

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題(和文)	全体曲げ変形に伴う制振建物の性能低下を補償する同調質量ダンパーの最適設計法
Title(English)	Optimal Design Method of Tuned Mass Damper Effective in Reducing Overall Bending Vibration in Steel Buildings with Inter Story Dampers
著者(和文)	金子健作
Authors(English)	Kensaku Kaneko
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 82, No. 737, p. 1003-1012
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 82, No. 737, p. 1003-1012
発行日 / Pub. date	2017, 7
Rights	日本建築学会
Relation	is version of: <a href="https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/82/737/82_1003/_article/-char/ja">https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/82/737/82_1003/_article/-char/ja</a>
Note	本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである

# 全体曲げ変形に伴う制振建物の性能低下を補償する 同調質量ダンパーの最適設計法

## OPTIMAL DESIGN METHOD OF TUNED MASS DAMPER EFFECTIVE IN REDUCING OVERALL BENDING VIBRATION IN STEEL BUILDINGS WITH INTER STORY DAMPERS

金子 健作\*

Kensaku KANEKO

The seismic effectiveness of dampers connected to a structural frame tends to lose due to overall bending deformation in slender steel buildings. The objective of this paper is to develop a design procedure of a tuned mass damper (TMD) in highly damped buildings with a large aspect ratio. Optimal design parameters of the TMD are computed by solving a Lyapunov equation of a 3-DOF system which is derived from a lumped mass stick model having shear springs and rotational springs. Required TMD mass is proposed based on the concept that the loss of damping factor is equal to the supplemental damping factor added by the TMD.

**Keywords :** Tuned mass damper, Aspect ratio, Bending-shear model, Optimum design parameter, Super high-rise building, Effective deformation

同調質量ダンパー, 塔状比, 曲げせん断系, 最適同調条件, 超高層建物, 実効変形

### 1. はじめに

長周期地震動に対する研究の成熟を踏まえ、建設時の設計用地震動を超える強さの地震動が将来的に発生する危惧から、既存の超高層建物に対して、制振改修が徐々に着手されている。平成 28 年 6 月には国土交通省から、超高層建築物等における南海トラフ地震を踏まえた長周期地震動対策の推奨が通達された<sup>1)</sup>。これは、建物の既存・新築に拘らず、建設地によっては、従前のスペクトルよりも大振幅の応答スペクトルを用いた照査を推奨するものである。耐震性の不足する建物に対して改修需要が高まるなか、既存建物の各層にダンパーを追設する代わりに、建物屋上に大質量の同調質量ダンパー (TMD) を設置する改修法の実用化<sup>2),3)</sup>や開発<sup>4)</sup>がなされている。一方、新築の建物では、それより以前にも、塔状比の大きな鋼構造建物を対象とした小質量の地震用 TMD の利用の試みもなされている<sup>5)</sup>。塔状比の大きな建物上階では、床の地震時水平変位に含まれる曲げ変形成分が大きく、層のせん断変形により減衰力が発生する従来の層間変形追従型のダンパーでは、応答抑制効果が低下する<sup>例え</sup>ば<sup>6)</sup>。一方、TMD は水平変位に対して減衰力が発揮されるため、制振性能は建物の塔状比に依らないという利点がある。前述の例は、ダンパーのこの弱点を補うための TMD の利用である。以上を踏まえると、大振幅地震動の発生が懸念されるなか、高い制振性能を有する建物を実現するため、大質量 TMD を新築の制振建物にも利用することが考えられる。

地震用 TMD の開発の新しいさと対照的に、その応答低減効果に関する数値解析的研究は、古くから多数おこなわれている。その多くは、定点理論<sup>7)</sup>や定常不規則振動論<sup>8)</sup>から得られる最適同調条件

(最適な TMD の剛性や減衰定数) を用いて時刻歴地震応答解析をおこない、建物の最大応答の低減割合を検証するものである。一般に、減衰の付加による応答低減効果はばらつきが大きいため、TMD の制振性能については、様々な議論がある。この問題を踏まえ、著者は、定常不規則振動論から、TMD-建物の連成系の統計的等価減衰定数の閉解を誘導したうえで、応答スペクトル法による応答指定型設計法を提案した<sup>9)</sup>。さらに、非定常不規則振動論を援用して、地震動の経時特性を考慮した制振性能の評価法を提案した<sup>10)</sup>。これらにより、地震用 TMD の包括的な性能の理解を可能にしたと言える。ただし、制振対象には機械的な減衰機構がないと仮定しているため、提案した設計法には適用限界がある。制振対象の減衰の存在が TMD の最適剛性を低めることは、比例減衰系に対して良く知られている<sup>11)</sup>。ところが、全体曲げ変形を伴う制振建物では非比例減衰系を形成するものの、このような系に対する TMD の最適同調条件は、明らかにされていない。

本論文では、全体曲げ変形を伴う塔状比の大きな鋼構造建物に対して、全層に渡りダンパーが配置される理想化した条件のもと、高層階に設置される TMD の制振性能と最適設計を理論的に議論する。はじめに、多質点の曲げせん断系で表される建物を等価 1 質点系に縮約し、この縮約した系と TMD を接続する。つぎに、この系に対して Lyapunov 方程式を解き、ホワイトノイズ入力を受ける建物の層間変形と建物頂部の 2 乗平均応答をそれぞれ最小化する最適同調条件を誘導する。最後に、全体曲げ変形により損失するダンパーの等価減衰定数を建物の骨組特性と関係づけ、この損失した減衰定数を補償するのに必要な TMD の質量を簡易に評価する方法を提案する。

\* 東京工業大学環境・社会理工学院建築学系 助教・博士(工学)

Assist. Prof., School of Environment and Society, Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

## 2. 架構と同調質量ダンパーから構成される全体系の振動方程式

基礎固定の多質点曲げせん断棒でモデル化された、 $n$ 階建ての建物の頂部近傍に線形の TMD が接続される場合を想定する (図 1(a), (b)). 接続位置は必ずしも建物頂部に限定されるものではないが<sup>3)</sup>, ここでは便宜上, TMD が接続する建物の階を頂部と呼称することとする。TMD については, 建物の 1 次モードを制振対象とする。

### 2.1 架構の等価 1 質点系への動的縮約

#### 2.1.1 基礎式

はじめに, TMD がない建物における振動方程式の自由度の縮約について述べる。本論文で対象とする広範な建物すべてを多質点系のまま個別に取り扱うことは困難であることから, まず TMD の剛性や減衰係数を調整するうえで重要な建物の動的特性を抽出する。

層のせん断変形に係る項とそれ以外の曲げ変形に係る項に分離し, 縮約した系が非比例減衰となることを示す。付加減衰については, 変形速度に比例する速度依存型ダンパー (以下, 層間ダンパーと称す) を考える。この層間ダンパーは, 全体曲げ変形に対して減衰力を発揮しないものとする。付加減衰以外に保有している建物の内部粘性減衰は, 全体減衰と与える。以降に示す定式化の過程では内部粘性減衰を省略し, 導出した縮約系に対して省略した減衰分を直接導入する手順をとる。

層  $i$  直上の集中質量, 回転慣性をそれぞれ  $m_i, J_i$  とする。層  $i$  の階高, せん断剛性および回転剛性をそれぞれ  $h_i, k_{s,i}, k_{b,i}$  とする。  $k_{b,i}$  に対応する回転ばねは, 質点位置に配置されるものとする。  $i$  階の水平方向の変位および地盤面とのなす角 (回転角) をそれぞれ  $u_i, \theta_i$  とする (図 2)。水平地動加速度  $\ddot{u}_g$  を建物の基部に受ける曲げせん断型の質点系モデルの振動方程式は, 形式的に次式で表される (例えば<sup>12)</sup>。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{22} \mathbf{r}_2 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (1a)$$

ここに,

$$\mathbf{M}_{11} = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_n), \quad \mathbf{M}_{22} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (1b, c)$$

$$\mathbf{u} = \{u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n\}^T, \quad \boldsymbol{\theta} = \{\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n\}^T \quad (1d, e)$$

である。  $\mathbf{r}_2$  は地震影響ベクトルであり, その成分はすべて 1 である。また,  $\mathbf{O}, \mathbf{0}$  はそれぞれ零マトリクスおよび零ベクトルである。  $\mathbf{K}_{22}(k_{s,i})$  はせん断型質点系モデルの剛性マトリクスであり,  $\mathbf{C}_{ij}$  は, 層間ダンパーによる減衰マトリクスである。

式(1a)の曲げせん断系の実固有値問題である,

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\phi}_1 \\ \boldsymbol{\phi}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

から得られる 1 次の古典的モードの回転成分と並進成分をそれぞれ  $\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2$  とする。正規化条件  $\boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}_2^T \mathbf{M}_{22} \boldsymbol{\phi}_2 = 1$  を課すと, 1 次モードの刺激係数  $\beta$  と有効質量  $M^{eff}$  は, それぞれ次式となる。

$$\beta = \boldsymbol{\phi}_2^T \mathbf{M}_{22} \mathbf{r}_2, \quad M^{eff} \approx \beta^2 \quad (3a, b)$$

ここで, 式(3b)が近似表現である理由は,  $\boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\phi}_1 \ll \boldsymbol{\phi}_2^T \mathbf{M}_{22} \boldsymbol{\phi}_2$  の仮定を用いたからである。

#### 2.1.2 非比例減衰系の近似表現

局所減衰の存在による水平変位  $u$  と回転角  $\theta$  の位相差を考慮するため, 一般化変位  $q_1, q_2$  を次式で導入する。

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{\beta}{\eta} \boldsymbol{\phi}_1 q_1, \quad \mathbf{u} = \beta \boldsymbol{\phi}_2 q_2 \quad (4a, b)$$

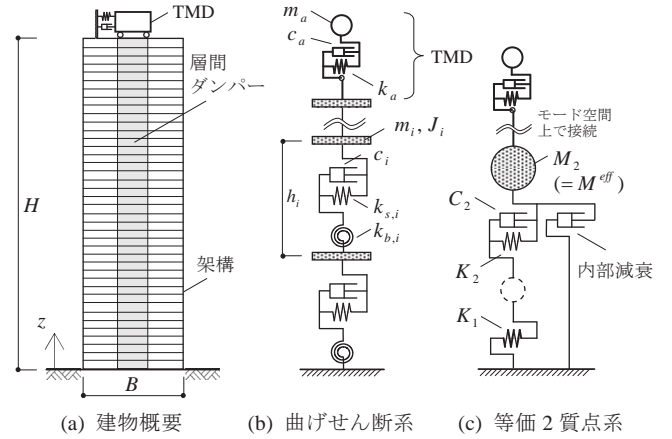


図 1 解析対象とそのモデル化

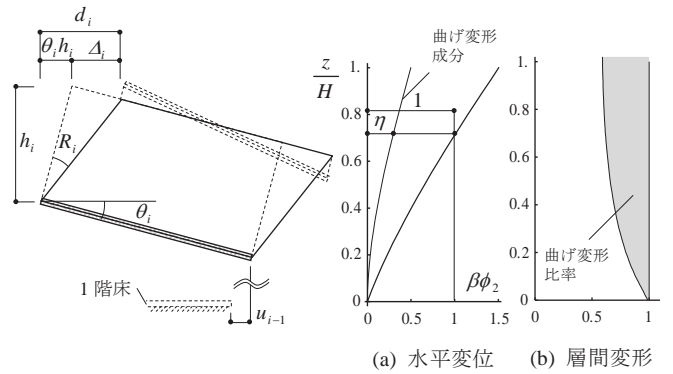


図 2 階の変位と層の変形 図 3 曲げせん断系の刺激関数

ここに,  $\eta$  は未定係数であり, その導入意図については後述する。もし, 建物の層にダンパーがなければ, 式(4)は冗長な表現である。また, 一般化変位  $q_2$  が建物の代表変位と一致するように,  $\mathbf{u}$  に対する基底ベクトルに刺激関数  $\beta \boldsymbol{\phi}_2$  を選んだ理由は, 後に建物と TMD を接続した状態の振動方程式の誘導を容易にするためである。

式(4)を式(1a)に代入した式の両辺について第 1 行に  $\beta/\eta \cdot \boldsymbol{\phi}_1$  を第 2 行に  $\beta \boldsymbol{\phi}_2$  をそれぞれ左側から乗じると, 縮約された振動方程式が以下のように得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \beta^2 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (5a)$$

ここに,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} = M^{eff} \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta^2} \boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\phi}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (5b)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} \end{bmatrix} = M^{eff} \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta^2} \boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{C}_{11} \boldsymbol{\phi}_1 & \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{C}_{12} \boldsymbol{\phi}_2 \\ \text{sym.} & \boldsymbol{\phi}_2^T \mathbf{C}_{22} \boldsymbol{\phi}_2 \end{bmatrix} \quad (5c)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} = M^{eff} \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta^2} \boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{K}_{11} \boldsymbol{\phi}_1 & \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\phi}_1^T \mathbf{K}_{12} \boldsymbol{\phi}_2 \\ \text{sym.} & \boldsymbol{\phi}_2^T \mathbf{K}_{22} \boldsymbol{\phi}_2 \end{bmatrix} \quad (5d)$$

である。

一方, 式(5a)が図 1(c)の TMD がない状態の質点系モデルに対応する振動方程式となるためには, 式(5a)が次のように表されなければならない。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)の質量  $M_1$  に対応する質量は、式(5a)の左辺に存在するものの、右辺には存在しない。したがって、このままでは、式(5a)と式(6)の両者は整合しない。そこで、次のように考える。いま、TMDによる制振対象モードを1次に限定していることから、建物の高さに比して波長の短い高次モードと異なり、波長の長い1次の振動モード形状に比例する応答成分は、回転慣性が固有周期や振動モードに及ぼす影響が小さい。これを踏まえ、式(5b)で  $\phi_1^T M_1 \phi_1 \approx 0$  とし、

$$M_1 \approx 0, \quad M_2 \approx M^{eff} \quad (7a, b)$$

と近似する。この場合、質量マトリクスに関して、式(5a)と式(6)の両者が整合するようになる。

一方、剛性  $K_1, K_2$  については、式(5d)と式(6)を比較すると、

$$K_1 = K_{11} + K_{12}, \quad K_2 = K_{22} = -K_{12} \quad (8a, b)$$

の関係を満足しなければならない。式(8b)の制約条件と式(5d)から、結局、未定係数であった  $\eta$  は、次式で表されることになる。

$$\eta = - \frac{\phi_1^T K_{12} \phi_2}{\phi_2^T K_{22} \phi_2} \quad (9)$$

式(9)で定義された係数  $\eta$  は、刺激関数  $\beta \phi_2$  の成分が1となる高さにおける、水平変位に占める曲げ変形成分と概ね対応する(図3)。詳細は、付録1を参照されたい。

減衰係数については、式(9)を式(5c)に代入すると次の関係を得る。

$$C_{12} = - \frac{\phi_2^T K_{22} \phi_2}{\phi_1^T K_{12} \phi_2} \cdot \phi_1^T C_{12} \phi_2, \quad C_{22} = \phi_2^T C_{22} \phi_2 \quad (10a, b)$$

全体曲げ変形を拘束したせん断振動系が比例減衰系となるように層間ダンパーが配置されたならば、式(10)において、 $C_{22} = -C_{12} (=C_2)$  が成立する。そうでない場合には、 $C_{22} \neq -C_{12}$  となるが、縮約系の減衰係数を設定するために、 $C_2 \approx C_{22}$  と見做すこととする。

これまでの議論から、 $C_2$  は、次のように表される。

$$C_2 = 2M^{eff} h_d \omega_s \quad (11)$$

ここに、 $\omega_s$  は全体曲げ変形を拘束したせん断振動系の固有円振動数である。 $h_d$  は層間ダンパーとその直列支持部材から成る付加系の等価減衰定数である<sup>13)</sup>。ただし、以降では、本論文の主旨を簡潔に説明するため、 $h_d$  を単に層間ダンパーの減衰定数と呼ぶこととする。

式(8)で見出した2つの剛性  $K_1, K_2$  の関係について、2つの固有周期  $T_1, T_2$  を導入する。

$$T_1 = 2\pi \sqrt{M^{eff} / K_1}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{M^{eff} / K_2} \quad (12a, b)$$

回転慣性を無視した曲げ振動系と全体曲げ変形を拘束したせん断振動系の固有周期をそれぞれ  $T_b, T_s$  とすると、まず明らかに、式(5d)から  $T_2 = T_s$  である。式(9)の条件を用いると、さらに  $T_1 \approx T_b$  が成立する。このとき、曲げせん断変形を考慮した非減衰系の建物の1次固有周期  $T (=2\pi/\omega)$  は、次式で表される。

$$T = \sqrt{T_s^2 + T_b^2} = T_s \sqrt{1 + \alpha^2}, \quad \alpha = \omega_s / \omega_b \quad (13a, b)$$

ここに、 $\omega_b = 2\pi/T_b$  であり、 $\alpha$  は純曲げ振動系に対する純せん断系の振動数比である。このことから、2つの剛性を次のように定める。

$$K_1 = M^{eff} \omega_s^2, \quad K_2 = M^{eff} \omega_b^2 \quad (14a, b)$$

式(9)を式(4a)に代入し、これと式(4b)とを合わせれば、建物の層間変形ベクトル  $\Delta = \{\Delta_1 \ \Delta_2 \ \dots \ \Delta_n\}^T$  は、以下のように表される。

$$\Delta_i = \psi_{2i} q_2 - \psi_{1i} q_1, \quad \psi_{1,i} = \frac{\beta}{\eta} \sum_{s=1}^i h_s \phi_{1,s}, \quad \psi_{2,i} = \beta \phi_{2,i} \quad (15a-c)$$

## 2.2 全体系の等価2質点系への動的縮約

次に、自由度を縮約した架構にTMDを接続することを考える。

TMDの質量、減衰係数および剛性をそれぞれ  $m_a, c_a, k_a$  とし、TMDの回転慣性は考慮しない。地盤面からのTMDの相対変位を  $u_a$  とし、TMDとダンパーが共にある状態でのTMD設置階における架構の刺激関数の水平成分を  $\psi (= \beta \phi_{2,n})$  とする。図1(c)のTMD付き建物の振動系に対して、一般化座標系による架構の変位  $q_1, q_2$  と物理座標系の変位  $u_a$  が混在した全体系の振動方程式は、次式で表される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M^{eff} & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{u}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_2 & C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 + c_a \psi^2 & -c_a \psi \\ 0 & -c_a \psi & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{u}_a \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + k_a \psi^2 & -k_a \psi \\ 0 & -k_a \psi & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ u_a \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M^{eff} & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (16)$$

これは、 $q_1$  を内部節点の自由度と見做して、著者が過去に示した<sup>9)</sup>、TMD付きのせん断質点系建物に対する自由度の縮約手順に倣ったものである。ただし、式(16)に含まれる減衰マトリクスや剛性マトリクスは、ともにBetti-Maxwellの相反定理を満足していない。この不都合を解消するため、建物頂部の刺激関数  $\psi$  を用いて、式(16)を記述する一般化変位  $q_1, q_2$  をそれぞれ次のように座標変換する。

$$\varphi = \psi q_1, \quad U_f = \psi q_2 \quad (17a, b)$$

ここに、 $U_f$  は建物頂部の相対変位の1次モード成分である。さらに、式(16)の表現から、TMDの質量  $m_a$ 、減衰係数  $c_a$  および剛性  $k_a$  について、刺激関数  $\psi$  を介した次の変換を考える。

$$\bar{m}_a = \psi^2 m_a, \quad \bar{c}_a = \psi^2 c_a, \quad \bar{k}_a = \psi^2 k_a \quad (18a-c)$$

ただし、 $\sqrt{\bar{k}_a / \bar{m}_a}$  は元のTMDの固有円振動数  $\omega_a = \sqrt{k_a / m_a}$  に等しい。導入した質量  $\bar{m}_a$  に対して、次の質量比  $\bar{\mu}$  を導入すると<sup>9)</sup>、

$$\bar{\mu} = \bar{m}_a / M^{eff} \quad (19)$$

質量比  $\bar{\mu}$  がTMDの制振性能を支配することになる<sup>10)</sup>。実際のTMDの質量比  $\mu (= m_a / M^{eff})$  とは、式(18a)から  $\bar{\mu} = \psi^2 \mu$  の関係がある。

式(17)~式(19)を式(16)に代入して整理すると、振動方程式は、等価2質点系として、次のように得られる。

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = -M r \ddot{u}_g \quad (20)$$

ここに、

$$M = M^{eff} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mu} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{Bmatrix} \varphi \\ U_f \\ u_a \end{Bmatrix}, \quad r = \begin{Bmatrix} \psi \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (21a-c)$$

$$C = M^{eff} \begin{bmatrix} 2h_d \omega_s & -2h_d \omega_s & 0 \\ -2h_d \omega_s & 2h_f \omega + 2h_d \omega_s + 2\bar{\mu} h_a \omega_a & -2\bar{\mu} h_a \omega_a \\ 0 & -2\bar{\mu} h_a \omega_a & 2\bar{\mu} h_a \omega_a \end{bmatrix} \quad (21d)$$

$$K = M^{eff} \begin{bmatrix} \omega_b^2 + \omega_s^2 & -\omega_s^2 & 0 \\ -\omega_s^2 & \omega_s^2 + \bar{\mu} \omega_a^2 & -\bar{\mu} \omega_a^2 \\ 0 & -\bar{\mu} \omega_a^2 & \bar{\mu} \omega_a^2 \end{bmatrix} \quad (21e)$$

であり、 $\omega$  はTMDがない建物の1次固有円振動数である。前置きしたように、式(21d)では、 $h_f$  を建物の1次モードの減衰定数として、



2.1 節での式展開で無視した建物の内部粘性減衰を付加した。

式(20)の伝達関数を検証することにより、これまでの定式化の妥当性を検証する。検証に用いる建物は、文献 12)で示される回転慣性を考慮した 20 質点曲げせん断型モデルとし、その動的特性を表 1 に要約してある。元々この建物は制振構造ではないため、減衰定数を  $h_d = 0.15$  とした層間ダンパーを全層に追加する。建物の内部粘性減衰は、剛性比例減衰により、1 次モードに対して  $h_f = 0.02$  を与える。TMD の質量比は  $\mu = 0.02, 0.1$  の 2 通りとする。剛性については、次式で定義される同調比  $\gamma$  を基準にして設定する。

$$\gamma = \frac{\omega_a}{\omega}, \quad \omega \approx \frac{\omega_s \omega_b}{\sqrt{\omega_s^2 + \omega_b^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \omega_s \quad (22a, b)$$

ここで、建物の 1 次固有円振動数  $\omega$  には非減衰系の値を用いるが、減衰系の厳密な減衰固有円振動数との誤差は僅か数%に過ぎない。同調比  $\gamma$  と TMD の減衰定数  $h_a (= c_a / (2m_a \omega_s))$  の設定については、Warburton による基部加振の  $H_2$  ノルム最小化規範に基づく理論解<sup>8)</sup>

$$\gamma_0^* = \frac{\sqrt{1 - \bar{\mu}/2}}{1 + \bar{\mu}}, \quad h_a^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{\mu}(1 - \bar{\mu}/4)}{(1 + \bar{\mu})(1 - \bar{\mu}/2)}} \quad (23a, b)$$

から算定した値  $k_a = m_a (\gamma_0^* \omega^2)$ ,  $c_a = 2m_a h_a^* (\gamma_0^* \omega)$  を用いる。また、同調比のみ 0.8 倍と 1.2 倍にした場合も検討に含める。

式(1a)の多質点系に TMD を接続した振動系モデルと式(20)の等価 2 質点系の変位伝達関数を算定した結果を図 4 に示す。図の横軸は加振円振動数  $p$  を建物の固有円振動数  $\omega$  で基準化し、縦軸は多質点系の静的時変位  $(\cdot)^{st}$  で基準化している。図からわかるように、2 つの系の結果は、極めて良く対応している。結果は割愛するが、上記の諸元以外に同調比をより小さくした場合や大きくした場合には、TMD と建物の動的相互作用がより小さくなるため、誤差はさらに小さくなる傾向にあることを別途確認している。

表 1 例題建物の動的特性

$\alpha$ 振動数比	(a) 係数 $\eta$	(b) 代表位置 の曲げ変形率*	(c) $\frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2}$	比率 (b)/(a)	比率 (c)/(a)
0.67	0.313	0.294	0.307	0.94	0.98

\*  $\beta\phi_2 = 1$  となる高さでの曲げ変形成分  $\sum_i h_i \beta \phi_{i,j}$  の割合を示す。

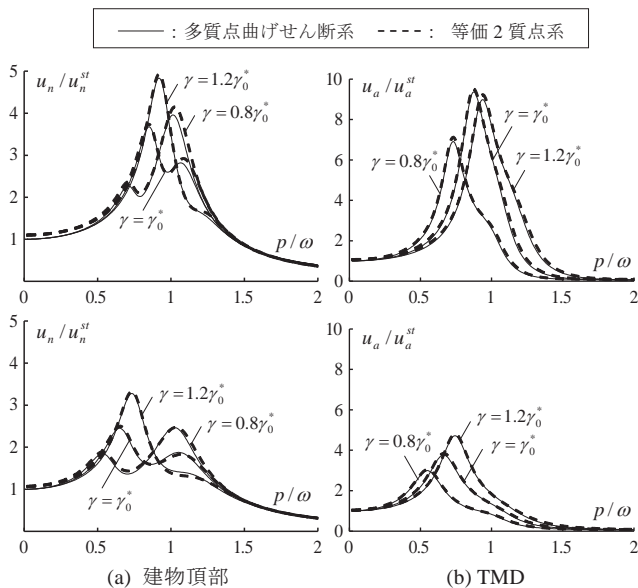


図 4 TMD 付き建物の変位伝達関数 (上段:  $\mu = 0.02$ , 下段:  $\mu = 0.1$ )

以上から、TMD の最適同調条件を推定する際には、多質点系を直接用いるのではなく、式(21)を式(20)に代入した縮約系の振動方程式を用いることとする。

### 2.3 建物の骨組特性と全体曲げ変形モードの関係

最適同調条件を誘導する前に、建物の動特性を支配する特徴量を整理しておく。これは、2.2 節での縮約により、TMD の制振性能にとって些末な架構の情報を喪失させたためである。後に得られる最適同調条件の理解を深めるために、建物の骨組特性と振動数比  $\alpha$  などの巨視的な情報がどのように対応づけられるかを明らかにする。

ところで、超高層建物の構造同定問題に関する既往の研究では、回転剛性  $k_b$  とせん断剛性  $k_s$  の比  $k_b/k_s$  が良く用いられている。竹脇ら<sup>12)</sup>は、これを SR 剛性比率と呼んでいる。しかし、この値は無次元数でなく、かつ本論文で目的とする曲げ変形の度合を表すためには、不十分である。そこで、Timoshenko 梁<sup>14)</sup>の考え方に倣い、振動系の細長比  $\lambda$  を次式で定義する。

$$\lambda = \frac{H}{r}, \quad r = \sqrt{k_b/k_s} \quad (24a, b)$$

ここに、 $H$  は建物の高さである。また、SR 剛性比率の平方根  $r$  は、建物全体を巨視的に一つの梁と見做したときの断面 2 次半径に相当する。この意味から、細長比は塔状比 ( $H/B$ ) に類似した値である (付録 3)。全層に渡り  $k_s, k_b$  が一様に分布する条件では、半理論的な考察を経て (付録 2)、比較的小さい  $\lambda$  を対象とした次式を提案する。

$$\frac{T}{T_s} \approx \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2\Omega}\right)^2} \lambda^2 \quad (25)$$

ここに、 $\Omega$  は一端固定一端自由の境界条件における回転慣性を無視した純曲げ振動系の振動数係数であり、 $\Omega = 1.875^2$  となる。式(25)の精度は、図 5 に示すとおりである。厳密解の周期比は、Timoshenko 梁と Euler-Bernoulli 梁の振動方程式から各周期を数値的に解いて求めた値である。厳密解と近似解は、極めて良く一致している。図の横軸の最大値  $\lambda = 3$  では、固有周期  $T_b$  の方が  $T_s$  よりも長い。そのため、式(25)は極めて大きな塔状比の建物も適用範囲に含んでいる。

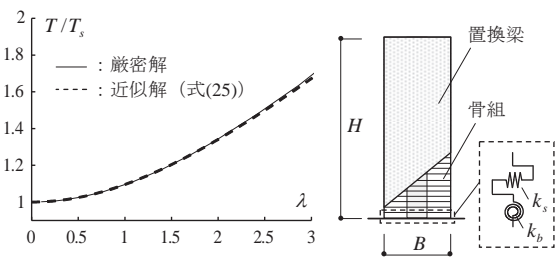


図 5 Timoshenko 梁の細長比と固有周期比の関係

一方で、実際の建物を踏まえると、層の剛性分布は一様ではなく、高さ方向に減少していくのが通常である。このような場合に対しては、式(25)を利用するために、次のように考える。まず、等価せん断剛性の高さ方向に渡る平均値は、等価曲げせん断系の 1 次固有周期を支配する<sup>15)</sup>ことを念頭に置く。これを参考に、断面 2 次半径  $r$  を構成するそれぞれの剛性を、次式のように相加平均した値に置き換えるを試みる。

$$r = \sqrt{\bar{k}_b/\bar{k}_s}, \quad \bar{k}_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_{s,i}, \quad \bar{k}_b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_{b,i} \quad (26a-c)$$

式(25)と式(26)から計算した細長比と固有周期比の関係を示す。層剛性は、2つの場合を想定する。一つは、係数 $\tau_s, \tau_b$ を導入して、せん断剛性と回転剛性がともに高さ方向に直線分布となる場合である(図6(a))。もう一つは、Connor et al.<sup>16)</sup>が示した曲線剛性分布の場合である(図6(b))。この分布は、高次モードを考慮して、層間変形角と柱の地震時軸方向ひずみ変動成分のそれぞれに対し、高さ方向に一樣に近い分布を実現するものである。建物の塔状比 $H/B$ と層間変形角の柱軸方向ひずみに対する比率 $f$ から定まる無次元パラメータ $A(=2H/B \cdot (1/f))$ から、せん断剛性と回転剛性のそれぞれの剛性分布が一意に定まる。建物の階数 $n$ は、 $n$ が少ないほど連続体近似誤差が大きくなることを踏まえて、 $n=20$ とする。図7の結果からわかるように、細長比により固有周期を精度良く表している。

式(13b)と式(25)を比較すると、結局、次の関係が得られる。

$$\alpha = \frac{\pi}{2\Omega} \lambda \quad (27)$$

式(27)をより感覚的に理解しようとするれば、 $\alpha \approx 0.45\lambda$ である。式(24)~式(27)を振り返ると、細長比 $\lambda$ は、質量以外の建物諸元のすべてを含んでいる。建物質量は、建物の固有振動数に影響を与えるものであるが、広帯域入力による最適同調条件を導出する限りでは、重要ではない。建物とTMDとの固有振動数の比(同調比)に意味があるからである。したがって、以降では、細長比 $\lambda$ あるいは振動数比 $\alpha$ を建物の唯一の特徴量として、種々の検討をおこなう。

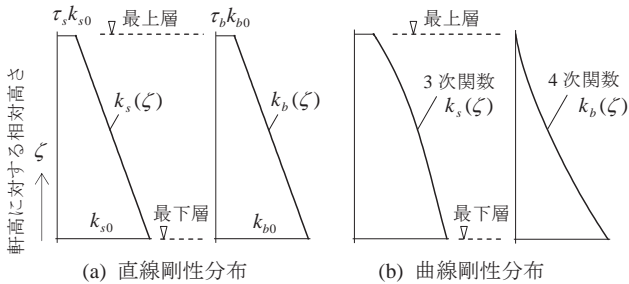


図6 層のせん断剛性および曲げ剛性の高さ方向の分布

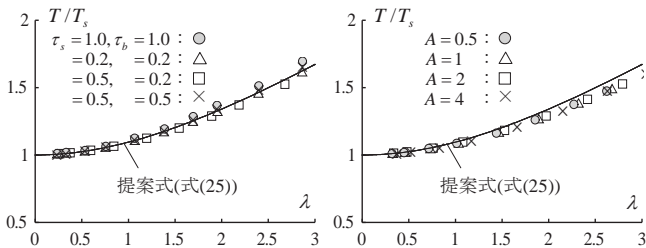


図7 多質点系モデルの細長比と固有周期比の関係

### 3. 非比例減衰系となる建物に対する最適同調条件

#### 3.1 Lyapunov 方程式による最適同調条件の推定方法

第2章で示した等価2質点系に対して、 $H_2$ ノルム最小化規範を採用して最適同調条件を誘導する。具体的には、広帯域特性を有する地動入力に対する定常状態の二乗平均応答を最小化することにより、TMDの最適同調条件を誘導する<sup>8),17)</sup>。実際の地震動は、必ずしも広帯域特性を有するだけではなく、建物等の応答も非定常であるが、このような現象の単純化は十分有効であることが確認されている<sup>10)</sup>。本章で留意すべき点は、

- i) 建物(主系)が減衰系である
- ii) 主系自体が局所減衰を有する系である

ということである。これらを踏まえると、伝達関数の広義積分から二乗平均応答を求めたうえで、最適同調条件の閉解を得るのは困難である。そのため本論文では、応答の確率過程を支配するLyapunov方程式を解くことにより、数値的に最適同調条件を推定する。

最適同調条件の具体的な推定手順を説明する。まず、準備として、式(20)の振動方程式を以下の状態方程式に書き改める。

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{Y}(t) + \mathbf{b}\ddot{u}_g(t) \quad (28)$$

ここに、 $t$ は時刻であり、状態変数 $\mathbf{Y}$ と係数 $\mathbf{A}, \mathbf{b}$ は、それぞれ

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Y}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}(t) \\ \dot{\mathbf{U}}(t) \end{Bmatrix} \quad (29a-c)$$

である。係数マトリクス $\mathbf{A}$ の成分に含まれる $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ は、それぞれ式(21)の質量マトリクス、減衰マトリクスおよび剛性マトリクスである。ここで、地動加速度 $\ddot{u}_g(t)$ をホワイトノイズとすれば、地動のパワースペクトル密度 $S_0$ を用いて、 $E[\ddot{u}_g(t)^2] = 2\pi S_0$ の関係が成立する。ここに、 $E[\cdot]$ は2乗平均の演算子である。状態変数 $\mathbf{Y}(t)$ の分散共分散行列を $\mathbf{V}(t) = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t)]$ とする。加振から十分に時間が経過した後( $t \rightarrow \infty$ )の定常状態における $\mathbf{V}$ は、以下のLyapunov方程式を解くことにより求められる<sup>18)</sup>。

$$\mathbf{A}\mathbf{V} + \mathbf{V}\mathbf{A}^T + 2\pi S_0 \mathbf{b}\mathbf{b}^T = \mathbf{O} \quad (30)$$

#### 3.2 建物の目標性能に応じた最適同調条件

これまでの準備のもと、建物の応答を最小化するTMDの諸元について考察する。

建物の1次モード応答を最小化する最適化問題は、建物の目標性能に応じて、次の2つが主として考えられる。

$$\text{(頂部変位の最小化)} \quad \text{Minimize } E[U_f(t)^2] \quad (31a)$$

$$\text{(層間変形の最小化)} \quad \text{Minimize } E[\Delta(t)^2] \quad (31b)$$

$$\text{subject to } \gamma > 0, h_q \geq 0 \quad (31c)$$

ここに、

$$E[U_f(t)^2] = V_{22} \quad (32a)$$

$$E[\Delta(t)^2] = V_{22} - 2V_{12} + V_{11} \quad (32b)$$

であり、 $V_{ij}$ は式(30)から求まる $\mathbf{V}$ の第 $i$ 行 $j$ 列成分である。式(31a)の頂部変位の最小化は、室内安全確保のための床応答に関心を向けたものである。家具転倒の可能性には床の絶対加速度が影響し、家

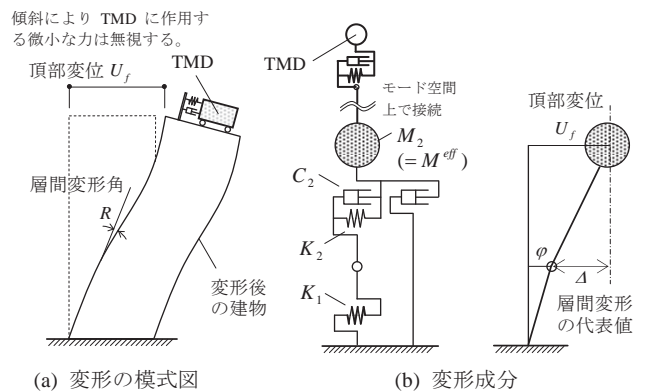


図8 頂部変位と層間変形

具の最大滑動量には床の絶対速度が影響することが知られる<sup>19)</sup>。しかし、絶対加速度と絶対速度の最小化の最適同調条件の両者を設計上使い分けるのは不便であるから、これらの床応答の指標をまとめて、式(31a)を考えた。もし、層間ダンパーが無ければ、層間変形の最小化は、頂部変位の最小化問題に帰着される。これは、TMD付き建物の連成系と建物単体の振動モード形状は、お互いにはほぼ相似形を成すためである。一方、ダンパーがある場合には、建物は非比例減衰系を成すため、複素モードから類推されるように、水平変位と全体曲げ変形の応答に位相差が生じ得る(図8)。したがって、式(31a)と式(31b)は同一とは限らないため、その2つを区別した訳である。

式(31)を逐次2次計画法により数値的に解いた $\gamma$ と $h_a$ の組み合わせ( $\gamma^*, h_a^*$ )を考察する。 $\gamma^*, h_a^*$ のそれぞれを最適同調比および最適減衰定数と呼ぶ。線形系では、 $\gamma$ と $h_a$ から成る建物の応答曲面は単峰性を有すため、 $\mathbf{V}$ の停留値が大局的最小値となる。なお、式(29)を代入した式(30)を実際に解くために、ここでは $\mathbf{M}$ の対角項の零成分に微小値を加えて正規化する方法を採用する。TMDがない層間ダンパーのみの建物の等価減衰定数を $h_d^{eq}$ とし、これを複素固有値解析から求める。建物の諸元は、 $h_d^{eq} \in (0.05, 0.1, 0.15, 0.2)$ が同一となる振動数比 $\alpha \in [0.1, 1.0]$ (0.1刻み)と $h_d$ の組み合わせとする。ここでは、内部減衰定数 $h_f$ を0とするが、本質的な問題ではない。

最適同調比 $\gamma^*$ の結果を図9と図10に示す。図から理解されることは、図9と図10の結果はほぼ変わらず、頂部変位と層間変形の最小化による最適同調比の差は認められない。また、 $h_d^{eq}$ が同一であれば、最適同調比はほぼ同じになる。

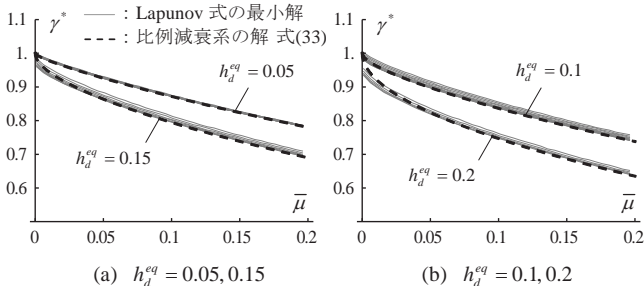


図9 非比例減衰系の最適同調比(頂部変位の最小化)

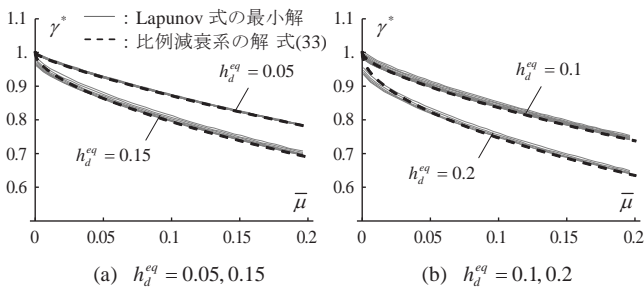


図10 非比例減衰系の最適同調比(層間変形の最小化)

### 3.3 最適同調条件の評価式

Tsai et al.<sup>11)</sup>は、 $H_\infty$ ノルム最小化規範で減衰系に対する最適同調条件の帰帰式を示している。これに倣い、著者は、 $H_2$ ノルム最小化規範による最適同調条件の帰帰式を次のように得ている<sup>9)</sup>。

$$\gamma^* = \gamma_0^* + \gamma_1^*, \quad \gamma_0^* = \frac{\sqrt{\psi + \bar{\mu}(\psi - \bar{\mu})/2}}{(1 + \bar{\mu})\sqrt{\bar{\mu} + \psi}} \approx \frac{\sqrt{1 - \bar{\mu}/2}}{1 + \bar{\mu}} \quad (33a, b)$$

$$\gamma_1^* = \left( -2.02\bar{\mu}^{1/2} + 1.23\bar{\mu} + 0.01\bar{\mu}^{3/2} \right) h_d^{eq} + \left( -8.84\bar{\mu}^{1/2} + 19.2\bar{\mu} - 12.6\bar{\mu}^{3/2} \right) h_d^{eq^2} \quad (33c)$$

式(33c)の $h_d^{eq}$ の2次の項は、これを無視すると、 $\bar{\mu} = 0.2, h_d = 0.2$ とした場合に7%の誤差が生じるため、文献9)と同様に考慮している。図9と図10中の破線の結果は、式(33)から得たものである。これは、非比例減衰系に対するLapunov方程式の最小解と良く対応している。つまり、非比例減衰系においても、最適同調比は建物の等価減衰定数 $h_d^{eq}$ から推定できる。なお、図に示した破線は、式(33b)の近似前の式を用いている。近似前と後はそれぞれ著者の式<sup>9)</sup>、Warburtonの式<sup>8)</sup>である。非減衰系でLapunov方程式の解に一致するのは著者の式であり、Warburtonの解とは差がある(付録4)。ただし、 $\mu \leq 0.1$ では、この誤差は高々4%であり、実用上は、式(33b)の近似後の式を用いても問題ないであろう。一方、最適減衰定数 $h_a^*$ については、図11に示すように、建物の減衰定数の影響はほとんど認められない。

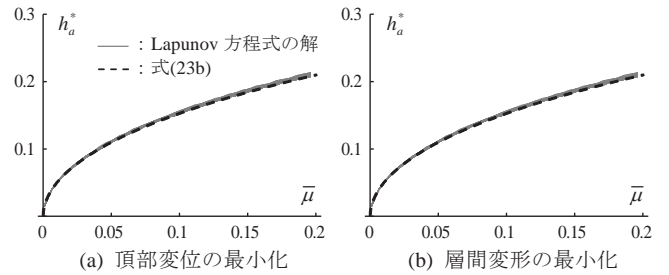


図11 非比例減衰系の最適減衰定数

## 4. 制振建物に追加した同調質量ダンパーによる制振性能向上効果

3.3節で検証した式(33)の最適同調条件で設計された場合のTMDの等価付加減衰定数について検討する。

TMDと建物から成る連成系の等価減衰定数 $h^{eq}$ は、減衰種別ごとに加法分離されるものとする。それらの成分は、内部粘性減衰定数 $h_f$ 、層間ダンパーによる等価付加減衰定数 $\Delta h_d^{eq}$ 、TMDによる統計的等価付加減衰定数 $\Delta h_a^{eq}$ であり、次式の表現が可能であるとする。

$$h^{eq} = h_f + \Delta h_d^{eq} + \Delta h_a^{eq} \quad (34)$$

前述した $h_d^{eq}$ との関係は、 $h_d^{eq} = h_f + \Delta h_d^{eq}$ である。任意の同調比 $\gamma$ および減衰定数 $h_a$ に対して、Gauss型ホワイトノイズを受ける定常不規則振動過程における等価付加減衰定数 $\Delta h_a^{eq}$ は、次式で表される<sup>9)</sup>。

$$\text{(頂部変位)} \quad \Delta h_a^{eq} = \frac{h_f}{R_d^2} - h_d^{eq} \quad (35a)$$

$$\text{(層間変形)} \quad \Delta h_a^{eq} = \frac{h_f}{R_A^2} - h_d^{eq} \quad (35b)$$

ここに、 $R_d, R_A$ は、それぞれ以下の応答低減効果係数である。

$$R_d = \sqrt{\frac{E[U_f(t)^2]}{E[U_{f,w/o}(t)^2]}} = \sqrt{\frac{V_{22}}{V_{22,w/o}}} \quad (36a)$$

$$R_A = \sqrt{\frac{E[\Delta(t)^2]}{E[\Delta_{w/o}(t)^2]}} = \sqrt{\frac{V_{22} - 2V_{12} + V_{11}}{V_{22,w/o} - 2V_{12,w/o} + V_{11,w/o}}} \quad (36b)$$

式(36)の添え字 $(\cdot)_{w/o}$ はTMDと層間ダンパーがない建物応答を示す。

文献9)では、非制振建物を対象としたうえで、建物の減衰定数 $h_f$ が $\Delta h_a^{eq}$ に及ぼす影響は小さいと見做して、最適同調時の非減衰系に対して式(35)を解析的に展開し、次式の $\Delta h_a^{eq}$ を得ている。

$$\Delta h_{a0}^{eq} = \frac{1}{4/\sqrt{\bar{\mu}} + \sqrt{\bar{\mu}}(12 - \psi)/(2\psi)} \approx \frac{\sqrt{\bar{\mu}}\psi}{4\psi + 6\sqrt{\bar{\mu}}} \quad \text{for } h_d^{eq} = 0 \quad (37)$$



ここで、式(37)の最右辺の近似は、用いる質量比  $\bar{\mu}$  が小さいとして、 $(12-\psi)/(2\psi) \approx 6/\psi$  としたものである。一方で、減衰系に対して式(37)と同等の閉解を得ることは困難である。ここでは、式(30)の解  $\mathbf{V}$  から式(36)を評価し、この値を式(35)に代入して  $\Delta h_d^{eq}$  を求める。ここで、同調比には、減衰系に対する式(33)の最適同調比  $\gamma^*$  を用いる。 $\alpha$  は、0.1, 0.2, 0.5, 0.7 の4種とする。図12は、 $\Delta h_d^{eq}/\Delta h_{a0}^{eq}$  と建物の等価減衰定数  $h_d^{eq}$  との関係である。図の縦軸の基準化に用いた  $\Delta h_{a0}^{eq}$  には、式(37)で評価した値を用いている。 $h_d^{eq}$  の増大に伴って TMD の制振性能が低下することがわかる。したがって、全体曲げ変形の影響が大きい場合など、層間ダンパーによる建物の等価減衰定数  $h_d^{eq}$  を大きくできないときにダンパーと TMD を併用する使い方が最も有効である。また、頂部変位と層間変形の結果には差が認められず、 $\bar{\mu} \leq 0.2$  では、質量比  $\bar{\mu}$  による  $\Delta h_d^{eq}/\Delta h_{a0}^{eq}$  の大きな差は見られない。そこで、以下の関数形で与えた  $\Delta h_d^{eq}/\Delta h_{a0}^{eq}$  の回帰式を考える。

$$\xi \equiv \frac{\Delta h_d^{eq}}{\Delta h_{a0}^{eq}} = 1 - a \cdot (h_d^{eq})^b = (\text{TMD 効率}) \quad (38)$$

別途計算した  $\alpha \rightarrow 0$  (全体曲げ変形なし) の結果に対し、非線形最小二乗法を用いて式(38)の回帰係数  $a, b$  を推定すると、次式を得た。

$$a = 2.1, b = 0.77 \text{ for } \gamma = \gamma^* \text{ (減衰系の最適同調比)} \quad (39a)$$

$$a = 2.9, b = 0.86 \text{ for } \gamma = \gamma_0^* \text{ (非減衰系の最適同調比)} \quad (39b)$$

式(39b)は非減衰系に対する式(23a)の最適同調比  $\gamma_0^*$  の結果に対する回帰係数であり、参考までに示したものである。概ね  $h_d^{eq} < 0.1$  の範囲では、式(39a)と式(39b)による評価値の差は、それほど大きくない。

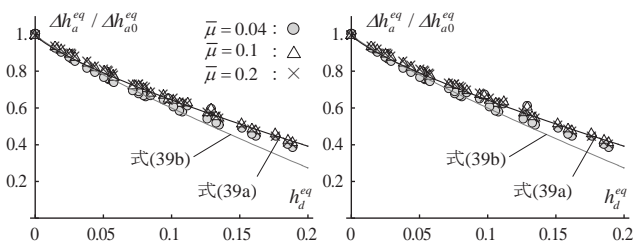


図12 同調質量ダンパーによる統計的等価付加減衰定数

## 5. 制振効果の損失を補償する同調質量ダンパーの必要質量

### 5.1 建物の全体曲げ変形特性と等価減衰定数の関係

第3章での議論から、建物の等価減衰定数が評価できれば、最適同調条件が推定できることを示し、第4章では、最適同調時のTMDの等価付加減衰定数を示した。本章では、全体曲げ変形を支配する細長比と建物の等価減衰定数の関係を明示化し、TMDに必要な質量の評価式を提案する。

層間ダンパーによる  $\Delta h_d^{eq}$  は、次式で評価できる。

$$\Delta h_d^{eq} = \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{1+2(1+4h_d^2)\alpha^2+\alpha^4} h_d \quad (40)$$

式(40)の導出にあたり、建物の等価固有円振動数  $\omega^{eq}$  が式(22b)の固有円振動数  $\omega$  で近似できるとした。実際、 $\omega^{eq}$  と  $\omega$  の相違は概ね1%以内の誤差であることを確認している。ここで、式(40)の分母に含まれる減衰定数  $h_d$  の2次の高次項を無視すれば、 $\Delta h_d^{eq}$  は  $\alpha$  の項と  $h_d$  の項に変数分離することができ、次式の表現を得ることができる。

$$\frac{\Delta h_d^{eq}}{h_d} = \frac{1}{(1+\alpha^2)^{3/2}} = (\text{層間ダンパー効率}) \quad (41)$$

図13に式(41)の関係を示す。振動数比  $\alpha$  がわかれば、ダンパーの等価付加減衰定数  $\Delta h_d^{eq}$  を推定できる。また、図14は、図7と同一の計算条件で、かつ  $h_d = 0.2$  のダンパーを多質点系モデルの各層に配置し、複素固有値解析により等価減衰定数を求めた結果である。図中の実線は、式(27)を式(41)に代入した次式による評価値である。

$$\frac{\Delta h_d^{eq}}{h_d} = \left\{ 1 + \left( \frac{\pi\lambda}{2\Omega} \right)^2 \right\}^{-3/2} \quad (42)$$

式(42)は質点系の結果と良く対応していることから、振動数比  $\alpha$  の代わりに細長比  $\lambda$  を用いても等価減衰定数が推定できる。

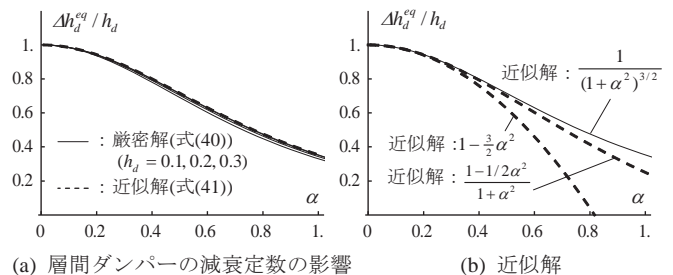


図13 振動数比と等価減衰定数の低下率の関係

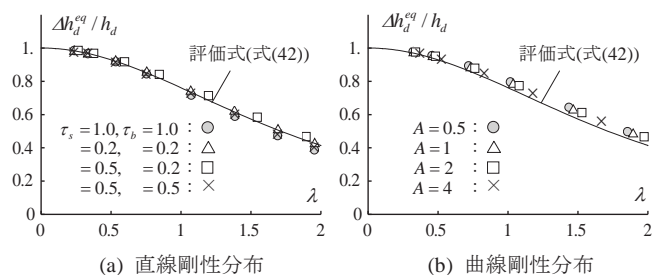


図14 多質点系モデルの細長比と等価減衰定数の関係

## 5.2 同調質量ダンパーの必要質量比

### 5.2.1 精算式

層間ダンパーを主たる減衰機構とし、全体曲げ変形によるダンパー効率を相殺する際、補助的にTMDを用いる意図のもとに必要なTMDの質量について考える。

式(41)から、全体曲げ変形に伴う層間ダンパーの実効変形低下により喪失した等価付加減衰定数  $\Delta h_{d,loss}^{eq}$  は、次のように表される。

$$\frac{\Delta h_{d,loss}^{eq}}{h_d} = 1 - \frac{\Delta h_d^{eq}}{h_d} = 1 - \frac{1}{(1+\alpha^2)^{3/2}} \quad (43)$$

式(43)の  $\Delta h_{d,loss}^{eq}$  と式(37)、式(38)から求まる  $\Delta h_d^{eq}$  を等置して得られる非線形方程式を  $\bar{\mu}$  について解くと、必要なTMDの質量比  $\bar{\mu}_{req}$  が求まる。ただし、これは解析的には解けないため、Newton-Raphson法などにより数値的に解く必要がある。その結果が図15(a)である。振動数比  $\alpha$  (あるいは細長比  $\lambda$ ) が大きくなると、必要なTMDの質量比  $\bar{\mu}_{req}$  は急激に大きくなる。 $h_d = 0.1$  で  $\alpha = 0.6$  ( $\lambda = 1.3$ ) の場合を例に挙げると、必要なTMDの質量比は、概ね  $\bar{\mu} = 0.05$  ( $\mu \approx 0.022$ ) であることがわかる。この程度の質量比であれば、現在実用化されている長周期地震動対策用のTMDで十分に対応できる。

### 5.2.2 簡易評価式の提案

建物の制振方法を考えるうえで、このような情報は便利であるも



の、任意の  $h_d$  に対して  $\bar{\mu}_{req}$  を知るためには、前述した非線形方程式をその都度解く必要があるため、若干不便である。これを解決するために、 $\bar{\mu}_{req}$  の簡易な評価式を提案する。まず、近似式である式(41)をさらに近似する。複素固有値解析による  $\Delta h_d^{eq}$  の厳密解の分子と分母を  $\alpha=0$  でそれぞれ独立に Taylor 展開し、 $h_d$  の 2 次以上の高次項を無視した次式を考える。

$$\frac{\Delta h_d^{eq}}{h_d} \approx \frac{1 - \frac{1}{2}\alpha^2}{1 + \alpha^2} \quad (44)$$

式(44)を誘導する際に用いた厳密解について、若干補足しておく。いま、図 1(c)に示される内部節点の質量  $M_1$  を 0 としているため、振動系のうちで建物躯体を構成する上下 2 つの要素を入れ替えても、 $\Delta h_d^{eq}$  が不変なことは明らかである。したがって、式(44)の近似前の厳密解は、免震建物を対象とした笠井ら<sup>20)</sup>の式と本質的に同じものである。また、式(41)の直接の Taylor 展開は、その次数を上げても収束半径があまり大きくなりえないため、式(44)を用いることにした。式(44)の関係を図 13(b)に示してある。図中には、式(41)を直接 Taylor 展開した近似式である  $1-3/2\alpha^2$  も併記している。式(44)は、より幅広い  $\alpha$  に対して、元の式(41)と対応している。

さらに、図 15(a)で示したように、 $\bar{\mu}_{req} \leq 0.1$  の範囲では、刺激関数  $\psi$  による  $\bar{\mu}_{req}$  の変化は小さい。また、この範囲では、 $\Delta h_{d0}^{eq} \approx \sqrt{\bar{\mu}_{req}}/4$  と近似でき、誤差は  $\bar{\mu}_{req} \leq 0.1$ 、 $\psi = 1.5$  の条件で高々 10% である。この近似と式(44)を併せると、式(43)によるダンパーの等価付加減衰定数の損失の評価式は、次式のように近似できる。

$$\frac{\Delta h_{d,loss}^{eq}}{h_d} \approx \frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \approx \frac{3}{2} |\eta| \quad (45)$$

ここで、 $\alpha^2/(1+\alpha^2) \approx |\eta|$  の関係を用いた (付録 1)。

これらを踏まえ、以下の方程式を  $\bar{\mu}_{req}$  について解くことにより、 $\bar{\mu}_{req}$  の近似値が求まる。

$$\frac{\sqrt{\bar{\mu}_{req}}}{4} \xi(h_d, \alpha) = \frac{3}{2} \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} h_d \quad (46)$$

式(46)の左辺が TMD で付加される減衰定数  $\Delta h_d^{eq}$  であり、右辺が全体曲げ変形によりダンパーが損失する減衰定数  $\Delta h_{d,loss}^{eq}$  である。式(46)を TMD の必要質量比  $\bar{\mu}_{req}$  について解けば、次式を得る。

$$\bar{\mu}_{req} \approx \left( \frac{6h_d}{\xi(h_d, \alpha)} \cdot \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \right)^2 \quad (47)$$

あるいは、式(45)の最右辺の関係をを用いれば、

$$\bar{\mu}_{req} \approx \left( \frac{6h_d\eta}{\xi(h_d, \alpha)} \right)^2 \quad (48)$$

である。図 15(b)に示すように、式(47)は、 $\bar{\mu}_{req} \leq 0.1$  程度であれば、

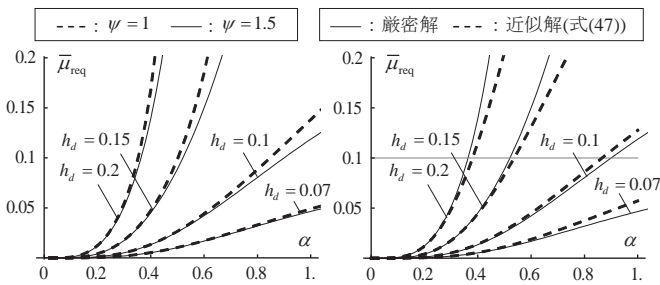


図 15 層間ダンパーの制振性能喪失の補償に必要な TMD の質量比

厳密解を十分に近似していることがわかる。したがって、式(47)や式(48)を用いれば、ダンパーの減衰定数  $h_d$  と建物の細長比  $\lambda$  が既知である場合に必要となる TMD の質量比  $\bar{\mu}_{req}$  を直接評価できる。むしろ、それ以上あるいはそれ以下の質量比を TMD に与えることも制振設計の選択肢に挙げられるであろう。それでも、ここで示した  $\bar{\mu}_{req}$  は、構造設計者が合理的な設計を目指すうえで、TMD と層間ダンパーを組み合わせるべきか否かの一つの判断基準を与えるといえる。

## 6. まとめ

鋼構造建物に対して、全体曲げ変形を抑制する目的で屋上等に設置される同調質量ダンパー(TMD)の最適な剛性や減衰の調整法を理論的に構築した。得られた結論を以下に要約する。

- 1) 架構の 1 次モード成分のせん断変形と曲げ変形成分を分離した縮約系が厳密に定義できるのは、次の条件を満足するときである。一つは、回転慣性が無視できることであり、もう一つは、層に配置されるダンパーの減衰係数が層のせん断剛性に比例することである。
- 2) TMD がいない場合の建物の等価減衰定数は、全体曲げ変形を拘束した等価減衰定数と架構を巨視的に一つの梁と見做したときの細長比により表される。この細長比は、層のせん断剛性ならびに回転剛性のそれぞれの高さ方向の平均値から計算される断面 2 次半径と軒高から算定される。
- 3) TMD による制振対象が非比例減衰系となる場合の最適同調比は、比例減衰系に近似したときのそれに等しい。それゆえ、建物の層間変形の最小化と頂部変位の最小化を目的とした最適同調比は同一となる。また、建物と TMD の質量をそれぞれ固定したときには、建物の制振モードの減衰定数が大きくなるほど、最適同調比は小さくなる。一方、TMD の最適減衰定数は、非減衰系のそれと変わらない。
- 4) 建物の等価減衰定数が大きくなるほど、TMD により付加される等価減衰定数は小さくなる。この低減度合は、概ね TMD の質量比に依らずに決まる。このため、層間ダンパーを配置した制振建物では、TMD の制振性能が低下する。
- 5) 建物の全体曲げ変形に伴い消失する層間ダンパーの等価減衰定数について、それを相殺するのに必要な TMD の質量比の評価式を提案した。

本報では、議論の単純化のため、理想化したダンパー配置に限定した。ダンパーが特定層に集中配置されるなどの実情に即した場合に対する本知見の適用方法については、改めて報告する予定である。

## 謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP17K14756 (研究代表者: 金子健作) の助成を受けたものです。

## 参考文献

- 1) 国土交通省: 超高層建築物等における南海トラフ沿いの巨大地震による長周期地震動への対策案について, 2016. 6
- 2) 栗野治彦, 狩野直樹, 矢口友貴: ストローク制御機能を有する超高層ビル用大地震対応 TMD の開発, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 749-750, 2014. 9

- 3) 中山裕貴, 井出豊, 村田耕司, 曾根孝行, 山本雅史: 既存超高層建物の屋内に設置する大型マスダンパーによる長周期地震動対策, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 177-188, 2015. 8
- 4) 西影武知, 安井雅明, 吉田治, 渡邊真吾, 藤田政也, 佐野剛志: 倒立振子を有する大地震対応振り子型 TMD 技術の開発 その1 倒立振子併用型 TMD の振動特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 177-188, 2016. 8
- 5) 常木康弘, 村上勝英, 石井正人, 塚越治人: 新築・既存超高層建物における地震応答と被害の抑制技術 第三報 日本の実務の状況, Structural Engineering Frontier Conference (構造工学フロンティア国際会議), pp. 73-89, 2015
- 6) 勘坂幸之, 橋本康則, 秋山猛, 山中昌之, 佐野剛志, 八木貞樹: 並列型粘性・履歴ダンパーを有する超高層ビルの設計事例, パッシブ制振構造シンポジウム 2002, pp. 89-96, 2002. 12
- 7) J. P. Den Hartog: Mechanical Vibration, Dover Publications, Inc. New York, 1985.
- 8) G. B. Warburton: Optimum absorber parameters for minimizing vibration response, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, pp. 251-262, 1981.
- 9) 金子健作: 下部構造の変位低減に着目した中間層免震構造の多目的地震応答制御, 日本建築学会構造系論文集, No. 718, pp. 1869-1879, 2015. 12
- 10) 金子健作: 地震動の経時特性および周期特性を考慮した同調質量ダンパーの応答指定型設計法, 日本建築学会構造系論文集, No. 730, pp. 2057-2067, 2016. 12
- 11) H. C. Tsai and G. C. Lin: Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 22, pp. 957-973, 1993. 11.
- 12) 南良忠, 城野みなみ, 藤田皓平, 竹脇出: 建物内部に未知の振動源を有する高層建物の曲げせん断型モデルと ARX モデル, 日本建築学会構造系論文集, No. 690, pp. 1405-1412, 2013. 8
- 13) 日本免震構造協会: パッシブ制振構造 設計・施工マニュアル 第3版, 2013
- 14) S. Timoshenko: Vibration Problems in Engineering, D. Van Nostrand Company INC., 1937.
- 15) 市村将太, 福島東陽, 寺本隆幸: 超高層鋼構造物の弾性設計用パラメータに関する研究 その1 各パラメータの定式化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C-1, pp. 867-868, 2000. 9
- 16) J. J. Connor, A. Wada, M. Iwata, Y. H. Huang: Damage-Controlled Structures. I: Preliminary Design Methodology for Seismically Active Regions, Journal of Structural Engineering, pp. 423-431, 1997. 4.
- 17) S. H. Crandall and W. D. Mark: Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press, 1963.
- 18) Y. K. Lin: Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967.
- 19) 金子美香, 林康裕, 田村和夫: 地震時における家具滑り量の簡易評価 -新しい滑り量の推定式を用いて-, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, pp. 537-538, 1999. 9
- 20) 笠井和彦, シムアンパンサラン, 松田和浩: 免震建物の上部構造周期を考慮した免震性能曲線の提案, 日本建築学会構造系論文集, No. 720, pp. 239-250, 2016. 2
- 21) 堀井昌博, 和田章: 構造設計のためのメモランダム, 建築技術, 1980

#### 付録1 係数 $\eta$ の物理的解釈

式(9)を展開すると,  $\eta$  は具体的に以下のようになる。

$$\eta = -\frac{\sum_{i=1}^n \hat{Q}_i \cdot h_i \phi_{i,j}}{\sum_{i=1}^n \hat{Q}_i \cdot (\phi_{2,i} - \phi_{2,i-1})}, \quad \hat{Q}_i = k_{s,i} (\phi_{2,i} - \phi_{2,i-1}) \quad (A1a, b)$$

ただし,  $\phi_{2,0} = 0$  である。  $n=1$  のとき, 式(A1a)は次式となる。

$$\eta = \frac{h_1 \phi_{1,1}}{(\phi_{2,1} - \phi_{2,0})} = \frac{A_{b,1}}{A_1} = \frac{(\text{層間変位の曲げ変形成分})}{(\text{層間変位})} \quad (A2)$$

$n>1$  の一般の場合, 式(A2)の分子と分母それぞれを  $\hat{Q}_i$  で加重平均した値が  $\eta$  となり, 近似的には, 次式のように表される。

$$\eta \approx \frac{q_1}{q_2} \approx \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} \quad (A3)$$

#### 付録2 一端固定一端自由支持の梁における細長比と1次固有周期の関係

Timoshenko 梁では, 両端単純支持以外の場合, 固有振動数を求めるための特性方程式が超越方程式になることから, 固有振動数は数値的に個別に求め

る必要がある。そこで, 解析的に固有円振動数が求められる両端単純支持梁の理論解を参考にして, 一端固定一端自由の梁(以下, 片持ち梁)の固有円振動数  $\omega$  の近似解が得られれば, 特性方程式をその都度解く必要がない。材の細長比  $\lambda$  が小さい場合に限定して, 固有円振動数  $\omega$  の近似式を提案する。

両端単純支持梁の場合には, Timoshenko 梁の固有円振動数  $\omega'$  は解析的に求められ, 以下のように陽に表すことができる<sup>14)</sup>。

$$\omega' = \omega'_b \frac{1}{\sqrt{1+2(\pi/\lambda)^2}} \quad (\text{両端単純支持梁}) \quad (A4)$$

ここに,  $\omega'_b$  は, Euler-Bernoulli 梁における回転慣性を無視した純曲げ振動に対する固有円振動数である。式(A4)は, 材のヤング係数  $E$  とせん断弾性係数  $G$  にせん断断面積の修正係数を乗じた値が等しい場合の結果である。この関係式を準用し, 片持ち梁の梁の固有円振動数を陽に表すこととする。

両端単純支持梁に基づく細長比  $\lambda$  の代わりに, 係数  $k$  を用いて有効細長比を  $k\lambda$  と表す。これを用いて, 片持ち梁に対して, 次式が成立するものとする。

$$\omega = \omega_b \frac{1}{\sqrt{1+2(\pi/(k\lambda))^2}} \quad (\text{一端固定一端自由梁}) \quad (A5)$$

ここで, 未定係数  $k$  は, 次のように決定する。まず, 初等の振動問題である片持ち梁の境界条件におけるせん断, 曲げ振動系の固有円振動数  $\omega_s, \omega_b$  を用いれば, その比  $\omega_b/\omega_s$  は, 以下のように整理できる。

$$\frac{\omega_b}{\omega_s} = \frac{2\Omega}{\pi\lambda} \quad (A6)$$

ここに,  $\Omega$  は曲げ振動系の振動数係数であり, これを数値的に評価した値は  $1.875^2$  である。式(A5)と式(A6)から,  $\omega_s$  に対する  $\omega$  の比は, 次式となる。

$$\frac{\omega}{\omega_s} = \frac{\omega_b}{\omega_s} \frac{\omega}{\omega_b} = \frac{2\Omega}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 2(\pi/k)^2}} \quad (A7)$$

ここで, 細長比が無限小  $\lambda \rightarrow 0$  の場合を考えると,  $\omega$  は  $\omega_s$  に漸近すべきである。この条件を満足する  $k(>0)$  を式(A7)から求めると, 次式を得る。

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\omega}{\omega_s} = 1 \rightarrow k = \frac{\pi^2}{\sqrt{2\Omega}} \quad (A8a, b)$$

式(A8b)を再度, 式(A7)に代入すると, 次式を得る。

$$\frac{\omega}{\omega_s} \approx \left\{ 1 + \left( \frac{\pi\lambda}{2\Omega} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (A9)$$

式(A9)が近似式である理由は,  $\lambda \rightarrow 0$  の極限値でのみ精解を得るように調整した結果だからである。式(A9)を固有周期の比として表すと, 式(25)となる。

#### 付録3 架構全体を一つの梁と見做したときの断面2次半径の略算

SR 剛性比率と建物の構造諸元の間を明確にしておく。架構を巨視的な一つの梁と見做したとき, 平面保持仮定が成立し, スパン数が無限大と極限近似すれば, 次式が成立する。

$$r = \sqrt{k_b/k_s} = \frac{B}{2} \cdot \lambda_c / (6\sqrt{\kappa}) \quad (A10)$$

ここに,  $\kappa$  は, 層の全せん断変形のうち, 柱の曲げたわみによる成分が占める割合である<sup>21)</sup>。  $\lambda_c$  は柱部材の細長比である。超高層建物を対象として, 柱部材に外径  $D$  の角型鋼管を想定すると, その断面2次半径  $r_c$  は  $D/\sqrt{6}$  で近似できる。柱部材の断面の高さ方向の変化は, 主に板厚で調整されるから,  $r_c$  ひいては  $\lambda_c$  が各階で一定と近似的に見做せる。さらに, 各階で  $\kappa$  が同一とすれば, 建物の細長比  $\lambda$  は, 次式のように塔状比  $(H/B)$  に比例する。

$$\lambda = \frac{H}{r} = 12\sqrt{\kappa} \cdot \left( \frac{H/B}{\lambda_c} \right) \propto \frac{(\text{塔状比})}{(\text{柱の細長比})} \quad (A11)$$

#### 付録4 Lyapunov 方程式による最適同調比と既往の理論解の比較

$h_d = 0$  で架構部分の自由度を縮約した式(20)に対応する Lyapunov 方程式の最小解は, Warburton<sup>9)</sup> (式 23(a)) の解には一致しない。式 (23(a)) は, 式(20)で  $\psi = 1$  とした場合の最適同調条件に相当する。ただし, 付表1に示すように, Warburton の解と Lyapunov 方程式の最小解の誤差は,  $\mu \leq 0.1$  では4%以内である。著者が導出した理論解<sup>9)</sup>は, Lyapunov 方程式の最小解に完全に対応するものの, 工学的に考えれば, Warburton の解で問題ないと考えられる。

付表1 非減衰系の最適同調比の比較

質量比 $\mu$	(a) Warburton の理論解 <sup>8)</sup>	(b) 金子の理論解 <sup>9)</sup>	(c) Lyapunov 式の最小解	比率	
				(a) / (c)	(b) / (c)
0.02	0.946	0.953	0.953	0.993	1.000
0.05	0.873	0.889	0.889	0.982	1.000
0.1	0.769	0.797	0.797	0.965	1.000
0.2	0.607	0.651	0.651	0.932	1.000

注) 刺激関数  $\psi$  の値はいずれも 1.5 とする。

# OPTIMAL DESIGN METHOD OF TUNED MASS DAMPER EFFECTIVE IN REDUCING OVERALL BENDING VIBRATION IN STEEL BUILDINGS WITH INTER STORY DAMPERS

*Kensaku KANEKO* \*

\* Assist. Prof., School of Environment and Society, Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

It is being revealed that occurrence of the Nankai-Trough earthquake might cause significant damage to low-damped super high rise steel buildings in some metropolitan areas in Japan. Addition of supplemental damping devices is effective means to mitigate the damage caused by the great earthquake. However, the seismic effectiveness of dampers connected to a structural frame tends to lose due to overall bending deformation in a slender steel building. On the other hand, a tuned mass damper (TMD) connected to the frame work well even if the overall bending deformation is quite large. The combination of the two kinds of dampers therefore is expected to be effective in slender buildings with a large aspect ratio. However, an optimal design parameter of the TMD mounted on highly damped buildings and its seismic effectiveness are not clarified. The objective of this paper is to develop a design procedure of the two different damping devices. Both the dampers are limited to a linear viscous damper in this study.

Firstly, a lumped mass stick model with shear springs and rotational springs is employed to take account of the overall bending deformation. Two degree of freedom (2-DOF) system is derived from this model with the help of dynamic reduction technique. The 2-DOF system becomes non-proportional damping system. Subsequently, a linear viscous TMD are connected to the 2-DOF system and a 3-DOF system is obtained for the TMD-building interaction system. Optimal design parameters of the TMD are obtained by solving a Lyapunov equation of the 3-DOF system. The optimal stiffness of the TMD is summarized in terms of equivalent damping factor due to only dampers installed into the stories. The computed optimal stiffness is almost consistent with the result of SDOF system with the same equivalent damping factor. This fact admits to use regression formulae of the optimal stiffness proposed by several researchers. It is also confirmed that the optimal parameters obtained by the criterion of minimizing top displacement and story drift is almost the same.

Secondary, equivalent damping factor of the TMD-building interaction system are investigated through stochastic dynamic analysis. As a result, the equivalent damping decreases according to increase of the amount of the dampers within stories. The convenient regression formula is proposed in terms of the equivalent damping factor of the building. The equivalent damping factor is directly evaluated with a slenderness ratio of the building and a damping factor by using the formula.

Finally, a design procedure of the TMD is formulated. Required amount of the TMD mass is proposed based on the concept that the loss of damping factor is equal to the additional equivalent damping factor added by the TMD.

(2016年11月24日原稿受理, 2017年4月12日採用決定)