を求める計算は、 $X(t)$ と $\operatorname{sgn} Z(t)$ の相関関数 $\varphi_{x \operatorname{sgn} z}(\tau)$ を求める計算におきかえられ、簡単な回路で実現できる。

とくに、アナログデジタル混合計算回路を使用することにより簡単になる。

この相関関数計算方式による回路をアナログデジタル混合計算回路で実現する場合、一般に相関関数の計算で必要な三つの操作は次のようになる。

- (1) 遅延；極性信号 $\operatorname{sgn} Z(t)$ に対して行なえばよく、単純な2値論理信号の遅延となる。
- (2) 乗算；アナログ信号 $X(t)$ と極性信号 $\operatorname{sgn} Z(t+\tau)$ との乗算、すなわち最も簡単な場合のアナログデジタル混合乗算となる。
- (3) 時間平均；アナログデジタル混合乗算により得られる積はアナログ信号なので、簡単な低域波回路を用いることができる。

この相関関数計算方式では雑音 $V(t)$ が必要であるが、後述のように、特殊な性質をもっている必要はなく発生が簡単である。

4-2-2 本相関器の構成

(4.21)式の関係は次のように書きかえられる。

$$\frac{\varphi_{xy}(\tau)}{\lambda} \simeq \frac{1}{T} \int_{-\infty}^t d\xi \exp\left(-\frac{t-\xi}{T}\right) X(\xi) \{f_{\xi+\tau} + (-1)\bar{f}_{\xi+\tau}\} \quad (4.22)$$

ここで、 $f_{t+\tau}$, $\bar{f}_{t+\tau}$ は二値論理変数であるが、(4.22)式は普通の代数式の意味をもつ。 $f_{t+\tau}$, $\bar{f}_{t+\tau}$ はそれぞれ次の関係をもつものとする。

$$f_{t+\tau} = \frac{1}{2} \{1 + \operatorname{sgn} Z(t+\tau)\} \quad \dots\dots (4.23)$$

$$\bar{f}_{t+\tau} = 1 - f_{t+\tau} = \frac{1}{2} \{1 - \operatorname{sgn} Z(t+\tau)\} \quad (4.24)$$

$Z(t)$ の極性を弁別する極性弁別回路の出力の状態を dt としたとき、

$$dt = \frac{1}{2} \{1 + \operatorname{sgn} Z(t)\} \quad \dots\dots (4.25)$$

なる関係があれば、 $f_{t+\tau}$ は時間が τ だけ以前の状態 $dt+\tau$ を表わしていることになる。

(4.23), (4.24), (4.25)の各式に示す関係をもつように極性信号と二値論理変数とを対応させ、その論理値によつて $X(t)$ とその極性反転信号 $(-1)X(t)$ との切りかえを行ない、 RC 低減周波回路に通せば、(4.21)式の計算がなされる。

(4.21)式の値を τ の不連続値 $(2i-1)\Delta\tau$ において求める場合には図4.1のような極めて簡単な回路の構成となる。

相関関数 $\varphi_{xy}(\tau)$ は多くの場合 τ の不連続値に対し求まれば十分であろう。

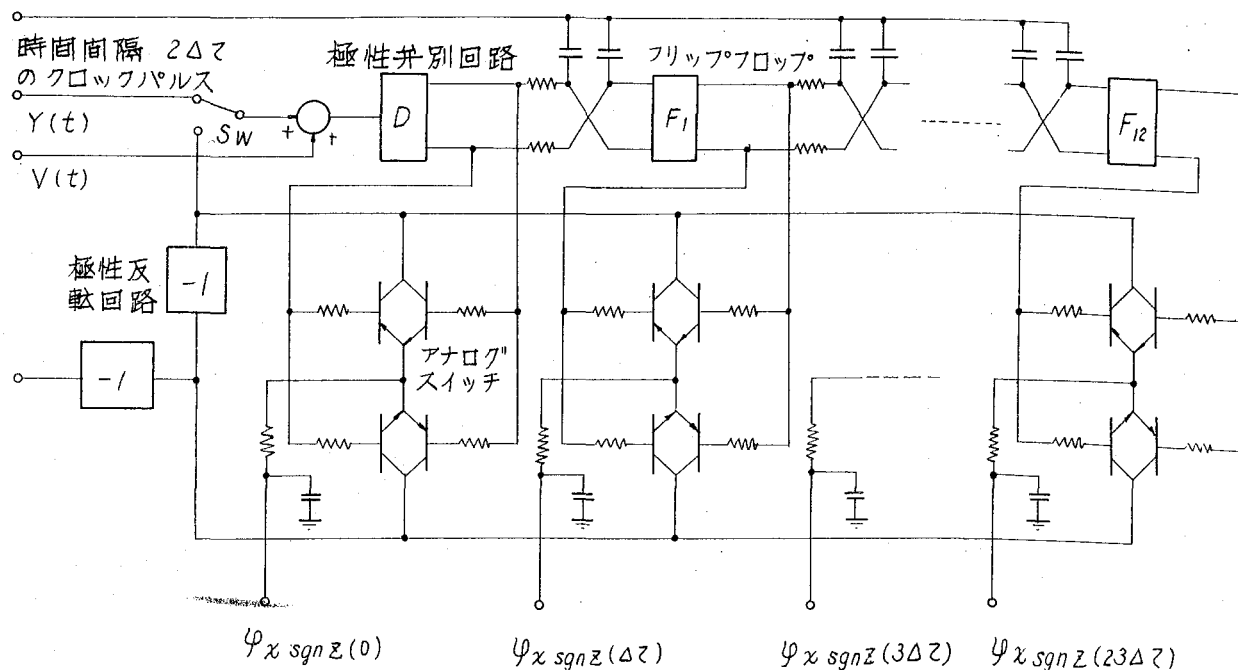


図 4.1 アナログ デジタル 混合 計算 形
相 関 器 (形 式 I) の 全 回 路

回路の動作を簡単に説明する。図 4.1 で $X(t)$, $Y(t)$ と記したところが入力で, $X(t)$ の自己相関関数を求めるか, $X(t)$, $Y(t)$ の相互相関関数を求めるかによつてスイッチ S_W を切りかえる。

S_W を通つた信号には雑音 $V(t)$ が加えられ, 極性弁別回路 D の入力信号 $Z(t)$ となつて入り, $Z(t)$ の極性信号 $\text{sgn } Z(t)$ に対応した二値論理信号 d_t が出力に得られる。

この信号 d_t はシフトレジスタを構成しているフリップフロップ群 $F_1, F_2, \dots, F_{12}$ の初段 F_1 に加えられて時間間隔 $2\Delta\tau$ のクロックパルスにより遅延される。

NPN , PNP の二つのトランジスタを組合せた回路はアナログスイッチ⁽³⁾で, フリップフロップにより制御され上下のスイッチがたがいに逆動作するようになっている。

F_i の段について考えてみると，このトランシスタスイッチの動作によりエミッタ側の出力には $X(t) \{ f_{t+(2i-1)\Delta\tau} + \bar{f}_{t+(2i-1)\Delta\tau} \}$ の信号が得られるので，これを RC の低域濾波回路に加えれば出力として $\varphi_{x \operatorname{sgn}_z} \{ (2i-1)\Delta\tau \}$ が得られる。この値は (4・1) 式の関係により明らかなように，係数 λ が既知であれば $X(t)$ ， $Y(t)$ の相関関数 $\varphi_{xy} \{ (2i-1)\Delta\tau \}$ と同等である。

なお，図 4・1 において二段目の出力が，間隔 $2\Delta\tau$ のクロツパルスを用いているにもかかわらず， $\varphi_{x \operatorname{sgn}_z} (\Delta\tau)$ となつてゐるのは極性弁別回路 D の状態がフリツプフロツプ F_1 に移されるのに要する時間の期待値がパルス間隔 $2\Delta\tau$ の $1/2$ になるためである。

4-2-3 本相関器の性能

この回路では， $V(t)$ としてサイラトロンより得られる雑音を約 $50\mu s$ の RC 低域濾波回路で濾波した雑音 $V_1(t)$ ，およびその濾波雑音を適当な大きさにして，図 4・2 に示すような分布を一様化するための非線形回路に通した雑音 $V_2(t)$ を用いている。

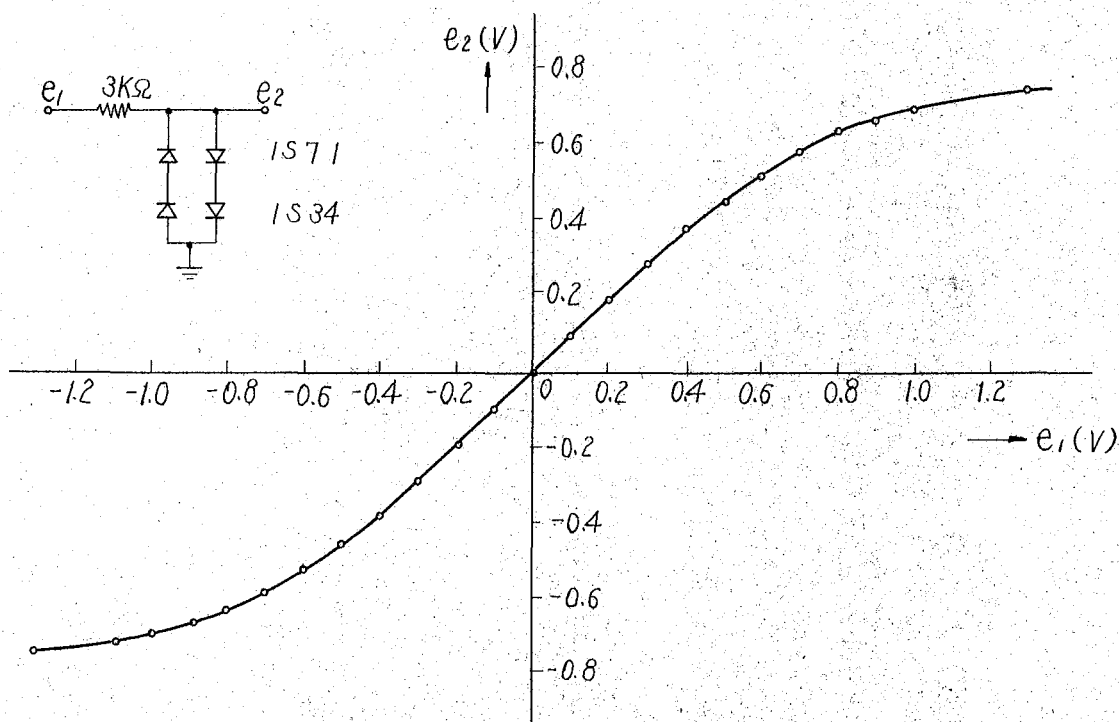


図 4.2 分布を一様化するための非線形回路の入出力特性

$V_1(t)$ の二乗平均値は 0.16 V^2 であり, $V_2(t)$ の分布の範囲の大きさ ($\approx b$) は 0.77 V である。

クロックパルスの時間間隔 $2\Delta\tau$ は数 μs から 0.1 s 程度まで変えられるようになっているが, この大きさはサンプリング理論に示されているように, 信号の主な周波数成分の最高周波数の逆数の $1/2$ 以下にすることになる。

時間平均を求める RC 低域濾波回路の時定数 T は 9 ms , 0.6 s , 30 s の値をとるようになっているが, 必要に応じて別の値をとるようにできる。

この相関器の測定可能な周波数範囲は数サイクルから十数キロサイクルである。パルス間隔をある値に固定したとき, 測定可能な周波数範囲の大きさは, フリツブフロツブ数できまり, 最低周波数に対する最高周波数の比は $1/2$ である。

この回路で扱いうる入力 of 最大電圧は前述のように, $V(t)$ がほぼ一様に分布している範囲を示す値 b できまり, $V(t)$ として $V_1(t)$ を用いたとき 100 mV , $V_2(t)$ を用いたとき 0.75 V である。

出力側でみた測定時間程度の短時間のドリフトは 0.5 mV 以下である。 $V(t)$ として $V_1(t)$ を用いたときの精度は約 3% であり, $V_2(t)$ を用いたときは約 1.5% である。 $V_2(t)$ を用いたとき理論的にはより高い精度が期待されるのであるが, 雑音を分布を一様化するための回路が不完全であるためあまりよくない。

4-2-4 信号 $X(t)$, $Y(t)$, 雑音 $V(t)$ と RC

低域濾波回路の時定数 T との関係

相関関数は元来, 確率平均として定義されるものであるが^{(11), (15), (16)}。実際回路ではこれを時間平均で求めることになる。

こゝでは実用的な意味から, RC 低域濾波回路を考え, その時定数 T と信号 $X(t)$, $Y(t)$, 雑音 $V(t)$ との関係および T の決定方法について述べる。

信号 $X(t)$, $Y(t)$ が完全に定常的であれば, T は大きい程よいであろうが, 信号 $X(t)$, $Y(t)$ の主な周波数成分が低い周波数領域にあるような場

合には，その周波数に対し十分大きな T を選ぶことが，回路的に困難なことがある。また信号 $X(t)$ ， $Y(t)$ の統計的性質がゆつくり変化するような場合には T をあまり大きな値にしない方がよいであろう。しかもこの相関関数計算方式では雑音 $V(t)$ の影響がでてくることが考えられるので， T との関係を検討することは，回路の設計上重要である。

$X(t)$ と $\text{sgn } Z(t+\tau)$ との積の確率平均を求めるのに，それを RC 低域濾波回路による時間平均で代用しているのので，実効的には有限時間内の平均を得ていることになり，測定値には時間的なゆらぎがでてくる。

このゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi_{02}^2(\tau, T)$ は(4.26)式で与えられると考えることができる。

$$\begin{aligned}\Phi_{02}^2(\tau, T) &= M \left\{ \frac{1}{T} \int_{-\infty}^t d\xi \exp \left(-\frac{t-\xi}{T} \right) X(\xi) \text{sgn } Z(\xi+\tau) \right. \\ &\quad \left. - MX(t) \text{sgn } Z(t+\tau) \right\}^2 \\ &= \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^t d\xi_1 \int_{-\infty}^t d\xi_2 \exp \left(-\frac{2t-\xi_1-\xi_2}{T} \right) [MX(\xi_1) X(\xi_2) \\ &\quad \times \text{sgn } Z(\xi_1+\tau) \text{sgn } Z(\xi_2+\tau) - \{MX(\xi_1) \text{sgn } Z(\xi_1+\tau)\}^2 \\ &\quad \dots (4.26)\end{aligned}$$

正規雑音 $V(t)$ を非線形回路に通して，分布を一様化した雑音すなわち(4.14)式の関係によつて与えられる雑音 $V(t)$ は一様分布雑音としてかなり一般的性質をもっているものと考えられよう。

このような雑音 $V(t)$ を用いたとき， $V(t)$ の自己相関係数を $\rho_{nn}(\tau)$ とすれば次の関係がある。(本章附録および第6章参照)

$$\Phi_{02}^2(\tau, T) \leq \frac{1}{b^2 T^2} \int_0^\infty d\theta \int_{-\infty}^\theta d\xi \exp \left(-\frac{2\theta-\xi}{T} \right) \left\{ R_{xy}(\xi, \tau) + \frac{2b^2 \varphi_x}{\pi} \sin^{-1} \rho_{nn}(\xi) \right\} \dots (4.27)$$

$$R_{xy}(\xi, \tau) = MX_1 X_2 Y_3 Y_4 - \{MX_1 Y_3\} \dots (4.28)$$

ここで， $\xi = \xi_2 - \xi_1$ ， $\theta = t - \xi_1$ であり X_1 ， X_2 ， Y_3 ， Y_4 はそれぞれ $X(\xi_1)$ ， $X(\xi_2)$ ， $Y(\xi_1+\tau)$ ， $Y(\xi_2+\tau)$ を略記したものである。

$V(t)$ として，その二乗平均値が十分大きい正規雑音を用いたときにも

(4.27) 式と類似の式が得られる。

$V(t)$ の自己相関関数 $\rho_{vv}(\tau)$ は近似的に (4.29) 式で表わされる (本章附録参照)。

$$\rho_{vv}(\tau) \approx \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \rho_{nn}(\tau) \quad \dots (4.29)$$

それゆえ, (4.27) 式における $(2/\pi) b^2 \varphi_x |\sin^{-1} \rho_{nn}(\tau)|$ の項は $b^2 \varphi_x |\rho_{vv}(\tau)|$ とおきかえて考えてもよい。

(4.27) 式の関係を一般の場合について考えるのは極めて困難なので, あまり一般性を失わないような条件のもとに検討し, 一般の場合のめやすにする。

雑音 $V(t)$ は, その主な周波数成分が十分広い周波数領域にわたって分布しているとする。これは雑音の性質として極く普通の性質と考えることができる。このとき, 適当な定数 T_v に対し, $\rho_{vv}(\tau)$ は次の不等式を満足するとしてよいであろう。

$$|\rho_{vv}(\tau)| < \exp\left(-\frac{|\tau|}{T_v}\right) \quad \dots (4.30)$$

なお, 本相関器で $V(t)$ の発生に用いた $N(t)$ の相関係数 $\rho_{nn}(\tau)$ は図4.3 のようになる (本章後述の形式IIの相関器の節を参照)。

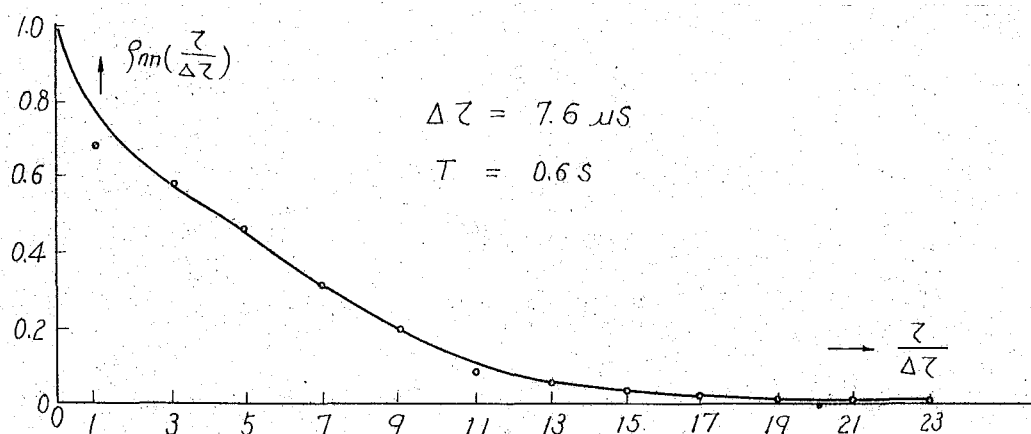


図 4.3 $N(t)$ の自己相関係数 $\rho_{nn}(\tau)$

これより (4.40) 式を用いれば $\rho_{vv}(\tau)$ が与えられる。

(4.29), (4.30) の両式を用いると (4.27) 式の関係は次のように書きかえられる。

$$\Phi_{02}^2(\tau, T) < \frac{1}{b^2 T^2} \int_0^\infty d\theta \int_{-\infty}^\theta d\xi \exp\left(-\frac{2\theta-\xi}{T}\right) R_{xy}(\xi, \tau) + \frac{T}{T} v \varphi_x \dots (4.31)$$

この式の第二項は本相関器における雑音 $V(t)$ の影響の大きさの限界を与える項である。この項の形より相関係数 $\rho_{vv}(\tau)$ に関し (4.30) 式が成り立つことが時間平均を求めようとするとき $V(t)$ がもつべき性質の十分条件であることがわかる。

信号 $X(t)$, $Y(t)$ が一定値 m_x, m_y をとるとき (4.31) 式は次のようになる。

$$\frac{\Phi_{02}^2(\tau, T)}{\varphi_x^2 \text{sgn}_z(0)} < \frac{b^2 T v}{m_y^2 T} \dots (4.32)$$

$\Phi_{02}^2(\tau, T) / \varphi_x^2 \text{sgn}_z(0)$ の値は (4.26) 式から明らかなように、低域濾波回路で時間平均をとる場合の精度を与える項である。

信号 $X(t)$, $Y(t)$ が一定値のときは $V(t)$ の影響だけが現われ、時間平均をとる場合の相対精度は信号 $Y(t) = m_y$ の大きさによつて変わり、絶対精度が一定値に保たれるような関係があることがわかる。

m_y が入力として扱われる最大値 b をとつたときの精度は $\sqrt{T v / T}$ で与えられるから、これを 1% にするためには、 T を $T_v \times 10^4$ 程度以上とらねばならない。

実験回路では $T_v \doteq 50 \mu s$ であるから、1% の精度に対し T を 0.5 s 以上にしなければならない。

次に信号がより一般的な場合について考えよう。

$X(t)$, $Y(t)$ が正規定常過程をなしているとき (4.28) 式は次のようになる⁽¹⁵⁾。

$$R_{xy}(\xi, \tau) = \varphi_{xx}(\xi) \varphi_{yy}(\xi + \tau) \varphi_{xy}(\xi - \tau) - 2 m_x^2 m_y^2 \dots (4.33)$$

こゝで，

$$m_x = M[X(t)] \quad \dots (4.34)$$

$$m_y = M[Y(t)]$$

信号 $X(t)$ が正規定常過程をなし，その自己相関関数 $\varphi_{xx}(\tau)$ が次式で表わされる場合は極めて多い⁽¹⁰⁾。

$$\varphi_{xx}(\tau) = \sigma_x^2 \exp\left(-\frac{|\tau|}{T_x}\right) \cos \omega_x \tau \quad \dots (4.35)$$

このとき，(4.31) 式の関係は次のようになる（本章附録参照）。

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{02}^2(\tau, T)}{\phi_{x \text{ sgn}_z}^2(0)} &< \frac{T_x}{4T} \left\{ 1 + \exp\left(-\frac{2\tau}{T_x}\right) \cos 2\omega_x \tau \right\} \frac{2 + \omega_x^2 T_x^2}{1 + \omega_x^2 T_x^2} \\ &\quad + \frac{1}{4\omega_x T (1 + \omega_x^2 T_x^2)} \exp\left(-\frac{2\tau}{T_x}\right) \sin 2\omega_x \tau \\ &\quad + \frac{\tau}{2T} \exp\left(-\frac{2\tau}{T_x}\right) \cos 2\omega_x \tau + \frac{b^2}{6_x^2} \frac{T_v}{T} \quad \dots (4.36) \end{aligned}$$

$$< \frac{T_x}{T} + \frac{b^2}{6_x^2} \frac{T_v}{T} \quad \dots (4.37)$$

この式と同様な形の式が，普通の積分による時間平均を考えた場合にも得られる。

(4.35) 式は，信号 $X(t)$ の代表的例として，十分に平坦なパワースペクトルをもつ正規雑音が中心周波数 $(\omega_x / 2\pi)$ ，帯域幅 $(1 / \pi T_x)$ の単同調回路を通つた正弦波雑音の自己相関関数と考えることができる。

(4.37) 式により，雑音 $V(t)$ の影響は信号が直流の場合と同様であるが， T は正弦波回路の帯域幅の逆数を示す値 T_x にくらべても十分大きくとらねばならない。

b は， $Y(t) (= X(t))$ の二乗平均値が， $|Y(t)| \leq b$ の範囲内の $Y(t)$ の二乗平均値にほど等しくなるような値であるから， σ_x のとりうる最大値は約 $b / 3$ である。それゆゑ 1% の精度で時間平均を求めるには，

(4.37) 式により T は $(T_x + 10 T_v) \times 10^4$ 程度以上にとらねばならないことがわかる。

以上述べてきたことにより， $V(t)$ がもつべき性質の十分条件および T がとるべき値のめやすが与えられたわけであるが，実際には，回路の動作速度を考えに入れてできるだけ小さな T_v の値を決め，信号の性質を考えながら，例えば信号が完全に定常的であるかあるいはその統計的性質がゆつくり変化するかを考慮して， T の値をきめるべきであろう。

4-2-5 実験結果および考察

本相関器による代表的な実測例について述べる。

・一定電圧信号の二乗平均値

$X(t) = m_x$ のときの自己相関関数 $\varphi_{xx}(\tau)$ は定数となる。

$V(t)$ として $V_1(t)$ を用いた場合の一定電圧信号の二乗平均値 φ_x の実測値を図 4.4 に示す。

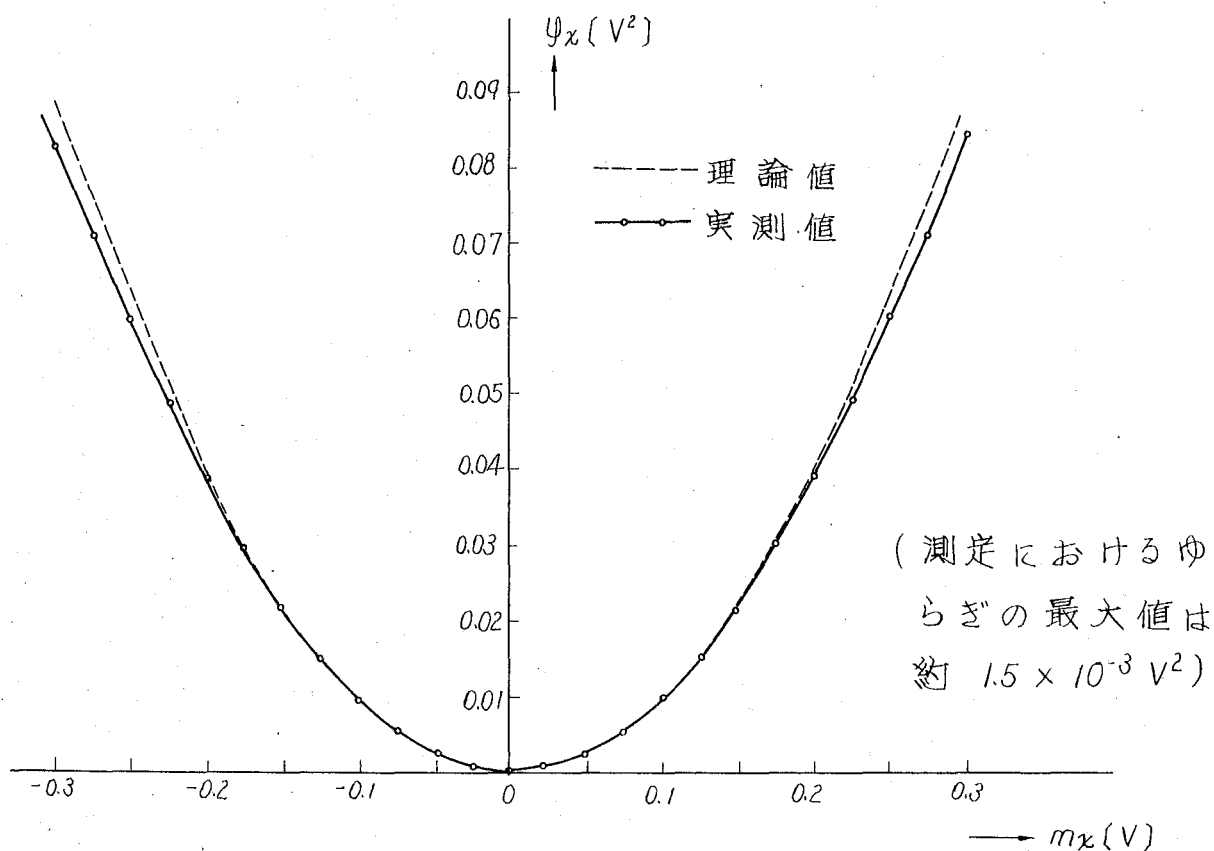


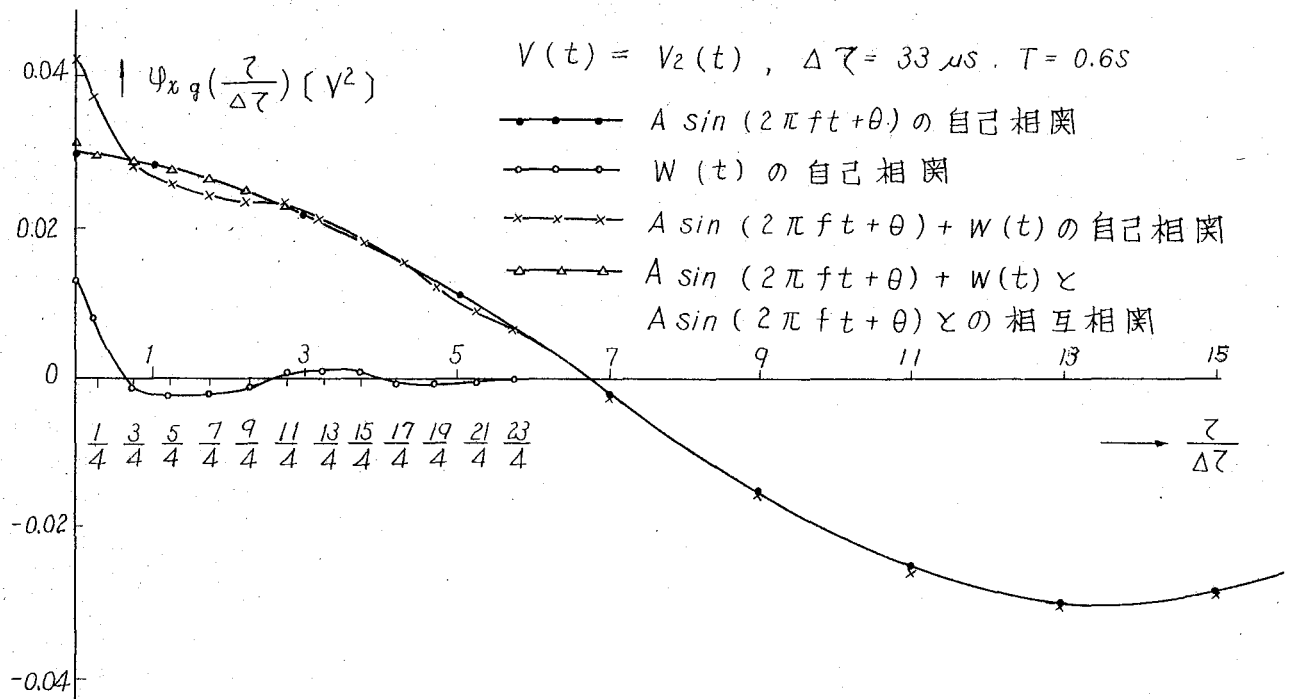
図 4.4 信号 $X(t)$ が一定電圧 m_x のときの二乗平均値 φ_x

入力信号が大きな値をとるとき， $V(t)$ として $V_1(t)$ を用いているために著しい誤差がでるが，信号が b ($=100 \text{ mV}$) 以下では実測値は理論

値にほぼ一致している。 $V(t)$ として $V_2(t)$ を用いたときは理論値との差が、 $V_1(t)$ を用いたときにくらべ $1/2$ 以下になる。

・正弦波，正規雑音の各種相関

正弦波を $A \sin(2\pi f t + \theta)$ とすれば，その自己相関関数は $(A^2/2) \cos 2\pi f \tau$ である。それに独立な正規雑音 $W(t)$ の自己相関関数を $\varphi_{ww}(\tau)$ とすれば，複合波 $A \sin(2\pi f t + \theta) + W(t)$ の自己相関関数の理論値は $(A^2/2) \cos 2\pi f \tau + \varphi_{ww}(\tau)$ となり，複合波 $A \sin(2\pi f t + \theta) + W(t)$ と正弦波 $A \sin(2\pi f t + \theta)$ との相互相関関数は $(A^2/2) \cos 2\pi f \tau$ となるが，図4.5にこの様子を実測値について示す。理論的關係によく一致していることがわかる。



(測定におけるゆらぎの最大値は約 $2 \times 10^{-3} V^2$)

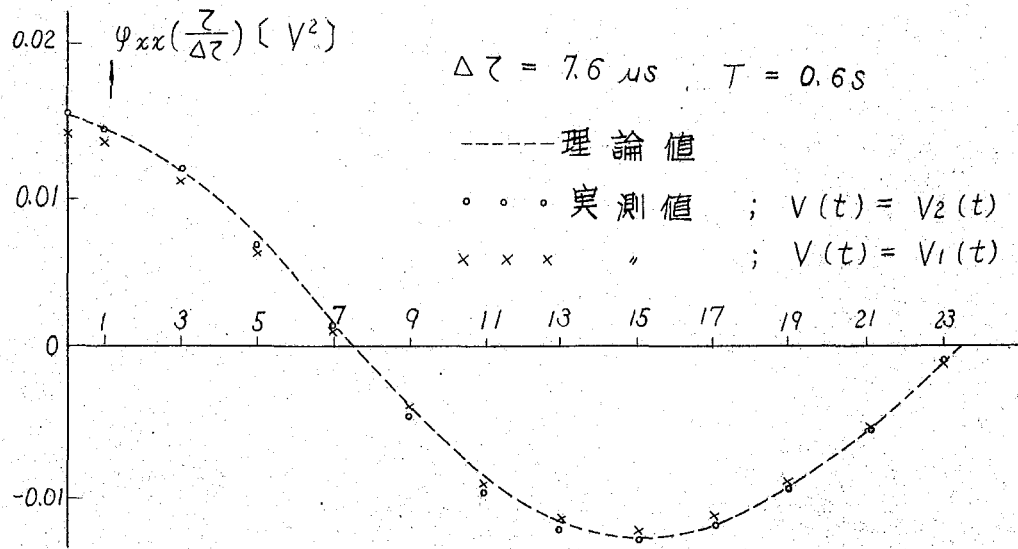
図 4.5 正弦波 $A \sin(2\pi f t + \theta)$ 雑音 $W(t)$ についての各種相関の実測値

・理想帯域通過回路による通過正規雑音の自己相関関数

ほぼ理想帯域通過特性をもつ能動通過器を通じた通過正規雑音の自己相関関数は遮断周波数をそれぞれ $f_1, f_2 (> f_1)$ とすれば， $(A/\tau) (\sin 2\pi f_2 \tau - \sin 2\pi f_1 \tau)$ となる。

図 4.6 に実測値を示す。比較のために示した理論値は φ_x を別に測

定し、その値をもとにして描いたものである。



(測定におけるゆらぎの最大値は約 $0.02\varphi_x$)

図4.6 2.8~5.6 KCの理想帯域ろ波回路を通った雑音の自己相関関数

4-3 アナログデジタル混合計算形相関器 (形式II)

4-3-1 原理および回路

正規分布に従う二つの信号 $X(t)$, $Y(t)$ の相関関数 $M[X(t_1)Y(t_2)]$ は, $Y(t)$ の極性信号 $\text{sgn } Y(t)$ と $X(t)$ の相関関数 $M[X(t_1)\text{sgn } Y(t_2)]$ により次の関係で与えられる (第6章参照)。

$$M[X(t_1)Y(t_2)] = \sigma_y \sqrt{\frac{\pi}{2}} M[X(t_1)\text{sgn } Y(t_2)] \dots\dots (4.38)$$

$X(t)$, $Y(t)$ が定常的であれば, 相関関数 $M[X(t_1)Y(t_2)]$, および $M[X(t_1)\text{sgn } Y(t_2)]$ はそれぞれ時間差 $\tau = t_2 - t_1$ のみの関数 $\varphi_{xy}(\tau)$

, $\varphi_{x\text{sgn } y}(\tau)$ となる。さらにそれらがエルゴード的であれば, 確率平均は時間平均でおきかえられる。

従つて, この計算は図4.1の回路で $V(t) = 0$ とおくことによつてなされる。

4-3-2 実験結果

図4.3に示した正規雑音の相関係数の測定はこの相関器によつて行

つたものである。

次にこの相関器によつて測定された，図4・7に示す回路を通つた正規雑音の自己相関関数とその理論値を図4・8に示す。

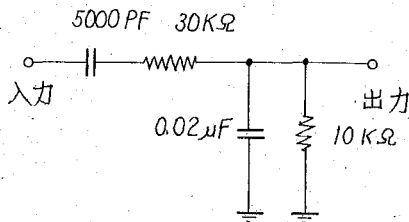


図4.7 3波回路

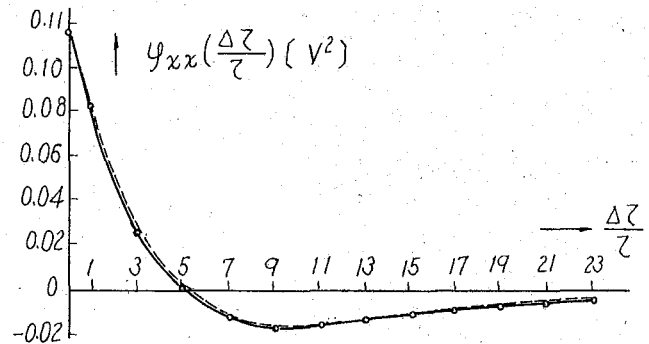


図4.8 自己相関関数

4・4 結 言

アナログデジタル混合計算方式による新しい形の相関器二種類の設計理論，試作結果等について述べた。

これらの相関器は才6章で述べる極性信号の統計的性質を利用した新しい計算方法によるもので，極めて簡単である。

このうち形式Ⅰの相関器は任意の統計的性質をもつ信号の相関関数を求めることができるものであるが，一様分布の雑音が必要である。しかしこの雑音はあまり特殊なものでもなくてもよい。

本章ではその雑音をもつべき性質の十分条件を与えたが，このような雑音を得ることはあまり難しくない。一様分布雑音は，普通，自然界にないであろうが，ごくありふれた適当な雑音，例えば正規雑音をとりその分布を一様化すれば，多くの場合この条件を満足するのである。本章で述べた相関器は，ごく普通のトランジスタを用いあまり高速動作を考慮して設計されていないので，その測定可能な周波数範囲は数サイクルから十数キロサイクルにとまどつているが，現在普通に実現できる程度の高速動作の回路，例えば応答速度が $0.2\mu\text{s}$ 程度の極性弁別回路等を用いて構成すれば，測定可能な上限の周波数を数十キロサイクルにすることは容易であると思われる。

才 4 章の附録

(1) (4・1), (4・6) 式の導出

(4・8) 式を変形すると

$$\begin{aligned}
 & \left| MX, \operatorname{sgn} Z_2 - \frac{1}{\lambda} MX_1 Y_2 \right| \\
 &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_2 x_1 f_{xy}(x_1 y_2) \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta_2 \operatorname{sgn}(\zeta_2 + y_2) \left\{ f_v(\zeta_2) - \frac{1}{2\lambda} \right\} \right| \\
 &\leq \sqrt{\varphi_x} \left[\int_{-\infty}^{\infty} dy_2 f_y(y_2) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta_2 \operatorname{sgn}(\zeta_2 + y_2) \left(f_v(\zeta_2) - \frac{1}{2\lambda} \right) \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\
 &= \sqrt{\varphi_x} \left[\left(\int_{|y| \leq b} + \int_{|y| > b} \right) dy_2 f_y(y_2) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta_2 \operatorname{sgn}(\zeta_2 + y_2) \left(f_v(\zeta_2) - \frac{1}{2\lambda} \right) \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\
 &\dots\dots (4 \cdot a \cdot 2)
 \end{aligned}$$

となるから, (4・9) 式の関係を用いると次式を得る。

$$\left| MX_1 \operatorname{sgn} Z_2 - \frac{1}{\lambda} MX_1 Y_2 \right| \leq \frac{\delta}{\lambda} \dots\dots (4 \cdot a \cdot 2)$$

δ は (4・6) 式により示される値である。

これより (4・1) 式が得られる。

(2) (4・27), (4・28) 式の導出

$X_1, X_2, Y_3, Y_4; X_1, X_2, Z_3, Z_4; V_3, V_4$ の結合密度関数をそれぞれ

$f_{xyxy}(x_1, x_2, y_3, y_4), f_{xxzz}(x_1, x_2, y_3, y_4), f_{vv}(v_3, v_4)$ とすると

$$\begin{aligned}
 & MX_1 X_2 \operatorname{sgn} Z_3 \operatorname{sgn} Z_4 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 dz_3 dz_4 x_1 x_2 \operatorname{sgn} Z_3 \operatorname{sgn} Z_4 f_{xyxy}(x_1, x_2, z_3, z_4) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 dy_3 dy_4 x_1 x_2 f_{xyxy}(x_1, x_2, y_3, y_4) \\
 &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz_3 dz_4 \operatorname{sgn} z_3 \operatorname{sgn} z_4 f_{vv}(z_3 - y_3, z_4 - y_4) \dots\dots (4 \cdot a \cdot 3)
 \end{aligned}$$

となる。

一方 $V(t)$ と $N(t)$ との間には (4・14) 式のような関係があるので,

$f_{vv}(v_3, v_4)$ は (4・a・4) 式で与えられる。

$$f_{vv}(v_3, v_4) = \frac{dn_3}{dv_3} \frac{dn_4}{dv_4} f_{nn}(n_3, n_4) \dots\dots (4 \cdot a \cdot 4)$$

$N(t)$ は正規雑音なので，その結合確率 $f_{vv}(v_3, v_4)$ は $h\mu(\xi)$ をエルミットの多項式

$$h\mu(\xi) = \frac{(-1)^\mu}{\sqrt{\mu!}} \left\{ \frac{d^\mu}{d\xi^\mu} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \right\} \exp\left(\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (4 \cdot a \cdot 5)$$

とすれば，メーラーの公式を用いて

$$\begin{aligned} f_{nn}(n_3, n_4) &= \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \frac{1}{\sqrt{1-\rho_n^2}} \exp\left[-\frac{n_3^2 - 2\rho_n n_3 n_4 + n_4^2}{2\sigma_n^2(1-\rho_n^2)}\right] \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{\rho_n^\mu}{\mu!} h\mu\left(\frac{n_3}{\sigma_n}\right) h\mu\left(\frac{n_4}{\sigma_n}\right) \exp\left(-\frac{n_3^2 + n_4^2}{2\sigma_n^2}\right) \\ &\dots\dots(4 \cdot a \cdot 6) \end{aligned}$$

と書き表わされるから，次式の関係を得る。

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 dx_4 \operatorname{sgn} x_3 \operatorname{sgn} x_4 f_{vv}(x_3 - y_3, x_4 - y_4) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dv_3 dv_4 \operatorname{sgn}(v_3 + y_3) \operatorname{sgn}(v_4 + y_4) f_{vv}(v_3, v_4) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dn_3 dn_4 \operatorname{sgn}\{\varphi(n_3) + y_3\} \operatorname{sgn}\{\varphi(n_4) + y_4\} f_{nn}(n_3, n_4) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dn_3 dn_4 \operatorname{sgn}\{n_3 + \varphi^{-1}(y_3)\} \operatorname{sgn}\{n_4 + \varphi^{-1}(y_4)\} \\ &\quad \times \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{\rho_n^\mu}{\mu!} h\mu\left(\frac{n_3}{\sigma_n}\right) h\mu\left(\frac{n_4}{\sigma_n}\right) \exp\left(-\frac{n_3^2 + n_4^2}{2\sigma_n^2}\right) \\ &= \frac{2}{\pi\sigma_n^2} \int_0^{\varphi^{-1}(y_3)} dn_3 \int_0^{\varphi^{-1}(y_4)} dn_4 \exp\left(-\frac{n_3^2 + n_4^2}{2\sigma_n^2}\right) \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \int_0^{\varphi^{-1}(y_3)} d\rho \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\rho^\nu}{\nu!} h_\nu\left(\frac{\varphi^{-1}(y_3)}{\sigma_n}\right) h_\nu\left(\frac{\varphi^{-1}(y_4)}{\sigma_n}\right) \\ &\quad \exp\left[-\frac{\{\varphi^{-1}(y_3)\}^2 + \{\varphi^{-1}(y_4)\}^2}{2\sigma_n^2}\right] \\ &= \frac{y_3 y_4}{b^2} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\varphi^{-1}(y_3)} \frac{d\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{\{\varphi^{-1}(y_3)\}^2 - 2\rho\{\varphi^{-1}(y_3)\}\{\varphi^{-1}(y_4)\} + \{\varphi^{-1}(y_4)\}^2}{2\sigma_n^2(1-\rho^2)}\right] \\ &\dots\dots(4 \cdot a \cdot 7) \end{aligned}$$

(4.18), (4.a.3), (4.a.7) の各式から (4.27), (4.28)

両式を得る。

(3) (4.29) 式の導出

$V(t)$, $V(t+\tau)$, $N(t)$, $N(t+\tau)$ をそれぞれ V_1, V_2, N_1, N_2 と略記しよう。

$$\begin{aligned}\rho_{vv}(\tau) &= \varphi_v^{-1} M V_1 V_2 \\ &= \varphi_v^{-1} M g(N_1) g(N_2) \\ &= \varphi_v^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d n_1 d n_2 g(n_2) f_{nn}(n_3, n_4) \quad \dots (4.a.8)\end{aligned}$$

(4.a.8) 式において $f_{nn}(n_3, n_4)$ は (4.a.6) 式の関係をもつから、次のようになる。

$$\rho_{vv}(\tau) = \frac{1}{2\pi \sigma_n^2 \varphi_v} \sum_{\mu=0}^{\infty} \rho_{nn}^{\mu} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} d n g(n) h_{\mu} \left(\frac{n}{\sigma_n} \right) \exp \left(- \frac{n^2}{2\sigma_n^2} \right) \right\}^2 \quad \dots (4.a.9)$$

ここで、 $h_{\mu}(\xi)$ は (4.a.5) 式に示したエルミットの多項式である。 $\varphi_v = b^2/3$ であり、 $h_{2\nu}(\xi), h_{2\nu-1}(\xi)$ はそれぞれ偶関数、奇関数であるから

$$\begin{aligned}\rho_{vv}(\tau) &= \frac{3}{b^2} \sum_{\nu=0}^{\infty} \rho_{nn}^{2\nu-1} \left\{ M g(N) h_{2\nu-1} \left(\frac{N}{\sigma_n} \right) \right\}^2 \\ &= \frac{3\rho_{nn}}{b^2} \left[M g(N) \left(\frac{N}{\sigma_n} \right) \right]^2 \\ &\quad + \frac{3\rho_{nn}^3}{b^2} \left[M g(N) \left\{ \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{N^3}{\sigma_n^3} - \frac{3N}{\sigma_n} \right) \right\} \right]^2 + \dots \dots \dots \\ &\quad \dots (4.a.10)\end{aligned}$$

(4.a.10) 式を数値計算すると

$$\rho_{vv}(\tau) \approx \frac{2}{\pi} \left\{ \rho_{nn}(\tau) + \frac{1}{2} \rho_{nn}^3(\tau) + \dots \right\} \quad \dots (4.a.11)$$

となり、この式の右辺の値は近似的に $\sin^{-1} \rho_{nn}(\tau)$ に等しい。

(4) (4.36) 式の導出

(4.33), (4.34), (4.35) の各式より

$$\begin{aligned}
R_{zz}(\xi, \tau) = & 6_z \left[\exp\left(-\frac{2|\xi|}{T}\right) \cos \omega_z \xi \right. \\
& \left. + \exp\left\{-\frac{|\xi+\tau|+|\xi-\tau|}{T}\right\} \cos \omega_z(\xi+\tau) \cos \omega_z(\xi-\tau) \right] \\
& \dots (4 \cdot a \cdot 12)
\end{aligned}$$

となる。この $R_{zz}(\xi, \tau)$ に対し, $\tau \ll T$ であれば,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{T^2} \int_0^\infty d\theta \int_{-\infty}^\theta d\xi \exp\left(-\frac{2\theta-\xi}{T}\right) R_{zz}(\xi, \tau) \\
& = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^\tau d\xi \exp\left(\frac{\xi}{T}\right) R_{zz}(\xi, \tau) + \frac{1}{T^2} \int_0^\tau d\theta \int_0^\theta d\xi \exp\left(\frac{\xi}{T}\right) R_{zz}(\xi, \tau) \\
& + \frac{1}{T^2} \int_\tau^\infty d\theta \int_\tau^\theta d\xi \exp\left(-\frac{2\theta-\xi}{T}\right) R_{zz}(\xi, \tau) \quad (4 \cdot a \cdot 13)
\end{aligned}$$

(4・a・13) 式を $\tau, T_z \ll T$ なる仮定のもとで, $(T_z/T)^2$, $(1/\omega_z T)^2$, $(\tau/T)^2$, $(\tau/T)(T_z/T)$, $(\tau/T)(1/\omega_z T)$

等および, より高次の項を省略して計算すると (4・36) 式が得られる。

オ 5 章 アナログデジタル混合計算における誤差

5-1 緒 言

アナログデジタル混合計算において，一般に信号はアナログ信号を符号化したデジタル信号とアナログ信号の両者が扱われる。

それゆえ，アナログデジタル混合計算を行う場合の誤差の問題に関連して次のようなことを検討する必要がある。

- (1) 標本化と量子化とに基づく誤差
- (2) 標本化信号から連続信号を得る場合の復調誤差
- (3) A/D変換におけるスケーリング

従来，標本化による誤差と量子化による誤差は別々に考えて，論じられているが，普通，量子化は標本化の後に行われるので，それぞれの誤差を別個に考えるべきでない。

あるアナログデジタル混合計算回路を時分別で使用するような場合には計算結果の信号が標本化信号で得られることになるので，連続信号にする必要が出てくることがある。このようなときには復調誤差を考慮しなければならない。

本章では，これらの問題を統計的な手法により検討する。

A/D変換を行う場合に，変換の相対精度を保つために適当なスケーリングが必要である。本章ではこのスケーリングの問題についても考察する。

5-2 標本化と量子化とに基づく誤差

5-2-1 A/D変換における誤差

A/D変換は，普通，標本化と量子化の二つの操作により行われるのでA/D変換における誤差の二乗平均値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & M \{ q [X (\mu T + \Delta T)] - X (\mu T + \Delta T) \}^2 \\ &= M q^2 [X (\mu T)] + M X^2 (\mu T + \Delta T) \\ &\quad - 2 M (\mu T + \Delta T) q [X (\mu T)] \quad \dots (5.1) \end{aligned}$$

ここで， μ は整数， T は標本化の周期， ΔT は標本化が行われた時刻から経過した時間とする。

この式では，次のような関係を用いている。

$$q(x) = \nu \varphi \quad ; \quad \left(\nu - \frac{1}{2}\right) \varphi \leq x < \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \varphi \quad \dots (5.2)$$

のとき

$$q[X(\mu T + \Delta T)] = q[X(\mu T)] \quad \dots (5.3)$$

(5.2) 式で， ν は整数， φ は量子化電圧である。

$X(t)$ が正規定常過程をなしている場合について (5.1) 式の値を検討しよう。 $X(\mu T)$ ， $X(\mu T + \Delta T)$ をそれぞれ X_0 ， X と略記する。 σ_x^2 を $X(t)$ の二乗平均値， $\rho_{xx}(\tau)$ を $X(t)$ の自己相関係数とすると次のような関係がある。

$$\begin{aligned} M X \varphi [X_0] &= \frac{1}{2\pi \sigma_x^2 \sqrt{1 - \rho_{xx}(\Delta T)}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dx_0 q(x_0) \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{x^2 - 2\rho_{xx}(\Delta T)xx_0 + x_0^2}{2\sigma_x^2 \{1 - \rho_{xx}(\Delta T)\}}\right] \\ &= \frac{\rho_{xx}(\Delta T)}{\sqrt{2\pi \sigma_x^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 q(x_0) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad \dots (5.4) \end{aligned}$$

(5.1)，(5.4) 両式から

$$\begin{aligned} M \{q[X] - X\}^2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma_x^2}} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{\varphi}{2}}^{\frac{\varphi}{2}} d\xi \left[2\mu \varphi \{1 - \rho_{xx}(\Delta T)\} (\mu \varphi + \xi) + \xi^2 \right] \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{(\mu \varphi + \xi)^2}{2\sigma_x^2}\right] \\ &\simeq 2\sigma_x^2 \{1 - \rho_{xx}(\Delta T)\} + \frac{\varphi^2}{12} \quad \dots (5.5) \end{aligned}$$

(5.5) 式において，右辺の第1項は標本化によるものであり，第2項は量子化によるものであるから，AD変換における標本化と量子化

に基づく誤差の二乗平均値は別々の誤差の二乗平均値の和に等しいことになる。

例えば，十分平坦なパワースペクトルをもつ正規雑音が，遮断周波数 ω_1, ω_2 の理想帯域 波回路を通つた 波雑音の自己相関係数 $\rho_{xx}(\tau)$ は

$$\rho_{xx}(\tau) = \frac{\sin \omega_2 \tau - \sin \omega_1 \tau}{(\omega_2 - \omega_1) \tau} \quad \dots (5.6)$$

で与えられるから，

$$\begin{aligned} M\{q[X]-X\}^2 &\simeq 2\sigma_x^2 \left\{ 1 - \frac{\sin \omega_2 \Delta T - \sin \omega_1 \Delta T}{(\omega_2 - \omega_1) \Delta T} \right\} + \frac{\sigma^2}{12} \\ &\simeq \frac{\sigma_x^2}{3} (\omega_1^2 + \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2) \Delta T^2 + \frac{\sigma^2}{12} \quad \dots (5.7) \end{aligned}$$

となる。

(5.1) 式において

$$q[X] = X + E \quad \dots (5.8)$$

とおくと，普通， E は確率密度 $f_e(e)$ が次式で与えられるような一様分布雑音であると考えることができる。

$$\begin{aligned} f_e(e) &= \frac{1}{\sigma} ; \quad -\frac{\sigma}{2} \leq e < \frac{\sigma}{2} \\ 0 &; \quad e < -\frac{\sigma}{2}, \quad e \geq \frac{\sigma}{2} \end{aligned} \quad \dots (5.9)$$

(5.8) 式の関係を用いても，(5.5) 式に似た式が得られる。

5-2-2 アナログデジタル混合乗算における誤差

アナログデジタル混合乗算における標本化と量子化とに基づく誤差の二乗平均値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M\{X(\mu T + \Delta T) q[Y(\mu T + \Delta T)] - X(\mu T + \Delta T) Y(\mu T + \Delta T)\}^2 \\ = M X^2 (Y - Y_0)^2 + 2 M X^2 E_0 (Y_0 - Y) + M X^2 E_0^2 \quad \dots (5.10) \end{aligned}$$

$X(t), Y(t)$ が正規定常過程をなしているとき，(5・10)式は次のようになる（本章附録参照）。

$$\begin{aligned} M\{X_q[X] - XY\}^2 \\ < 2\sigma_x^2\sigma_y^2[\{1-\rho_{xx}(\Delta T)\} + \{1-\rho_{xy}(\Delta T)\}^2] \\ + \sqrt{5}\sigma_x^2\sigma_y^2\{1-\rho_{yy}(\Delta T)\} + \frac{1}{5}\sigma_x^2\sigma_y^2 \quad \dots\dots (5.11) \end{aligned}$$

比較のために，デジタル乗算における誤差について考えてみよう。
量子化信号 $q[X(t)]$ の二乗計算における誤差の二乗平均値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M\{q^2[\mu T + \Delta T] - X^2(\mu T + \Delta T)\}^2 \\ = M\{(X_0 + E_0)^2 - X^2\}^2 \quad \dots\dots (5.12) \end{aligned}$$

E_0 の値が零のとき，すなわち量子化誤差が零のとき

$$M\{q^2[X] - X^2\}^2 = 4\sigma_x^4\{1-\rho_{xx}^2(\Delta T)\} \quad \dots\dots (5.13)$$

となり，この値(5・11)式で， $\sigma_y = 0$ ， $\sigma_x = \sigma_y$ とした値より大きい。次に $\Delta T = 0$ のときの(5・12)式の値は

$$\begin{aligned} M\{q^2[X] - X^2\}^2 &= 4MX_0^2E_0^2 + 4MX_0E_0^3 + ME_0^4 \\ &\simeq \frac{4}{5}\sigma_x^2\sigma_y^2 \quad \dots\dots (5.14) \end{aligned}$$

となり，この値も，(5・11)式で $\Delta T = 0$ としたときの値よりも大きい。

以上のことから，アナログデジタル混合乗算はデジタル乗算にくらべ，標本化と量子化とに基づく誤差に関しては有利であると云いうる。

アナログデジタル混合計算により連乗算を行うことは簡単であるがこの場合の誤差の二乗平均値は，例えば，次式により与えられる。

$$M\{X(\mu T + \Delta T) - [Y(\mu T + \Delta T) - Z(\mu T + \Delta T)]$$

$$- X(\mu T + \Delta T) Y(\mu T + \Delta T) Z(\mu T + \Delta T)\}^2$$

$$= M\{(X_0 + E_0) - (Y_0 + E_0) - (Z_0 + E_0)\}^2 \dots (5.15)$$

5 - 3 標本化信号から連続信号を得る場合の復調誤差

5 - 3 - 1 保持回路により復調を行う場合の誤差

アナログデジタル混合計算において，その計算結果が標本化信号で与えられることがある。

このような信号は，ある連続信号からの標本化信号であると考えることができるので，標本化信号を用いて連続信号を得る場合には，復調の誤差が問題になる。

復調は，定パラメータの回路あるいは可変パラメータ回路により行うことができるが，前者はごく遅い信号に対してのみ有効なので，ここでは後者について検討する。

自己相関係数 $\rho_{xx}(\tau)$ が (5.6) 式で与えられるような正規定常過程 $X(t)$ の標本化信号から，保持回路により復調する場合の誤差の二乗平均値は次式で与えられる。

$$M\{X(\mu T) - X(\mu T + \Delta T)\}^2$$

$$= 2 \sigma_x^2 \{1 - \rho_{xx}(\Delta T)\}$$

$$\simeq \frac{\sigma_x^2}{3} (\omega_1^2 + \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2) \Delta T^2 \dots (5.16)$$

(5.16) 式により，標本化信号を保持してから経過した時間 ΔT に比例して誤差電圧の平均値が増加することがわかる。

5-3-2 直線補間により復調を行う場合の誤差

直線の補間により復調する場合の誤差の二乗平均値は次式により与えられる（本章附録参照）

$$\begin{aligned}
 & M \left[X(\mu T) + \{X(\mu T) - X((\mu-1)T)\} \frac{\Delta T}{T} - X(\mu T + \Delta T) \right]^2 \\
 &= 2 \sigma_x^2 \left\{ 1 + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta T^2}{T^2} \right\} + \frac{\Delta T}{T} \rho_{xx}(T + \Delta T) \\
 &\quad - \frac{\Delta T}{T} \left(1 + \frac{\Delta T}{T} \right) \rho_{xx}(T) - \left(T + \frac{\Delta T}{T} \right) \rho_{xx}(\Delta T) \Big\} \\
 &\simeq \frac{6 \sigma_x^2}{20} (\omega_1^2 + \omega_1^3 \omega_2 + \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_1 \omega_2^3 + \omega_2^4) (T + \Delta T)^2 \Delta T^2
 \end{aligned}$$

(5.16), (5.17) 両式で, 一般に, $\omega_2 T \ll 1$ であることを考慮すると, 直線の補間により復調する場合の誤差の二乗平均値の方がはるかに小さいことがわかる。より高次の補間についても同様に解析できる。

5-4 A/D変換におけるスケールリング

第3章で述べたように, 量子化電圧 g の A/D 変換器で信号 X を符号化する場合, (3.3) 式の関係があるから,

$$X = x \cdot 1 \pm g \quad \dots (5.18)$$

となる。この式で, 量子化電圧 g の項は最大誤差を表わしている。

符号されたデジタル信号の間の四則演算を考えてみよう。

$$x + y = \frac{X + Y}{1} \left(1 \pm \frac{2g}{X + Y} \right) \quad \dots (5.19)$$

$$xy = \frac{XY}{1^2} \left(1 \pm \frac{2g}{XY} \right) \quad \dots (5.20)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{X}{Y} \left\{ 1 \pm \left(\frac{1}{|X|} + \frac{1}{|Y|} \right) g \right\} \quad \dots (5.21)$$

次にアナログデジタル混合乗除算を考えてみる。

$$xy = \frac{XY}{1} \left(1 \pm \frac{\delta}{Y} \right) \quad \dots\dots(5.22)$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{x}{y} \left\{ 1 \pm \left(\frac{1}{|x|} + \frac{1}{|y|} \right) \frac{\delta}{1} \right\} \quad \dots\dots(5.23)$$

以上の関係から明らかのように，アナログ信号 X ， Y の加減算はアナログ領域で行う方がよく，A/D変換により符号化されたデジタル信号を含む計算を行う場合には，被変信号はA/D変換器の最大入力電圧近辺の大きさにしてから，符号化し変換の相対精度を一定に保つようにすることが好ましい。

このようなスケーリングは非線形演算器で常に考えるべきである。スケーリングを行う回路はオ2章に示されている。

5-5 結 言

アナログデジタル混合計算を行う場合の誤差について論じた。

従来，標本化と量子化とに基づく誤差は別々に考えて論じられていたが，本章では標本化と量子化とを同時に考えて，その誤差について論じた。

また標本化信号から復調する場合の誤差，A/D変換におけるスケーリングの問題についても論じた。

標本化と量子化の誤差は，従来のように別々に考えても大体よいが，厳密には同時に考えて論じるべきであろう。この誤差の検討から，アナログ信号の乗算を行う場合に，A/D変換により符号化したのちデジタル的に行うよりも，アナログデジタル混合乗算を行う方がより優れていることが明らかになった。

A/D変換は，まず被変換信号をA/D変換器の最大入力電圧近辺の大きさにしてから行われるべきであり，スケーリングを行うことが好ましい。

才 5 章の附録

(1) (5・11)式の導出

(5・10)式において，次のような関係がある。

$$\begin{aligned} MX^2(Y-Y_0)^2 &= MX^2 M(Y-Y_0)^2 + 2\{MX(Y-Y_0)\}^2 \\ &= 2\sigma_x^2 \sigma_y^2 [\{1-\rho_{xx}(\Delta T)\} + \{1-\rho_{xy}(\Delta T)\}^2] \end{aligned}$$

..... (5・a・1)

$$\begin{aligned} |MX^2 E_0(Y_0-Y)| &\leq \{MX^4(Y_0-Y)^2 ME_0^2\}^{\frac{1}{2}} \\ &\leq \{MX^8 \cdot M(Y_0-Y)^4\}^{\frac{1}{4}} \frac{g}{\sqrt{12}} \\ &< 3 \sigma_x^2 \sigma_y^2 \{1-\rho_{yy}(\Delta T)\} \end{aligned}$$

..... (5・a・2)

$$\begin{aligned} MX^2 E_0^2 &\leq \{MX^4 \cdot ME_0^4\}^{\frac{1}{2}} \\ &< \{3 \cdot \sigma_x^4 \cdot \frac{g^4}{80}\}^{\frac{1}{2}} \\ &< \frac{1}{5} \sigma_x^2 g^2 \end{aligned}$$

..... (5・a・3)

これらの関係と (5・10)式から (5・11)式を得る。

(2) (5・17) 式の導出

(5・6) 式の $\rho_{xx}(\tau)$ の近似値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \rho_{xx}(\tau) &\simeq \frac{1}{\tau(\omega_2 - \omega_1)} \{ \tau(\omega_2 - \omega_1) - \frac{\tau^3}{6}(\omega_2^3 - \omega_1^3) + \frac{\tau^5}{120}(\omega_2^5 - \omega_1^5) \} \\ &= 1 - \frac{\tau^2}{6}(\omega_1^2 + \omega_1\omega_2 + \omega_2^2) \\ &\quad + \frac{\tau^4}{120}(\omega_1^4 + \omega_1^3\omega_2 + \omega_1^2\omega_2^2 + \omega_1\omega_2^3 + \omega_2^4) \end{aligned}$$

..... (5・a・4)

したがって

$$2\sigma_x^2 \left\{ \left(1 + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta T^2}{T^2}\right) + \frac{\Delta T}{T} \rho_{xx}(T + \Delta T) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\Delta T}{T} \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) \rho_{zz}(T) - \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) \rho_{zz}(\Delta T) \} \\
& = 2 \epsilon_x^2 \left[\left(1 + \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta T^2}{T^2}\right) + \frac{\Delta T}{T} - \frac{\Delta T}{T} \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) - \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6} \left\{ \frac{\Delta T}{T} (T + \Delta T)^2 - \frac{\Delta T}{T} \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) T^2 - \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) \Delta T^2 \right\} \right. \\
& \quad \times (\omega_1^2 + \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2) \\
& \quad \left. + \frac{1}{120} \left\{ \frac{\Delta T}{T} (T + \Delta T)^4 - \frac{\Delta T}{T} \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) T^4 - \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right) \Delta T^4 \right\} \right. \\
& \quad \left. \times (\omega_1^4 + \omega_1^3 \omega_2 + \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_1 \omega_2^3 + \omega_2^4) \right] \dots (5 \cdot a \cdot 5)
\end{aligned}$$

(5・a・5) 式より (5・17) 式が得られる。

オ 6 章 極性信号の統計的性質

6 - 1 緒 言

信号 $X(t)$ の大きさを無視しその極性だけを考えた信号 $\text{sgn } X(t)$ は極性信号とよばれる。

極性信号は，A/D変換の量子化の粗さが極端に大きくなった場合の変換信号と考えることができ，最も単純なデジタル信号であるから，実際回路における取り扱いは簡単である。

極性信号には本章に述べるような興味ある性質があり，この性質を利用しうるような計算をアナログデジタル混合計算方式により行う場合には回路は著しく簡単なものになる。

信号 $X(t)$ に対し，次のような三種類の極性信号の性質を調べることにしよう。

- (1) オ 1 種の極性信号 $\text{sgn } X(t)$
- (2) オ 2 種の極性信号 $\text{sgn } \{X(t) + U(t)\}$
- (3) オ 3 種の極性信号 $\text{sgn } \{X(t) + S(t)\}$

$U(t)$ は $X(t)$ と独立で $X(t)$ の存在する範囲で一様に分布しており，平均値が零の雑音とする。 $S(t)$ は $X(t)$ と独立で任意分布の雑音である。

極性信号は回路的に取り扱いが簡単であるが，元信号が有していた情報をかなり失っており，一般的な計算の信号として元信号のかわりに用いることはできないが，元信号のある種の統計的性質を計算する場合の信号として用いることができる。

オ 1 種の極性信号は直接的で単純であるが，信号 $X(t)$ が正規過程をなしているような特定の性質をもっている場合以外には，あまり便利な性質をもっていないようである。

オ 2 種の極性信号は，信号 $X(t)$ が一般的性質をもっている場合にも元信号の統計的性質を失うことがないので，最も利用価値のあるものであろう。オ 4 章で述べたアナログデジタル混合計算形相関器（形式 I）はこのオ 2 種の極性信号の性質を利用している。

オ 3 種の極性信号は $X(t)$ 以外に $S(t)$ の性質を含んだものとなる。

6-2 才1種極性信号の統計的性質

6-2-1 才1種極性信号の定義および予備事項

信号 $X(t)$ に対して，極性信号 $\text{sgn } X(t)$ を才1種極性信号と呼ぶことにする。

元信号 $X(t)$ に対する才1種極性信号 $\text{sgn } X(t)$ の性質を一般の場合について調べることは極めて困難なので，この節では， $X(t)$ が正規定常過程をなす場合について考える。

まず， $X(t)$ ， $Y(t)$ をそれぞれ X ， Y と略記し， $X(t_1)$ ， $Y(t_2)$ ， $X(t_1 + \tau)$ ， $Y(t_2 + \tau)$ をそれぞれ X_1 ， Y_2 ， X_3 ， Y_4 と略記しよう。

平均値が零の正規定常過程 $X(t)$ の確率密度 $f_x(x)$ は (6.1) 式で与えられる。

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad \dots\dots(6.1)$$

X_1 ， Y_2 の結合確率密度 $f_{xy}(x)$ は (6.1) 式で与えられる。

$$f_{xy}(x_1, y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_{xy}^2)}\left\{\frac{x_1^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho_{xy}x_1y_2}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y_2^2}{\sigma_y^2}\right\}\right\} \quad \dots\dots(6.2)$$

ここで，

$$\sigma_x^2 = M X^2(t) \quad \dots\dots(6.3)$$

$$\sigma_y^2 = M Y^2(t)$$

$$\rho_{xy} = \frac{M X_1 Y_2}{\sigma_x \sigma_y} \quad \dots\dots(6.4)$$

M はモーメントの演算記号である。

以上のような正規定常過程をなす記号に対する才1種極性記号の性質を幾つかの具体例について調べる。

6-2-2 $\text{sgn } X(t)$ の平均値

$\text{sgn } X(t)$ の平均値に関して次のような性質がある。

- (1) $\text{sgn } X(t)$ の確率平均値と $X(t)$ の確率平均値は等しく，零である。

$$M \operatorname{sgn} X(t) = M X(t) = 0 \quad \dots (6.5)$$

(2) $X(t)$ がエルゴード的であれば， $\operatorname{sgn} X(t)$ はエルゴード的であり，有限時間 T における $\operatorname{sgn} X(t)$ の時間平均値のゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi_1^2(T)$ は次式で与えられる（本章附録参照）。

$$\begin{aligned} \Phi_1^2(T) &= M \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^T d\xi \operatorname{sgn} X(\xi) - M \operatorname{sgn} X(t) \right]^2 \\ &= \frac{2}{\pi T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \sin^{-1} \rho_{xx}(t_2 - t_1) \quad \dots (6.6) \end{aligned}$$

(6.5) 式の関係は明らかである。

$X(t)$ の時間平均値を求める場合のゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi^2(T)$ は (6.7) 式によつて与えられる。

$$\begin{aligned} \Phi^2(T) &= M \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^T d\xi X(\xi) - M X(t) \right]^2 \\ &= \frac{6\sigma_x^2}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \rho_{xx}(t_2 - t_1) \quad \dots (6.7) \end{aligned}$$

$X(t)$ がエルゴード的であれば， $\Phi^2(T)$ の値は T を大きくすることにより，いくらでも小さくなる。それゆえ，(6.6)，(6.7) の両式から， $X(t)$ がエルゴード的であれば， $\operatorname{sgn} X(t)$ もエルゴード的であるという性質が出てくる。

6-2-3 $X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau)$ の平均値

(1) $X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau)$ の確率平均値と $X(t) Y(t+\tau)$ の確率平均値とは比例関係にある。

$$M X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau) = \frac{1}{\sigma_y} \sqrt{\frac{2}{\pi}} M X(t) Y(t+\tau) \quad \dots (6.8)$$

(2) $X(t) Y(t+\tau)$ がエルゴード的であれば， $X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau)$ はエルゴード的であり，有限時間 T における $X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau)$ の時間平均値のゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi_{01}^2(\tau, T)$ は (6.9) 式で表わされる。（本章附録参照）。

$$\begin{aligned}
\Phi_{01}^2(\tau, T) &= M \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t d\xi X(\xi) \operatorname{sgn} Y(\xi + \tau) - M X(t) \operatorname{sgn} Y(t + \tau) \right]^2 \\
&= \frac{2\sigma_x^2}{\pi T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \left[\rho_{xx}(t_2 - t_1) \sin^{-1} \rho_{yy}(t_2 - t_1) \right. \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_{yy}^2(t_2 - t_1)}} \{ \rho_{xy}(t_2 - t_1 + \tau) \rho_{xy}(t_1 - t_2 + \tau) \\
&\quad - \rho_{yy}(t_2 - t_1) \rho_{xy}(\tau) (\rho_{xy}(t_2 - t_1 + \tau) + \rho_{xy}(t_1 - t_2 + \tau)) \} \\
&\quad \left. - \rho_{xy}^2(\tau) \right] \dots \dots (6.9)
\end{aligned}$$

このような性質から，正規定常過程 $X(t)$ ， $Y(t)$ の相関関数を求める場合に， $X(t)$ ， $Y(t)$ から直接計算するかわりに， $Y(t)$ の極性信号 $\operatorname{sgn} Y(t)$ と $X(t)$ とを用いて計算すればよいことになる。

才4章で述べた形式IIの相関器は以上のような性質を利用したものである。

(6.8)式は次のようにして導かれる。

$$\begin{aligned}
M X_1 \operatorname{sgn} Y_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_3 x_1 \operatorname{sgn} y_3 f_{xy}(x_1, y_3) \\
&= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_3 x_1 \operatorname{sgn} y_3 \\
&\quad \times \exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho_{xy}^2)} \left\{ \frac{x_1^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho_{xy}x_1y_3}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y_3^2}{\sigma_y^2} \right\} \right] \\
&\dots \dots (6.10)
\end{aligned}$$

(6.10)式より(6.8)式の関係が与られる。

6-2-4 $\operatorname{sgn} X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau)$ の平均値

$\operatorname{sgn} X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau)$ の確率平均値と $X(t) Y(t+\tau)$ との確率平均値との間に(6.11)式の関係が成り立つ(本章附録参照)。

$$M \operatorname{sgn} X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau) = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \frac{M X(t) Y(t+\tau)}{\sigma_x \sigma_y} \dots \dots (6.11)$$

この性質は以前より明らかにされており，極性相関器に利用されている。

6-3 才2種極性信号の統計的性質

6-3-1 才2種極性信号の定義および予備事項

信号 $X(t)$ に独立な一様分布雑音 $U(t)$ を導入し，その和の極性信号 $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ を考え，これを $X(t)$ に対する才2種極性信号と呼ぶことにする。信号 $X(t)$ が一般的な性質を有する場合でも，元信号とその才2種極性信号との間には簡単な関係がある。

それゆえ本節では，一般的な性質をもつ信号 $X(t)$ に対する才2種極性信号の性質について調べよう。

この節では，一様分布雑音 $U(t)$ として，エルゴード的な正規雑音 $L(t)$ を非線形回路に通して分布を一様化した雑音をとつた場合について論じる。

$$U(t) = g[L(t)] \quad \dots\dots (6.12)$$

ここで， $L(t)$ は次のような確率密度 $f_L(l)$ をもつ。

$$f_L(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_L} \exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma_L^2}\right) \quad \dots\dots (6.13)$$

また，

$$g(u) = 2a \int_0^u f_L(\xi) d\xi \quad \dots\dots (6.14)$$

なる関係があるものとする。

このとき， $U(t)$ の確率密度 $f_u(u) = (dl/du) f_L(l)$ の関係により，次のようになる。

$$\begin{aligned} f_u(u) &= \frac{1}{2a} & ; & \quad |u| \leq a \\ &= 0 & ; & \quad |u| > a \end{aligned} \quad \dots\dots (6.15)$$

U_1, U_2 の結合確率密度 $f_{u_1 u_2}(u_1, u_2)$ は (6.16) 式で与えられる。

$$f_{u_1 u_2}(u_1, u_2) = \frac{dl_1}{du_1} \frac{dl_2}{du_2} f_{ll}(l_1, l_2) \quad \dots\dots (6.16)$$

ここで $f_{ll}(\ell_1, \ell_2)$ は L_1, L_2 の結合確率密度であり， $h_\mu(\xi)$ をエルミットの多項式

$$h_\mu(\xi) = \frac{(-1)^\mu}{\sqrt{\mu!}} \left\{ \frac{d^\mu}{d\xi^\mu} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \right\} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (6.17)$$

とすれば，メーラーの公式を用いて

$$\begin{aligned} f_{ll}(\ell_1, \ell_2) &= \frac{1}{2\pi\sigma_l^2} \frac{1}{\sqrt{1-\rho_{ll}^2}} \exp\left[-\frac{\ell_1^2 - 2\rho_{ll}\ell_1\ell_2 + \ell_2^2}{2\sigma_l^2(1-\rho_{ll}^2)}\right] \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_l^2} \sum_{\mu=0}^{\infty} \rho_{ll}^\mu h_\mu\left(\frac{\ell_1}{\sigma_l}\right) h_\mu\left(\frac{\ell_2}{\sigma_l}\right) \exp\left(-\frac{\ell_1^2 + \ell_2^2}{2\sigma_l^2}\right) \\ &\dots\dots (6.18) \end{aligned}$$

と書き表わされる。

以下の考察において，信号は $X(t)$ ， $Y(t)$ で表わし，一様分布雑音は $U(t)$ ， $V(t)$ で表わす。たゞし次の一連の関係があるものとする。

$$MU(t), MV(t) = 0 \quad \dots\dots (6.19)$$

$$MU(t_1)V(t_2) = 0 \quad \dots\dots (6.20)$$

$$\begin{aligned} MX(t_1)U(t_2), MY(t_1)V(t_2) \\ , MX(t_1)V(t_2), MY(t_1)U(t_2) \quad \dots\dots (6.21) \end{aligned}$$

正規雑音 $V(t)$ により発生される $V(t)$ は $U(t)$ と同様な性質をもち，確率密度 $f_v(v)$ は次式で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} f_v(v) &= 1/2b & ; & \quad |v| \leq b \\ &= 0 & ; & \quad |v| > b \end{aligned} \quad \dots\dots (6.22)$$

6-3-2 $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ の平均値

(1) $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ の確率平均値と $X(t)$ の確率平均値との間には比例関係がある。

$$M \text{sgn}\{X(t) + U(t)\} = \frac{1}{a} MX(t) \quad \dots\dots (6.23)$$

(2) $X(t)$ がエルゴード的であれば， $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ はエルゴード的であり，有限時間 T における $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ の時間平均値のゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi_2^2(T)$ は (6.24) 式で与えられる。

$$\begin{aligned}\Phi_2^2(T) &= M \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t d\xi \text{sgn}\{X(\xi)+U(\xi)\} - M \text{sgn}\{X(t)+U(t)\} \right]^2 \\ &< \frac{1}{a^2 T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \left\{ \sigma_{xx}^2 \rho_{xx}(t_2-t_1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2a^2}{\pi} \left| \sin^{-1} \rho_{xx}(t_2-t_1) \right| \right\} \dots\dots (6.24)\end{aligned}$$

(6.23) 式は， $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ の値の (+1) になる確率と (-1) になる確率との差が $X(t)$ に比例するので，モーメントを考える場合には， $X(t)$ を $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ で代用できるということに基づいている。(6.23) 式は次のようにして導かれる。

$$W(t) = X(t) + U(t) \dots\dots (6.25)$$

としたとき， $W(t)$ の確率密度 $f_w(w)$ は次式で与えられる。

$$f_w(w) = \int_{-\infty}^{\infty} dx f_x(x) f_u(w-x) \dots\dots (6.26)$$

したがって，

$$\begin{aligned}M \text{sgn}\{X(t)+U(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} dw \text{sgn } w f_w(w) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx f_x(x) \int_{-\infty}^{\infty} dw \text{sgn } w f_u(w-x) \\ &\dots\dots (6.27)\end{aligned}$$

(6.27) 式より (6.23) 式が得られる。

次に，(6.24) 式を導く。

$$\begin{aligned}\Phi_2^2(T) &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 M \text{sgn}\{X(t_1)+U(t_1)\} \text{sgn}\{X(t_2)+U(t_2)\} \\ &\quad - [M \text{sgn}\{X(t)+U(t)\}]^2 \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 \text{sgn } x_1 \text{sgn } x_2 f_{xx}(x_1, x_2) \\ &\quad - \frac{1}{a^2} \{MX(t)\}^2 \\ &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 \text{sgn } x_1 \text{sgn } x_2\end{aligned}$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 f_{xx}(x_1, x_2) f_{uu}(x_1 - x_1, x_2 - x_2) \\ - \frac{1}{a^2} \{MX(t)\}^2 \quad \dots (6.28)$$

(6.15), ..., (6.18) および (6.28) の各式から (6.29) 式を得る。

$$\Phi_2^2(T) = \frac{1}{a^2 T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 f_{xx}(x_1, x_2) \\ \times \left\{ x_1 x_2 + \frac{2a^2 \rho_{ll}}{\pi} \int_0^1 \frac{d\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[- \frac{\{g^{-1}(x_1)\}^2 - 2\rho \{g^{-1}(x_1)\} \{g^{-1}(x_2)\} + \{g^{-1}(x_2)\}^2}{2 \sigma_{ll}^2 (1-\rho^2)} \right] \right\} \\ - \frac{1}{a^2} \{MX(t)\}^2 \quad \dots (6.29)$$

(6.29) 式より (6.24) 式が導かれる。

(6.24) 式の $(2a^2/\pi) |\sin^{-1} \rho_{ll}(t_2 - t_1)|$ の項は, $X(t)$ のかわりに $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ を用いて時間平均を求める場合の $U(t)$ の影響の大きさを表わしている。

$U(t)$ として, エルゴード的なものを考えているので, T を大きくすれば, $U(t)$ の影響はいくらでも小さくできることになる。

したがって, (6.24) 式より, $X(t)$ がエルゴード的ならば, $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ もエルゴード的であることがわかる。

6-3-3 $X(t) \text{sgn}\{Y(t+\tau) + V(t+\tau)\}$ の平均値

(1) $X(t) \text{sgn}\{Y(t+\tau) + V(t+\tau)\}$ の確率平均値と $X(t) Y(t+\tau)$ の確率平均値との間には比例関係がある (才4章附録参照)。

$$MX(t) \text{sgn}\{Y(t+\tau) + V(t+\tau)\} = \frac{1}{b} MX(t) Y(t+\tau) \quad \dots (6.30)$$

(2) $X(t) Y(t+\tau)$ がエルゴード的であれば, $X(t) \text{sgn}\{Y(t+\tau) + V(t+\tau)\}$ はエルゴード的であり, 有限時間 T における $X(t) \text{sgn}\{Y(t+\tau) + V(t+\tau)\}$ の時間平均値のゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi_{0.2}(\tau, T)$ は (6.31) 式で与えられる。(才4章附録参照)

$$\Phi_{0.2}^2(\tau, T) = M \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t d\xi X(\xi) \text{sgn}\{Y(\xi+\tau) + V(\xi+\tau)\} \right]^2$$

$$\begin{aligned}
& -M X(t) \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\} \}^2 \\
& < \frac{1}{b^2 T^2} \int_0^T \int_0^T d t_1 d t_2 \{ R_{xy}(t_2 - t_1, \tau) \\
& \quad + \frac{2 b^2 \varphi_x}{\pi} | \sin^{-1} \rho_{nn}(t_2 - t_1) | \} \cdots (6.31)
\end{aligned}$$

$$R_{xy}(t_2 - t_1, \tau) = M X_1 X_2 Y_3 Y_4 - \{ M X_1 X_3 \}^2 \cdots (6.32)$$

(6.23)式の場合と同様に，(6.30)式のような2次のモーメントを考える場合にも，形式的に $Y(t)$ は $\operatorname{sgn}\{Y(t)+V(t)\}$ で代用できることがわかる。

$V(t)$ の発生に用いる $N(t)$ すなわち $V(t)$ の影響をいくらでも小さくすることができる。

したがって，(6.31)式より， $X(t) Y(t+\tau)$ がエルゴード的であれば， $X(t) \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\}$ であることがわかる。

才4章で述べた形式Iの相関器は以上のような性質を利用したものである。

6-3-4 $\operatorname{sgn}\{X(t)+U(t)\} \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\}$ の平均値

(1) $\operatorname{sgn}\{X(t)+U(t)\} \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\}$ の確率平均値と

$X(t) Y(t+\tau)$ との間には比例関係がある。

$$\begin{aligned}
& M \operatorname{sgn}\{X(t)+U(t)\} \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\} \\
& = \frac{1}{ab} M X(t) Y(t+\tau) \quad (6.33)
\end{aligned}$$

(2) $X(t) Y(t+\tau)$ がエルゴード的であれば， $\operatorname{sgn}\{X(t)+U(t)\}$

$\times \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\}$ はエルゴード的であり，有限時間 T における $\operatorname{sgn}\{X(t)+U(t)\} \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+V(t+\tau)\}$ の時間平均値のゆらぎの大きさの二乗平均値 $\Phi_2^2(\tau, T)$ は(6.34)式で与えられる(本章附録参照)。

$$\begin{aligned}
\Phi_{22}^2(\tau, T) &= \mathcal{M} \left[\frac{1}{T} \int_{t-T}^t d\xi \operatorname{sgn}\{X(\xi) + U(\xi)\} \operatorname{sgn}\{Y(\xi + \tau) + V(\xi + \tau)\} \right. \\
&\quad \left. - \mathcal{M} \operatorname{sgn}\{X(t) + U(t)\} \operatorname{sgn}\{Y(t + \tau) + V(t + \tau)\} \right] \\
&< \frac{1}{a^2 b^2 T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 [R_{xy}(t_2 - t_1, \tau) \\
&\quad + \frac{2}{\pi} \{a^2 \varphi_y |\sin^{-1} \rho_{\ell\ell}(t_2 - t_1)| + b^2 \varphi_x |\sin^{-1} \rho_{nn}(t_2 - t_1)|\} \\
&\quad + \frac{4a^2 b^2}{\pi^2} |\sin^{-1} \rho_{\ell\ell}(t_2 - t_1) \sin^{-1} \rho_{nn}(t_2 - t_1)|] \\
&\dots\dots (6.34)
\end{aligned}$$

(6.33)式の関係から，(6.30)式の場合と同様に，形式的には $X(t)$ を $\operatorname{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ ， $Y(t)$ を $\operatorname{sgn}\{Y(t) + V(t)\}$ で代用できることがわかる。

以上のような性質を用いても，才4章で述べた形式Iの相関器と同等の性能をもつ相関器を作りうる。

(6.33)式を導出しよう。

$$W(t) = X(t) + U(t) \quad \dots\dots (6.35)$$

$$Z(t) = Y(t) + V(t) \quad \dots\dots (6.36)$$

としたとき， $W(t)$ ， $Z(t)$ の結合確率密度 $f_{wz}(w_1, z_3)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
f_{wz}(w_1, z_3) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_3 f_{xy}(x_1, y_3) f_u(w_1 - x_1) f_v(z_3 - y_3) \\
&\dots\dots (6.37)
\end{aligned}$$

したがって，

$$\begin{aligned}
&\mathcal{M} \operatorname{sgn} W_1 \operatorname{sgn} Z_3 \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dw_1 dx_3 \operatorname{sgn} w_1 \operatorname{sgn} z_3 f_{wz}(w_1, z_3) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dy_3 f_{xy}(x_1, y_3) \\
&\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dw_1 dz_3 \operatorname{sgn} w_1 \operatorname{sgn} z_3 f_u(w_1 - x_1) f_v(z_3 - y_3) \\
&\dots\dots (6.38)
\end{aligned}$$

(6.38)式より，(6.33)式が得られる。

6-3-5 才2種極性信号に関するその他のモーメント

主なものについて結果だけを示す。

$$\begin{aligned} & \overline{MX}_0 \operatorname{sgn}\{X_1+U_1\} \operatorname{sgn}\{X_2+U_2\} \cdots \cdots \operatorname{sgn}\{X_n+U_n\} \\ &= \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_n} \overline{MX}_0 X_1 X_2 \cdots \cdots X_n \quad \cdots \cdots (6.39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \overline{M} \operatorname{sgn}\{X_1+U_1\} \operatorname{sgn}\{X_2+U_2\} \cdots \cdots \operatorname{sgn}\{X_n+U_n\} \\ &= \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_n} \overline{M} X_1 X_2 \cdots \cdots X_n \quad \cdots \cdots (6.40) \end{aligned}$$

6-4 才3種極性信号の統計的性質

6-4-1 才3種極性信号の定義

信号 $X(t)$ に独立な任意分布の雑音 $S(t)$ を導入し，その和の極性信号 $\operatorname{sgn}\{X(t)+S(t)\}$ を考え，これを $X(t)$ に対する才3種極性信号と呼ぶことにする。

6-4-2 才3種極性信号に関する各種モーメント

$S(t)$ の確率密度 $f_s(t)$ とすると，次の関係式を得る。

$$\overline{M} \operatorname{sgn}\{X(t)+S(t)\} = \overline{M} \left(\int_{-X(t)}^{\infty} - \int_{-\infty}^{-X(t)} \right) d\xi f_s(\xi) \quad \cdots \cdots (6.41)$$

$$\begin{aligned} & \overline{M} X(t) \operatorname{sgn}\{Y(t+\tau)+S(t+\tau)\} \\ &= \overline{M} X(t) \left(\int_{-Y(t+\tau)}^{\infty} - \int_{-\infty}^{-Y(t+\tau)} \right) d\xi f_s(\xi) \quad \cdots \cdots (6.42) \end{aligned}$$

6-5 極性信号を扱う回路

6-5-1 極性信号を得る回路

信号 $X(t)$ に対する才1種極性信号 $\operatorname{sgn} X(t)$ は， $X(t)$ の極性を弁別する極性弁別回路により得られるが，その出力の状態を dt とすると次式により与えられる。

$$\operatorname{sgn} X(t) = dt - \bar{dt} \quad \cdots \cdots (6.43)$$

こゝで， $\bar{dt}$ は dt の否定とする。

このような関係があるので，極性弁別回路の出力の状態 d_t は極性信号 $\text{sgn } X(t)$ と同等の意味をもつ。

才 2，才 3 種極性信号についても同様である。

6-5-2 極性信号の遅延を行う回路

極性信号 $\text{sgn } X(t)$ の遅延は， $\text{sgn } X(t)$ に対応する 2 値論理信号 d_t に対して行えばよいので，種々の遅延素子を用いることができる。例えば，フリップフロップ，モノマルチ，磁歪遅延線，磁気テープ等である。

極性信号 $\text{sgn } X(t)$ の遅延を行うことは， $X(t)$ を遅延した後，その極性信号を得るのと同様である。

6-5-3 アナログ信号と極性信号の乗算を行う回路

アナログ信号 $X(t)$ と極性信号 $\text{sgn } Y(t)$ の乗算は，アナログデジタル混合乗算の最も簡単な場合であると考えることができる。

$\text{sgn } Y(t)$ に対応した 2 値論理信号を f_t とすると次のような関係式を得る。

$$\begin{aligned} X(t) \text{sgn } Y(t) &= X(t) \{ f_t - \bar{f}_t \} \\ &= f_t X(t) + (-1) \bar{f}_t X(t) \quad \dots\dots (6.44) \end{aligned}$$

ここで， $\bar{f}_t$ は f_t の否定とする。

この乗算を行う回路を図 6.1 に示す。

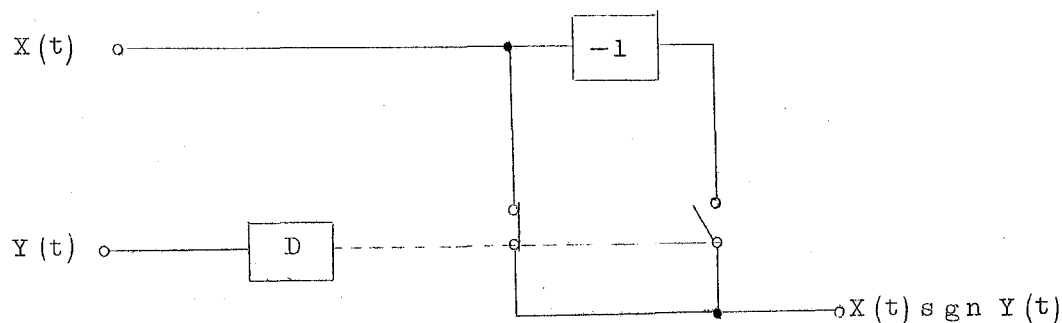


図 6.1 アナログ信号と極性信号の乗算を行う回路

6-5-4 極性信号と極性信号の乗算を行う回路

極性信号 $\text{sgn}X(t)$, $\text{sgn}Y(t)$ に対応した 2 値論理信号をそれぞれ d_t, f_t とすると次の関係を得る。

$$\begin{aligned}\text{sgn} X(t) \text{sgn} Y(t) &= \{d_t \bar{d}_t\} \{f_t \bar{f}_t\} \\ &= d_t f_t + \bar{d}_t \bar{f}_t - \bar{d}_t f_t - d_t \bar{f}_t \\ &= \{d_t f_t \vee \bar{d}_t \bar{f}_t\} + (-1) \{\bar{d}_t f_t \vee d_t \bar{f}_t\}\end{aligned}$$

..... (6.45)

これは論理回路で実現できる。

6-6 結 言

極性信号を，才 1，才 2，才 3 種極性信号というように分けて，その統計的性質を明らかにし，極性信号を扱う回路について述べた。

こゝでとりあげたものは各種極性信号単独の場合であるが，才 1 種極性信号と才 2 種極性信号の両者を含むものについても種々の興味ある関係が成り立つ。本章では，簡単のために，信号が定常的な場合についてのみ検討したが，非定常のときにも似た性質がある。

各種極性信号の性質を要約すると次のようになる。

$X(t)$ に対する才 1 種極性信号 $\text{sgn}X(t)$ の統計的性質に，元信号 $X(t)$ の性質が非直線的に含まれているが，この関係は $X(t)$ が正規定常過程をしている場合以外には簡単ではないようである。

$X(t)$ に対する才 2 種極性信号 $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ の統計的性質は元信号 $X(t)$ の統計的性質に等しい。

これは， $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ の (+1) になる確率と (-1) になる確率との差が $X(t)$ に比例するので，モーメントを考える場合には， $X(t)$ を $\text{sgn}\{X(t)+U(t)\}$ で代用できるということに基づいている。時間平均を求める場合にも才 2 種極性信号の性質は単純である。

$X(t)$ に対する才 3 種極性信号 $\text{sgn}\{X(t)+S(t)\}$ の統計的性質には元信号 $X(t)$ の統計的性質以外に $S(t)$ の性質も含まれたものになるが，一般に簡単な関係はない。

才 6 章 の 附 録

(1) (6・6), (6・11) 式の導出

(6・6) 式の前半を変形すると,

$$\begin{aligned}\Phi_{11}(T) &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \overline{M} \operatorname{sgn} X(t_1) \operatorname{sgn} X(t_2) \\ &\quad - \{ \overline{M} \operatorname{sgn} X(t) \}^2 \quad \dots (6 \cdot a \cdot 1)\end{aligned}$$

となる。(6・a・1)式において, 次の関係がある。

$$\begin{aligned}\overline{M} \operatorname{sgn} X_1 \operatorname{sgn} X_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 \operatorname{sgn} x_1 \operatorname{sgn} x_2 f_{xx}(x_1, x_2) \\ &= \left(\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} + \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 - \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} \right) dx_1 dx_2 f_{xx}(x_1, x_2) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_x^2 \sqrt{1-\rho_{xx}^2}} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \right) d\theta \\ &\quad \times \int_0^{\infty} dr \exp\left[-\frac{r^2(1-\rho_{xx} \sin 2\theta)}{2\sigma_x^2(1-\rho_{xx}^2)}\right] r \\ &= \frac{\sqrt{1-\rho_{xx}^2}}{\pi} \int_0^{\pi} d\theta \left[\frac{1}{1-\rho_{xx} \sin 2\theta} - \frac{1}{1+\rho_{xx} \sin 2\theta} \right] \\ &= \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \rho_{xx} \quad \dots (6 \cdot a \cdot 2)\end{aligned}$$

(6・a・2)式より(6・11)式を得, (6・a・1), (6・a・2)両式から(6・6)式を得る。

(2) (6・9) 式の導出

(6・9) 式の前半を変形すると次のようになる。

$$\begin{aligned}\Phi_{01}(\tau, T) &= \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \overline{M} X(t_1) X(t_2) \operatorname{sgn} Y(t_1+\tau) \operatorname{sgn} Y(t_2+\tau) \\ &\quad - \{ \overline{M} X(t) \operatorname{sgn} Y(t+\tau) \}^2 \quad \dots (6 \cdot a \cdot 3)\end{aligned}$$

こゝで、次の関係がある。

$$MX_1 X_2 \operatorname{sgn} Y_3 \operatorname{sgn} Y_4$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 dy_3 dy_4 x_1 x_2 \operatorname{sgn} y_3 \operatorname{sgn} y_4$$

$$\times f_{xy}(x_1, x_2, y_3, y_4)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_y^2 \sqrt{1-\rho_{34}^2}} \left(\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} + \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 - \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} \right) dy_3 dy_4 (\alpha + \beta)$$

$$\times \exp \left[- \frac{y_3^2 - 2\rho_{34} y_3 y_4 + y_4^2}{2\sigma_y^2 (1-\rho_{34}^2)} \right] \quad \dots\dots (6 \cdot a \cdot 4)$$

ただし、

$$\alpha = \sigma_x^2 \left\{ \rho_{12} - \frac{\rho_{13}\rho_{28} + \rho_{14}\rho_{24} - \rho_{34}\rho_{18}\rho_{24} - \rho_{34}\rho_{28}\rho_{14}}{1 - \rho_{34}^2} \right\}$$

$$\beta = \frac{\sigma_x^2 \sigma_y^2}{1 - \rho_{34}^2} \{ (\rho_{13} - \rho_{34} \rho_{14}) y_3 + (\rho_{14} - \rho_{34} \rho_{13}) y_4 \}$$

$$\times \{ (\rho_{23} - \rho_{34} \rho_{24}) y_3 + (\rho_{24} - \rho_{34} \rho_{23}) y_4 \}$$

$$\rho_{ij} = \frac{MX_i X_j}{\sigma_x^2}, \quad \frac{MX_i Y_j}{\sigma_x \sigma_y}$$

(6・a・3), (6・a・4)の両式より(6・9)式を得る。

(3) (6・34)式の導出

(6・34)式の前半を変形すると次式のようになる。

$$\Phi_{22}^2(\tau, T) = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 M \operatorname{sgn}\{X_1 + U_1\} \operatorname{sgn}\{X_2 + U_2\}$$

$$\times \operatorname{sgn}\{Y_3 + V_3\} \operatorname{sgn}\{Y_4 + V_4\}$$

$$- \frac{1}{a^2 b^2} \{MX_1 Y_3\}^2 \quad \dots\dots (6 \cdot a \cdot 5)$$

こゝで，次の関係がある。

$$M \operatorname{sgn}\{X_1+U_1\} \operatorname{sgn}\{X_2+U_2\} \operatorname{sgn}\{Y_3+V_3\} \operatorname{sgn}\{Y_4+V_4\}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dw_1 dw_2 dz_3 dz_4$$

$$\times \operatorname{sgn} w_1 \operatorname{sgn} w_2 \operatorname{sgn} z_3 \operatorname{sgn} z_4 f_{wwzz}(w_1, w_2, z_3, z_4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 dy_3 dy_4 f_{xyxy}(x_1, x_2, y_3, y_4)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dw_1 dw_2 \operatorname{sgn} w_1 \operatorname{sgn} w_2 f_{uu}(w_1 - \alpha_1, w_2 - \alpha_2)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dz_3 dz_4 \operatorname{sgn} z_3 \operatorname{sgn} z_3 \operatorname{sgn} z_4 f_{vv}(z_3 - y_3, z_4 - y_4)$$

$$\dots (6 \cdot a \cdot 6)$$

(6・15), ..., (6・18) および (6・~~a~~・6) の各式から，

(6・34)式を得る。

オ 7 章 同期接地の効果

7-1 緒 言

直流増幅回路は種々の装置において重要な役割をはたしているが、高い精度と安定度を望む場合には、常にそのドリフトが問題になる。現在、低ドリフトの直流増幅器としては次のようなものがある^{(17), (18)}。

- (1) ドリフト補償形直結直流増幅器
- (2) 変調器による変調形直流増幅器
- (3) 変調形直流増幅器と交流増幅器との組合せ形直流増幅器
- (4) 同期接地形直流増幅器

これらのうち、一般的には組合せ形直流増幅器が最も性能がよく汎用的であるが回路が複雑である。

繰返し形アナログ計算機やA-D変換器、時分割動作のアナログデジタル混合計算回路のように、一つの演算から次の演算の間に休み時間が導入できるものでは、同期接地によるドリフト軽減の方法がきわめて簡単で有効である。

本章では、直流増幅回路に生ずるドリフトの統計的性質、同期接地の効果、同期接地回路の設計方法、設計例について述べる。

7-2 同期接地の原理と回路

増幅器に生ずるドリフトは、その電力周波数成分が周波数の低いところにかたよって分布しているので、その分布から考え十分に短い周期でサンプルした値で近似することができる。

したがって増幅器のドリフトは、そのサンプルした値を差し引くことにより著しく軽減されることになる。

この操作を行う基本の回路を図7・1に示す。

図では、増幅器の入力を接地して出力側のドリフト電圧 α をサンプルし、それをコンデンサ

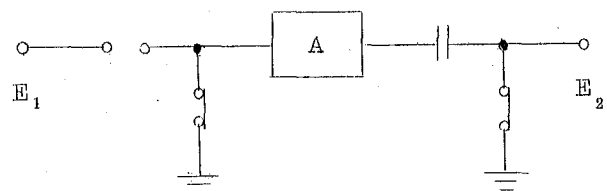


図 7.1 同期接地回路をもつ直流増幅回路

に記憶している状態を示している。したがってこの接地動作のために、回路は信号に対し休み時間が必要になる。入力電圧を E_1 ，出力電圧を E_2 とすれば，非接地時には次のような出力を得る。

$$\begin{aligned} E_2 &= (A E_1 + x + \Delta x) - x \\ &= A E_1 + \Delta x \end{aligned} \quad \dots\dots(7.1)$$

これは図 7・1 に示す回路において各スイッチが理想的な特性をもち、コンデンサの記憶が完全な場合であるが，同期接地を行うことにより，ドリフト x が，接地時から非接地時の間に生ずるドリフトの変化分 Δx に軽減されることを示している。

後述のごとく同期接地の同期が適当であれば Δx の値は x の値にくらべかなり小さい。

図 7・1 に示した回路は大きな負荷電流をとることができないので，そのようなときには図 7・2 の回路が適している。

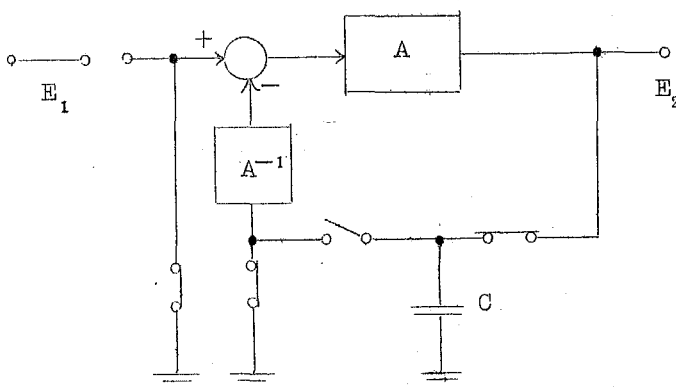


図 7・2 大きな負荷電流をとる場合の回路

7-3 増幅器に生じるドリフト

7-3-1 増幅器で問題になる雑音

増幅器で普通問題になる雑音は，抵抗雑音，トランシスタ雑音，フリツカ雑音，ハムおよびドリフトなどであるが，普通の直流増幅器ではドリフト以外は無視しうる場合が多い。ドリフトは主に次の事柄に起因するものと思われる。

- (1) 周囲温度および湿度の変動による半導体素子など回路素子の特性変化。
- (2) 回路の電源電圧の変動。
- (3) 真空管のヒータ電圧変動等による特性の変化。
- (4) 回路素子の劣化等の経時変化。

7-3-2 ドリフトの統計的性質

増幅器に生ずるドリフト x は，仮想上の全く同じ多数の増幅器から生ずるドリフト $^1x, ^2x, \dots, ^\mu x, \dots$ のセット $X = \{ ^\mu x \}$ のうちの一つの実現値であると考えることができよう。

それゆえ増幅器のドリフトの統計的性質を調べることは， X の性質を調べることである。

ドリフトは時間の関数であるから以後 $X(t) = \{ ^\mu x(t) \}$ と書くことにする。非偶然的な外乱を受けていない増幅器のドリフトの統計的性質は時間に対し変らない。

それゆえ，この場合の $X(t)$ は一つの増幅器のドリフトの $x(t)$ をその変化の速さにくらべ十分長い時間にわたり測定した図7・3に示すようなセットと考えることができるだろう。

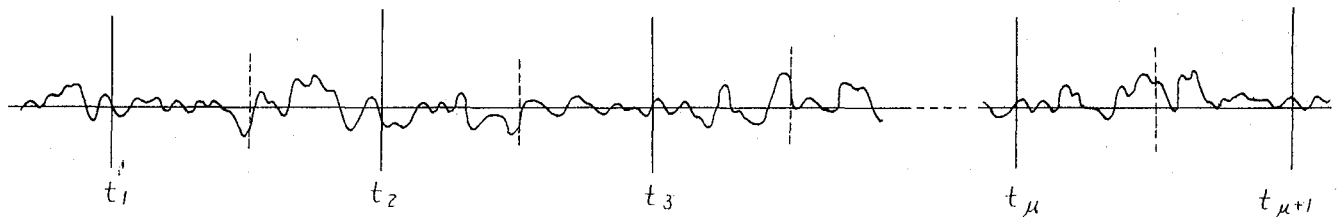


図 7.3 十分長い時間における記録より得られるセット

$^1x(t), ^2x(t), \dots, ^\mu x(t), \dots$ の原点はそれぞれ $t_1, t_2, \dots, t_\mu, \dots$ と考えることになる⁽¹⁶⁾。

増幅器の周囲温度を一定温度だけ変化させるような外乱を与えた場合のドリフト $X(t)$ の性質は，全く同じ外乱を長い時間の間隔をおいて与え外乱の起点を図7・3の $t_1, t_2, \dots, t_\mu, \dots$ に一致させたときのセット $^1x(t), ^2x(t), \dots, ^\mu x(t), \dots$ によつて与えられよう。

以上のような考えに基づいて，ドリフトの平均値，電圧分布，相関関数等の各種統計量を求める。各種増幅回路について得られた資料を図7・4から図7・7に示す。#1の実験結果は初段増幅回路として真空管を用いたもの，#2，#3はゲルマニウムトランジスタについてのものですべて入力換算値である。

ドリフト電圧はすべてペンレコーダにより記録した。

・ 平均値 $X(t)$ の平均値 $m_x(t)$ は図 7・3 に示したようなドリフトのセットを考えることにより次の式から求まる。

$$m_x(t) \simeq \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^N \mu x(t) \quad \dots\dots (7.2)$$

こゝで、 N は十分大きな数とする。増幅器に非偶然的な外乱を与えないようにしておくと、平均値 $m_x(t)$ はドリフトの変動の大きさに対し数パーセント以下で無視しうる。

実際回路で平均値が問題になるのは、トランシスタ回路では周囲温度が変化する場合、真空管回路ではヒータ電圧が変化する場合などであつて、この変化が偶然現象でないとみなされるときである。

それゆゑ平均値を便宜上ドリフトの非偶然的成分と呼ぶことにしよう。トランシスタ回路、真空管回路いずれの場合も熱系を通しての変動でありをわめて類似している。

外乱がステップ状に変化したとき、 $m_x(t)$ は最も著しい変化を示すが、どちらの場合も大体次式で表わせる。

$$m_x(t) = -m_0 + (m_\infty + m_0) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_m}\right) \right\} 1(t-t') \quad \dots\dots (7.3)$$

こゝで $m_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} m_x(t)$, $m_0 = m_x(0)$, τ_m は回路の形によりきまるが、普通 5~15 秒程度の値である。

実際の回路では使用温度範囲等、回路の置かれる条件がきまるので (7・3) 式の m_∞ , m_0 の大きさの最大値 m がきまる。

ドリフトを考えるとき最大値を問題にすることが多いので、この場合について (7・3) 式を書きかえる。

$$m_x(t) = -m \left\{ 1 - 2 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_m}\right) \right\} \right\} 1(t-t') \quad \dots\dots (7.4)$$

図 7・4 は $m_x(t)$ の性質をみるために、真空管回路のヒータ電圧を幾分極端にステップ状に変化させた場合のドリフトの平均である。

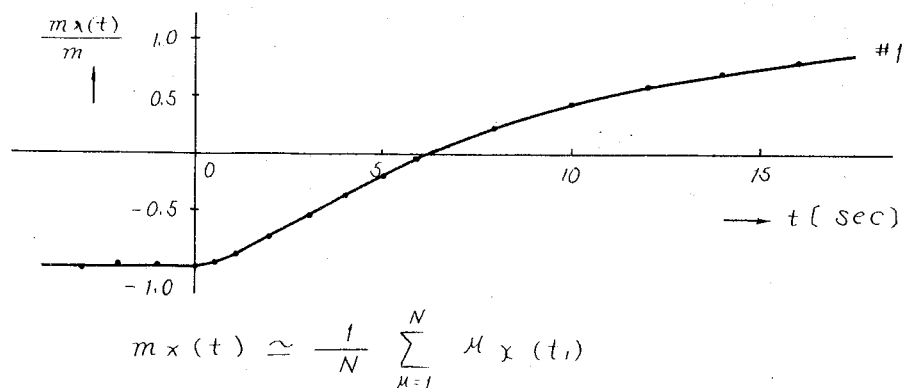


図 7.4 ステップ状の外乱を与えたときの平均値

・電圧分布 ドリフトから、その平均値すなわち非偶然的成分を引いた値、

$$\tilde{X}(t) = X(t) - m_x(t) \quad \dots\dots(7.5)$$

の電圧分布 $f(\tilde{x})$ を考えよう。以後 $\tilde{X}(t)$ をドリフトの偶然的成分と呼ぶことにする。 $f(\tilde{x})$ は次式で与えられる。

$$f(\tilde{x}) \simeq \frac{1}{N} n(\tilde{x} \leq \{\mu_x(t)\} < \tilde{x} + \Delta x) \quad \dots\dots(7.6)$$

ここで、 $n(\tilde{x} \leq \{\mu_x(t)\} < \tilde{x} + \Delta x)$ は N 個よりなるセット $\{\mu_x(t)\}$ の要素のうちでその大きさが $\tilde{x}$ と $\tilde{x} + \Delta x$ との間にあるものの数である。図 7.5 に各種増幅回路に生じるドリフトの偶然的成分の電圧分布を示す。

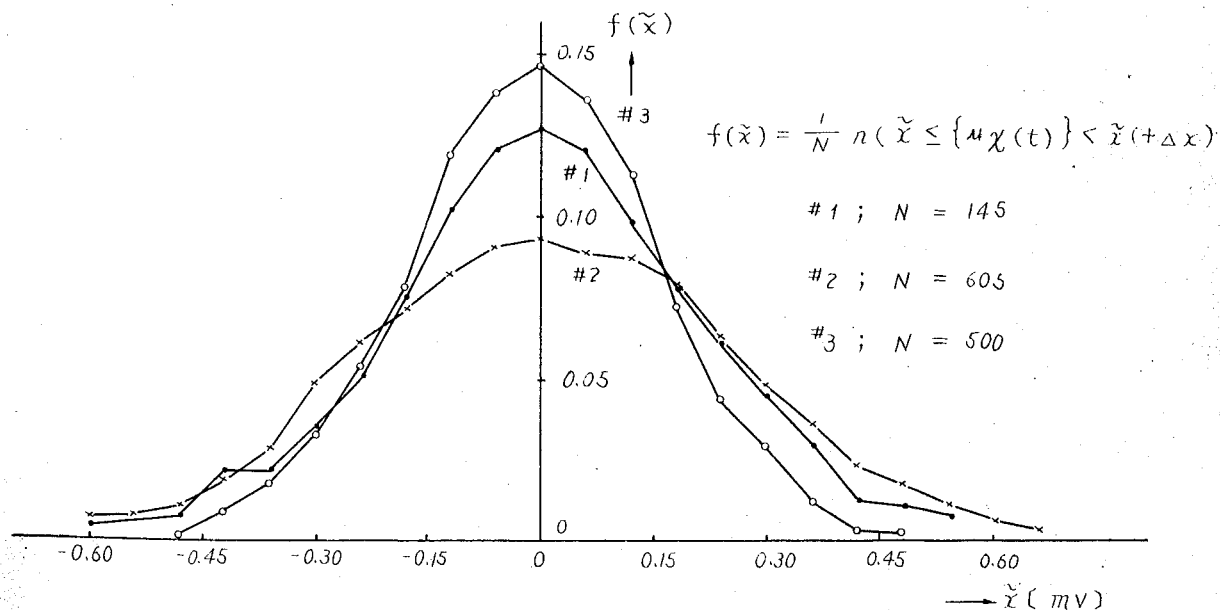


図 7.5 ドリフトの電圧分布

各種増幅回路に生じるドリフトの電圧分布は正規分布にかなり近いものであるが、数学的意味での正規分布との違いは、ドリフトの分布がある振幅の範囲では殆んど正規分布に従うが、それ以上の振幅では全く一致しないことである。すなわちドリフトの場合、ある一定電圧以上になる確率は零であると考えることができるのである。各資料について、その分布が近似的に正規分布をなすと考えたときの二乗平均値の平方根、すなわち標準偏差 σ の3倍以上になる確率と $\tilde{x}$ の最大の振幅を求めると表 7・1 のようになる。

	振幅が 3σ 以上になる確率	振幅の最大値
# 1	0,006	3,16
# 2	0,000	2,96
# 3	0,005	3,06

表 7・1 ドリフトの振幅が 3σ 以上になる確率と振幅の最大値

これからわかるように、ドリフトの偶然的成分の振幅の最大値は標準偏差の4倍を越すことはまずありえないといえる。

これは一般の説に一致している。

・相関関数およびパワースペクトル ドリフトのパワースペクトルを直接求めることは一般に困難であるが、そのフーリエ変換関係にある自己相関関数を求めることは割合容易である。相関関数は雑音の解析においてきわめて重要な役割を演じるが、同期接地回路のような可変パラメータ回路の解析ではとくに重要である。増幅回路のドリフトの偶然的成分は時間的に一様でありエルゴード的であるから、相関関数 $\phi_x(\tau)$ は次式から算出できる。

$$\phi_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{x}(t) \tilde{x}(t + \tau) dt \quad \dots (7.7)$$

(7.7) 式で $\tau = \theta \Delta$, $t = \nu i \Delta$, $T = NV \Delta$ とし、 N が十分大であれば

$$\phi_x(\tau) = \phi_x(\theta \Delta) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \tilde{x}(\nu i \Delta) \tilde{x}(\nu i \Delta + \theta \Delta) \quad \dots (7.8)$$

で与えられる。

V , Δ のきめ方は複雑であり⁽¹¹⁾, ここでは論じないが, ドリフトの変化の速さにくらべ時間間隔 Δ は十分小さく $V\Delta$ が十分大きくなるように V を選ばなければならない。ドリフトの変化の速さはごくあらゐ近似計算により相関関数の傾向をつかめばわかる。

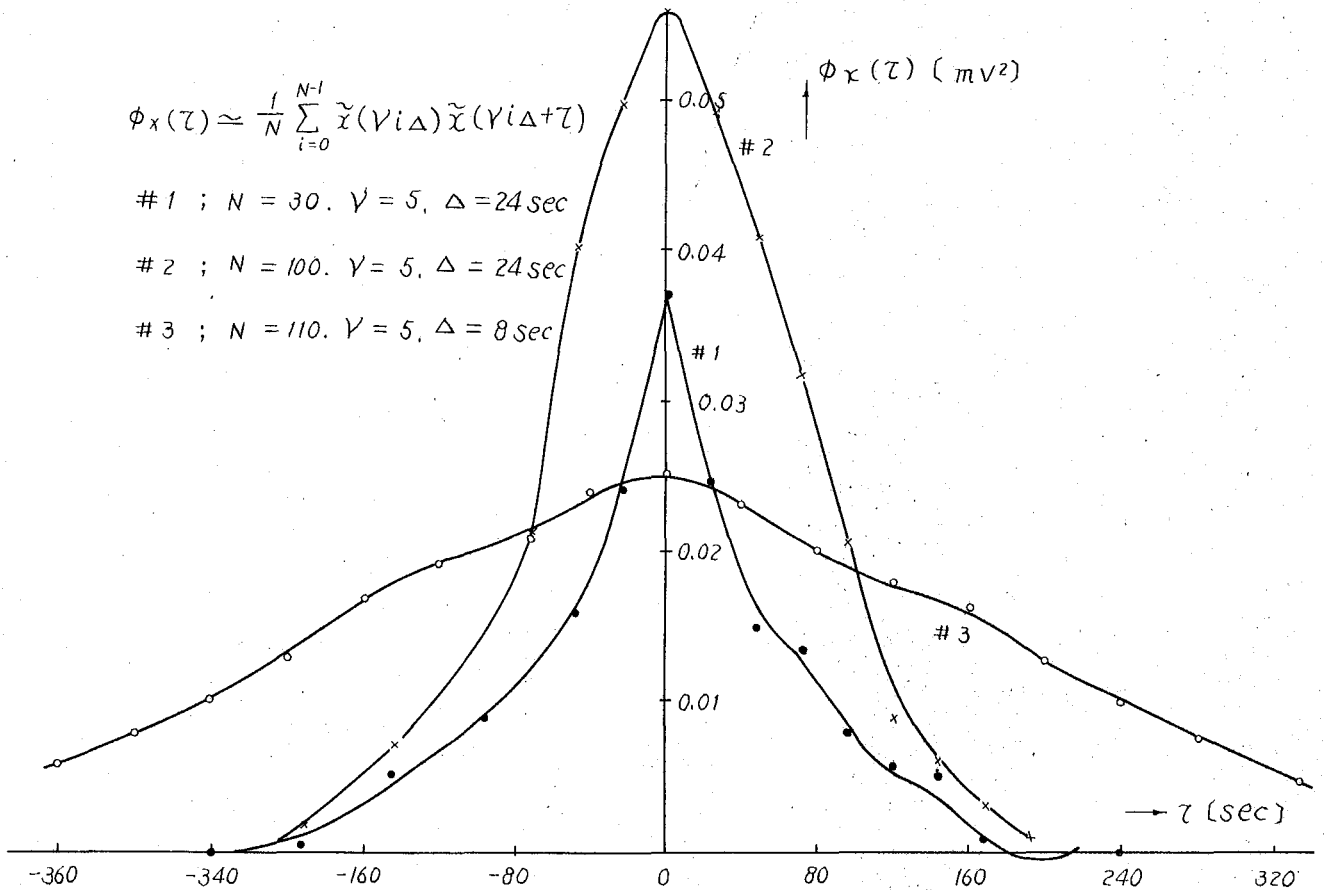


図 7.6 ドリフトの相関関数

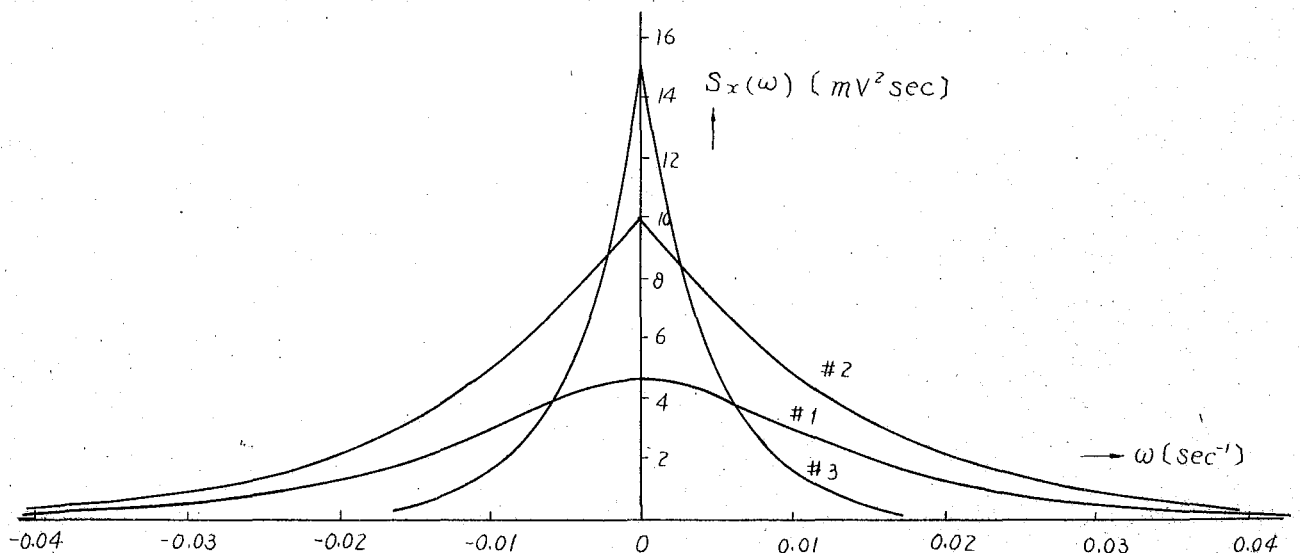


図 7.7 ドリフトのパワースペクトル

図 7・6 に各種増幅回路に生じるドリフトの相関関数を示す。これらの相関関数を簡単な関数で近似し，フーリエ変換によりパワースペクトルを求めると図 7・7 のようになる。

図 7・7 よりわかるようにドリフトは，その周波数成分が低い方にかたよつて分布している。なおこのパワースペクトルの形はフリッカー雑音など自然界に多く見受けるものである。

ドリフトの統計的性質を簡単に言い表わせれば次のようになる。

パワースペクトルは指数分布あるいはコーシイ分布をなし，電圧は正規分布に従っている。またドリフトの偶然的成分の振幅は 4・6 を越すことはまずあり得ない。

7-3-3 ドリフトの数学的表現

ドリフトの偶然的成分は，連続で時間的に一様であるから連続定常過程をなしている。したがつて $X(t)$ のパワースペクトルを $S_x(\omega)$ とすれば次式で表わされる。

$$X(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad \dots\dots (7.9)$$

ただし，

$$\overline{M[Z(\omega)Z(\omega')] } = 2\pi S_x(\omega) \delta(\omega' - \omega) \quad \dots\dots (7.10)$$

ここで， $\overline{M}$ はモーメントの演算記号である。

ドリフト $X(t)$ は (7・9) 式を用いて次式で表わされる。

$$X(t) = m_x(t) + \tilde{X}(t) \quad \dots\dots (7.11)$$

$X(t)$ の二乗平均値は， $k_x = \overline{M[|X(t)|^2]}$ として，

$$\overline{M[|X(t)|^2]} = m_x^2(t) + k_x \quad \dots\dots (7.12)$$

で与えられるが，ドリフトの振幅の最大値 $\varepsilon_x(t)$ を考える場合にはむしろ次の式を考えた方が実際によく適合して便利である。

$$\varepsilon_x(t) = |m_x(t)| + a\sqrt{k_x} \quad \dots\dots (7.13)$$

表 7・1 からわかるようにドリフトの振幅の最大値に対して a は 4 と考えれば十分であると思われる。

7-4 同期接地の効果

7-4-1 同期接地の原理上の効果

同期接地によりドリフトがいかに軽減されるかをみるために，まず物理的な可能性は問わずに，理想的な同期接地回路について考える。あるドリフトをもつ利得 A の増幅器の出力インピータンスは零で，スイッチは理想的な特性を有するものとする。

入力信号が零のときについて考えれば十分であるから，図 7・8 の回路について調べよう。

図 7・8 で $X(t)$ は増幅器出力のドリフトで $Y(t)$ は同期接地回路出力のドリフトである。

以後 $Y(t)$ を残留ドリフトと呼ぶことにする。

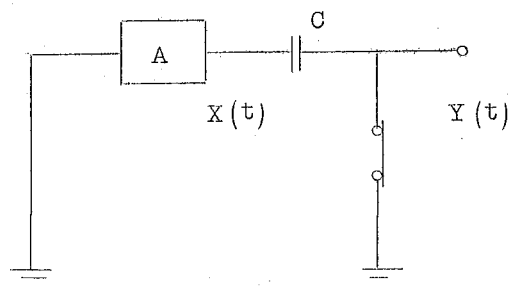


図 7・8 入力信号が零のときの同期接地回路

ν を整数， r を 0 と 1 との間
の数， T を同期接地の周期とし

たときスイッチは次のように動作するものとする。

$\nu T \leq t < (\nu + r)T$ なる時間 t で導通

$(\nu + r)T \leq t < (\nu + 1)T$ なる時間 t では遮断

図 7・8 におけるコンデンサ C はスイッチが遮断状態にある非接地時において完全な電圧記憶要素として働くので，次のような関係を得る。

(1) 接地時 $\nu T \leq t < (\nu + r)T$ では，

$$Y(t) = 0$$

(2) 非接地時 $(\nu + r)T \leq t < (\nu + 1)T$ では，

$$Y(t) = X(t) - X\{(\nu + r)T\} \quad \dots\dots (7.14)$$

(7.14) 式で $t = (\nu + r)T + t_1$ とし， $Y\{(\nu + r)T + t_1\} = Y^1(t_1)$ ， $m_y\{(\nu + r)T + t\} = m_y^1(t_1)$ 等とおけば，(7.11)，(7.14) 式から，

$$\tilde{Y}_\nu^1(t_1) = \tilde{X}_\nu^1(t_1) - \tilde{X}_\nu^1(0) \quad \dots\dots (7.15)$$

$$m_{y\nu}(t_1) = m_{x\nu}^1(t_1) - m_{x\nu}^1(0) \quad \dots\dots (7.16)$$

を得る。まず残留ドリフトの偶然的成分の二乗平均値 $k_y^1(t_1)$ を求めよう。(7.9), (7.10), (7.15) の各式から,

$$\begin{aligned} k_y^1(t_1) &= M |\tilde{Y}_v^1(t_1)|^2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) |\exp(j\omega t_1) - 1|^2 d\omega \dots (7.17) \end{aligned}$$

が導かれる。

ドリフトのパワースペクトルは普通、指数分布あるいはコーシイ分布をなしているが、周波数のいたるところで前者は後者の値を越さないようにでき後者で大体の近似ができるので(本章附録参照)、ここではコーシイ分布についてのみ考える。

$\tilde{X}(t)$ の電力が k_x になるようなコーシイ分布に従うパワースペクトルは、

$$S_x(\omega) = \frac{2k_x\tau}{1 + \tau^2\omega^2} \dots (7.18)$$

で与えられるから(7.18)式は次のようになる。

$$k_y^1(t_1) = 2k_x \{1 - \exp(-t_1/\tau)\} \dots (7.19)$$

前途の各種増幅回路のドリフトのパワースペクトルを(7.18)式で近似した場合の(7.19)式の値 $k_y^1(t_1)$ と、(7.15)式の意味をもつようにドリフトの実測値から計算した値とを図7.9に示す。

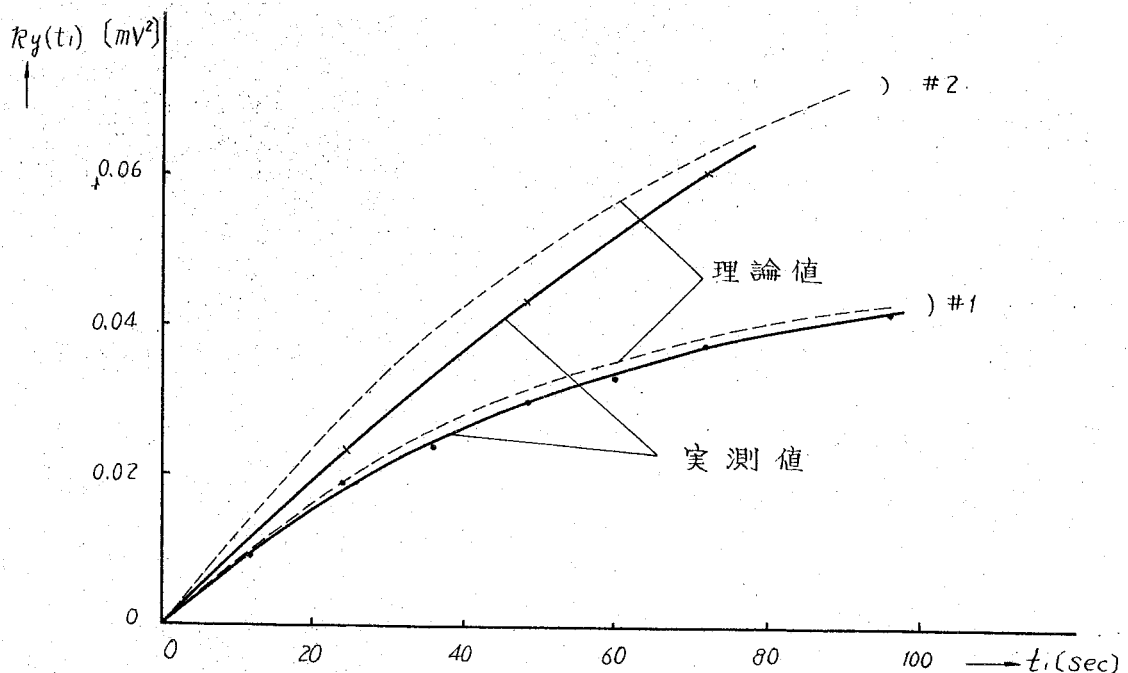
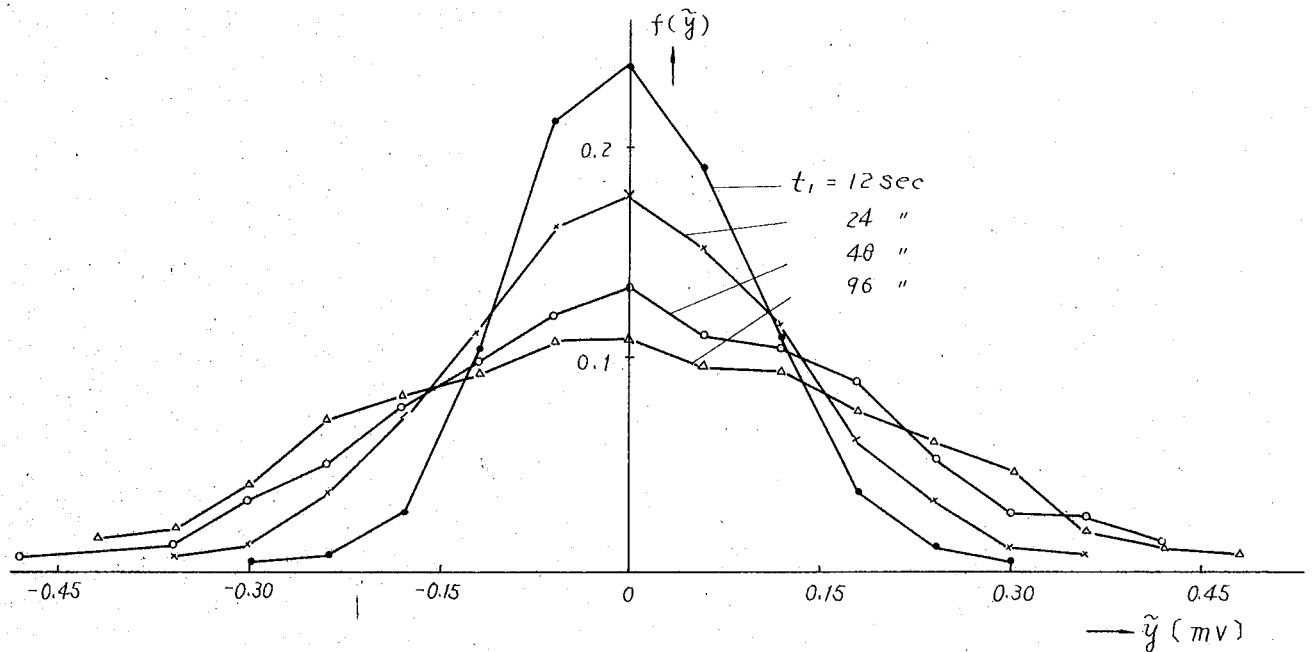


図7.9 残留ドリフトの二乗平均値

図7・9で#2の理論値に対し実測値が幾分小さくなっているのは、#2のドリフトのパワースペクトルが指数分布に従っているのを、これに外接するようなコーシー分布で近似したためではないと思われる。

図7・10は残留ドリフトの各時点における電圧分布を示したもので、正規分布に近い分布をしている。



$$f(\tilde{y}) = \frac{1}{N} n(\tilde{y} \leq \{\mu \tilde{y}(t_1)\} < \tilde{y}), \quad \#1, \quad N=140$$

図7.10 残留ドリフトの各時点における電圧分布

次に残留ドリフトの非偶然的成分 $m_y^1(t_1)$ を求める。残留ドリフトの最大値をおさえる意味で、この場合の $m_y^1(t_1)$ を考える。

(7・4), (7・13), (7・19) 式からわかるように、最大値を与えるのは(7・4)式の t' が $t = \nu T$ に一致したときであるから、このとき、

$$m_y^1(t_1) = 2m \{1 - \exp(-t_1/\tau_m)\} \quad \dots (7.20)$$

となる。(7・13)式は実験によれば残留ドリフトについても成り立ち、振幅の最大値 $\epsilon_y(t_1)$ は、

$$\begin{aligned} \epsilon_y^1(t_1) &= 4\sqrt{k_y^1(t_1) + |m_y^1(t_1)|} \\ &= 4\sqrt{2k_x \{1 - \exp(-t_1/\tau)\}} \\ &\quad + 2m \{1 - \exp(-t_1/\tau_m)\} \quad \dots (7.21) \end{aligned}$$

で与えられる。

こゝで次の量を考える。

$$\eta_1(t_1) = [k_y^1(t_1)/k_x]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2\{1 - \exp(-t_1/\tau)\}} \quad \dots\dots(7.22)$$

$$\eta_2(t_1) = m_y^1(t_1)/m = 2\{1 - \exp(-t_1/\tau_m)\} \quad \dots\dots(7.23)$$

$\eta_1(t_1), \eta_2(t_1)$ はそれぞれドリフトの偶然的成分，非偶然的成分に対する残留率を表わしている。これらの値を図 7.11 に示す。

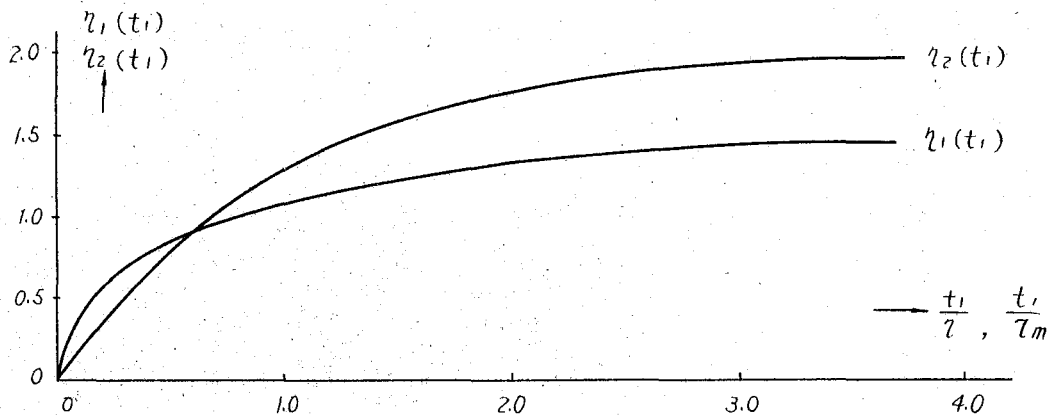


図 7.11 $\eta_1(t_1), \eta_2(t_1)$ のグラフ

$\eta_1(t_1), \eta_2(t_1)$ はともに t_1 に関し単調増加関数であるから， $t_1 = (1-r)T$ のときに最大値をとる。すなわち残留ドリフトの入力換算値の最大値 ε_d は， $\eta_1 = \eta_1\{(1-r)T\}$ ， $\eta_2 = \eta_2\{(1-r)T\}$ として，(7.21)，(7.22)，(7.23) の各式から，

$$\varepsilon_d = (4\eta_1\sqrt{k_x} + \eta_2 m)/A \quad \dots\dots(7.24)$$

で与えられる。 A は増幅器の利得である。

7-4-2 実際回路における同期接地の効果

理想的な同期接地回路においても，ドリフトをサンプルした値で近似することによるサンプル誤差があることは前述の通りであるが，実際回路ではそれ以外に次のような事柄が問題になる。

- (1) 増幅器の出力インピーダンスおよびスイッチの導通抵抗が零でないことにより，サンプルしたドリフト電圧を接地時間内に完全にコンデンサに記憶することができない場合がある。
- (2) 非接地時に負荷電流およびスイッチの遮断電流によりコンデンサ

に記憶した電圧が変化してしまう。

(3) 接地時から非接地時に移るとき，サンプルしたドリフト電圧以外に，スイッチングパルスにより誤差電圧が充電されることがある。

普通，(3)の項は他の項にくらべ無視できるので，こゝでは図7・1に示した基本的な回路に対し(1)，(2)の項を考えに入れた場合の同期接地の効果について調べよう。以下のことは図7・2の回路についてもほぼ同様に成り立つ。

$X(t)$ を増幅器出力のドリフト， $X(t)$ を同期接地回路出力の残留ドリフト， R を接地時間間隔で考えた増幅器の出力抵抗， $r(t)$ をスイッチと負荷抵抗との並列合成値とすれば，実際回路の等価回路は

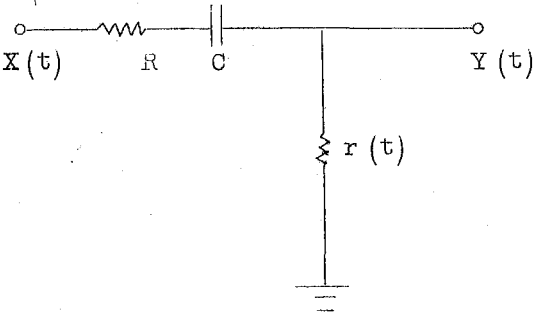


図 7・1・2 同期接地回路の等価回路

図7・12のようになる。

$r(t)$ は次のような値をとる。

$$r(t) = r_0 \quad ; \quad \nu T \leq t < (\nu + r) T \quad \dots (7.25)$$

$$= r_1 \quad ; \quad (\nu + r) T \leq t < (\nu + 1) T$$

はじめに，残留ドリフトの偶然的成分を求める。この回路のインパルスレスポンス $w(t, \xi)$ は，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} w(t, \xi) + \left\{ \frac{1}{C(r(t)+R)} - \frac{R}{(r(t)+R)r(t)} \frac{d}{dt} r(t) \right\} w(t, \xi) \\ = \frac{r(t)}{r(t)+R} \frac{d}{dt} \delta(t - \xi) \quad \dots (7.26) \end{aligned}$$

で与えられる。両辺に $\exp(j\omega\xi)$ を乗じ ξ について $-\infty$ から t まで積分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} y(t, j\omega) + \left\{ \frac{1}{C(r(t)+R)} - \frac{R}{(r(t)+R)r(t)} \frac{d}{dt} r(t) \right\} y(t, j\omega) \\ = \frac{r(t)}{r(t)+R} \frac{d}{dt} \exp(j\omega t) \quad \dots (7.27) \end{aligned}$$

こゝで $y(t, j\omega)$ は $w(t, \xi)$ のフーリエ変換で次の関係をもつ (16)
(19)。

$$y(t, j\omega) = \int_{-\infty}^t w(t, \xi) \exp(j\omega \xi) d\xi \quad \dots (7.28)$$

(7.28) 式の関係から明らかなように $y(t, j\omega)$ は、この回路の入力として $\exp(j\omega t)$ を与えたときの出力である。

(7.9), (7.28) 両式を用いて、

$$\begin{aligned} \tilde{Y}(t) &= \int_{-\infty}^t w(t, \xi) \tilde{X}(\xi) d\xi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega) y(t, j\omega) d\omega \end{aligned} \quad \dots (7.29)$$

となる。したがって残留ドリフトの偶然的成分の二乗平均値は (7.10)
(7.28) 両式から次のようになる (15)。

$$\begin{aligned} k_y(t) &= M |\tilde{Y}(t)|^2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) |y(t, j\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad \dots (7.30)$$

同期接地の効果を見るためには、非接地時における残留ドリフトがわかれば十分である。

$O(r_0 + R) = \tau_0, C(r_1 + R) = \tau_1$ とおき、 $0 < t_1 < (1-r)T$ なる t_1 に対し $y\{(r+r)T+t_1, j\omega\} = y_{\nu}^1(t_1, j\omega)$ とおけば、同期接地回路が動作しはじめて少々時間がたち、 $\{r/\tau_0 + (1-r)/\tau_1\} \nu T \gg 1$ を満足するような ν に対し、(7.27) 式の解として次式を得る (本章附録参照)。

$$y_{\nu}^1(t_1, j\omega) = y_{\nu a}^1(t_1, j\omega) + y_{\nu b}^1(t_1, j\omega) \quad \dots (7.31)$$

$$\begin{aligned} y_{\nu a}^1(t_1, j\omega) &= \frac{r_1}{r_1 + R} \frac{\exp\left\{\frac{t_1}{\tau_1} - \frac{rT}{\tau_0} + j\omega \nu T\right\}}{1 - \exp\left\{-\left(\frac{r}{\tau_0} + \frac{1-r}{\tau_1} + j\omega\right)T\right\}} \\ &\times \frac{1 - \exp\{(1+j\omega)T\} + \exp\left\{\frac{rT}{\tau_0} + \frac{t_1}{\tau_1} + j\omega(rT+t_1)\right\} - \exp\left\{-\left(\frac{1}{\tau_1} + j\omega\right)(1-r)T - t_1\right\}}{1 + \frac{1}{j\omega \tau_1}} \end{aligned} \quad \dots (7.32)$$

$$y_{\nu b}^1(t_1, j\omega) = \frac{r_1}{r_1 + R} \frac{\exp\{-\frac{t_1}{\tau_1} - \frac{rT}{\tau_0} + j\omega\nu T\}}{1 - \exp\{-(\frac{r}{\tau_0} + \frac{1-r}{\tau_1} + j\omega)T\}} \\ \times \frac{\exp\{(\frac{1}{\tau_0} + j\omega)rT\} - 1}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_0}} \dots\dots(7.33)$$

ドリフトのパワースペクトルが(7.18)式に示したコーシー分布に従い、インパルスレスポンスのフーリエ変換が(7.32), (7.33)式の和で与えられるとき、残留ドリフトの偶然的成分の二乗平均値 $k_y^1(t_1)$ は(7.30)式により厳密に計算することが可能であるが、きわめて複雑である。それゆえ、 $k_y^1(t_1)$ を範囲でおさえることにし、各パラメータも同期接地の効果がある程度期待される範囲について考えることにする。

(7.32), (7.33)式の $y_{\nu a}^1(t_1, j\omega)$, $y_{\nu b}^1(t_1, j\omega)$ に対する(7.30)式の値をそれぞれ $k_a^1(t_1)$, $k_b^1(t_1)$ とすれば、これらの値と $k_y^1(t_1)$ との間には、シュワルツの不等式から次の関係式が成り立つ。

$$\sqrt{k_a^1(t_1)} \sim \sqrt{k_b^1(t_1)} \leq \sqrt{k_y^1(t_1)} \leq \sqrt{k_a^1(t_1)} + \sqrt{k_b^1(t_1)} \dots\dots(7.34)$$

非接地時において同期接地回路の出力に信号を正しく伝送するためには、 T/τ_1 はできるだけ小さくしなければならない。

また(7.30), (7.32), (7.33), (7.34)の各式の関係の近似計算を考えればわかるように同期接地の効果を大きくするためには、 T/τ は1にくらべ小さく、 rT/τ_1 にくらべ十分大きくしなければならない。すなわち、實際上 $T/\tau \ll 1$, $T/\tau_1 \ll rT/\tau_1$, $R \ll r_1$ なる場合を考えることになる。

このとき、 $\{1 - \exp(-rT/\tau_0)\}^{-2} \times [T/\tau, T/\tau_1$ の2次の同次式]程度の誤差の範囲で、

$$k_a^1(t_1) \simeq 2k_x \left\{ \frac{t_1}{\tau} + \frac{(1-r)T}{\tau} \frac{1}{\exp(2rT/\tau_0) - 1} \right\} \dots\dots(7.35)$$

であり， $\{\exp(rT/\tau_0) - \exp(-rT/\tau_0)\}^{-1} \times (\tau_0/\tau)$ 程度の誤差範囲で

$$k_b^1(t_1) \simeq R_x \frac{\tau_0}{\tau} \quad \dots (7.36)$$

となる。 $k_y^1(t_1)$ は (7.35), (7.36) 式の $k_a^1(t_1)$, $k_b^1(t_1)$ の値を用いて (7.34) 式により，その範囲が与えられる。

次に残留ドリフトの非偶然的成分 $m_y^1(t)$ の大きさをしらべる。

$m_y^1(t)$ は (7.28) 式により与えられる $y(t, j\omega)$ によつても表現できるが図 7.12 の回路に対するドリフトの非偶然的成分に対する方程式 (7.37) により直接求める方が簡単であろう。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} m_y^1(t) + \left\{ \frac{1}{C(r(t)+R)} - \frac{R}{(r(t)+R)r(t)} \frac{d}{dt} r(t) \right\} m(t) \\ = \frac{r(t)}{r(t)+R} \frac{d}{dt} m_x^1(t) \quad \dots (7.37) \end{aligned}$$

$m_y^1(t)$ は (7.4) 式で与えられるから， $m_y^1(t)$ の大きさは $\frac{d}{dt} m_x^1(t) = \frac{2m}{\tau_m}$ としたときの $m_y^1(t)$ の値 $m_y(t)$ を越すことはない。このときの $m_y(t)$ について $m_y^1(t_1) = m_y\{(\nu+r)T+t_1\}$ とかけば， $T/\tau_1 \ll rT/\tau_0$, $R \ll r_1$ であるから，

$$\begin{aligned} m_{y\nu}^1(t_1) &= 2m \frac{r_1}{r_1+R} \left\{ \frac{t_1}{\tau_m} + \frac{\frac{\tau_0}{\tau_m} \{1 - \exp(-\frac{rT}{\tau_0})\} + \frac{(1-r)T}{\tau_m} \exp(-\frac{rT}{\tau_0})}{1 - \exp\{-(\frac{r}{\tau_0} + \frac{1-r}{\tau_1})T\}} \right\} \\ &\simeq 2m \left\{ \frac{t_1 + \tau_0}{\tau_m} + \frac{(1-r)T}{\tau_m} \frac{1}{\exp(\frac{rT}{\tau_0}) - 1} \right\} \quad \dots (7.38) \end{aligned}$$

となる（本章附録参照）。前と同様に次の量を考えよう。

$$\begin{aligned} n_1(t_1) &= \left(\frac{k_a^1(t_1)}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{k_b^1(t_1)}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\simeq \left\{ \frac{2t_1}{\tau} + \frac{2(1-r)T}{\tau} \frac{1}{\exp(2rT/\tau_0) - 1} \right\}^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots (7.39) \end{aligned}$$

$$\eta_1(t_1) = \left(\frac{k_a^1(t_1)}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \sim \left(\frac{k_b^1(t_1)}{k_x} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \sim \left\{ \frac{2t_1}{\tau} + \frac{2(1-r)T}{\exp(2rT/\tau_0) - 1} \right\}^{\frac{1}{2}} \sim \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{\frac{1}{2}}$$

....(7.40)

$$\eta_2(t_1) = \frac{m_{yv}(t_1)}{m} \simeq 2 \left\{ \frac{t_1 + \tau_0}{\tau_m} + \frac{(1-r)T}{\tau_m} \frac{1}{\exp(rT/\tau_0) - 1} \right\}$$

....(7.41)

こゝで、これの式における各パラメータの意味をまとめて再記する。

t_1 ; 非接地状態がはじまつてからの時間

T ; 同期接地の周期

r ; 同期接地の周期に対する接地時間の比

τ_0 ; スイッチの導通抵抗 r_0 と増幅器の出力抵抗 R との和と、コンデンサ C との積 $C(r_0 + R)$

τ ; ドリフトのパワースペクトルを表わす(7.18)式における定数

τ_m ; ドリフトの非偶然的成分を表わす(7.4)式における定数

ドリフトの偶然的成分、非偶然的成分に対する残留率は(7.39),

(7.41)式で与えられる $\eta_1(t_1)$, $\eta_2(t_1)$ の値を越すことはない。

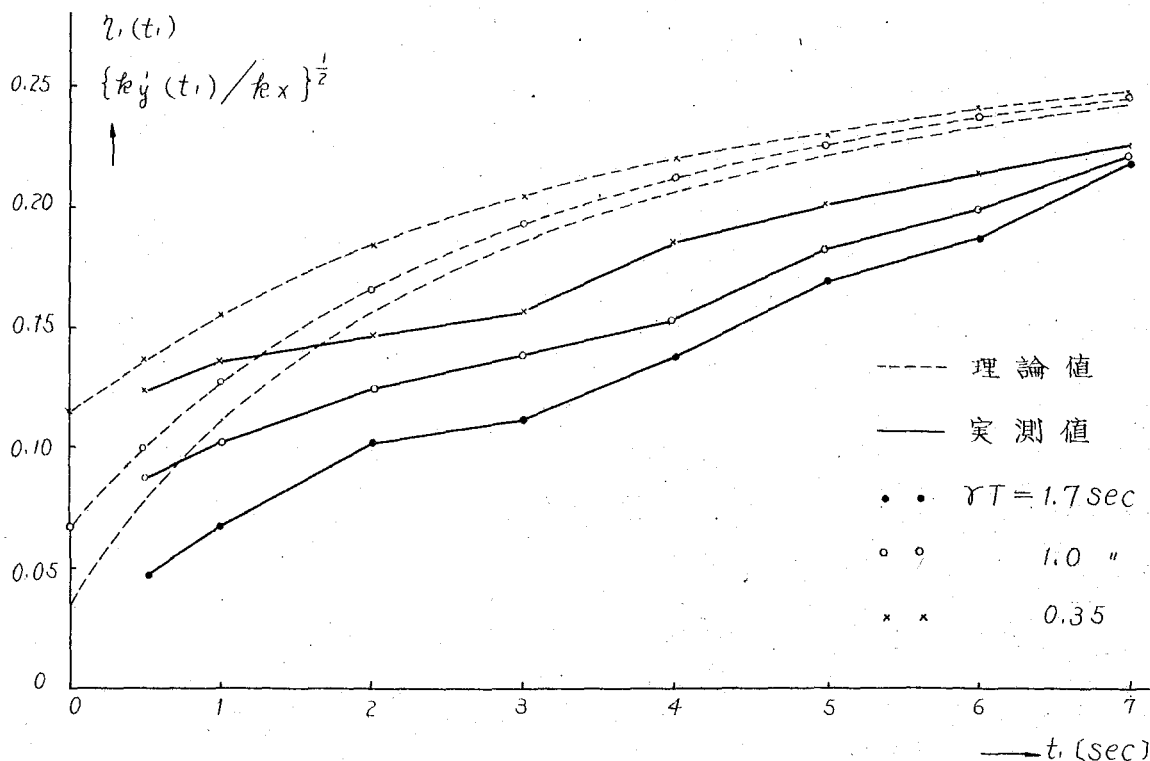


図 7.13 理論値 $\eta_1(t_1)$ と $\{k_y(t_1)/k_x\}^{\frac{1}{2}}$ の実測値

実験により求めた $\{k_y^1(t_1)/k_x\}^{\frac{1}{2}}$ の値と偶然的成分に対する残留率の上限を与える理論値 $\eta_1(t_1)$ とを図 7.13 に示す。

同期接地回路の動作が理想状態に近づいた場合，すなわち R_1, τ_0 は十分小さく rT/τ_0 が十分大きいときには， $\eta_1(t_1)$ と $\eta_1(t_1)$ は同一の形となり，(7.22)，(7.23) 式の $t_1/\tau, t_1/\tau_m$ に関する一次の近似式が得られる。

7-5 同期接地回路の設計方法

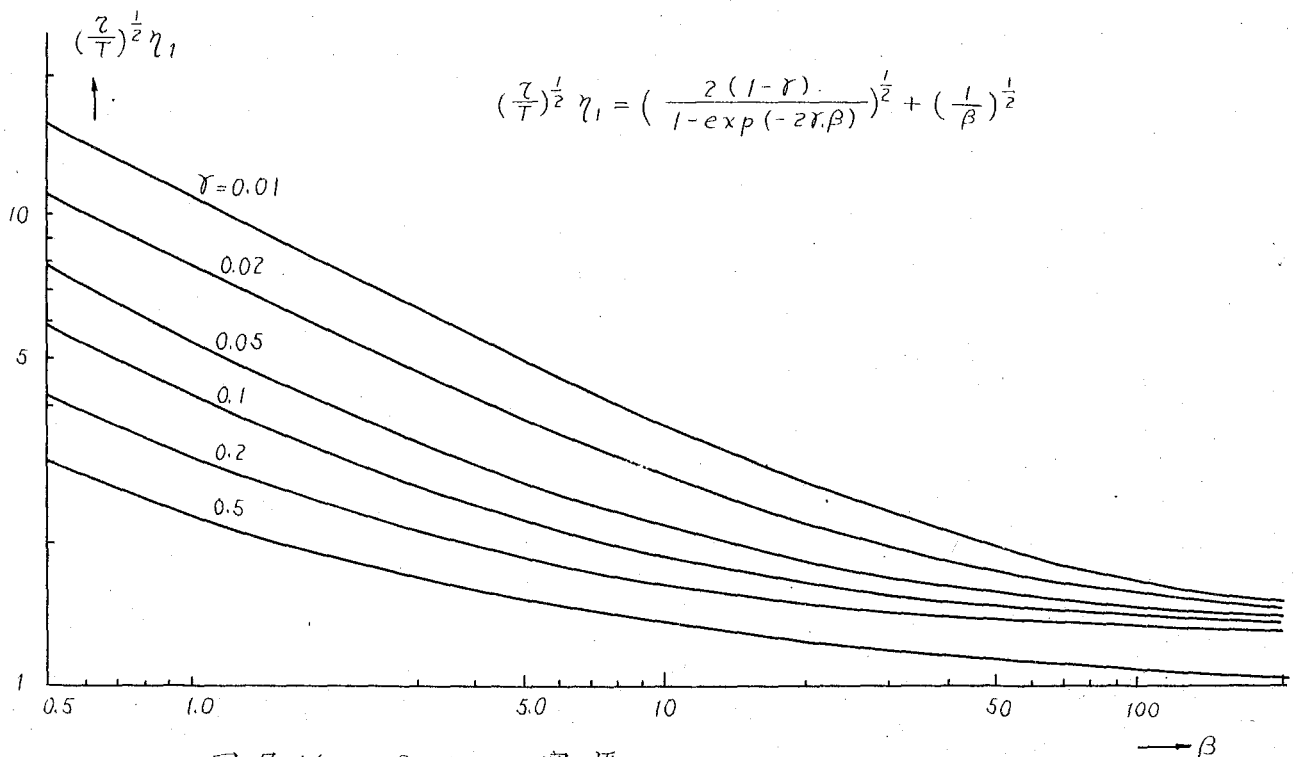
(7.39)，(7.41) 式で与えられる $\eta_1(t_1), \eta_2(t_1)$ はともに t_1 に関し単調増加関数であるから， $t_1 = (1-r)T$ のときに最大値をとる。

$\eta_1 = \eta_1\{(1-r)T\}$ ， $\eta_2 = \eta_2\{(1-r)T\}$ とかけば，

$$\eta_1 = \left(\frac{T}{\tau}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(\frac{2(1-r)}{1 - \exp(-2r\beta)} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad \dots (7.42)$$

$$\eta_2 = 2 \left(\frac{T}{\tau_m} \right) \left\{ \frac{1-r}{1 - \exp(-r\beta)} + \frac{1}{\beta} \right\} \quad \dots (7.43)$$

となる。ここで $\beta = T/\tau_0$ である。図 7.14，図 7.15 に η_1, η_2 を示す。



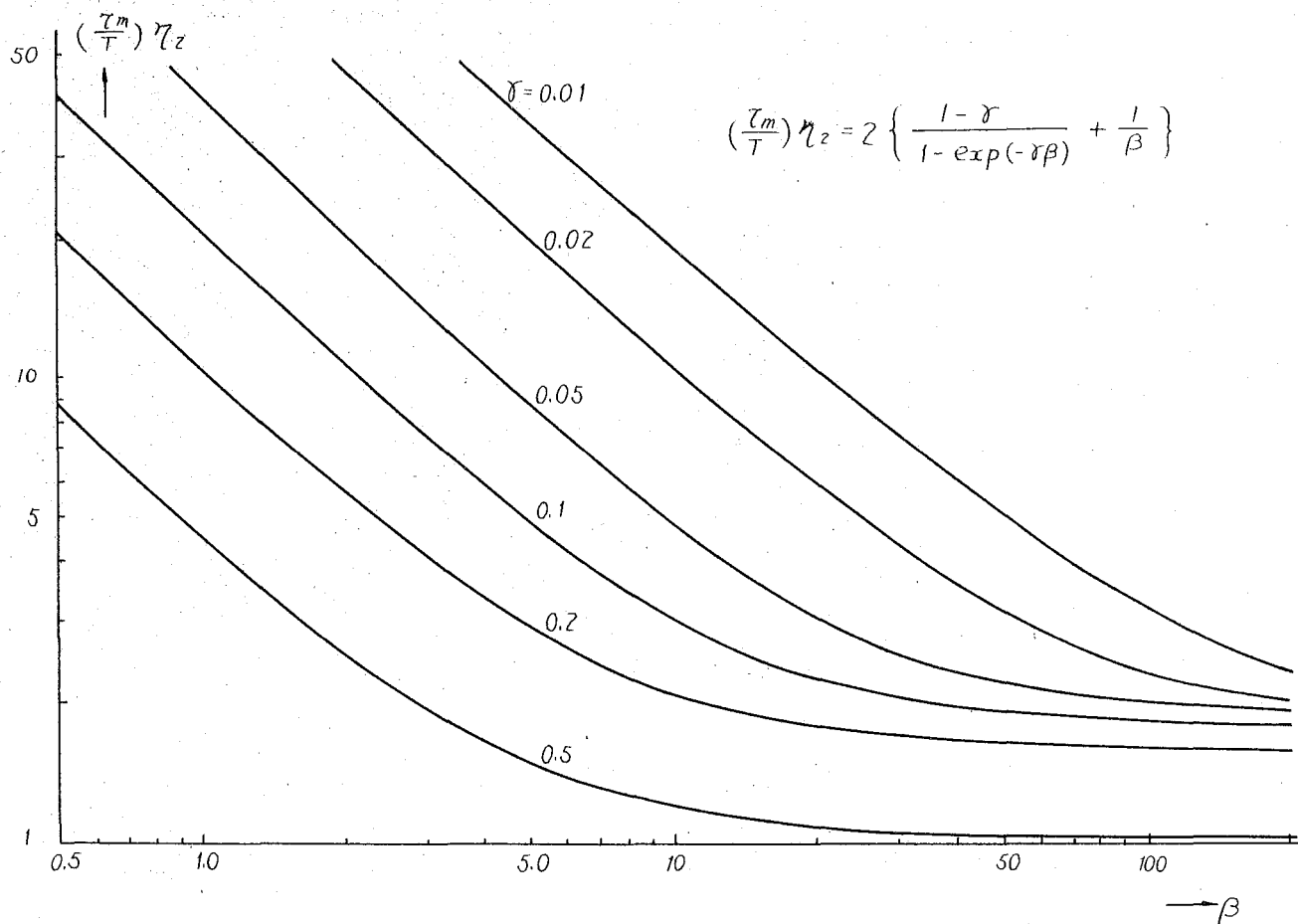


図 7.15 $\beta - \zeta_2$ の関係

残留ドリフトの入力換算値は(7.24)式と同様に考えると(7.42)
 (7.43)式の η_1, η_2 を用いて表わした次式の値 εd を越すことはない。

$$\varepsilon d = (4 \eta_1 \sqrt{k_x} + \eta_2 m) / A \quad \dots (7.44)$$

A は増幅器の利得である。

図 7.1 に示すような同期接地回路の設計を行う場合には、信号に対する伝送誤差を考えに入れなければならない。この誤差は非接地時においてコンデンサの両端の電圧が変化することによるものであるが、入力信号が最大値 E_s をとつたときに最大の誤差電圧 ε_s を生じる。このとき

$$\varepsilon_s = E_s \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{(1-r)T}{\tau_1}\right) \right\} \simeq (1-r) \beta \frac{\tau_0}{\tau_1} R_s \quad \dots (7.45)$$

である。これを図 7.16 に示す。

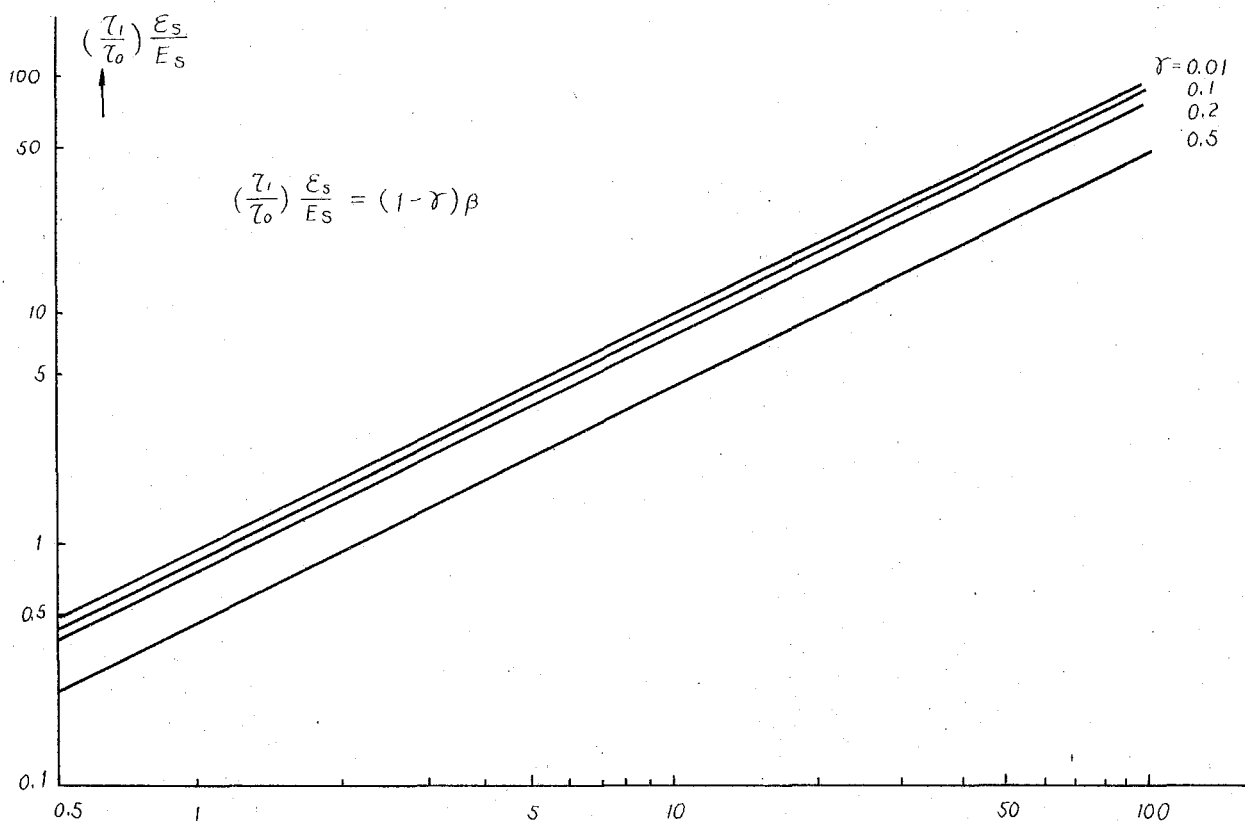


図 7.16 $\beta - (E_s / E_s)$ の関係

したがって，同期接地回路の総合入力換算誤差は，(7.42)，……
(7.45)式を用いて表わした(7.46)式の ϵ の値を越すことはない。

$$\epsilon = \epsilon_a + \epsilon_s \quad \dots\dots(7.46)$$

一般に増幅回路の設計では入力換算の誤差電圧が，考えている精度で許容される誤差電圧 ϵ_a であることが要求される。すなわち次の関係を満足しなければならない。

$$\epsilon_a > \epsilon \quad \dots\dots(7.47)$$

この場合，一般には ϵ は小さい程好ましい。

回路の動作の速さが与えられて使用すべきスイッチがきまり⁽²⁾，⁽³⁾， ϵ の値をできるだけ小さくするような増幅器の回路と負荷がきまると各パラメータの値が与えられることになる。したがって，同期接地回路の設計は， ϵ を最小にするような C の値を求め，そのときの ϵ が(7.47)式を満足するような r をきめる問題になる。

しかし， C を陽の形の式で表わすことは一般にはできないので普通

$\beta - \varepsilon$ の関係のグラフを書いて求めることになる。

以上の方法は確実であるが、かなり面倒なので、次のような簡便な方法で設計ができる場合がある。すなわち、 ε_a を $\sqrt{k_x, m, E_s}$ 等の大きさを考えに入れて適当に三分し、それぞれの成分に対する誤差をおさえ C の値をきめる方法である。

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2} + \varepsilon_{a3} \quad \dots\dots(7.48)$$

のとき、

$$4\eta_1 \sqrt{k_x} / A < \varepsilon_{a1} \quad \dots\dots(7.49)$$

$$\eta_2 m / A < \varepsilon_{a2} \quad \dots\dots(7.50)$$

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{a3} \quad \dots\dots(7.51)$$

を同時に満足する C の範囲を求めればよい。各式より求めた C の範囲に、同時に満足する値がなければ ε_a の分割を改めればよい。

この操作を数回行えば多くの場合 C の値が求まる。

ドリフトのパワースペクトルを (7.18) 式で近似したときの定数 τ の値は普通 30~300 秒程度であるから数時間のドリフトの測定により、設計上十分な精度で τ および k_x の値が求まる。

m および τm の値は回路の温度特性測定などにより求めることができる。

電圧比較回路の初段増幅回路などでは飽和特性をもつ回路になつていくことが多い。このように飽和特性を有する場合には (7.45) 式の E_s の代りに、飽和電圧の幅の入力換算値 E_s' を考えればよい。

7-6 同期接地回路の設計例

同期接地回路の代表的応用例として、分解能 0.5 mV の比較回路のゲルマニウムトランシスタ差動形初段増幅回路について計算する、以下の記号はすべて前述の記号と同じものである。

$A=100, R=80\Omega, k=560(mV)^2, \tau=91\text{sec}, m=150mV$
 $\tau m=10\text{sec}, T=0.5\text{sec}, E_s'=15mV, \varepsilon_a=0.5mV, r_0=5\Omega,$
 $r_1=100K\Omega$ の場合の C, r を求め、そのときの ε の理論値と実測値との比較を行う。

(1) C の最適値をみつける方法

こゝでは $r = 0.1$ なる場合についてのみ考える。上に示した定数について (7.46) 式をかくと、

$$\varepsilon = \frac{4\sqrt{kx}}{A} \eta_1 + \frac{m}{A} \eta_2 + E_s' \frac{\tau}{\tau_1} (1-r) \beta$$

$$\approx 0.070 \left(\frac{\tau}{T}\right)^{\frac{1}{2}} + 0.075 \left(\frac{\tau m}{T}\right)^{\frac{1}{2}} + 0.011 \beta \text{ (mV)} \quad \dots (7.52)$$

となり、これをグラフにしたものが図 7.17 である。

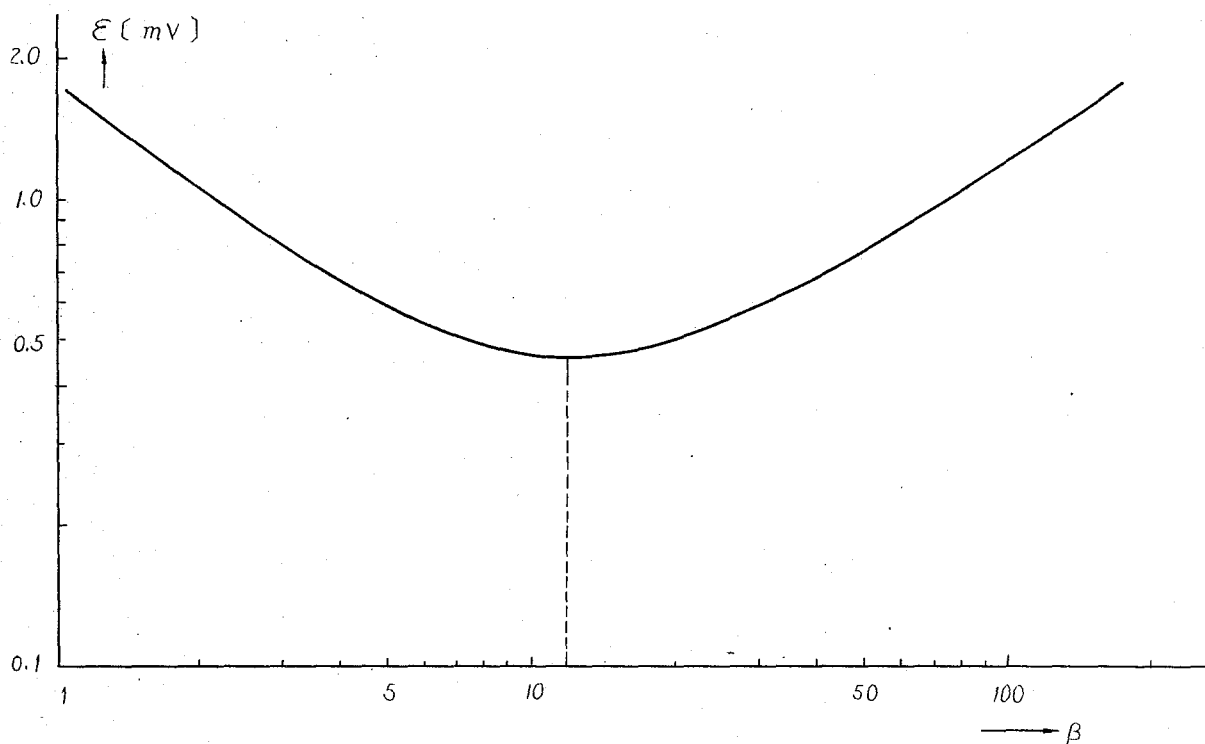


図 7.17 $\beta - \varepsilon$ の関係

図 7.17 より $\beta = 12$, すなわち $C = T / \beta (r_0 + R) = 490 \mu F$ のときに ε は最小値 0.46 mV をとる。

(2) ε_a を分割し C の値の範囲をきめる方法

$\varepsilon_{a1} = 0.15 \text{ mV}$, $\varepsilon_{a2} = 0.25 \text{ mV}$, $\varepsilon_{a3} = 0.1 \text{ mV}$ とすると (7.49), (7.50), (7.51) の各式は、

$$\left(\frac{\tau}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \eta_1 < \frac{4\varepsilon_{a1}}{4\sqrt{kx}} \left(\frac{\tau}{T}\right)^{\frac{1}{2}} = 2.13 \quad \dots (7.53)$$

.....(7.54)

$$\left(\frac{\tau_m}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \eta_2 < \frac{A \varepsilon_{a2}}{m} \left(\frac{\tau_m}{T}\right) = 3.33$$

$$\left(\frac{\tau_1}{\tau_0}\right) \frac{\varepsilon_s}{E'_s} < \frac{\varepsilon_{a3}}{E'_s} \left(\frac{\tau_1}{\tau_0}\right) = 7.84 \quad \text{.....(7.55)}$$

となる。これらの関係と図 7.14 , 図 7.15 , 図 7.16 から , β の範囲を求め , これから C を求めると次のようになる。

$$r = 0.5 \quad ; \quad 450 \mu F < C < 4200 \mu F$$

$$r = 0.2 \quad ; \quad 610 \mu F < C < 1430 \mu F$$

$$r = 0.1 \quad ; \quad 675 \mu F < C < 685 \mu F$$

$$r \leq 0.05 \quad ; \quad \text{満足する } C \text{ の値なし}$$

となつて $r \geq 0.1$ のとき設計可能で $C = 680 \mu F$ が適当であろう。

このとき ε は $0.48 mV$ となる。

$C = 500 \mu F$ とし , 入力信号を零にしたとき , ステップ状の温度変化を与えながら約 3 時間の実測により求めた残留ドリフトの最大値は約 $0.25 mV$ であつた。これは理論値 $\varepsilon_d = 0.33 mV$ 以下でありかなり近い数値である。

7-7 結 言

増幅回路に生ずるドリフトの統計的性質を実験により明らかにし , 同期接地によるドリフト軽減の方法がきわめて簡単で有効であることを理論的 , 実験的に明らかにした。さらに同期接地回路の設計方法について述べた。ドリフト , 残留ドリフトの測定はすべてペンレコーダにより行っているために , 同期接地の周期がかなり長いところで考えているが , 周期の短いところでも同様に考えられるであろうことが一応たしかめられており , 高速高精度の A/D 変換器に用いて良い結果を得ている。なお , 実際より変化の速いドリフトのモデルをつくり , この場合の同期接地についてシンクロスコープにより観測し詳しく検討することにより以上述べてきたことと全く類似の結論が得られている。

オ 7 章 の 附 録

(1) 指数分布曲線に外接するコーシイ分布曲線

指数分布曲線を $\exp(-a\tau|\omega|)$ とし, $\omega=0$ および $\omega=\omega_1$ で, これに外接するコーシイ分布曲線を $(1+\tau^2\omega^2)^{-1}$ とすると, この二式の間には次の関係がなければならない。

$$\exp(-a\tau\omega_1) = \frac{1}{1+\tau^2\omega_1^2} \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 1)$$

$$a\tau\exp(-a\tau\omega_1) = \frac{2\tau^2\omega_1}{(1+\tau^2\omega_1^2)^2} \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 2)$$

(7・a・1), (7・a・2) 両式から, $a > 0$ として

$$a = 0.805 \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 3)$$

$$\tau\omega_1 = 1.98 \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 4)$$

を得る。

(2) (7・32), (7・33) 式の導出

$0 < t_0 < rT$ なる t_0 に対し $y(\nu T + t_0) = y_\nu^0(t_0)$, $0 < t_1 < (1-r)T$ なる t_1 に対し $y\{(1-r)T + t_1\} = y_\nu^1(t_1)$ とすれば

$$\frac{d}{dt_0} y_\nu^0(t_0) + \frac{1}{\tau_0} y_\nu^0(t_0) = \frac{r_0}{r_0 + R} \frac{d}{dt_0} \exp\{j\omega(\nu T + t_0)\} \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 5)$$

$$\frac{d}{dt_1} y_\nu^1(t_1) + \frac{1}{\tau_1} y_\nu^1(t_1) = \frac{r_1}{r_1 + R} \frac{d}{dt_1} \exp\{j\omega\{(\nu+r)T + t_1\}\} \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 6)$$

となる。またコンデンサ電圧の連続性から次式を得る。

$$y_\nu^0(t_0) = \exp\left(-\frac{t_0}{\tau_0}\right) \left[\frac{r_0 \exp(j\omega\nu T)}{r_0 + R} \int_0^{t_0} d\theta j\omega \exp\left[\left(\frac{1}{\tau_0} + j\omega\right)\theta\right] + y_\nu^0(0_+) \right] \quad \dots\dots(7\cdot a\cdot 7)$$

$$y_{\nu}^1(t_1) = \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_1}\right) \left\{ \frac{r_1 \exp\{j\omega(\nu+r)T\}}{r_1 + R} \int_0^{t_1} d\theta j\omega \exp\left[\left(\frac{1}{\tau_1} + j\omega\right)\theta\right] \right. \\ \left. + y_{\nu}^1(0_+) \right\} \dots\dots(7.a.8)$$

$$y_{\nu}^0(0_+) = \frac{r_0}{r_0 + R} \frac{r_1 + R}{r_1} y_{\nu-1}^1\{(1-r)T\} \dots\dots(7.a.9)$$

$$y_{\nu}^1(0_+) = \frac{r_1}{r_1 + R} \frac{r_0 + R}{r_0} y_{\nu}^0(rT) \dots\dots(7.a.10)$$

(7.a.5), (7.a.6), (7.a.9), (7.a.10) の各式から,
 $\{r/\tau_0 + (1-r)/\tau_1\} \nu T \gg 1$ であれば

$$y_{\nu}^1(t_1) = y_{\nu-1}^1(t_1) \exp(j\omega T) \dots\dots(7.a.11)$$

を得るから, (7.a.9) 式は

$$y_{\nu}^0(0_+) = \frac{r_0}{r_0 + R} \frac{r_1 + R}{r_1} y_{\nu}^1\{(1-r)T\} \exp(-j\omega T) \dots\dots(7.a.12)$$

となる。(7.a.7), (7.a.8), (7.a.10), (7.a.12) の各式
 から(7.32), (7.33) 両式が得られる。

第 8 章 結 論

8-1 本研究の成果

本研究はアナログデジタル混合計算方式について，理論および実験，装置の試作等により行われ，次のような成果が得られた。

アナログデジタル混合計算の方法については，具体的に幾つかの例をあげて，基本回路である極性弁別回路，アナログスイッチおよび D/A 変換回路の用い方を第 2 章に示した。

高速高精度のアナログデジタル混合計算を行う場合には，その基本回路の性能を高めなければならないが，極性弁別回路は同期接地を用いることにより安定化し，アナログスイッチに対しては，従来のものにくらべ，その性能のはるかに優れた相補トランシスタスイッチを考案した。

この相補トランシスタスイッチを用いた各種 D/A 変換回路は高速で 0.05% 以上の精度でアナログデジタル混合乗算が可能であることを確かめた。

アナログデジタル複合計算，混合計算において最も重要な役割を果たす高速高精度の A/D 変換器については，第 3 章に，全トランシスタ式逐次比較形 A/D 変換器の設計方法，試作結果等を示し，多レベル比較帰還方式の提案とその見通しをたてた。

試作した逐次比較形 A/D 変換器は同期接地により安定化し， $0 \sim 45^{\circ}\text{C}$ の広い温度範囲で正しく動作し，変換時間 $65\mu\text{s}$ ，精度 0.1% という高性能のものであり，各用途において十分実用になりうるものである。

多レベル比較帰還方式は従来の多レベル比較方式，帰還方式の両者の長所を有し，高精度で超高速の A/D 変換を行いうるものである。基礎実験により，精度 0.4% 以上で変換時間 $1\mu\text{s}$ 以下にし得ることが明らかになった。

計測，制御等において信号の統計的な処理や解析に対し相関技術は有力な手段であり，回路が簡単で性能の優れた相関器の出現が望まれていたが，第 4 章で，その原理，回路，設計方法，試作結果を示したアナログデジタル混合計算形相関器は，ほぼこれを満足するものである。

オ4章では，一般の信号の相関関数計算のためのものと，正規系信号とに対するものの二種類について述べたが，いずれもオ6章で明らかにされているような極性信号の統計的性質を利用したものであり，アナログデジタル混合計算方式により実現し，回路が簡単で，試作のものでも測定周波数範囲は約10c~15kcと極めて広く，優れた性能の新しい形の相関器である。

アナログデジタル混合計算を行う場合の誤差についてはオ5章で論じた。

標本化と量子化の誤差は，従来のように別々に考えても大体よいが，厳密には両者を同時に考えて検討されなければならない。

このような誤差の検討から，アナログ量で与えられた信号の乗算を行う場合に，AD変換したのちデジタル的に行うよりも，アナログデジタル混合乗算を行う方が優れていることが明らかになった。

極性信号はデジタル信号のうちで最も簡単なものであり，回路における取り扱い是非常に簡単であるが，その統計的性質をオ6章で明らかにした。極性信号をオ1，オ2，オ3種極性信号というように分けて検討したが，その統計的性質は極めて興味あるもので，とくにオ2種極性信号は利用価値の大きいものであることがわかった。 $X(t)$ に対するオ2種極性信号 $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ の統計的性質は元信号 $X(t)$ の統計的性質に同等であると考えてよいのである。

それゆえ，各種モーメントを考えるときには， $X(t)$ は $\text{sgn}\{X(t) + U(t)\}$ で代用できるので，各種モーメントの計算はアナログデジタル混合計算方式により，極めて簡単な回路で行い得ることが明らかになった。

アナログデジタル混合計算を実際回路で高精度に行うには，回路を安定化しなければならないが，その安定化の方法として同期接地は簡単に効果的である。オ7章では，増幅器に生じるドリフトの性質を実験により明らかにし，同期接地の効果を理論的に解析して実験により確かめ同期接地回路の設計方法について述べた。

8 - 2 結 論

アナログデジタル混合計算は，一般に，速度，精度の点で十分満足しうるものであり，回路も簡単で，相当安定な動作も望めるので，計測，制御等における計算機の計算方式として最も優れたものと思われる。

とくに，極性信号の統計的性質を利用した，アナログデジタル混合計算方式は，統計的な計算を行う場合に，大きな意義をもつものと考えられる。

謝

辞

本研究を行うにあたり，いろいろと御指導賜わり，種々の面でお世話になつた栗屋 潔教授に心から謝意を表します。

また，実験などで御協力いただいた研究室の諸氏，部品面で御援助いただき，実際面における有意義な忠告などを与えてくれた東京芝浦電気株式会社の守田部長，杉森課長はじめ多くの方々に謝意を表する次第です。

文

献

- (1) Mcleod, J. ; I R E Trans. EC - 11. No 1 p. 2 ~ 6, 2, 1962.
- (2) 今井 聖, 栗屋 潔, シンクロナスクランプを用いたトランシスタ
電圧比較回路, 電気学会東京支部大会, 昭 35.
- (3) 今井 聖, 栗屋 潔, 高速高精度アナログスイッチ, 電気学会東京
支部大会, 昭 36.
- (4) 今井 聖; トランシスタ化 A D A 変換器の研究, 東京工大修士論文,
昭 36.
- (5) 今井 聖, 栗屋 潔, 他; トランスにより制御するアナログスイッ
チ, 電気四学会連合大会, 昭 38.
- (6) Susskind ; Note on Analong - Digital Conversion Techniques.
- (7) 今井 聖, 栗屋 潔, 他; 直並列ダイオードゲートを用いる D A 変
換回路のトランシスタ化, 電気四学会連合大会, 昭 35.
- (8) 今井 聖, 栗屋 潔; コンデンサーの放電による関数発生, 通信学
会全国大会, 昭 37.
- (9) 宮脇一男; 雑音解析
- (10) Фельдбаум А.А.; Вычислительные устройства
в автоматических системах.
- (11) Солодовников В.В.; Статистическая динамика
линейных систем автоматического управления.
- (12) Mcfadden J.A.; IRE Trans, IT-2, IT-4, 1956.
- (13) Lampard D.G. P. IEE102 Pt. c, 1, 1955.
- (14) 佐藤拓宋; 自動制御 7, 1960.
- (15) Пугачев В.С.; Теория случайных функций и
её применение к задачам автоматического
управления.
- (16) Bendat; Principles and Applications of Random
Noise Theory.

- (17) 野村民也，三浦武雄：アナログ電子計算機
- (18) Полоников Д.Е. ; Электронные усилители
автоматических компенсаторов.
- (19) Солодов А.В. ; Линейные системы
автоматического управления с переменными
параметрами.

オ4章およびオ7章の内容は計測自動制御学会誌「計測と制御」に発表のため投稿中である。