

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	A Unifying Framework of Subgradient-Based Methods for Structured Convex Optimization Problems
著者(和文)	伊藤勝
Author(English)	Masaru Ito
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10617号, 授与年月日:2017年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:福田 光浩,小島 定吉,三好 直人,山田 功,山下 真,鈴木 大慈
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10617号, Conferred date:2017/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

(論文博士)

論 文 要 旨 (和文2000字程度)

報告番号	乙 第 号	氏 名	伊藤 勝
<p>(要 旨)</p> <p>凸最適化問題 (凸関数の閉凸集合上での最小化問題) は、現実問題に対する様々な応用を持ち、アルゴリズムの開発に有益な数々の性質を持つ重要な最適化問題のクラスである。近年では正則化項をもつ凸関数の最小化など、大規模な凸最適化問題を解く需要が統計や機械学習の分野で急速に高まっており、効率的な最適化手法の研究・開発が活発におこなわれている。このような凸最適化問題に適した反復手法のひとつとして注目されているものに、劣勾配法がある。劣勾配法は収束速度が遅いが少ない反復コストを持つという特徴を持ち、大規模かつ高い精度を要求しない最適化問題に向いている。さらに正則化項をもつ場合などの特殊な構造をもつ問題に対して効率的に適用できる劣勾配法が存在する。劣勾配法において研究対象となる目的関数のクラスとしてリブシッツ凸関数、勾配がヘルダー連続な凸関数、強凸関数や、それに正則化項を加えた凸関数のクラスなどがある。</p> <p>劣勾配法は反復的に目的関数 (微分可能と限らない) の劣勾配を使って補助最適化問題を解き、近似解を更新していくアルゴリズムである。補助問題の種類によって劣勾配法はさらに分類され、近年主に研究対象となるのは次の二種類である。ひとつは Proximal Gradient Method (PGM) と呼ばれ、補助問題として射影関数を用いた最小化問題を解くものである。もうひとつは Conditional Gradient Method (CGM) と呼ばれ、補助問題として線形関数の制約集合上での最小化問題を解くものである。PGM の例として射影劣勾配法および CGM の例として Frank-Wolfe 法が基本的な手法である。</p> <p>Nemirovsky と Yudin が提案したオラクル計算量の理論を用いると、劣勾配法の性能を評価することができる。ヘルダー条件や強凸条件を満たす凸関数のクラスに対してオラクル計算量の下界とそれと定数倍の違いの上界を達成する (最適な) PGM が存在することが知られている。既存の CGM について知られているオラクル計算量の上界は、ある条件下では下界との比が次元の対数で抑えられる意味で準最適である。</p> <p>先行研究では多様な問題設定のもとで様々な劣勾配法が提案されてきた。Tseng は 2008 年に、多数の既存の PGM を補助問題の種類によって3つのアルゴリズムに分け、それぞれを統一的に議論した。</p> <p>本研究では、補助問題の種類を限定しない統一的な劣勾配法 (PGM・CGM) の構築および解析の方法論を確立した。より具体的には、補助問題についての一般的な条件 (A) (およびその拡張 (B)) を提案し、条件 (A) のもとで、対象とする問題のクラスに応じて二種類の劣勾配法 (I) および (II) を構築した。これらは特に最適なオラクル計算量を達成することを条件 (A) のもとで示した。さらに提案す</p>			

る劣勾配法は多数の既存の劣勾配法を特殊ケースとして含み、それらはより広い問題のクラスに対して拡張された劣勾配法を構成できたり、これまでの応用上の問題点を克服するといった副産物を与える。

劣勾配法 (I) はリブシツ関数のクラスを対象にしたアルゴリズムであり、このクラスに対する代表的な既存アルゴリズムである Nemirovsky と Yudin による Mirror-Descent (MD) 法と Nesterov による Dual-Averaging (DA) 法を特殊ケースとして含む。MD 法の各反復はステップサイズパラメータによって調整でき、DA 法はそれに加えてスケーリングパラメータを持つ。劣勾配法 (I) は、MD 法にスケーリングパラメータを導入した拡張を与え、ステップサイズだけでは現実的なパラメータ選択による最適性の達成が限定的である MD 法について、DA 法と同様に現実的な最適性の達成を可能にした。さらに、劣勾配法 (I) は強凸条件のもとでも最適性を達成し、DA 法についてはいままで知られていなかった新しい拡張が得られた。

劣勾配法 (II) は特殊な構造をもつ凸最適化問題を対象にしたアルゴリズムである。特に、目的関数がヘルダー条件および強凸条件を満たす問題、正則化項をもつ問題、不確実なオラクルをもつ問題のクラスなどに適用できる。劣勾配法 (II) は、ヘルダー条件および強凸条件を満たす目的関数に対して最適 (CGM に対しては準最適) なオラクル計算量を保証することを示した。このクラスの部分クラスである平滑関数のクラスに対しての既存アルゴリズムである Tseng の加速 PGM、Nesterov の加速 PGM および Lan の CGM などは劣勾配法 (II) の特殊ケースとして現れる。これらの既存アルゴリズムは、劣勾配法 (II) によってより広い関数のクラスに対しての最適性 (CGM に対しては準最適性) を満たす劣勾配法へと拡張できた。

備考：論文要旨は、和文2000字と英文300語を1部ずつ提出するか、もしくは英文800語を1部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ (T2R2) にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(論文博士)

論 文 要 旨 (英 文)

(300語程度)

(Summary)

報告番号	乙 第	号	氏 名	伊藤 勝
<p>(要 旨)</p> <p>Subgradient- and gradient-based methods for convex optimization problems have been one of major interests in optimization in the last decades, providing efficient approaches to recent demands of solving large-scale optimization problems which arise from image/signal processing, data mining, statistics, etc. The oracle-based complexity theory by Nemirovsky and Yudin established a fundamental measure of the efficiency of subgradient-based methods and many 'optimal' complexity methods were demonstrated for various classes of convex optimization problems. The major interest on the subgradient-based methods were paid to so called the proximal gradient methods (PGMs) whereas the conditional gradient methods (CGMs) have been another new focus since the past few years. The approaches to analyze the existing subgradient-based methods are often different for each methods and for each classes of problems.</p> <p>In this work, we establish a methodology on developing efficient subgradient-based methods, the PGMs and the CGMs, unifying several existing methods. It provides a unifying view of known subgradient-based methods where some of them have different types or were originally analyzed in different ways.</p> <p>For minimization of Lipschitz convex functions, the proposed PGM generalizes Nesterov's dual-averaging method (DAM) and the mirror-descent method (MDM) proposed by Nemirovski and Yudin. We in particular obtained an extension of the MDM improving the convergence property in the original mirror-descent, and an extension of the DAM for the strongly convex objectives.</p> <p>For structured optimization problems such as smooth, weakly smooth, and composite ones, we propose a subgradient-based method generalizing Tseng's accelerated PGMs, Nesterov's modified PGM, and Lan's CGMs. We prove that these methods achieve the optimal complexity for PGMs and suboptimal one for CGMs applied to weakly smooth problems admitting the strongly convex case.</p>				

備考：論文要旨は、和文2000字と英文300語を1部ずつ提出するか、もしくは英文800語を1部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).