T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	地震外乱を対象とした免震建物のアクティブ制御設計法の提案（その１：必要制御力スペクトルと重み関数決定方法の提案）
Title(English)	Proposal of active control design method for seismically isolated building under earthquake disturbance (Part 1: Required control force spectrum and proposal of weight function determination method)
著者(和文)	陳引力, 佐藤大樹, 宮本皓, 佘錦華
Authors(English)	Yinli Chen, Daiki Sato, Kou Miyamoto, Jinhua She
出典(和文)	日本建築学会大会学術講演梗概集, , , pp. 929-930
Citation(English)	Summaries of technical papers of annual meeting, , , pp. 929-930
発行日 / Pub. date	2018, 9
権利情報	一般社団法人 日本建築学会

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

日本建築学会大会学術講演梗概集
（東北） 2018 年 9 月

地震外乱を対象とした免震建物のアクティブ制御設計法の提案
（その１：必要制御力スペクトルと重み関数決定方法の提案）

アクティブ制御　LQR　等価モデル
制御力スペクトル　重み関数の逆算

正会員　○陳引力[*1]　同　佐藤大樹[*1]
同　宮本皓[*1]　同　余錦華[*2]

1. はじめに

近年，設計用の地震動が増大している。それに対して安全性に対する要求も高まっている。特に，原子力施設では変形だけでなく加速度に対しても高い制限が要求されている。そのような要求に対して，従来のパッシブ型の免震構造では実現が難しく，アクティブ制御との併用が期待される。しかし，現在では目標の応答値を満たすアクティブ制御系を設計するためのパラメータ（重み係数）は試行錯誤でしか決められず，設計が難しいことからパッシブ型と比べ，アクティブ制御が構造物に応用されにくいと筆者らは考えている。この問題を解決するために，制御系設計の際のパラメータとアクティブ制御系の動特性の関係を明らかにすることを目的として筆者らはアクティブモデル（アクティブ制御を有するモデル，Fig. 1(a)）の等価モデル（アクティブモデルと同じ応答を持つモデル，Fig. 1(b)）の構築方法を示しパラメータの構造特性・振動特性に与える影響について考察した[2)-3)]。

本報では，地震外乱を対象とした免震建物のアクティブ制御設計手法を提案する。本報その 1 では，指定応答を満足するための制御力を評価できるスペクトル（以下，必要制御力スペクトル）の提案とアクティブ制御に用いる重み係数の決定方法について述べる。本報その 2 では，その 1 で示した方法の妥当性を，極大地震に対する免震型原子炉建屋の設計例を用いて示す

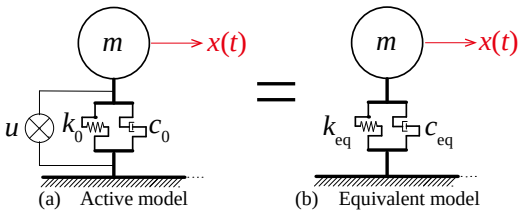

Fig. 1　SDOF model with active control

2. 制御対象モデル

Fig. 1(a)のように，制御対象を 1 質点系線形のバネとダッシュポットとする。本報ではリカッチ方程式の厳密解を必要とするため，1 質点系を用いる[3)]。剛性係数k_0と減衰係数c_0はそれぞれ式(1)と式(2)によって与えられる。上述の 1 質点系モデルにアクティブ制御を施す。

$$k_0 = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T_0^2} \tag{1}$$

$$c_0 = 2\zeta_0\sqrt{m \cdot k_0} \tag{2}$$

ここに，m：質量，T_0：固有周期，ζ_0：減衰率である。

3. 制御系の構築

アクティブモデルの運動方程式を式(3)に示す。

$$m\ddot{x}(t) + c_0 x(t) + k_0 x(t) = d(t) + u(t) \tag{3}$$

ここに，$x(t)$：モデルの応答変位，$d(t)$：外乱，$u(t)$：制御力である。

フィードバック制御に基づく制御系を構築するために，アクティブモデルの運動方程式を以下の状態方程式にする。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + B_u u(t) + B_d d(t) \tag{4}$$

ここに，$z(t)$：状態ベクトル，A：システム行列，B_u：制御力ゲイン，B_d：外乱入力ゲイン。z，A，B_u，B_dは式(5)による。

$$z(t) = \begin{bmatrix} x(t) & \dot{x}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5a}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k_0}{m} & -\dfrac{c_0}{m} \end{bmatrix} \tag{5b}$$

$$B_u = B_d = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{m} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5c}$$

本報では以下の制御則による状態フィードバック制御を用いて制御を行う。

$$u(t) = K_P z(t) \tag{6}$$

ここで，K_Pはコントローラゲインであり，以下の評価関数 J を最小化するように設計される。

$$J = \int_0^\infty \left(z(t)^{\mathrm{T}} Q z(t) + u(t)^{\mathrm{T}} R u(t) \right) dt \tag{7}$$

ここで，R は u に対する重み関数で，正のスカラーで，Q は z に対する重み関数で，式(7)で表される半正定行列とする。

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

このときコントローラゲイン K_P は，式(9)によって与えられる。

$$K_P = -R^{-1} B_u^{\mathrm{T}} P \tag{9}$$

ここで，P は式(10)のリカッチ代数方程式の解であり，半正定対称行列である。

$$A^{\mathrm{T}} P + PA - PB_u R^{-1} B_u^{\mathrm{T}} P + Q = 0 \tag{10}$$

4. 等価モデルの構築

4.1 コントローラゲインの理論式

リカッチ代数方程式の解 P は対称行列であるため，式(11)のように表される。

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \tag{11}$$

式(11)，式(5)，式(7)を式(10)に代入し，以下のリカッチ代数方程式の半正定条件を満たす解が得られる（式(12)）[2)]。

Proposal of active control design method for seismically isolated building under earthquake disturbance
(Part 1: Required control force spectrum and proposal of weight function determination method)

CHEN Yinli,
SATO Daiki,
MIYAMOTO Kou,
SHE Jinhua

$$p_{12} = -mk_0R + \sqrt{m^2k_0^2R^2 + m^2q_1R} \tag{12a}$$

$$p_{22} = -mc_0R + \sqrt{m^2c_0^2R^2 + 2m^2Rp_{12} + m^2q_2R} \tag{12b}$$

$$p_{11} = \frac{c_0}{m}p_{12} + \frac{k_0}{m}p_{22} + \frac{p_{12}p_{22}}{m^2R} \tag{12c}$$

式(5a)と式(12)を式(9)に代入すると，式(13)になる。

$$K_P = \begin{bmatrix} -\frac{p_{12}}{mR} & -\frac{p_{22}}{mR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{P1} & K_{P2} \end{bmatrix} \tag{13}$$

ここに，K_{P1} と K_{P2} は式(14)による。

$$K_{P1} = k_0 - \sqrt{k_0^2 + q_1\frac{1}{R}} \tag{14a}$$

$$K_{P2} = c_0 - \sqrt{c_0^2 + q_2\frac{1}{R} - 2mk_0 + 2\sqrt{m^2k_0^2 + m^2q_1\frac{1}{R}}} \tag{14b}$$

4.2 等価モデルの構造特性・振動制御

コントローラゲインと状態ベクトルをアクティブモデルの運動方程式（式(3)）に代入すると，次式になる。

$$m\ddot{x}(t) + (c_0 - K_{P2})x(t) + (k_0 - K_{P1})x(t) = d(t) \tag{15a}$$

$$m\ddot{x}(t) + c_{eq}x(t) + k_{eq}x(t) = d(t) \tag{15b}$$

ここでは，式(15b)を等価モデルの運動方程式と定義する。k_{eq} と c_{eq} は等価剛性係数と等価減衰係数と定義され（式(16)），等価モデルの構造特性を表す。

$$k_{eq} = k_0 - K_{P1} = \sqrt{k_0^2 + q_1\frac{1}{R}} \tag{16a}$$

$$c_{eq} = c_0 - K_{P2} = \sqrt{c_0^2 + q_2\frac{1}{R} - 2mk_0 + 2\sqrt{m^2k_0^2 + m^2q_1\frac{1}{R}}} \tag{16b}$$

式(16)より，以下のことがわかる。

- q_1 は等価モデルの剛性，減衰に影響を与える。q_1 を大くすると，k_{eq}，c_{eq} の値は大きくなる。
- q_2 は等価モデルの減衰のみに影響を与える。q_2 を大きくすると，c_{eq} の値は大きくなるが，k_{eq} の値は変化しない。
- R を大きくすると，k_{eq}，c_{eq} の値は k_0，c_0 の値に近づく。

また，等価モデルの振動特性固有角周波数ω_{eq}，固有周期 T_{eq}，減衰率ζ_{eq} を式(17)のように定義する。

$$\omega_{eq} = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}, \quad T_{eq} = \frac{2\pi}{\omega_{eq}}, \quad \zeta_{eq} = \frac{c_{eq}}{2m\omega_{eq}} \tag{17a, b, c}$$

4.3 等価モデルの制御力

アクティブモデルの運動方程式（式(15b)）と等価モデルの運動方程式（式(3)）の差によって，以下の式で表される等価モデルの制御力 $u(t)$が得られる。

$$u(t) = (k_0 - k_{eq})x(t) + (c_0 - c_{eq})\dot{x}(t) \tag{18}$$

式(18)より，等価モデルの応答と初期剛性係数，等価剛性係数，初期減衰係数，等価減衰係数を用いて，等価モデルの制御力を算出できる。

また，式(18)をモデルの重量で除すことで，以下の式(19)であらわされる制御力のせん断力係数 C_u が得られる。

$$C_u(t) = \frac{u(t)}{mg} = \frac{(k_0 - k_{eq})x(t) + (c_0 - c_{eq})\dot{x}(t)}{mg} \tag{19}$$

ここで，g は重力加速度である。

5. 必要制御力スペクトルと重み関数の計算

5.1 必要制御力スペクトルの導出

式(16a)より，$q_1 = 0$ の時，$k_{eq} = k_0$ となるため，式(19)は次式になる。

$$C_u(t) = \frac{(c_0 - c_{eq})\dot{x}(t)}{mg} \tag{20}$$

よって，最大必要制御力のせん断力係数は次式のように計算することができる。

$$C_{u,\mathrm{peak}} = \frac{(c_{eq} - c_0)}{mg} \cdot \mathrm{Peak}\{\dot{x}(t)\} = \frac{(c_{eq} - c_0)}{mg} \cdot S_V(T_0, \zeta_{eq}) \tag{21}$$

ここに，$S_V(T_0, \zeta_{eq})$は周期 T_0，減衰率ζ_{eq} の時の応答速度スペクトルの値である。

また，$c_0 = 2\zeta_0\omega_0 m$ と $c_{eq} = 2\zeta_{eq}\omega_0 m$ を式(21)に代入すると，次式となる。

$$\begin{aligned} C_{u,\mathrm{peak}} &= \frac{(2\zeta_{eq}\omega_0 m - 2\zeta_0\omega_0 m)}{mg} \cdot S_V(T_0, \zeta_{eq}) \\ &= \frac{2\omega_0(\zeta_{eq} - \zeta_0)}{g} \cdot S_V(T_0, \zeta_{eq}) \\ &= S_C(T_0, \zeta_0, \zeta_{eq}) \end{aligned} \tag{22}$$

式(22)より，$q_1 = 0$ をすることによって，地震波の応答速度スペクトル S_V による必要制御力スペクトル S_C が計算され，時刻歴応答解析をすることなく，制御力の大きさを検討することができる。

5.2 重み関数の算出

式(16)より，$q_1 = 0$ の時，$k_{eq} = k_0$ となり，c_{eq} は次式になる。

$$c_{eq} = \sqrt{c_0^2 + q_2\frac{1}{R}} \tag{23}$$

式(23)を式(17c)に代入するとζ_{eq} は次式となる。

$$\zeta_{eq} = \frac{c_{eq}}{2m\omega_{eq}} = \frac{\sqrt{c_0^2 + q_2\frac{1}{R}}}{2m\omega_0} \tag{24}$$

式(24)を用いて，係数 R と等価モデルの目標減衰率$\zeta_{eq,tar}$ を決めると，q_2 を次式のように算出できる。なお，R の値を任意にしても，設計された制御系に影響を与えない。

$$q_2 = \left(4m^2\omega_0^2\zeta_{eq,tar}^2 - c_0^2\right) \cdot R = 4m^2\omega_0^2R \cdot \left(\zeta_{eq,tar}^2 - \zeta_0^2\right) \tag{25}$$

6. まとめ

本報その 1 では，コントローラゲインを用いて，アクティブモデルの等価モデルを構築し，等価モデルの制御力の算出方法を示した。特に，$q_1 = 0$ をすることによって，時刻歴応答解析せずに制御力のせん断力係数スペクトルの計算と q_2 の逆算が可能性であることを理論的に示した。これにより，時刻歴応答解析をすることなく，系の応答のみならず，必要な制御力を把握することも可能となり，制御系の設計をより容易にすることが可能となる。

参考文献

その 2 に示す。

*1 東京工業大学
*2 東京工科大学
*1 Tokyo Institute of Technology
*2 Tokyo University of Technology