

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	向き付け不可能曲面の写像類群とその部分群の生成系と表示
Title(English)	Generators and presentations for the mapping class group of a non-orientable surface and its subgroups
著者(和文)	大森源城
Author(English)	Genki Omori
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10392号, 授与年月日:2017年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:遠藤 久顕,山田 光太郎,村山 光孝,服部 俊昭,KALMAN TAMAS,廣瀬 進
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10392号, Conferred date:2017/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名		大森 源城	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名	
	主査	遠藤 久顕	教授	審査員	カールマン タマシュ	准教授	
	審査員	山田 光太郎	教授		廣瀬 進	教授	
		村山 光孝	准教授				
		服部 俊昭	准教授				

論文審査の要旨（2000 字程度）

曲面の写像類群は、曲面の自己微分同相のアイソトピー類のなす群であり、数学の多くの分野が関連する重要な対象である。特に曲面が向き付け可能である場合は、関数論や代数幾何学との関係からとりわけ重要視され活発に研究されてきた。曲面が向き付け不可能である場合の研究も古くから連綿と続いているが、2000 年を過ぎた頃から研究が活発化し、向き付け可能な場合との類似や相違が明らかにされつつある。本論文は、「Generators and presentations for the mapping class group of a non-orientable surface and its subgroups」と題し、概説と準備のための二つの章と、向き付け不可能な曲面の写像類群およびその部分群に関する研究をまとめた三つの章から構成されている。

第 1 章「Introduction」では、曲面の写像類群の生成系および表示に関する先行研究について概観した後、第 3 章・第 4 章・第 5 章の各々の概要を記している。

第 2 章「Preliminaries」では、Dehn ツイストの間の種々の関係式、crosscap pushing map と Dehn ツイストの間に成り立つ関係式、向き付け不可能な曲面の基本群の標準生成系など、第 3 章以降の議論で必要とされるいくつかの基本的概念を説明している。

第 3 章「An infinite presentation for the mapping class group of a non-orientable surface」では、向き付け不可能な曲面の写像類群の簡明な無限表示を与えている。向き付け不可能な曲面の写像類群の有限表示は、境界成分数が 0 または 1 の場合に、Paris-Szepietowski と Stukow によって求められている。本章ではまず、この結果を境界成分数が一般の場合に拡張し、得られた有限表示から無限表示を導いている。証明に用いられる方法は、曲面上の閉曲線や同相写像を具体的に操作する幾何学的方法と、Reidemeister-Schreier 法や Tietze 変換などの組合せ群論の手法が幾重にも積み重ねられたものであり、素朴ではあるが大変に込み入っている。例えば、上記の有限表示は 8 系列の生成元と 45 系列の関係式を持ち、各系列に含まれる生成元・関係子の個数は曲面の種数と境界成分数に関して多項式オーダーで増大する。

第 4 章「A small generating set for the twist subgroup of the mapping class group of a non-orientable surface by Dehntwists」では、向きづけ不可能な曲面の写像類群のツイスト部分群に対し、少ない個数の Dehn ツイストからなる生成系を与えている。曲面の種数を g 、境界成分数を 0 または 1 とするとき、ツイスト部分群の Dehn ツイストからなる生成系は、少なくとも g 個の元を含むことが知られている。本章の主定理は、 $g+1$ 個の Dehn ツイストからなるツイスト部分群の生成系が存在することを主張しており、生成元の個数に関するほぼ最良の結果である。

第 5 章「A finite generating set for the level 2 twist subgroup of the mapping class group of a non-orientable surface」では、向き付け不可能な曲面の写像類群のレベル 2 ツイスト部分群の有限生成系を与えている。Hirose-Sato により、向き付け不可能な曲面のレベル 2 写像類群の有限生成系が求められているが、本章では Hirose-Sato の結果と Reidemeister-Schreier 法を組合せることにより、写像類群のレベル 2 ツイスト部分群の有限生成系を構成している。さらに、得られた有限生成系と Lyndon-Hochschild-Serre スペクトル系列に付随する 5 項完全系列を用いて、レベル 2 ツイスト部分群のアーベル化を完全に決定している。

以上、本論文は向きづけ不可能な曲面の写像類群およびその部分群に対して、申請者独自の方法により新しい生成系や表示を構成している。これらの研究結果は幾何学、特に曲面の写像類群の構造に新たな知見をもたらしたものであり、理学上の貢献は大である。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。