

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	A Regulator Map for 1-cycles with Modulus
著者(和文)	小野田実頼
Author(English)	Mirai Onoda
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10609号, 授与年月日:2017年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:齋藤 秀司,加藤 文元,田口 雄一郎,鈴木 正俊,馬 昭平
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10609号, Conferred date:2017/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名		小野田 実頼	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名
	主査	齋藤 秀司	教授	審査員	馬 昭平	准教授
	審査員	加藤 文元	教授			
		田口 雄一郎	教授			
		鈴木 正俊	准教授			

論文審査の要旨 (2000 字程度)

モチーフ理論において重要な問題はモチフィックコホモロジーと呼ばれる代数多様体に対する普遍的コホモロジー理論の構築である。モチフィックコホモロジーは代数的サイクルを用いて定義され Quillen の代数的 K 理論を記述することが期待されている。Bloch は、チャウ群の一般化として、代数的サイクルを用いて定義される**サイクル複体**のコホモロジー群として**高次チャウ群**を定義し、これが滑らかな多様体にたいしてはモチフィックコホモロジーにたいし期待される性質を持つことを示した。しかし一般の多様体にたいしてモチフィックコホモロジーを構成することはいまだ未解決である。2003 年に Bloch と Esnault は、体 k 上の truncated 多項式環 $k[t]/(t^n)$ のモチフィックコホモロジーの候補として、Bloch のサイクル複体を修正して構成したある複体のコホモロジー群として**加法的高次チャウ群**を定義し、これが 0-サイクルにたいしては期待される性質を持つことを示した。加法的高次チャウ群の理論はその後 Ruelling、Park、Krishna、Levine 達により研究され発展しているが主な成果は、Park の 1-サイクルに関する結果を除いては 0-サイクルに限られていた。小野田氏の論文では 1-サイクルにたいする加法的高次チャウ群を研究し Park の結果を一般化している。以下にこれをさらに詳しく説明する。

標数 0 の体 k を固定する。Hesselholt は truncated 多項式環 の代数的 K 群が、いくつかの絶対 Kaehler 微分加群への直和分解をもつことを示した。Park は **regulator 写像**と呼ばれる 1-サイクルの加法的高次チャウ群から絶対 Kaehler 微分加群への写像を定義した。加法的高次チャウ群は自然な k^* -作用があり、絶対 Kaehler 微分加群に重さ $m+1$ の twisted k^* -作用を入れると Park の regulator 写像は作用を保つ写像である。一方、Hesselholt が示した truncated 多項式環 の代数的 K 群の記述においては異なる重さをもつ絶対 Kaehler 微分加群が現れる。よって Park の結果は不十分といえる。小野田氏の論文の最初的主結果は Park の regulator 写像を、別の重さを持つ絶対 Kaehler 微分加群への写像に一般化するものである：整数 $m \leq \omega < 2m$ に対し regulator 写像を、1-サイクルの加法的高次チャウ群から重さ ω の twisted k^* -作用が与えられた絶対 Kaehler 微分加群への重さを保つ写像として定義した。さらにこの regulator 写像が誘導する、1-サイクルの加法的高次チャウ群から上記の重さにわたって絶対 Kaehler 微分加群たちを直和した空間への写像が全射であることを k が代数閉体であるとの仮定の下で示した。この結果は Hesselholt による truncated 多項式環 の代数的 K 群の記述から期待されるモチフィックコホモロジーの性質を 1-サイクルの加法的高次チャウ群がもつことを示唆する。

小野田氏の regulator 写像は、まず加法的 1-サイクルのなす群から絶対 Kaehler 微分加群への写像を、Park がその regulator 写像の定義で用いた微分形式に類似の微分形式を与えられた 1-サイクル上のいくつかの点に沿って留数の和を取るにより定義される。次に、この写像が加法的高次チャウ群からの射を誘導することを示すために加法的 2-サイクルの境界が regulator 写像で消えることを示す必要がある。これを留数理論の相互法則を用いた精密な計算により遂行している。

論文の各節の内容は以下のとおりである。第一節は序章である。第二節では、加法的高次チャウ群の定義をし、加法的サイクルの例といくつかの関係式を与える。第三節では、加法的 1-サイクルの群から twisted k^* -作用付き絶対 Kaehler 微分加群への k^* -作用を保つ regulator 写像を構成する。さらにこの写像が加法的高次チャウ群を経由することを Park のアイデアに従って示す。第四節では、regulator 写像の応用として、代数体上の加法的高次チャウ群と truncated 多項式環のサイクリックホモロジーを関連づける。第五節は付録であり、留数理論の結果のまとめである。

以上を要するに、小野田氏の結果はモチーフ理論において重要なモチフィックコホモロジーにたいしての重要な貢献を与えるものであり、その証明の手法は独創性に富み精緻な計算に基づくものである。よって本論文は博士(理学)の学位論文として十分な価値があると認められる。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。