

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	非対称マクドナルド多項式の $t=$ での特殊化と量子アフィン代数のレベル・ゼロ表現
Title(English)	Specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t =$ and level-zero representations of quantum affine algebras
著者(和文)	野本文彦
Author(English)	Fumihiko Nomoto
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10711号, 授与年月日:2018年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:内藤 聡,加藤 文元,田口 雄一郎,鈴木 正俊,KALMAN TAMAS
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10711号, Conferred date:2018/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： Department of	数学	専攻	申請学位 (専攻分野)： Academic Degree Requested	博士 Doctor of	(理学)
学生氏名： Student's Name	野本 文彦		指導教員 (主)： Academic Supervisor(main)	内藤 聡	
			指導教員 (副)： Academic Supervisor (sub)		

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

対称 Macdonald 多項式は、アフィン・ルート系に付随する、2 種のパラメーター q, t を持つ直交対称多項式であり、その特殊化として非常に多くの古典的な直交対称多項式を含む。また、非対称 Macdonald 多項式は、対称 Macdonald 多項式を二重アフィン Hecke 環の表現論の枠組みで理解するために Cherednik が導入したものであるが、その $t = \infty$ での特殊化とレベル 1 のアフィン Demazure 加群の次数付き指標との関係等、様々な表現論的情報を持つ事が認識されて来ている。

本論文は、「Specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$ and level-zero representations of quantum affine algebras」と題し、序章の他に、非対称 Macdonald 多項式の $t = \infty$ での特殊化と量子アフィン代数のレベル・ゼロ表現の関係に関する研究をまとめた三つの章から構成されている。

第 2 章「Preliminaries」では、本論文全体で用いるアフィン・リー環とそのルート系に関する記号を準備すると共に、本論文の主な研究対象である非対称 Macdonald 多項式及びレベル・ゼロ extremal ウェイト加群の定義と諸性質について述べている。

第 3 章「Specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$ and Demazure submodules of level-zero extremal weight modules」では、anti-dominant ウェイトに対応する非対称 Macdonald 多項式の $t = \infty$ での特殊化を次数付き指標として持つような加群を、レベル・ゼロ extremal ウェイト加群の Demazure 部分加群の (明示的に定義された) 商加群として実現している。この証明は、レベル・ゼロ Demazure 部分加群の次数付き指標と非対称 Macdonald 多項式の $t = \infty$ での特殊化のそれぞれを量子 Lakshmibai-Seshadri (QLS) パスの明示的な重み付き指標として表示し、これらを比較する事で成される。前者の表示は、半無限 LS パスによってレベル・ゼロ Demazure 部分加群の結晶基底を実現するという Ishii-Naito-Sagaki の結果に基づいて得られている。また後者の表示は、非対称 Macdonald 多項式の $t = \infty$ での特殊化を quantum alcove walk によって表示する Orr-Shimozono の結果を用いて得られている。しかし、quantum alcove walk とは異なり、QLS パスは量子アフィン代数上の Weyl 加群の結晶基底の実現を与えるものであり事が分かっていて、表現論的な意味が明確である点が重要である。

第 4 章「Representation-theoretic interpretation of Cherednik-Orr's recursion formula for the specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$ 」では、第 3 章で証明した非対称 Macdonald の $t = \infty$ での特殊化の QLS パスによる明示公式を用いて、この特殊化に対する Cherednik-Orr の漸化式の表現論的な証明を与えている。この証明の特徴としては、QLS パスの集合が持つ量子アフィン代数上のクリスタルとしての構造、特にこの集合上の柏原作用素を用いるものである事が挙げられる。また、その証明の過程において、一般のウェイトに対応する非対称 Macdonald 多項式の $t = \infty$ での特殊化の明示公式に現れる QLS パスのある部分集合 (これは、ウェイトに依存して定まる) の間の漸化的関係式を tilted Bruhat 順序によって記述している。この漸化的関係式は、上記の部分集合を帰納的に決定するものであり、重要な意味を持つ。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻 : Department of	数学	専攻	申請学位 (専攻分野) : Academic Degree Requested	博士 Doctor of	(理学)
学生氏名 : Student's Name	野本 文彦		指導教員 (主) : Academic Supervisor(main)	内藤 聡	
			指導教員 (副) : Academic Supervisor(sub)		

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

Nonsymmetric Macdonald polynomials are introduced by Cherednik in order to understand symmetric Macdonald polynomials in terms of the polynomial representation of the double affine Hecke algebra. Recently, as well as symmetric Macdonald polynomials, nonsymmetric Macdonald polynomials and their specializations play an important role on representation theory, such as level 1 Demazure modules of twisted affine Lie algebras.

The thesis entitled "Specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$ and level-zero representations of quantum affine algebras" is mainly composed of two results.

In the first part, we give a representation-theoretic interpretation of specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials for antidominant weights at $t = \infty$ in terms of Demazure submodules of level-zero extremal weight modules over a quantum affine algebra. More precisely, we prove that the graded character of an explicitly specified quotient module of Demazure submodules of level-zero extremal weight modules is identical to the specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$. We obtain this result by proving and comparing explicit formulas for the graded characters of the quotient modules of the Demazure submodules and for the specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$ in terms of quantum Lakshmibai-Seshadri (QLS) paths.

In the second part, as an application of the explicit formula for the specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$, we give a representation-theoretic (or rather, crystal-theoretic) proof of Cherednik-Orr's recursion formula of Demazure type for the specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$. In the proof, we use a canonical crystal structure on the set of QLS paths, that is, by means of the root operators. Moreover, in the course of our proof, we obtain a recursive relation for the subsets of QLS paths which we use for the explicit formula for the specialization of nonsymmetric Macdonald polynomials at $t = \infty$. This recursive relation determines these subsets of QLS paths inductively.

備考 : 論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意 : 論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).