

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Investigating mapping class groups from the viewpoint of geometric group theory
著者(和文)	久野恵理香
Author(English)	Erika Kuno
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10610号, 授与年月日:2017年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:遠藤 久顕,芥川 和雄 (芥川 一雄),服部 俊昭,KALMAN TAMAS,野坂 武史,廣瀬 進
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10610号, Conferred date:2017/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻:	数学	専攻	申請学位 (専攻分野):	博士 (理学)
Department of			Academic Degree Requested	Doctor of
学生氏名:	久野恵理香		指導教員 (主):	遠藤久顕教授
Student's Name			Academic Supervisor(main)	
			指導教員 (副):	
			Academic Supervisor (sub)	

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

群をグラフという幾何学的対象と見なして群の性質を解明するものが幾何学的群論である. S を種数 g , 境界成分数 n の向き付け可能曲面, N を種数 g , 境界成分数 n の向き付け不可能曲面とする. S または N の写像類群 ($\text{Mod}(S)$ 等と書く) とは, (向き付け可能曲面の場合は, 向きを保つ) 自己微分同相写像のアイソトピー類全体の成す群のことである. 曲面の写像類群は低次元トポロジーのみならず代数幾何や関数論など様々な分野の研究に用いられる, 現代数学における中心的な研究対象の 1 つである. 申請者は, 幾何学的群論の観点から写像類群を解明する研究を行った. 博士論文は, 以下の 3 つの研究からなる.

(1) ハンドル体群の right-angled Artin subgroup と円板グラフ: H を種数 g , marked point n 個付きの向き付け可能な 3 次元ハンドル体とする. H の写像類群 $\text{Mod}(H)$ をハンドル体群と呼ぶ. $D(H)$ を H の円板グラフとする. 有限グラフ Γ の right-angled Artin group (以下 RAAG と略す) $A(\Gamma)$ に対して, 2012 年に Koberda が Γ が曲線グラフの誘導部分グラフであるならば $A(\Gamma)$ は $\text{Mod}(S)$ の部分群になることを示し, 2016 年に Kim-Koberda は複雑度が十分高い S に対してはその逆は成り立たないことを示した (以後, S の複雑度を $\xi(S)$ とかく). Hamenstaedt-Hensel がハンドル体群の写像類群の中での歪み度 (以下の (2) で定義を述べる) は指数的であることを証明したので, ハンドル体群の幾何は写像類群のそれと異なるかもしれない. そこで, Koberda と Kim-Koberda が写像類群と曲線グラフにおこなったことをハンドル体群と円板グラフに対して調べ, 次の 4 つの結果を得た: (a) Γ が $D(H)$ の誘導部分グラフならば $A(\Gamma)$ は $\text{Mod}(H)$ の部分群である. (b) $\xi(H)=0, 1$ のとき $A(\Gamma)$ が $\text{Mod}(H)$ の部分群ならば Γ は $D(H)$ の誘導部分グラフである. (c) $\xi(H)=2$ のとき $A(\Gamma)$ から $\text{Mod}(H)$ への「標準的な」(定義は省く) 単射準同型が存在すれば Γ は $D(H)$ の誘導部分グラフである. (d) H が種数 0, marked point 7 個のハンドル体か, 種数 1, marked point 5 個のハンドル体のとき, あるグラフ Γ が存在して $A(\Gamma)$ は $\text{Mod}(H)$ の部分群であるが Γ は $D(H)$ の誘導部分グラフではない. これまで様々な群がどの RAAG を部分群に持つか盛んに調べられてきた. 更にこれらの多くの議論はグラフ理論に依存している. 本研究の研究方法は位相幾何学の手法に基づいているということが大きな特色である.

(2) トレリ群の写像類群内での歪み度: 本研究は東京工業大学の大森源城氏との共同研究である. 幾何学的群論において重要な問題の 1 つとして有限生成群を擬等長で分類するというものがある. 有限生成群 G とその有限生成部分群 K に対しては, それらが擬等長的であるか否かを判定するためのヒントとなるものとして部分群の「歪み度」というものがある, 但し K の G 内での歪み度とは, 大まかに K の元を K の生成系で表したときと G の生成系で表したときに, その語の長さがどれ程異なるかを表す指標である. 歪み度が線形であるとき K は G に擬等長的に埋め込まれていることが分かり K と G が擬等長になる可能性があることが分かる. Broadus-Farb-Putman は境界成分数が高々 1 である向き付け可能曲面のトレリ群のその写像類群における歪み度は少なくとも指数的で高々二重指数的であることを示した. 境界成分数が少なくとも 2 の向き付け可能曲面のトレリ群の定義はいくつかあるのだが, そのうち 1 つは有限生成であることが分かる. そして申請者は, その有限生成である境界成分数が少なくとも 2 の向き付け可能曲面のトレリ群のその写像類群における歪み度は少なくとも指数的であることを示した.

(3) 向き付け不可能曲面の写像類群のアーベル部分群: 写像類群の代数的構造を調べるにあたり, 素朴な疑問として写像類群にはどのようなアーベル群が含まれるのかというものが考えられる. この問題は Birman-Lubotzky-McCarthy が $\text{Mod}(S)$ に対して解決している. 申請者は $\text{Mod}(N)$ に対してこの問題を解決した: $\text{Mod}(N)$ の任意のアーベル部分群は有限生成でその torsion-free rank の最大は種数が奇数のとき $(3/2)(g-1)+n-2$ で, 種数が偶数のとき $(3/2)g+n-3$ となる.

備考: 論文要旨は, 和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか, もしくは英文 800 語を 1 部提出してください.
Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意: 論文要旨は, 東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので, 公表可能な範囲の内容で作成してください.
Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻 : Department of	数学	専攻	申請学位 (専攻分野) : Academic Degree Requested	博士 (理学) Doctor of
学生氏名 : Student's Name	久野恵理香		指導教員 (主) : Academic Supervisor(main)	遠藤久顕教授
			指導教員 (副) : Academic Supervisor(sub)	

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

We investigate mapping class groups of orientable surfaces, non-orientable surfaces, and handlebodies from the view point of geometric group theory. This thesis consists of three subjects as follows. First, we prove that if Γ is a full subgraph of a disk graph $D(H)$ of a handlebody H , then $A(\Gamma)$ is a subgroup of the handlebody group $\text{Mod}(H)$ of H . Further, we show that there is a graph Γ which is not contained in some disk graphs, but the right-angled Artin group $A(\Gamma)$ is a subgroup of the corresponding handlebody groups. Koberda proved that if a graph Γ is a full subgraph of a curve graph $C(S)$ of an orientable surface S , then the right-angled Artin group $A(\Gamma)$ on Γ is a subgroup of the mapping class group $\text{Mod}(S)$ of S . On the other hand, for a sufficiently complicated surface S , Kim-Koberda gave a graph Γ which is not contained in $C(S)$, but $A(\Gamma)$ is a subgroup of $\text{Mod}(S)$. Second, we prove that the Torelli group of an oriented surface with any number of boundary components is at least exponentially distorted in the mapping class group by using Broaddus-Farb-Putman's techniques. Further we show that the distortion of the Torelli group in the level d mapping class group is the same as that in the mapping class group. Finally, One of the basic and important problems to study algebraic structures of the mapping class groups is finding abelian subgroups included in the mapping class groups. Birman-Lubotzky-McCarthy gave the answer of this question for the orientable surfaces, namely, they proved that any abelian subgroup of the mapping class groups for orientable surfaces of genus g with n boundary components and c connected components is finitely generated and the maximal torsion-free rank of it is $3g+n-3c$. In the present paper, we prove that any abelian subgroup of the mapping class group of a compact connected non-orientable surface N of genus $g \geq 1$ with $n \geq 0$ boundary components whose Euler characteristic is negative is finitely generated and the maximal torsion-free rank of it is $(3/2)(g-1)+n-2$ if g is odd and $(3/2)g+n-3$ if g is even.

備考 : 論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意 : 論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).