

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	界面への接触エネルギーの効果
Title(English)	Effects of a contact energy for surfaces
著者(和文)	可香谷隆
Author(English)	Takashi Kagaya
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10389号, 授与年月日:2017年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:利根川 吉廣,柳田 英二,磯部 健志,小野寺 有紹,栗田 和正
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10389号, Conferred date:2017/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： Department of	数学	専攻	申請学位（専攻分野）： 博士 Academic Degree Requested Doctor of
学生氏名： Student's Name	可香谷 隆		指導教員（主）： Academic Advisor(main) 利根川 吉廣
			指導教員（副）： Academic Advisor(sub)

要旨（和文 2000 字程度）

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

科学現象で現れる界面に対して、表面張力問題を考察するため、界面エネルギーと接触エネルギーとの総合エネルギーを数学的に記述し、その総合エネルギーの性質は様々な研究者によって解析されてきた。表面張力問題で表れる界面の接触角は、界面エネルギーと接触エネルギーの比率によって決まる。本論文は“Effects of a contact energy for surfaces”と題し、その接触角構造についてまとめたものであり、全五章で構成されている。

第一章においては、界面エネルギーや接触エネルギーの数学的な定義から始まり、それらエネルギーの物理的な意味付けや、後の章で扱うモデルについて解説している。また、本論文における主結果と数学的な既存の結果との対応についても述べている。

第二章においては、ある種の非一様性を持った接触エネルギーを用い、一様なエネルギー密度を持つ界面エネルギーとの総合エネルギーを考察対象とし、上半平面内における集合に対する総合エネルギーの勾配流の漸近挙動を解析している。その勾配流は面積保存型曲率流と呼ばれる動く平面曲線の挙動を記述した方程式で表され、自由境界条件として、二つの端点が x 軸上に存在し、それらの端点において異なる角度の接触角を持つという条件が導出される。その勾配流において、時刻無限大における解の漸近挙動を解析するため、特定の初期条件における大域解の存在性を示している。また、接触エネルギーの非一様性は、二つの端点における表面張力が異なる状況に相当し、その非一様性の効果によって形状が変わらず動く進行波解が得られることを示している。さらに、その得られた進行波解は局所指数安定性を持つことも証明している。進行波解の存在性、安定性については面積保存型曲率流としての方程式を扱うのではなく、曲率の方程式に書き換え、その方程式を解析することが鍵となる。自由境界値問題である点については、ガウス写像によるパラメータ付けを行うことによって解析の困難さを解決している。これらの処理により、進行波解の曲率は曲率の方程式の定常解となり、その定常解付近での曲率の方程式に対する線形化作用素を導出しやすくし、線形化作用素のスペクトル解析を行うことによって安定性を示している。

第三章においては、後の第四章と第五章で用いる幾何学的測度論についてまとめている。

第四章においては、多様体の測度化にあたる varifold に対して、新たに接触角の定義を導入している。varifold に対する一般化された平均曲率は、varifold の表面積の第一変分を測度としてみなし、Radon-Nikodym の定理を組み合わせで定義されている。本論文では、第一変分の varifold に対する Radon-Nikodym の分解を行った際に特異部分を持つ場合、varifold に対する一般化された境界や co-normal ベクトルが定義できることに注目し、varifold に対する平均曲率の定義を拡張することによって接触角を定義している。さらに、本論文で定義した接触角構造を持つ varifold に対して、拡張した Allard 型の単調性公式が成り立つことも示している。Allard 型の単調性公式は varifold の位置情報をコントロールするものであり、varifold に対する様々な解析に応用されているため、拡張した単調性公式が成り立つことは、本論文で定めた接触角の定義の性質の良さを示唆している。

第五章においては、二相分離モデルにおける上記の総合エネルギーの摂動について考察している。エネルギーの摂動については Cahn や Hilliard による物理的な考察をもとに、Modica によって既に定式化されている。この摂動エネルギーの定義では、相分離の度合いに相当するパラメータが用いられており、そのパラメータを用いた摂動エネルギーの最小解の収束性に於ける Γ 収束性も Modica によって示されている。本論文では、摂動エネルギーの臨界点が上記の総合エネルギーの臨界点に収束することを示し、Modica の理論を拡張している。界面エネルギーに対する臨界点の摂動については、相分離が起きた際に表れる界面を、varifold を用いて記述することによって、その界面の様々な特徴が解析されている。本論文においても、この varifold を用いた解析手法を採用しており、さらに本論文の第四章で述べた varifold に対する接触角の概念を用いることにより、極限先の varifold の角度を測っている。その角度が上記の総合エネルギーで現れる角度と等しいことを示し、摂動エネルギーの臨界点の列が総合エネルギーの臨界点に収束することを示している。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻：	数学	専攻
Department of		
学生氏名：	可香谷 隆	
Student's Name		

申請学位 (専攻分野)：	博士	(理学)
Academic Degree Requested	Doctor of	
指導教員 (主)：	利根川 吉廣	
Academic Advisor(main)		
指導教員 (副)：		
Academic Advisor(sub)		

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

This thesis entitled “effects of a contact energy for surfaces” describes structure of the contact angle appeared in capillary problems. Historically, a surface energy and a contact energy were defined in mathematical sense to analyze the capillary problems. The contact angle of a capillary surface follows from the ratio of the contact energy to the surface energy. We deal with the total energy of these energy.

In the first chapter, we define the total energy and note physical backgrounds. Furthermore, we give a summary of the subsequent chapters with relevance to known mathematical results.

In the second chapter, we deal with the total energy of a non-uniformly contact energy and the surface energy. The non-uniformity of the contact energy corresponds to a non-uniformity of the surface tension on the boundary of capillary surfaces. Consequently, the gradient flow of the non-uniformly total energy with the area storage condition has traveling wave solutions. We give a proof of the existence and the local exponential stability of the traveling wave solutions.

The third chapter lists the definition of some concepts associated with the geometric measure theory for the latter chapters.

In the fourth chapter, we suggest a definition of a contact angle condition for varifolds which are measures expressing surfaces. In general, an Allard type monotonicity formula is a key tool to analyze the varifolds, thus we also prove that a modified Allard type monotonicity formula holds even if varifolds satisfy the contact angle condition.

In the fifth chapter, we consider a phase separation model. For the model, perturbation of the total energy is defined by Modica. In order to show the correctness of the perturbation, we prove a sequence of critical points of the perturbation energy converges to a critical point of the total energy as phase separates by using the contact angle condition for varifolds.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).