

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Computations of trace fields of hyperbolic 3-manifolds
著者(和文)	梁和宏
Author(English)	Kazuhiro Ryou
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10264号, 授与年月日:2016年6月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:小島 定吉,山田 光太郎,遠藤 久顕,服部 俊昭,カールマン タマシ ユ
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10264号, Conferred date:2016/6/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	梁 和宏
		氏 名	職 名	
論文審査	主査	小島 定吉	教授	KALMAN Tamas
審査員	審査員	山田 光太郎	教授	
		遠藤 久顕	教授	
		服部 俊昭	准教授	

論文審査の要旨 (2000 字程度)

現代幾何学において、負の定曲率をもつ双曲多様体の族は数学のさまざまな分野と関わる豊かな構造を有していることが明らかになっている。とくに 3 次元では、たいへん精細な代数的位相不変量がいくつか知られている。その一つにトレース体がある。本論文は「Computations of trace fields of hyperbolic 3-manifolds (3 次元双曲多様体のトレース体の計算)」と題し、3 次元双曲多様体の具体的な族に対しトレース体の計算を実行することをテーマとし、五つの章から構成されている。

第 1 章「Introduction」では、いかなる代数体が 3 次元双曲多様体のトレース体になりうるかという未解決問題を背景に、この問題に関係する先行研究と、本論文の主要結果であるいろいろな角度からのアプローチをまとめている。

第 2 章「Preliminaries」では、以降の章に必要な 3 次元双曲多様体に関する基本的事項をまとめている。とくにホロノミー表現の各元のトレースすべてを有理数体に添加してえられる体は、有限体積の場合 Mostow 剛性から位相不変量となり、さらに有理整数環上定義された代数的集合の性質と再度 Mostow 剛性から、総実ではない代数体になることが分かり、トレース体と名付けられていることが紹介されている。また、算術的 3 次元双曲多様体についても必要な準備を行っている。

第 3 章「Invariant trace fields of chain links」の背景には、2 以上の任意の整数は、ある振れ結び目 (twist knot) のトレース体の次数として実現できるという Hoste-Shanahan による先行計算がある。本章ではこれを一歩進め、振れ結び目を一般化した鎖絡み目 (chain link) とよばれる双曲絡み目の族に対して、トレース体の有理数体上の次数を計算し、とくに成分数が 2 の場合にも同様の事実が成立することを証明している。一方、成分数を指定したときこのような性質をもつ鎖絡み目の族は限られ、Chinburg によりその成分数として可能なものは 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12 に収まることが知られていたが、本章ではこのリストからさらに 3, 5, 6, 12 も除外できることを示している。

第 4 章「Trace fields of non-compact Borromean rings」では、より具体的に円分体がトレース体として現れるかという課題に取り組んでいる。出発点は Hilden-Lozano-Montesinos によるボロメアン・リングを分岐集合とする双曲軌道体のトレース体の、具体的に有理数体に添加すべき代数的数を明示する計算である。コンパクトな場合はそのままの表示では円分体に結びつけるのに困難があり、対象を非コンパクトな場合にしばっている。その上で、 n が 4 の倍数のときは有理数体に原始 n 乗根を添加してえられる円分体が現れることを計算している。さらに n が 2 と奇素数の積の時、原始 n 乗根を添加してえられる円分体がボロメアン軌道体のトレース体として実現できるか否かを判定するアルゴリズムを提起し、計算機で 46 以下のそのような数に対しては実現できないことを示している。

第 5 章「Moduli of cusp cross-sections」では、尖点のモジュラスを代表する複素数はトレース体の元であることを念頭に、いかなる複素数がモジュラスの代表元として現れるかを論じている。とくに算術的である 2 次体の場合とある条件を満たす 3 次体の場合には、トレース体に含まれる任意の元がある 3 次元双曲多様体の尖点のモジュラスの代表元として現れることを示し、3 次体に対する結果の系として非算術的な 3 次元双曲多様体の尖点のモジュラスの集合はモジュライ空間の中で稠密であることを得ている。これは McRaynolds によるより一般的な設定での算術的な場合の同種の稠密性に対する、3 次元に限定しトレース体に関連づけた場合の非算術的版となっている。

以上のように、本論文は 3 次元双曲多様体のトレース体を具体的な族に対して計算し、いろいろな視点からその豊かさにアプローチしたもので、理學上貢献が大である。よって本論文は博士 (理學) の学位論文として十分価値があるものと認める。