

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	接触多様体とStein領域の位相幾何学的研究
Title(English)	Topological approaches to contact manifolds and Stein domains
著者(和文)	大場貴裕
Author(English)	Takahiro Oba
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10391号, 授与年月日:2017年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:遠藤 久顕,芥川 和雄 (芥川 一雄),本多 宣博,村山 光孝 ,KALMAN TAMAS,山田 裕一
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10391号, Conferred date:2017/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻:	数学	専攻	申請学位 (専攻分野):	博士 (理学)
Department of			Academic Degree Requested	Doctor of
学生氏名:	大場 貴裕		指導教員 (主):	遠藤 久顕
Student's Name			Academic Advisor(main)	
			指導教員 (副):	
			Academic Advisor(sub)	

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

本論文では、接触多様体と **Stein** 領域に関して研究を行った。特に、多様体上のファイバー構造などの位相幾何学的な手法によりその研究を行った。

接触構造とは奇数次元多様体上の 1 次微分形式により定義される幾何構造である。多様体とその上の接触構造の組のことを接触多様体と呼ぶ。1980 年代に **Thurston** と **Winkelnkemper** により、接触多様体の研究に位相幾何学的な手法が導入された。彼らは、有向閉 3 次元多様体のオープンブック分解に対し、そのオープンブックに適合する接触構造を構成した。この結果は後に **Giroux** により、高次元接触多様体に拡張された。

一方で **Stein** 領域とは、下に有界かつ固有な狭義多重劣調和関数という複素解析的な関数の下位集合として定義されるコンパクトな境界付き複素多様体である。**Stein** 領域はまず、その次元が (実) 4 次元の場合に **Loi** と **Piergallini** ら、**Akbulut** と **Ozbagci** らが独立に、**Lefschetz** ファイバー空間の全空間は **Stein** 構造を許容することを示した。彼らの手法は主として、**Lefschetz** ファイバー空間の構造から定まる全空間のハンドル分解を用いるものである。これは高次元の場合にも適用可能な手法であり、高次元 **Lefschetz** ファイバー空間の全空間も **Stein** 構造を許容することが知られている。また、4 次元 **Stein** 領域の場合にはさらに、**Loi** と **Piergallini** らにより、ブレイド状曲面という曲面に沿って分岐する 4 次元球体の単純分岐被覆により実現されることが示されている。

オープンブック、**Lefschetz** ファイバー空間、分岐被覆といった位相幾何学的な道具が、接触多様体、**Stein** 領域の研究に導入されて以降、これらのトポロジーに関連する研究が飛躍的に加速した。例えば、オープンブック、**Lefschetz** ファイバー空間を例にとると、これらはページやファイバーの写像類群により研究することができる。したがって、写像類群の群論的な議論を用いて様々なオープンブック、**Lefschetz** ファイバー空間を構成し、上記の対応から接触多様体、**Stein** 領域の様々な例を構成できるのである。

本論文においては、まず第 1 章でこのような発展の概要を述べる。続く第 2 章、第 3 章では写像類群や **Lefschetz** ファイバー空間、オープンブックについて説明した後、これらから **Stein** 領域、接触多様体を得る方法について復習をする。以降の章では筆者による研究結果について紹介する。

まず、第 4 章においては、分岐被覆を用いて **Stein** 領域の研究を行った。近年の **Stein** 領域の研究では、上記に述べた写像類群との相性からか、**Lefschetz** ファイバー空間を用いた研究が多く、分岐被覆を用いた研究はほとんどなされてこなかった。そこでここでは、**Stein** 領域の **Stein** 構造と、分岐被覆の分岐集合となるブレイド状曲面の関係について考察した。その結果、分岐被覆を用いて、滑らかな多様体としては微分同相であるが、**Stein** 構造に付随する複素構造は相異なる任意有限個の **Stein** 領域の族を構成した。とくに、これらの **Stein** 領域たちは同じブレイド状曲面で分岐する単純分岐被覆として実現される。ゆえに、分岐被覆の **Stein** 構造は分岐集合のみからは決まらないことが結論される。

次に第 5 章においては、閉曲面の単位余接束上の標準的接触構造についての研究を行った。この接触構造は、シンプレクティック・接触トポロジーはもちろん、力学系などとの関連もあり重要な対象である。Johns によって、

この接触構造に適合するオープンブック分解はすでに構成されていた。しかしその構成は抽象的で、オープンブック分解を用いてこの接触構造の研究を行うには不便であった。そこで、この論文では彼の構成を考察し直し、オープンブック分解のページと呼ばれるファイバー曲面の位相型と、モノドロミーのデーンツイストによる積表示を書き下した。さらに、その構成から着想を得て、彼の構成とは異なり、かつ単純化されたオープンブック分解も得ている。なお、この研究は Burak Ozbagci 氏との共同研究に基づいている。

最後に、第 6 章においては、高次元接触多様体とその Stein 充填についての研究を行った。3 次元の場合には Ozbagci と Stipsicz らの例をはじめとして、Stein 充填を無限個もつ接触多様体は数多く構成されている。その構成にはオープンブック分解、Lefschetz ファイバー空間を用いており、とくに曲面の写像類群の組合せ群論による議論がうまく機能している。高次元接触多様体およびその Stein 充填もこれらのファイバー構造を許容するものの、ファイバーとなる多様体の次元が高くなるために、写像類群の議論は困難であった。ここでは、ファイバーとなる多様体に A 型 Milnor ファイバーを取ることで、この問題を解決した。ブレイド群と A 型 Milnor ファイバーの写像類群の間の反準同型を利用することにより、ブレイド群の情報によって Milnor ファイバーの写像類群を扱い、Stein 充填を無限個もつ高次元接触多様体を構成した。この結果は、高次元写像類群の組合せ群論的考察により高次元接触多様体、Stein 充填を与えた初めての例である。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻：	数学	専攻	申請学位（専攻分野）：	博士	（理学）
Department of			Academic Degree Requested	Doctor of	
学生氏名：	大場 貴裕		指導教員（主）：	遠藤 久顕	
Student's Name			Academic Advisor(main)		
			指導教員（副）：		
			Academic Advisor(sub)		

要旨（英文 300 語程度）
Thesis Summary（approx.300 English Words）

In this thesis, we study contact manifolds and Stein domains via topological material. One of such approaches was introduced by Thurston and Winkelnkemper, who constructed a contact structure on a closed 3-manifold compatible with its given open book decomposition. This construction was generalized by Giroux to higher dimensions. Similar to the case of contact manifolds, thanks to results of Loi and Piergallini and, independently, Akbulut and Ozbagci, it is known that the total space of a 4-dimensional Lefschetz fibration over a 2-disk admits a Stein structure. In fact, this holds true for higher dimensions. From a different point of view, Loi and Piergallini also showed that there is a Stein structure on the simple branched cover of a 4-disk branched along a certain surface.

Topological descriptions such as open books, Lefschetz fibrations and branched coverings have yielded curious contact manifolds and Stein domains. For example, about open books and Lefschetz fibrations, one of the reasons for this result is that they can be studied by the mapping class groups of the pages of open books and the fibers of Lefschetz fibrations. In particular, group-theoretical arguments of mapping class groups work effectively to construct concrete examples.

We show the following results in this thesis by virtue of these topological tools: First, we construct a family of (real) 4-dimensional Stein domains realized as simple branched covers of a 4-ball with the same branch set such that they are mutually diffeomorphic as smooth 4-manifolds, but their complex structures have distinct first Chern classes. Next, we consider the unit cotangent bundle of a closed surface equipped with the canonical contact structure. We exhibit various explicit open book decompositions adapted to this contact manifold. Finally, we give a family of higher-dimensional contact manifolds with infinitely many Stein fillings via open books and Lefschetz fibrations.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。
Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。
Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).