

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Goldman-Turaev Lie bialgebras for some types of surfaces and graphical calculus for colored Jones polynomials
著者(和文)	湯浅 亘
Author(English)	Wataru Yuasa
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10608号, 授与年月日:2017年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:遠藤 久顕,芥川 和雄 (芥川 一雄),服部 俊昭,KALMAN TAMAS,野坂 武史
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10608号, Conferred date:2017/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名		湯浅 亘	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名
	主査	遠藤 久顕	教授	審査員	野坂 武史	准教授
	審査員	芥川 和雄	教授			
		服部 俊昭	准教授			
		カールマン タマシュ	准教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

絡み目の多項式不変量を帰納的に定義する際に用いられるスケイン関係式は、絡み目や 3 次元多様体、曲面の写像類群など、低次元トポロジーにおける様々な対象と関係する基本的かつ重要な概念である。例えば、Kauffman スケイン加群は絡み目や 3 次元多様体の量子 $SU(2)$ 不変量と密接に関係しており、多くの研究者が色付き Jones 多項式などの量子不変量の計算に用いている。また、曲面の写像類群の研究においても、Goldman リー代数やその精密化と考えられる Kauffman スケイン代数・HOMFLY-PT スケイン代数への作用を考察することが、近年重要視されつつある。本論文は、「Goldman-Turaev Lie bialgebras for some types of surfaces and graphical calculus for colored Jones polynomials」と題し、概説と準備のための二つの章と、申請者の研究をまとめた五つの章から構成されている。第 1 章を除く六つの章は、Goldman-Turaev リー双代数とその一般化に関する研究をまとめた第 1 部（第 2 章～第 5 章）と、色付き Jones 多項式に関する研究をまとめた第 2 部（第 6 章・第 7 章）に分かれている。 第 1 章「Introduction」では、Goldman-Turaev リー双代数と色付き Jones 多項式に関する先行研究について概観した後、本論文の主結果について述べた第 1 部・第 2 部の各々の概要を記している。 第 2 章「Goldman-Turaev Lie bialgebras of surfaces」では、曲面上の閉曲線のホモトピー類が生成する加群に定義される Goldman 括弧積・Turaev 余括弧積について、定義と基本性質を紹介している。 第 3 章「Goldman-Turaev Lie bialgebras of two-orbifolds」では、2 次元軌道体上の閉曲線のホモトピー類に対して Goldman 括弧積・Turaev 余括弧積を定義し、これらがそれぞれリー代数・リー余代数を与えることを示している。 第 4 章「Poisson algebras of curves on bordered surfaces and skein quantization」では、境界付き曲面上の（必ずしも閉じていない）曲線に対して Goldman 括弧積・Turaev 余括弧積の定義を拡張することにより、曲線のホモトピー類が生成する加群にポアソン代数および余ポアソン余代数の構造が定まることを示している。さらに、曲線に向きを定めない場合に、このポアソン代数の量子化に当たるスケイン代数を構成し、それが Muller のスケイン代数に一致することを証明している。 第 5 章「Appendix」では、第 1 部の付録として、曲面の有限ガロア被覆とその Goldman-Turaev リー双代数に関する基本的な考察を述べている。 第 6 章「The sl_3 colored Jones polynomials for 2-bridge links」では、A_2 ウェブ空間における様々な関係式を証明することにより、2 橋絡み目の $(n, 0)$ 型 sl_3 色付き Jones 多項式を決定している。また、その過程において A_2 括弧積に対するバブル・スケイン展開公式を導いている。 第 7 章「A q-series identity via the sl_3 colored Jones polynomials for the $(2, 2m)$-torus link」では、$(2, 2m)$ 型のトーラス絡み目の sl_3 色付き Jones 多項式を 2 通りの方法で計算することにより、ある級数の等式を証明している。より計算の容易な sl_2 色付き Jones 多項式に対する同様の結果は、Ramanujan テータ関数に関する Andrews-Gordon 恒等式と呼ばれるものと同等であり、申請者の恒等式はその一つの高次化を与えている。 以上、本論文はスケイン代数の観点から Goldman-Turaev リー双代数の新たな側面に光を当て、量子化を通じて既存のポアソン代数との関係を見出すとともに、量子不変量の複雑な計算から新しい級数等式を発見している。これらの研究結果は幾何学、特に曲面に関連するリー代数および量子不変量の研究に新たな知見をもたらしたものであり、理学上の貢献は大である。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。
--

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。