論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	A Unifying Framework of Subgradient-Based Methods for Structured Convex Optimization Problems
著者(和文)	伊藤勝
Author(English)	Masaru Ito
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10617号, 授与年月日:2017年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:福田 光浩,小島 定吉,三好 直人,山田 功,山下 真,鈴木 大慈
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10617号, Conferred date:2017/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

別　紙　1（論文博士）

論文審査の要旨及び審査員

（2000字程度）

報告番号	乙　第　　　　号	学位申請者	伊藤　勝	
論文審査員	氏　　　名	職　　名	氏　　　名	職　　名
	主査　福田　光浩	准教授	山下　真	准教授
	小島　定吉	教授	鈴木　大慈	東京大学 准教授
	三好　直人	教授		
	山田　功	教授		

本論文は，“A unifying framework of subgradient-based methods for structured convex optimization problems”（特殊構造をもつ凸最適化問題に対する劣勾配法の統一的枠組み）と題し，英文全6章からなる．

特殊構造をもつ凸最適化問題とは目的関数が凸関数で，変数が取り得る領域が凸集合となる問題のなかでも最適解が反復的に効率よく求められるような特定の構造（性質）をもつ問題のことである．この問題に対し近年盛んに研究されているのが1次法である．つまり，各反復で最小化する関数の関数値およびその（劣）勾配（もしくはその一部）を用いて比較的容易に求解可能な部分問題を構築し，繰り返し解く手法のことである．したがって，1次法の計算効率は部分問題の求解回数に依存するため，本論文では，手法の収束解析としてその回数について主に議論している．また，本論文で最適手法とは，ある特定の特殊構造をもった凸最適化問題の全インスタンスを計算量的に最も速く解く手法のことを指す．

第1章では，論文の概要が述べられており，凸最適化問題に対する諸条件，そのクラス分類および既存解法の反復回数の計算量について記述されている．そして関連研究が整理され，本論文における主な結果が3点にまとめられている．

第2章では，まず本論文で扱う下半連続凸関数および強凸関数などの定義や性質などが紹介されている．次に，上述の1次法のなかでも特に近接勾配法と条件勾配法の概要が述べられ，特殊構造をもつ凸最適化問題とみなすための条件が具体的に列挙されている．

第3章では，特に本論文の貢献に関連する手法に限定して，それらの概説と求解に必要な計算量が記述されている．まず非平滑凸関数に対する近接勾配法のなかでも先駆的なmirror-descent法とこの分野の発展を促したdual-averaging法についての紹介から始められている．さらに平滑凸関数もしくは構造を持った凸最適化問題に対する勾配を用いた手法が列挙され，「古典的な」手法とNesterovらによって考案された「加速を導入する」手法，そして最後に条件勾配法が紹介されている．

第4章がこの論文の主部である．まず，提案する手法が対象とする問題を非平滑問題のクラス*NSP*と構造がある問題のクラス*SP*の2つに分けている．後者は，平滑関数，弱平滑関数，複合構造関数，混合平滑関数，不正確オラクルモデルといった問題も含む．既存研究では，特定の問題に対してアルゴリズムを提案し，その収束の解析を問題個別の証明法で行っていた．しかし，本論文では上述のmirror-descent法とdual-averaging法における部分問題構築の共通性質に着目し，部分問題の更新方法が満たすべき性質をクラス*NSP*の場合には性質Aおよびクラス*SP*の場合は性質Bとして定義している．このようにある性質を満たすようにして手法の収束性を解析する研究は他にも存在するが，本論文で扱ったような広いクラスの問題を対象にしたものは皆無である．性質A，Bをもとに，本論文では，統一的な枠組みとして，クラス*NSP*の問題に対して手法I，そしてクラス*SP*の問題に対して手法IIが提案されている．さらに，手法I，IIにはそれぞれ古典的な手法と修正手法の部分手法があり，計4種類の手法族が提案されている．これらの手法族は既存の手法も含んでいるが，特に強凸関数に限定すると全く新しい手法も包括している．この章の後半では提案手法の収束速度

について理論的な観点から解析が行われている．解析では，まず手法IおよびIIで用いる重みパラメータとスケーリングパラメータを特定せずに一般的な収束速度の上限が示されている．次に，この２種類のパラメータを具体的に指定することで既存アルゴリズムや新しいアルゴリズムに計算手法が固定され，この計算手法が最適手法であるか否かを簡単に確認できるようになっている．さらに，近接勾配法と条件勾配法の収束速度の解析も同時にできるという利点もある．

第５章では，論文の結論が述べられ，主結果である特殊構造をもつ凸最適化問題に対する手法を構成するのに用いた性質A，BとNesterovが提案した推計列との関連性が議論されている．また今後の展開について述べられている．

最後の第６章は付録という位置づけで，第４章の定理の証明のなかで煩雑な計算が必要となる部分が補題として記されている．

これまで数多くの近接勾配法や条件勾配法が提案されている．そのなかでも最適手法となるための条件を議論することは特殊構造をもつ凸最適化問題の研究全体において重要であるが，この分野の研究者にも十分に理解されているとは言い難いことである．本論文の成果は，性質A，Bにそれらの条件を集約することが本質的な条件を解明する上で重要な指針に成り得ることを示唆していており，今後この究明に貢献することが期待される．よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分な価値があると認める．