

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	向き付け不可能曲面の写像類群とその部分群の生成系と表示
Title(English)	Generators and presentations for the mapping class group of a non-orientable surface and its subgroups
著者(和文)	大森源城
Author(English)	Genki Omori
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10392号, 授与年月日:2017年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:遠藤 久顕,山田 光太郎,村山 光孝,服部 俊昭,KALMAN TAMAS,廣瀬 進
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10392号, Conferred date:2017/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻：	数学	専攻	申請学位 (専攻分野)：	博士	(理学)
Department of			Academic Degree Requested	Doctor of	
学生氏名：	大森 源城		指導教員 (主)：	遠藤 久顕	
Student's Name			Academic Advisor(main)		
			指導教員 (副)：		
			Academic Advisor(sub)		

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

申請者は向き付け不可能曲面の写像類群やその部分群の生成系や表示について研究を行った。

曲面の写像類群とは、その曲面の自己微分同相写像のアイソトピー類からなる群である。写像類群の生成系については、まず、曲面が向き付け可能な場合には、1938 年に Dehn により写像類群が有限個の Dehn twist で生成される事が示され、その後 1964 年に Lickorish、1979 年に Humphries によってより少ない個数の Dehn twist による生成系が求められている。写像類群の有限表示は、1980 年に Hatcher-Thurston、1989 年に Wajnryb、2001 年に Gervais によって与えられている。Gervais は、この結果の前の 1996 年に Hatcher-Thurston と Wajnryb の有限表示を用いることで、ある意味で単純な無限表示を与えている。

曲面が向き付け不可能な場合には、1963 年に Lickorish によって写像類群が Dehn twist と Y-同相写像によって生成されることが示され、その後、1972 年に Birman-Chillingworth によって Dehn twist と Y-同相写像による有限生成系が得られている。有限表示については、2015 年に Paris-Szepietowski によって求められており、2014 年に Stukow がその表示の生成系を書き換えて Dehn twist と Y-同相写像を生成系とする有限表示を与えた。しかし、向き付け不可能曲面の写像類群やその部分群の生成系や表示については、未だ知られていなかったり、知られていても複雑であったりする事が多い。申請者は、向き付け可能な曲面の時の研究を参考に、向き付け不可能曲面の写像類群 (以下、写像類群) やその部分群の生成系や表示に関する研究を行った。本学位論文は、大きく分けて以下の 3 つの内容で構成されている。

まず、1 つ目として、写像類群の Dehn twist と crosscap pushing map を生成系とする、ある意味で単純な無限表示を与えた。この表示は、本質的には、生成系を Dehn twist と Y-同相写像とし、関係式をブレイド関係式、2-チェーン関係式、ランタン関係式ともう一つの Dehn twist と Y-同相写像の間の関係式からなる表示となっている。この証明は 1996 年の Gervais と類似の議論を、具体的な写像類群の有限表示に適用することによって得られる。申請者は、まず、向き付け不可能曲面の境界成分数が 0 か 1 の時に、2014 年に Stukow が与えた有限表示を用いて写像類群の無限表示を与えた。しかし、曲面の境界成分数が 2 以上の時には未だ写像類群の有限表示は知られていなかった。従って、境界成分数が 2 以上の時は、まず写像類群の具体的な有限表示を構成した。そして、その有限表示に対し Gervais の議論を適用し、写像類群の無限表示を与えた。境界成分数が 2 以上の場合の研究は、石川工業高等専門学校小林竜馬氏との共同研究となっている。

次に、2 つ目として、境界成分数が 0 か 1 の時の向き付け不可能曲面の写像類群のツイスト部分群が、種数 g に対して、 $g+1$ 個の Dehn twist で生成される事を示した。ここで、ツイスト部分群とは、Dehn twist 全体で生成される写像類群の部分群のことである。この結果は、今まで知られている Dehn twist によるツイスト部分群の生成系の中で最も小さいものである。廣瀬氏のプレプリントの議論をツイスト部分群に応用することによって、Dehn twist によるツイスト部分群の生成元の個数は下から g で抑えられることが分かっている。その為、Dehn twist によるツイスト部分群の生成元の最小の個数は、 g か $g+1$ であることが分かった。

最後に、写像類群のレベル 2 ツイスト部分群の生成系に関する研究を行った。ここで、レベル 2 写像類群を、写像類群のその曲面の $Z/2Z$ 係数の 1 次ホモロジー群上の作用の核とした時に、レベル 2 ツイスト部分群はツイスト部分群とレベル 2 写像類群の共通部分で定義される。申請者は、Reidemeister-Schreier method を用いてレベル 2 ツイスト部分群の有限生成系を構成した。この生成系は、双側な単純ループに沿った crosscap pushing map と Dehn twist の 2 乗で構成される。この結果を用いることで、レベル 2 ツイスト部分群が crosscap pushing map によって生成される群であることも示した。さらに、これらの結果と 5 項完全系列を用いて、レベル 2 ツイスト部分群のアーベル化もある場合を除いて決定した。このレベル 2 ツイスト部分群に関する研究は、石川工業高等専門学校小林竜馬氏との共同研究となっている。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ (T2R2) にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻：	数学	専攻
Department of		
学生氏名：	大森 源城	
Student's Name		

申請学位 (専攻分野)：	博士	(理学)
Academic Degree Requested	Doctor of	
指導教員 (主)：	遠藤 久顕	
Academic Advisor(main)		
指導教員 (副)：		
Academic Advisor(sub)		

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

We consider generators and presentations for the mapping class group of a non-orientable surface and its subgroups. This thesis consists of 3 topics.

First, we give an infinite presentation for the mapping class group of a non-orientable surface. The generating set consists of all Dehn twists and all crosscap pushing maps along simple loops. The infinite presentation is a generalization of Gervais' infinite presentation for the mapping class group of an orientable surface. We also give a finite presentation for the mapping class group of a non-orientable surface for the number of boundary components is at least 2.

Second, we give a small generating set for the twist subgroup of the mapping class group of a non-orientable surface by Dehn twists. The number of the generators is $g+1$ for the genus g of the non-orientable surface. The difference between the number of the generators and a lower bound of numbers of generators for the twist subgroup by Dehn twists is one. The lower bound is obtained from an argument of Hirose.

Finally, we give a finite generating set for the level 2 twist subgroup of the mapping class group of a closed non-orientable surface. The generating set consists of crosscap pushing maps along non-separating two-sided simple loops and squares of Dehn twists along non-separating two-sided simple closed curves. We also prove that the level 2 twist subgroup is normally generated in the mapping class group by a crosscap pushing map along a non-separating two-sided simple loop for genus $g=3$ and g is at least 5. As an application, we calculate the first homology group of the level 2 twist subgroup for $g=3$ and g is at least 5.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).