

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	免震建築構造物のアクティブ制御に適した等価入力外乱に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	宮本皓
Author(English)	Kou Miyamoto
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11201号, 授与年月日:2019年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:佐藤 大樹,元結 正次郎,山田 哲,竹内 徹,古谷 寛
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11201号, Conferred date:2019/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

免震建築構造物のアクティブ制御に適した  
等価入力外乱に関する研究

Study on extended equivalent-input-disturbance  
approach to base isolated building with active structural  
control

東京工業大学 環境・社会理工学院 建築学系

都市・環境学コース

宮本 皓

1. 序論	
1.1 背景	1-1
1.2 既往研究	1-2
1.3 本研究の目的と構成	1-6
参考文献	1-8
2. 相対変位・速度を抑制する従来の等価入力外乱(EID)手法	
2.1. はじめに	2-1
2.1.1 背景	2-1
2.1.2 本章の目的と概要	2-1
2.2 等価入力外乱の概要	2-2
2.3 等価入力外乱の推定方法	2-4
2.4 オブザーバ, ローパスフィルターの役割	2-6
2.5 数値例	2-8
2.5.1 検証用モデルと地震波	2-8
2.5.2 オブザーバゲイン, コントローラゲインの設計	2-12
2.5.3 各層の最大応答比較	2-14
2.6 まとめ	2-19
参考文献	2-20
付録 2A. 現代制御理論で用いるいくつかの基礎的事項	2-22
付録 2B. オブザーバゲインの役割	2-22
付録 2C. 各層の最大応答値	2-23
3. 絶対加速度, 層間変位, 速度を制御する最適制御	
3.1 はじめに	3-1
3.1.1 背景	3-1
3.1.2 本章の目的と概要	3-1
3.2 相対変位と速度を評価する最適制御 (従来の最適制御)	3-2
3.3 絶対加速度, 層間変位 (変形角)・速度を制御する LQR(AD-LQR)	3-4
3.4 数値例	3-5
3.4.1 検証用モデルと地震波	3-5
3.4.2 設計用パラメータ	3-9
3.4.3 各層の最大応答比較	3-10
3.5. 零点-極による制御性能分析	3-13
3.6. 重み関数の選定方法	3-18
3.7. まとめ	3-22
参考文献	3-23
付録 3A. 評価関数の積分範囲	3-24
付録 3B. 零点の影響	3-25
付録 3C. 各自身波にたいする各層の最大応答	3-35
付録 3D. 極の固有周期, および減衰定数への影響	3-35

4. 絶対加速度評価を評価する拡張等価入力外乱手法	
4.1 はじめに	4-1
4.1.1 背景	4-1
4.1.2 本章の目的と概要	4-1
4.2 拡張等価入力外乱の概要	4-2
4.3 絶対加速度・層間変位を評価する等価入力外乱の計算方法	4-3
4.4 外乱入力から相対変位，絶対加速度までの伝達関数	4-4
4.5 多自由度モデルを用いた数値例	4-9
4.5.1 検証用モデルと地震波	4-9
4.5.2 数値解析結果	4-13
4.6 1自由度を用いた制御性能の解析	4-17
4.6.1 絶対加速度に対する性能比較	4-18
4.6.2 相対変位に対する性能比較	4-19
4.6.3 EID に対する EEID の性能改善比	4-22
4.6.4 数値例による周波数応答曲線の比較	4-23
4.6.5 絶対加速度，相対変位に対する周波数応答曲線の比較	4-24
4.6.6 外乱入力から相対変位までの伝達関数の性能改善比曲線	4-25
4.7 まとめ	4-27
参考文献	4-27
付録 4A. ブロック線図の書き換え	4-29
付録 4B. 限られたセンシングに対する検討	4-30
付録 4C. 免震周期，上部構造周期を変更した場合での検討	4-32
付録 4D. ノイズ入力の際の性能	4-36
付録 4E. パッシブ制御との比較	4-40
5. 応答スペクトルを用いた拡張等価入力外乱手法による制御系の設計	
5.1 はじめに	5-1
5.1.1 背景	5-1
5.1.2 本章の目的と概要	5-1
5.2 応答スペクトルによる状態フィードバック制御系の応答評価	5-1
5.2.1 変位，速度，加速度の評価	
5.2.2 制御入力の評価	
5.3 拡張等価入力外乱手法を用いた制御系の応答を評価する新しい応答スペクトル	5-3
5.3.1 相対変位，速度の評価	5-3
5.3.2 絶対加速度の評価	5-3
5.3.3 制御入力の評価	5-6
5.4 数値例	5-7
5.4 まとめ	5-12
参考文献	5-13
付録 5A. El Cenegro, Tokachi 波に対する応答スペクトル	5-13

6. 結論	6-1
6.1 本研究の成果	6-1
6.2 今後の課題	6-3

本論文に関連して発表した論文  
謝辞

## 変数一覧

本論文で用いた変数のうち、主要なものを以下に示す。

$A$	システムマトリックス
$a_o$	オブザーバの極の実部
$a_s$	制御対象（建築物）の極の実部
$B$	制御入力マトリックス
$B_d$	外乱入力マトリックス
$b_s$	制御対象（建築物）の極の虚部
$b_o$	オブザーバの極の虚部
$C$	出力マトリックス
$C_{FF}(s)$	フィードフォワード制御部分の伝達関数
$C_{FB}(s)$	フィードバック制御部分の伝達関数
$C_{eq}$	等価減衰係数
$D$	直達項
$D_S$	減衰マトリックス
$d(t)$	外乱
$d_e(t)$	等価入力外乱
$d_s$	減衰係数
$E_u$	アクチュエータの位置
$f_o$	オブザーバの固有周波数（1自由度）
$f_s$	制御対象の固有周波数（1自由度）
$f_{eq}$	等価固有周波数（1自由度）
$G(s)$	伝達関数
$h_o$	オブザーバの減衰定数（1自由度）
$h_{eq}$	等価減衰定数（1自由度）
$h_i$	$i$ 層の高さ
$J$	LQR の評価関数
$J_{AD}$	層間変位・速度と絶対加速度を含む LQR の評価関数
$K_S$	剛性マトリックス
$K_P$	コントローラゲイン
$k_S$	剛性
$L$	ラプラス変換
$L_P$	オブザーバゲイン
$M_S$	質量マトリックス
$m_S$	質量
$P$	リカッチ代数方程式中の変数
$Q$	LQR 中の、制御対象の応答に対する重み関数
$Q_d$	LQR 中の、層間変位・速度に対する重み関数
$Q_g$	LQR 中の、絶対加速度に対する重み関数
$R$	LQR 中の、制御入力に対する重み関数
$S$	LQR 中の、制御対象の応答と制御入力に対する重み関数（クロスターム）

$s$       ラプラス変換の演算子 (微分要素)

$t$       時刻 (秒)

$u(t)$    時刻 (秒)

$X(s)$     $x(t)$ のラプラス変換

$x_g(t)$  地動変位

$y(t)$    出力

$z(t)$    相対変位ベクトルとその微分である速度ベクトルで構成されるベクトル

$\{1\}$     $n \times 1$  の  $1$  のみで構成されるベクトル

$\theta$       層間変形角

$\Delta x(t)$  層間変位

# 1 章 序論

## 1.1. はじめに

1995年に発生した兵庫県南部地震以降、建築物が損傷することのみならず、損傷を最小限にすることに注目が集まっている。さらに、地震後も機能維持が期待できることから免震構造の需要が高まり、その結果、免震構造を導入する建築物が急増している[1-1]。

免震構造は、今日に至るまでに多くの建築物に採用され、その用途は集合住宅にとどまらず、民間や官庁の事務所や病院、さらには工場など多岐にわたる[1-2]。

一方で、近年では土地の高度利用化が進み、大都市部を中心に、年々建築物の高さが高くなる傾向にある [1-3]。

免震構造は建築物の固有周期を伸ばすことにより、免震層の変位を大きくする代わりに絶対加速度を減らす方法であるが、超高層建築物は固有周期が非常に長いことから、免震装置を取り付けることにより、免震層の変位が過大になり、免震装置の破損や、許容されるクリアランスを超えて擁壁に衝突することが危惧される。変位を抑える方法として、ダンパーを設置することが従来から用いられているが、各種ダンパーを免震層に取り付けることで変位の低減は期待できるもの、同時に加速度が増加することから、免震構造が本来持つ長所を損なうことが危惧される。

一方、「新しい免震構造」として、また通常よりもはるかに大きな地震への対策として、近年ではアクティブ制御を併用するケースが世界中で増えている [1-4, 1-5]。

アクティブ制御は制御工学を用いる新しい方法であり、アクティブテンドンやアクティブ・マスダンパー(AMD)に代表される方法で、センサーによって観測された建築物の振動を用いてコンピュータが適切な制御入力を計算し、これをアクティブ制御装置により発生させ、能動的に振動を抑制する方法であり、1973年に行われた Yao らによる研究を発端として 1980年代より盛んに研究が行われている[1-6]。

日本では、世界発となるアクティブ制御装置が取り付けられた建築物である京橋センタービルが 1989年、東京に建設され、世界中より注目を集めた[1-7]。

アクティブ制御に用いられる制御方式は状態フィードバック制御と呼ばれ、地震による建築物（制御対象）の相対変位・速度などをセンサーにより感知し、これを基にして適切な制御入力をコンピュータによって計算し入力するものであった。

一方、余（シャ）らによって、外乱の影響を推定し、制御に応用する等価入力外乱手法[1-8]が提案された。この制御手法は状態フィードバック制御に、さらに等価入力外乱推定器を取り付けた制御系であることから、従来の状態フィードバック制御よりも制御性能を向上させることができることが期待されている。本手法は既に She らにより建築物のアクティブ制御にも応用されており、制御入力に不感帯がある際でもよい制御性能が得られることが確認された[1-9]

従来の等価入力外乱手法は機械制御に用いるものを準用することにとどまり、主に、制御対象の相対変位・速度を評価し、これを抑える制御系が構築されていた。しかし、建築物の振動制御では相対変位のみならず、絶対加速度や層間変位が特に重要となる。

層間変位を抑えることは、建築物を守ることに繋がり、絶対加速度を抑えることは、建築物を地震から守ることのみならず、内部の家具の転倒を防ぐことで利用者が負傷することを防ぐことにも繋がる。現状の等価入力外乱手法では、制御系の設計段階でこれらが全く評価されておらず、建築物に適用するには更なる改良が必要である。

更に、等価入力外乱手法を用いた制御系を設計する際のパラメータが制御性能に与える影響が不明であることから、現状では、パラメータの選定方法についてはトライ＆エラーのみであり、設計の見通しは良好とはいえない。

建築物への適用には設計時に、そのコントローラを取り付けることによって応答（相対変位・速度や絶対加速度）、または減衰係数や固有周期がどのように変化するかを見積もれるかを知る必要がある。また、建築物のアクティブ制御には非常に大きな力を必要とするため、理想的な制御性能を得るコントローラを選定できても、用いる力が大きすぎると実現可能性が低くなることから、制御入力の大きさを見積もれる必要もある。

本研究では、超高層建築物の免震の実現を目的として、免震建築構造物に適したアクティブ制御系の開発を行う。建築物の振動制御に適するように絶対加速度や層間変位を考慮した拡張等価入力外乱手法の提案を行う。また、建築物によって「制御のしやすさ」が異なることから、建築物の減衰定数や固有周期ごとの、地震応答や制御入力の大きさを見積もれる新しい応答・制御スペクトルの提案も同時に行う。

## 1.2. 既往研究

アクティブ制御に関する研究は理論と実現化の両者について多くの研究がなされており、理論に関する研究では、従来の最適制御(最適レギュレータ、LQR 等とも呼ばれる)に基づく方法に留まらず、建築物の不確実要素を考慮するために新しい制御理論である  $H_\infty$  制御を用いた研究も積極的に行われてきている[1-10]。

一方、近年では、実大の建築物を用いた実験も行われており、Loh らにより実大のアクティブ tendon を用いた実験が行われており、実大スケールの建築物でも十分な制御性能が発揮できることを示した[1-11]。

また、建築物の絶対加速度を低減する観点から、免震建築物を絶対空間上で静止させ、絶対加速度の低減を試みる「絶対制震」による制御技術が日本で誕生し、従来の免震構造と組み合わせることで優れた制御性能を得ることを示し、世界で初めてとなる絶対制震技術を用いた最新のアクティブ免震建築物が日本で建設された[1-12]。

他方、実システムでは制御入力には上限があり、ある一定以上の制御入力は一定になる飽和特性をもつ。しかし、現在は線形制御である LQR による制御系の設計が主流であるため、制御入力に上限値をもつシステムに対しては、コントローラの安定性の保証はされず、非制御時よりも制震性能が悪化することも危惧される。この点に着目をし、アクチュエータに飽和特性(上限値)があることを考慮した制御系の設計が近年では行われている(例えば[1-13])。

制御系の設計には、LQR などの線形制御が用いられているのだが建築物は非線形な特性を有していることが多く、身近な例では、弾塑性特性により、骨格曲線がバイリニア

で構成される例が挙げられる。その特性をもつ建築物に対して等価な線形モデルを用いることにより、従来の線形制御を適用した研究も行われている[1-14]。

他方、セミアクティブ制御と呼ばれる制御方法が近年出現した。これはダンパーの減衰係数を調節することにより、ダンパー力を外力に合わせて適切に調節し、地震を「かわす」ことをコンセプトに考案された方法である。ダンパーの減衰係数の調節にはアクティブ制御と同様にコンピュータによって行われ、外力や制御対象となる建築物の状態から最適な減衰係数に選定される。

アクティブ制御と同様にコンピュータによる制御を用いながらも、能動的に反力を入力するのではなく、ダンパーの減衰係数を変化させることから本質的にはパッシブ制御と同じである。そのためこれらの手法は「セミアクティブ制御」と呼ばれる。

セミアクティブ制御を用いた免震は”Smart structure”と呼ばれ、加速度を増幅させずに免震層の変位を制御する立場での研究が行われた[1-15]。最も簡素なセミアクティブダンパーは減衰係数を 2 段階のみ切り替え可能な形式を用いる方法であり、ダンパー内の弁の開閉のみで制御が可能であることから、制御システムが簡素なだけでなく、必要な電流量も従来のアクティブ制御と比較すると遥かに少ない。

上述のように、従来のセミアクティブ制御はダンパー内の弁の開閉や摩擦力の制御などにより、減衰係数を調節する方法が主流な方法の 1 つであった。その一方で、磁性流体(Magnetorheological fluid: MR fluid)を用いる制御方法が近年主流となっている。これは電流を磁性流体に流し、流体の特性を変化させることで減衰係数を連続的に変化させ、上部構造の応答に応じた減衰力を与えて制御を行う方法である。

MR ダンパーによるセミアクティブ制御は、Spencer らにより MR ダンパーのモデル化による研究([1-16])がおこなわれた後、世界中で急速に増えた。

MR ダンパーによるセミアクティブ制御を行う際は、コントローラの設計はアクティブ制御と同様の LQR やスカイフック制御を準用した方法を用いるものが主流な方法であり、実験によりその有用性が実験と解析の両方の視点から示されている[1-17, 1-18, 1-19]。

MR ダンパーを用いたセミアクティブ制御でも、減衰係数の調節には LQR が準用されるケースがある。LQR を用いる際は所定の重み関数を決定する必要があるが、この重み関数の決定は画一的な決定方法が存在せず、トライ&エラーによる方法が主流であった[1-20]。

この現状の中で藤谷らにより、減衰を持たない建築物モデルを対象として、重み関数の違いが制御性能と応答性状に与える影響を検証するための研究が実験的と制御理論の両軸よりなされ、それまで不明であったパラメータの影響を陽にし、大きな注目を集めた。その結果、重み関数の等価減衰や等価固有振動数に与える影響が明らかになり、コントローラの設計はより容易になった[1-21] [1-22]。

“コンピュータによる制御を建築物に応用する”という考えは Yao らにより実現され、その後、世界初の実大アクティブ制御の建築物は日本によって京橋センタービルという形で実現化がされた。その後、従来のアクティブ制御をより実現しやすい形としてセミ

アクティブ制御が生まれ、それに関する研究が盛んに行われている。

アクティブ制御とセミアクティブ制御は、制御に用いるデバイスは大きく異なるが、一般的に、どちらの場合においても、フィードバック制御といわれる方式が用いられる。これは、建築物に取り付けたセンサーにより建築物の地面に対する相対変位や相対速度（以下、本論文では相対変位、相対速度と書く）等をセンシングし、これを用いて適切な制御入力をコンピュータによって適切な制御入力を計算する方法である。

その一方で、外乱の影響を推定し、これを制御に用いる新しい制御方式である等価入力外乱手法が She らにより提案された[1-8]。制御性能を高めることを目的として外乱を推定する方法は数多く提案されている（例えば[1-23], [1-24], [1-25], [1-26]）。

文献[1-23] [1-24]による方法は外乱オブザーバと呼ばれる方法であり、制御対象の伝達関数の逆システムを用いる方法である。しかし、制御対象が厳密にプロパー（つまり分母の方が次数が高い）場合は微分動作を意味するが、三角関数の微分により、例えば、 $\cos\omega t$  の微分値は $-\omega\sin\omega t$  であることから、出力の信号に高周波数成分が含まれていると、その信号の微分値の振幅は非常に大きくなることから、出力の微分値を用いることは推奨されていない[1-27]。さらに、不安定な零点を有する場合は、逆システムを用いた場合、不安定な極になることから、使用が困難になる（なお、伝達関数の極と零点の詳しい説明は2章の付録を参考にされたい）。

文献[1-25]による方法は外乱そのものの最大値が必要であることから、使用できる条件が限られていることが大きな問題として挙げられる。

文献[1-26]に示されている方法は外乱入力にランク条件があることから、使用できるシステムが限られている。

また、外乱除去・抑制問題では、制御入力を用いてこれらの影響を抑えることから、制御入力チャンネルにおける、オリジナルの外乱と同じ影響を与える信号を推定し、この信号の逆位相の信号を用いることが、より有用である。これらの現状をうけ、余らは制御入力における、オリジナルの信号と同じ出力を与える、外乱入力における信号を等価入力外乱と定義し、これを推定する方法を提案した。等価入力外乱手法は制御入力マトリックスの擬似逆行列と状態オブザーバを用いることで、等価入力外乱を推定する手法であり、以下の特徴をもつ

- 1) 出力信号の微分を必要としない
- 2) 制御対象の不安定な零点による影響を受けない
- 3) 状態オブザーバを用いていることから、全状態が観測可能であることを前提としない
- 4) 等価入力外乱を推定する等価入力外乱推定器は外乱に対してフィードフォワード制御の役割がある（詳しくは5章）
- 5) 外乱そのものを推定するのではなく、外乱と同じ出力を与える制御入力チャンネルにおける信号を推定する

等価入力外乱手法では、制御対象の状態を推定するオブザーバによって推定された状態と、センサーによって観測された状態の誤差、さらに制御入力の位置に関する情報を持つ制御入力マトリックスの擬似逆行列を用いて計算される（詳しくは2章）。従って、

出力の微分を必要としない。また、制御対象に関する伝達関数の逆数を必要としないことから、制御対象が持つ不安定な零点が等価入力外乱の推定に著しく悪影響を及ぼすこともなく、オブザーバを用いていることから、全ての状態がセンサーによって直接観測可能であることも前提としないことも特徴である。また、詳しいことは4章で述べるが、等価入力外乱推定器は外乱に対してフィードフォワード制御の役割があり、これを取り付けることにより、従来のフィードバック制御の制御性能を向上させることができることがわかる。

等価入力外乱手法は制御理論的な視点から考察が行われ、現在では、むだ時間がある場合のシステム[1-28]、制御対象に不確定要素(ロバスト性がある要素)がある場合、[1-29]についての検討が行われ、さらに、一般化オブザーバを用いて推定を容易にしたシステムの検討[1-30]などが行われ、制御理論的な立場から様々なケースの考察が行われている。実システムについては、ビークル[1-31]や二連台車システム[1-32]などの機械システムを始めとして、電力システム[1-33]や建築物[1-34, 1-35]などに応用され、その応用先は多岐に渡る。

しかし、これらの研究は、従来の機械制御に用いられている制御方式を準用することのみに留まっていた。即ち、制御対象として相対変位・速度が選ばれており、建築物の振動制御で重要な項目である絶対加速度や層間変位などは考慮されていなかった。建築物の振動制御において、層間変位を抑えることは外壁の剥落を阻止し、建築物を地震から守る役割がある。また、絶対加速度を抑えることは、建築物を地震から守ることのみならず、家具の転倒を防止し、内部の利用者を守ることにもつながる。一般的に、変位と加速度はトレードオフの関係にあることから、変位のみを考慮することは絶対加速度の増加につながるものが危惧される。従って、相対変位を考慮し、絶対加速度を考慮していない従来の等価入力外乱手法は建築物に適用するには更なる工夫が必要である。

等価入力外乱手法は、等価入力外乱を推定する、等価入力外乱推定器と、状態フィードバック制御を行うフィードバックコントローラからなる制御系である。現状の制御系では、どちらのシステムについても、相対変位・速度を評価し、これを抑える形式になっており、建築物に適用するには

- 1)絶対加速度や相対変位、または層間変位を考慮し抑えるフィードバックコントローラ
- 2)絶対加速度や相対変位、または層間変位を考慮し抑える等価入力外乱推定器

の両者が必要となる。前者に関しては、絶対加速度のみを考慮する LQR[1-36, 1-37]や層間変位のみを考慮する LQR[1-38]が既に考案されており、小檜山らによりその両者を抑える LQR が考案された[1-39]。

しかし、パラメータの調節方法については筆者の知る限りいずれの文献でも考察がなされておらず、また、絶対加速度や層間変位を考慮することで制御性能が向上することのメカニズムについても説明がされていない。

LQR はパラメータを設計者が自由に決められる方法であることから、設計者の意図する応答や制御入力に重みを付けられることがメリットであると同時に、重みの決め方が勘と経験に依存することから、トライ&エラーを多く必要とするため、パラメータの設

定方法の方針を決めるためにも、重み関数の影響を明らかにすることは必要不可欠と言える。

他方、絶対加速度を考慮する等価入力外乱については現状では未整備の状態である。等価入力外乱推定器はオブザーバとローパスフィルターから構成されるが、これらのパラメータ設定方法についても相対変位・速度を考慮する等価入力外乱についても不明であり、設計が容易でないことが等価入力外乱の欠点の1つであった。

なお、一部の研究では等価入力外乱のオブザーバゲインとフィードバックゲインに関する変数を含む線形不等式 (LMI: Liner matrix inequality) [1-40]と、これを用いた半正定計画による最適化を用いる方法により一括で設計する方法が提案されている[1-41]。しかし、これらの方法を用いた際もパラメータの影響については不明であり、現状では、等価入力外乱を設計する際のパラメータが制御性能にどのように影響するかは不明である。

これについては、等価入力外乱手法を用いることで、どのように外乱に作用するかを検討もなされていないこともパラメータ選定の方法が未整備の要因の一つとして考えられる。She らにより、外乱が制御入力チャンネルと同じ場所から入力される場合についての検討はなされている[1-31]。しかし、一般的に、外乱は制御入力チャンネルとは別の場所から入力されることから、上記の研究は非常に限定された状態のみに限り、制御入力チャンネルとは異なるチャンネルから入力された際についても検討が必要であり一般的な場合について考慮することが必要とされる。

### 1.3. 本論文の目的と構成

本論文では、免震建築構造物に適したアクティブ制御の開発を目的とし、従来の相対変位・速度を考慮する等価入力外乱手法を建築物に適用し、相対変位のみならず、絶対加速度や層間変位も評価できるように拡張した新しい等価入力外乱手法の提案を行う。さらに、それと同時に、制御系設計の際に選定するパラメータが与える影響を理論的に明らかにすることで、制御系の設計を容易にする。

本論文の構成として、2章では、等価入力外乱の概要の説明と、従来の相対変位・速度を評価する等価入力外乱手法の紹介を行う。また、等価入力外乱手法と LQR との比較を行い、等価入力外乱手法を用いることで制御性能に与える影響の考察を行う。

3章では、フィードバックコントローラに焦点をあて、絶対加速度と層間変位を評価する評価関数（以下 AD-LQR : **a**bsolute **a**cceleration and **i**nter-story **d**rift angle LQR）の導出を行い、解析を用いてこれを用いた制御系と従来の相対変位・速度を評価し抑える LQR との比較を行い、制御性能の比較を行う。

また、制御性能の分析のために、AD-LQR と従来の LQR を用いた際の制御系の各モードの等価減衰や等価固有周期の差の分析を行う。さらに、本論文では、地震入力チャンネルから10層目の相対変位の伝達関数の零点(伝達関数の分子の根)にも着目を行い、従来の LQR と AD-LQR で零点の違いと、これが制御性能に与える影響の説明を行う。3章では、これらの分析の後、設計時に選択するパラメータの選定方法について述べる。

4章では、絶対加速度と層間変位を考慮し、これらを抑制する新しい等価入力外乱推定器の設計方法について述べる。また、それと同時に、等価入力外乱推定器の設計時に選定するパラメータ選定方法を定めることを目的として、等価入力外乱手法が外乱をどのように除去するかのメカニズムについても述べる。その後、数値例を用いて従来の等価入力外乱手法との比較を行う。

さらに、4章では、1自由度系を対象として、制御系を設計する際に選定するパラメータが制御性能に与える影響を理論的に陽にする。これは、絶対加速度を考慮する等価入力外乱を用いることで制御性能が改善する理由の考察を行うと同時に、パラメータの選定方法を理論的に明らかにすることを目的としている。

5章では、拡張等価入力外乱手法を用いた制御系の最大相対変位・速度、絶対加速度や制御入力を推定するための新しい応答・制御スペクトルを提案する。

建築物によって「制御しやすさ」が異なることから、制御しやすい建築物をあらかじめ設計することで、より効率よく制御することが可能になる。この観点から、本章では、制御対象となる建築物の減衰定数、固有周期ごとの、拡張等価入力外乱手法を用いた場合の応答と必要制御入力を見積もれる応答・制御力スペクトルの提案を行う。

6章では本論文のまとめとして、本論文で得られた知見と成果を示すと同時に今後の課題について述べる。

本論文は以上のように全6章により、建築物のアクティブ制御に適した新しい等価入力外乱手法を提案すると同時に、従来まで不明瞭であったパラメータの選定方法、およびパラメータが制御性能に与える影響を理論的に陽にし、免震建築物に適したアクティブ制御の開発を目的とする。

## 参考文献

- [1-1] 日本免震構造協会：免震建物の最近の動向  
(<http://www.jssi.or.jp/menshin/doc/keizoku2.pdf>) 最終アクセス日：2018年12月25日)
- [1-2] 日本免震構造協会，免震建物の最近の動向  
(URL:<http://www.jssi.or.jp/menshin/doc/keizoku2.pdf>)
- [1-3] 佐々木大輔，小林正人，中間層免震構造の設計データ分析(その1)設計事例のデータベース化，日本建築学会大会学術講演郊外集，2008年
- [1-4] Spencer Jr BF, Nagarajaiah S. State of the Art of Structural control, ASCE Structural Engineering 2007; 129:845-856.
- [1-5] Ikeda Y. Active and semi-active vibration control of building in Japan-Practical applications and verification. Structural control and healthmonitoring; 2009;16:703-723.
- [1-6] Yao, J. T. P. and Tang, T.P., Active control of civil engineering structures, Technical report No. CE-STR-73-1, Purdue University, 1973.
- [1-7] 日本建築学会，アクティブ・セミアクティブ振動制御技術の現状，2006
- [1-8] She J., Xin X., and Pan Y., Equivalent-Input-Disturbance Approach---Analysis and Application to Disturbance Rejection in Dual-Stage Feed Drive Control System, IEEE/ASME Trans. Mechatronics, Vol. 16, pp. 330-340. 2011. 3
- [1-9] She J, Sekiya K, Wu M, Lei Q. Active structural control with input dead zone based on equivalent-input-disturbance approach. In: Proc of 36th annual conference on IEEE industrial electronics society (IECON 2010). p. 47-52. 2010. 11
- [1-10] Mechbal N, Nóbrega EGO. Spatial  $H_{\infty}$  approach to damage-tolerant active control. Struct Control Health Monitoring Vol. 22, pp. 1148-1172, 2015. 9
- [1-11] Loh C, Lin P, Chung N. Experimental verification of building control using active bracing system. Earthquake engineering and structural dynamics 1999;28:1099-1119.
- [1-12] 吉田治，蔭山満，佐野剛志，勝俣英雄，遠藤文明，渡辺哲巳，山中昌之，絶対制震理論によるアクティブ免震手法の実建物への適用，日本機械学会論文集(C編)，78巻，789号
- [1-13] 板垣紀章，西村秀和，アクチュエータ飽和を考慮したアクティブ免震制御，日本機械学会論文集(C編)，2005年；71巻，202号，pp.72-79
- [1-14] 福喜多輝，吉田和夫，地震入力を受ける非線形構造物の非定常アクティブ制御に関する研究，日本機械学会論文集(C編)，2008年；74巻，740号，pp. 833-842
- [1-15] H Yoshioka, JC Ramallo, BF Spencer Jr, “Smart” base isolation strategies employing magnetorheological dampers, Journal of engineering mechanics, 2002;5;540-551.
- [1-16] SJ Dyke, BF Spencer Jr, MK Sain, JD Carlson, Smart materials and structures, 1996;5;1-19.
- [1-17] 河村壮一，篠塚正宣，藤井俊二，長島一郎，摩擦力制御型滑り支承を用いたセミアクティブ制振に関する研究 (その1 システムの概要)，日本建築学会学術講演梗概集 1991年；pp. 1117-1118.
- [1-18] 長島一郎，Qing Feng, Binod Bhartia, 藤井俊二，摩擦力制御型滑り支承を用いたセミアクティブ制振に関する研究 (その2 制御アルゴリズム)，日本建築学会学術講演梗概集 1991年；pp. 1119-1120.

- [1-19] 佐藤英児, 藤田隆史, ピエゾアクチュエータを用いた可変摩擦ダンパによる建築構造物のセミアクティブ免震, 日本機械学会論文集(C編), 2005年; 71(702), pp. 405-412.
- [1-20] 背戸一登, 構造物の振動制御(産業制御シリーズ), 2006年
- [1-21] 藤井秀樹, 樋渡健, 藤谷秀雄, MRダンパーによる免震構造物のセミアクティブ制御実験—最適レギュレータ理論における重み係数の効果—, 日本建築学会構造系論文集, 2007年, 第618号, pp. 73-79
- [1-22] 藤井嵩広, 藤谷秀雄, 向井洋一, MRダンパーの最適制御によるセミアクティブ制御効果の評価—システム特性評価とパラメータ設定法—, 日本建築学会構造系論文集, 2013年; 78巻, 第689号, pp.1237-1245.
- [1-23] 大西公平 外乱オブザーバによるロバスト・モーションコントロール, 日本ロボット学会誌 Vol. 11, No. 4, pp. 486-493.
- [1-24] K. Ohnishi, N. Matsui and Y. Hori: Estimation, identification, and sensorless control in motion control system, Proceedings of the IEEE, 82-8, 1253/1265 (1994)
- [1-25] L Haskara and U. (Ozuuner: An Estimation Based Robust Tracking Controller Design for Uncertain Nonlinear Systems, Proc. 38th IEEE Conf. Decision Control, 4816/4821 (1999)
- [1-26] M. Corless and J. Tu: State and Input Estimation for a Class of Uncertain Systems, Automatica, 34-6, 757/764 (1998)
- [1-27] 岩井善太, 井上昭, 川路茂保, オブザーバ, コロナ社, 1988年
- [1-28] RJ Liu, GP Liu, M. Wu and ZY Nie, Disturbance rejection for time-delay systems based on the equivalent-input-disturbance approach. Journal of Franklin Institute, Vol. 351, Issue 6, 2014
- [1-29] Rui-Juan Liu<sup>1</sup>, Guo-Ping Liu, Min Wu, Fang-Chun Xiao and Jinhua She. Robust disturbance rejection based on equivalent-input-disturbance approach, IET Control theory and applications, IEEE, 2012
- [1-30] Rui-Juan Liu, Min Wu, Guo-Ping Liu, Jinhua She, and Clive Thomas, Active Disturbance Rejection Control Based on an Improved Equivalent-Input-Disturbance Approach, IEEE/ASME Transactions on mechatronics, Vol. 18, No. 4, 2013
- [1-31] 余錦華, 忻欣, 山浦富雄, 等価入力外乱手法に基づく二連台車の位置決め制御, 日本機械学会論文集 C編, 75巻, 760号, 2009年
- [1-32] Jin-Hua She, Xin Xin, Yasuhiro Ohyama, Min Wu, Hiroyuki Kobayashi, Vehicle steering control based on estimation of equivalent input disturbance, The 16th IFAC world congress, 2005.
- [1-33] Min Ding ; Ryuichi Yokoyama ; Jinhua She, Current control for the grid-connected single-phase photovoltaic inverter in microgrid based on an equivalent-input-disturbance approach, IEEE, IEEMA Engineer Infinite Conference, 2018
- [1-34] Ming-Xing Fang ; Min Wu ; Jin-Hua She, Structural Active Control Based on the Concept of Equivalent-Input-Disturbance Considering Actuator Saturation, IEEE, International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2009.
- [1-35] Mingxing Fang, Lijun Wu, Jing Cheng, Youwu Du, and Jinhua She, Active structural control based on integration of  $H_{\infty}$  control and equivalent-input-disturbance approach, Journal of Advanced

computational Intelligence and Intelligent Informatics, Fuji technology press LTD, Vol. 20, No. 2, pp. 197- 204. 2016

- [1-36] 佐藤栄児, 藤田隆史, MR 流体ダンパを用いたセミアクティブ免震構造, 理論応用力学講演会公園論文集, Vol. 54, 2005 年
- [1-37] 樋渡 健, 塩崎 洋一, 藤谷 秀雄, 曾田 五月也, 最適レギュレータ理論を用いた MR ダンパーによるセミアクティブ免震, 日本建築学会構造系論文集, 68 巻, 567 号, 2003 年
- [1-38] Lynch JP, Wang Y, Swartz RA, Lu KC, Loh CH. Implementation of a closed-loop structural control system using wireless sensor networks. Struct Control Health Monitor 2007;15:518–39.
- [1-39] 三浦奈々子, 小檜山雅之, 地震時における建物建物機能維持を目的とした振動制御の二次形式評価関数の設計法, 日本建築学会構造系論文集, 78 巻, 687 号, pp. 923-929, 2013 年
- [1-40] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoul, Eric Feron, Venkataramanan Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
- [1-41] Pan Yu, Min Wu, Jinhua She, An Improved Equivalent-Input-Disturbance Approach for Repetitive Control System With State Delay and Disturbance, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 65, No. 1, 2018.

## 2 章 相対変位・速度を抑制する

### 従来の等価入力外乱 (EID) 手法

#### 2.1. はじめに

本章では、従来の相対変位・速度を評価する等価入力外乱の説明を行う。

##### 2.1.1 背景

1995 年の兵庫県南部地震以降、建築物の倒壊を防ぐだけでなく、損傷も最小限にする目的としてパッシブ免震や制振を始めとするパッシブ制御を導入する件数が増加してきている[2-1]。一方で、更なる振動制御性能を得るために、制御工学を応用したアクティブ制御が、日本のみならず、世界中の建築物にも適用されている[2-2]。建築物のアクティブ制御に関して、現在に至るまで様々な制御手法が応用されており、従来の古典制御理論や現代制御理論[2-3]に留まらず、 $H_\infty$ 制御[2-4]や予見制御[2-5]などを応用した研究も行われており、建築物のアクティブ制御の技術は時代と共に大きな躍進を見せている。

これらの研究は主に、フィードバック制御のみが用いられる簡単な制御構造であり、即ち、制御対象となる建築物とフィードバックコントローラのみで構成されるものである。

これに対し、フィードバック制御系にさらにフィードフォワード制御を組み合わせた 2 自由度の制御系からなる等価入力外乱手法 (EID: Equivalent-input-disturbance approach) が She らにより提案された[2-6]。(制御工学で用いられる「自由度」については付録 2A を参照)。これは、外乱の影響を推定し、それを制御に用いる等価入力外乱推定器と、オブザーバより構成されるフィードフォワード制御を従来のフィードバック制御に取り付けたものであり、従来のフィードバック制御の制御性能をさらに高めることが期待されている[2-7]。

等価入力外乱手法は様々な分野で応用されており、メカトロニクス系[2-8]、スマートグリッドによるエネルギーの制御[2-9]にも応用されている。建築物のアクティブ制御にも既に応用されており、She らにより、制御入力の大きさがある一定値以下は 0 とする不感帯をもつ際についての検討が行われ、相対加速度や相対変位に対して、Linear-quadratic-regulator (以下、LQR) により設計された通常の状態フィードバック制御よりも優れた制御性能を持ち合わせていることが示された[2-10]。

しかし、建築物の応答評価で特に重要な応答は、損傷の評価となる絶対加速度や層間変形角である。また、等価入力外乱手法に用いられるフィードフォワード制御部分はローパスフィルターにより構成されるが、ローパスフィルターの設計方法についての検討は行われておらず、設計の見通しが良くないのが現状である。

##### 2.1.2 本章の目的と概要

本章では、従来の相対変位・速度を評価し抑制する等価入力外乱手法の特性や問題点を把握することを目的として、等価入力外乱推定器が取り付けられた制御系と、等価入力外

乱推定器が取り付けられてない制御系を用いて制御性能の比較を行う。

本章では、特に建築物に等価入力外乱手法を応用することを念頭に置き、11 自由度(上部構造 10 自由度に免震層 1 自由度を加えたモデル)のせん断モデルを用いて等価入力外乱手法の絶対加速度、層間変形角、相対速度への制御性能について検討を行う。さらに、ローパスフィルターの設計変数が制御性能に与える影響についての検討を行う。

数値例では、等価入力外乱推定器を用いた制御系と、用いていない制御系(即ち、通常フィードバック制御)の比較を行い、1 章で示した地震波を対象モデルへ入力した際の、各層の最大応答、特に絶対加速度、相対変位、層間変形角と層せん断力係数を示し、等価入力外乱推定器を取り付けることの制御性能への影響を明らかにする。

## 2.2. 等価入力外乱の概要

本章では、等価入力外乱についての説明を行う。せん断型モデルで表される建築物の運動方程式は式(2-1)により表される。

$$M_S \ddot{x}(t) + D_S \dot{x}(t) + K_S x(t) = -M_S \{1\} \ddot{x}_g(t) + E_u u(t) \quad (2-1)$$

ここで、 $M_S$ : 質量マトリックス、 $D_S$ : 減衰係数マトリックス、 $K_S$ :  $x(t)$ : 各層の変位から構成されるベクトル、 $\{1\}$ :  $1 \times n$  ( $n$  はモデルの自由度) で構成される 1 ベクトル、 $\ddot{x}_g(t)$ : 地動加速度、 $E_u$ : 制御入力の位置を表すマトリックス、 $u(t)$ : 制御入力を表す。

なお、式(2-1)からも分かるように、本論文では制御入力の単位は力と同様の N (ニュートン) であり、制御には力を用いている。

式(2-1)による構造物の運動方程式を以下のように表される状態方程式に変換する。なおこのとき、 $y(t) = Cz(t)$  を出力するものとする。

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + B_d d(t) \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (2-2)$$

ただし、ここで

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times n} \\ -M_S^{-1} K_S & -M_S^{-1} D_S \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_S^{-1} E_u \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\{1\} \end{bmatrix} \\ d(t) = \ddot{x}_g(t) \end{cases} \quad (2-3)$$

となる。ここで、 $A$ : システムマトリックス、 $B$ : 制御入力マトリックス、 $B_d$ : 外乱入力マトリックス、 $C$ : 出力マトリックスを表す。式 2-2 をブロック線図で表したものが図 2-1 である。

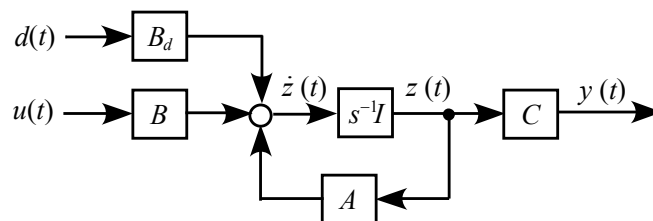


図 2-1. 式 2-2 のブロック線図

行列  $A$  の固有値は殆どの場合、共役な複素数より構成され、固有値の実数部分と虚数

部分により各の固有角周波数や減衰定数を計算することができ、当該行列は制御対象の動特性を表す行列である（詳しくは文献[2-11]）。また、 $B$  は  $E_u$  が含まれることから制御入力場所を表すマトリックスであり、 $C$  は出力に影響することからも分かるように、物理的にはセンサーの位置や種類を表し、例えば、変位計のみが取り付けられ、各層の変位のみが直接観測可能な場合は  $C = [I \ 0]$  となる。即ち、 $C$  の値は用いるセンサーに依存する。

なお、 $B$  や  $B_d$  はそれぞれ制御入力マトリックス、外乱入力マトリックスであるが、これらは数式の意味からも明らかなように、ある信号が入力する場所を同時に表し、特に場所を示す際は「制御入力チャンネル」と表す。

もし  $B \neq B_d$  であれば制御入力が入力される場所と、外乱が入力される場所が異なることから、単に外乱と逆位相の信号を推定し制御に用いるだけでは不十分であることがわかる。3章で詳細を述べるように、通常の LQR を用いた場合、状態フィードバック制御による制御入力は制御対象の見かけの減衰や剛性を改善していることを表し、特に、 $B \neq B_d$  で外乱の逆位相の信号をそのまま入力していないことに注意されたい。

一方、式(2-4)で表され、図 2-2 で表されるシステムを考えてみる。

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}}(t) = A\bar{z}(t) + Bu(t) + Bd_e(t) \\ y(t) = C\bar{z}(t) \end{cases} \quad (2-4)$$

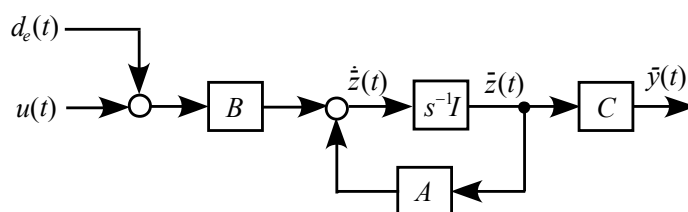


図 2-2. 式 2-4 のブロック線図

つまり、外乱と制御入力と同じ制御入力チャンネル  $B$  から入力されるシステムである。図 2-2 と図 2-1 で示したシステムについて、両システムについて

$$y(t) = \bar{y}(t) \quad (2-5)$$

が成り立つとき、 $d_e(t)$  は  $d(t)$  の等価入力外乱と定義される。即ち、等価入力外乱とは、図 2-1 のシステムでの外乱と同じ出力を与える制御入力チャンネルにおける信号のことを示す。なお、式(2-5)を導くために、以下の仮定を用いている

仮定 1) :  $(A, B)$  は可制御である。

仮定 2) :  $(A, C)$  は可観測である。

これは、式(2-5)が成り立つような信号  $d_e(t)$  が存在するためには、仮定 1) が成立しなければならないが、式(2-5)が成立することを確認するためには全ての状態が可観測であることが必要とされるからである。可制御性に関する物理的な説明は付録 2A に記した。なお、アクティブ制御装置の配置場所によっては、あるモードに対する可制御性が低い可能性があり、等価入力外乱の推定精度が悪くなることがあることから、等価入力外乱の推定精度

を高めるには、アクティブ制御装置の配置も重要である。なお、以下より、2章内では等価入力外乱が入力される制御系の状態を、 $\tilde{z}(t)$ ではなく、単に $z(t)$ と表現するが、意味的には明らかであるので混乱の心配はないと思われる。

### 2.3. 等価入力外乱の推定方法

次に式(2-4)で示されるような等価入力外乱を推定する方法の説明を行う。

等価入力外乱手法を用いた制御系においては、制御入力は2種類あり、

1) : 推定された等価入力外乱 $\hat{d}_e(t)$ から推定誤差などを取り除いた信号 $\tilde{d}_e(t)$ の逆位相

2) :  $u_f(t) = K_p z(t)$ の制御則により与えられる状態フィードバック制御入力

なお、 $K_p$ はコントローラゲインであり、LQRなどの方法により設計される。

等価入力外乱 $d_e(t)$ と制御入力 $u(t)$ を持つ制御系は式(2-6)によって表現され、このシステムについて考える。

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + B[u(t) + d_e(t)] \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (2-6)$$

ここで、制御入力 $u(t)$ は状態フィードバック制御入力 $u_f(t)$ と推定等価入力外乱 $\tilde{d}_e(t)$ を用いて以下の式(2-7)により与えられる。

$$u(t) = u_f(t) - \tilde{d}_e(t) \quad (2-7)$$

式(2-6)のシステムに対する状態推定器（オブザーバ）の方程式を式(2-8)に示す。

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu_f(t) + L_p C[z(t) - \hat{z}(t)] \\ \hat{y}(t) = C\hat{z}(t) \end{cases} \quad (2-8)$$

ここで、 $L_p$ はオブザーバゲインを表し、 $\hat{z}(t)$ は状態 $z(t)$ の推定値である。また、 $u_f(t)$ は、 $u_f(t) = K_p z(t)$ により与えられる制御則を持つ制御入力であり、全ての状態が直接観測可能であることを仮定している。なおオブザーバゲインやオブザーバについての詳しい説明は付録2Bを参照。

オブザーバは制御入力と同じ入力を与えることが多いが、外乱は制御対象のみに入り、その影響は推定等価入力外乱で相殺できることを仮定し、オブザーバにはフィードバック制御入力のみが入力する形式となっている。

式(2-6)から式(2-8)を減ずることで式(2-9)を得る

$$\begin{cases} \Delta \dot{z}(t) = (A - L_p C)\Delta z(t) + Bd_e(t) + Bu(t) - Bu_f(t) \\ \Delta y(t) = C\Delta z(t) \end{cases} \quad (2-9)$$

ここで、

$$\begin{cases} \Delta z(t) = z(t) - \hat{z}(t) \\ \Delta y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (2-10)$$

であり、 $\Delta z(t)$ はオブザーバによる推定した状態値 $\hat{z}(t)$ と真値 $z(t)$ との誤差を表す。

一方、2章で述べたように、 $(A, B)$ が可制御である仮定より

$$\Delta \dot{z}(t) = A\Delta z(t) + B\Delta d(t) \quad (2-11)$$

を満たす $\Delta d(t)$ が存在する。

式(2-9)に式(2-11)を代入することにより、状態方程式部分は式(2-12)によりあたえられる。

$$A\Delta z(t) + B\Delta d(t) = (A - L_p C)\Delta z(t) + Bd_e(t) + Bu(t) - Bu_f(t) \quad (2-12)$$

ここで、制御入力マトリックスについて、式 2-13 の左擬似逆行列が存在することを仮定する。なお、文献[2-12]より、左擬似逆行列は、行列  $B$  が列フルランク（列に関してランクが落ちない時）であるときに必ず存在する。

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T \quad (2-13)$$

式(2-13)の擬似逆行列  $B^+$  を式(2-12)の左から乗じて整理することで式 2-14 を得る。

$$d_e(t) - \Delta d(t) = B^+ L_p C \Delta z(t) - u(t) + u_f(t) \quad (2-14)$$

等価入力外乱の推定値  $\hat{d}_e(t)$  を、等価入力外乱  $d_e(t)$  と  $\Delta d(t)$  を用いて式(2-15)で定義する。

$$\hat{d}_e(t) = d_e(t) - \Delta d(t) \quad (2-15)$$

式(2-15)を式(2-14)に代入することにより、等価入力外乱の推定値  $\hat{d}_e(t)$  は式(2-16)により与えられる。なお、左擬似逆行列は、行列  $B$  が列フルランクであるときに存在する。従って、式(2-3)の行列  $B$  を持つ際は、必ず存在する。

制御には式(2-16)で与えられる、 $\hat{d}_e(t)$  をローパスフィルター  $F(s)$  でフィルタリングした後の信号  $\tilde{d}_e(t)$  を用いる。

$$\tilde{D}_e(s) = F(s) \hat{D}_e(s) \quad (2-16)$$

ここで、 $\tilde{D}_e(s)$  と  $\hat{D}_e(s)$  は、 $\tilde{d}_e(t)$  と  $\hat{d}_e(t)$  をそれぞれラプラス変換した信号であり、 $s$  はラプラス変換の演算子であり、複素数である。周波数領域の分析について、制御工学ではラプラス変換が用いられるのに対し、建築構造学の分野では一般的にラプラス変換ではなく、フーリエ変換が用いられる。ラプラス変換はフーリエ変換の一般系であり、 $s=j\omega$  ( $j$  は虚数)のときにフーリエ変換と一致する。なお、フーリエ変換は定常特性の分析に用いられるのに対し、ラプラス変換は過渡特性の分析に用いられる。また、ローパスフィルター  $F(s)$  は式(2-17)による。

$$F(s) = \frac{N_F}{\Omega s + 1} \quad (2-17)$$

式中において、 $\Omega$  はカットオフの周波数(rad/s)を表し、 $N_F$  は  $0 < N_F \leq 1$  の実数で表されるパラメータである。

式(2-17)により与えられるフィルタリングされた等価入力外乱を持つ制御系の全体図は図 2-3 により与えられる。図において、ローパスフィルターおよび  $B_u^+$  からなる部分を等価入力外乱推定器とする。なお、文献[2-7]では、状態フィードバック制御の制御則において、制御対象の状態ではなく推定した値を用いているのだが、本論文では、オブザーバの設計と状態フィードバック制御との関係は議論の対象外とするため、制御対象の状態については全ての状態について直接観測可能とした。

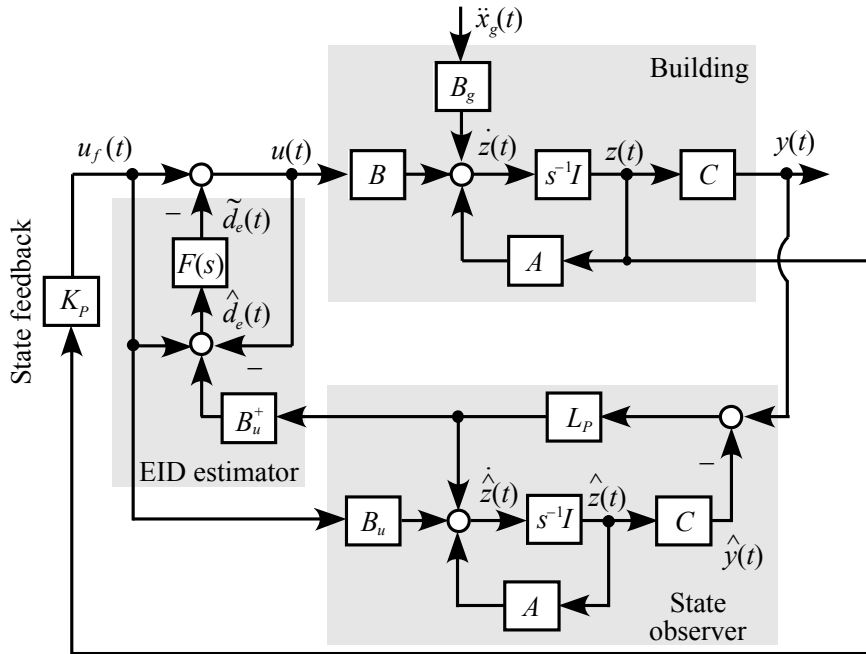


図 2-3. 等価入力外乱手法を用いた制御系の全体図

なお、図 2-3 で示した、等価入力外乱手法を用いた制御系は図 2-4 に示した通常の状態フィードバック制御に状態オブザーバと、ローパスフィルタを含む等価入力外乱推定器が取り付けられた制御系である。次章では、取り付けられたローパスフィルタとオブザーバゲインの役割について述べ、数値例ではその設計方法についても述べる。

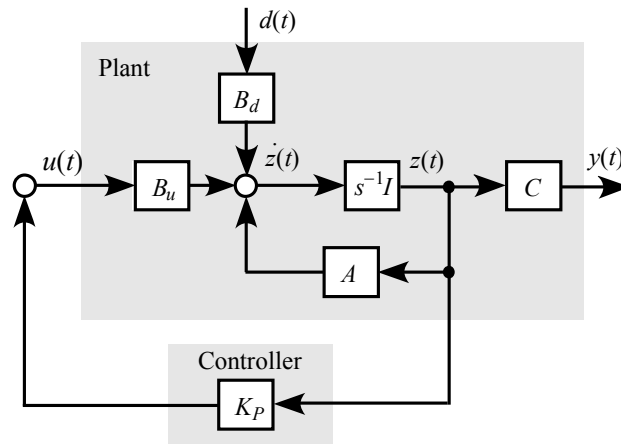


図 2-4. 状態フィードバック制御

## 2.4. オブザーバ、ローパスフィルタの役割

等価入力外乱にはオブザーバとローパスフィルタが取り付けられていることを示した。本節では、オブザーバとローパスフィルタが制御性能に与える役割の説明を行う。

まず、オブザーバの役割についてのべる。2.3 節で示した通り、等価入力外乱の推定にはオブザーバとローパスフィルタが用いられることを示した。本章ではオブザーバとローパスフィルタの役割を述べる。

付録 2B で詳細を述べた通り、通常ではオブザーバはセンサーに制限がある際に用いられるものである。本章で用いた制御系では相対変位と相対速度を推定するオブザーバを構築した。しかし、全ての層の相対変位や速度をセンサーにより直接観測することができる場合にもオブザーバは等価入力外乱の推定において必須になる。

等価入力外乱は前述の通り、制御入力チャンネルにおける、オリジナルの外乱と同じ出力を与える信号であった。

式(2-18)で与えられるシステムを考えてみる。

$$\begin{cases} z(t) = Az(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (2-18)$$

式(2-18)の制御入力チャンネル  $B$  から出力チャンネル  $C$  までの伝達関数  $G(s)$  は、ラプラス変換の演算子  $s$  を用いて

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (2-19)$$

により与えられる。従って等価入力外乱を単純に計算するには、図 2-3 の  $y(t)$ 、つまり観測信号のラプラス変換  $Y(s)$  に式(2-19)の逆数を乗じることで計算される。しかし、

1) : システムが不安定な零点を持つ際は計算が不可能になる

2) : 式(2-19)の逆数は非プロパーであり、微分特性をもつ

ことを中心とした問題がある。

1) について式(2-19)が不安定な零点を持ち合わせる場合は等価入力外乱の計算が困難になることが 1 つの問題となる。3 章で述べるように、システムによっては出力の際に不安定な零点を持ち合わせる場合がある。不安定な零点の逆行列は不安定な極となるため、等価入力外乱の計算の際に計算結果が発散することが危惧される。

2) について、一般的に式(2-19)はプロパー（分母の次数が分子の次数よりも高い）であることから、その逆数は非プロパーであり、微分特性を持ち合わせる。地震波のように高周波数成分が多く含まれる際、その信号の微分値は急激に大きくなることから、微分値をつかうことは望ましくない（文献[2-13]などで議論がなされている）。

なお、非常に高次のローパスフィルターを式(2-19)の逆数のシステムに掛け合わせることで、プロパーなシステムにすることができるが、ローパスフィルターは位相遅れ特性があることから、プロパーになるように高次のローパスフィルターを掛け合わせることは望ましくない。

本手法はこれらの問題を回避し、いかなるシステムであっても計算が発散することなく等価入力外乱を推定することを目的としてオブザーバを用いている。通常、オブザーバは、センサーなどの制約条件により全ての状態が直接観測可能でなく状態フィードバック制御系を構築することができない際、制御対象の状態を推定するのに用いられる。しかし、上記の理由により、全ての状態がセンサーによって直接観測可能であったとしても、本制御系はオブザーバを必要とする。

次に、ローパスフィルターの役割を説明する。本制御系では、推定された等価入力外乱をフィルタリングしたものを制御に用いている。本論文では等価入力外乱手法を用いた制御系で最も用いられている線形の 1 次フィルターを用いているが、フィルタリングに

用いるフィルターは任意の物で良い。

ローパスフィルターを用いる主な理由は主に以下の3つがあげられる

- 1) : 式 2-14 における因果律を保つ。
- 2) : 除去する外乱の帯域を選定する。
- 3) : 制御入力大きさを調節する。

1)について、式(2-14)に

$$\begin{aligned} u(t) &= u_f(t) - \hat{d}_e(t) \\ &= d_e(t) - \Delta d(t) \end{aligned} \tag{2-20}$$

を代入すると式(2-14)中から  $\hat{d}_e(t)$  が消去され、等価入力外乱の推定値を計算することが不可能になる。これは、 $\hat{d}_e(t)$  を計算するために  $\hat{d}_e(t)$  を直接用いることに起因している。

2)について、主に、低周波数成分が外乱の主成分である際は高周波成分を除去することにより、制御する周波数帯域を選定し、制御に用いるエネルギーを抑えることが可能になる。従って、ローパスフィルターのカットオフ周波数  $\Omega$  の選定時は制御対象の建築物の固有周波数成分より高い成分を選ぶことが必要であることに注意されたい。

3)について、制御に用いられる信号は推定等価入力外乱の逆位相のものである。しかし、想定する外乱が非常に大きく、単に推定等価入力外乱の逆位相の信号を用いる場合は制御入力の上限值を超えることが危惧される。この時、ローパスフィルターの分子  $N_f$  を調節することにより、制御入力大きさを調節することが可能になる。特に、建築物のアクティブ制御では大きすぎる制御入力を用いることは、制御入力そのものが建築物を損傷させる原因や、絶対加速度を増大させる原因になる。このとき、制御系の再設計を必要とせず、ローパスフィルターの分子成分の大きさの調節のみで制御入力大きさを調節することが可能になり、設計が容易になる。

## 2.5. 数値例

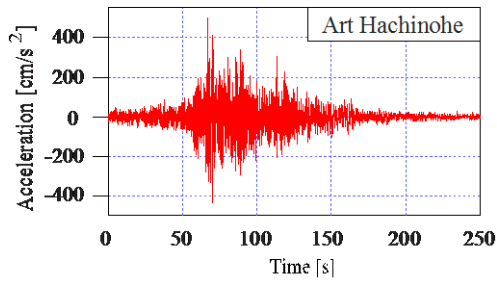
本章では、等価入力外乱手法を用いた制御系の数値例を示す。まず、オブザーバゲインとコントローラゲインの設計法の説明を行う。その後、用いる地震波と建物モデルの説明を行う。そして、用いたモデルでの各層の最大絶対加速度、相対変位、層間変形角、と層せん断力係数を求める。

### 2.5.1 検証用モデルと地震波

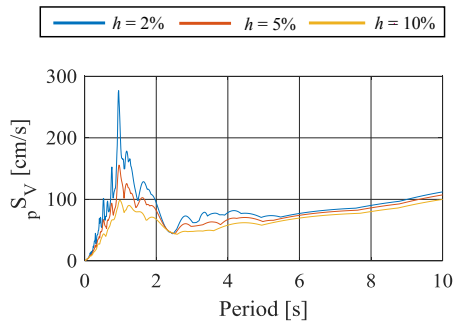
本論文では、以下に示す4つの地震波を用いて解析を行う。

- 1 : Art Hachinohe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  $pS_V$  が 100cm/s 程度とような告示波であり、位相スペクトルは 1968 Hachinohe EW と同じ特性を持つ。
- 2 : Art Kobe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  $pS_V$  が 100cm/s 程度となるような告示波であり、位相スペクトルは 1995 JMA Kobe NS と同じ特性を持つ。
- 3 : El Centro : 1940 年発生 of El Centro NS 波
- 4 : Tokachi : 1968 年の十勝沖地震の NS 波

図 2-4~2-7 に各地震波の加速度波形と 5%減衰の速度応答スペクトル波を示す。

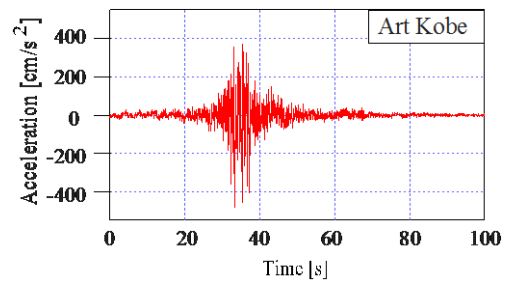


(a) Accelerogram

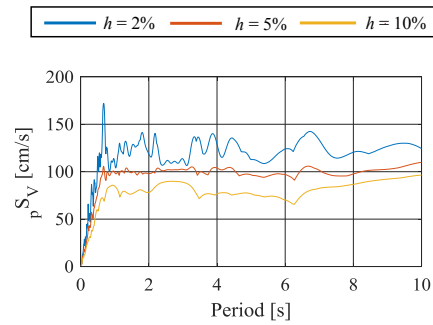


(b) Pseudo velocity spectrum

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



(a) Accelerogram



(b) Pseudo velocity spectrum

図 2-6 Art Kobe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル

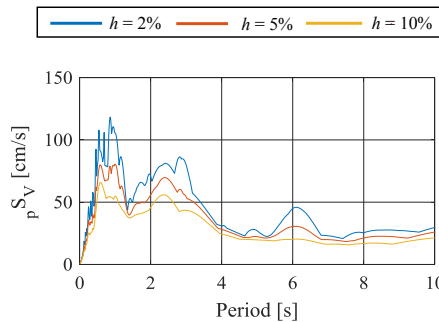
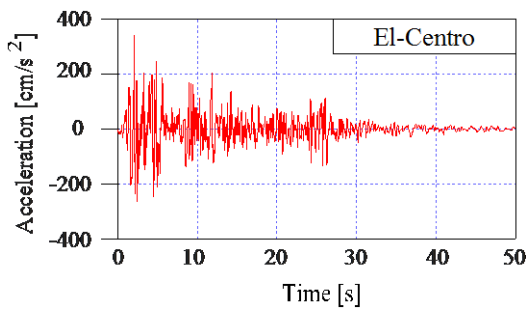


図 2-7 El Centro 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル

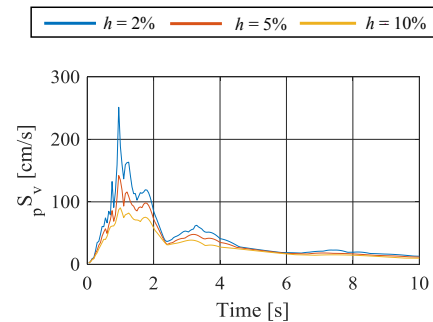
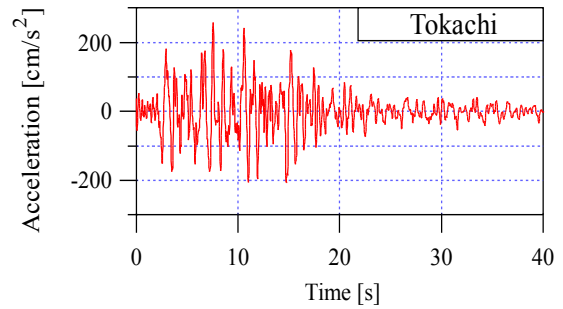


図 2-8 Tokachi 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル

また、解析に用いる建築物のモデルは全章を通して以下に示す免震建築物のモデルを用いる。

本論文では底面積が等しく、高さが 250m の建築物を用いて解析を行う(図 2-9)。なお、各建築物モデルの基礎部分には免震が取り付けられているものとし、免震周期(上部構造が剛体と見なしたときの周期)は 6.0 s と 8.0 s の 2 種類のものを用いる。

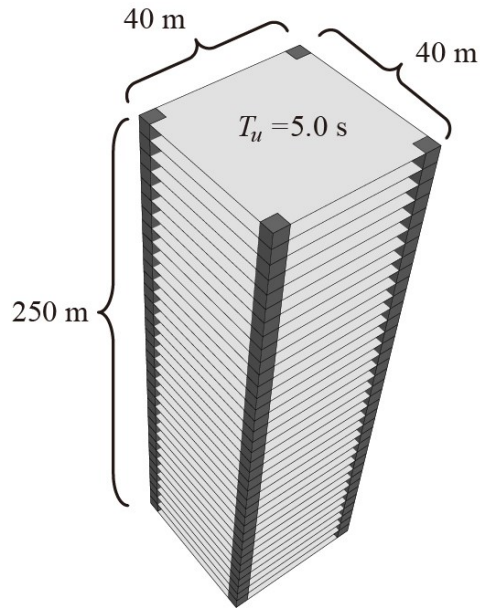


図 2-9 建築物モデル

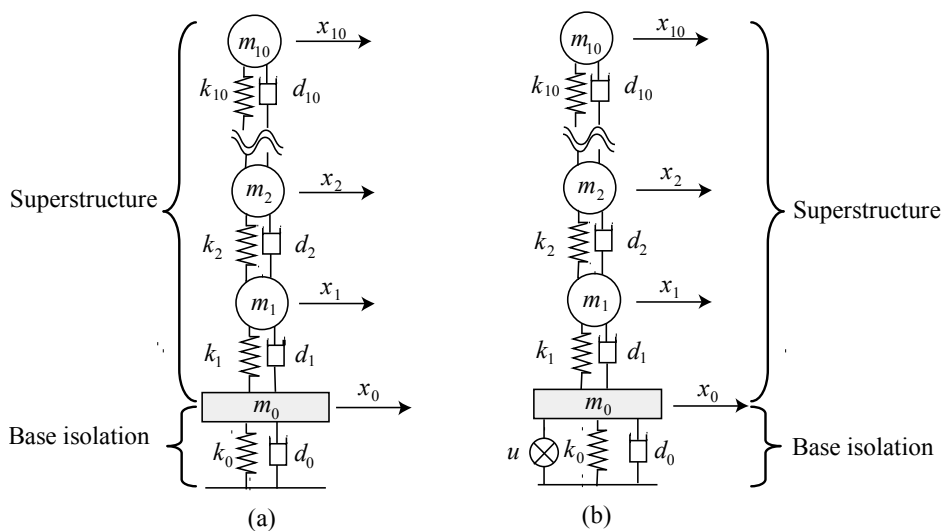


図 2-10 せん断型モデル図 (a) アクティブ制御なし (b) アクティブ制御あり

本論文では、これらの建築物の上部構造を 10 自由度のせん断型モデルでモデル化し、免震層を 1 自由度でモデル化し、合計 11 自由度のモデルを用いて解析を行う (図 2-10)。

なお、本論文ではアクティブ制御装置は免震層に取り付けるものとする。

なお、モデルの諸元は以下の通りである

- 単位面積の上部構造 :  $175\text{kg/m}^3$
- 単位面積の免震層質量 :  $2551\text{ kg/m}^2$
- 免震周期に対する減衰定数 : 0.05
- 上部構造の固有周期に対する減衰定数 : 0.02
- 上部構造の固有周期 : 5.0 s

・ 上部構造の剛性：

$$k_1 = \frac{\omega^2 \cdot m_1 \cdot \phi_1 + k_2(\phi_2 - \phi_1)}{\phi_1} \quad (2-21a)$$

$$k_i = \frac{\omega^2 \cdot m_i \cdot \phi_i + k_{i+1}(\phi_{i+1} - \phi_i)}{\phi_i - \phi_{i-1}}, \quad \{i = 2, \dots, 9\} \quad (2-21b)$$

$$k_{10} = \frac{\omega^2 \cdot m_{10} \cdot \phi_{10}}{\phi_{10} - \phi_9} \quad (2-21c)$$

ただし、ここで、 $\omega$ を1次の固有角周波数、 $m_i$ を第*i*層目の質量とし、 $\phi_i$ を第*i*層の1次固有モード（本論文では直線モード、 $\phi_{1,2,3..n} = 1,2,3..n$ ）とする。

上部構造の質量と剛性を表2-1に示す。

表2-1. 上部構造の質量と剛性

	<i>m</i> [kg]	<i>k</i> [N/m] ( $\times 10^8$ )
10	7000000	1.11
9		2.10
8		2.98
7		3.76
6		4.42
5		4.97
4		5.42
3		5.75
2		5.97
1		6.08

本論文では、免震層を天然ゴム系積層ゴムと粘性系ダンパーによる免震層を想定している。本論文では、LQRによる線形制御を用いて状態フィードバックゲインを設計するため、天然ゴム系積層ゴムは線形のスプリングによりモデル化され、粘性系ダンパーは線形ダッシュポットによってモデル化を行った（図2-11）。また、免震周期に対する減衰定数( $h_0$ )は0.05として免震層を設定した。さらに、免震を取り付けた後の建築物全体の刺激係数を図2-12に示す。また、図中において $\beta_i$ は*i*次モードの刺激係数を示す。

図2-12より、本論文で用いる建築物モデルは免震が取り付けられているため、1次モードが卓越することが分かる。

免震層の剛性 $k_0$ と粘性係数 $d_0$ は免震周期 $T_0$ を用いて以下の式より算出する。

$$k_0 = \frac{4\pi^2(M_s + m_0)}{T_0^2} \quad (2-22)$$

$$d_0 = 2h_0\sqrt{(M_s + m_0)k_0} \quad (2-23)$$

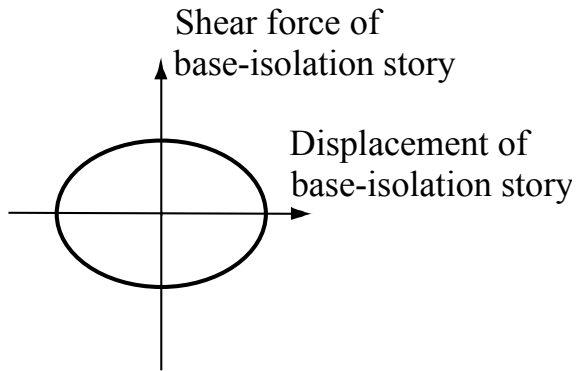


図 2-11 (a) 線形ダッシュポットモデル

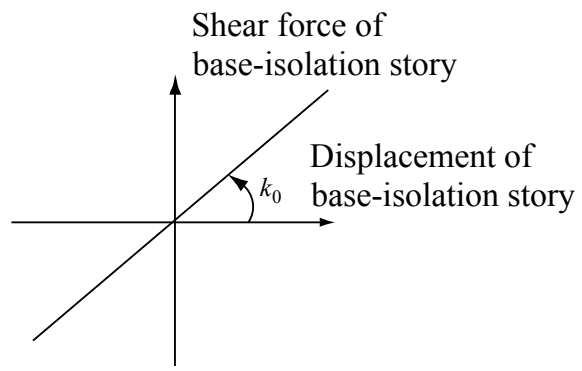


図 2-11 (b) 線形バネモデル

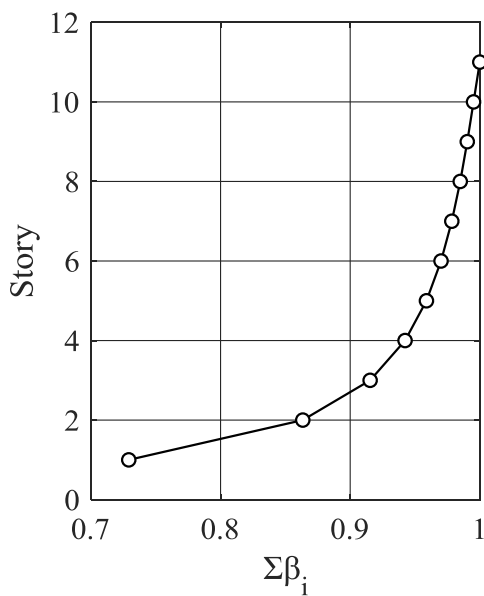


図2-12 (a) (T0 = 6.0 sモデル)

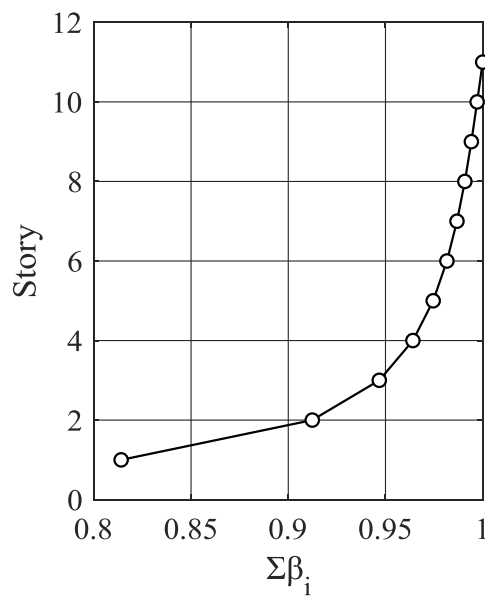


図2-12 (b) (T0 = 8.0 s モデル)

## 2.5.2 オブザーバゲイン, コントローラゲインの設計

本章では, 等価入力外乱に用いるオブザーバゲインとコントローラゲインは LQR に よって設計をする。即ち, 式(2-2)で示した状態  $z(t)$  と制御入力  $u(t)$  を含む次式の評価関数 を最小化するように設計する。

$$J = \int_0^{\infty} \{z(t)Qz^T(t) + u(t)Ru^T(t)\} dt \quad (2-24)$$

この時, コントローラゲイン  $K_p$  は次式により与えられる。

$$K_p = -R^{-1}B_u^T P \quad (2-25)$$

ここで,  $Q (> 0)$  は相対変位・速度の応答  $z(t)$  の重み関数であり,  $R (> 0)$  は制御入力に対す る重みである。また,  $P$  は式(2-26)により与えられるリカッチ代数方程式の解である。

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2-26)$$

また、オブザーバゲインは式(2-27)で表される式(2-2)の双対システムを用いて設計を行う。式(2-27)で示される双対システムのコントローラゲインの転置行列がオリジナルのシステムのオブザーバゲインとなる。

$$\begin{cases} \dot{z}_d(t) = A^T z_d(t) + C^T u_d(t) \\ y_d(t) = B^T z_d(t) \end{cases} \quad (2-27)$$

ここで、 $z_d(t)$ は双対システムの状態であり、 $u_d$ は双対システムの入力であり、 $y_d(t)$ は双対システムの出力を表す。式(2-24)の評価関数を用いて双対システムに対するコントローラゲイン $K_{p,d}$ をLQRにより設計するとき、以下の評価関数を最小化するように設計される。

$$J_d = \int_0^{\infty} \{ \zeta^T(t) Q_d \zeta(t) + \sigma(t) R_d \sigma(t) \} dt \quad (2-28)$$

ここで、 $Q_d (>0)$ と $R_d (>0)$ はそれぞれ $\zeta$ と $\sigma$ に対する重み関数である。このとき、コントローラゲイン $K_{p,d}$ は次式により与えられる。

$$K_{p,d} = -R_d^{-1} C P_d \quad (2-29)$$

ここで、 $P_d$ は、次式によって与えられるリカッチ代数方程式の解である。

$$A P_d + P_d A^T - P_d C^T R_d^{-1} C P_d + Q_d = 0 \quad (2-30)$$

このとき、式(2-2)のシステムのオブザーバゲイン $L_p$ は双対システムのコントローラゲインの転置を用いて次式により与えられる。

$$L_p = K_{p,d}^T \quad (2-31)$$

### 2.5.3 ローパスフィルターの設計

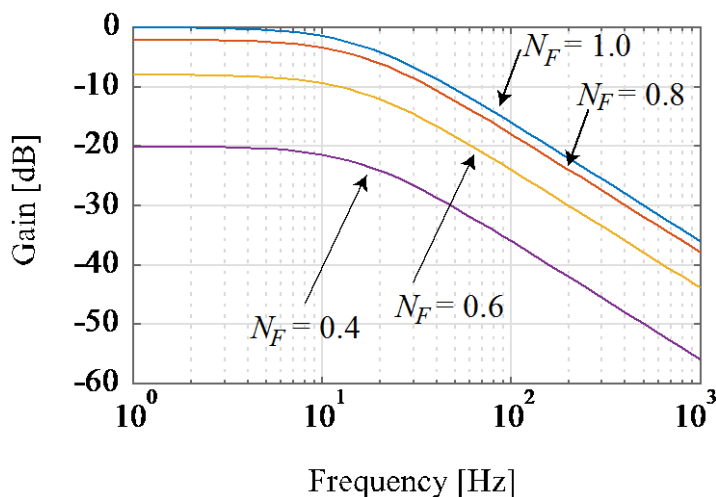
制御に用いる等価入力外乱は、推定等価入力外乱をローパスフィルターによりフィルタリングしたものをを用いることを前節では述べた。本章ではローパスフィルターのパラメータが制御性能と制御入力に与える影響について吟味を行う。

本論文で用いるローパスフィルターは式(2-17)に示した1次の線形ローパスフィルターである。分母のパラメータ $\Omega$ はカットオフ周波数を表す。図2-13(a)は $\Omega = 0.01$ と固定し、 $N_F$ の大きさを0.1, 0.4, 0.8, 1.0と変化させた際の周波数応答線図を、図2-13(b)は $N_F$ を1.0に固定し、 $\Omega$ の値を0.1, 0.05, 0.01, 0.0005に変化させた際の周波数応答線図を示す。

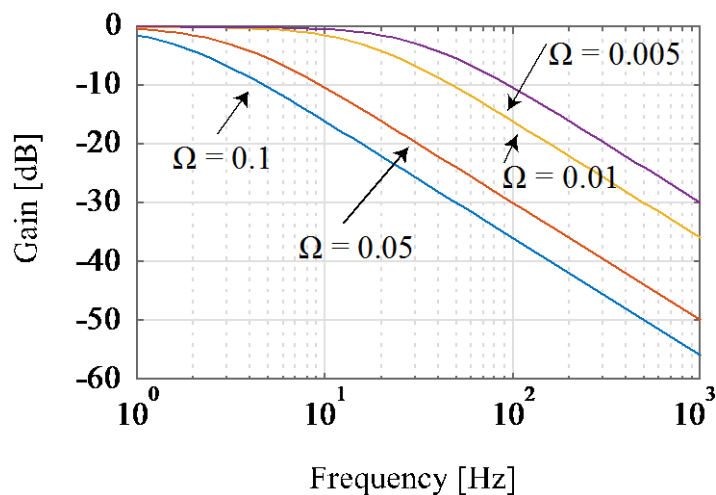
図2-13(b)より、 $N_F$ を変化させてもカットオフの周波数に変化はないことがわかり、10Hzよりも高周波数の波にたいしては、高周波になるほどゲインが小さくなる一方で、10Hzよりも低周波数の波では、ゲインが一定になることから、低周波数の波のみを通過させるローパス特性を持ち合わせていることが確認される。一方では、 $N_F$ が小さくなるほど、低周波数の波に対してもゲインが小さくなることがわかる。従って、分子項 $NF$ の調節は、制御に用いる等価入力外乱の振幅に影響をし、単に制御に用いる等価入力外乱の

大きさが大きすぎる場合は、分子を調節することにより、調節が可能になることが分かる。

一方で、 $\Omega$  はカットオフの周波数に影響をすることからいずれの  $\Omega$  の際でも、低周波の波に対して、ゲインは 0(dB)、即ち 1 倍となることが分かる。しかし、 $\Omega$  の値が大きくなるほど、より高周波数の波でも低減されないようなフィルターを作ることが分かる。したがって、 $\Omega$  の調節は、制御入力の周波数を選定するものとなり、低周波のみを対象として制御を行いたい場合は、 $\Omega$  の値を出来るだけ小さくし、より高周波の応答も抑えたい場合は、 $\Omega$  の値をより大きくすることで調節が可能になることが分かる。



(a)  $N_F$ ごとの周波数応答図



(b)  $\Omega$  の値を変化

図 2-13. ローパスフィルターのゲイン

#### 2.5.4 各層の最大応答比較

本論文では、以下の表 2-2 に示す重み関数を使用して、オブザーバゲインとコントローラゲイン、さらにローパスフィルターを設計した。コントローラゲインの設計には、Art Hachinohe 波が入力した際の免震層の最大相対変位が 55cm 以内になるように設計

を行った。これは、文献[2-13]より、高層建築物の免震層に用いるクリアランスの平均がおおよそ 55cm 程度であり、最大で 70cm 程度であることから判断したものである。

2.5.4 章では、等価入力外乱手法を用いた制御系と、等価入力外乱を用いてない（即ち、通常の LQR による状態フィードバック制御のみ）の比較を行った。1 章で示した建築物モデルと地震波を用いて、表 2-2 で示した重み関数を用いて設計したオブザーバゲイン、コントローラゲインとローパスフィルターを用いて解析を行った。本章では、制御なし (NC) と図 2-4 で示す等価入力外乱を含む制御系 (with EID) と図 2-5 で示す状態フィードバック制御系 (w/o EID) の 3 つの制御系の比較を行った。なお、ローパスフィルターの違いによる制御性能を見るため、等価入力外乱手法を用いた制御系についてはローパスフィルターを 2 種類用意し、それぞれ with EID と with EID2 とした。

表 2-2. オブザーバとコントローラに使用した重み

		$T_u = 6.0 \text{ s}$	$T_u = 8.0 \text{ s}$
オブザーバゲイン	$Q_d$	$3 \times I$	$3 \times I$
	$R_d$	$10 \times I$	$10 \times I$
コントローラゲイン	$Q$	$I$	$I$
	$R$	$10^{-9.6}$	$10^{-9.3}$
ローパスフィルター (with EID)	$\Omega$	0.01	
	$N_F$	0.9	
ローパスフィルター (with EID2)	$\Omega$	0.1	
	$N_F$	0.9	

以下図 2-14~2-17 は免震周期が 6.0 s ( $T_0 = 6.0 \text{ s}$ ) のモデルの応答解析を示し、図 2-18~2-21 は免震周期が 8.0 s ( $T_0 = 8.0 \text{ s}$ ) のモデルの応答解析を示した。図中において、(a) は各層の最大相対変位を示し、(b) は各層の最大絶対加速度を示し、(c) は各層の最大層間変形角を示し、(d) は各層の最大層せん断力係数を示す。また、各図中において、0 は免震層を示し、g は地表面を表す。

また、各層の最大応答値の詳細なデータは付録 2C に示した。

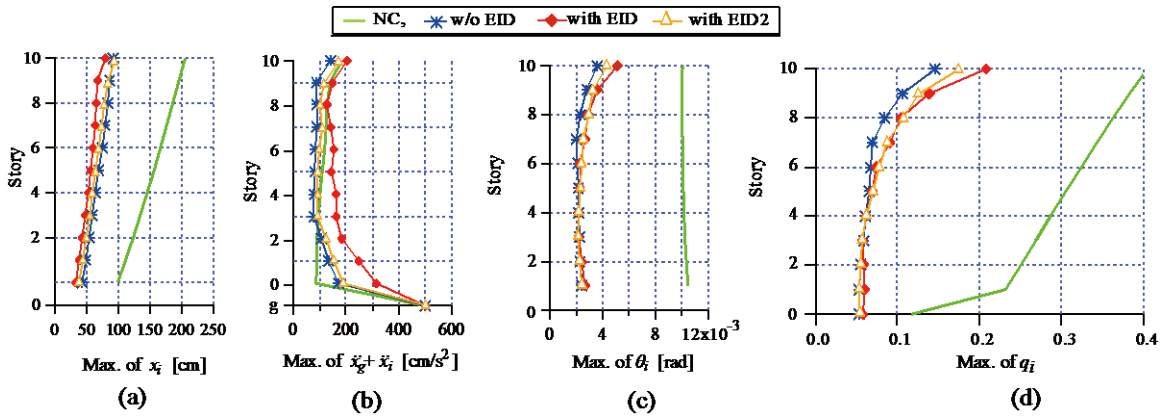


図 2-14. Art Hachinohe 波入力時の各層の応答 ( $T_0=6.0$  s)

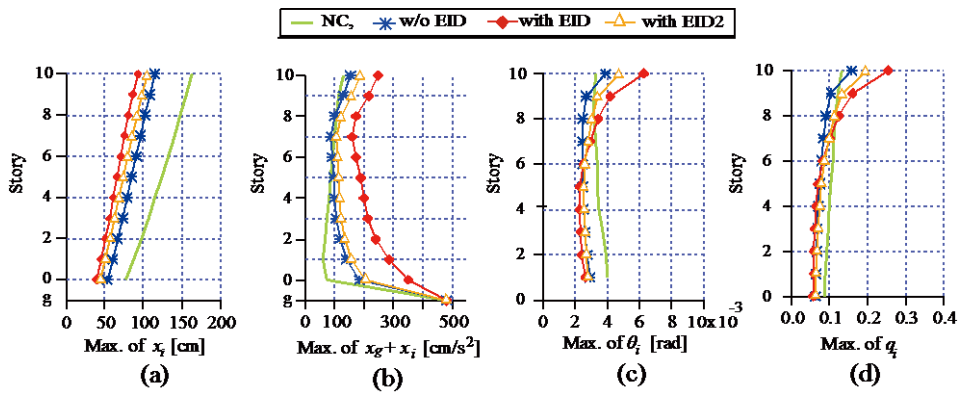


図 2-15. Art Kobe 波入力時の各層の応答 ( $T_0=6.0$  s)

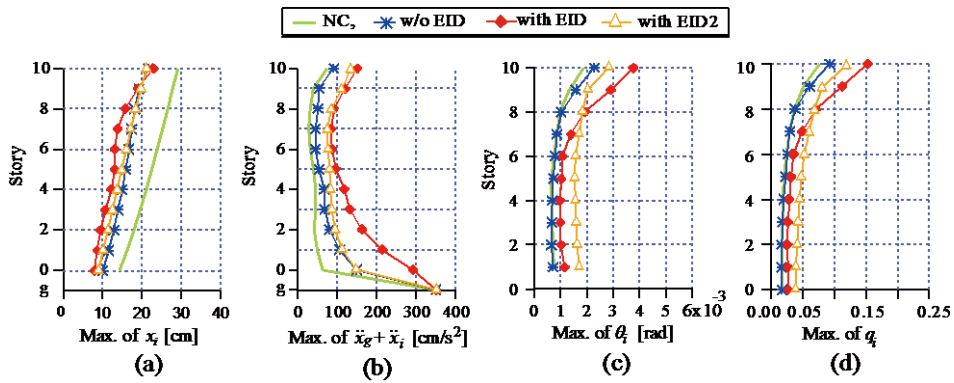


図 2-16. El Centro 波入力時の各層の応答 ( $T_0=6.0$  s)

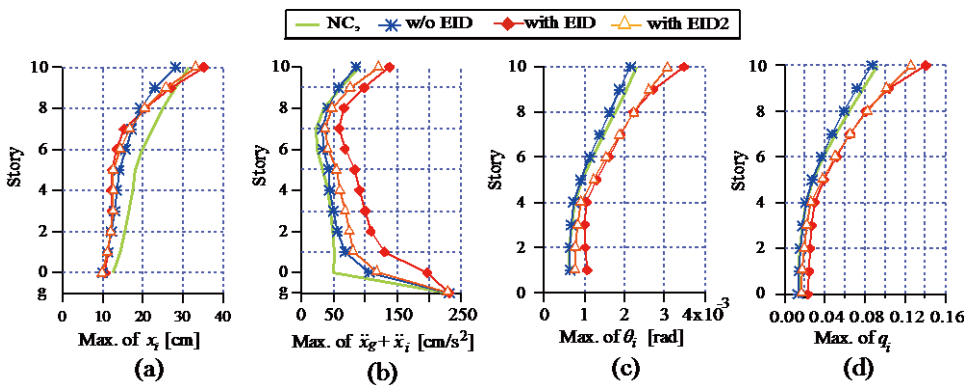


図 2-17. Tokachi 波入力時の各層の応答 ( $T_0=6.0$  s)

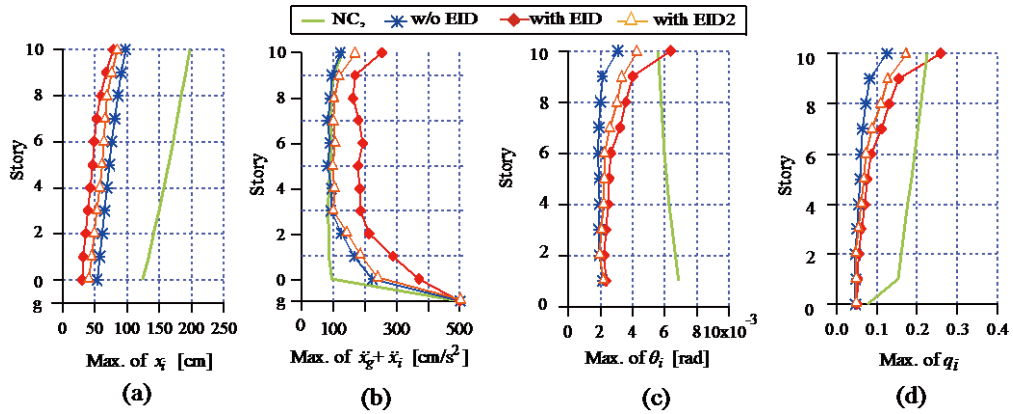


図 2-18. Art Hachinohe 波入力時の各層の応答 ( $T_0=8.0$  s)

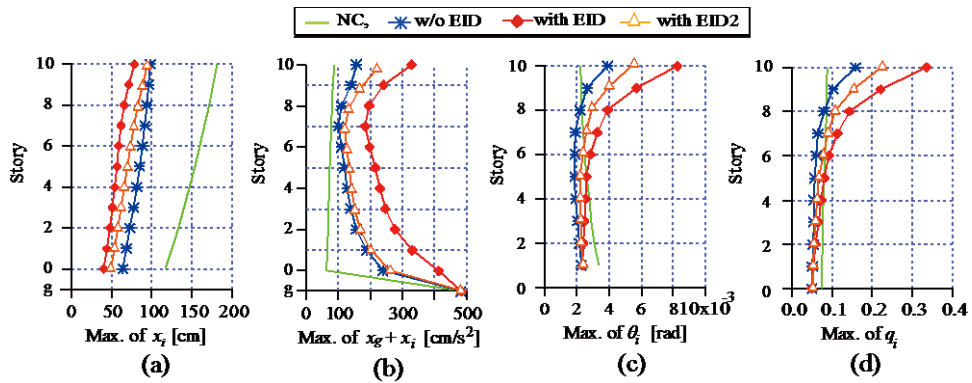


図 2-19. Art Kobe 波入力時の各層の応答 ( $T_0=8.0$  s)

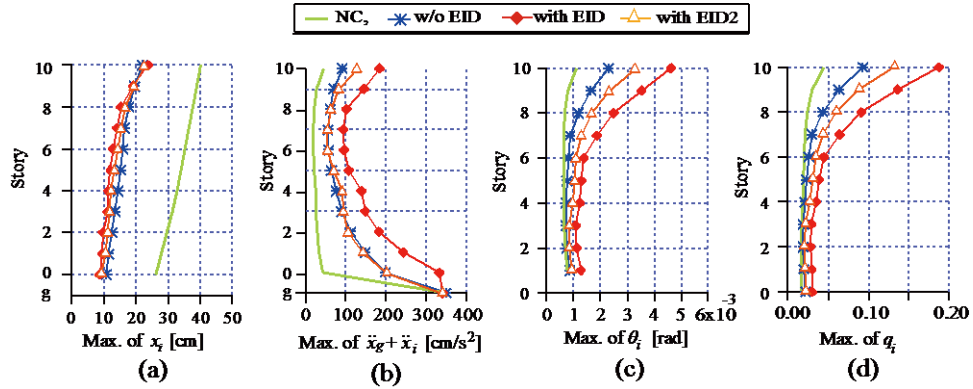


図 2-20. El Centro 波入力時の各層の応答 ( $T_0=8.0$  s)

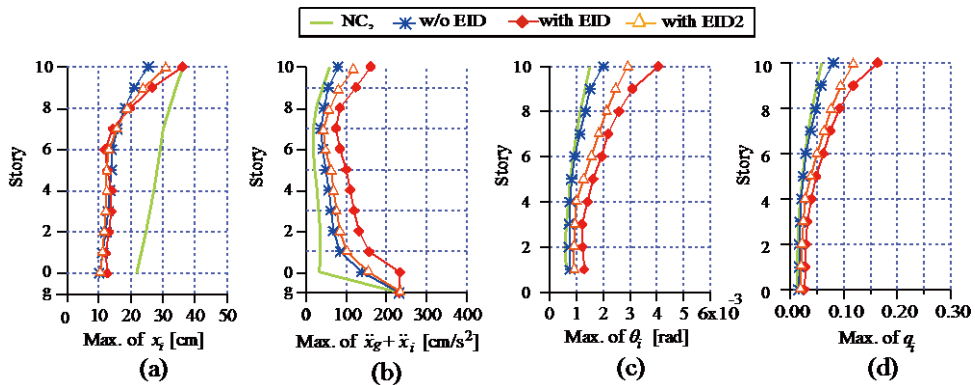


図 2-21. Tokachi 波入力時の各層の応答 ( $T_0=8.0$  s)

表 2-3. 各地震波に対する最大制御地力 ( $T_0=8.0s$ )

	$u(t)$ [N] ( $\times 10^7$ )		
	w/o EID	with EID	with EID2
Art Hachinohe	1.91	3.44	2.25
Art Kobe	2.1	3.95	2.73
El Centro	1.19	2.03	1.37
Tokachi	1.08	2.06	1.34

表 2-4. 各地震波に対する最大制御地力 ( $T_0=8.0s$ )

	$u(t)$ [N] ( $\times 10^7$ )		
	w/o EID	with EID	with EID2
Art Hachinohe	1.30	2.71	1.78
Art Kobe	1.44	3.35	2.08
El Centro	0.68	1.60	0.85
Tokachi	0.65	1.63	0.92

フィードバックバックコントローラを取り付けることにより、相対変位に対する制御性能は本研究で用いた地震波が入力した際は NC と比較して高くなり、特にレベル 2 に相当する Art Hachinohe 波や Art Kobe 波が入力した際でも、免震層の相対変位を 50cm 程度に抑えることが可能であることが分かり、アクティブ制御を用いることで、超高層建築物免震の実現化の可能性が示された。一方で、絶対加速度、層間変形角や層せん断力係数については、NC よりも各層の応答値が高くなる傾向にあり、絶対加速度については、NC よりも高くなり、特に、制御装置が設置してある免震層に近い層では、絶対加速度の応答は非常に大きくなることがわかる。また、層間変形角は、アクティブ制御装置が設置されている免震層付近では、層間変形角の応答が小さく、特に Art Hachinohe 波と Art Kobe 波において確認される。しかし、アクティブ制御装置から離れた場所にある上層部では、応答が大きくなり、Art Hachinohe 波以外では、頂部での応答が大きくなることが分かる。いずれの地震波でも状態フィードバックコントローラを用いることにより、相対変位の最大値を抑えることが可能であり、目標のクリアランス内に収められることが可能であることが分かる。しかし、絶対加速度や層間変形角については、NC よりも応答が大きくなり、特に、絶対加速度では、制御入力があることからアクティブ制御装置から近い下層部での応答が大きくなり、層間変形角では、その逆の傾向であり、制御入力がある免震層付近では小さくなるものの、頂部での応答が大きくなる傾向にあることがわかった。

相対変位・速度を抑える等価入力外乱を用いた場合でも、状態フィードバックコントローラと同様の傾向にあり、絶対加速度や層間変形角の応答が非常に大きくなることが分かる。しかし、各層の相対変位は LQR よりもさらに低減されており、特に、免震周期  $T_0=8.0s$  の建築物モデルでは、LQR と等価入力外乱を用いた制御系での最大変位に差があり、Art Hachinohe, Art Kobe 波に対しては免震層の最大応答変位を 40% 低減できていることが分かる。その一方で、制御入力に関しては LQR よりも大きくなる。

また、ローパスフィルターを調節することにより、制御入力の状態フィードバックコントローラと同程度にしたまま、さらに相対変位を下げる制御系が設計できることも明らかになった。

さらに、最大制御入力の大きさを比較すると with EID2 は最大制御力の大きさが w/o EID と比較して 10%程度増加するだけで、相対変位に対する制御性能を高めることが出来ることが分かった。

以上のように、等価入力外乱を用いた制御系では、制御入力の大きさが大きすぎる際はローパスフィルターを再設計することにより、制御入力を抑えつつ、従来の状態フィードバックコントローラと同程度の制御系を構築できることが明らかになった。しかし、本章で用いた制御系には下記の問題がある

- 1) 状態フィードバックコントローラの設計に用いた評価関数は相対変位・速度を抑えているものであり、絶対加速度や層間変位については一切考慮されていない
- 2) また、推定した等価入力外乱の波形も、相対変位・速度を評価し、抑えるものであることから、これを用いることで相対変位を抑えることはできても、層間変位や絶対加速度については、w/o EID よりもやや応答を大きくさせることから、建築物のアクティブ制御に用いるにはさらなる工夫が必要である。
- 3) ローパスフィルターを用いることで制御入力の大きさが可能であることを示したのだが、設計パラメータが制御性能に与える影響は現状では不明である。

本論文では、現状で用いられている等価入力外乱手法に対して、上記3点に着目をし、次章より、これらを解決する新しい等価入力外乱手法の提案を行う。

## 2.6. まとめ

本章では、等価入力外乱の定義と計算方法、また、それを用いた制御系を示した。また、数値例では 10 自由度のせん断型モデルを用いて相対変位、層間変形角、絶対加速度への制御性能について LQR によって設計された状態フィードバック制御との比較を行った。

等価入力外乱手法は制御入力チャンネルにおける、オリジナルの外乱と同じ出力チャンネルにおける信号を与える信号であり、これを推定し制御に用いることにより、制御性能を向上させることが確認された。等価入力外乱手法を用いた制御系の従来の状態フィードバック制御系に対して、等価入力外乱推定器が取り付けられた制御系であり、これを取り付けることにより、従来から用いられている状態フィードバック制御の制御性能を高めることができることが可能であることが示された。本章では

- ・等価入力外乱推定手法と状態フィードバック制御 (with EID, with EID2)
- ・状態フィードバックコントローラ(w/o EID)
- ・制御なし(NC)

上記の制御系の比較を行った。また、等価入力外乱手法を用いた制御系についてはローパスフィルターのカットオフ周波数も変更し、それによる影響の比較も行った。

なお、LQR を設計するための評価関数には制御対象の変位と速度が含まれており、これらを抑えるコントローラゲインを設計している。さらに、本制御系は各層の相対変位・速

度を出力することから、これらを抑える等価入力外乱が推定され、それが制御に用いられている。

解析結果を比較すると、相対変位に関しては w/o EID と比較してよりよい制御性能が得られていることが分かる。しかし、絶対加速度の応答は w/o EID と比較して大きくなっていることがわかる。これは、相対変位と絶対加速度は一般的にトレードオフの関係にあることから、相対変位のみを考慮し、これを抑えることにより、絶対加速度の応答が大きくなったものと考えられる。さらに、w/o EID も、NC と比較して絶対加速度応答が大きくなるのが解析より示されている。また、層間変形角の大きさも、特に上層部を中心として応答が大きくなっており、等価入力外乱手法を建築物のアクティブ制御に応用するためには、現状の等価入力外乱手法をそのまま準用するのでは不十分であり、相対変位のみならず、絶対加速度や層間変位についても考慮する必要があることが明らかになった。

等価入力外乱手法を用いた制御系は状態フィードバック制御と等価入力外乱推定器から構成される制御系である。3章では特に絶対加速度や層間変位の応答を考慮し、これを抑える新しい LQR である AD-LQR の提案を行い、4章では、絶対加速度と層間変位を抑える新しい等価入力外乱の推定方法を提案する。

## 参考文献

- [2-1] 日本免震構造協会：免震建物の最近の動向  
(<http://www.jssi.or.jp/menshin/doc/keizoku2.pdf>) 最終アクセス日：2018年12月25日)
- [2-2] Spencer Jr BF, Nagarajaiah S. State of the Art of Structural control, ASCE Structural Engineering 2007; 129:845-856.
- [2-3] Guclu R. Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. Math Comput Model, Mathematical and Computer Modeling. Vol. 44 (1-2), pp. 210-217, 2006. 7
- [2-4] Mechbal N, Nóbrega EGO. Spatial  $H_{\infty}$  approach to damage-tolerant active control. Struct Control Health Monitoring Vol. 22, pp. 1148-1172, 2015. 9
- [2-5] Mei G, Kareem A, Kantor JC. Model predictive control of structures under earthquakes using acceleration feedback. J Engineering Mechanics Vol.128, pp. 574-585. 2002. 5
- [2-6] She J, Sekiya K, Wu M, Lei Q. Active structural control with input dead zone based on equivalent-input-disturbance approach. In: Proc of 36th annual conference on IEEE industrial electronics society (IECON 2010). p. 47-52. 2010. 11
- [2-7] 余錦華, 忻欣, 山浦富雄, 等価入力外乱手法に基づく二連台車の位置決め制御, 日本機械学会論文集(C編), 75巻, 760号, pp. 204-210, 2009年
- [2-8] Jin-Hua She, Xin Xin, Yasuhiro Ohyama, Min Wu, Hiroyuki Kobayashi, Vehicle steering control based on estimation of equivalent input disturbance, The 16th IFAC world congress, 2005.
- [2-9] Min Ding ; Ryuichi Yokoyama ; Jinhua She, Current control for the grid-connected single-phase photovoltaic inverter in microgrid based on an equivalent-input-disturbance approach, IEEE, IEEMA Engineer Infinite Conference, 2018
- [2-10] She J, Sekiya K, Wu M, Lei Q. Active structural control with input dead zone based on equivalent-

input-disturbance approach. In: Proc of 36th annual conference on IEEE industrial electronics society (IECON 2010). p. 47–52. 2010. 11

[2-11] Kemin Zhou John C. Dolye and Keith Glover, Robust and optimal control, prentice hall, 1995

[2-12] 田中佑治, 福和伸夫, 飛田潤, 護雅史, 国内免震建物のデータベース構築と現状分析, 日本建築学会技術報告集, 17 卷, 35 号, 2017 年

## 付録 2A. 現代制御理論で用いるいくつかの基礎的事項

### ・制御工学で用いる「自由度」について

制御工学で用いる『自由度』は振動工学の自由度とは異なり、変数の数やモードの数のことではない。制御系には外乱など外部から入力される「外生信号」と、制御対象の状態を観測した「観測信号」の2種類がある。観測信号のみを用いて制御を行うものや、外生信号に直接働く信号を「1自由度」と定義し、外生信号に直接作用する制御部分と、さらに観測信号を用いて制御をする部分からなる制御系を「2自由度」の制御系と呼ぶ。そのため、2自由度が制御工学で用いられる自由度の限界の数値である。

### ・「可制御」の説明

「可制御」の制御理論的な説明は式 2B-1 で表される。

ある任意の時間に任意の状態にする入力チャンネル  $B$  における信号が存在することを意味している。なお、周波数領域においては、固有値を任意の位置に配置できることを表している。等価入力外乱の存在定理はこの可制御性によって保障されており、即ち、出力における外乱と同じ影響を与える制御入力チャンネルにおけるある信号が存在することを示すものである。

なお、モードによって「制御のしやすさ」が異なるのだが、これは可制御性グラム行列の固有値に影響されることが知られており機械工学ハンドブックで紹介されている[2A-1]。これを用いたアクティブ制御装置の配置方法についても検討されており、文献[2A-2]があげられる。

[2A-1] 日本機械学会，機械工学便覧合本  $\beta$  デザイン編，日本機械学会書籍，2008 年

[2A-2] 阿部 直人，山口 大輔，制振力の制約条件下における周波数に基づく二層構造物のアクティブ制振制御，日本機械学会論文集 C 編，74 巻，738 号，pp.269-277，2008 年

## 付録 2B. オブザーバゲインの役割

状態フィードバック制御は制御対象の状態を観測し，その観測結果をもとにして制御入力を与える方式である。しかし，センサーの数や種類が限られ，所望する状態が得られないことがあり，この場合はオブザーバによる状態推定を必要とする。オブザーバゲインの物理的な役割を以下に説明する。

下記の式(2-1B)と式(2-2B)で表されるシステムについて考えてみる。

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (2-1B)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{z}(t) \end{cases} \quad (2-2B)$$

式(2-1B)から式(2-2B)を引いた式が式(2-3B)により表される。

$$\begin{cases} \Delta \dot{z}(t) = A \Delta z(t) \\ \Delta y(t) = C \Delta z(t) \end{cases} \quad (2-3B)$$

ここで、

$$\begin{cases} \Delta z(t) = \hat{z}(t) - z(t) \\ \Delta y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \end{cases} \quad (2-4B)$$

であり、 $\Delta z(t)$ は推定誤差、 $\Delta y(t)$ は観測誤差を示す。これら観測誤差や推定誤差を出来るだけ早く 0 に収めることで、精度よく状態推定をすることが可能になる。ここで式(2-3B)の式について式(2-5B)を満たすモード座標  $\xi(t)$ 系への変換行列  $V$ が存在する。

$$\xi(t) = V \Delta z(t) \quad (2-5B)$$

このとき式(2-4B)の状態方程式は下記の式(2-6B)になる。

$$\Delta \dot{\xi}(t) = V A V^{-T} \Delta q(t) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (2-6B)$$

$\lambda_i$ はシステム行列  $A$ の  $i$ 次数モードに対する固有値を示す。 $i$ 次モードに対する微分方程式は

$$\dot{q}_i(t) = \lambda_i q_i(t) \quad (2-7B)$$

により表され、この微分方程式の解は

$$q_i(t) = \exp(-\lambda_i t) \quad (2-8B)$$

により与えられる。即ち、観測誤差が収束する速さはシステム行列  $A$ の固有値に依存することが直ちにわかる。ここで、式(2-2B)オブザーバゲイン  $L_p$ を持つときは以下の式(2-9B)で与えられるシステムになる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = A \hat{z}(t) + B u(t) + L_p C \Delta z(t) \\ \hat{y}(t) = C \hat{z}(t) \end{cases} \quad (2-9B)$$

このとき、式(2-2B)から式(2-9B)を差し引くことで式(2-10B)が与えられる

$$\begin{cases} \Delta \dot{z}(t) = (A + L_p C) \Delta z(t) \\ \Delta y(t) = C \Delta z(t) \end{cases} \quad (2-10B)$$

により与えられる。式(2-3B)と比較するとオブザーバゲイン  $L_p$ が取り付けられることはシステム行列  $A$ に該当する固有値を改善することを表し、推定誤差が収束速さを改善することを示している。

## 付録 2C. 各層の最大応答値

付録 2C では、各層の最大応答値の詳細なデータを示す。

表 2C-1. Art Hachinohe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	98.4	111.2	123.3	134.8	145.8	156.3	166.5	176.4	186.0	195.6	205.3
	LQR	43.9	49.5	55.0	60.2	65.5	70.8	76.0	80.8	84.8	88.5	94.4
	EID	32.3	37.2	42.4	47.4	52.2	56.4	59.9	63.3	65.1	67.4	79.5
	EID2	37.0	42.8	48.3	53.4	58.1	63.2	68.0	72.3	76.2	82.2	92.7
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	88.2	88.6	90.6	95.3	102.8	111.2	119.0	124.6	128.4	138.7	182.8
	LQR	163.3	129.4	104.6	77.6	78.5	82.2	84.2	90.0	87.8	91.7	147.0
	EID	316.7	248.6	184.0	164.1	162.7	144.1	155.1	143.2	127.0	149.7	204.0
	EID2	188.1	152.3	122.7	88.8	91.2	90.7	97.0	107.3	99.3	112.9	171.1
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC		5.10	4.80	4.60	4.40	4.20	4.10	4.00	3.90	4.10	4.60
	LQR		2.43	2.32	2.26	2.19	2.17	2.09	2.11	2.42	2.89	3.71
	EID		2.65	2.40	2.18	2.17	2.17	2.27	2.65	2.87	3.61	5.14
	EID2		2.41	2.25	2.15	2.18	2.18	2.41	2.53	2.95	3.26	4.31
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	11.07	11.33	11.72	12.08	12.42	12.75	13.12	13.61	14.32	15.83	0.187
	LQR	5.37	5.41	5.61	5.94	6.19	6.56	6.73	7.23	8.78	11.07	0.150
	EID	5.83	5.95	5.85	5.74	6.14	6.88	7.36	9.13	10.46	13.86	0.208
	EID2	5.37	5.36	5.46	5.64	6.15	7.03	7.77	8.68	10.73	12.52	0.175

表 2C-2. Art Kobe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	77.7	87.8	97.4	106.6	115.5	124.0	132.4	140.5	148.5	156.2	163.9
	LQR	54.1	61.0	67.5	73.9	80.0	85.8	91.5	97.3	103.3	109.5	115.8
	EID	39.6	45.2	50.9	56.3	61.2	65.8	70.5	75.5	80.8	86.6	93.2
	EID2	45.1	51.5	57.6	63.3	69.1	74.9	80.6	86.4	92.7	99.2	106.2
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	71.4	60.3	66.4	72.9	79.7	85.4	91.2	99.8	106.3	114.3	130.4
	LQR	173.7	131.3	110.2	99.3	94.5	91.6	87.4	84.8	97.4	126.7	153.7
	EID	351.1	284.8	239.4	213.3	199.9	187.7	171.6	159.0	172.9	214.5	248.5
	EID2	205.3	157.3	134.1	122.0	117.2	114.2	109.3	105.9	120.7	155.2	187.1
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC		4.00	3.90	3.70	3.50	3.40	3.40	3.30	3.20	3.20	3.30
	LQR		2.95	2.77	2.61	2.55	2.50	2.47	2.46	2.50	2.73	3.87
	EID		2.63	2.41	2.33	2.28	2.29	2.51	2.94	3.42	4.18	6.26
	EID2		2.81	2.69	2.62	2.57	2.53	2.60	2.82	3.01	3.38	4.71
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	8.7	9.0	9.3	9.6	10.0	10.4	10.8	11.2	11.6	12.1	13.3
	LQR	6.4	6.5	6.7	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	9.1	10.5	15.7
	EID	5.8	5.9	5.9	6.1	6.4	6.9	8.1	10.1	12.5	16.1	25.4
	EID2	6.1	6.2	6.5	6.9	7.2	7.6	8.4	9.7	10.9	13.0	19.1

表 2C-3. El Centro 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	14.4	16.3	18.0	19.6	21.1	22.6	24.0	25.4	26.7	27.9	29.3
	LQR	10.1	11.6	12.9	14.0	15.1	16.1	17.0	17.8	18.7	20.0	21.9
	EID	8.1	8.7	9.7	10.8	12.4	13.1	13.2	13.9	15.9	19.1	23.0
	EID2	9.3	10.8	11.9	12.9	13.8	14.6	15.5	16.4	17.5	19.9	22.8
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	62.9	49.0	42.1	45.9	45.3	38.7	31.2	27.4	32.2	38.4	74.8
	LQR	138.8	98.1	73.6	66.9	66.4	53.6	41.9	42.0	48.9	53.7	93.6
	EID	291.5	212.8	162.1	131.0	117.8	95.8	86.0	84.0	91.1	119.8	149.8
	EID2	157.4	108.5	81.4	84.0	82.7	66.4	50.8	50.3	55.9	70.4	121.1
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC		0.74	0.71	0.68	0.65	0.66	0.75	0.85	0.99	1.32	1.88
	LQR		0.68	0.64	0.66	0.68	0.75	0.79	0.87	1.06	1.63	2.35
	EID		1.15	1.02	0.99	1.00	1.03	1.08	1.40	1.93	2.91	3.77
	EID2		0.79	0.73	0.75	0.83	0.93	0.97	1.11	1.42	2.15	3.05
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	1.63	1.65	1.71	1.78	1.84	1.99	2.42	2.92	3.60	5.06	7.63
	LQR	1.61	1.57	1.57	1.73	1.94	2.28	2.58	3.01	3.85	6.26	9.55
	EID	2.69	2.67	2.53	2.64	2.85	3.14	3.53	4.83	7.05	11.23	15.29
	EID2	1.81	1.77	1.78	1.98	2.35	2.82	3.14	3.82	5.16	8.27	12.36

表 2C-4. Tokachi 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x$ [cm]	NC	12.6	14.1	15.5	16.5	17.3	19.8	22.2	24.9	27.9	31.2
	LQR	10.6	11.9	12.9	13.6	14.1	15.5	17.3	19.7	23.8	29.6
	EID	10.5	11.1	11.9	12.2	12.1	13.3	15.2	20.3	26.7	35.0
	EID2	9.7	11.0	11.9	12.4	12.5	14.2	16.5	20.3	25.6	33.0
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	50.7	51.2	49.0	45.9	41.2	33.6	23.0	35.4	63.0	91.1
	LQR	100.1	66.2	57.0	52.2	46.9	44.3	34.2	40.7	64.3	95.1
	EID	196.8	130.6	108.9	99.4	90.7	83.2	68.4	59.4	66.7	98.4
	EID2	118.4	81.5	75.8	69.1	60.9	55.2	41.8	37.6	48.2	76.9
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC		0.63	0.61	0.69	0.76	0.95	1.21	1.77	2.05	2.30
	LQR		0.63	0.63	0.68	0.77	1.00	1.25	1.81	2.09	2.40
	EID		1.07	1.02	1.02	1.05	1.30	1.61	1.90	2.23	2.71
	EID2		0.77	0.78	0.83	0.92	1.23	1.54	1.87	2.23	2.61
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	1.44	1.41	1.49	1.80	2.15	2.88	5.10	6.43	7.86	9.29
	LQR	1.43	1.43	1.55	1.79	2.19	3.03	4.03	6.59	8.03	9.71
	EID	2.27	2.46	2.53	2.71	3.00	3.94	5.21	6.54	8.10	10.41
	EID2	1.67	1.74	1.91	2.20	2.60	3.74	4.97	6.43	8.12	10.01

表 2C-5. Art Hachinohe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	123.9	132.8	141.2	149.2	156.8	164.1	171.0	177.6	184.0	190.4	197.3
	LQR	51.2	55.2	58.8	62.3	66.1	70.0	73.7	78.6	84.2	90.2	97.7
	EID	30.2	32.0	35.5	39.3	42.9	46.1	48.4	52.9	59.4	67.1	78.0
	EID2	39.9	44.4	48.6	52.9	56.9	60.4	63.3	65.4	68.5	75.3	84.0
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	95.8	87.4	85.5	84.1	85.9	90.7	93.3	92.8	89.8	101.6	128.7
	LQR	218.5	165.3	126.0	89.5	91.9	83.7	90.3	84.3	90.4	96.1	134.0
	EID	372.5	289.7	212.9	186.4	184.0	179.1	192.8	180.0	162.2	169.9	253.5
	EID2	240.8	187.0	144.7	101.6	105.5	99.1	107.6	101.9	104.4	119.6	169.4
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC		3.60	3.40	3.20	3.10	2.90	2.80	2.80	2.90	3.10	3.30
	LQR		2.07	1.90	1.97	2.03	2.02	2.02	2.07	2.24	2.43	3.37
	EID		2.34	2.26	2.35	2.51	2.54	2.64	3.23	3.60	4.02	6.35
	EID2		2.18	1.96	2.07	2.19	2.24	2.25	2.58	3.05	3.32	4.27
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	7.84	7.97	8.25	8.48	8.66	8.84	9.13	9.71	10.58	11.74	13.13
	LQR	4.54	4.64	4.63	5.16	5.74	6.19	6.52	7.09	8.17	9.32	13.67
	EID	5.05	5.30	5.56	6.17	7.10	7.69	8.56	11.15	13.09	15.44	25.87
	EID2	4.85	4.87	4.77	5.43	6.18	6.80	7.28	8.88	11.09	12.75	17.29

表 2C-6. Art Kobe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	116.6	125.0	132.9	140.2	147.1	153.6	159.7	165.6	171.1	176.4	181.4
	LQR	63.0	67.5	72.3	76.6	80.5	84.0	87.3	90.3	92.7	94.8	97.4
	EID	39.7	44.1	47.6	50.7	53.4	56.5	59.0	61.6	65.8	70.9	78.0
	EID2	49.1	54.1	58.7	62.7	66.5	70.7	74.6	78.7	83.7	89.3	95.4
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	64.5	66.3	67.7	69.5	72.8	74.4	75.7	77.4	80.4	83.2	86.9
	LQR	231.7	179.6	149.2	132.0	123.1	115.8	106.7	99.5	109.1	137.9	166.7
	EID	412.2	330.1	276.6	246.2	230.5	216.4	197.2	183.9	195.8	241.0	327.9
	EID2	262.0	202.4	169.5	151.5	142.8	136.1	127.1	119.8	132.3	167.4	221.3
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	3.40	3.40	3.10	2.90	2.80	2.60	2.50	2.40	2.30	2.30	2.20
	LQR	2.28	2.28	2.15	2.03	1.92	1.92	1.92	1.98	2.28	2.91	4.20
	EID	2.38	2.38	2.40	2.47	2.54	2.62	2.84	3.27	3.92	5.74	8.26
	EID2	2.40	2.40	2.25	2.23	2.22	2.22	2.39	2.61	2.96	4.01	5.58
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	7.38	7.47	7.59	7.70	7.81	7.99	8.17	8.33	8.49	8.64	8.86
	LQR	4.92	5.08	5.22	5.32	5.43	5.80	6.20	6.78	8.30	11.19	17.01
	EID	4.86	5.35	5.89	6.56	7.23	7.98	9.20	11.28	14.28	22.07	33.46
	EID2	5.21	5.34	5.44	5.84	6.26	6.72	7.73	8.96	10.79	15.39	22.58

表 2C-7. Art El Centro 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	26.1	28.0	29.7	31.3	32.7	34.0	35.3	36.5	37.7	38.9	40.2
	LQR	10.2	11.0	12.0	13.0	13.9	14.7	15.4	16.1	17.7	19.7	22.3
	EID	8.8	9.4	9.7	11.1	11.4	12.0	13.0	14.1	15.4	19.1	23.8
	EID2	9.4	10.6	11.4	11.9	12.4	13.4	14.5	15.5	16.9	19.5	22.8
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	43.6	33.6	29.2	26.1	25.8	21.8	19.3	19.2	22.3	27.0	44.0
	LQR	189.1	138.5	103.8	83.3	78.1	60.7	54.5	53.5	59.4	70.8	100.7
	EID	333.5	242.0	183.2	148.3	139.3	107.1	95.9	93.7	101.7	145.4	184.0
	EID2	204.2	145.9	109.1	97.1	94.1	73.1	58.3	58.0	65.9	85.0	129.4
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	0.75	0.75	0.69	0.65	0.63	0.63	0.63	0.63	0.67	0.79	1.11
	LQR	0.81	0.81	0.72	0.71	0.73	0.78	0.83	0.96	1.30	1.80	2.53
	EID	1.27	1.27	1.12	1.08	1.23	1.28	1.38	1.86	2.49	3.53	4.64
	EID2	0.91	0.91	0.82	0.82	0.94	1.02	1.06	1.27	1.65	2.29	3.26
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	1.66	1.66	1.66	1.70	1.78	1.89	2.02	2.15	2.43	3.03	4.49
	LQR	2.02	1.90	1.79	1.88	2.07	2.38	2.70	3.29	4.73	6.95	10.27
	EID	3.01	2.97	2.78	2.89	3.49	3.89	4.49	6.40	9.10	13.63	18.78
	EID2	2.20	2.10	2.03	2.17	2.66	3.10	3.43	4.35	6.03	8.83	13.21

表 2C-8. Tokachi 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x$ [cm]	NC	21.8	23.3	24.8	26.1	27.2	29.1	30.3	32.0	34.0	36.3
	LQR	11.3	12.1	13.0	13.7	14.2	14.3	14.3	16.1	18.7	22.4
	EID	12.7	12.4	13.2	14.1	14.1	12.0	12.0	14.5	19.9	26.8
	EID2	10.5	11.2	11.7	12.3	12.6	13.3	13.3	15.7	18.9	23.8
$x + x_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	33.5	35.3	34.4	31.0	26.2	18.3	18.3	26.2	41.3	58.8
	LQR	135.1	85.7	70.2	63.3	57.4	42.2	42.2	44.3	60.1	88.9
	EID	233.4	156.1	131.1	120.0	109.9	84.2	84.2	74.2	84.3	124.3
	EID2	152.1	100.3	83.0	74.4	66.9	48.5	48.5	42.7	55.6	78.9
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	0.63	0.63	0.60	0.62	0.70	0.87	0.77	1.01	1.15	1.49
	LQR	0.76	0.76	0.73	0.74	0.79	1.14	0.92	1.37	1.63	2.24
	EID	1.28	1.28	1.22	1.21	1.41	1.93	1.61	2.19	2.58	4.04
	EID2	0.92	0.92	0.90	0.94	1.00	1.56	1.26	1.84	2.13	2.92
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	1.39	1.40	1.45	1.64	1.97	2.82	2.33	3.45	4.17	6.00
	LQR	1.62	1.74	1.80	1.97	2.24	3.70	2.79	4.69	5.93	9.07
	EID	2.71	2.92	3.01	3.22	4.01	6.25	4.90	7.51	9.38	16.36
	EID2	1.95	2.10	2.22	2.48	2.83	5.05	3.83	6.31	7.73	11.83

## 3章 絶対加速度，層間変位・速度を制御する最適制御

### 3.1 はじめに

#### 3.1.1 背景

Linear quadratic regulator (LQR, 最適制御や最適レギュレータとも)はコントローラゲインの設計法で最も用いられている方法であり，制御したい状態のベクトルの2乗値，制御入力 $u$ の2乗値，さらに半正定な重み関数より構成される評価関数値を最小化するようにコントローラゲインを設計する方法である。建築物のアクティブ制御のコントローラゲインの設計に非常に適した方法の1つであり，その理由として下記の2つが主な理由として挙げられる。

- 1) LQRによって設計されたコントローラをもつ制御系は非常にロバストである。
- 2) 評価関数中の重み関数は応答値を評価しているため，抑えたい応答に対して重み付けをしてコントローラを設計することができる。

1)について，1入力多出力の場合ではゲイン余裕が無限となる特性がある[3-1]。アクティブ制御には制御対象の正確な固有値や減衰定数の情報を必要とするが，建築物のこれらの値を正確に把握するのは困難であることから，推定した固有周期や減衰係数の値と真の値が異なる場合においても，発散する危険性が少ないLQRは建築物のアクティブ制御の設計に適している。

また，コントローラを設計する際に，応答を評価しながら設計できる点も利点の1つである。LQRの評価関数は低減させたい応答と，それに対する重み関数から構成されることから，応答値に注目をした重みの値を調整することができ，建築物のアクティブ制御には特に適した方法である。

建築物のアクティブ制御に用いられるLQRは機械制御に用いられるものを準用したものが多く，建築物の相対変位や相対速度を抑える評価関数を用いるものが殆どである(例えば[3-2]~[3-4])。しかし，建築物の振動制御において重要なので相対変位のみならず絶対加速度，層間変位である。一般的に「変位」と「加速度」はトレード・オフの関係にあることから，どちらかのみを評価し，抑えるように設計された制御系は，含まれていない方の応答が高くなる危険性がある。両者を抑えるためには層間変位や絶対加速度を評価関数に含める必要がある。層間変位を抑えることは建築物の損傷を抑制し，絶対加速度を抑えることは層せん断力を低減させ，建築物を地震から守ることのみならず，家具の転倒を防止し，内部の利用者を守る役割がある。さらに，層間変位をより効率的に抑えるためには層間速度を含めることも望ましい。これは文献[3-5]より，相対変位を考慮することは，制御系全体の等価剛性を高める役割があり，相対速度を考慮することは，制御系全体の等価減衰係数を高める役割があるからである。

建築物の応答制御に適するように絶対加速度 ([3-6], [3-7]) や層間変位([3-8])を含める制御系も提案されているが，どちらか一方のみを含むものが殆どである。文献[3-9]では両者を含める評価関数を用いているが，層間速度を含めることで，制御系全体の減衰係数を

高めることが可能である。また、文献[3-9]では層間変位と絶対加速度の重み関数の選択方法についての考察が行われていないことから、実際に重み関数を選択するときの選択方法が不明確であり、また、絶対加速度や層間変位を評価関数に含めることで、制御系の動特性にどのような影響を与えるのかの検討が行われていない。

### 3.1.2 本章の目的と概要

本章では層間変位・速度と絶対加速度を含めた新しい評価関数を用いたLQRであるAD-LQR(Absolute acceleration and inter-story Drift LQR)を提案することを目的とし、1章で示した建築物モデルと地震波形を用いて、従来の相対変位・速度を評価するLQRによって設計されたコントローラをもつ制御系との比較を行った。各層の最大応答については2章と同様に、各層の最大絶対加速度、相対変位、層間変形角と層せん断力係数について着目し、これらの応答を、本章で提案をするAD-LQRと、従来のLQRで比較を行った。また、AD-LQRを用いることで、制御性能が改善されることについて、くわしい分析を行うために、各モードの減衰定数、さらに零点・極などの立場から、両者の比較を行った。

### 3.2. 相対変位と速度を評価する最適制御（従来の最適制御）

本章では、等価入力外乱についての説明を行う。せん断型モデルで表される建築物の運動方程式は式(3-1)により表される。

$$M_S \ddot{x}(t) + D_S \dot{x}(t) + K_S x(t) = -M_S \{1\} \ddot{x}_g(t) + E_u u(t) \quad (3-1)$$

ここで、 $M_S$ ：質量マトリックス、 $D_S$ ：減衰係数マトリックス、 $K_S$ ： $x(t)$ ：各層の変位から構成されるベクトル、 $\{1\}$ ： $1 \times n$  ( $n$  はモデルの自由度) で構成される 1 ベクトル、 $\ddot{x}_g(t)$ ：地動加速度、 $E_u$ ：制御入力の位置を表すマトリックス、 $u(t)$ ：制御入力を表す。

なお、式(3-1)からも分かるように、本論文では制御入力の単位は力と同様の N (ニュートン) であり、制御には力を用いている。

式(3-1)による構造物の運動方程式を以下のように表される状態方程式に変換する。なおこのとき、 $y(t) = Cz(t)$  を出力するものとする。

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + B_d d(t) \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (3-2)$$

ただし、ここで

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n \times n} \\ -M_S^{-1} K_S & -M_S^{-1} D_S \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_S^{-1} E_u \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\{1\} \end{bmatrix} \\ d(t) = \ddot{x}_g(t) \end{cases} \quad (3-3)$$

となる。ここで、 $A$ ：システムマトリックス、 $B$ ：制御入力マトリックス、 $B_d$ ：外乱入力マトリックス、 $C$ ：出力マトリックスを表す。式(3-2)をブロック線図で表したものが図 3-1 である。(各マトリックスや状態方程式の詳しい説明は 2-2 章を参照)

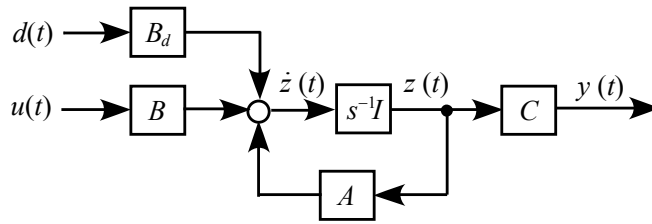


図 3-1. 式 3-2 のブロック線図

なお、3 章では状態フィードバック制御入力を取り付けられた制御系を用いるため、

$$u(t) = u_f(t) \quad (3-4)$$

である。ここで、状態フィードバック制御を用いた際の制御則は

$$u_f(t) = K_p z(t) \quad (3-5)$$

である。2 章では、全ての状態が直接観測できないことを仮定した為、 $z(t)$  の推定値である  $\hat{z}(t)$  を用いたが 3 章では、全ての状態が直接観測可能であることを仮定とする。式(3-2)と式(3-5)より、本章で扱う制御系のブロック線図を図 3-2 に示す。

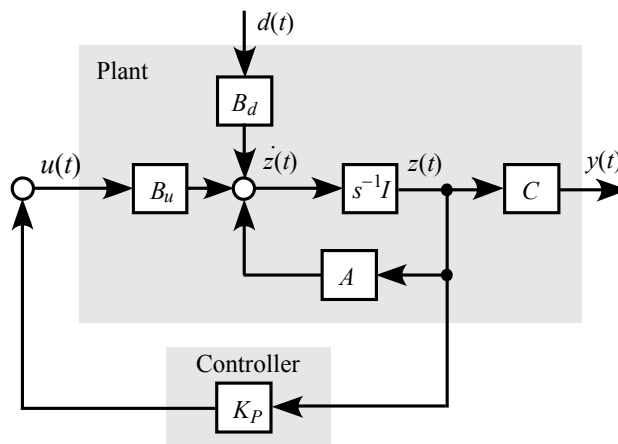


図 3-2. 制御系全体のブロック線図

ここでコントローラゲイン  $K_p$  は式(3-6)の評価関数を最小化するように設計され、式(3-7)により計算される。

$$J = \int_0^{\infty} \{z(t)Qz^T(t) + u(t)Ru^T(t)\} dt \quad (3-6)$$

$$K_p = -R^{-1}B_u^T P \quad (3-7)$$

ここで  $Q (> 0)$  は相対変位・速度の応答  $z(t)$  の重み関数であり、 $R (> 0)$  は制御入力に対する重みである。また、 $P$  は式(3-8)により与えられるリカッチ代数方程式の解である。

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3-8)$$

なお、式(3-6)の評価関数の積分範囲についての補足は付録 3A に記した。

式(3-6)の重みについて、 $Q$  の固有値を大きくすることは、対応する相対変位・速度に対する応答を抑えるコントローラゲインを設計することを表し、 $R$  を大きくすることは、対応する制御入力を抑えるコントローラゲインを設計することを表し、即ち少ない制御力を用いて制御を行うことを示す。

式(3-7)により計算されるコントローラゲインが従来の相対変位・速度を評価する評価関数により計算されるコントローラゲインである。次章では、絶対加速度と層間変位・速度を評価する評価関数を構築し、それにより与えられるコントローラゲインの計算方法を示す。

さらに、評価関数について以下の 2 つの補足を行う。

補足 1) 文献によっては、重み  $Q$  は正定( $>0$ )でなく半正定( $\geq 0$ )と記載した文献も存在する。

補足 2) 評価関数は速度や変位、そして制御に用いる力の 2 乗の値を足し合わせているため、厳密には次元は一致しない。筆者の知る限り、これについて言及した論文は無い。これについて、筆者は

- ・ 応答の大きさ「そのもの」を見ているため単位を無視している
- ・ 評価関数は評価対象の単位の逆次元を持ち合わせている

の 2 つと考えている。例えば、文献[3-10]では評価関数を計算する例題があるのだが評価関数には単位が与えられていないことから上記のように、評価関数そのものは無次元（または単位を無視した値）であることが推測される。

### 3.3. 絶対加速度，層間変位（変形角）・速度を制御する LQR (AD-LQR)

3.3 章では、絶対加速度，層間変位・速度を含む評価関数の構築を行い、これを抑えるコントローラゲインの計算方法を示す。以下より、絶対加速度および層間変位を考慮した評価関数を AD-LQR (Absolute acceleration and inter story Drift LQR) と呼称する。

$i$  層の層間変形角  $\theta_i$  は建築物の層間変位が微小であるとき、式(3-9)により与えられる

$$\theta_i = \arctan \frac{x_i - x_{i-1}}{h_i} \approx \frac{\Delta x_i}{h_i} \quad (3-9)$$

ここで  $h_i$  は各層の高さを表し、 $\Delta x_i$  は層間変位を表し、式(3-10)により与えられる。

$$\Delta x_i = \begin{cases} x_i & i = 1 \\ x_i - x_{i-1}, & i = 2, 3, 4, \dots, n \end{cases} \quad (3-10)$$

従って、層間変位が微小のとき、層間変位を抑えることと、層間変形角を抑えることは等しくなる。

層間変位・速度と絶対加速度を含む評価関数  $J_{AD}$  は式(3-11)により与えられる。

$$J_{AD} = \int_0^{\infty} \left\{ [\Delta x(t) \quad \Delta \dot{x}(t)]^T Q_d \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \dot{x}(t) \end{bmatrix} + [\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)]^T Q_g [\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)] + u^T(t) R_u u(t) \right\} dt \quad (3-11)$$

ここで  $Q_d (>0)$  は層間変位・速度の重み関数であり、 $Q_g (>0)$  は絶対加速度への重み関数である。

絶対加速度は制御対象の状態量  $z(t)$  や制御入力  $u(t)$  ではないため、このままの形ではリカッチ代数方程式を構築できない。従って、本研究では、式(3-1)に基づき絶対加速度を以下の式で表す

$$\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) = \Xi z(t) + \Psi u(t) \quad (3-12a)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \dot{x}(t) \end{bmatrix} &= W \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \dot{x}(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Theta & \\ & \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta \dot{x}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-12b)$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ -1 & 1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-12c)$$

ここで、 $\Xi = [-M^{-1}K\Phi \quad -M^{-1}C\Phi]$ 、 $\Psi = -M^{-1}E_u$  である。式(3-12a~c)を式(3-11)に代入することにより、以下の式を得る。

$$J_{AD} = \int_0^{\infty} \{z^T(t)Qz(t) + 2z(t)Su(t) + u^T(t)Ru(t)\} dt \quad (3-13)$$

なお式中の  $Q, S, R$  は以下の通りである。

$$Q = W^{-T}Q_dW^{-1} + \Xi^TQ_g\Xi, \quad (3-14)$$

$$2z(t)Su(t) = z^T(t)\Xi^TQ_g\Psi u(t) + u^T(t)\Psi^TQ_g\Xi z(t), \quad (3-15)$$

$$R = \Psi^TQ_g\Psi + R \quad (3-16)$$

である。式(3-13)において、特に  $S$  はクロスターム(交叉項)と呼ばれ、状態  $z(t)$  と制御入力  $u(t)$  の両方に対する重み関数の意味を持つ。なお、クロスタームを含む項は式(3-15)により表されるものの、 $z(t)$  と  $u(t)$  が行列である際は可換でない場合があり、厳密には、右辺の和として  $2z(t)Su(t)$  と書くのは数学的には正確ではないが、クロスタームは習慣上、上記の様に記すことが通例である。評価関数がクロスタームを持つ際、コントローラゲイン  $K_p$  は次の式(3-17)により与えられる。

$$K_p = -R^{-1}(S^T + B_u^T P) \quad (3-17)$$

ただし  $P$  は以下のリカッチ方程式を満たす。

$$\{A - B_u R^{-1} S^T\}^T P + P \{A - B_u R^{-1} S^T\} + Q - P B_u R^{-1} B_u^T P - S R^{-1} S^T = 0 \quad (3-18)$$

## 3.4 数値例

### 3.4.1 検証用モデルと地震波

本論文では、以下に示す4つの地震波を用いて解析を行う。

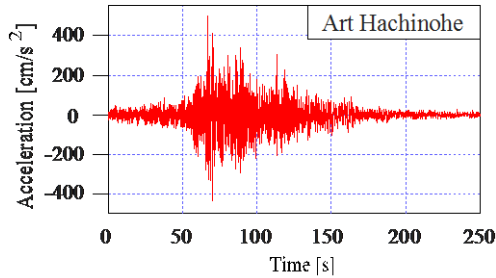
- 1 : Art Hachinohe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  ${}_p S_r$  が 100cm/s 程度の告示波であり、位相スペクトルは 1968 Hachinohe EW と同じ特性を持つ。
- 2 : Art Kobe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  ${}_p S_r$  が 100cm/s 程度とな

るような告示波であり、位相スペクトルは 1995 JMA Kobe NS と同じ特性を持つ。

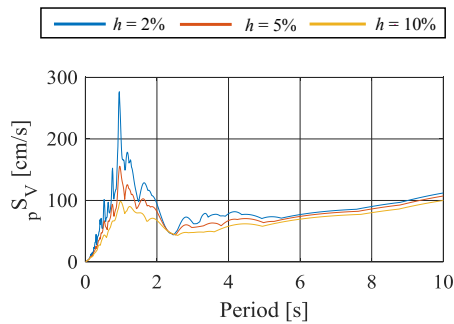
3 : El Centro : 1940 年発生 of El Centro NS 波

4 : Tokachi : 1968 年の十勝沖地震の NS 波

図 3-3~3-6 に各地震波の加速度波形と 5%減衰の速度応答スペクトル波を示す。



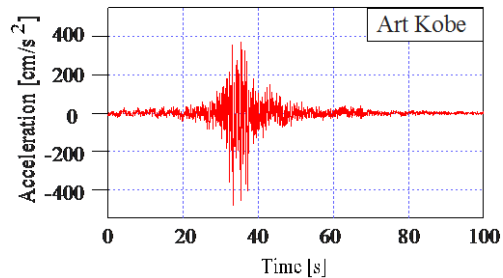
(a) Accelerogram



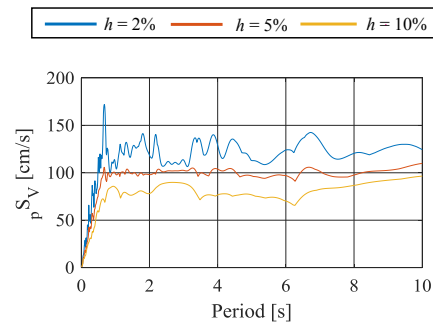
(b) Pseudo velocity spectrum

図 3-3 Art Hachinohe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



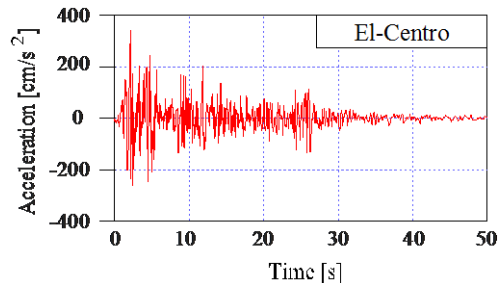
(b) Accelerogram



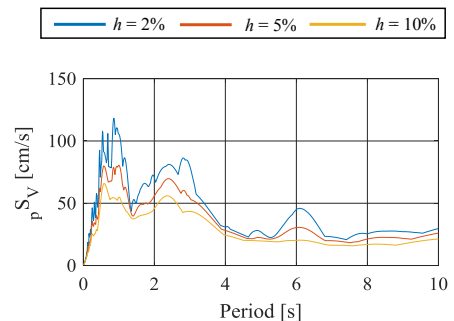
(b) Pseudo velocity spectrum

図 3-4 Art Kobe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



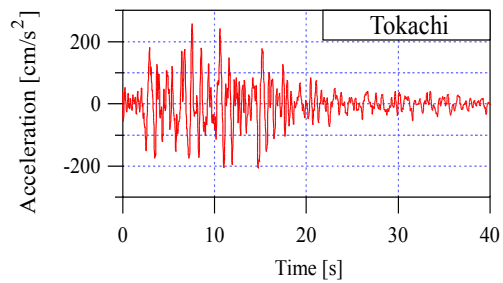
(a) Accelerogram



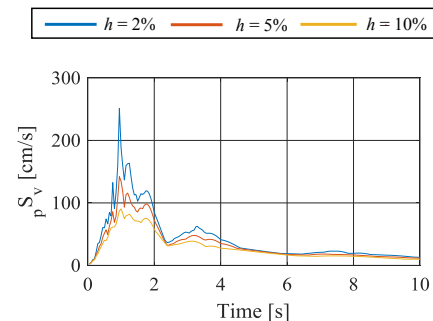
(b) Pseudo velocity spectrum

図 3-5 El Centro 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



(a) Accelerogram



(b) Pseudo velocity spectrum

図 3-6 Tokachi 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル

また、解析に用いる建築物のモデルは全章を通して以下に示す免震建築物のモデルを用いる。

本論文では底面積が等しく、高さが 250m の建築物を用いて解析を行う(図 3-7)。なお、各建築物モデルの基礎部分には免震が取り付けられているものとし、免震周期(上部構造が剛体と見なしたときの周期)は 6.0 s と 8.0 s の 2 種類のものを用いる。

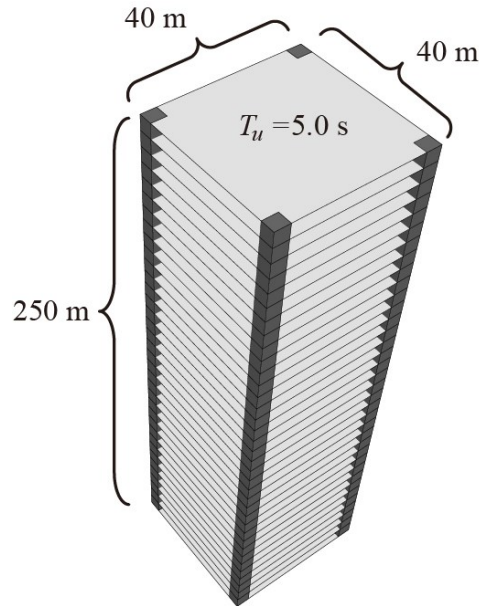


図 3-7 建築物モデル

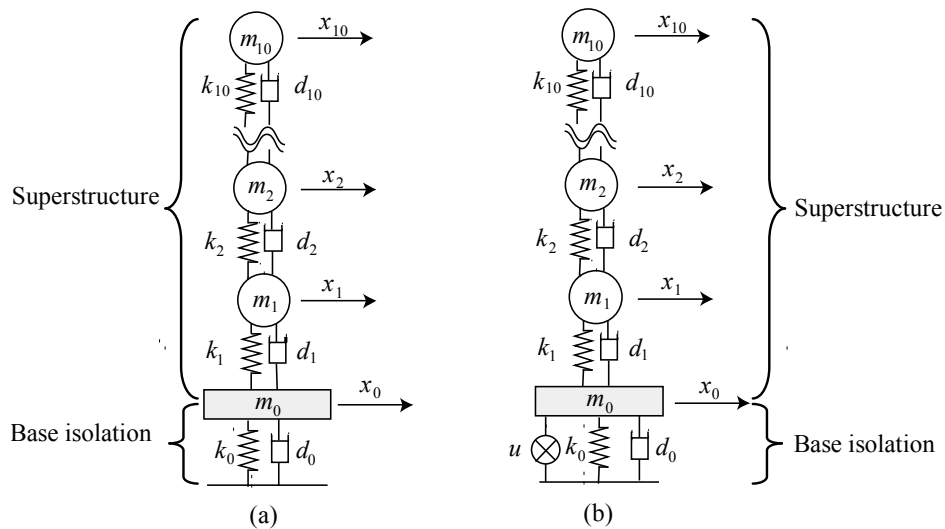


図 3-8 せん断型モデル図 (a)アクティブ制御なし (b)アクティブ制御あり

本論文では、これらの建築物の上部構造を 10 自由度のせん断型モデルでモデル化し、免震層を 1 自由度でモデル化し、合計 11 自由度のモデルを用いて解析を行う(図 3-8)。本論文ではアクティブ制御装置は免震層に取り付けるものとする。

なお、モデルの諸元は以下の通りである

- 単位面積の上部構造 : 175kg/m<sup>3</sup>
- 単位面積の免震層質量 : 2551 kg/m<sup>2</sup>

- ・免震周期に対する減衰定数：0.05
- ・上部構造の固有周期に対する減衰定数：0.02
- ・上部構造の固有周期：5.0 s
- ・上部構造の剛性：

$$k_1 = \frac{\omega^2 \cdot m_1 \cdot \phi_1 + k_2(\phi_2 - \phi_1)}{\phi_1} \quad (3-19a)$$

$$k_i = \frac{\omega^2 \cdot m_i \cdot \phi_i + k_{i+1}(\phi_{i+1} - \phi_i)}{\phi_i - \phi_{i-1}}, \quad \{i = 2, \dots, 9\} \quad (3-19b)$$

$$k_{10} = \frac{\omega^2 \cdot m_{10} \cdot \phi_{10}}{\phi_{10} - \phi_9} \quad (3-19c)$$

ただし、ここで、 $\omega$ を1次の固有角周波数、 $m_i$ を第*i*層目の質量とし、 $\phi_i$ を第*i*層の1次固有モード（本論文では直線モード、 $\phi_{1,2,3..n} = 1, 2, 3..n$ ）とする。

上部構造の質量と剛性を表3-1に示す。

表3-1. 上部構造の質量と剛性

	<i>m</i> [kg]	<i>k</i> [N/m] ( $\times 10^8$ )
10	7000000	1.11
9		2.10
8		2.98
7		3.76
6		4.42
5		4.97
4		5.42
3		5.75
2		5.97
1		6.08

本論文では、免震層を天然ゴム系積層ゴムと粘性系ダンパーによる免震層を想定している。本論文では、LQRによる線形制御を用いて状態フィードバックゲインを設計するため、天然ゴム系積層ゴムは線形のスプリングによりモデル化され、粘性系ダンパーは線形ダッシュポットによってモデル化を行った（図3-9）。また、免震周期に対する減衰定数( $h_0$ )は0.05として免震層を設定した。さらに、免震を取り付けた後の建築物全体の刺激係数を図3-10に示す。また、図中において $\beta_i$ は*i*次モードの刺激係数を示す。

図3-10より、本論文で用いる建築物モデルは免震が取り付けてあるため、1次モードが卓越することが分かる。

免震層の剛性 $k_0$ と粘性係数 $d_0$ は免震周期 $T_0$ を用いて以下の式より算出する。

$$k_0 = \frac{4\pi^2(M_S + m_0)}{T_0^2} \quad (3-20)$$

$$d_0 = 2h_0\sqrt{(M_S + m_0)k_0} \quad (3-21)$$

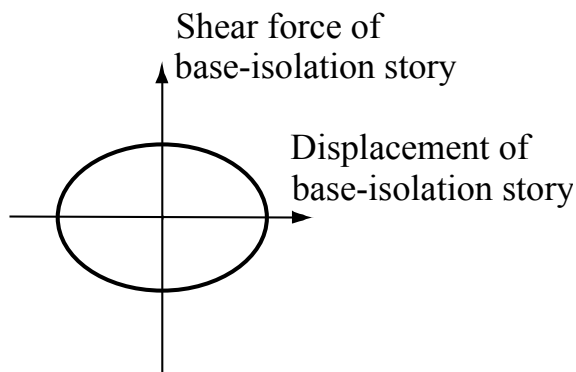


図 3-9(a) 線形ダッシュポットモデル

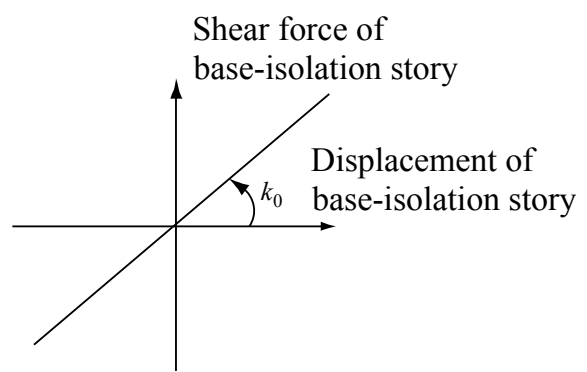


図 3-9(b) 線形バネモデル

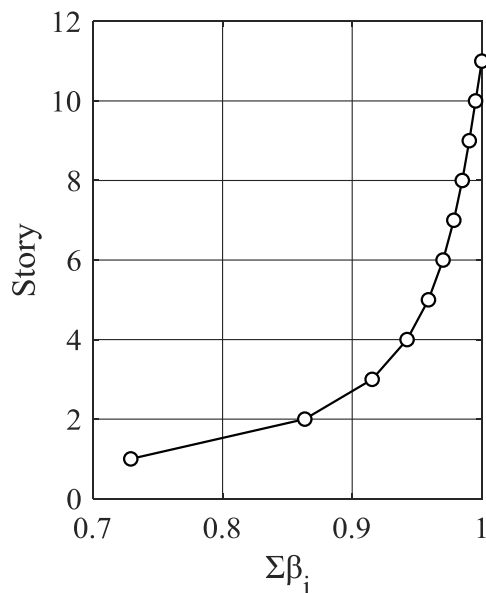


図3-10 (a) (T0 = 6.0 sモデル)

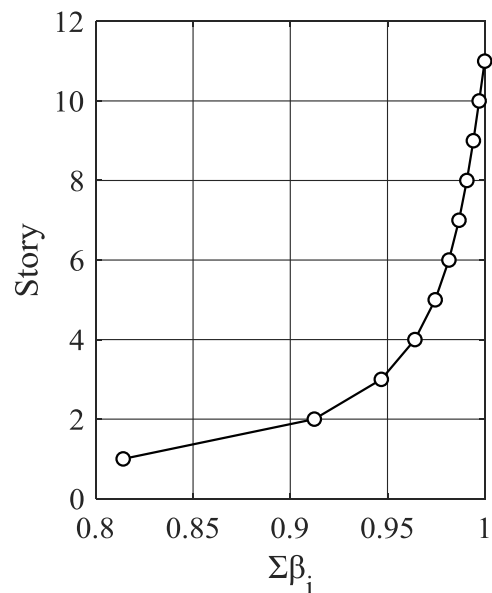


図3-10(b) (T0 = 8.0 sモデル)

### 3.4.2 設計用パラメータ

本論文では、文献[3-11]~[3-13]で用いられる、相対変位と速度を評価関数含めた LQR である LQR1~3 と、本論文で提案をする絶対加速度と層間変位を制御する AD-LQR の比較を行う。LQR1~3 の重み数は下記の通りである。

$$\text{LQR1: } Q = \begin{bmatrix} Q_1 & \\ & Q_2 \end{bmatrix}, \quad R = 10^{-\rho} \quad (3-22)$$

$$\text{LQR2: } Q = 10^{\rho} \begin{bmatrix} K_s & \\ & M_s \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad (3-23)$$

$$\text{LQR3: } Q = I_{22}, \quad R = 10^{-\rho} \quad (3-24)$$

$$\text{AD-LQR: } Q_g = 10^\alpha I_{11}, \quad Q_d = 10^\beta \times \begin{bmatrix} Q_{d1} & \\ & Q_{d2} \end{bmatrix}, \quad R_u = 1 \quad (3-25)$$

LQR1 は各層の相対変位と相対速度に異なる重み関数を設定しており、LQR2 は運動エネルギーと弾性エネルギーを評価したものであり、LQR3 は各層の相対変位・速度に対して同じ重み関数を設定したものである。

コントローラゲインの設計は Art Hachinohe 波が入力した際に免震層の最大相対変位が 55cm 以下になるように以下のように重み関数を設定した。これは、文献[3-14]より、高層建築物の平均クリアランスが 50cm 程度であり、最大が 70cm 程度であることから決めた目標値である。

・  $T_u = 5.0$  s,  $T_0 = 8.0$  s モデル

LQR1 :

$$\begin{cases} \rho = 8.0, \\ Q_{C1} = 0.2 \times \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^3 & 1 & 10^3\} \\ Q_{C2} = 0.2 \times \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^4 & 1 & 1\} \end{cases}$$

LQR2 :  $\rho = 4.6$

LQR3 :  $\rho = 9.3$

AD-LQR :

$$\begin{cases} \alpha = 12, \quad \beta = 12.5 \\ Q_{d1} = \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^{1.5} & 10^{1.5} & 10^{1.4}\} \\ Q_{d1} = \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^{1.5} & 10^{1.5} & 10^{1.4}\} \end{cases}$$

・  $T_u = 5.0$  s,  $T_0 = 6.0$  s モデル

LQR1 :

$$\begin{cases} \rho = 8.0, \\ Q_{C1} = 0.2 \times \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^3 & 10^3\} \\ Q_{C2} = 0.2 \times \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^3 & 10^3\} \end{cases}$$

LQR2 :  $\rho = 5.0$

LQR3 :  $\rho = 9.6$

AD-LQR :

$$\begin{cases} \alpha = 12.7, \quad \beta = 14 \\ Q_{d1} = \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^{1.5} & 10^{1.5} & 10^{1.4}\} \\ Q_{d1} = \text{diag}\{1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 10^{1.5} & 10^{1.5} & 10^{1.4}\} \end{cases}$$

なお、AD-LQR の重みは筆者がトライ&エラーにより選定したものであるが、機械学習の基礎に用いられるベイズ最適化を用いることでトライ&エラーを行うことなく重み選定することが可能であることが筆者らの研究により示されている[3-10]。

### 3.4.3 各層の最大応答比較

次に各地震波に対する各モデルの、各層の最大相対変位、絶対加速度、層間変形角、層せん断力係数を示す。本論文では、特に応答が大きかった Art Hachinohe 波と Art Kobe 波の応答結果を示す。Art Hachinohe, Art Kobe 波を含めた全層の応答は付録 3C に示す。

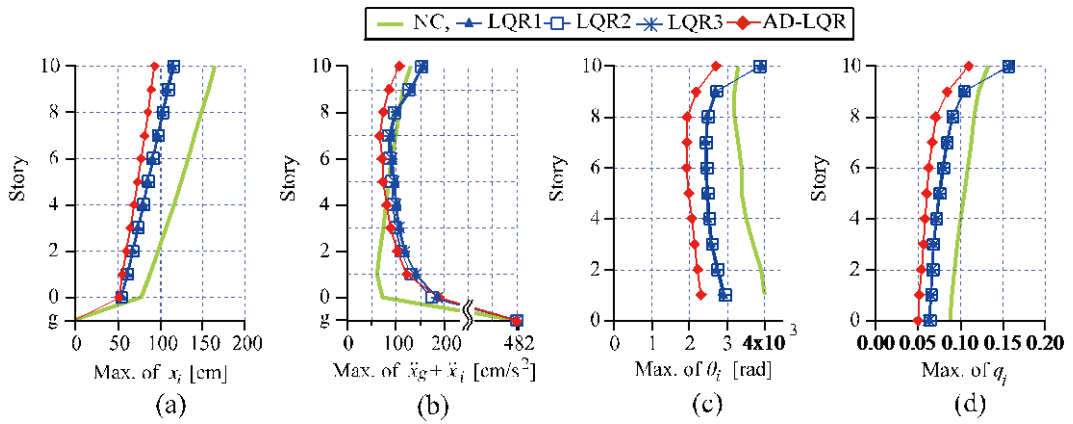


図 3-10 LQR1-3 と AD-LQR の免震周期  $T_0 = 6.0$  s の Art Kobe 波に対する応答比較

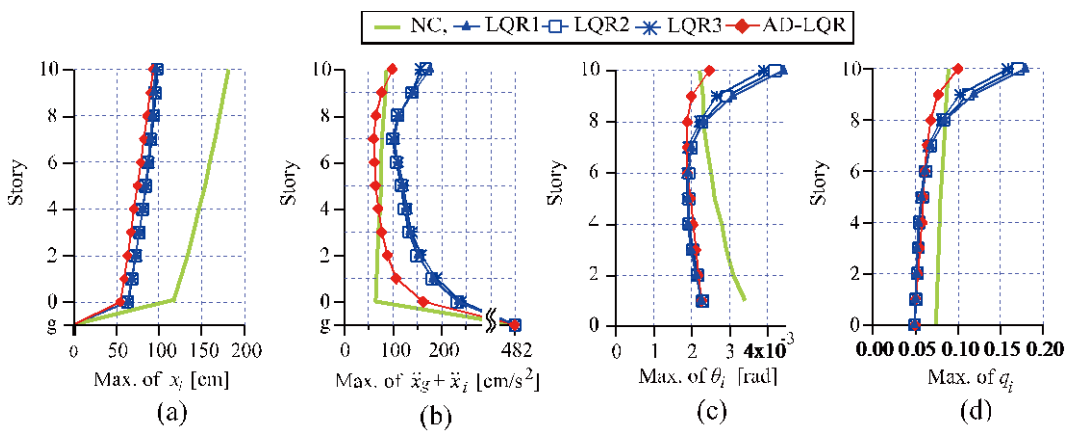


図 3-11 LQR1-3 と AD-LQR の免震周期  $T_0 = 8.0$  s の Art Kobe 波に対する応答比較

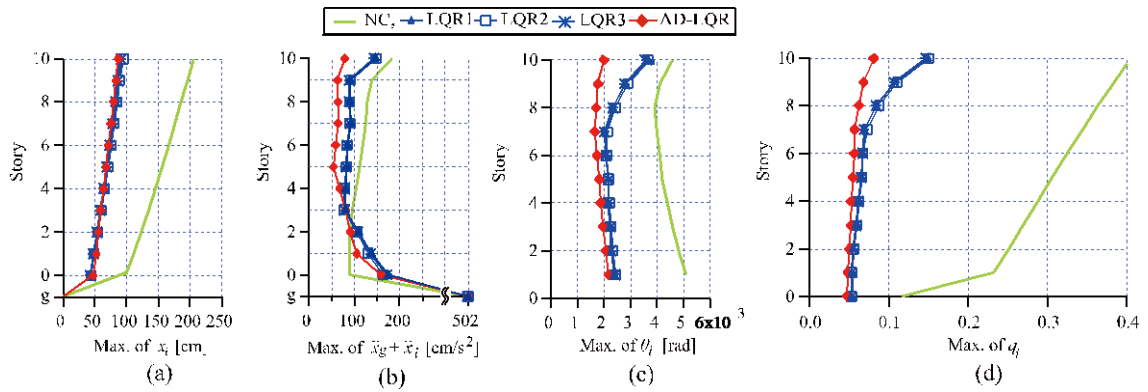


図 3-12 LQR1-3 と AD-LQR の免震周期  $T_0 = 6.0$  s の Art Hachinohe 波に対する応答比較

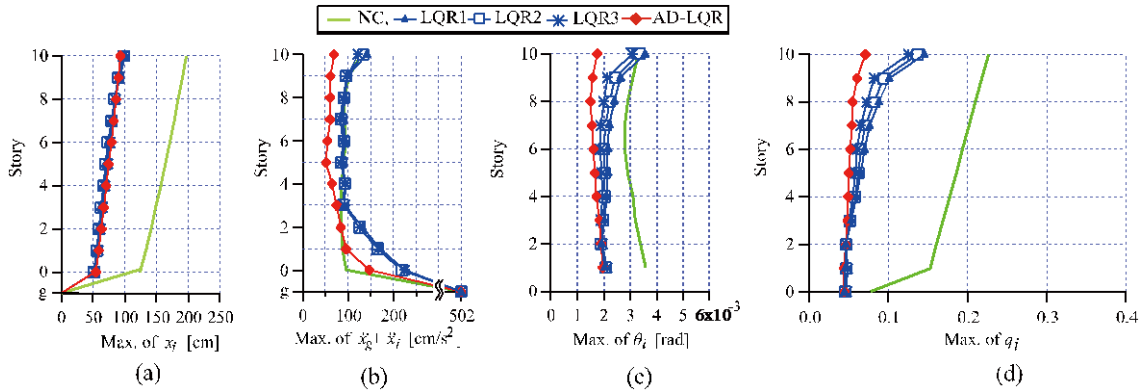


図 3-13 LQR1-3 と AD-LQR の免震周期  $T_0 = 8.0$  s の Art Hachinohe 波に対する応答比較

図中において NC は制御なしを示す。図 3-10～3-13 より、LQR-1-3 はそれぞれ重み関数が異なるのだが、各層の最大応答の値に大きな差はないことが分かる。また、LQR1-3 は評価関数中に相対変位を含めていることから、各層の相対変位は NC よりも大きく低減できており、Art Kobe 波入力時は、いずれの免震周期のモデルでも、各層の相対変位を 3～4 割程度低減できていることが分かる。その一方で、絶対加速度については、特にアクティブ制御装置がある免震層に近い層では NC と比較して最大値が大きくなる傾向にあり、最大層間変形角も、上層部の最大応答が NC と比較して大きくなることが分かる。

AD-LQR は各層の最大相対変位は、評価関数に相対変位を含めている LQR1-3 と同程度に抑えることができていることが分かり、さらに、層間変形角を評価関数中に含めていることから、各層の層間変形角を LQR1-3 よりも更に低減することが可能であり、特に、上層部では LQR1-3 よりも飛躍的に制御性能がよいことが分かる。AD-LQR は絶対加速度に対する応答は免震周期  $T_0 = 6.0$  s のモデルに対しては、LQR1-3 と同程度であるものの、免震周期  $T_0 = 8.0$  s のモデルに対しては、LQR1-3 よりも応答を抑えられることが可能であることが分かり、特に下層部では NC と同程度になっていることがわかる。

図 3-12, 3-13 より、Art Hachinohe 波が入力した際は、LQR1-3 は相対変位の応答は NC をさらに低減させていることが分かり、免震層の最大相対変位を 55cm の目標値に抑えられていることが分かる。絶対加速度に対する応答は、LQR1-3 はアクティブ制御装置が取り付けられている低層部では、応答が大きくなる傾向があるものの、上層部では、NC と同程度であることが分かる。

AD-LQR については、Art Kobe 波入力時と同様に、各層の最大相対変位は LQR1-3 と概ね一致しており、さらに、絶対加速度の最大値については、特に免震周期  $T_0 = 8.0$  s のモデルについては LQR1-3 よりもさらに抑えられており、NC と同程度になっていることがわかる。さらに、最大層間変形角については、LQR1-3 よりも更に応答値を低減できていることがわかり、特に上層部での応答を低減できていることが分かる。

いずれの地震波が入力した際でも、AD-LQR と LQR1-3 の差は免震周期  $T_0 = 8.0$  s のモデルの方が免震周期  $T_0 = 6.0$  s のモデルよりも大きいことが分かる。免震周期  $T_0 = 8.0$  s のモデルは上部構造に対して比較的免震周期が長いことから、免震周期  $T_0 = 6.0$  s のモデル

よりも上部構造が剛体に近い挙動をしており，低次モードの影響が高次モードの影響よりも相対的に大きいことが推察される。AD-LQR の制御性能は特に免震周期  $T_0 = 8.0$  s のモデルに対してよい制御性能が得られることから，低次モードに対する性能を改善していることが考察される。これについては，3.5 章で詳しく分析を行う。図 3-7 に， $T_0 = 8.0$  s での制御入力図を，表 3-2 に最大制御入力の値を示す。

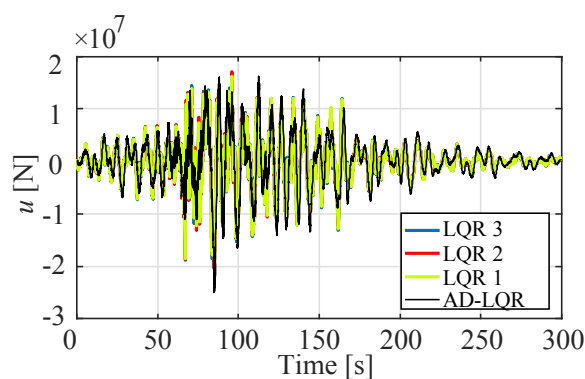


図 3-7 最大制御入力

表 3-2. 最大制御入力  $u$  [N] ( $\times 10^7$ )

	Max	Min
AD-LQR	1.62	-2.50
LQR1	1.56	-1.89
LQR2	1.70	-2.03
LQR3	1.62	-1.92

### 3.5 零点-極による制御性能分析

本章では LQR1-3 と AD-LQR の制御性能を，零点-極プロットや，振動モードの観点から分析を行い，3.4 章で得た時刻歴応答解析の結果をさらに分析する。状態フィードバック制御を持つ制御系の分析のために，外乱入力チャンネルから状態までの伝達関数を考える。

式(3-2)と式(3-5)より，状態フィードバック制御を持つ場合の状態方程式は式(3-26)により与えられる。

$$\dot{z}(t) = (A + BK_p)z(t) + B_d d(t) \quad (3-26)$$

式(3-26)の両辺をラプラス変換し，式(3-27)を得る。

$$sZ(s) = (A + BK_p)Z(s) + B_d D(s) \quad (3-27)$$

なお，式中において， $s$  はラプラス変換の演算子を示す。

式(3-27)を整理することにより，外乱入力チャンネル  $B_d$  から状態  $z(t)$  までの伝達関数  ${}_dG_z(s)$  は次式により表される。

$${}_dG_z(s) = \frac{Z(s)}{D(s)} = (sI - A + BK_p)^{-1} B_d = \frac{\text{adj}(sI - A + BK_p) B_d}{|sI - A + BK_p|} \quad (3-28)$$

式中において、 $\text{adj}(M)$ はある行列  $M$  の余因子行列を示し、 $|M|$ はある行列  $M$  の行列式を表す。

10 層目の変位  $x_{10}(t)$  は状態  $z(t)$  と  $C_{10} = [0_{1 \times 10} \quad 1 \quad 0_{1 \times 1}]$  となる出力マトリックス  $C_{10}$  を用いることで

$$x_{10}(t) = C_{10}z(t) \quad (3-29)$$

と表されることから、外乱入力チャンネルから、10 層目の変位までの伝達関数  ${}_dG_{10z}(s)$  は次式により表される

$${}_dG_{10z}(s) = \frac{C_{10}Z(s)}{D(s)} = \frac{C_{10}\text{adj}(sI - A + BK_p)B_d}{|sI - A + BK_p|} \quad (3-30)$$

伝達関数中において、分母の根（分母の値が 0 となる  $s$ ）を極といい、分子の根を零点と定義する。極は伝達関数の分母が 0 になることから分かるように、伝達関数の固有値と等しくなり、特に  $s=j\omega$  と置くことにより固有周波数と同値になる。零点と極は複素数で表され、実部が正の場合を不安定な極（または零点）と呼ぶ。（極と零点がシステムの挙動に与える影響、またフィードバック制御が極に与える影響については付録 3D を参照）

なお、極は複素数で現され、 $i$  次モードの極を  $p_i$  で表すと、 $i$  次モードの減衰定数  $h_i$  と固有周波数  $T_i$  は以下の式により与えられる（以下の式の導出は付録 3B を参照）

$$h_i = \frac{-\text{Re}(p_i)}{\sqrt{\text{Re}(p_i)^2 + \text{Im}(p_i)^2}} \quad (3-30)$$

$$T_i = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{Re}(p_i)^2 + \text{Im}(p_i)^2}} \quad (3-31)$$

LQR1-3 と AD-LQR のコントローラゲインをもつ制御系の  ${}_dG_{10z}(s)$  の零点-極プロットを図 3-15 と図 3-16 に示す。

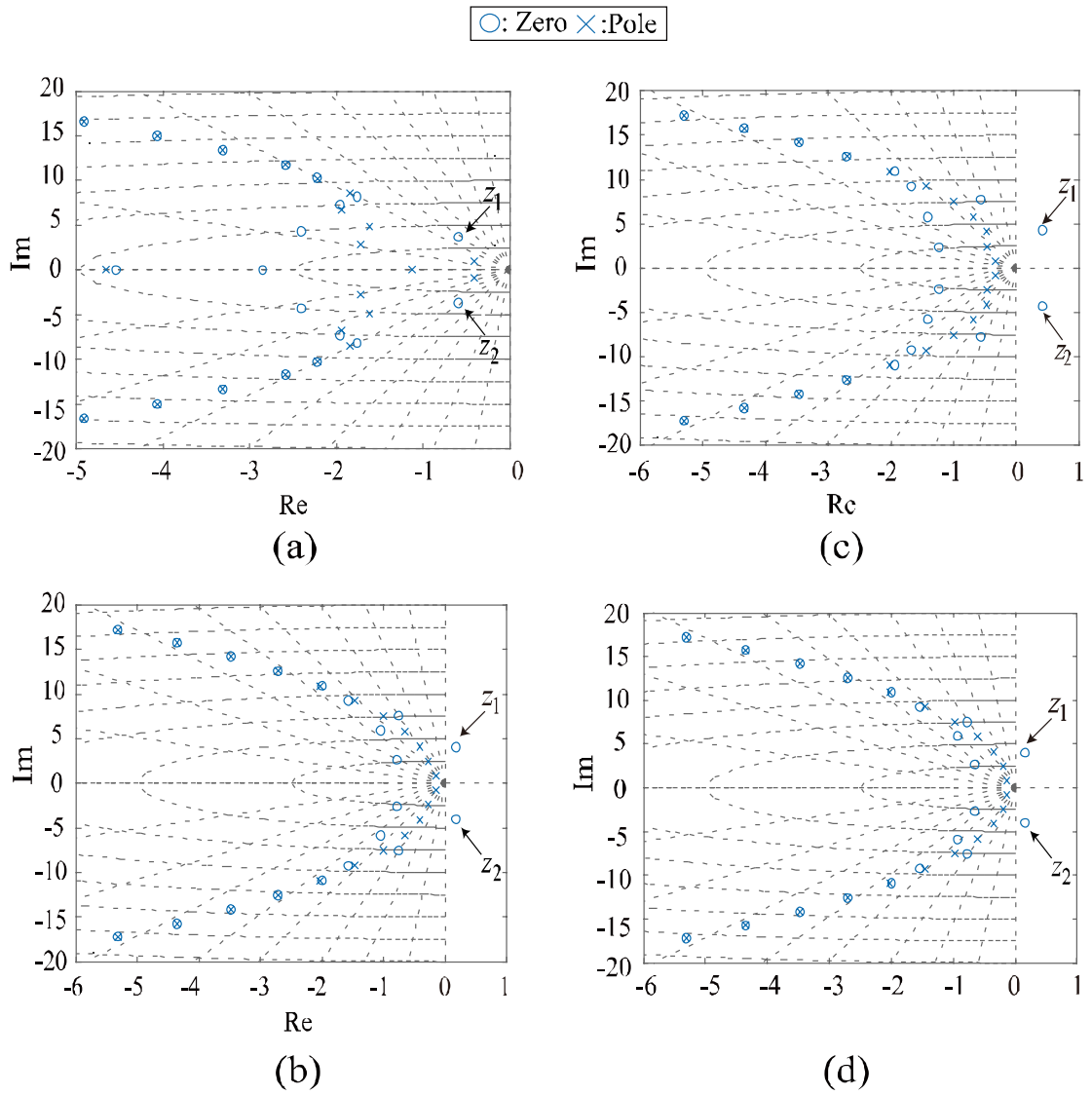


図 3-15 零点-極プロット ( $T_u = 6.0$  s)

(a) AD-LQR, (b) LQR1, (c) LQR2, (d) LQR3

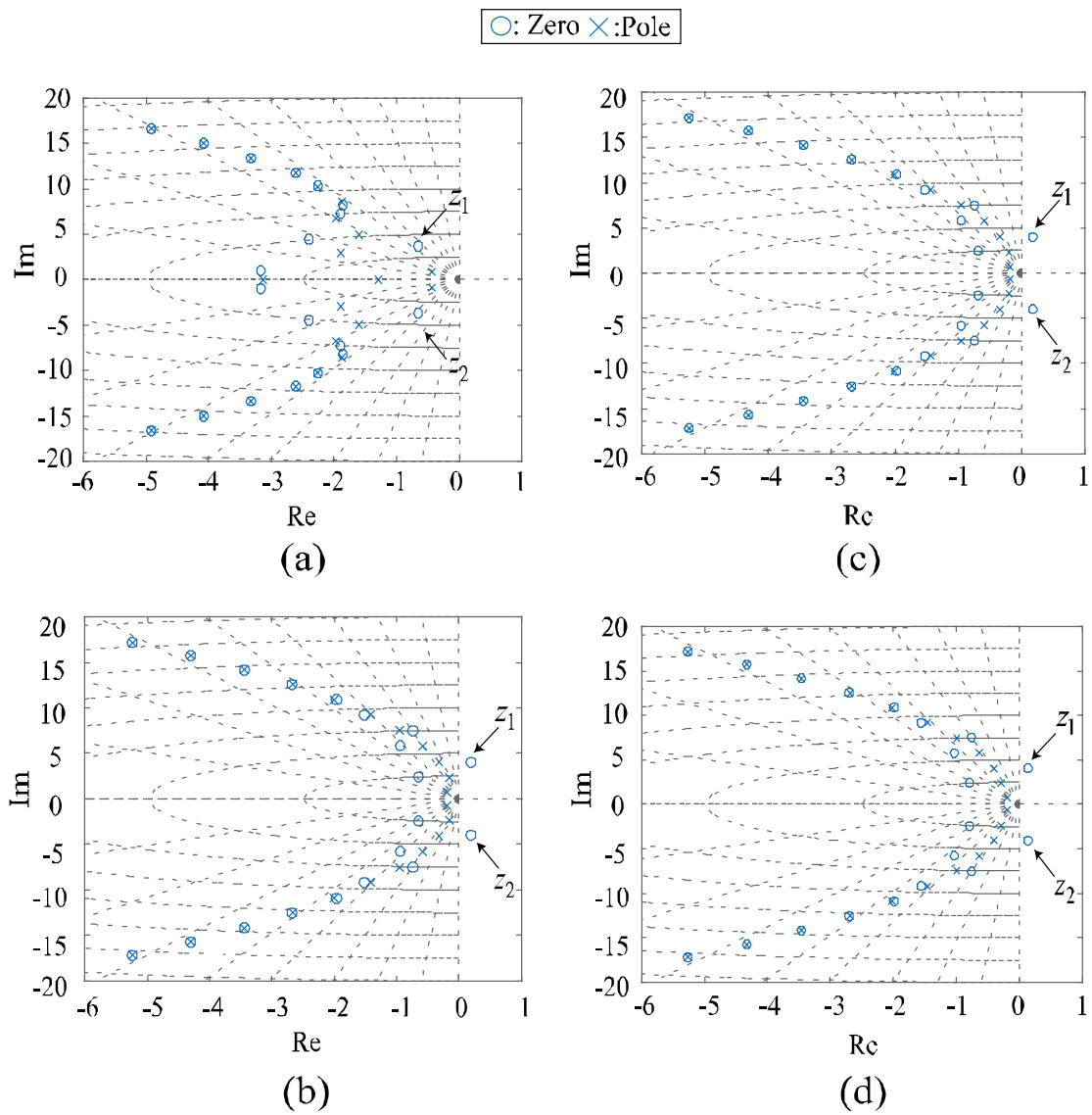


図 3-16 零点-極プロット ( $T_u = 8.0$  s)

(a) AD-LQR, (b) LQR1, (c) LQR2, (d) LQR3

まず、零点による制御性能分析を行う。

零点-極の配置はそれぞれの免震周期で同じ傾向にあるので、以降、特に  $T_0=8.0\text{s}$  を対象とした分析を行う。

図 3-17 に 1 次モードの零点の実数部を纏めた図を示す。図 3-17 より、いずれの免震周期の場合でも、AD-LQR のみが不安定な零点をもたず、LQR1-3 は 1 次モードの零点が不安定になり、不安定零点を持つ系であることが分かる。付録 3B で示した通り、あるシステムが不安定零点を持つ場合、システムの目標値の逆方向に振れる逆振れ現象が発生し、制御性能に悪影響をもたらすことが知られている。前節に示した各層の最大応答値より、LQR1-3 の相対変位と層間変形角について、上層部は特に値が大きくなることが示されていたが、不安定零点の存在することが制御性能に悪影響をもたらしていることが原因の 1 つとして考えられることが明らかになった。

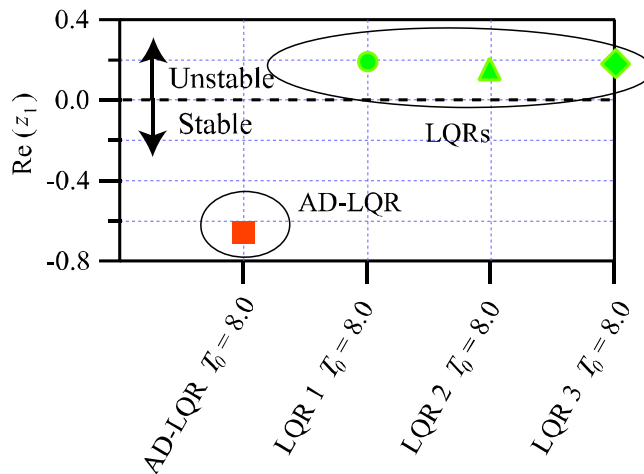


図 3-17 1 次モードの零点の実部

次に極を用いた AD-LQR と LQR1-3 の性能分析を行う。極は式(3-27)と式(3-28)で示したように、各モードの極の実部と虚部は、対応するモードの固有周波数を評価することができる。図 3-18 に各モードの固有周期と減衰定数を示す。

図 3-18(a)より、AD-LQR と LQR1-3 の各モードの固有周期を比較すると、3 次モード以降の固有周期は殆ど一致しており、1 次モードの固有周期は下がっていることがわかる。このことから、1 次モードに対する等価剛性を高める役割があることがわかり、一方で、3 次モード以降の剛性には影響が無いことが分かる。

また、図 3-18(b)より、特に低次モードの減衰を高めることが可能であり、2 次モードの減衰定数は特に高いことが分かる。また、3 次モードの減衰も LQR1-3 と比較して非常に高く、AD-LQR を用いることにより、低次モードに対して特に性能の良い制御系を構築できることが分かった。前節で免震周期が長いときは、特に AD-LQR は LQR1-3 よりも制御性能が高い結果になったが、免震周期が上部構造と比較して相対的に長いとき、上部構造は剛体の挙動をすることから、低次モードの影響が大きくなる。AD-LQR は特に、低次モードの減衰定数を高めることから、AD-LQR を用いるときは低次モードの影響が特に大きくなるように、免震周期を長くすることにより、従来の LQR よりも絶対加速度を抑えつつ、さらに、最大相対変位も抑えることがで切ることが分かる。

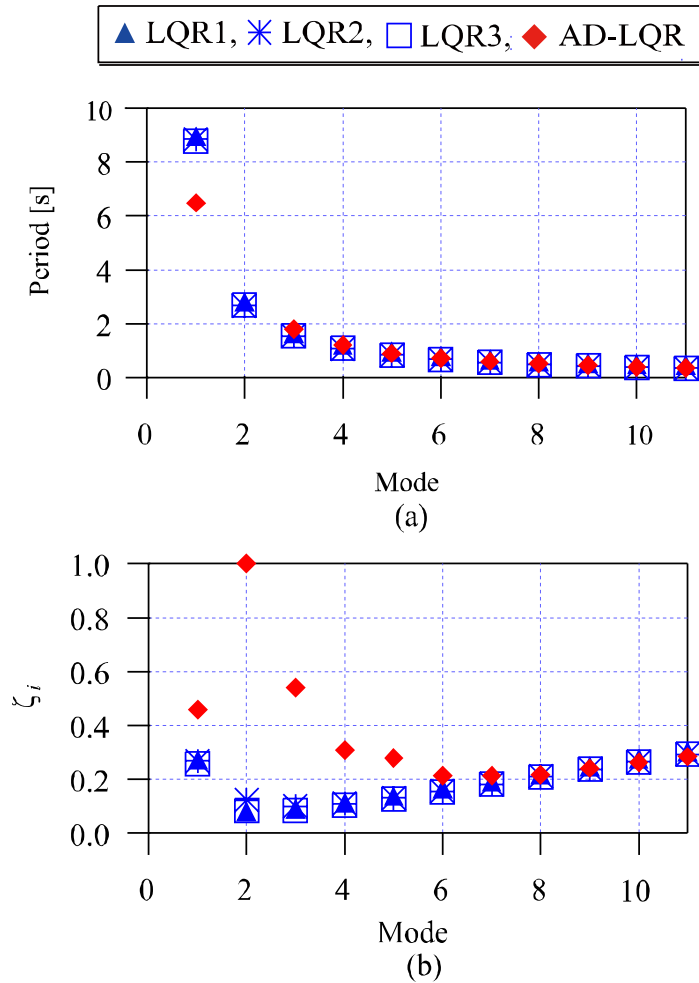


図 3-18 1 次モードの零点の実部 (a) 各モードの周期, (b) 各モードの減衰

以上のことから、AD-LQR は 1 次モードに対する剛性を高くしつつ、減衰定数を高めることから、絶対加速度のみならず相対変位を抑えることが出来ていることが明らかになった。また、AD-LQR は特に低次モードの減衰定数を高くする役割があることから、低次モードが特に卓越するように免震周期を上部構造よりも相対的に長くとることで、より従来の LQR よりも制御性能を良くすることが可能に出来ることがわかった。

### 3.6 重み関数の選定方法

本論文では、AD-LQR の評価関数中において、絶対加速度を評価する重み関数の大きさを調整する変数  $\alpha$  と、層間変位・速度を評価する重み関数の大きさを調節する変数  $\beta$  を調節することによりコントローラゲインを設計した。本章では、これら  $\alpha$  と  $\beta$  の大きさが制御入力大きさ、各層の相対変位、層間変位と絶対加速度の制御性能に与える影響についての考察を行う。

分析の際は、外乱入力から相対変位、層間変位と絶対加速度へのそれぞれの伝達関数の  $H_\infty$  ノルムの逆数を用いて評価を行った。ある任意の伝達関数  $G(s)$  の  $H_\infty$  ノルム  $\|G\|_\infty$  は式(3-32)により定義される値である。

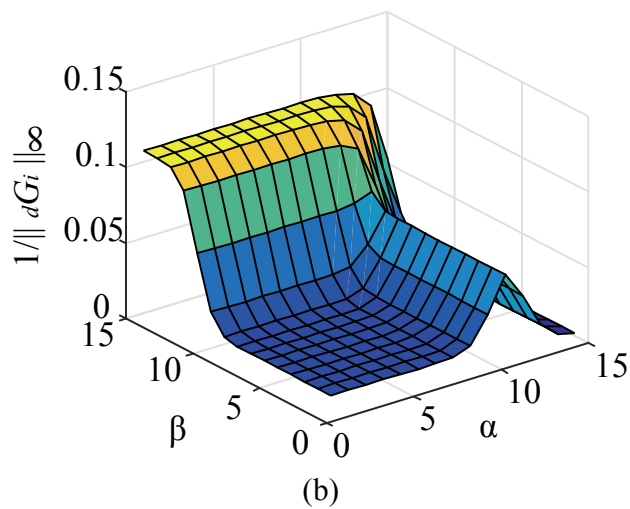
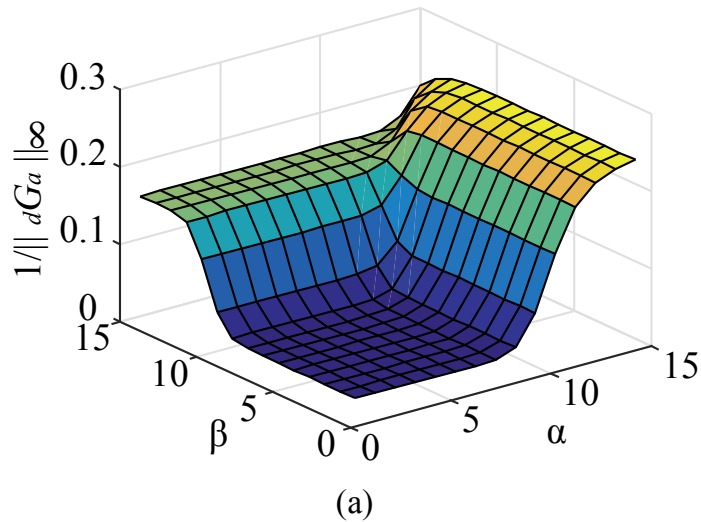
$$\|G\|_{\infty} = \max_{0 \leq \omega \leq +\infty} \sigma_{\max}(G(j\omega)) \quad (3-32)$$

ここで、 $\sigma_{\max}(M)$ はある任意の行列  $M$  の最大特異値を表す。なお、システムが 1 入力 1 出力系(SISO システム)では、 $H_{\infty}$ ノルムの値は周波数応答における最大ゲインの値と一致する。即ち、あるシステムの伝達関数の  $H_{\infty}$ ノルムは、そのシステムにとって最悪の入力に対する最悪の応答を意味する。従って、 $H_{\infty}$ ノルムの逆数の値が大きいほど、あるシステムの共振時の応答が小さいことを表し、制御性能が高いことを示す。

以下、

- ・外乱入力から相対変位までの伝達関数を  ${}_dG_x(s)$
- ・外乱入力から層間変位までの伝達関数を  ${}_dG_i(s)$
- ・外乱入力から絶対加速度までの伝達関数を  ${}_dG_a(s)$

とする、図 3-19(a)に重み関数と  ${}_dG_x(s)$  の  $H_{\infty}$ ノルム、図 3-19(b)に重み関数と伝達関数  ${}_dG_i(s)$  の  $H_{\infty}$ ノルム、図 3-19(c)に重み関数と伝達関数  ${}_dG_a(s)$  の  $H_{\infty}$ ノルムを、図 3-20 に重み関数  $\alpha$ 、 $\beta$  と Art Hachinohe 波に対する制御入力との大きさの関係図を示す。



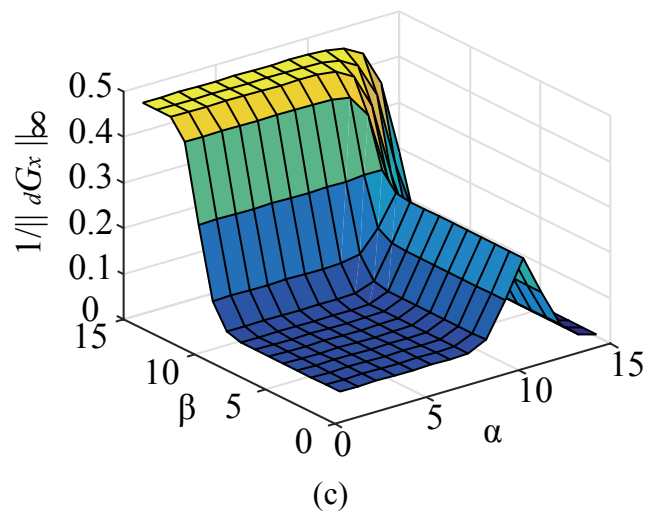
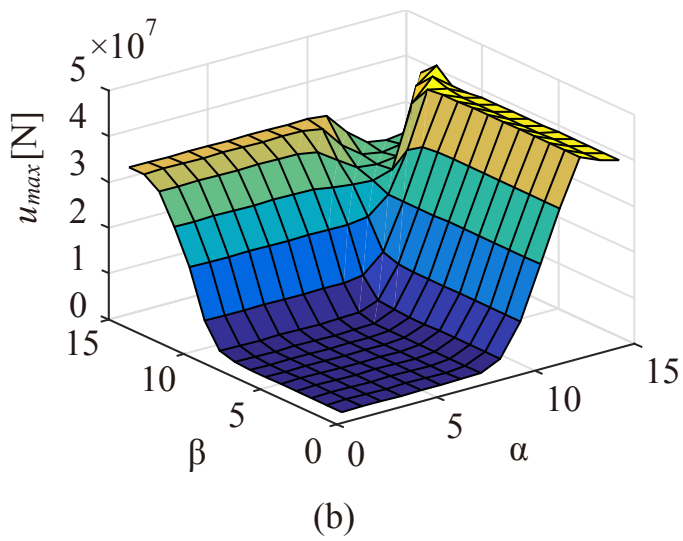
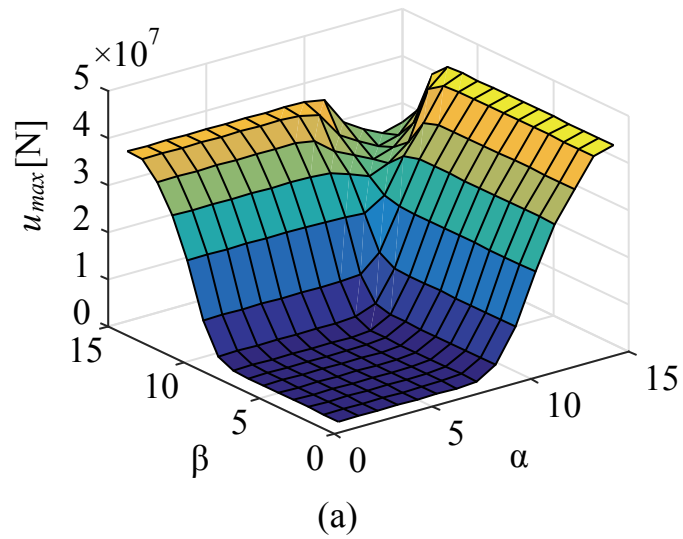


図 3-19 重み関数  $\alpha$ ,  $\beta$  と各応答への制御性能 [(a) 絶対加速度, (b) 層間変位, (c) 相対変位]



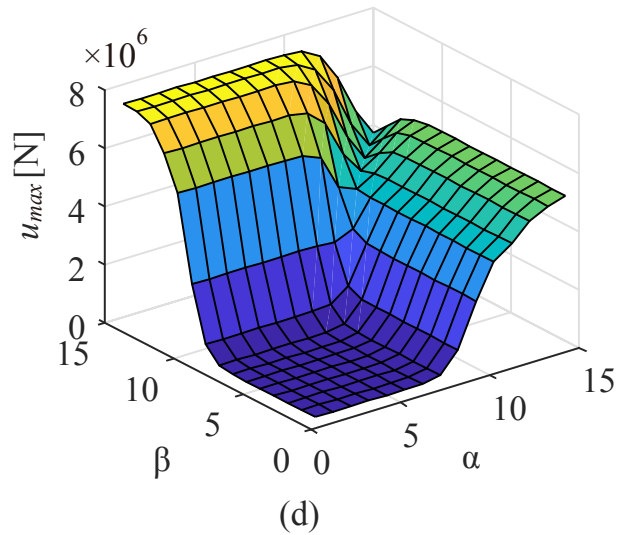
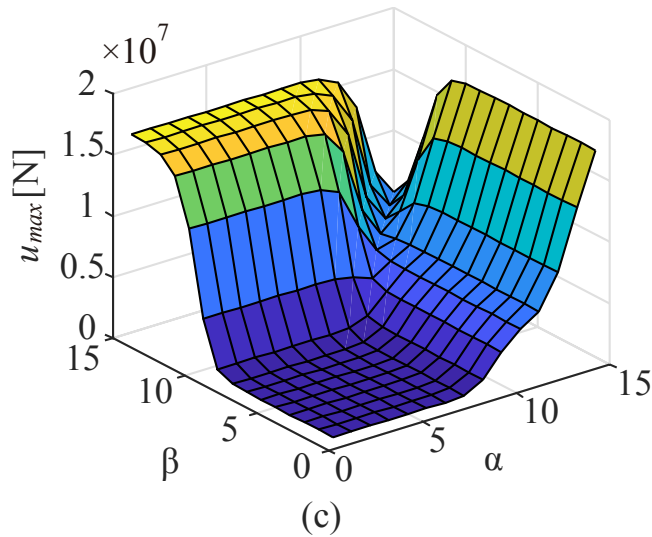


図 3-20 重み関数  $\alpha$ ,  $\beta$  と最大制御入力

(a) Art Hachinohe 波 (b) Art Kobe 波 (c) El Centro 波 (d) Tokachi 波

図 3-19~3-20 のそれぞれの図では、 $\alpha$  と  $\beta$  の値が小さいときは制御性能への変化が見られないが、これは、重み関数の大きさが小さすぎることにより、制御入力が小さすぎることで制御性能が全く変わっていないことによるものと考察できる。図 3-19(a)より、絶対加速度に対する重みの値を調節する  $\alpha$  を大きくすることにより、絶対加速度に対する制御性能が高くなることが分かる。その一方で、 $\alpha$  の値を大きくしすぎることによって、相対変位と層間変位に対する制御性能は低くなることも図 3-19。一般的に加速度と変位はトレード・オフの関係にあり、絶対加速度のみを考慮すると、変位に対する制御性能は低下し、図 3-19 の結果からもその特性が分かる。

図 3-19(b)と(c)より、重み関数と層間変位に対する制御性能の関係を表す 3D プロットは、重み関数と相対変位に対する制御性能の関係を表す 3D プロットと傾向が一致していることが分かる。これは、各層の層間変位の応答値を抑えることにより、同時に各層の相

対変位が抑えられることに関連するものであることが推察される。

また、図 3-19(a)~(c)より、 $\alpha$  と  $\beta$  の値を 13 程度にすることにより、絶対加速度のみならず、相対変位と層間変位への制御性能を同時に高めることが可能になる。

図 3-20(a)~(b)より、 $\alpha$  と  $\beta$  の値を大きくすることにより、制御入力が大きくなることがわかる。図 3-19 では、 $\alpha$  と  $\beta$  の値が小さい時は、絶対加速度や相対・層間変位に対する制御性能が改善されておらず、制御なしの状態との差が無かったのだが、図 3-20 より、用いる制御入力大きさが小さすぎることが原因であることが確認された。また、 $\alpha$  や  $\beta$  の値を大きくすることにより、制御入力大きさが大きくなることで、絶対加速度や相対変位に対する制御性能が改善されることに繋がるのが分かる。しかし  $\alpha$  と  $\beta$  の値が 15 程度の際は制御性能が低下していることから、両者の値を大きくしすぎることは制御性能の低下を招くことも図からわかる。

解析結果より、本論文で用いた 4 つのいずれの地震波に対しても、図 3-13 に示した 3D プロットは同様の傾向を示した。

### 3.7 まとめ

本章では、絶対加速度と層間変位・速度を考慮し、建築に適用した LQR 評価関数の提案(AD-LQR)を行い、それをを用いたコントローラゲインの計算方法を説明した。数値例では、免震高層建築物を対象として、時刻歴応答解析を用いて、従来の相対変位・速度を評価する評価関数 3 種類との応答の比較を行った。その結果、免震周期が上部構造の場合、従来の LQR と AD-LQR との制御性能への差は大きく、特に AD-LQR は層間変位、絶対加速度に対してよい制御性能を持ち合わせることが分かった。さらに、伝達関数の極や零点を用いた性能解析を行い、その結果、従来の相対変位・速度のみを考慮した LQR によって設計されたコントローラゲインが取り付けられた制御系は、制御性能に悪影響を及ぼす不安定な零点あるのに対し、AD-LQR によるコントローラゲインをもつ制御系は不安定な零点を持たないことが明らかになった。また、AD-LQR を用いて設計されたコントローラゲインを持つ制御系は各モードの減衰定数を飛躍的に向上させることができることが明らかになった。

本章では重み関数の選択方法を、伝達関数の  $H_2$  ノルムを用いて検討を行った。その結果、重み関数と層間変位に対する関係は、相対変位に対する関係の傾向と一致していることが分かった。これは、層間変位を抑えることは相対変位を抑えることに繋がるのが理由として考えられる。また、重み関数の大きさが小さすぎるときは制御性能が全く改善されていないが、これは、用いる制御入力大きさが小さすぎることが原因であることもわかった。さらに、今回の例では、絶対加速度に対する重み関数  $\alpha$  と層間変位・速度に対する重みである  $\beta$  の値を 13 程度にすることにより、絶対加速度のみならず、層間・相対変位に対する制御性能も同時に高めることができることが明らかになった。

本章では、等価入力外乱手法を用いた制御系のうち、特にフィードバック制御部分の設計方法に着目をした。次章では、等価入力外乱に着目をし、絶対加速度応答を抑制する新しい等価入力外乱手法の提案と、その計算方法の説明を行う。

## 参考文献

- [3-1] 野波健蔵, 平田光男, 西村秀和. MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版, 1998 年
- [3-2] 背戸一登, 構造物の振動制御(産業制御シリーズ), コロナ社, 2006 年,
- [3-3] She J, Sekiya K, Wu M, Lei Q. Active structural control with input dead zone based on equivalent-input-disturbance approach. In: Proc of 36th annual conference on IEEE industrial electronics society (IECON 2010). p. 47–52. 2010. 11
- [3-4] Loh C, Lin P, Chung N. Experimental verification of building control using active bracing system. Earthquake engineering and structural dynamics 1999;28:1099-1119.
- [3-5] 陳引力, 佐藤大樹, 宮本皓, 余錦華, 地震外乱を対象としたアクティブ制御設計法の提案(その 1 : 必要制御カスペクトルと重み関数決定方法の提案), 建築学会大会学術講演郊外集, pp. 929-930, 2018 年
- [3-6] 佐藤栄児, 藤田隆史, MR 流体ダンパを用いたセミアクティブ免震構造, 理論応用力学講演会公園論文集, Vol. 54, 2005 年
- [3-7] 樋渡 健, 塩崎 洋一, 藤谷 秀雄, 曾田 五月也, 最適レギュレータ理論を用いた MR ダンパによるセミアクティブ免震, 日本建築学会構造系論文集, 68 巻, 567 号, 2003 年
- [3-8] Lynch JP, Wang Y, Swartz RA, Lu KC, Loh CH. Implementation of a closed-loop structural control system using wireless sensor networks. Struct Control Health Monitor 2007;15:518–39.
- [3-9] 三浦奈々子, 小檜山雅之, 地震時における建物機能維持を目的とした振動制御の二次形式評価関数の設計法, 日本建築学会構造系論文集, 78 巻, 687 号, pp. 923-929, 2013 年
- [3-10] Kou Miyamoto, Jinhua She, Daiki Sato and Nobuaki Yasuo, Automatic determination of LQR weighting matrices for active structural control, ELSEVIER, Engineering Structures Vol. 174, pp.308-321, 2018.

### 付録 3A. 評価関数の積分範囲

LQR の評価関数の積分範囲は 0 から $\infty$ である。本章では、この積分範囲に対する補足事項（積分範囲を 0 から $\infty$ とするメリットやその理由）を述べる。

積分範囲が 0 から  $t_f$  であるとき、即ち、評価関数が(3A-1)で表される場合のコントローラは時変の  $K_p(t)$  であり、式(3A-2)により与えられる

$$J = \int_0^{t_f} \{z(t)Qz^T(t) + u(t)Ru^T(t)\} \quad (3A-1)$$

$$K_p(t) = -R^{-1}B_u^T P(t) \quad (3A-2)$$

ここで  $P(t)$  は時変のマトリックスであり、(3A-3)で与えられるリカッチ微分方程式の解である。

$$P(t)A + A^T P(t) - P(t)BR^{-1}B^T P(t) + Q + \dot{P}(t) = 0 \quad (3A-3)$$

なお、 $P(t_f) = 0$  としている。

一方で、積分範囲を $\infty$ とした場合、既に示したようにコントローラゲイン  $K_p$  は時不変のゲインとなり、

$$K_p(t) = -R^{-1}B_u^T P \quad (3A-4)$$

により与えられる。ここで  $P$  は時不変の正定対象マトリックスであり式(3A-5)の解である。

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3A-5)$$

(3A-5)はリカッチ代数方程式(Algebraic Riccati Equation)と呼ばれ、時不変のマトリックスのみで構成されることから時変の微分方程式である(3A-3)を解くよりも容易であることから、一般的に、積分範囲を $\infty$ とした評価関数が用いられる。

### 付録 3B. 零点の影響

本章では LQR1-3 を用いて設計されたコントローラをもつ制御系は不安定な零点を持つことを示した。制御系が不安定な零点を持つ際の影響を述べる。

以下の式(3B-1)の伝達関数について考える。

$$G(s) = \frac{\epsilon s^2 - \eta s + 1}{(s+5)(s^2 + 2s + 1)} \quad (3B-1)$$

ここで、 $\epsilon$  と  $\eta$  はある実数である。 $\epsilon = 0$  の際、システムは零点を 1 つもつ。そのときの零点  $z$  は

$$z = \frac{1}{\eta} \quad (3B-2)$$

によって与えられる。図 3B-1 に式(3B-1)で与えられるシステムの、 $\eta$  ごとのステップ応

答（入力が常に一定な応答，即ち，入力の値は目標入力値）を示す。図中において， $\eta=1,2$  は不安定な零点を持ち合わせるシステムである。

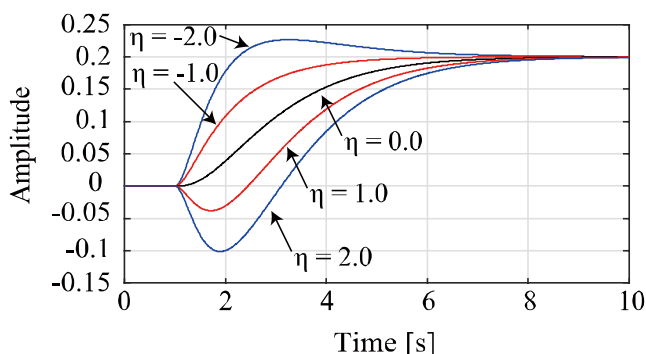


図 3B-1.  $\eta$  ごとのシステム 3B-1 の単位ステップ応答（零点が 1 つの場合）

また， $\epsilon \neq 0$  であるとき，システムは 2 つの零点をもち，そのときの零点  $z_{1,2}$  は

$$z_{1,2} = \frac{\eta \pm \sqrt{\eta^2 - 4\epsilon}}{2\epsilon} \quad (3B-3)$$

により与えられる。図 3B-2 に，本システムの単位ステップ応答を示す。図 3B-1 の例と同様に，本システムは  $\eta=1,2$  の際に，不安定な零点を持つ。

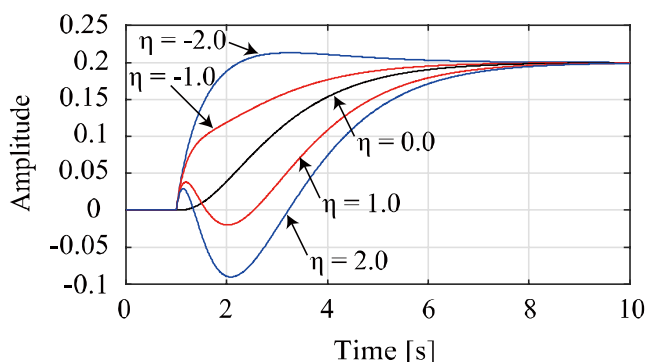


図 3B-2.  $\eta$  ごとのシステム 3B-1 の単位ステップ応答（零点が 2 つの場合）

図 3B-1 と 3B-2 では入力値が 0.2 のステップ応答を示しているが，図から分かるように  $\eta=1,2$  の際，即ち，システムが不安定な零点を持つ際は入力の値と一度逆方向に振れてから，目標値に向かうことが分かる。これは，システムの逆触れ現象と呼ばれ，制御性能に悪影響を与える。

### 付録 3C. 各地震波に対する各層の最大応答

3.4 章では Art Hachinohe と Art Kobe 波の応答のみを示した。付録 3B では，El Centro と Hachinohe 波に対する各層の最大応答，また，各層の最大応答を示した表を示す。

表 3B-1~3B-4 に各地震波に対する各層の最大相対変位，絶対加速度，層間変形角，また，層せん断力係数を示す。

表 3C-1. Art Kobe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	116.6	125.0	132.9	140.2	147.1	153.6	159.7	165.6	171.1	176.4	181.4
	AD-LQR	50.5	54.7	59.6	64.3	68.7	73.0	77.1	81.3	85.3	89.1	93.2
	LQR 1	54.1	60.7	67.0	73.3	79.3	85.0	90.4	96.1	101.9	107.9	114.2
	LQR 2	53.6	60.4	66.8	73.1	79.2	85.0	90.6	96.4	102.3	108.4	114.8
LQR 3	54.1	61.0	67.5	73.9	80.0	85.8	91.5	97.3	103.3	109.5	115.8	
$\ddot{x} + \ddot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	71.4	60.3	66.4	72.9	79.7	85.4	91.2	99.8	106.3	114.3	130.4
	AD-LQR	188.2	121.9	102.3	88.6	80.2	73.6	71.2	66.4	74.6	85.6	107.5
	LQR 1	185.5	141.4	118.7	106.8	101.5	97.8	92.7	89.2	101.3	131.6	155.4
	LQR 2	184.4	140.1	117.2	105.2	99.6	95.8	90.8	87.5	99.7	129.2	154.2
LQR 3	173.7	131.3	110.2	99.3	94.5	91.6	87.4	84.8	97.4	126.7	153.7	
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	4.04	3.85	3.67	3.54	3.44	3.36	3.27	3.20	3.16	3.27
	AD-LQR	-	2.31	2.21	2.14	2.06	1.99	1.92	1.93	1.94	2.18	2.71
	LQR 1	-	2.90	2.73	2.57	2.49	2.46	2.43	2.42	2.47	2.69	3.91
	LQR 2	-	2.92	2.75	2.59	2.52	2.49	2.46	2.46	2.48	2.70	3.88
LQR 3	-	2.95	2.77	2.61	2.55	2.50	2.47	2.46	2.50	2.73	3.87	
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	8.73	8.96	9.31	9.64	9.99	10.4	10.8	11.2	11.6	12.1	13.3
	AD-LQR	4.97	5.13	5.37	5.61	5.83	6.00	6.20	6.63	7.06	8.39	11.0
	LQR 1	6.28	6.44	6.60	6.73	7.03	7.42	7.84	8.31	8.96	10.3	15.9
	LQR 2	6.33	6.49	6.66	6.80	7.11	7.51	7.94	8.41	9.02	10.3	15.7
LQR 3	6.39	6.54	6.70	6.84	7.18	7.57	7.98	8.43	9.09	10.5	15.7	

表 3C-2. Art Kobe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x$ [cm]											
NC	77.7	87.8	97.4	106.6	115.5	124.0	132.4	140.5	148.5	156.2	163.9
AD-LQR	57.4	61.7	65.7	70.1	74.6	78.8	82.9	87.0	90.8	94.5	98.1
LQR 1	63.3	67.8	72.5	76.7	80.5	83.9	87.0	89.8	92.0	93.7	95.8
LQR 2	64.0	68.3	72.9	77.3	81.2	84.8	88.2	91.4	94.0	96.2	98.1
LQR 3	63.0	67.5	72.3	76.6	80.5	84.0	87.3	90.3	92.7	94.8	97.4
$\ddot{x} + \dot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]											
NC	64.5	66.3	67.7	69.5	72.8	74.4	75.7	77.4	80.4	83.2	86.9
AD-LQR	162.2	105.9	88.3	76.3	69.1	63.4	61.9	59.9	64.7	75.9	97.9
LQR 1	233.3	181.6	151.3	134.3	125.8	118.7	109.5	102.1	111.6	141.5	175.1
LQR 2	239.5	188.5	156.7	138.2	128.3	119.9	109.5	101.6	110.5	139.4	156.4
LQR 3	231.7	179.6	149.2	132.0	123.1	115.8	106.7	99.5	109.1	137.9	166.7
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )											
NC	-	3.36	3.13	2.93	2.76	2.64	2.52	2.42	2.33	2.25	2.20
AD-LQR	-	2.26	2.17	2.10	2.04	1.96	1.88	1.88	1.88	1.99	2.47
LQR 1	-	2.25	2.11	1.97	1.90	1.89	1.90	1.99	2.31	3.08	4.41
LQR 2	-	2.28	2.16	2.05	1.92	1.87	1.88	1.90	2.20	2.66	3.91
LQR 3	-	2.28	2.15	2.03	1.92	1.92	1.92	1.98	2.28	2.91	4.20
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )											
NC	7.38	7.47	7.59	7.70	7.81	7.99	8.17	8.33	8.49	8.64	8.86
AD-LQR	4.95	5.01	5.26	5.52	5.75	5.94	6.07	6.43	6.83	7.64	9.99
LQR 1	4.86	5.00	5.11	5.18	5.36	5.72	6.12	6.83	8.43	11.8	17.9
LQR 2	4.93	5.09	5.24	5.37	5.42	5.67	6.05	6.49	8.03	10.2	15.8
LQR 3	4.92	5.08	5.22	5.32	5.43	5.80	6.20	6.78	8.30	11.2	17.0

表 3C-3. Art Hachinohe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

	Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	98.4	111.2	123.3	134.8	145.8	156.3	166.5	176.4	186.0	195.6	205.3	
	AD-LQR	47.8	52.1	56.0	59.7	63.7	67.7	71.6	75.4	79.2	83.1	87.0	
	LQR 1	43.0	48.3	53.6	58.7	63.6	68.9	74.0	78.6	82.4	85.5	90.4	
	LQR 2	42.8	48.1	53.5	58.7	63.7	69.0	74.2	78.9	82.9	86.4	91.6	
	LQR 3	43.9	49.5	55.0	60.2	65.5	70.8	76.0	80.8	84.8	88.5	94.4	
	$\ddot{x} + \ddot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	88.2	88.6	90.6	95.3	102.8	111.2	119.0	124.6	128.4	138.7	182.8
		AD-LQR	158.7	105.2	91.1	80.6	68.0	53.6	58.4	64.6	64.5	62.7	79.0
		LQR 1	174.0	137.4	109.6	79.9	79.9	83.1	84.9	92.3	89.9	90.1	146.2
		LQR 2	171.7	134.4	107.2	78.7	78.9	82.3	84.2	89.9	88.4	88.3	142.8
		LQR 3	163.3	129.4	104.6	77.6	78.5	82.2	84.2	90.0	87.8	91.7	147.0
		$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	5.08	4.82	4.58	4.38	4.19	4.05	3.95	3.93	4.11
	AD-LQR		-	2.15	2.07	1.96	1.86	1.82	1.74	1.65	1.70	1.77	2.00
LQR 1	-		2.38	2.26	2.23	2.16	2.14	2.06	2.01	2.32	2.81	3.69	
LQR 2	-		2.39	2.27	2.23	2.16	2.15	2.08	2.00	2.32	2.77	3.60	
LQR 3	-		2.43	2.32	2.26	2.19	2.17	2.09	2.11	2.42	2.89	3.71	
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC		11.1	11.3	11.7	12.1	12.4	12.8	13.1	13.6	14.3	15.8	18.7
	AD-LQR	4.75	4.79	5.02	5.15	5.25	5.50	5.62	5.65	6.19	6.80	8.06	
	LQR 1	5.27	5.29	5.48	5.84	6.10	6.48	6.65	6.90	8.41	10.8	14.9	
	LQR 2	5.30	5.32	5.50	5.84	6.11	6.51	6.71	6.88	8.42	10.6	14.6	
	LQR 3	5.37	5.41	5.61	5.94	6.19	6.56	6.73	7.23	8.78	11.1	15.0	

表 3C-4. Art Hachinohe 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

	Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x$ [cm]	NC	123.9	132.8	141.2	149.2	156.8	164.1	171.0	177.6	184.0	190.4	197.3
	AD-LQR	54.7	59.0	63.0	66.8	70.6	74.6	78.5	82.3	85.9	89.8	93.5
	LQR 1	52.0	55.8	59.4	62.8	66.5	70.3	74.0	79.0	85.0	91.6	99.8
	LQR 2	53.5	57.6	61.3	64.8	68.8	72.7	76.3	80.4	85.4	90.7	97.2
	LQR 3	51.2	55.2	58.8	62.3	66.1	70.0	73.7	78.6	84.2	90.2	97.7
	NC	95.8	87.4	85.5	84.1	85.9	90.7	93.3	92.8	89.8	101.6	128.7
	AD-LQR	146.8	96.1	83.9	74.7	63.6	51.1	53.9	60.1	60.3	60.9	69.5
	LQR 1	223.7	171.8	132.0	91.5	94.0	86.9	94.2	88.7	93.0	98.8	142.0
	LQR 2	224.5	166.9	125.8	92.6	94.5	83.3	89.2	82.5	89.7	96.5	122.5
LQR 3	218.5	165.3	126.0	89.5	91.9	83.7	90.3	84.3	90.4	96.1	134.0	
$\dot{x} + \ddot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	-	3.59	3.40	3.23	3.06	2.92	2.82	2.82	2.90	3.04	3.23
	AD-LQR	-	1.96	1.91	1.83	1.72	1.66	1.60	1.56	1.50	1.58	1.75
	LQR 1	-	2.04	1.92	2.02	2.12	2.16	2.16	2.22	2.40	2.64	3.58
	LQR 2	-	2.13	1.94	1.90	1.94	1.92	1.87	1.89	2.01	2.14	3.08
	LQR 3	-	2.07	1.90	1.97	2.03	2.04	2.02	2.07	2.24	2.43	3.37
	NC	7.84	7.97	8.25	8.48	8.66	8.84	9.13	9.71	10.6	11.7	13.1
	AD-LQR	4.45	4.38	4.63	4.79	4.86	5.03	5.17	5.35	5.44	6.05	7.07
	LQR 1	4.45	4.57	4.65	5.31	5.99	6.54	6.96	7.61	8.76	10.1	14.5
	LQR 2	4.72	4.78	4.73	4.98	5.48	5.83	6.05	6.50	7.29	8.22	12.5
LQR 3	4.54	4.64	4.63	5.16	5.74	6.19	6.52	7.09	8.17	9.32	13.7	
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	3.59	3.40	3.23	3.06	2.92	2.82	2.82	2.90	3.04	3.23
	AD-LQR	-	1.96	1.91	1.83	1.72	1.66	1.60	1.56	1.50	1.58	1.75
	LQR 1	-	2.04	1.92	2.02	2.12	2.16	2.16	2.22	2.40	2.64	3.58
	LQR 2	-	2.13	1.94	1.90	1.94	1.92	1.87	1.89	2.01	2.14	3.08
	LQR 3	-	2.07	1.90	1.97	2.03	2.04	2.02	2.07	2.24	2.43	3.37
	NC	7.84	7.97	8.25	8.48	8.66	8.84	9.13	9.71	10.6	11.7	13.1
	AD-LQR	4.45	4.38	4.63	4.79	4.86	5.03	5.17	5.35	5.44	6.05	7.07
	LQR 1	4.45	4.57	4.65	5.31	5.99	6.54	6.96	7.61	8.76	10.1	14.5
	LQR 2	4.72	4.78	4.73	4.98	5.48	5.83	6.05	6.50	7.29	8.22	12.5
LQR 3	4.54	4.64	4.63	5.16	5.74	6.19	6.52	7.09	8.17	9.32	13.7	
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	7.84	7.97	8.25	8.48	8.66	8.84	9.13	9.71	10.6	11.7	13.1
	AD-LQR	4.45	4.38	4.63	4.79	4.86	5.03	5.17	5.35	5.44	6.05	7.07
	LQR 1	4.45	4.57	4.65	5.31	5.99	6.54	6.96	7.61	8.76	10.1	14.5
	LQR 2	4.72	4.78	4.73	4.98	5.48	5.83	6.05	6.50	7.29	8.22	12.5
	LQR 3	4.54	4.64	4.63	5.16	5.74	6.19	6.52	7.09	8.17	9.32	13.7

表 3C-5. Tokachi 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

	Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	12.6	14.1	15.5	16.5	17.3	18.0	19.8	22.2	24.9	27.9	31.2	
	AD-LQR	10.9	11.7	12.3	12.9	13.5	14.1	14.7	15.2	15.8	16.6	17.8	
	LQR 1	10.2	11.5	12.5	13.3	13.8	14.0	15.5	17.1	19.4	23.2	28.6	
	LQR 2	9.8	11.1	12.1	12.9	13.4	14.0	15.6	17.1	19.3	22.9	28.1	
	LQR 3	10.6	11.9	12.9	13.6	14.1	14.2	15.5	17.3	19.7	23.8	29.6	
	$\ddot{x} + \dot{x}_g^2$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	50.7	51.2	49.0	45.9	41.2	33.6	25.0	23.0	35.4	63.0	91.1
		AD-LQR	93.8	54.9	42.9	34.5	29.3	26.2	25.7	27.4	32.9	39.8	37.7
		LQR 1	106.3	69.3	57.0	50.6	45.0	44.3	34.9	33.3	41.4	59.9	89.2
		LQR 2	106.0	68.5	56.1	49.8	44.2	42.5	33.8	33.4	41.4	58.2	85.5
		LQR 3	100.1	66.2	57.0	52.2	46.9	44.3	34.2	32.3	40.7	64.3	95.1
		$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	0.63	0.61	0.69	0.76	0.95	1.21	1.48	1.77	2.05
	AD-LQR		-	0.50	0.46	0.47	0.51	0.58	0.66	0.76	0.85	0.91	0.95
LQR 1	-		0.65	0.64	0.68	0.74	0.94	1.17	1.42	1.69	1.95	2.25	
LQR 2	-		0.65	0.64	0.68	0.74	0.91	1.13	1.38	1.63	1.87	2.16	
LQR 3	-		0.63	0.63	0.68	0.77	1.00	1.25	1.52	1.81	2.09	2.40	
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC		1.44	1.41	1.49	1.80	2.15	2.88	3.91	5.10	6.43	7.86	9.29
	AD-LQR	1.09	1.15	1.15	1.26	1.46	1.77	2.15	2.61	3.10	3.49	3.85	
	LQR 1	1.37	1.48	1.58	1.80	2.11	2.85	3.78	4.88	6.14	7.47	9.11	
	LQR 2	1.37	1.47	1.58	1.80	2.10	2.77	3.66	4.72	5.93	7.19	8.72	
	LQR 3	1.43	1.43	1.55	1.79	2.19	3.03	4.03	5.23	6.59	8.03	9.71	

表 3C-6. Tokachi 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

	Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	21.8	23.3	24.8	26.1	27.2	28.2	29.1	30.3	32.0	34.0	36.3	
	AD-LQR	11.3	12.0	12.6	13.2	13.8	14.4	15.0	15.5	16.1	16.8	18.0	
	LQR 1	12.5	13.2	14.1	14.7	14.9	14.8	14.4	16.3	19.3	23.8	29.9	
	LQR 2	10.3	11.3	12.3	13.1	13.6	14.0	14.2	15.9	18.2	21.3	25.5	
	LQR 3	11.3	12.1	13.0	13.7	14.2	14.3	14.3	16.1	18.7	22.4	27.7	
	$\ddot{x} + \ddot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	33.5	35.3	34.4	31.0	26.2	20.7	18.3	18.2	26.2	41.3	58.8
		AD-LQR	79.8	48.8	38.3	30.9	26.2	23.5	22.9	24.4	29.4	35.8	34.1
		LQR 1	137.0	87.8	72.2	65.1	59.1	57.2	44.3	36.3	46.9	67.5	100.9
		LQR 2	139.0	85.3	68.9	62.3	56.9	50.0	42.1	37.4	44.0	55.7	79.8
		LQR 3	135.1	85.7	70.2	63.3	57.4	52.8	42.2	36.5	44.3	60.1	88.9
		$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	0.63	0.60	0.62	0.70	0.77	0.87	1.01	1.15	1.32
	AD-LQR		-	0.43	0.40	0.41	0.45	0.45	0.51	0.68	0.76	0.81	0.86
LQR 1	-		0.77	0.74	0.76	0.84	0.84	1.04	1.30	1.56	2.16	2.54	
LQR 2	-		0.76	0.72	0.72	0.76	0.76	0.82	0.94	1.13	1.33	2.01	
LQR 3	-		0.76	0.73	0.74	0.79	0.79	0.92	1.14	1.37	1.63	2.24	
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC		1.39	1.40	1.45	1.64	1.97	2.33	2.82	3.45	4.17	5.06	6.00
	AD-LQR	0.95	0.99	1.00	1.10	1.29	1.56	1.92	2.34	2.78	3.13	3.48	
	LQR 1	1.64	1.76	1.83	2.01	2.38	3.16	4.22	5.36	6.80	8.27	10.3	
	LQR 2	1.63	1.74	1.78	1.92	2.16	2.50	3.02	3.87	4.83	5.78	8.15	
	LQR 3	1.62	1.74	1.80	1.97	2.24	2.79	3.70	4.69	5.93	7.17	9.07	

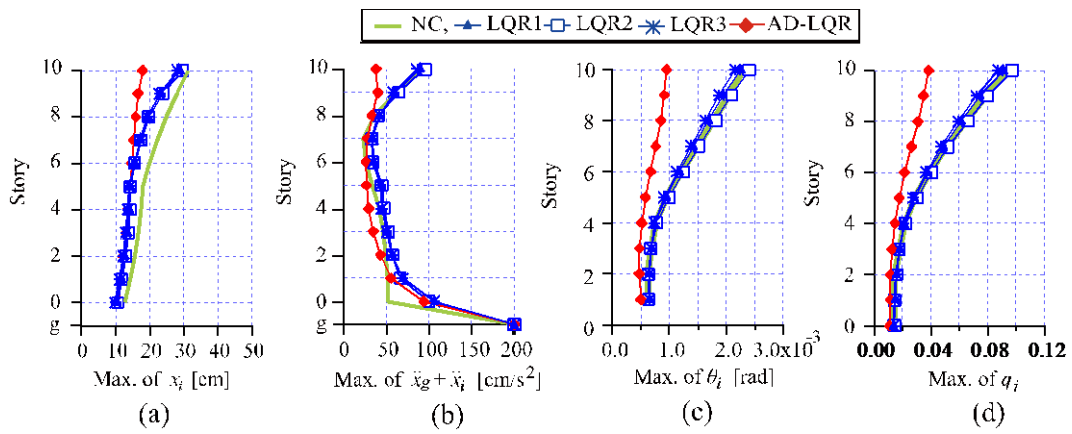


図 3C-1. Tokachi 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

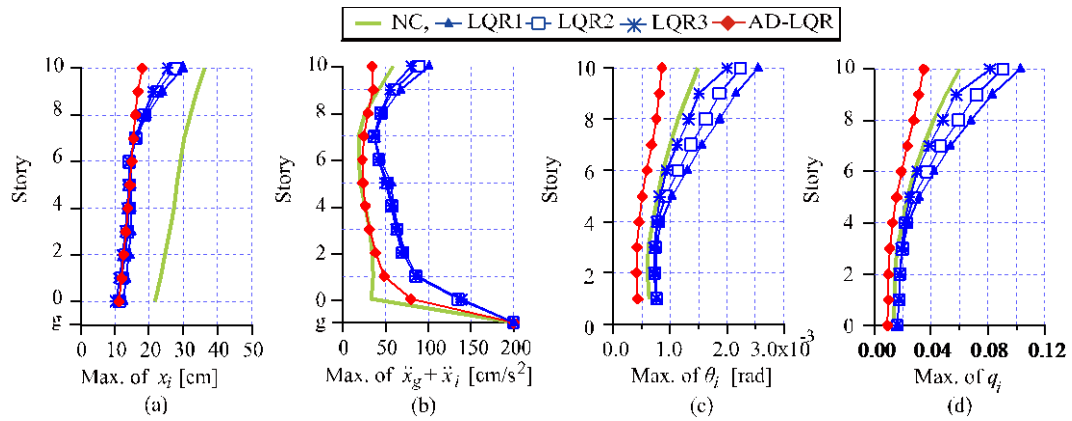


図 3C-2. Tokachi 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

表 3C-7. El Centro 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x$ [cm]	NC	14.4	16.3	18.0	19.6	21.1	22.6	24.0	25.4	26.7	27.9	29.3
	AD-LQR	9.8	10.8	11.8	13.1	14.5	15.6	16.4	17.5	18.7	20.3	22.1
	LQR 1	10.0	11.4	12.7	13.8	14.8	15.8	16.6	17.4	18.1	19.4	21.7
	LQR 2	10.1	11.6	12.9	14.0	15.0	16.0	16.8	17.5	18.2	19.3	21.7
	LQR 3	10.1	11.6	12.9	14.0	15.1	16.1	17.0	17.8	18.7	20.0	21.9
	NC	62.9	49.0	42.1	45.9	45.3	38.7	31.2	27.4	32.2	38.4	74.8
	AD-LQR	153.2	111.6	87.2	69.9	57.7	48.9	42.7	39.9	42.5	44.9	35.3
	LQR 1	148.9	106.0	79.6	69.0	68.1	54.5	44.3	44.5	51.2	55.5	93.0
	LQR 2	148.5	106.1	79.8	68.0	67.2	53.7	44.3	44.4	51.1	54.0	90.8
LQR 3	138.8	98.1	73.6	66.9	66.4	53.6	41.9	42.0	48.9	53.7	93.6	
$\ddot{x} + \ddot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	-	0.74	0.71	0.68	0.65	0.66	0.75	0.85	0.99	1.32	1.88
	AD-LQR	-	0.76	0.64	0.60	0.59	0.59	0.65	0.72	0.77	0.76	0.89
	LQR 1	-	0.71	0.66	0.67	0.69	0.73	0.79	0.85	1.06	1.63	2.34
	LQR 2	-	0.71	0.66	0.67	0.69	0.73	0.79	0.85	1.02	1.58	2.29
	LQR 3	-	0.68	0.64	0.66	0.68	0.75	0.79	0.87	1.06	1.63	2.35
	NC	1.63	1.65	1.71	1.78	1.84	1.99	2.42	2.92	3.60	5.06	7.63
	AD-LQR	1.92	1.78	1.61	1.60	1.69	1.86	2.13	2.48	2.82	2.93	3.61
	LQR 1	1.69	1.63	1.61	1.76	1.96	2.23	2.57	2.94	3.86	6.26	9.49
	LQR 2	1.70	1.64	1.61	1.76	1.96	2.23	2.57	2.94	3.74	6.09	9.27
LQR 3	1.61	1.57	1.57	1.73	1.94	2.28	2.58	3.01	3.85	6.26	9.55	
$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	0.74	0.71	0.68	0.65	0.66	0.75	0.85	0.99	1.32	1.88
	AD-LQR	-	0.76	0.64	0.60	0.59	0.59	0.65	0.72	0.77	0.76	0.89
	LQR 1	-	0.71	0.66	0.67	0.69	0.73	0.79	0.85	1.06	1.63	2.34
	LQR 2	-	0.71	0.66	0.67	0.69	0.73	0.79	0.85	1.02	1.58	2.29
	LQR 3	-	0.68	0.64	0.66	0.68	0.75	0.79	0.87	1.06	1.63	2.35
	NC	1.63	1.65	1.71	1.78	1.84	1.99	2.42	2.92	3.60	5.06	7.63
	AD-LQR	1.92	1.78	1.61	1.60	1.69	1.86	2.13	2.48	2.82	2.93	3.61
	LQR 1	1.69	1.63	1.61	1.76	1.96	2.23	2.57	2.94	3.86	6.26	9.49
	LQR 2	1.70	1.64	1.61	1.76	1.96	2.23	2.57	2.94	3.74	6.09	9.27
LQR 3	1.61	1.57	1.57	1.73	1.94	2.28	2.58	3.01	3.85	6.26	9.55	
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC	1.63	1.65	1.71	1.78	1.84	1.99	2.42	2.92	3.60	5.06	7.63
	AD-LQR	1.92	1.78	1.61	1.60	1.69	1.86	2.13	2.48	2.82	2.93	3.61
	LQR 1	1.69	1.63	1.61	1.76	1.96	2.23	2.57	2.94	3.86	6.26	9.49
	LQR 2	1.70	1.64	1.61	1.76	1.96	2.23	2.57	2.94	3.74	6.09	9.27
	LQR 3	1.61	1.57	1.57	1.73	1.94	2.28	2.58	3.01	3.85	6.26	9.55

表 3C-8. El Centro 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

Story	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
$x$ [cm]	NC	26.1	28.0	29.7	31.3	32.7	34.0	35.3	36.5	37.7	38.9	40.2	
	AD-LQR	10.4	11.3	12.3	13.4	14.7	15.7	16.7	17.7	18.8	20.3	21.9	
	LQR 1	10.0	10.8	11.7	12.7	13.7	14.5	15.3	16.1	17.9	20.1	22.9	
	LQR 2	10.7	11.6	12.6	13.5	14.5	15.3	15.9	16.5	17.8	19.6	22.0	
	LQR 3	10.2	11.0	12.0	13.0	13.9	14.7	15.4	16.1	17.7	19.7	22.3	
	$\ddot{x} + \ddot{x}_g$ [cm/s <sup>2</sup> ]	NC	43.6	33.6	29.2	26.1	25.8	21.8	19.3	19.2	22.3	27.0	44.0
		AD-LQR	128.1	98.0	76.3	61.1	50.6	43.1	37.8	35.6	38.2	40.7	32.0
		LQR 1	189.5	138.2	103.5	84.1	80.7	61.8	54.3	53.3	59.3	73.7	107.4
		LQR 2	199.1	148.2	111.5	89.5	76.5	64.7	57.8	56.2	61.4	70.6	91.2
		LQR 3	189.1	138.5	103.8	83.3	78.1	60.7	54.5	53.5	59.4	70.8	100.7
		$\theta$ [rad] ( $\times 10^{-3}$ )	NC	-	0.75	0.69	0.65	0.63	0.63	0.63	0.63	0.67	0.79
	AD-LQR		-	0.67	0.57	0.53	0.53	0.53	0.55	0.65	0.70	0.69	0.80
	LQR 1		-	0.82	0.72	0.71	0.77	0.84	0.94	1.05	1.38	1.94	2.70
	LQR 2		-	0.85	0.74	0.72	0.72	0.75	0.80	0.86	1.18	1.65	2.29
	LQR 3		-	0.81	0.72	0.71	0.73	0.78	0.83	0.96	1.30	1.80	2.53
$q$ ( $\times 10^{-2}$ )	NC		1.66	1.66	1.66	1.70	1.78	1.89	2.02	2.15	2.43	3.03	4.49
	AD-LQR	1.68	1.56	1.42	1.42	1.51	1.67	1.92	2.25	2.56	2.66	3.26	
	LQR 1	2.02	1.90	1.79	1.89	2.18	2.54	3.05	3.62	5.05	7.47	11.0	
	LQR 2	2.14	1.99	1.85	1.91	2.07	2.30	2.61	2.95	4.32	6.36	9.31	
	LQR 3	2.02	1.90	1.79	1.88	2.07	2.38	2.70	3.29	4.73	6.95	10.3	

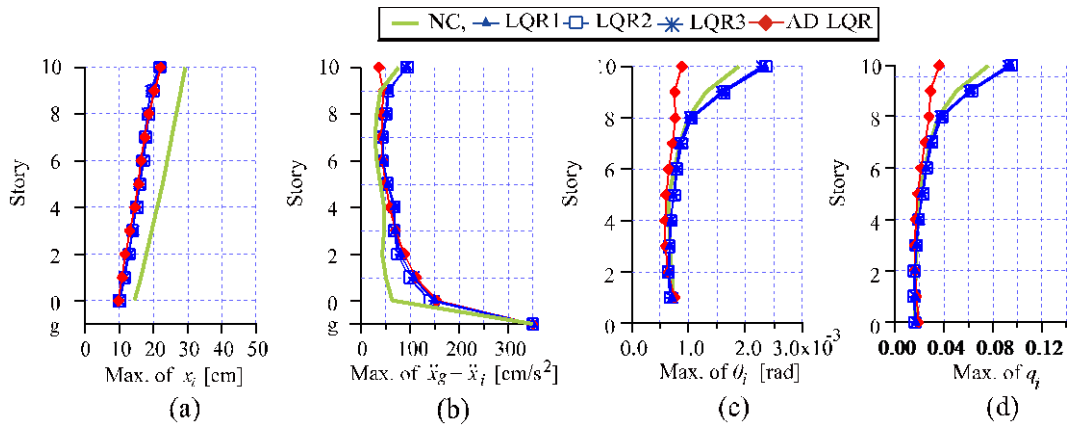


図 3C-3. El Centro 波に対する最大応答 ( $T_0 = 6.0$  s)

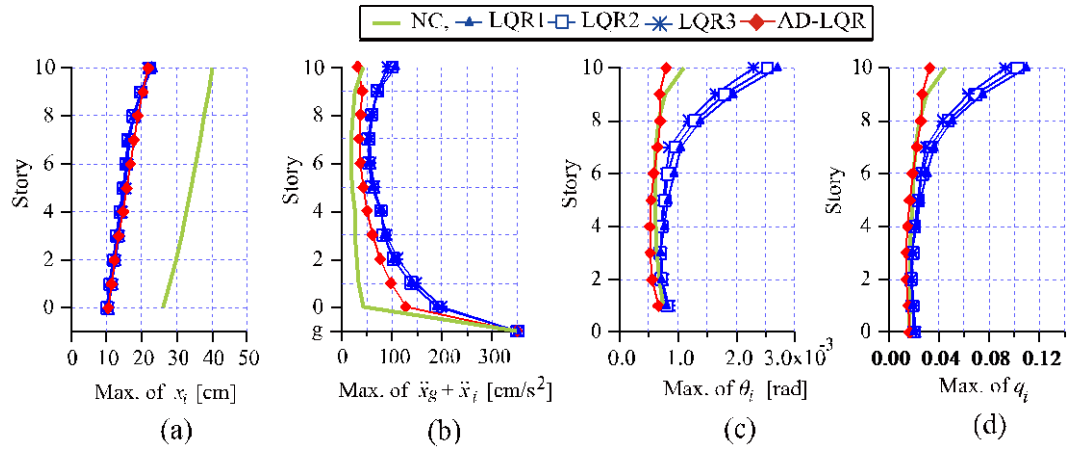


図 3C-4. El Centro 波に対する最大応答 ( $T_0 = 8.0$  s)

### 付録 3D. 極と制御系の固有周期および減衰定数との関係

外力のない建築物モデルの運動方程式は式(3D-1)により表される。なお、簡単のために、1 自由度のモデルを想定する。

$$M_S \ddot{x}(t) + D_S \dot{x}(t) + K_S x(t) = 0 \quad (3D-1)$$

上式をラプラス変換し、以下の式(3D-2)を得る。

$$\begin{aligned} M_S s^2 X(s) + D_S s X(s) + K_S X(s) &= 0 \\ \{M_S s^2 + D_S s + K_S\} X(s) &= 0 \\ M_S s^2 + D_S s + K_S &= 0 \end{aligned} \quad (3D-2)$$

なお、 $X(s)$ は $x(t)$ のラプラス変換であり、 $s$ はラプラス演算子である。ここで、二次方程式の解と係数の関係より、式(3D-2)を $s$ について解くと

$$\begin{aligned}
s_{1,2} &= \frac{-D_S \pm \sqrt{D_S^2 - 4M_S K_S}}{2M_S} \\
&= -h\omega \pm \sqrt{\frac{D_S^2 - 4M_S K_S}{4M_S^2}} \\
&= -h\omega \pm \sqrt{h^2\omega^2 - \omega^2} \\
&= -h\omega \pm \omega\sqrt{1-h^2}
\end{aligned} \tag{3D-3}$$

となり、式(3-30)と式(3-31)が求められる。

次に、状態フィードバック制御をもつシステムについて考えてみる。状態フィードバック制御入力  $u(t)$  を持つシステムの運動方程式は

$$M_S \ddot{x}(t) + D_S \dot{x}(t) + K_S x(t) + u(t) = 0 \tag{3D-4}$$

により表される。ここで制御入力  $u(t)$  は以下の式(3D-5)により与えられる

$$\begin{aligned}
u(t) &= K_P z(t) \\
&= \begin{bmatrix} K_{P,1} & K_{P,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \\
&= K_{P,1} x(t) + K_{P,2} \dot{x}(t)
\end{aligned} \tag{3D-5}$$

ここで、式(3D-5)を式(3D-4)に代入することで式(3D-6)を得る

$$M_S \ddot{x}(t) + (D_S + K_{P,2}) \dot{x}(t) + (K_S + K_{P,1}) x(t) = 0 \tag{3D-6}$$

従って、状態フィードバック制御を用いることは制御対象の「見かけの」減衰係数と「見かけの」剛性を変化させる役割があることが分かる。フィードバック制御がある際に、制御対象の減衰定数や固有周期が変化することは上述のように、見かけの減衰係数や見かけの剛性が変わることによって由来する。

## 4章 絶対加速度を評価する拡張等価入力外乱手法

### 4.1 はじめに

#### 4.1.1 背景

3章では、絶対加速度、層間変位・速度を評価関数中に含め、これらの応答を制御するLQRであるAD-LQRの提案を行った。さらに、従来の相対変位・速度を評価し、これらの応答を抑えるLQRとの応答の比較を行った。4章では、等価入力外乱推定器に焦点をあて、絶対加速度や相対変位を抑える等価入力外乱の推定方法を述べる。

外乱の影響を推定し、制御に応答する等価入力外乱手法がSheらにより提案された[4-1]。等価入力外乱手法は、従来のフィードバック制御系に等価入力外乱推定器を取り付けることのみで実現できる制御系であることから、様々な制御系への制御性能を向上させることができることが期待され、スマートグリッドシステムやロボットの運動制御を始めてとして様々な分野に応用がなされている[4-2],[4-3]。SheらやFangを中心として、等価入力外乱手法は建築物のアクティブ制御にも応用がなされた[4-4],[4-5],[4-6]。これらの研究により、等価入力外乱手法を建築物のアクティブ制御に応用することで、相対変位に対する制御性能を飛躍的に向上できることが明らかになった。

1章で示したように、相対変位・速度のみを考慮した制御系では、絶対加速度の大きさを増大させる可能性があり、建築物のアクティブ制御に応用するには絶対加速度や層間変位を考慮し、これらの応答を抑えることができる等価入力外乱推定器を用いる必要がある。

等価入力外乱は状態フィードバックコントローラに等価入力外乱推定器を取り付けた制御系であり、3章では、特に状態フィードバック制御に焦点を当て、絶対加速度や層間変位・速度を制御する新しいLQRであるAD-LQRを提案し、同時にこれを用いることにより制御性能が改善される理由の分析を行った。しかし、等価入力外乱推定器については依然として未整備である。

また、等価入力外乱手法は、状態フィードバック制御と等価入力外乱推定器より構成されるのだが、これらの設計方法は不明瞭であり、現状では、トライ&エラーにより設計されることから、設計は困難を極めている現状がある。

#### 4.1.2 本章の目的と概要

本章では、建築物に適した等価入力外乱手法の提案を行うことを目的として、絶対加速度や層間変位を推定する拡張等価入力外乱（EEID : Extended EID）の提案と、その計算アルゴリズムについて述べる。

本手法では、まず、拡張等価入力外乱の計算方法を述べ、従来の等価入力外乱手法との違いの説明を行う。さらに、オブザーバやフィードバックコントローラを設計する際のパラメータが制御性能に与える影響を陽に示し、設計を容易にすることを目的として、本章後半では、特に1自由度系のモデルを対象として、オブザーバやフィードバックコント

ローラの設計パラメータが制御性能に与える影響を理論的に明らかにする。

## 4.2 拡張等価入力外乱の概要

2章で示した例と同様に、出力を建築物のモデルを状態方程式で表したものを式(4-1)で示す。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + B_d d(t) \quad (4-1)$$

ここで、

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_S^{-1}K_S & -M_S^{-1}D_S \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_S^{-1}E_u \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\{1\} \end{bmatrix}, \\ d(t) = \ddot{x}_g(t). \end{cases} \quad (4-2)$$

である。本論文では、 $z(t)$ を制御対象の状態と呼び、 $d(t)$ は外乱である。

式(4-1)を、ブロック線図を用いて表したものが図 4-1 である。

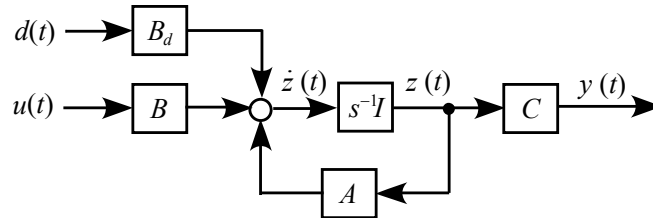


図 4-1. 式 4-2 のブロック線図

ここで、図 4-2 のシステムを考えたとき、 $y(t) = \bar{y}(t)$ が成り立つとき、 $d_e(t)$ をオリジナルの外乱に対する等価入力外乱と定義する。従って、例えば、 $C = [I \ 0]$ と設定することで相対変位を出力することから、制御系はこれを抑える等価入力外乱を推定し、用いるものになる。

建築物の振動制御には絶対加速度を抑えることが重要である。しかし、式(4-1)から分かるように絶対加速度は制御対象の状態ではないため、式(4-1)の状態方程式を用いて出力するには何らかの工夫が必要である。本論文では、式(4-1)に注目し、状態 ( $x(t), \dot{x}(t)$ ) と制御入力 ( $u(t)$ ) を用いて式(4-3)のように表す。

$$\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) = -M_S^{-1}D_S \dot{x}(t) - M_S^{-1}K_S x(t) + M_S^{-1}E_u u(t) \quad (4-3)$$

これにより制御対象の状態  $z(t)$  と制御入力  $u(t)$  の組み合わせを用いて絶対加速度出力は次式のように表すことができる。

$$y(t) = Cz(t) + Du(t) \quad (4-4)$$

$$C = [-M_S^{-1}K_S \quad -M_S^{-1}D_S], \quad D = M_S^{-1}E_u \quad (4-5)$$

ここで、 $D$ は直達項と呼ばれる。以上より、直達項  $D$  を用いることにより、絶対加速度を出力することが可能になる。この時の状態方程式は、絶対加速度を抑える等価入力外乱  $d_e(t)$ を用いて式(4-6)により示される。また図 4-2 は式(4-5)をブロック線図で表したもので

ある。

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + B[u(t) + d_e(t)] \\ y(t) = Cz(t) + Du(t) \end{cases} \quad (4-6)$$

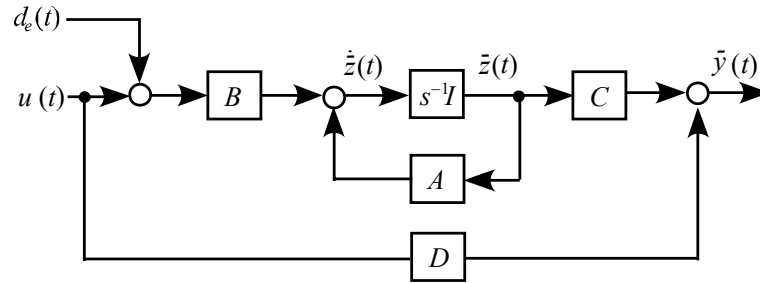


図 4-2. 式 4-6 のブロック線図

図 4-2 中の  $d_e(t)$  は本論文により提案される，絶対加速度を考慮した新しい等価入力外乱 (EEID) であり，これを求め，制御に用いることで，絶対加速度を考慮したシステムの構成が可能になる。

図 4-2 では，直達項のある制御系の状態を  $\tilde{z}(t)$  と示したが，以下より，直達項がある制御系の状態を  $z(t)$  と省略して記すが意味は明白であるため，混乱はないと思われる。

### 4.3 絶対加速度・層間変位を評価する等価入力外乱の計算方法

制御入力チャンネル  $B$  から入力する等価入力外乱  $d_e(t)$  を推定するためには， $B$  から出力までの伝達関数の逆数を掛けることで計算ができる。しかし，3章で示したように，多自由度系においては不安定な零点が存在することが示唆されている。不安定な零点を有する伝達関数の逆数は不安定な極をもつことから，等価入力外乱の計算結果が発散することから，本手法を多自由度へ拡張した際の適用が困難になることが危惧される。従って，本論文では，オブザーバを用いることにより，伝達関数の逆数を用いることなく，等価入力外乱を推定できるようにする。

本節では絶対加速度を考慮した等価入力外乱の計算方法を述べる。式(4-6)のシステムに対する状態推定器 (オブザーバ) の方程式を式(4-7)に示す。

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + L_p C[z(t) - \hat{z}(t)] \\ \hat{y}(t) = C\hat{z}(t) + Du(t) \end{cases} \quad (4-7)$$

ここで， $\hat{z}(t)$  は状態  $z(t)$  の推定値であり， $L_p$  はオブザーバゲインである。

式(4-7)から式(4-1)を減ずることで式(4-8)を得る

$$\begin{cases} \Delta \dot{z}(t) = (A - L_p C)\Delta z(t) + B d_e(t) \\ \Delta y(t) = C\Delta z(t) \end{cases} \quad (4-8)$$

ここで，

$$\begin{cases} \Delta z(t) = z(t) - \hat{z}(t) \\ \Delta y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (4-9)$$

であり， $\Delta z(t)$ はオブザーバによる推定した状態値 $\hat{z}(t)$ と真値 $\Delta z(t)$ との誤差を表す。

一方，2章と同様に， $(A, B)$ が可制御である仮定より

$$A\Delta z(t) = A\Delta z(t) + B\Delta d(t) \quad (4-10)$$

を満たす $\Delta d(t)$ が存在する。

式(4-8)に式(4-10)を代入することにより，式(4-11)を得る。

$$B[d_e(t) - \Delta d(t)] = L_p C \Delta z(t) \quad (4-11)$$

等価入力外乱の推定値 $\hat{d}_e(t)$ を，等価入力外乱 $d_e(t)$ と $\Delta d(t)$ を用いて式(4-12)で定義する。

$$\hat{d}_e(t) = d_e(t) - \Delta d(t) \quad (4-12)$$

式(4-12)を式(4-11)に代入し，式(4-13b)で与えられる制御入力マトリックス $B$ の左擬似逆行列 $B^+$ を左から掛けることにより，絶対加速度を制御する等価入力外乱の推定値 $\hat{d}_e(t)$ は式(4-13a)により与えられる。なお，左擬似逆行列は，行列 $B$ が列フルランクであるときに存在する。従って，式(4-1)の行列 $B$ を持つ際は，必ず存在する。

$$\hat{d}_e(t) = B^+ L_p \Delta y(t) \quad (4-13a)$$

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T \quad (4-13b)$$

制御には $\hat{d}_e(t)$ をローパスフィルター $F(s)$ でフィルタリングした後の信号 $\tilde{d}_e(t)$ を用いる。

$$\tilde{D}_e(s) = F(s) \hat{D}_e(s) \quad (4-14)$$

ここで， $\tilde{D}_e(s)$ と $\hat{D}_e(s)$ は， $\tilde{d}_e(t)$ と $\hat{d}_e(t)$ をそれぞれラプラス変換した信号である。また，ローパスフィルター $F(s)$ は式(4-15)による。

$$F(s) = \frac{N_F}{\Omega s + 1} \quad (4-15)$$

式中において， $\Omega$ はカットオフの周波数を表し， $N_F$ は $0 < N_F \leq 1$ の実数で表されるパラメータである。

制御入力 $u(t)$ には状態フィードバックにより与えられる $u_f(t)$ と，等価入力外乱の推定値 $\tilde{d}_e(t)$ の逆位相を用いて表される式(4-16)。

$$u(t) = u_f(t) - \tilde{d}_e(t) \quad (4-16)$$

ここで， $u_f(t)$ は式(4-17)による制御即をもつ制御入力であり，全ての状態が直接観測可能であることを仮定している。また， $K_P$ は状態フィードバックゲインであり，例えば，LQR (Linear Quadratic Regulator) により設計される。

$$u_f(t) = [K_{P1} \quad K_{P2}] \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = K_P z(t) \quad (4-17)$$

最終的に，拡張等価入力外乱を用いた制御系のブロック線図は図4-3で示される。

以上より，絶対加速度を抑える等価入力外乱は $C = [-M_S^{-1} K_S \quad -M_S^{-1} D_S]$ ， $D = M_S^{-1} E_u$ と

し、上記のアルゴリズムを用いることにより、計算できることが示された。なお、層間変形角（層間変位）を同時に考慮する場合は絶対加速度のみならず、層間変位も同時に出力させる必要がある。従って式(4-18)のように出力マトリクス  $C$  と直達項  $D$  を設定することにより、絶対加速度と層間変位を同時に出力し、同時にこれらを抑える等価入力外乱を計算することが可能になる。

$$y(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) \\ \Delta x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_s^{-1}K_s & -M_s^{-1}D_s \\ \Theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_s^{-1}E_u \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (4-18a)$$

$$= Cz(t) + Du(t)$$

ここで

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ -1 & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & -1 & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (4-18b)$$

である。

拡張等価入力外乱手法を用いた制御系の特徴として、オブザーバへの入力も  $u(t)$  であることが特徴となっている。2章で示した従来の等価入力外乱手法を用いた制御系では、オブザーバへの入力は状態フィードバックにより与えられる  $u_f(t)$  のみであった。しかし、オブザーバの入力を  $u_f(t)$  とすると、式(4-8)の出力誤差は

$$\begin{aligned} \Delta y(t) &= C\Delta z(t) + Du(t) - Du_f(t) \\ &= C\Delta z(t) + D\{u(t) - u_f(t)\} \\ &= C\Delta z(t) + D\tilde{d}_e(t) \end{aligned} \quad (4-19)$$

となり、出力誤差に制御に用いる推定等価入力外乱の値も含まれ、オブザーバの設計が困難になる。従って、出力に直達項がある際の等価入力外乱の推定を行う際は、オブザーバの入力も  $u(t)$  とする必要があることに注意されたい。

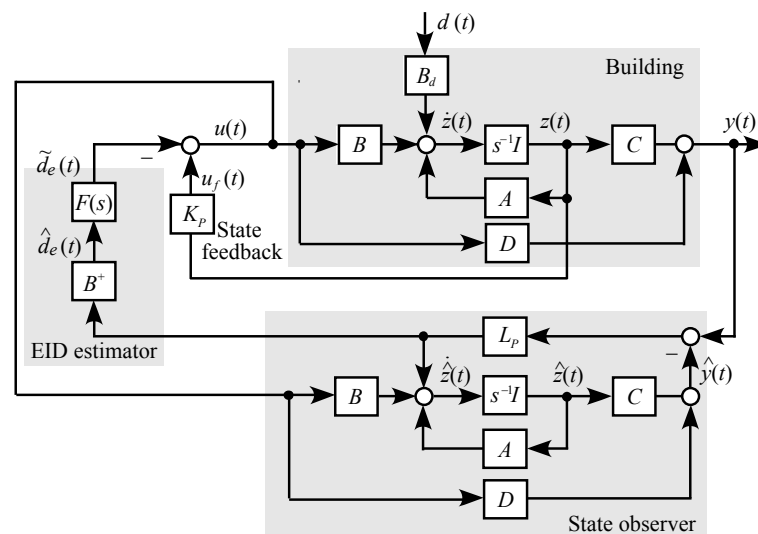


図 4-3. EEID を用いた制御系のブロック線図

#### 4.4 外乱入力チャンネルから相対変位，絶対加速度までの伝達関数

本章では，拡張等価入力外乱手法のコントローラゲイン  $K_p$ ，オブザーバゲイン  $L_p$  が外乱除去に与える影響を明らかにする。そのために，外乱入力チャンネル  $B_d$  から出力までの伝達関数を示す。

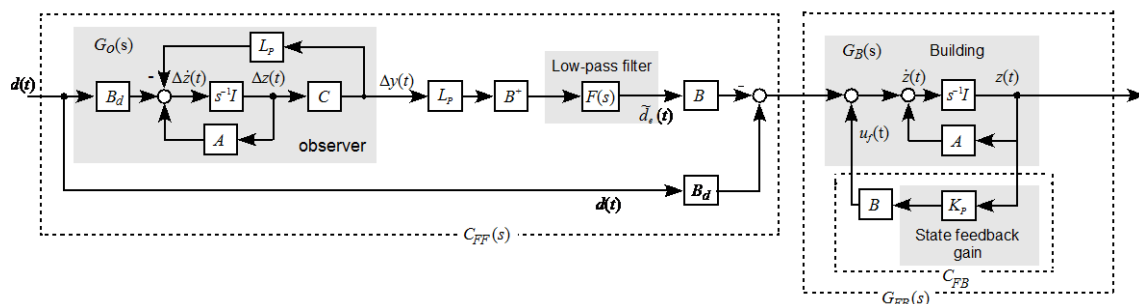


図 4-4. 外乱入力から状態までのブロック線図

式(4-1), (4-8), (4-9), (4-13), (4-14), (4-15), (4-16)を用いて，図 4-3 を図 4-4 のような等価なシステムに書き換え，外乱入力チャンネル  $B_d$  から状態量  $z(t)$  までの伝達関数の考察を行う。なお，詳しい書き換えの手順は付録 4A にて説明した。

図 4-4 より，外乱入力チャンネル  $B_d$  から入力される外乱  $d(t)$  は，制御入力チャンネル  $B$  から入力する推定等価入力外乱  $\tilde{d}_e(t)$  により抑えられることが分かる。また， $d(t)$  と  $\tilde{d}_e(t)$  の差分がコントローラゲインより生成される状態フィードバック制御入力  $u_f(t)$  によって，さらに抑えられていることも分かる。

次に本制御系の特性について述べる。図 4-4 より，本制御系は，外乱に対して，式(4-19)により与えられるフィードフォワード制御部分  $C_{FF}(s)$  と，式(4-20)により与えられるフィードバック制御部分  $C_{FB}$  から構成される構造となっていることが分かる。

$$C_{FF}(s) = B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s) \quad (4-19)$$

$$C_{FB} = BK_p \quad (4-20)$$

ここで，

$$G_o(s) = C[sI - (A - L_pC)]B_d \quad (4-21)$$

である。フィードバック制御のみから構成される制御系では，フィードバック制御部分のみを用いて動特性と応答の改善をしている。これに対し，本制御手法は，フィードバック制御と独立にフィードフォワード制御器が外乱除去を行うことにより，従来のフィードバック制御よりも良い外乱除去性能を得られる。言い換えれば，フィードバック制御部分は制御対象の固有周期や減衰定数を改善する働きがあるのに対し，フィードフォワード制御部分は，外乱そのものに作用し，抑える役割がある。

次に，外乱入力チャンネルから相対変位 ( $x(t)$ ) または絶対加速度 ( $\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)$ ) までの伝達関数をそれぞれ求める。制御対象の伝達関数  $G_B(s)$  は式(4-22)により与えられる。

$$G_B(s) = (sI - A)^{-1} \quad (4-22)$$

これに対し、状態フィードバックゲイン  $K_P$  を持つ場合の伝達関数  $G_{FB}(s)$  は式(4-23)により表される。

$$G_{FB}(s) = [sI - (A - BK_P)]^{-1} \quad (4-23)$$

外乱入力チャンネルから制御対象となる建築物の状態  $z(t)$  までの伝達関数  ${}_dG_z(s)$  は、 $G_{FB}(s)$  と  $C_{FF}(s)$  を用いて式(4-24)で与えられる。その際、ある行列  $M$  の逆行列が余因子行列  $\text{adj}(M)$  と、行列式  $|M|$  を用いている。

$$\begin{aligned} {}_dG_z(s) &= G_{FB}(s)C_{FF}(s) = G_{FB}(s)\{B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s)\} \\ &= [sI - (A - BK_P)]^{-1} \{B_d - BF(s)B^+L_pC[sI - (A - L_pC)]^{-1}B_d\} \\ &= \frac{\text{adj}(sI - A - BK_P)}{|sI - A - BK_P|} \left\{ B_d - B \frac{N_F}{(\Omega s + 1)} B^+ L_p \frac{C \text{adj}(sI - A + L_p C) B_d}{|sI - A + L_p C|} \right\} \\ &= \frac{\text{adj}(sI - A - BK_P)}{|sI - A - BK_P|} \left\{ B_d - B \frac{N_F B^+ L_p C \text{adj}(sI - A + L_p C) B_d}{(\Omega s + 1) |sI - A + L_p C|} \right\} \end{aligned} \quad (4-24)$$

$$M^{-1} = \frac{\text{adj}(M)}{|M|} \quad (4-25)$$

外乱入力チャンネルから、相対変位までの伝達関数  ${}_dG_D(s)$  は式(4-24)に左から  $[I \quad 0]$  を掛けることにより次式で与えられる。

$$\begin{aligned} {}_dG_D(s) &= [I \quad 0]G_{FB}(s)\{B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s)\} \\ &= [I \quad 0]{}_dG_z(s) \end{aligned} \quad (4-26)$$

なお、状態フィードバック制御のみが取り付けられた際の外乱入力チャンネル  $B_d$  から変位  $x(t)$  までの伝達関数を  ${}_dG_{D,FB}(s)$  とすると、 ${}_dG_{FB}(s)$  は式(4-23)に左から  $[I \quad 0]$  を掛けることで、式(4-27)で表される。

$$\begin{aligned} {}_dG_{D,FB}(s) &= [I \quad 0][sI - (A - BK_P)]^{-1}B_d \\ &= [I \quad 0]G_{FB}(s)B_d \end{aligned} \quad (4-27)$$

式(4-27)は、式(4-26)において、 $BF(s)B^+L_pG_o(s) = 0$  の場合と一致する。

式(4-19)、(4-20)より、EEID はフィードフォワードコントローラを持ち合わせる制御系であることを述べた。式(4-26)と(4-27)の比較より、フィードフォワードコントローラを搭載することで、伝達関数中の外乱入力チャンネル  $B_d$  が、 $(B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s))$  に変化することが分かった。

次に、地動加速度  $\ddot{x}_g(t)$  から絶対加速度  $\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}(t)$  までの伝達関数を求める。式(4-3)に、式(4-16)と式(4-17)を代入することで式(4-28)が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) &= -M_S^{-1}D_S\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_Sx(t) + M_S^{-1}E_uu_f(t) - M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) \\ &= -M_S^{-1}\{D_S + E_uK_{P,1}\}\dot{x}(t) - M_S^{-1}\{K_S + E_uK_{P,2}\}x(t) - M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) \\ &= -M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t) - M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) \end{aligned} \quad (4-28)$$

ここで、 $D_{Seq} = D_S + E_u K_{P,1}$ ,  $K_{Seq} = K_S + E_u K_{P,2}$ である。式(4-28)の $-M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t)$ は、出力マトリックスを $C_{eq} = [-M_S^{-1}K_{Seq} \quad -M_S^{-1}D_{Seq}]$ , 外乱を $s^2X_g(s)$ とした伝達関数式(4-24)の出力 $y(t)$ に等しい。従って、 $-M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t)$ はラプラス逆変換 $L^{-1}$ と式(4-24)を用いて式(4-29)で表される。

$$\begin{aligned} -M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t) &= L^{-1}[C_{eq}G_{FB}(s)\{B_d - BF(s)B^+L_PG_o(s)\}s^2X_g(s)] \\ &= L^{-1}[C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s)s^2X_g(s)] \end{aligned} \quad (4-29)$$

また、 $\tilde{d}_e(t)$ は次式により表される。

$$\tilde{d}_e(t) = L^{-1}\{F(s)B^+L_PG_o(s)s^2X_g(s)\} \quad (4-30)$$

従って、式(4-28)中の $M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t)$ は、 $s^2X_g(s)$ を用いて式(4-31)で表すことができる。

$$M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) = L^{-1}\{M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_PG_o(s)s^2X_g(s)\} \quad (4-31)$$

式(4-29), (4-31)を式(4-28)に代入することで、式(4-32)を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) &= L^{-1}[C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s)s^2X_g(s)] - L^{-1}\{M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_PG_o(s)s^2X_g(s)\} \\ &= L^{-1}\{[C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s) - M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_PG_o(s)]s^2X_g(s)\} \end{aligned} \quad (4-32)$$

式(4-32)の両辺をラプラス変換し、さらに $s^2X_g(s)$ で除すことで、外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数 ${}_dG_a(s)$ は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} {}_dG_a(s) &= \frac{s^2\{X_g(s) + X(s)\}}{s^2X_g(s)} \\ &= C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s) - M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_PG_o(s) \end{aligned} \quad (4-33)$$

なお、状態フィードバック制御のみを持つ制御系では、外乱入力から絶対加速度までの伝達関数 ${}_dG_{a,FB}(s)$ は式(4-33)から等価入力外乱の項 $-M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_PG_o(s)$ を除外した式(4-34)により与えられる。

$$\begin{aligned} {}_dG_{a,FB}(s) &= \frac{s^2\{X_g(s) + X(s)\}}{s^2X_g(s)} \\ &= C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s) \end{aligned} \quad (4-34)$$

式(4-33)のブロック線図を図4-5に示す。

外乱入力から状態 $z(t)$ まではフィードバック制御に、フィードフォワード制御が追加された制御系であったが、絶対加速度に対しては、フィードバック・フィードフォワード制御系のさらに外側からループがかかっていることに注意されたい。

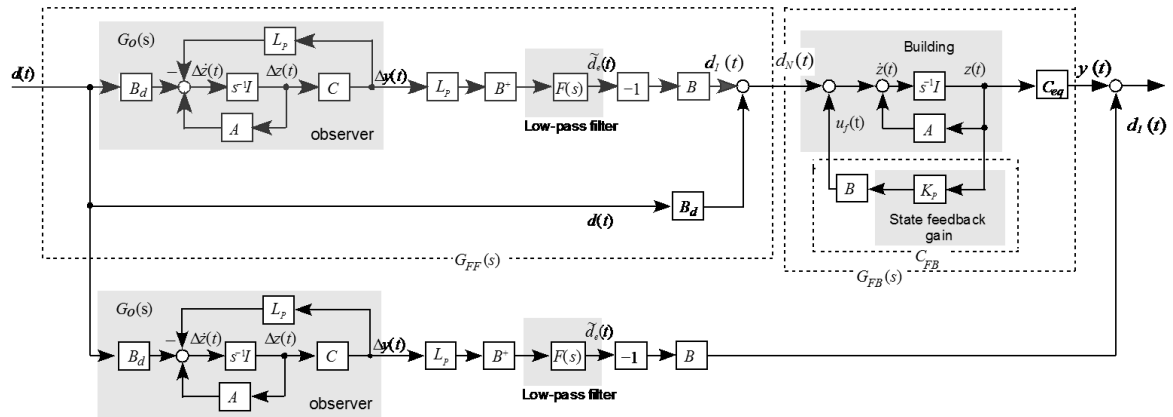


図 4-5. 外乱入力から絶対加速度までのブロック線図

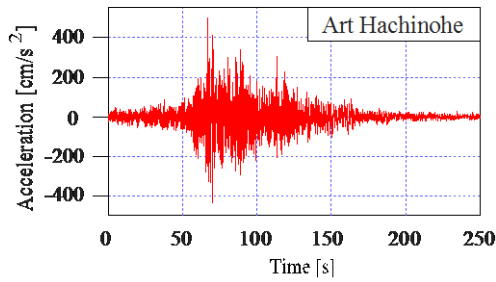
## 4.5 多自由度モデルを用いた数値例

### 4.5.1 検証用モデルと地震波

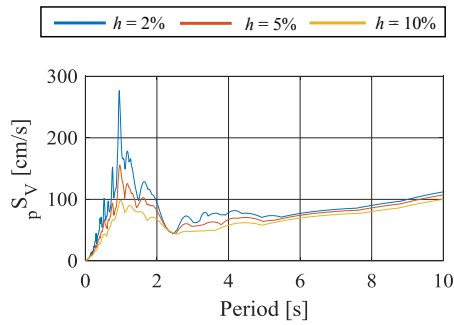
本論文では、以下に示す4つの地震波を用いて解析を行う。

- 1 : Art Hachinohe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  $pS_V$  が 100cm/s 程度となる告示波であり、位相スペクトルは 1968 Hachinohe EW と同じ特性を持つ。
- 2 : Art Kobe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  $pS_V$  が 100cm/s 程度となるような告示波であり、位相スペクトルは 1995 JMA Kobe NS と同じ特性を持つ。
- 3 : El Centro : 1940 年発生 of El Centro NS 波
- 4 : Tokachi : 1968 年の十勝沖地震の NS 波

図 4-5~4-8 に各地震波の加速度波形と 5%減衰の速度応答スペクトル波を示す。



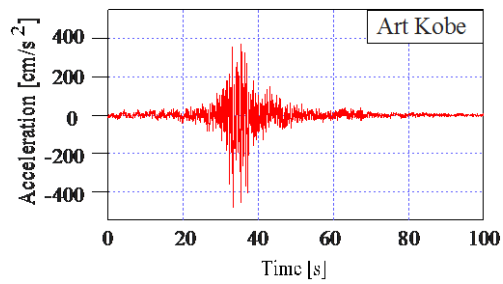
(a) Accelerogram



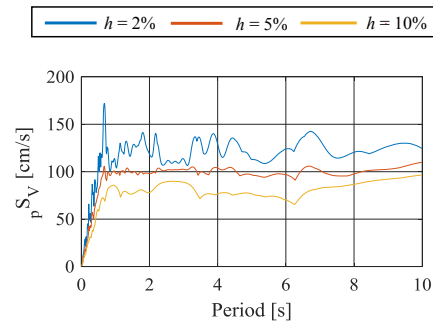
(b) Pseudo velocity spectrum

図 4-6 Art Hachinohe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



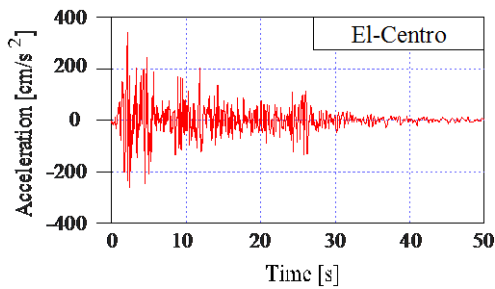
(a) Accelerogram



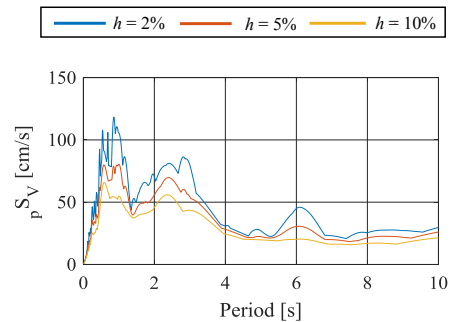
(b) Pseudo velocity spectrum

図 4-7 Art Kobe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



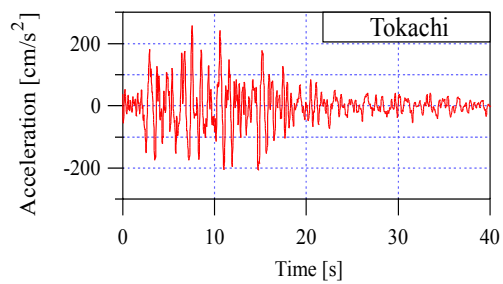
(a) Accelerogram



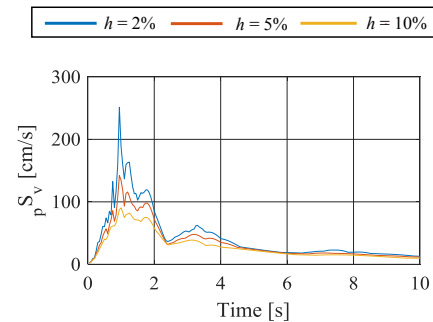
(b) Pseudo velocity spectrum

図 4-8 El Centro 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



(a) Accelerogram



(b) Pseudo velocity spectrum

図 4-9 Tokachi 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル

また、解析に用いる建築物のモデルは全章を通して以下に示す免震建築物のモデルを用いる。

本論文では底面積が等しく、高さが 250m の建築物を用いて解析を行う(図 3-7)。なお、各建築物モデルの基礎部分には免震が取り付けられているものとし、免震周期(上部構造

が剛体と見なしたときの周期) は 6.0 s と 8.0 s の 2 種類のものを用いる。

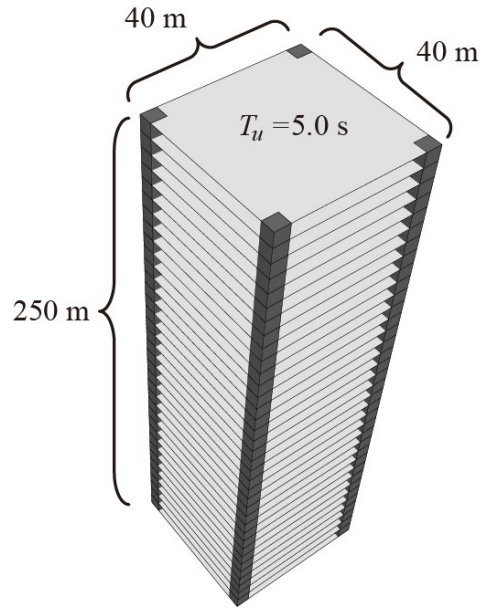


図 4-10 建築物モデル

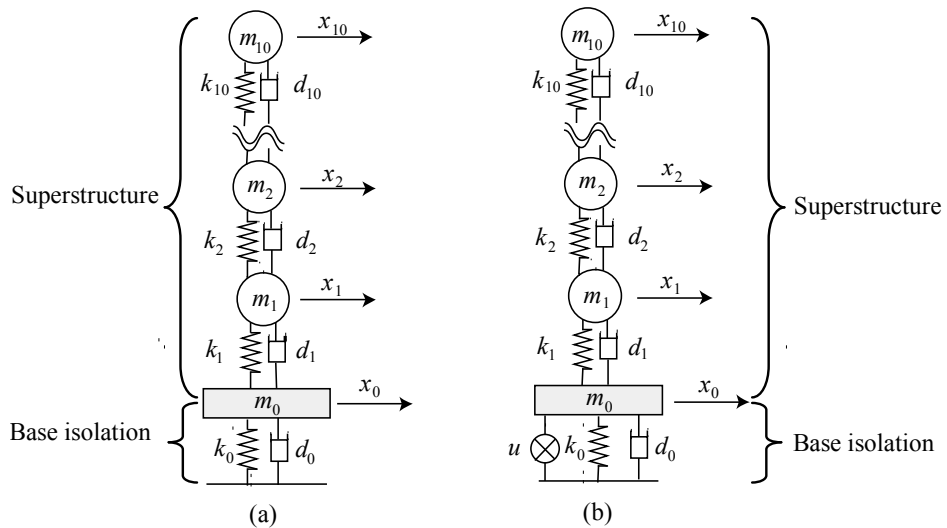


図 4-11 せん断型モデル図 (a) アクティブ制御なし (b) アクティブ制御あり

本論文では、これらの建築物の上部構造を 10 自由度のせん断型モデルでモデル化し、免震層を 1 自由度でモデル化し、合計 11 自由度のモデルを用いて解析を行う (図 4-11)。本論文ではアクティブ制御装置は免震層に取り付けるものとする。

なお、モデルの諸元は以下の通りである

- ・ 単位面積の上部構造 :  $175\text{kg/m}^3$
- ・ 単位面積の免震層質量 :  $2551\text{ kg/m}^2$
- ・ 免震周期に対する減衰定数 : 0.05
- ・ 上部構造の固有周期に対する減衰定数 : 0.02
- ・ 上部構造の固有周期 : 5.0 s

・ 上部構造の剛性：

$$k_1 = \frac{\omega^2 \cdot m_1 \cdot \phi_1 + k_2(\phi_2 - \phi_1)}{\phi_1} \quad (4-35a)$$

$$k_i = \frac{\omega^2 \cdot m_i \cdot \phi_i + k_{i+1}(\phi_{i+1} - \phi_i)}{\phi_i - \phi_{i-1}}, \quad \{i=2, \dots, 9\} \quad (4-35b)$$

$$k_{10} = \frac{\omega^2 \cdot m_{10} \cdot \phi_{10}}{\phi_{10} - \phi_9} \quad (4-35c)$$

ただし、ここで、 $\omega$  を1次の固有角周波数、 $m_i$  を第*i*層目の質量とし、 $\phi_i$  を第*i*層の1次固有モード（本論文では直線モード、 $\phi_{1,2,3..n} = 1, 2, 3..n$ ）とする。

上部構造の質量と剛性を表4-1に示す。

表4-1. 上部構造の質量と剛性

	<i>m</i> [kg]	<i>k</i> [N/m] ( $\times 10^8$ )
10	7000000	1.11
9		2.10
8		2.98
7		3.76
6		4.42
5		4.97
4		5.42
3		5.75
2		5.97
1		6.08

本論文では、免震層を天然ゴム系積層ゴムと粘性系ダンパーによる免震層を想定している。本論文では、LQRによる線形制御を用いて状態フィードバックゲインを設計するため、天然ゴム系積層ゴムは線形のスプリングによりモデル化され、粘性系ダンパーは線形ダッシュポットによってモデル化を行った（図4-12）。また、免震周期に対する減衰定数( $h_0$ )は0.05として免震層を設定した。さらに、免震を取り付けた後の建築物全体の刺激係数を図4-13に示す。また、図中において $\beta_i$ は*i*次モードの刺激係数を示す。

図4-13より、本論文で用いる建築物モデルは免震が取り付けてあるため、1次モードが卓越することが分かる。

免震層の剛性 $k_0$ と粘性係数 $d_0$ は免震周期 $T_0$ を用いて以下の式より算出する。

$$k_0 = \frac{4\pi^2(M_s + m_0)}{T_0^2} \quad (4-36)$$

$$d_0 = 2h_0 \sqrt{(M_s + m_0)k_0} \quad (4-37)$$

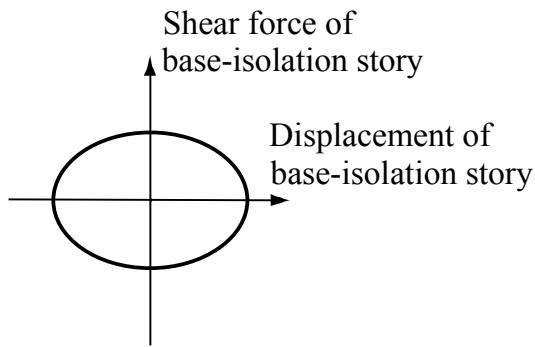


図 4-12(a) 線形ダッシュポットモデル

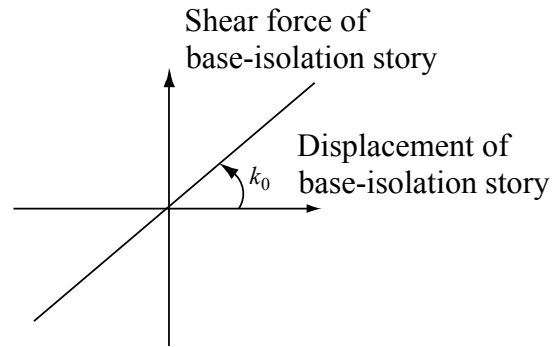


図 4-12(b) 線形バネモデル

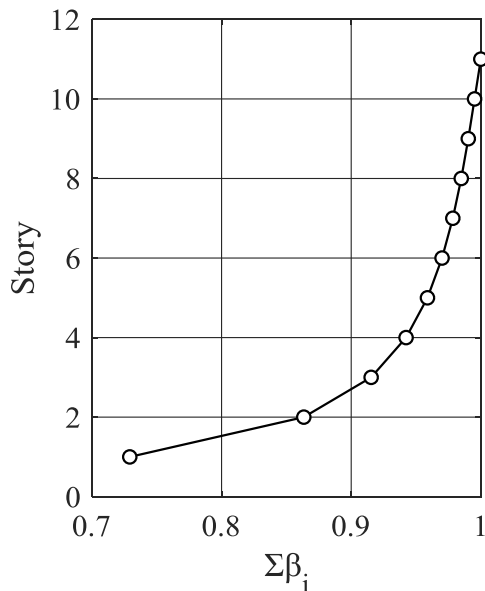


図4-13 (a) ( $T_0 = 6.0$  sモデル)

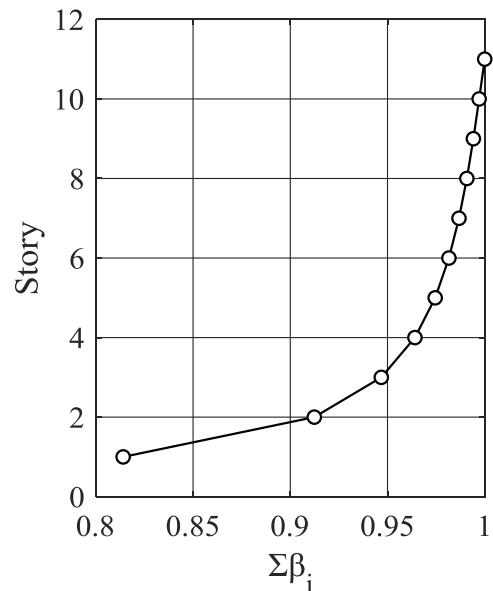


図4-13 (b) ( $T_0 = 8.0$  sモデル)

#### 4.5.2 数値解析結果

図 4-14~4-17 に  $T_0=6.0$ s のモデルを、図 4-18~4-21 に  $T_0=8.0$ s のモデルの各層の相対変位、絶対加速度、層間変形角と層せん断力係数の最大応答値を示す。

図において、2章で用いた相対変位・速度を評価し抑える等価入力外乱を EID とし、絶対加速度と層間変位を評価し抑える等価入力外乱とフィードバックコントローラをもつ制御系を EEID とする。また、図において、0 は免震層を示し、g は地表面を示す。

EID と EEID の制御系設計の際に用いたパラメータを以下の表 4-2、4-3 に示す

表 4-2. EEID の設計に用いたパラメータ

EEID		
フィードバックコントローラ 式(3-10)	オブザーバ 式(2-28)	等価入力外乱推定器 式(2-32)
$Q_g = 10^{13}I, Q_d = 10^{139}I, R_u = 1$	$\bar{Q} = 10^2I, \bar{R} = I$	$N_F = 0.7, \Omega = 0.01$

表 4-3. EID の設計に用いたパラメータ

AD-EID		
フィードバックコントローラ 式(2-24)	オブザーバ 式(2-28)	等価入力外乱推定器 式(2-32)
$Q = I, R = 10^{-9.3}$	$\bar{Q} = 3 \times I, \bar{R} = 10 \times I$	$N_F = 0.9, \Omega = 0.01$

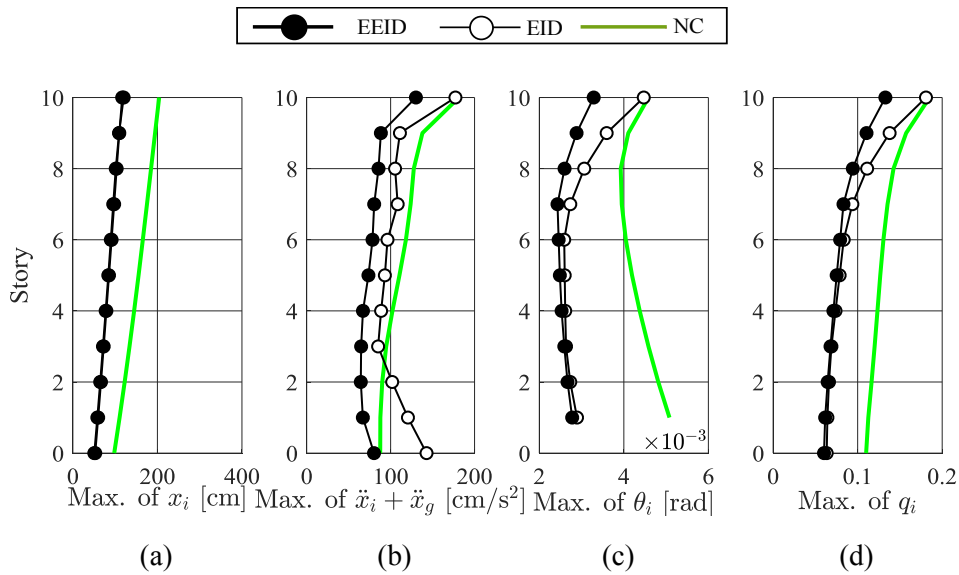


図 4-14 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=6.0$  s)

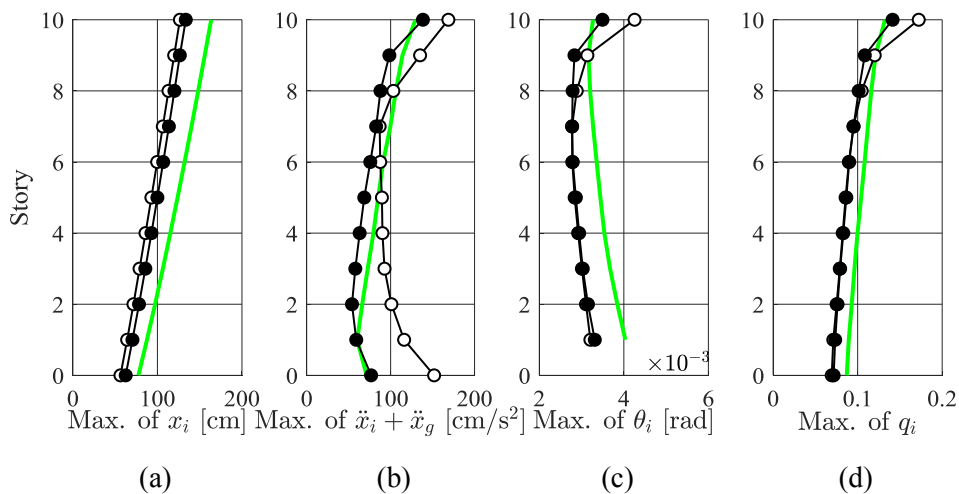


図 4-15 Art Kobe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=6.0$  s)

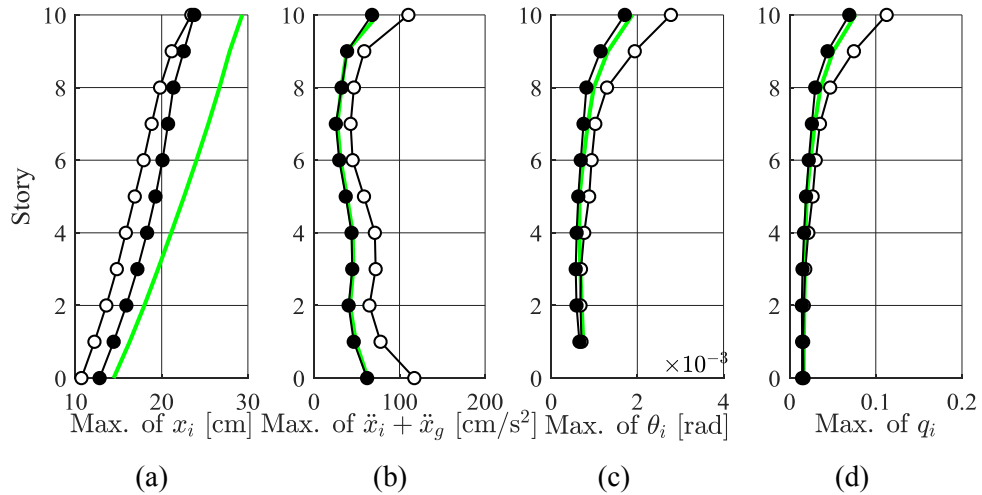


図 4-16 El Centro 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=6.0$  s)

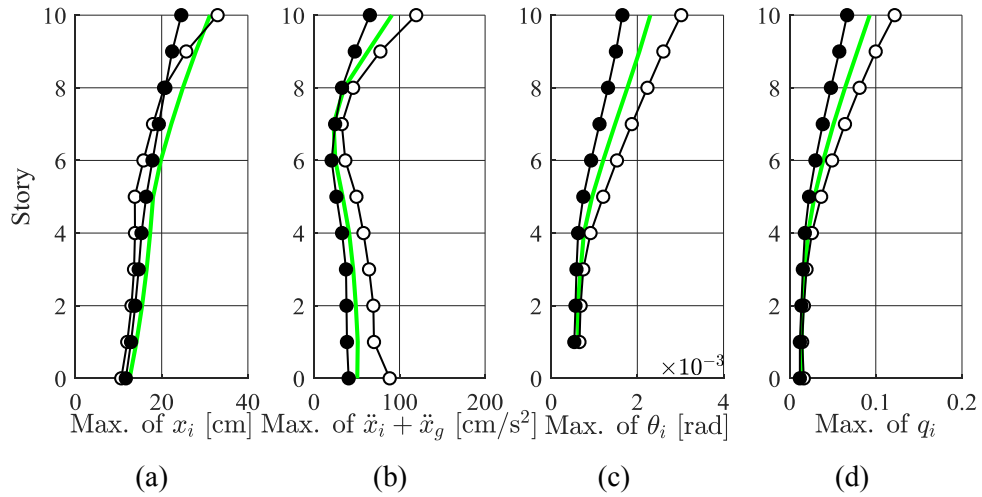


図 4-17 Tokachi 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=6.0$  s)

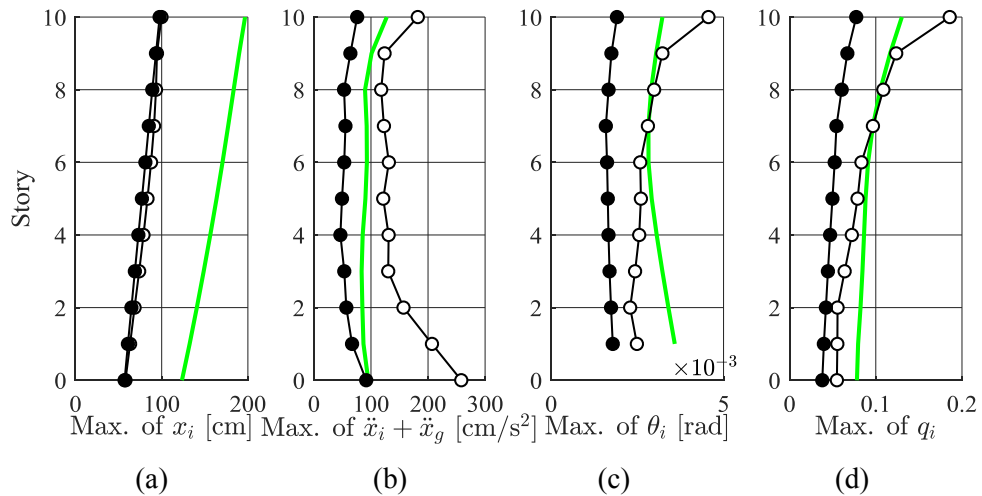


図 4-18 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=8.0$  s)

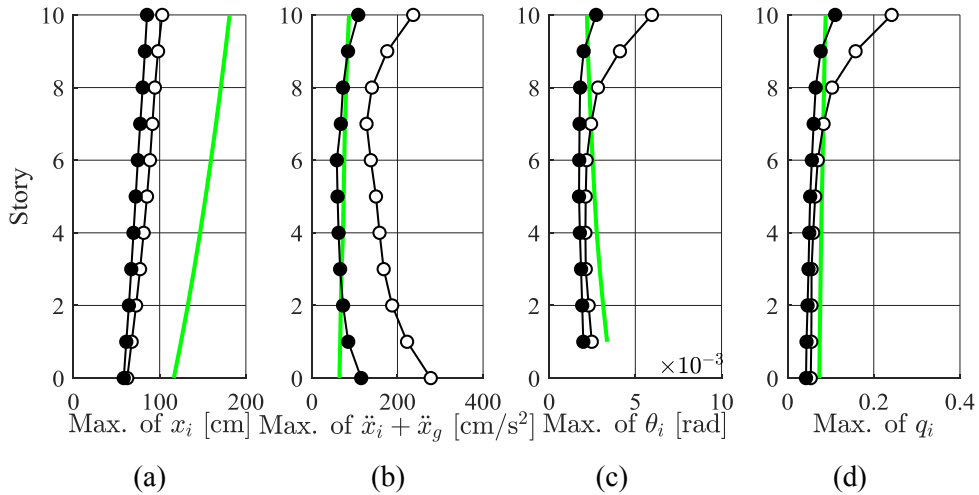


図 4-19 Art Kobe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=8.0$  s)

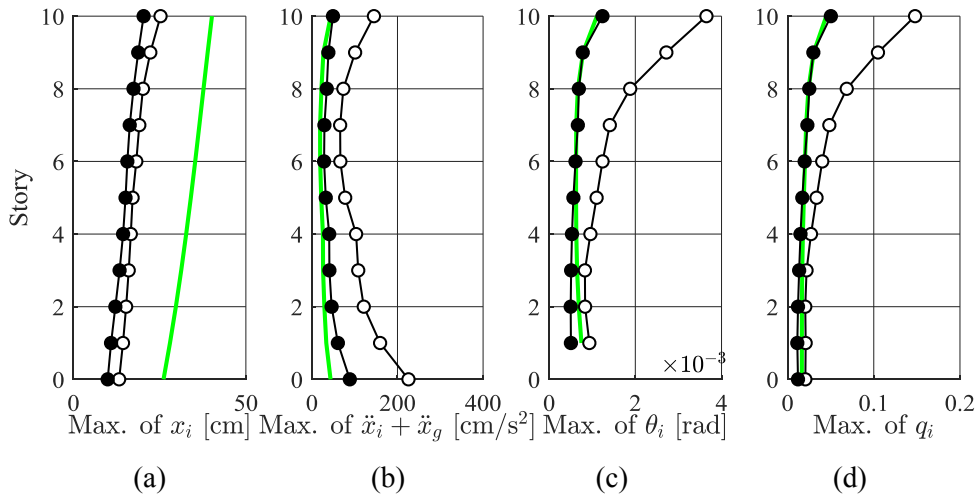


図 4-20 El Centro 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=8.0$  s)

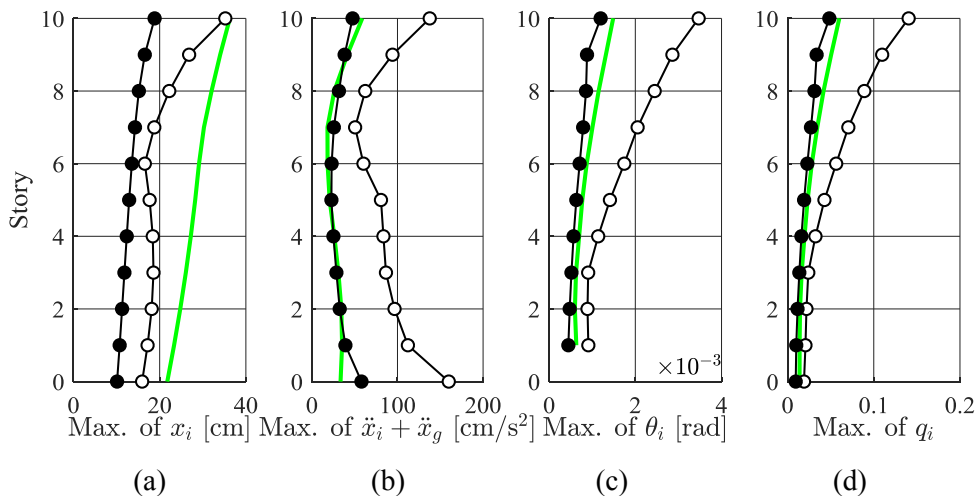


図 4-21 Tokachi 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=8.0$  s)

解析結果より、いずれの免震周期の建物モデルでも、EEIDはEIDとEID2よりも絶対加速度に対する応答を低減できており、制御なし、即ち免震構造のみと同程度に抑えつつ、各層の相対変位を制御なしと比較して大幅に抑えられていることが分かる。その一方で、いずれの制御系でも、免震層付近の低層部では、絶対加速度の大きさが制御なしよりも大きくなっていることが分かる。これは、免震層にアクティブ制御装置を配置したことにより、免震層付近ではアクティブ制御力が加わることの影響が現れているものと考察できる。

EEIDとEIDで特に差が表れたのは層間変位である。EIDでは特に上層部の層間変位が大きくなっているのに対し、EEIDでは、層間変位の値を制御なしと同等、またはそれ以下にすることができていることがわかる。これは、EIDでは相対変位のみを考慮しており、上層部の等価剛性が低層部の等価剛性よりも相対的に低くなり、上層部が大きく振られていることが要因の一つとして考えられる。

本章で用いた制御系は全層の相対変位・速度、層間変位・速度と絶対加速度を直接観測可能としたが、実際の建物ではセンサーの制約条件があることから観測できる応答や、センサーを設置できる層が限られている。また、観測値にはノイズが含まれる。これらに対する検討を付録の4B以降にて行った。

さらに、本論文では、上部構造の固有周期を5.0sとし、免震周期を8.0sとした長周期の建築物を対象とした。制御対象となる建築物の固有周期が変わった際の影響も考慮するため、付録4Cでは上部構造の固有周期と免震周期を変更した際の検討を行った。

#### 4.6 1 自由度を用いた制御性能の解析

本章では、制御系設計時に調節するパラメータが制御性能に与える影響を理論的に明らかにすることを目的として本章では図4-22に示した1自由度のモデルを用いて分析を行う。なお、図において質量 $m_s$ 、剛性 $k_s$ 、粘性 $d_s$ とする。

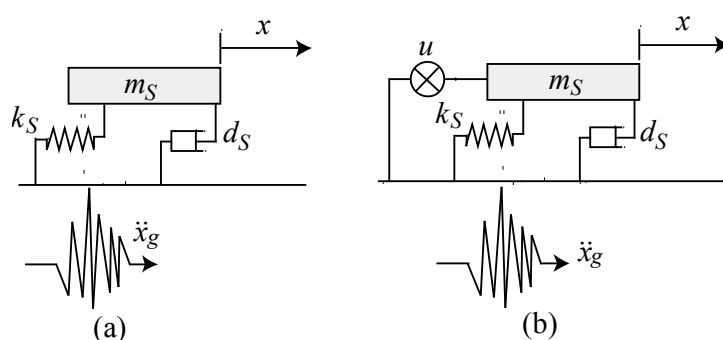


図 4-22 1 自由度のモデル (a) アクティブ制御なし (b) アクティブ制御あり

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{d_s}{m_s} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m_s \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ d(t) = \ddot{x}_g(t) \end{cases} \quad (4-38)$$

本節ではオブザーバゲイン  $L_p$  の設計方法について述べる。推定等価入力外乱  $\hat{d}_e(t)$  はオブザーバゲインと出力誤差  $\Delta y(t)$  により生成されることから、オブザーバゲインの設計が制御性能を高めるために重要となる。オブザーバゲインを適切に設計することにより、オブザーバの状態と、観測された状態の推定誤差  $\Delta z(t)$  を小さくし、等価入力外乱の推定精度を高めることが可能になる。

本論文では図 4-3 中のオブザーバゲイン  $L_p$  を双対システムとアッカーマンの極配置を用いて設計を行う。これは、オブザーバゲインを設置した後の、オブザーバの極を  $-a_o \pm jb_o$  に指定する  $L_p$  を、式(4-38)の  $A$  を用いて、式(4-39a)により計算する手法である。

$$L_p = [0 \quad 1]U_c^{-1}P(A) \quad (4-39a)$$

ここで

$$U_c^T = [C^T \quad A^T C^T] \quad (4-39b)$$

$$P(A) = \{A^2 - 2a_o A + (a_o^2 + b_o^2)I\}^T \quad (4-39c)$$

$U_c$  は可観測性行列であり、 $n$  は行列  $A$  の次元である。オブザーバの出力を  $C = [C_{o1} \quad C_{o2}]$  としたとき、1 自由度系のオブザーバゲイン  $L_p$  は式(4-39a)~(4-39c)に式(4-38)の  $A$  を代入することで式(4-40)により算出される。

$$L_p = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} C_{o1} & -\frac{k_s}{m_s} C_{o2} \\ C_{o2} & C_{o1} - \frac{d_s}{m_s} C_{o2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{m_s} + a_o^2 + b_o^2 & -\frac{2a_o d_s}{m_s} + \frac{d_s k_s}{m_s} \\ 2a_o - \frac{d_s}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} + \frac{d_s^2}{m_s^2} - 2a_o \frac{d_s}{m_s} + a_o^2 + b_o^2 \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

#### 4. 6. 1 絶対加速度に対する性能比較

本節では等価入力外乱と拡張等価入力外乱手法を用いた制御系の外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数について述べる。

等価入力外乱手法を用いた制御系の外乱入力から絶対加速度までの伝達関数  ${}_d G_{a,EID}$  は式(4-41a)により表すことができる。

$$\begin{aligned} {}_d G_{a,EID}(s) &= C_{eq} G_{FB}(s) C_{FF,EID}(s) - M_S^{-1} E_u F(s) B^+ L_{p,EID} G_{o,EID}(s) \\ &= C_{eq} G_{FB}(s) \{B_d - B H_{EID}(s)\} - M_S^{-1} E_u H_{EID}(s) \end{aligned} \quad (4-41a)$$

ここで

$$H_{EID}(s) = F(s) B^+ L_{p,EID} G_{o,EID}(s) \quad (4-41b)$$

式(4-41a)より、外乱入力チャンネルから絶対加速度に関する伝達関数は、フィードフォワード制御部分  $C_{FF,EID}(s)$  の影響を受けていることが分かる。式(4-41a)と(4-41b)より、 $C_{FF,EID}(s) = B_d - BH_{EID}(s)$  であり、 $C_{FF,EID}(s)$  のゲインは  $|B_d - BH_{EID}(s)|$  により計算されることから、伝達関数  $H_{EID}(s)$  のゲインを適切に設定することで、 $C_{FF,EID}(s)$  のゲインが小さくなる。これは、後述する外乱入力から相対変位の伝達関数  ${}_dG_{D,EID}$  (式(4-48)) のゲインを低減させる働きを意味する。しかし、式(4-41a)より、 $H_{EID}(s)$  は  $C_{eq}G_{FB}(s)\{B_d - BH(s)\}$  の外からも引かれていることから、相対変位のみを考慮して  $H_{EID}(s)$  のゲインを設定すると、絶対加速度に対する伝達関数  ${}_dG_{a,EID}$  のゲインが増大することが危惧される。そのため、パラメータチューニングの際は絶対加速度と相対変位のトレードオフの考慮が必要となる。

一方、EEID の外乱入力から絶対加速度までの伝達関数  ${}_dG_{a,EEID}$  は式(4-42a)により表すことができる。

$$\begin{aligned} {}_dG_{a,EEID}(s) &= C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF,EEID}(s) - M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_{P,EEID}G_{o,EEID}(s) \\ &= C_{eq}G_{FB}(s)\{B_d - BH_{EEID}(s)\} - M_S^{-1}E_uH_{EEID}(s) \end{aligned} \quad (4-42a)$$

ここで

$$H_{EEID}(s) = F(s)B^+L_{P,EEID}G_{o,EEID}(s) \quad (4-42b)$$

式(4-42a)より、EEID の外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数も、EID と同様に、 $H_{EEID}(s)$  によるトレードオフの関係であることが分かる。

#### 4.6.2 相対変位に対する性能比較

式(4-26)で求めた外乱入力から相対変位までの伝達関数  ${}_dG_D(s)$  を用いて、相対変位を出力し抑制する等価入力外乱である EID と、絶対加速度を出力し抑制する等価入力外乱 EEID の相対変位に対する性能を比較する。

$C = [C_{o1} \ C_{o2}]^T$ 、 $L_P = [L_{P,1} \ L_{P,2}]^T$  としたとき、オブザーバの伝達関数  $G_o(s)$  は、次式により与えられる。

$$G_o(s) = C \frac{\text{adj}(sI - A + L_P C)}{|sI - A + L_P C|} B_d = \frac{-C_{o1} - C_{o2}s}{(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (4-43)$$

相対変位を出力するオブザーバを用いた場合 (EID) の伝達関数  $G_{o,EID}(s)$  は、式(4-43)に  $C_{o1} = 1$  と  $C_{o2} = 0$  を代入することにより、次式により表される。

$$G_{o,EID}(s) = \frac{-1}{(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (4-44)$$

また、相対変位を出力する場合のオブザーバゲイン  $L_{P,EID}$  はオブザーバ  $G_o(s)$  の極を  $-a_o \pm jb_o$  としたとき、式(4-43)に  $C_{o1} = 1$ 、 $C_{o2} = 0$  を代入することにより次式で与えられる。

$$L_{P,EID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EID} \\ L_{P2,EID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a_o - \frac{d_s}{m_s} \\ -\frac{k_s}{m_s} + \frac{d_s^2}{m_s^2} - 2a_o \frac{d_s}{m_s} + a_o^2 + b_o^2 \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

式(4-45)に式(4-46a)と(4-46b), さらに, 式(4-46c)(4-46d)で表される減衰係数  $h_o$ , 固有周波数  $f_o$  と極  $-a_o \pm jb_o$  の関係式を代入し,  $m_s, d_s, k_s, a_o$  と  $b_o$  を消去し, 制御対象の固有周波数  $f_s$ , 減衰定数  $h_s$  とオブザーバの固有周波数  $f_o$ , 減衰定数  $h_o$  を用いて, 最終的に式(4-47)のように表すことができる。

$$\frac{d_s}{m_s} = 4h_s \pi f_s \quad (4-46a)$$

$$\frac{k_s}{m_s} = 4\pi^2 f_s^2 \quad (4-46b)$$

$$h_o = \frac{a_o}{\sqrt{a_o^2 + b_o^2}} \quad (4-46c)$$

$$f_o = \frac{\sqrt{a_o^2 + b_o^2}}{2\pi} \quad (4-46d)$$

$$L_{P,EID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EID} \\ L_{P2,EID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\pi(f_o h_o - f_s h_s) \\ 4\pi^2(-f_s^2 + 4h_s^2 f_s^2 - 4h_s f_s h_o f_o + f_o^2 h_o^2) \end{bmatrix} \quad (4-47)$$

式(4-47)を式(4-43)に代入することで, 等価入力外乱手法を用いた制御系の外乱入力チャンネルから相対変位までの伝達関数  ${}_d G_{D,EID}(s)$  は式(4-48)により与えられる。

$${}_d G_{D,EID}(s) = [I \quad 0] G_{FB}(s) C_{FF,EID}(s) \quad (4-48)$$

ここで,  $C_{FF,EID}(s)$  は, 式(4-19)に式(4-38), (4-45)を代入することにより, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_{FF,EID}(s) &= -\frac{(\Omega s + 1)(s^2 + 2a_o s + a_o^2 + b_o^2) - N_F L_{PEID,2}}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \\ &= -\frac{N_{3,EID} s^3 + N_{2,EID} s^2 + N_{1,EID} s + N_{0,EID}}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \end{aligned} \quad (4-49)$$

$$\begin{cases} N_{3,EID} = \Omega \\ N_{2,EID} = 2a_o \Omega + 1 \\ N_{1,EID} = a_o^2 \Omega + b_o^2 \Omega + 2a_o \\ N_{0,EID} = a_o^2 + b_o^2 - L_{P2,EID} \end{cases} \quad (4-50)$$

式(4-50)を制御対象の固有周波数  $f_s$ , 減衰定数  $h_s$  とオブザーバの固有周波数  $f_o$ , 減衰定数  $h_o$  で表すと  $N_{0,EID} \sim N_{3,EID}$  は式(4-51)ようになる。

$$\begin{cases} N_{3,EID} = \Omega \\ N_{2,EID} = 4\pi f_o h_o \Omega + 1 \\ N_{1,EID} = 4\pi f_o (\pi f_o \Omega + h_o) \\ N_{0,EID} = 4\pi^2 f_o^2 - L_{P2,EID} \end{cases} \quad (4-51)$$

式(4-51)より、オブザーバゲイン  $L_{P,EEID}$  が影響しているのはラプラス変換の演算子である  $s$  の 0 乗である（定数項である） $N_{0,EEID}$  のみであることが分かる。また、 $s$  の 3 乗の項目の係数  $N_{3,EEID}$  は式(4-15)で表されるローパスフィルターのカットオフ周期である  $\Omega$  が掛けられていることから、 $\Omega$  の値を小さくすることにより、高周波数成分の影響を減少させることが可能であることが分かる。

拡張等価入力外乱手法を用いた制御系に用いられるオブザーバの伝達関数  $G_{o,EEID}(s)$  は、式(4-43)に  $C_{o1} = -k_s/m_s$  と  $C_{o2} = -d_s/m_s$  を代入することで、次式により与えられる。

$$G_{o,EEID}(s) = \frac{\frac{k_s}{m_s} + \frac{d_s}{m_s} s}{(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (4-52)$$

式(4-52)からも分かるように、絶対加速度を考慮した場合は伝達関数中に零点を含んでおり、 $k_s$  と  $d_s$  の比率により零点が変わる特性がある。

一方、絶対加速度を出力とする EEID のオブザーバゲイン  $L_{P,EEID}$  は式(4-40) に  $C_{o1} = -k_s/m_s$  と  $C_{o2} = -d_s/m_s$  を代入することにより、次式で表される。

$$L_{P,EEID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EEID} \\ L_{P2,EEID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_s d_s}{k_s^2} (a_o^2 + b_o^2) - 2a_o \frac{m_s}{k_s} \\ 1 - \frac{m_s}{k_s} (a_o^2 + b_o^2) \end{bmatrix} \quad (4-53)$$

式(4-45)から式(4-47)への変換と同様の手順で、式(4-46a)と(4-47b)、さらに、式(4-47c) (4-47d)で表されるオブザーバの減衰係数  $h_o$ 、固有周波数  $f_o$  と極  $-a \pm jb$  の関係式を式(4-53)に代入し、 $m_s$ 、 $d_s$ 、 $k_s$ 、 $a_o$  と  $b_o$  を消去し、制御対象の固有周波数  $f_s$ 、減衰定数  $h_s$  とオブザーバの固有周波数  $f_o$ 、減衰定数  $h_o$  を用いて、最終的に式(4-54)のように表すことができる。

$$L_{P,EEID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EEID} \\ L_{P2,EEID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_o}{\pi f_s^2} \left( \frac{f_o h_s}{f_s} - h_o \right) \\ 1 - \frac{f_o^2}{f_s^2} \end{bmatrix} \quad (4-54)$$

EEID での外乱入力から相対変位までの伝達関数  ${}_d G_{D,EEID}(s)$  も、EID と同様に、式(4-55)によって与えられる。

$${}_d G_{D,EEID}(s) = [I \quad 0] G_{FB}(s) C_{FF,EEID}(s) \quad (4-55)$$

ここで、 $C_{FF,EEID}(s)$  は、次式で与えられる。

$$C_{FF,EEID}(s) = \frac{(\Omega s + 1)(s^2 + 2a_o s + a_o^2 + b_o^2) - N_F L_{P2,EEID} \left( -\frac{d_s}{m_s} s - \frac{k_s}{m_s} \right)}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (4-56)$$

$$= -\frac{N_{3,EEID} s^3 P + N_{2,EEID} s^2 + N_{1,EEID} s + N_{0,EEID}}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)}$$

ここで

$$\begin{cases} N_{3,EEID} = \Omega \\ N_{2,EEID} = 2a_o\Omega + 1 \\ N_{1,EEID} = a_o^2\Omega + b_o^2\Omega + 2a_o + N_F \frac{d_S}{m_S} L_{P2,EEID} \\ N_{0,EEID} = a_o^2 + b_o^2 + N_F \frac{k_S}{m_S} L_{P2,EEID} \end{cases} \quad (4-57)$$

式(4-57)を制御対象の固有周波数 $f_s$ ，減衰定数 $h_s$ とオブザーバの固有周波数 $f_o$ ，減衰定数 $h_o$ を用いて次式のように書き換える。

$$\begin{cases} N_{3,EEID} = \Omega \\ N_{2,EEID} = 4\pi f_o h_o \Omega + 1 \\ N_{1,EEID} = 4\pi f_o (\pi f_o \Omega + h_o) + 4\pi h_s f_s L_{P2,EEID} \\ N_{0,EEID} = 4\pi^2 f_o^2 + 4\pi^2 f_s^2 L_{P2,EEID} \end{cases} \quad (4-58)$$

等価入力外乱手法を用いた制御系の伝達関数の分子項目での係数と同様に，式(4-58)より， $s$ の3乗項の係数 ( $N_{3,EEID}$ ) は，式(4-15)で表されるローパスフィルターのカットオフ周期である  $\Omega$  が掛けられている。これにより，等価入力外乱手法と同様に， $\Omega$  の値を小さくすることで，高周波数成分の影響を減少させることが可能である。オブザーバゲイン  $L_{2P,EEID}$  は，等価入力外乱手法 (式(4-51)) と同様に，定数項 ( $N_{0,EEID}$ ) に影響することのみならず，さらに， $s$  の1乗の係数である  $N_{1,EEID}$  にも影響することが分かる。式(4-58)より，オブザーバの固有周波数  $f_o$  を  $f_o > \sqrt{f_s/\pi}$  を満たすように設計することで  $L_{P2,EEID}$  は負になる。このとき， $N_{1,EEID} < N_{1,EID}$  となり  $s$  の1次の係数は等価入力外乱手法よりも低くすることができる，応答性能を改善することができる。即ち，等価入力外乱手法では減少させることができない  $s$  の1乗の係数の値も拡張等価入力外乱手法では減少させることができる。 $s=j\omega$  を代入した場合を考慮すると，拡張等価入力外乱手法は等価入力外乱手法よりも，特に低周波数で，よい良い制御性能が得られることが分かる。

### 4.6.3 EID に対する EEID の性能改善比

等価入力外乱手法に対する拡張等価入力外乱手法の伝達関数の比は式(4-56)に式(4-49)を除することで次式にて表される。

$$\frac{C_{FF,EEID}(s)}{C_{FF,EID}(s)} = \frac{B_d - BH_{EEID}(s)}{B_d - BH_{EID}(s)} = \frac{\Omega s^3 + (2a_o\Omega + 1)s^2 + N_{1,EEID}s + N_{0,EEID}}{\Omega s^3 + (2a_o\Omega + 1)s^2 + N_{1,EID}s + N_{0,EID}} \quad (4-59)$$

ここで， $s = j\omega$  を式(4-59)代入し，周波数応答のゲインの比率を求めることで，等価入力外乱手法と拡張等価入力外乱手法の相対変位に対する性能改善比  $\lambda_{dis}(s)$  は式(4-60)により求められる。

$$\lambda_{dis}(s) = \frac{|-jN_{3,EEID}\omega^3 - N_{2,EEID}\omega^2 + jN_{1,EEID}\omega + N_{0,EEID}|}{|-jN_{3,EID}\omega^3 - N_{2,EID}\omega^2 + jN_{1,EID}\omega + N_{0,EID}|} \quad (4-60)$$

$$= \frac{\sqrt{(N_{1,EEID}\omega - N_{3,EEID}\omega^3)^2 + (N_{0,EEID} - N_{2,EEID}\omega^2)^2}}{\sqrt{(N_{1,EID}\omega - N_{3,EID}\omega^3)^2 + (N_{0,EID} - N_{2,EID}\omega^2)^2}}$$

#### 4.6.4 数値例による周波数応答曲線の比較

本章では、1自由度系を制御対象とした周波数応答図を示し、分析を行う。本章では、制御なしのNC、図5で与えられる状態フィードバックゲイン $K_p$ のみが取り付けられたモデルであるFB、相対変位を出力する等価入力外乱であるEIDと、本論文で提案する制御方法である等価入力外乱であるEEIDの4種類のモデルについて比較する。解析において、制御対象の固有周波数 $f_s$ は0.5, 1.0, 2.0 Hzの3種類を用いた。また制御対象の減衰定数 $h_s$ は0.02とした。ローパスフィルターのパラメータは $\Omega$ を小さくすることで、高周波数成分をカットできることから、 $\Omega = 0.01$ ,  $N_f = 1.0$ とした。

コントローラゲインの設計には最適制御(LQR: Linear Quadratic Regulator)を用いて、式(4-61)で与えられる評価関数を最小化するように決定する。

$$J = \int_0^{\infty} \{z(t)^T W z(t) + u(t)^T R u(t)\} dt \quad (4-61)$$

ここで、 $W$ は式(4-62)で与えられる正定行列の重みであり、 $R$ は正のスカラである。

$$W = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \quad (4-62)$$

ここで $q_1 (>0)$ ,  $q_2 (>0)$ は $W$ 中のパラメータである。

また、状態フィードバックゲイン $K_p$ は次式で与えられる。

$$K_p = -R^{-1}B^T P \quad (4-63)$$

ただし $P$ は式(4-64)のリカッチ方程式を満たす正定対称解である。

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (4-64)$$

なお、等価固有周波数 $f_{eq}$ と等価減衰定数 $h_{eq}$ に与える影響は、 $q_1$ と $q_2$ を用いてそれぞれ、次式により与えられる[4-7]。

$$f_{eq} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s^2 + q_1 R^{-1}}{m}} \quad (4-65)$$

$$h_{eq} = \frac{1}{4m\pi f_{eq}} \sqrt{c_s^2 + q_2 R^{-1} - 2m_s k_s + 2\sqrt{m_s^2 k_s^2 + m_s^2 q_1 R^{-1}}} \quad (4-66)$$

図4-3の $C_{FF}(s)$ の設計には、目標の固有周波数、減衰定数になるように重み $q_1$ と $q_2$ を選択する。本論文では $f_{eq} = 1.5$  Hz,  $h_{eq} = 0.2$ になるように式(4-65), (4-66)を用いてFB, EIDおよびEEIDの $q_1$ と $q_2$ と $R$ を選択した(付録A参照)。

4.2節で述べたように、オブザーバの減衰定数 $h_o$ を高めることは、状態の推定誤差 $\Delta z(t)$

を低減させる働きがある。推定等価入力外乱は外乱  $d(t)$  がオブザーバに入力した際の出力を元にして推定されていることから (図 4-3), 状態の推定誤差を抑えることは, 等価入力外乱の推定精度を高め, 外乱を正確に除去できる役割を持つ。一方で, オブザーバの減衰定数を高く設定しすぎることにより, 制御力が大きくなることが既往研究より明らかになった<sup>16)</sup>。さらに, 4.4.2 節で述べたように, EEID に対してはオブザーバの固有周波数  $f_o$  を  $f_o > \sqrt{f_s/\pi}$  と設定することが望ましかった。本論文では, これらのオブザーバの減衰定数やオブザーバの固有周波数と等価入力外乱の推定精度を考慮し, オブザーバの固有周波数  $f_o$  と減衰定数  $h_o$  がそれぞれ  $f_o=200$  Hz,  $h_o=0.6$  になるように  $a_o$  と  $b_o$  を決定した。

#### 4.6.5 絶対加速度, 相対変位に対する周波数応答曲線の比較

NC, FB, EID および EEID の外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数の周波数応答図を図 4-23 に示す。図 4-23 より, FB は, NC よりも共振時での応答を低減していることが分かる。EID と EEID では, FB よりもさらに共振時の応答を低減していることが分かる。また, EID と EEID は絶対加速度に対しては同等の性能を持ち合わせることも分かった。

図 4-24 に NC, FB, EID および EEID の外乱入力チャンネル  $B_d$  から, 相対変位  $x(t)$  までの伝達関数の周波数応答図を示す。

式(4-66)より,  $q_1=0$  の際は状態フィードバック制御のみを持つ FB は制御対象の等価減衰定数を操作することから, 共振時の応答を低減させることにとどまることが分かる (図 4-23(a)~(c))。これに対し等価入力外乱を用いて, 入力される外乱そのものを抑制させる

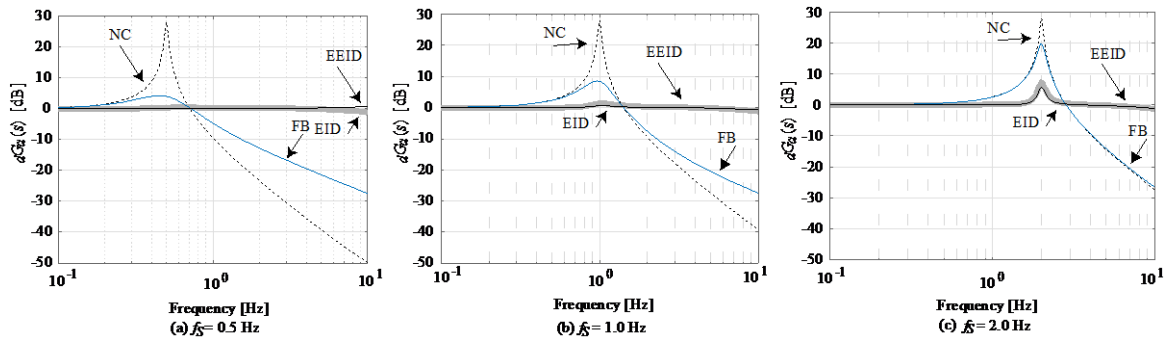


図 4-23 EEID と EID の  $dG_a(s)$  の周波数応答曲線図 ( $h_s = 0.02$ )

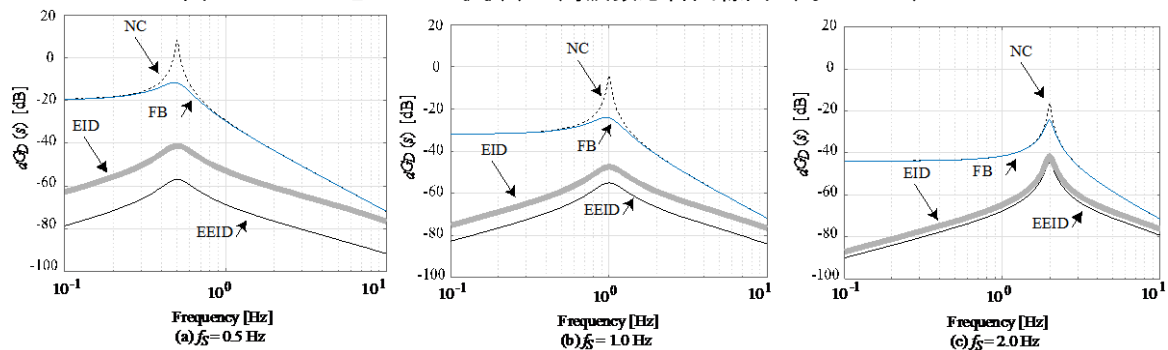


図 4-24 EEID と EID の  $dG_b(s)$  の周波数応答曲線図 ( $h_s = 0.02$ )

EID や EEID は低周波数成分での応答低減も可能になる。制御対象の周波数がいずれの場合でも, EEID は EID よりも相対変位に対して, より良い制御性能が得られていることが

分かる。図 4-24 より EEID は FB や EID と比較して、低周波数に対する応答を特に低減できることが示された。一般的に、絶対加速度と相対変位はトレードオフの関係になっていることから、相対変位に対する制御性能を高めることにより、絶対加速度の応答は大きくなる。EEID は絶対加速度を考慮して設計されていることから、絶対加速度の低周波数に対するゲインを高めることなく、相対変位に対する性能を NC や FB、さらに EID よりも高くすることが可能であることが示された。また、図 4-24 より、制御対象の固有周波数  $f_s$  が高くなると EID と EEID の性能の差が少なくなることが分かる。この原因を明らかにするために、次節では、EEID と EID の性能の違いに着目をして分析する。

#### 4.6.6 外乱入力から相対変位までの伝達関数の性能改善比曲線

EID や EEID は FB よりも相対変位に対する制御性能がよく、特に、低周波数では優れた制御性能があることが分かった。本節では、EEID と EID に焦点を絞り、制御対象の固有周波数ごとの、式(4-60) で与えられる EID に対する EEID の相対変位の伝達関数のゲインの比 (性能改善比)  $\lambda_{disp}(s)$  について分析する。ここで、式(4-60)の近似式はマクローリン展開を用いて式(4-67)のように表される。これにより、簡便な式を用いて従来の EID との比較を、解析を行わずに比較をすることが可能になり、EID では達成できなかった性能効率を持つ制御系の設計を実現するための、オブザーバのパラメータチューニングが容易に行える。なお、マクローリン展開を用いた性能改善比の導出については付録 C に、2 次と 3 次の近似式を用いて検証を行った結果とマクローリン展開については付録 D を参照のこと。

$$\lambda_{disp}(j\omega) = \left. \frac{|\Omega s^3 + (2a\Omega + 1)s^2 + N_{1,EID}s + N_{0,EID}|}{|\Omega s^3 + (2a\Omega + 1)s^2 + N_{1,EEID}s + N_{0,EEID}|} \right|_{s=j\omega} \quad (4-67)$$

$$\approx \frac{|N_{1,EID}(j\omega) + N_{0,EID}|}{|N_{1,EEID}(j\omega) + N_{0,EEID}|} = \frac{\sqrt{N_{0,EID}^2 + N_{1,EID}^2\omega^2}}{\sqrt{N_{0,EEID}^2 + N_{1,EEID}^2\omega^2}}$$

ここで、式中の  $N_{0,EID}$ ,  $N_{1,EID}$ ,  $N_{0,EEID}$ ,  $N_{1,EEID}$  はそれぞれ式(4-51)と(4-58)による。なおマクローリン展開を用いて低次数の項目のみで検討することは、物理的には、低周波数のみの影響を考慮することを意味する。図 4-25 に性能改善比  $\lambda_{disp}(s)$  を示す。図 4-25 において、実線は式(4-60)により計算された性能改善比  $\lambda_{disp}(s)$  を表し、太線は式(4-67)により与えられる近似式である。図 4-25 より、制御対象がいずれの固有周波数においても、式(4-67)は非常に精度よく式(4-60)を表していることが分かる。

次に、制御対象の固有周波数ごとの  $s$  の 1 乗の係数である  $N_{1,EID}$  と  $N_{1,EEID}$ 、さらに  $s$  の 0 乗の係数である  $N_{0,EID}$  と  $N_{0,EEID}$  の値について分析する。図 4-26 は、オブザーバの固有角周波数  $f_o = 200$  Hz、オブザーバの減衰定数  $h_o = 0.6$ 、制御対象の減衰定数  $h_s = 0.02$  と固定し、制御対象の固有角周波数  $f_s$  を 0.5 Hz から 3.0 Hz まで変化させた際の  $N_{1,EID}$ 、 $N_{1,EEID}$ 、 $N_{0,EID}$  および  $N_{0,EEID}$  の絶対値をプロットしたものである。図より、値が大きく、特にゲインへの影響が大きい  $N_1$  の値は制御対象の固有周波数が高くなるにつれて大きくなり、EID と EEID の差が小さくなる傾向があることが分かる。図 4-26 では、制御対象の固有周波数が高くなるごとに、EID と EEID の制御性能の差が小さくなっていることが示された。

その原因は、制御対象の固有周波数が高くなることにより、特にゲインへの影響が大きい  $s$  の 1 乗の係数である  $N_{1,EEID}$  の値が大きくなるのが原因であることが明らかになった。以上の分析より、EEID は特に固有周波数が低い建築物に対してよりよい制御性能を得られることが分かった。

式(4-54)より、建物の固有周波数  $f_s$  に関する項目について下記の様に展開できる。

$$4\pi h_s f_s \left(1 - \frac{f_o^2}{f_s^2}\right) = 4\pi h_s \left(f_s - \frac{f_o^2}{f_s}\right) = 4\pi h_s \frac{1}{f_s} (f_s^2 - f_o^2) \quad (4-68)$$

従って、固有周波数  $f_s$  に関する 2 次関数を含むことが分かり、図 4-26 にて EEID の曲線が 0.5 Hz 付近で頂点がある原因であることが分かる。

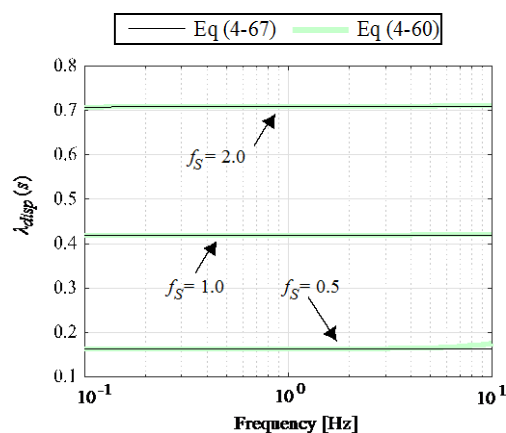


図 4-25 EEID と EID の  $dG_0(s)$  の周波数応答曲線図 ( $h_s = 0.02$ )

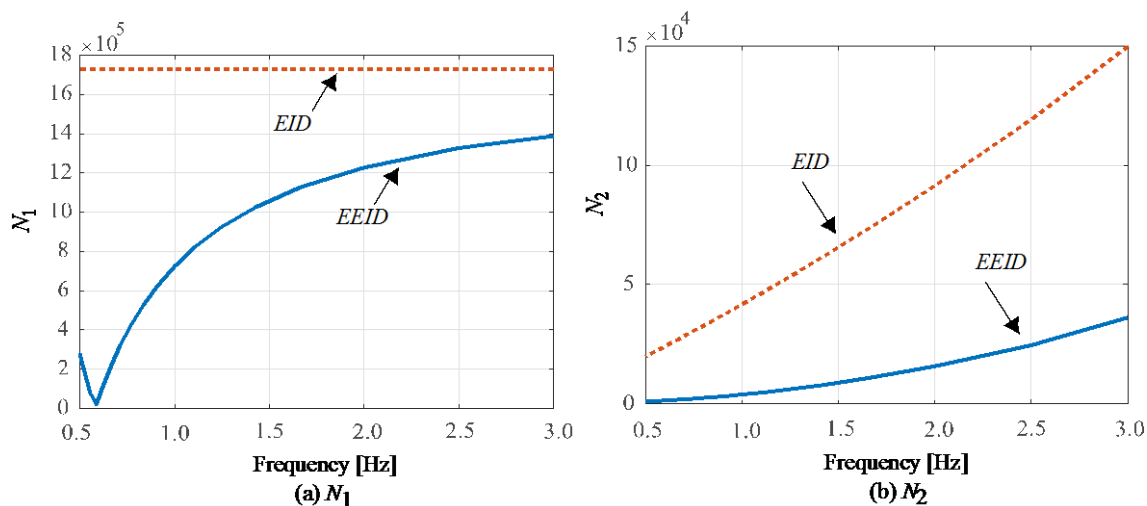


図 4-26 EEID と EID の  $dG_0(s)$  の周波数応答曲線図 ( $h_s = 0.02$ )

## 4.7 まとめ

本論文では、従来の等価入力外乱 (EID:Equivalent Input Disturbance) では考慮していなかった絶対加速度を考慮した新しい等価入力外乱 (EEID: Extended EID) を提案し、絶対加速度を考慮することによる伝達関数や制御系への影響について、理論的に考察を行った。また、数値例では、制御対象の固有周波数や減衰定数を変化させ、従来の等価入力外乱との周波数応答性能の特性の比較を行った。以下に、本論文で得られた知見を示す。

- 直達項を導入することにより、絶対加速度を考慮した等価入力外乱の構築が可能になった。
- EEID は相対変位に対して、EID よりも性能が改善されている。これは、フィードバック制御部分の伝達関数において、従来の等価入力外乱では干渉できない項目の値を減少させることができることが原因である。
- 数値例より、EEID は従来の等価入力外乱と絶対加速度に対する制御性能は EID とほぼ等しく保ったまま、相対変位に対する制御性能を改善できることが可能であることが分かった。
- EID と EEID の伝達関数のゲイン比はマクローリン展開を用いて 1 次まで近似した式を用いることにより、精度よく表すことが可能であることが分かった。
- オブザーバゲイン  $L_P$  の分析より、EEID は制御対象の固有周波数が低い (固有周期が長い) 場合、特に EID よりも、よい制御性能が得られることが分かった。

## 参考文献

- [4-1] She J., Xin X., and Pan Y., Equivalent-Input-Disturbance Approach---Analysis and Application to Disturbance Rejection in Dual-Stage Feed Drive Control System, IEEE/ASME Trans. Mechatronics, Vol. 16, pp. 330-340. 2011. 3
- [4-2] Min Ding ; Ryuichi Yokoyama ; Jinhua She, Current control for the grid-connected single-phase photovoltaic inverter in microgrid based on an equivalent-input-disturbance approach, IEEE, IEEMA Engineer Infinite Conference, 2018
- [4-3] Jin-Hua She, Xin Xin, Yasuhiro Ohyama, Min Wu, Hiroyuki Kobayashi, Vehicle steering control based on estimation of equivalent input disturbance, The 16th IFAC world congress, 2005.
- [4-4] Ming-Xing Fang ; Min Wu ; Jin-Hua She, Structural Active Control Based on the Concept of Equivalent-Input-Disturbance Considering Actuator Saturation, IEEE, International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2009.
- [4-5] Mingxing Fang, Lijun Wu, Jing Cheng, Youwu Du, and Jinhua She, Active structural control based on integration of  $H_\infty$  control and equivalent-input-disturbance approach, Journal of Advanced
- [4-6] She J, Sekiya K, Wu M, Lei Q. Active structural control with input dead zone based on equivalent-input-disturbance approach. In: Proc of 36th annual conference on IEEE industrial electronics society (IECON 2010). p. 47-52. 2010. 11
- [4-7] 陳引力, 佐藤大樹, 宮本皓, 余錦華, 地震外乱を対象としたアクティブ制御設計法の提案 (そ

の1：必要制御カスペクトルと重み関数決定方法の提案），建築学会大会学術講演郊外集，  
pp. 929-930，2018年

- [4-8] 太木本仁志，宮本皓，佐藤大樹，陳引力，余錦華，絶対加速度制御型の等価入力外乱の制御系設計（その2：極配置を用いたフィードフォワード制御部分の設計法），日本建築学会年次大会論文集，2018年

## 付録 4A. ブロック線図の書き換え

式(4-8)のシステムは図 4A-1 のブロック線図により表される。

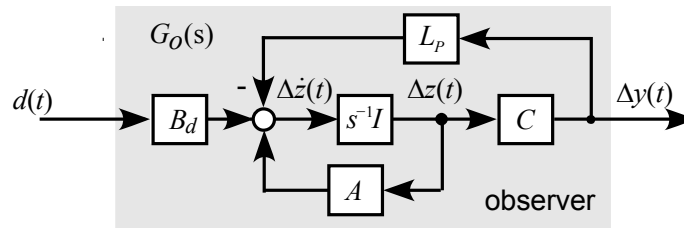


図 4A-1. 式(4-8)のブロック線図

等価入力外乱の推定値  $\hat{d}_e(t)$  は式(4-13a)によって与えられ、さらに式(4-14)より、推定等価入力外乱を式(4-15)で表されるローパスフィルタ  $F(s)$  でフィルタリングした信号  $\tilde{d}_e(t)$  が制御に用いられることから、 $d(t)$  から  $\tilde{d}_e(t)$  までのシステムをブロック線図で表すと図 4A-2 により示される。

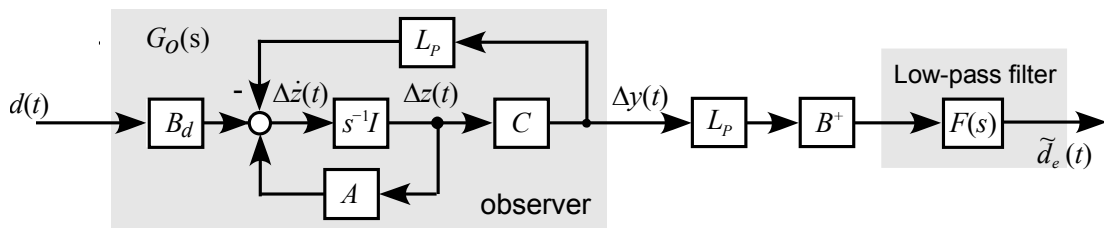


図 4A-2. 外乱からフィルタリング後の推定等価入力外乱までのシステム

式(4-1)に式(4-16)を代入し、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + B\{u(t) = u_f(t) - \tilde{d}_e(t)\} + B_d d(t) \\ &= Az(t) + Bu_f(t) - B\tilde{d}_e(t) + B_d d(t) \end{aligned} \quad (4A-1)$$

ここで、 $u_f(t)$  は式(4-17)による制御即をもつ制御入力であることから式(4A-1)は更に式(4A-2)に変換できる。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + BK_p z(t) - B\tilde{d}_e(t) + B_d d(t) \quad (4A-2)$$

式(4A-2)をブロック線図で荒らすと図 4A-3 により表される。

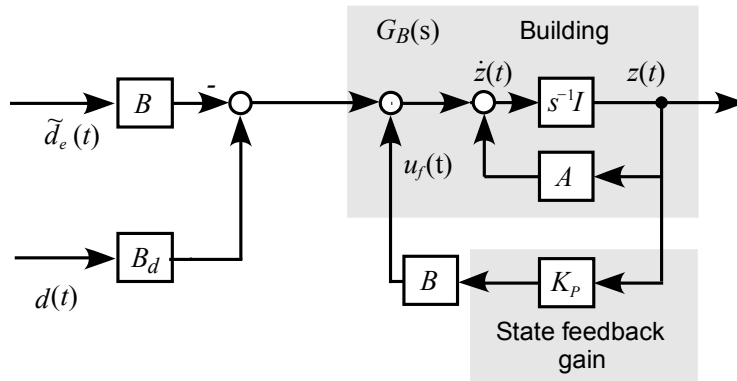


図 4A-3. 式 (4A-2) のブロック線図

図 4A-3 の左端に図 4A-2 を繋げることで、図 4-4 になる。

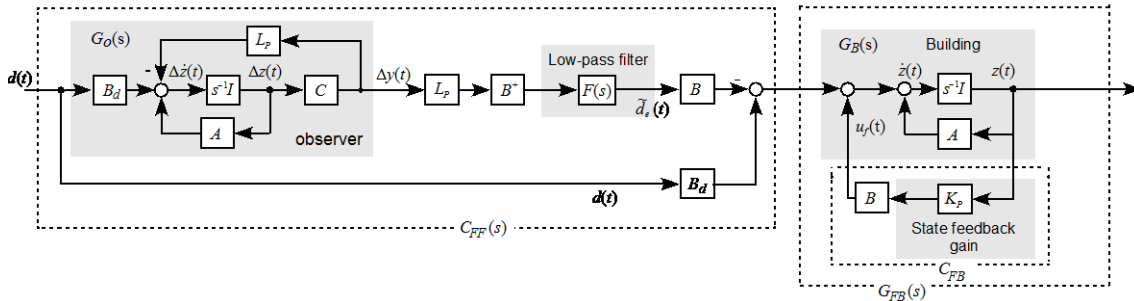


図 4A-4. 式 (4A-2) のブロック線図(再)

#### 付録 4B. 限られたセンシングに対する検討

本論文では、制御対象となる建物の全ての層の相対変位・速度、ならびに絶対加速度をセンシング可能とし、これを制御に用いた。しかし、実際の制御系ではセンシングに限りがあり、全ての層のこれら応答をセンシングすることは非常に困難である。付録 4B では、実際の建物のどの応答をセンシングし、また、どの層で何の応答をセンシングしているかについてまとめ、それを基にして、実際にアクティブ制御を用いた建築物のセンサーに近づけた条件で解析を行った結果を示す。

実際の強震記録や実際のセミアクティブ制御システムでは下記の方法が取られている。

- 1) 地表面の絶対加速度並びに、その積分値である絶対速度・絶対変位を観測する方法  
(大林組の技術研究所におけるアクティブ制御システムにおける方法(文献 B1))
- 2) 免震層の絶対加速度と相対変位、さらに頂部の絶対加速度のみをセンシング  
(慶應大学三田キャンパスのセミアクティブ制御 (文献 B2))

その他の建物では、主に建物の一部層の絶対加速度や、免震層の相対変位を観測可能としている。したがって、付録 4B では、4.4 章で用いた制御系を対象にして、観測の条件として下記の 2 ケースについて検討を行った。

- 1) 免震層の相対変位、免震層と上部構造 4, 11 層目の絶対加速度のみをセンシング
- 2) 全層の絶対加速度のみをセンシング

また、全層の状態をセンシングしていないことからフィードバック制御には、これらの応答を用いてオブザーバが推定した相対変位・速度を用いる。これらの条件に対して Art Hachinohe 波を入力した際の応答を図 4B-1 に示し、図 4B-2 に制御力を示す。なお図 1B において、全層観測可能は 4.4 節の解析結果と等しく、全層の相対変位・速度と絶対加速度を観測可能とし、全層の絶対加速度と層間変位（免震層のみは免震層の相対変位）を出力するケースを示す。

なお、状態および等価入力外乱の推定には、線形性御理論に基づく状態オブザーバを用いていることから、特に制御対象が弾性的の場合に限っている。

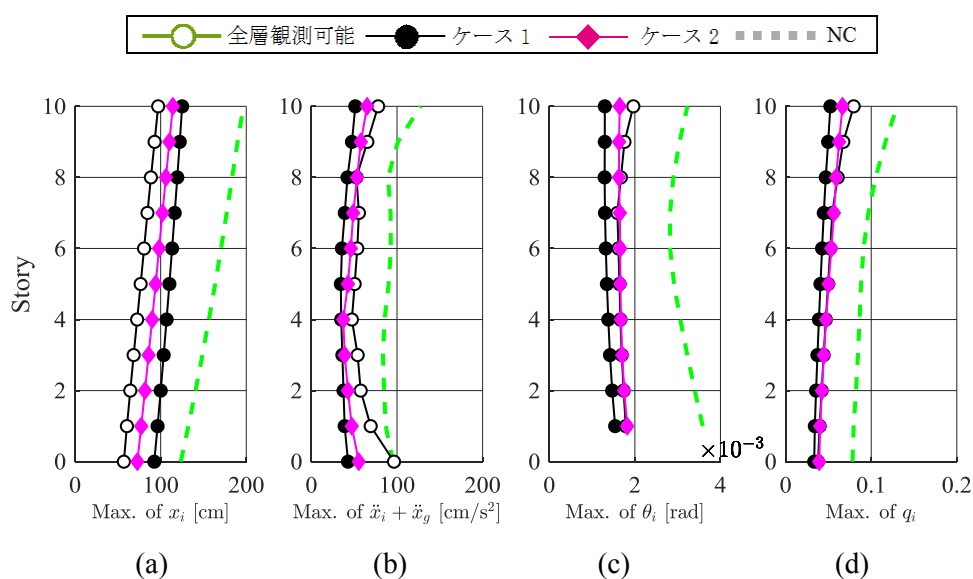


図 4B-1. 解析結果

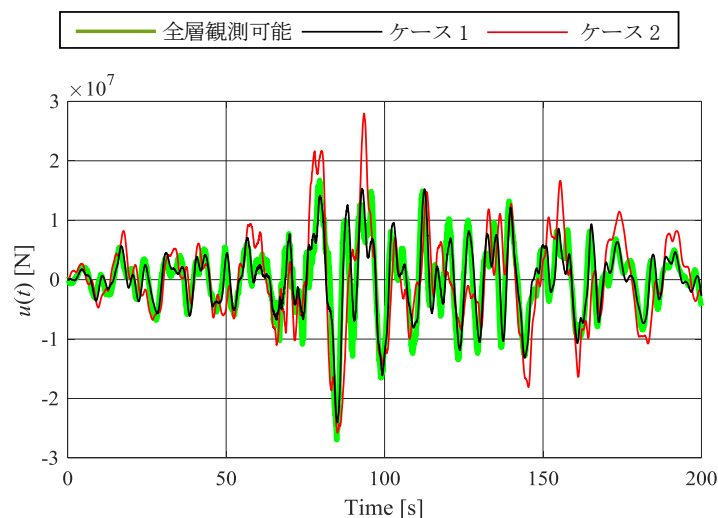


図 4B-2. 制御入力

解析結果より、いずれの場合でも全層観測可能と比較して一部の状態が観測可能な場合は、絶対加速度に関する制御性能は各層で特に各層の相対変位に関する制御性能が低下する結果が得られた。これは、等価入力外乱と同じ出力を与える制御入力チャンネルにおける信号を示すことから、一部の応答、特に絶対加速度しか観測できないことから、絶

対加速度を抑制する等価入力外乱を推定しこれを用いているが、相対変位を抑える等価入力外乱が推定できていないことに起因すると考えられる。

等価入力外乱手法は上述のように、観測された応答を抑える制御力を与える制御系であることから、センシングに制約条件があると、センシングができない応答については十分に応答を抑えられない特性があることが分かった。

なお、どの層の何の応答を直接観測にすることで十分に制御性能が得られるかについては、制御理論の可観測グラミアンの固有値と可観測性行列を用いることで見積もることが可能であることが文献 B3)で示されており、これを用いたセンサーの配置を検討することが今後の課題の1つである。

#### 参考文献

- B1) 吉田治, 蔭山満, 佐野剛志, 勝俣英雄, 遠藤文明, 渡辺哲巳, 山中昌之, 絶対制震理論によるアクティブ免震手法の実建物への適用, 日本機械学会論文集(C編), 78巻, 789号, 2012年, 1632-1643
- B2) 長島一郎, 欄木龍大, 篠崎洋三, 藤山淳司, 可変構造セミアクティブ免震システムの開発, 大成建設技術センター報, 第38号, 32\_1-32\_6, 2012
- B3) W. Gawronski. Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures, Springer, 2004.

#### 付録 4C. 免震周期, 上部構造周期を変更した場合での検討

4.4章では, 免震周期 8.0 s, 上部構造の固有周期 5.0 s, のモデルを用いた。本論文では, 超高層免震の実用を目的としたため, 上部構造と免震周期が共に非常に長いモデルを用いたが, 本手法の適用範囲を示すことを目的として, 付録 4C では

- 1) 上部構造 4.0 s, 免震周期 6.0 s
- 2) 上部構造 4.0 s, 免震周期 5.0 s
- 3) 上部構造 3.0 s, 免震周期 5.0 s
- 4) 上部構造 3.0 s, 免震周期 4.0 s
- 5) 上部構造 2.0 s, 免震周期 4.0 s
- 6) 上部構造 2.0 s, 免震周期 3.0 s

以上の 6 モデルに対して制御系を設計し, 4.4 章と同様に, Art Hachinohe 波を対象として解析を行った。各モデルの制御系の設計に用いたパラメータは表 1 に示した。なお制御系を設計する際は, 制御した際の免震層の最大応答変位を制御なしの 6 割程度に抑えるようにパラメータをチューニングし, コントローラを設計した。制御系の設計に用いたパラメータを表 4C-1, 4C-2 に示す。また, これらのコントローラを用いて解析した結果を図 4C-1~4C-15 に, その際の最大制御力を表 4C-3 に示す。

表 4C-1. AD-EID の設計に用いたパラメータ

AD-EID				
$T_S$	$T_0$	フィードバック コントローラ	オブザーバ	等価入力外乱推定器
		式(3-10)	式(2-28)	式(2-32)
4.0	6.0	$Q_g=10^{13}I, Q_d=10^{13.9}I, R_u=2.8$	$Q_d=10^2I, R_d=I$	$N_F=0.7, \Omega=0.01$
	5.0	$Q_g=10^{13}I, Q_d=10^{13.9}I, R_u=2.8$		
3.0	5.0	$Q_g=10^{13}I, Q_d=10^{13.9}I, R_u=2.0$		
	4.0	$Q_g=10^{13}I, Q_d=10^{13.9}I, R_u=2.0$		
2.0	4.0	$Q_g=10^{13}I, Q_d=10^{13.9}I, R_u=4.0$		
	3.0	$Q_g=10^{13}I, Q_d=10^{13.9}I, R_u=4.0$		

表 4C-2. EID の設計に用いたパラメータ

AD-EID				
$T_S$	$T_0$	フィードバック コントローラ	オブザーバ	等価入力外乱推定器
		式(3-10)	式(2-28)	式(2-32)
4.0	6.0	$Q=I, R=10^{-8.0}$	$Q_d=3 \times I, R=I$	$N_F=0.9, \Omega=0.01$
	5.0	$Q=I, R=10^{-8.0}$		
3.0	5.0	$Q=I, R=10^{-9.0}$		
	4.0	$Q=I, R=10^{-9.0}$		
2.0	4.0	$Q=I, R=10^{-9.7}$		
	3.0	$Q=I, R=10^{-9.7}$		

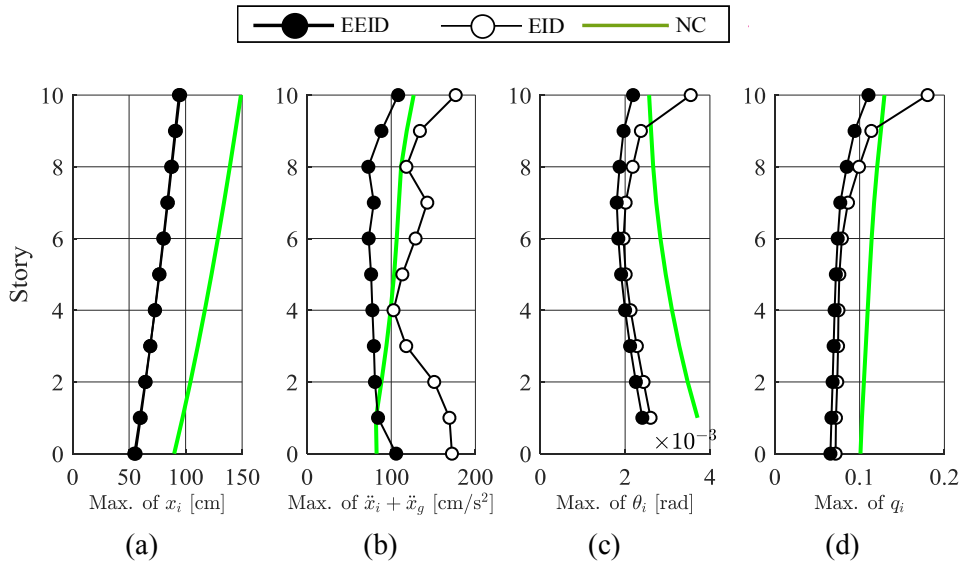


図 4C-1 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=4.0$  s,  $T_0=6.0$  s)

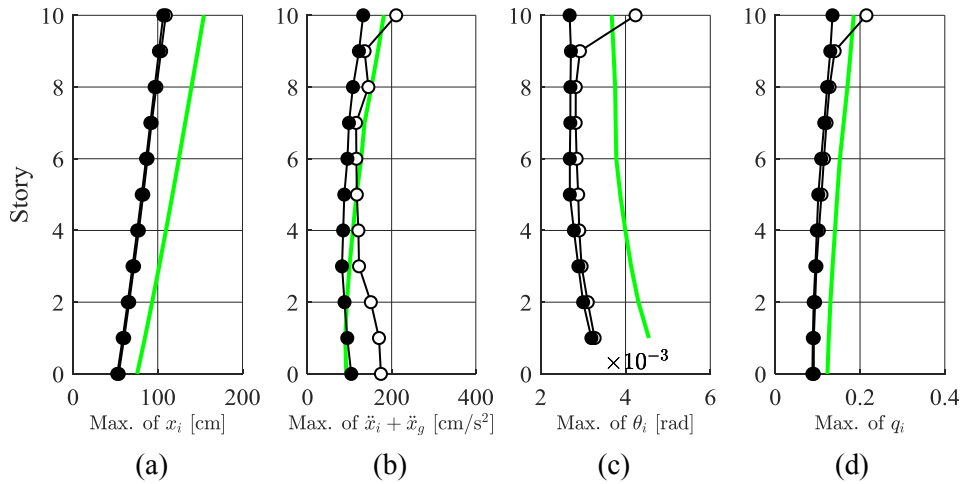


図 4C-2 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=4.0$  s,  $T_0=5.0$  s)

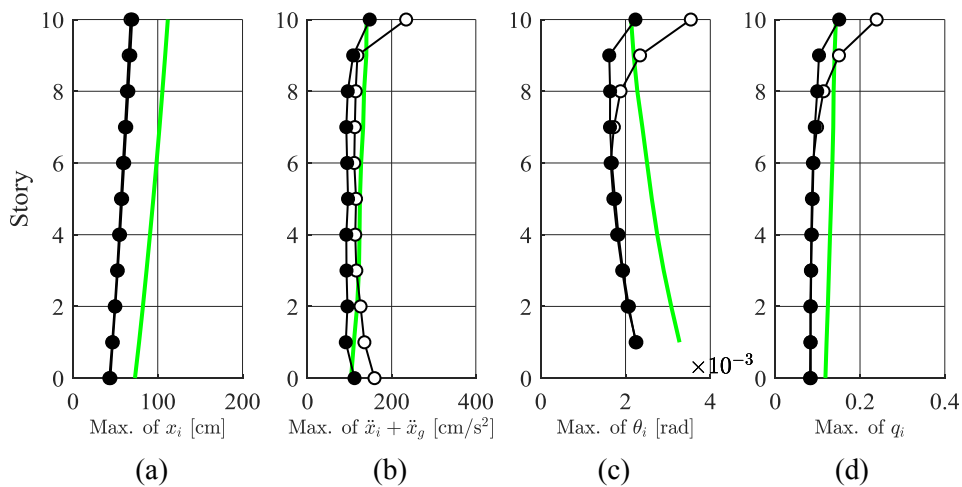


図 4C-3 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=3.0$  s,  $T_0=5.0$  s)

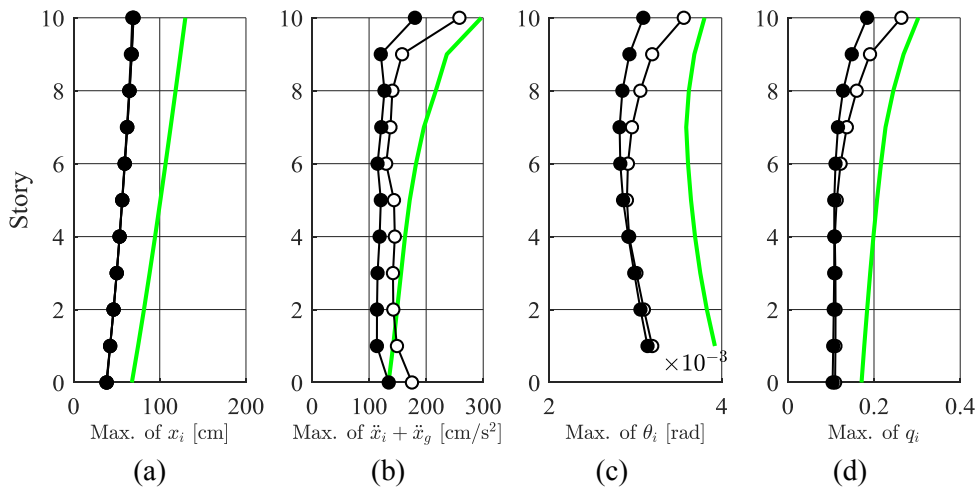


図 4C-4 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=3.0$  s,  $T_0=4.0$  s)

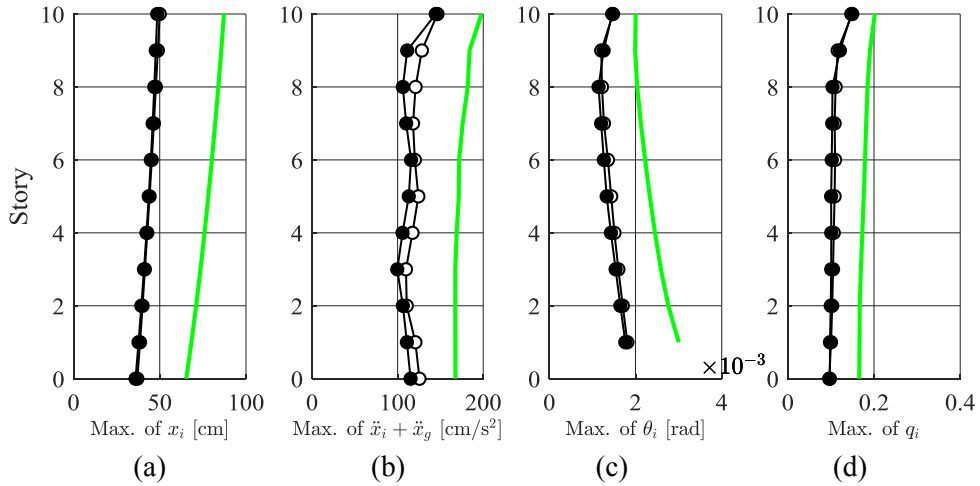


図 4C-5 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=2.0$  s,  $T_0=4.0$  s)

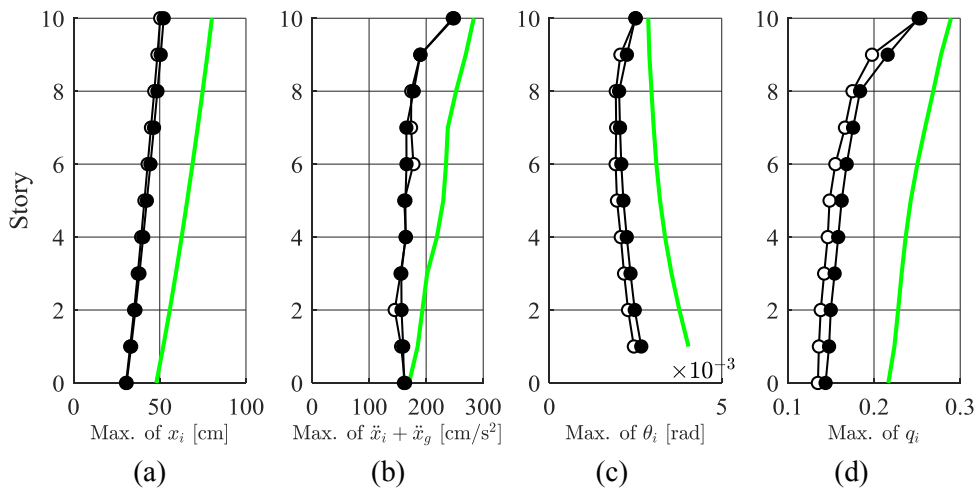


図 4C-6 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_0=2.0$  s,  $T_0=3.0$  s)

表 4C-3. 最大制御力

上部構造	免震周期	制御力 ( $\times 10^7$ )[N]	
		EID	AD-EID
4.0	6.0	1.57	0.76
	5.0	1.55	0.94
3.0	5.0	1.27	1.11
	4.0	1.19	1.06
2.0	4.0	1.11	0.86
	3.0	1.03	0.74

図 4C-1~4C-6 より、制御対象となる建物の周期が長い方が、EEID 手法は、より EID 手法よりも、より高い制御性能が得られていることが分かり、特に上部構造の固有周期が 2.0 s のモデルでは、EEID 手法と EID 手法では応答に殆ど差はないことは分かる。しかし、表 1 から、必要となる制御力は EEID 手法の方が少ないことから、得られる制御性能が同じでも、制御の効率性は改善されていることが明らかになった。

4.6 章では、1 自由度のモデルを対象とした分析の結果、EEID 手法は特に固有周期が長い建物に対して特に EID 手法よりも制御性能が良いことを示した。付録 4C での解析結果より、本論文では、免震を用いた 1 次モードの影響が大きいモデルを用いていることから、4.6 章で示した結果の傾向と一致することが明らかになった。従って、本論文で提案した EEID 手法は、特に周期が非常に長い建物で、従来の EID 手法よりも良い制御性能が得られることが明らかになった。

#### 付録 4D. ノイズ入力の際の性能

本付録では、ノイズが入力した際の検証を行う。ノイズは

- ・直流成分のみが加わるケース
- ・ホワイトノイズが加わるケース

の 2 ケースについての検証を行う。ホワイトノイズが加わる場合は各観測値の 20% 程度を最大値とするホワイトノイズを用いる。また、直流成分ノイズについては、観測値となる応答の 10% 程度となる信号を用いる。

また、付録 4D では、フィードバック制御にはオブザーバによって推定した状態を用いて制御力を計算した。

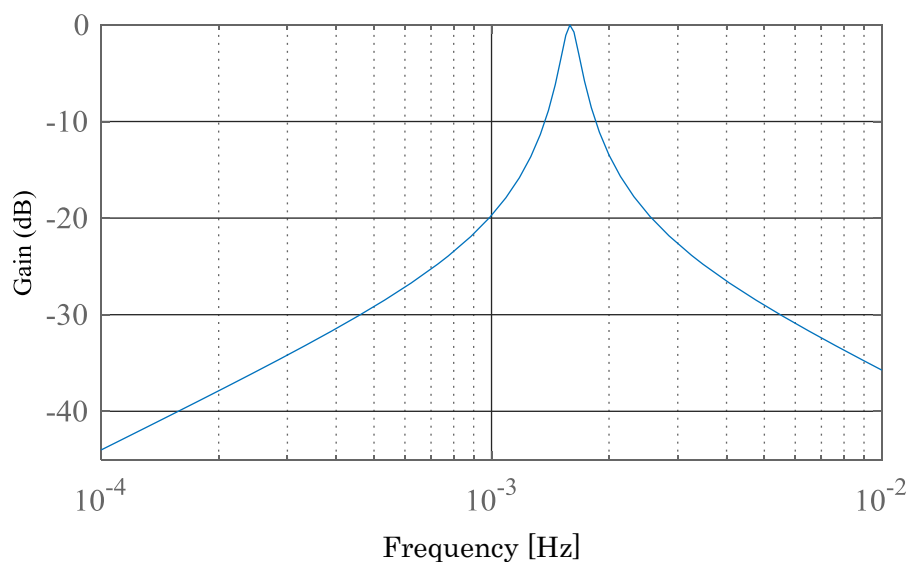
図 4D-1 に第 1 層目の絶対加速度の観測に加えるノイズとして用いる直流成分信号とホワイトノイズを示す。なお、直流成分が加わっていることから、付録 4D では制御系中においてローパスフィルターではなく、バンドパスフィルターを用いて雑音の除去を試みる。

$$F_b(s) = \frac{\frac{\Omega}{\sigma}s}{s^2 + \frac{\Omega}{\sigma}s + \Omega^2} \tag{D1}$$

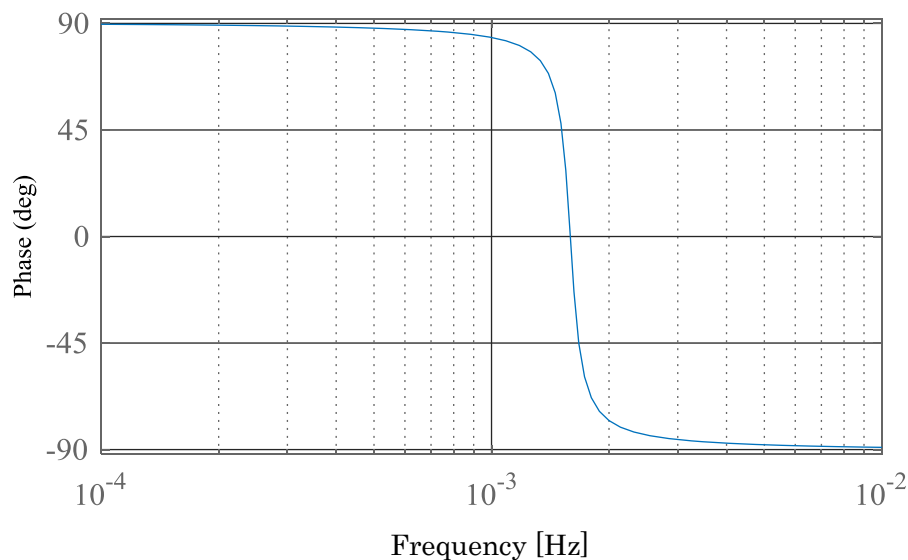
上式において $\Omega$ はゲインが 1 となる周波数を表し、 $\sigma$ はゲインを調節する関数であり、 $\sigma$ の大きさを調節することにより、 $\Omega$ のゲインを調節する。

本論文では $\Omega = 0.01$ ,  $\sigma = 10$ としたバンドパスフィルターを用いる。本フィルターの周波数応答曲線を図4D-1に示す。

なお、非線形のフィルターを用いた場合は伝達関数による分析が困難になる。将来的にバンドパスフィルターを用いた制御系の構築を容易にするために、本付録では4D-1形式のフィルターを用いた。



(a) ゲイン特性



(b) 位相特性

図 4D-1. バンドパスフィルターの周波数特性図

また、付録 4D にて用いたホワイトノイズと直流成分ノイズのうち、免震層の絶対加速度に加えた信号を図 4D-2 と図 4D-3 に示す。

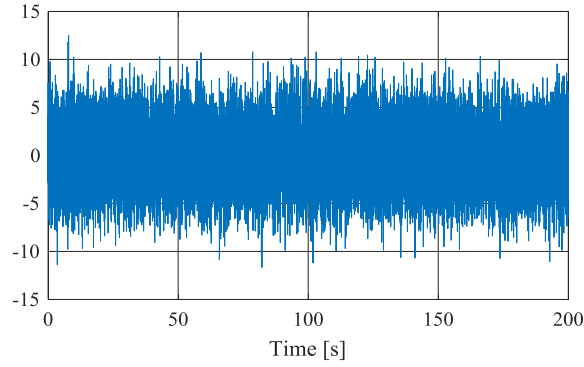


図 4D-2. 免震層の絶対加速度観測に入力するホワイトノイズ

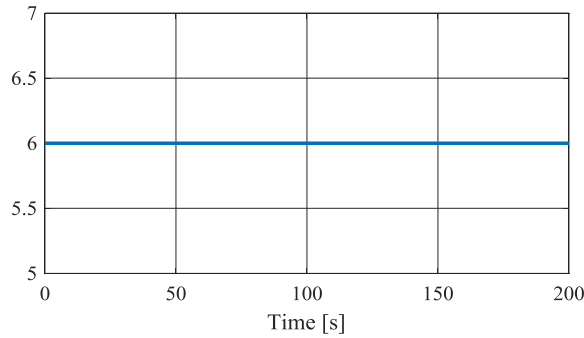


図 4D-3. 免震層の絶対加速度観測に入力する直流成分ノイズ

ホワイトノイズが入力した際の結果を図 4D-2 に、直流成分が入力した際の結果を図 4D-4 に示す。なお、各図中において直流成分のノイズは DC noise と記した。

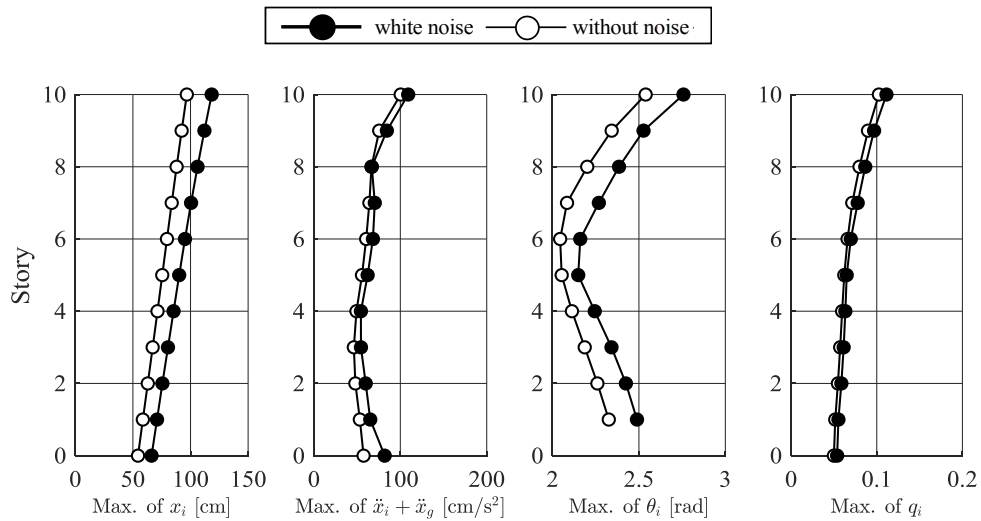


図 4D-4. ホワイトノイズ入力時の解析結果

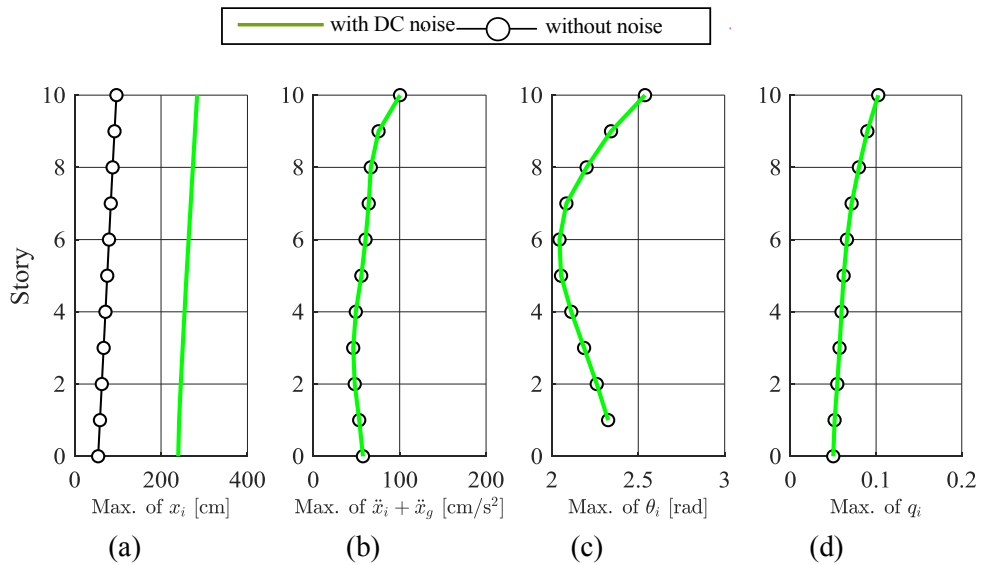


図 4D-5. 直流成分入力時の解析結果

図 4D-4 より，観測値にホワイトノイズが含まれるケースでは，フィルターにより十分にノイズが除去されることから，ノイズが含まれないケースとほぼ同等の結果になることが分かった。これは，観測ノイズがオブザーバとフィルターによって十分に低減されることによるものと考えられる。

一方，図 4D-5 より，直流成分ノイズが含まれる場合では，絶対加速度，層間変位，層せん断力係数ではノイズが含まれない場合と殆ど同じ値になったのに対し，相対変位のみ，非常に大きな値になることが分かる。これを分析するために，ノイズが含まれる場合と，含まれない場合での制御力を図 4D-6，オブザーバによって推定された 1 層目の変位を図 4D-7 に示す。

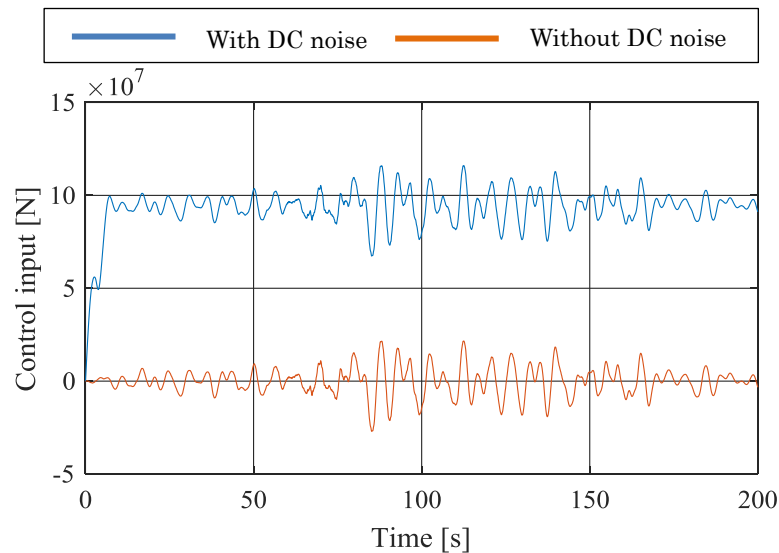


図 4D-6. 直流成分入力時の解析結果

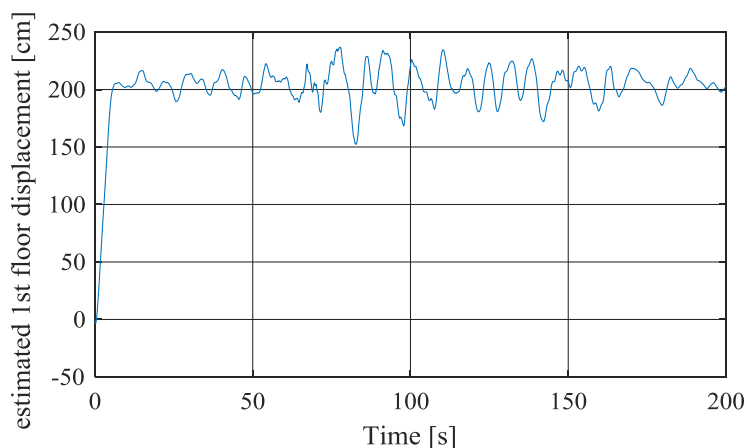


図 4D-7. 推定された 1 層目の変位

フィードバック制御や等価入力外乱はオブザーバで推定された相対変位・速度を用いているが、ノイズに直流成分があることにより、オブザーバで推定された相対変位・速度に大きな誤差が生じることから、特に相対変位に対しては大きな誤差が生じることが分かった。直流成分がノイズに存在する場合は、上記のように相対変位に対して著しく制御性能を損なうことが分かり、直流成分がノイズに加わる場合で制御性能を保つように、ノイズを考慮した制御系の設計を行うことは今後の課題として残された。

#### 付録 4E. パッシブ制御との比較

本章では、4.4 章で用いた EEID 手法と、免震層の相対変位に対して同等の制御性能を得るように免震層の減衰定数を高めたモデルとの比較を行い、特にアクティブ制御を用いることのメリットの考察を行う。付録 4E では、本論文中で用いたモデル（上部構造の固有周期 5.0 s と免震周期が 6.0 s, 8.0 s の 2 つのモデル）の他に付録 4C で用いた 6 つのモデルを加えた 8 つのモデルを用いて比較を行った。したがって、付録 4E では下記の 8 つのモデルを用いた。また、下記の括弧の文字は免震層の減衰定数  $h_0$  を表し、免震層の最大相対変位に対してアクティブ制御と同等の制御性能を発揮させる減衰定数を表す。

- 1) 上部構造 5.0 s, 免震周期 8.0 s ( $h_0=0.4$ )
- 2) 上部構造 5.0 s, 免震周期 6.0 s ( $h_0=0.4$ )
- 3) 上部構造 4.0 s, 免震周期 6.0 s ( $h_0=0.18$ )
- 4) 上部構造 4.0 s, 免震周期 5.0 s ( $h_0=0.18$ )
- 5) 上部構造 3.0 s, 免震周期 5.0 s ( $h_0=0.2$ )
- 6) 上部構造 3.0 s, 免震周期 4.0 s ( $h_0=0.2$ )
- 7) 上部構造 2.0 s, 免震周期 4.0 s ( $h_0=0.15$ )
- 8) 上部構造 2.0 s, 免震周期 3.0 s ( $h_0=0.15$ )

これらのモデルに対する解析結果を図 4E-1~4E-8 に示す。図において、アクティブ制御が取り付けられていないパッシブ制御のみのモデルを **Passive model** とし、アクティブ制御が取り付けられたモデルを **Active model** とした。

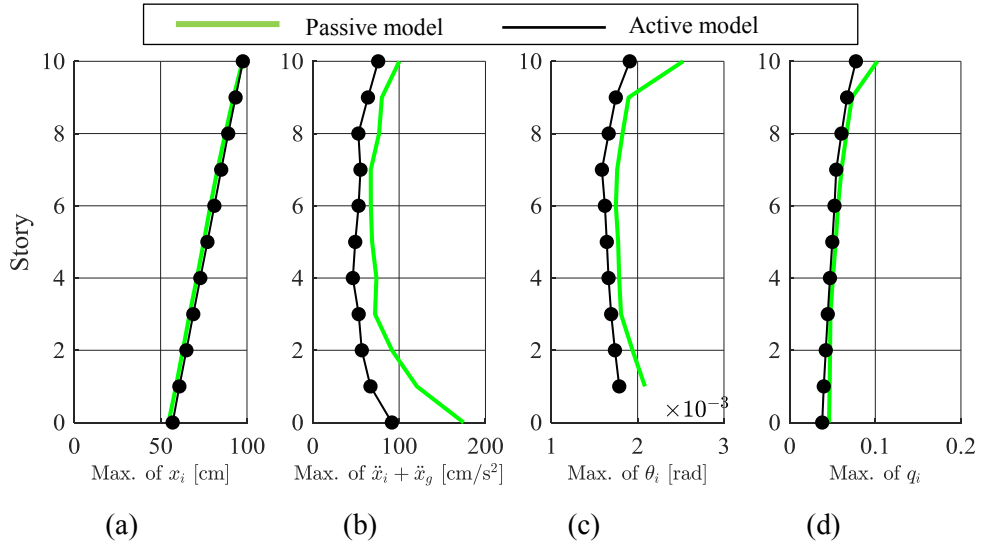


図 4E-1 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=5.0$  s,  $T_0=8.0$  s) 1

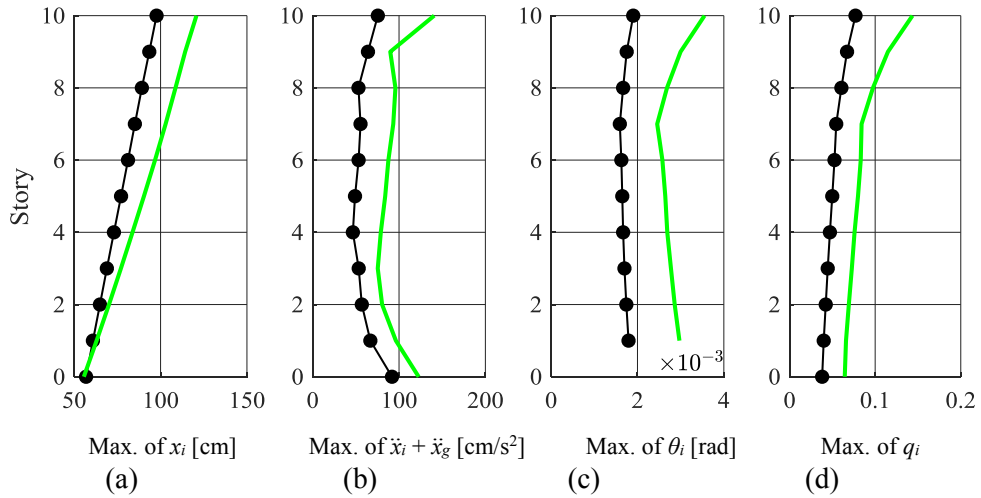


図 4E-2 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=5.0$  s,  $T_0=6.0$  s)

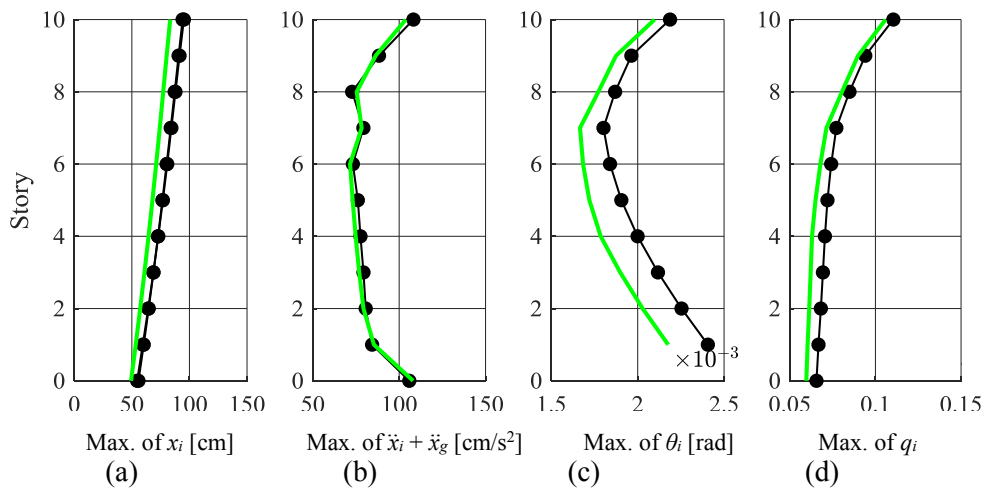


図 4E-3 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=4.0$  s,  $T_0=6.0$  s)

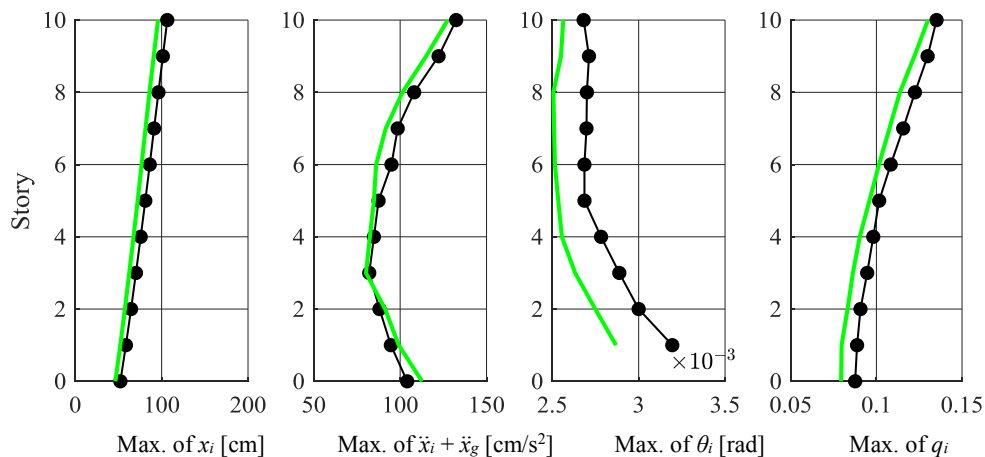


図 4E-4 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=4.0$  s,  $T_0=5.0$  s)

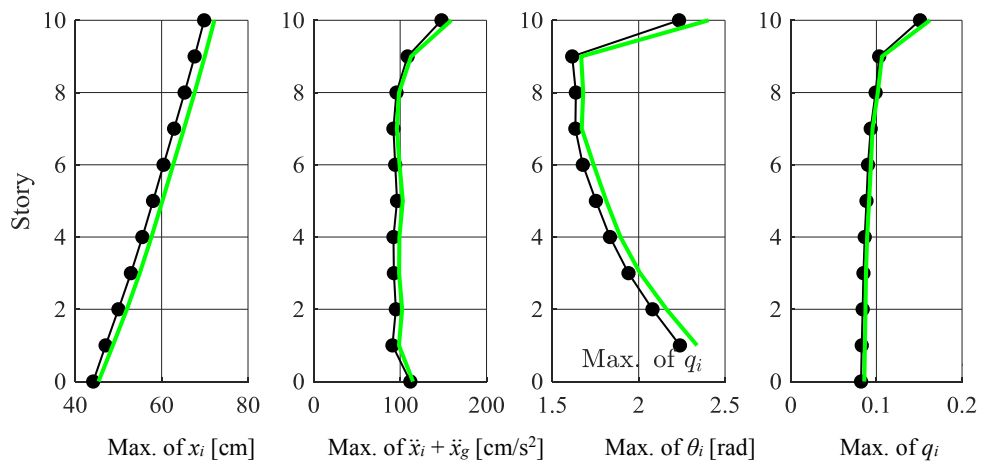


図 4E-5 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=3.0$  s,  $T_0=5.0$  s)

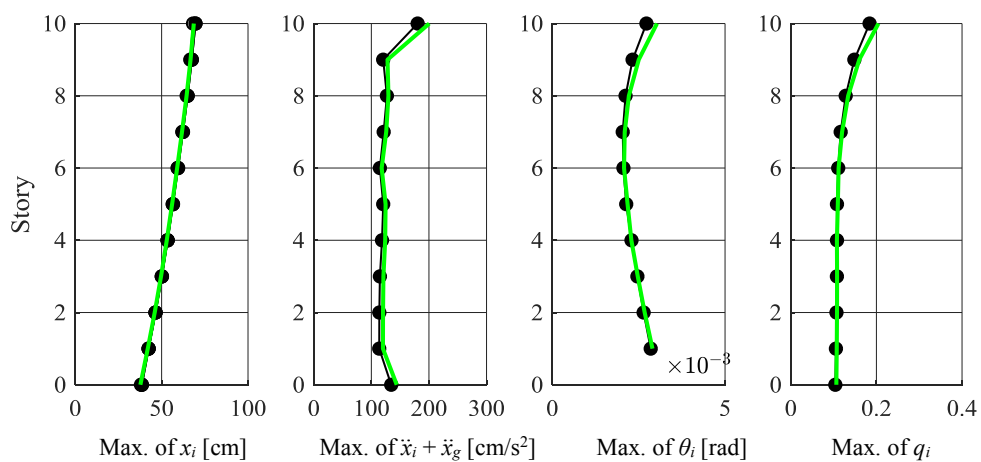


図 4E-6 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_u=3.0$  s,  $T_0=4.0$  s)

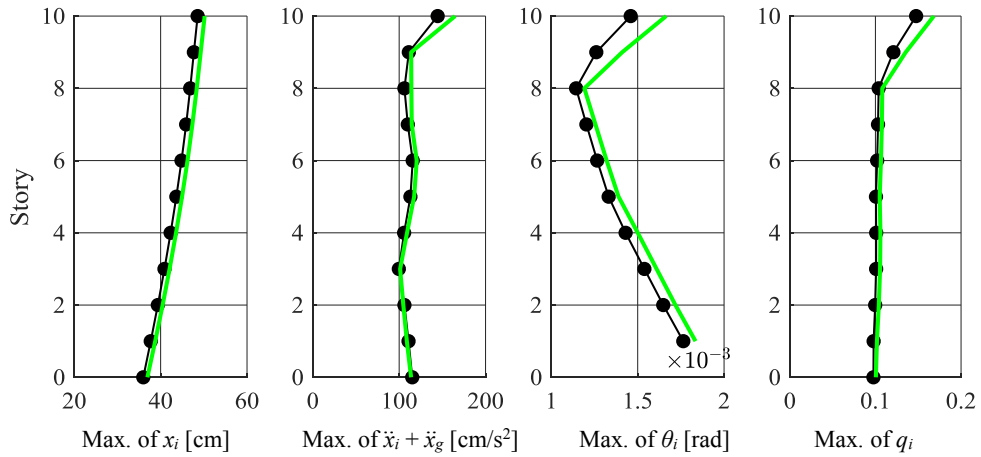


図 E7 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_d=2.0$  s,  $T_0=4.0$  s)

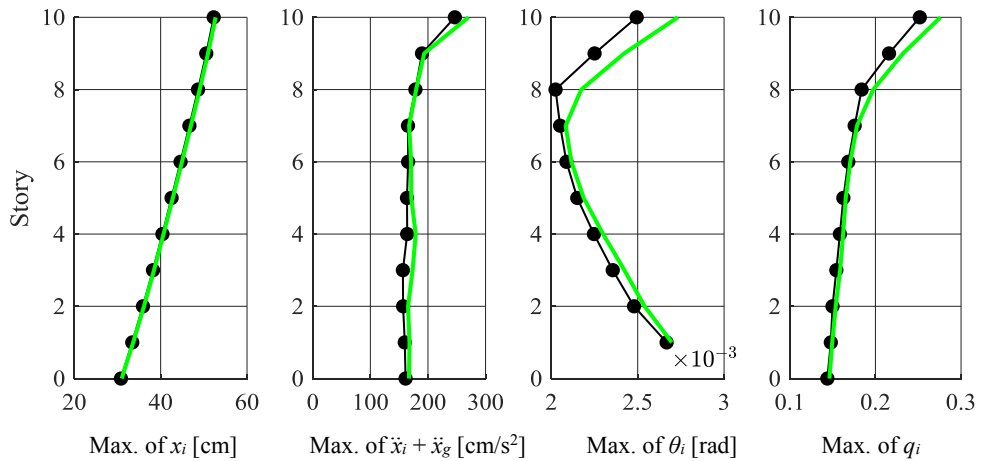


図 E8 Art Hachinohe 波に対する応答 (a) : 相対変位, (b) 絶対加速度, (c) 層間変形角, (d) 層せん断力係数 ( $T_d=2.0$  s,  $T_0=3.0$  s)

以上の結果から、上部構造の固有周期が  $5.0$  s に対しては、アクティブ制御と同等の性能を持たせるためには、免震周期に対して減衰定数を  $0.4$  程度にする必要があり、免震のみでは、下層部の絶対加速度と上層部の層間変形角が大きくなることがわかり、アクティブ制御は、特に上部構造と免震周期が長い建物においてよりパッシブ制御のみよりも、良い制御性能が得られることが今回の検討により分かった。

## 5章 応答・制御カスペクトルを用いた

### EEID手法を用いた制御系の設計

#### 5.1. はじめに

##### 5.1.1. 背景

4章にて、建築物のアクティブ制御に適するように、絶対加速度や層間変形を評価し、これらを抑える拡張等価入力外乱手法の提案を行い、同時に1自由度のモデルを対象として、制御系設計時に調節するパラメータが減衰定数や固有周期に与える影響を理論的に明らかにした。

建築物の設計では、応答スペクトルによる方法があり、これにより、設計した建築物の応答を見積もる方法がある[5-1]。応答スペクトルによる方法は、減衰定数を設定することで、固有周期ごとの設計用地震波に対する最大応答値を見積もることができる。

アクティブ制御は制御対象の建物の動特性によって「制御のしやすさ」が異なることからある減衰定数に対して固有周期に対して連続的に値が示される応答スペクトルを用いることは、制御しやすい建物の選定を行うことにより、より効率よく制御系の設計が可能になる。

陳らにより、フィードバック制御により、等価減衰係数のみが増加する場合のアクティブ制御系の応答を応答スペクトルによって低減させる方法が提案された[5-2]。これは、フィードバック制御手法によって建物の等価減衰が増加することに着目し、等価減衰に対する応答スペクトルを描くことで、アクティブ制御系を応答スペクトル上にプロットする方法である。また、等価減衰係数からオリジナルの減衰係数の差分を制御力によって補われていると仮定し、等価減衰係数での速度応答スペクトルと掛け合わせることで、制御力の最大値を見積もる方法を同時に提案した。

しかし、陳らによる研究は1種類の制御力を用いることに限定していることに対し、等価入力外乱手法は、状態フィードバックによる制御力と、推定した等価入力外乱の逆位相の、2種類の制御力を用いていることから、さらなる工夫が必要となる。

##### 5.1.2. 本章の目的と概要

本章では、アクティブ制御系の設計をさらに容易にすることを目的として、制御対象の建物の動特性ごとに、アクティブ制御系の応答を推定できる新しい応答スペクトルと、制御力の最大値を見積もることができる、制御カスペクトルの提案を行う。4章で提案をした拡張等価入力外乱に対して、外乱入力から出力までの伝達関数の部分に着目を行い、従来の応答スペクトルの拡張を行う。

#### 5.2. 制御力せん断カスペクトルによる状態フィードバック制御系の応答と最大制御力の評価

アクティブ制御入力があるせん断型モデルで表される建築物の運動方程式は式(5-1)に

より表される。

$$M_S \ddot{x}(t) + D_S \dot{x}(t) + K_S x(t) = -M_S \{ \} \ddot{x}_g(t) + E_u u_f(t) \quad (5-1)$$

ここで、 $M_S$ ：質量マトリックス、 $D_S$ ：減衰係数マトリックス、 $K_S$ ： $x(t)$ ：各層の変位から構成されるベクトル、 $\{ \}$ ： $1 \times n$  ( $n$  はモデルの自由度) で構成される 1 ベクトル、 $\ddot{x}_g(t)$ ：地動加速度、 $E_u$ ：制御入力の位置を表すマトリックス、 $u(t)$ ：制御入力を表す。

ここで、 $u(t)$  は次式の制御則により与えられる制御入力である。

$$u_f(t) = K_{p,2} \dot{x}(t) \quad (5-2)$$

本章には制御則として制御対象の相対速度のみを用いる。これは、制御入力によって制御系の減衰定数のみが増加し、固有周波数

式(5-2)を式(5-1)に代入することにより、次式を得る。

$$M_S \ddot{x}(t) + (D_S + K_{p,2}) \dot{x}(t) + K_S x(t) = -M_S \{ \} \ddot{x}_g(t) \quad (5-3)$$

次に式(5-4)で定義される、 $D_{eq}$  の減衰をもつ建物モデルの運動方程式を示す。

$$M_S \ddot{x}_{eq}(t) + D_{eq} \dot{x}_{eq}(t) + K_S x_{eq}(t) = -M_S \{ \} \ddot{x}_g(t) \quad (5-4)$$

ここで  $x_{eq}(t)$  は式(5-4)のモデルの相対変位を示す。ここで、式(5-2)と式(5-3)に対して

$$x_{eq}(t) = x(t) \quad (5-5)$$

が成り立つとき、式(5-3)で表されるモデルを式(5-2)の等価モデルと定義する。即ち、等価モデルは、アクティブ制御がある建物の揺れを、アクティブ制御なしの建物モデルで再現するための減衰係数（等価減衰係数）を持つモデルのことに示す。

式(5-3)のモデルについて、減衰係数  $D_{eq}$  を持つ最の減衰定数を  $h_{eq}$  と定義する（なお、 $h_{eq}$  の計算には 3 章の付録 3C に示した極を用いた方法により計算を行う）。

なお、フィードバック制御は減衰係数のみを変化させており、剛性は変化させないものとしていることから、 $h_{eq}$  は

$$\frac{D_{eq}}{M_S} = 2h_{eq} \omega = 2h_{eq} \sqrt{\frac{K_S}{M_S}} \quad (5-6)$$

であることを利用して

$$h_{eq} = \frac{D_{eq}}{2\sqrt{M_S K_S}} \quad (5-7)$$

によって求める方法が候補になる。しかし、文献[5-1]より、減衰  $h$  を有する場合の固有角周波数  $\omega_h$  は無減衰時の固有角周波数を  $\omega$  としたとき

$$\omega_h = \omega \sqrt{1 - h^2} \quad (5-8)$$

となる。従って、高減衰である際は無減衰時との固有周波数で誤差が生じることから、極を用いた方法の方がより正確に固有角周波数を計算することが出来る。アクティブ制御を用いた際の減衰係数は本論文 3 章で示した通り、0.7 などの非常に高い値になることから、等価減衰定数を高くするコントローラを設計させる際は極による方法が望ましい。

### 5.3 拡張等価入力外乱手法を用いた制御系の応答を評価する新しい応答スペクトル

本章では、拡張等価入力外乱手法の応答（相対変位・速度と絶対加速度）と、制御力の最大値を見積もる新しい応答スペクトルを提案する。

#### 5.3.1 相対変位，速度の評価

拡張等価入力外乱の、地震入力から、状態  $z(t)=[x(t) \quad \dot{x}(t)]$  までの伝達関数は、4章の図4-4で述べたように、フィードフォワード制御部分とフィードバック制御部分の2つの制御系から構成される。ここで、図4-4をさらに簡略化した図を図5-1に示す。

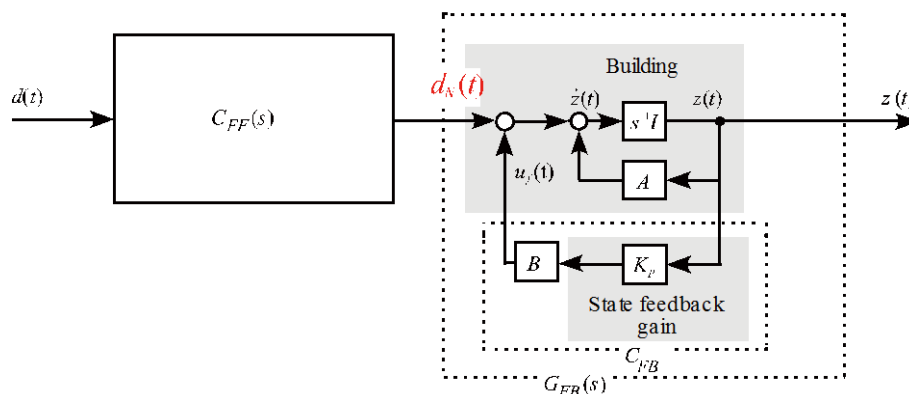


図 5-1, 地震外乱から相対変位までのブロック線図

ここで  $d_N(t)$  はフィードフォワード制御部分によって低減された外乱  $d(t)$  を表す。図 5-1 から、フィードフォワード制御を取り付けることは、フィードバック制御部分に入力する外乱が  $d(t)$  から  $d_N(t)$  に変化することを示している。従って、 $d_N(t)$  を外乱  $d(t)$  とフィードフォワード制御部分の伝達関数  $C_{FF}(s)$  を用いてフーリエ変換などを用いて推定する。その後、 $d_N(t)$  に対する応答スペクトルを描くことにより、拡張等価入力外乱手法に対しても、応答スペクトルを適当することが可能になることが分かる。

なお、以下より、 $d_N(t)$  に対する変位応答スペクトルを  $S_{D,EID}(h_{eq}, \omega)$  とし、速度応答スペクトルを  $S_{V,EID}(h_{eq}, \omega)$  と記す。

#### 5.3.2 絶対加速度の評価

次に絶対加速度の最大値を評価するスペクトルの提案を行う。一般的に、応答スペクトルに対して以下の関係式が成り立つ。

$${}_p S_D = \frac{S_V}{\omega} \approx |x|_{\max} \quad (5-9)$$

$${}_p S_A = \omega S_V \approx |\ddot{x} + \ddot{x}_g|_{\max} \quad (5-10)$$

ここで、 $\omega$  は固有角周波数であり  ${}_p S_D$  は擬似変位応答スペクトルであり、 ${}_p S_A$  は擬似加速度応答スペクトルである。即ち、速度応答スペクトルさえ分かれば、それに固有角周波数を掛け合わせるにより、対象となる建築物の変位や加速度の最大値を示す応答スペクトルを近似的に表すことができるものである。従って、 $d_N(t)$  に対する絶対加速度応答

スペクトルの近似値  ${}_p S_{A,EID}$  は式(5-8)を用いることにより下記の式により与えられることが推察される。

$${}_p S_{A,EID} = \omega S_{V,EID} \quad (5-11)$$

しかし、4章図4-5から分かるように、地震入力から絶対加速度までのブロック線図は、地震入力から、状態までとはことなり、フィードフォワード・フィードバック制御系のさらに外側からループがあることが分かる。図5-2に図4-5の簡略化したブロック線図を示す。

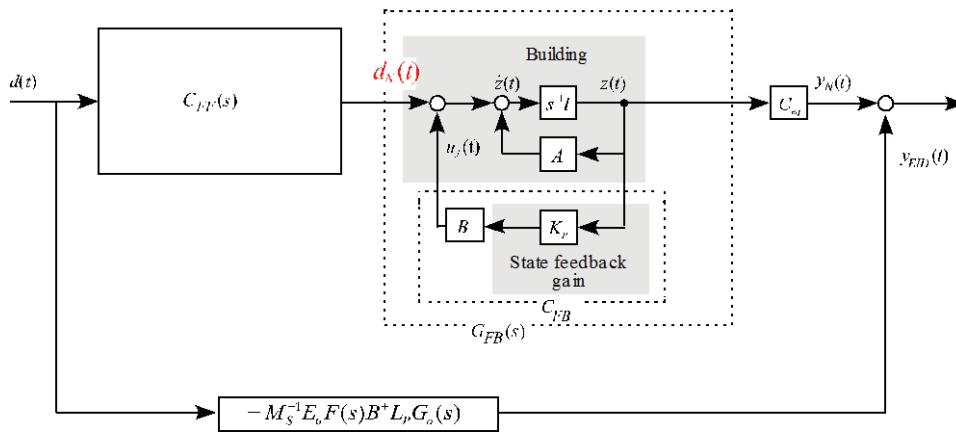


図5-2、地震外乱から絶対加速度までのブロック線図

従って、式(5-11)により加速度応答スペクトルを求めるのでは不十分である事がわかる。なお、 $d_N(t)$ に対する加速度応答スペクトル  $S_{A,N}(h_{eq}, \omega)$  は外乱  $d_N(t)$  が入力された際のフィードバック制御系の絶対加速度を示す。従って、式(5-3)に  $d_N(t)$  を代入し変換して

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + d_N(t) &= -M_S^{-1} D_{eq} \dot{x}(t) - M_S^{-1} K_S x(t) \\ &= \begin{bmatrix} -M_S^{-1} K_S & -M_S^{-1} D_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \\ &= C_{eq} z(t) \end{aligned} \quad (5-12)$$

となることから、出力マトリックスを  $C_{eq} = [-M_S^{-1} K_S \quad -M_S^{-1} D_{eq}]$  とした際の  $d_N(t)$  が入力した際の”フィードバック制御部分のみの”「絶対加速度」を示す。この値を以下  $y_N(t)$  とする。

拡張等価入力外乱手法を用いた制御系では、さらに、 $y_{EID}(t) = -M_S^{-1} E_u F(s) B^+ L_p G_o(s)$  により発生する絶対加速度を足し合わせた値が系全体の絶対加速度となる。従って、絶対加速度は  $y_N(t)$  と  $y_{EID}(t)$  の2種類の波の重ねあわせであることから、

$$\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) = y_N(t) + y_{EID}(t) \quad (5-13)$$

により与えられる。上述の通り、 $y_N(t)$  は  $d_N(t)$  に対する加速度応答スペクトルにより推定が可能になる。一方、 $y_{EID}(t)$  は推定等価入力外乱  $\tilde{d}(t)$  を質量  $M_S$  で除した値である(詳しく

は4章の式(4-31a,b)を参照)。今、1自由度系の以下のモデルについて考える

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + B_d d(t) \\ y(t) = Cz(t) \end{cases} \quad (5-14)$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}}(t) = A\bar{z}(t) + B d_e(t) \\ \bar{y}(t) = C\bar{z}(t) \end{cases} \quad (5-15)$$

ここで

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{d_s}{m_s} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m_s \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ d(t) = \ddot{x}_g(t) \end{cases} \quad (5-16)$$

である。

式(5-12)をオリジナルのシステムとし、式(5-13)を等価入力外乱が入力したシステムとする。等価入力外乱の定義より、 $y(t) = \bar{y}(t)$ であることから、式(5-12)から式(5-13)を減ずることで以下の式を得る

$$B d_e(t) = B_d d(t) \quad (5-17)$$

ここで、 $B$ の擬似逆行列は

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T \quad (5-18)$$

従って、等価入力外乱は、 $B$ の左擬似逆行列 $B^+$ を用いることにより、式(5-17)により与えられる。

$$d_e(t) = B^+ B_d d(t) \quad (5-19)$$

一方、式(5-18)に式(5-16)を代入することで、1自由度系の擬似逆行列は

$$\begin{aligned} B^+ &= \left( \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m_s \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} \\ &= m_s^2 \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & m_s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-20)$$

により与えられる。式(5-20), (5-16)を式(5-19)に代入することにより

$$d_e(t) = -m_s d(t) \quad (5-21)$$

を得る。従って、等価入力外乱はオリジナルの外乱に質量を掛け合わせ、さらに位相を逆にした信号であることが分かる。制御には式(5-20)のローパスフィルターによって推定された等価入力外乱の推定値 $\tilde{d}_e(t)$ を用いることは4章で述べた。

$$F(s) = \frac{N_F}{\Omega s + 1} \quad (5-22)$$

$N_F=1$ の際は、 $\tilde{d}_e(t) \approx d_e(t)$ である仮定より、 $y_N(t)$ の推定最大値 $|y_N(t)|_{\max}$ は

$$|y_N(t)|_{\max} = \left| \frac{\tilde{d}_e(t)}{m_S} \right|_{\max} \approx \left| \frac{d_e(t)}{m_S} \right|_{\max} = |d(t)|_{\max} \quad (5-23)$$

より、外乱の最大値であることが推定される。ここで、 $N_F \neq 1$  がある場合は推定した等価入力外乱がスケールアップされていることを意味することから、 $y_N(t)$ の推定最大値は

$$|y_N(t)|_{\max} = \left| \frac{\tilde{d}_e(t)}{m_S} \right|_{\max} \approx \left| \frac{d_e(t)}{m_S} \right|_{\max} = N_F |d(t)|_{\max} \quad (5-24)$$

であることに注意されたい。

2種類の波形をスペクトルで考慮する際はABSとSRSSの平均値を用いる方法も用いられる[5-1]。本論文では文献[5-1]により示された方法を用いて、拡張等価入力外乱手法を用いた制御系の推定絶対加速度スペクトルである、 $S_{A,EID}(h_{eq}, \omega)$ は、 $|y_N(t)|_{\max} = S_{A,N}(h_{eq}, \omega)$ と $|y_{EID}(t)|_{\max}$ の単純和(ABS:absolute sum)と2乗和平方(RSS: root sum square)の平均を用いて

$$S_{A,EID}(h_{eq}, \omega) = \left\{ \frac{S_{A,N}(h_{eq}, \omega) + |y_{EID}(t)|_{\max} + \sqrt{S_{A,N}(h_{eq}, \omega)^2 + |y_{EID}(t)|_{\max}^2}}{2} \right\} \quad (5-25)$$

により推定する。

### 5.3.3 制御入力の評価

次に、制御力の最大値の推定方法を述べる。拡張等価入力外乱手法をもつ制御系の場合、制御入力 $u(t)$ は2種類の制御力より構成され、状態フィードバック制御による制御入力 $u_f(t)$ と推定等価入力外乱 $\tilde{d}_e(t)$ の逆位相を用いて

$$u(t) = u_f(t) + \tilde{d}_e(t) \quad (5-26)$$

推定等価入力外乱 $\tilde{d}_e(t)$ の最大値 $|\tilde{d}_e(t)|_{\max}$ は式(5-22)を用いて

$$|\tilde{d}_e(t)|_{\max} \approx |d_e(t)|_{\max} = N_F |d(t)|_{\max} \quad (5-27)$$

により与えられる。

次に、フィードバック制御入力最大値について述べる。等価減衰係数 $h_{eq}$ を持つ建物モデルに対して、速度応答スペクトルを $S_V(h_{eq}, \omega)$ 、変位応答スペクトルを $S_A(h_{eq}, \omega)$ と定義し、これを描くことによってアクティブ制御系の相対変位、速度応答を、従来の応答スペクトルを用いることによって表現できる。

従って最大制御力 $|u_f(t)|_{\max}$ を評価する制御力スペクトル $U(h_{eq}, \omega)$ 式(5-2)と速度応答スペクトル $S_V(h_{eq}, \omega)$ を用いて

$$U(h_{eq}, \omega) = K_{P,2} S_V(h_{eq}, \omega) \quad (5-28)$$

により与えられる。従って、絶対加速度と同様に、拡張等価入力外乱手法を用いた制御

系の制御力の最大値を推定する制御力スペクトル  $U_{EID}(h_{eq}, \omega)$  は絶対加速度の推定と同様に、2 値  $\left| \tilde{d}_e(t) \right|_{\max}$  と  $U(h_{eq}, \omega)$  の ABS と RSS の平均を用いて以下の式(5-29)により与えられる。

$$U_{EID}(h_{eq}, \omega) = \left\{ \frac{U(h_{eq}, \omega) + \left| \tilde{d}_e(t) \right|_{\max} + \sqrt{U(h_{eq}, \omega)^2 + \left| \tilde{d}_e(t) \right|_{\max}^2}}{2} \right\} \quad (5-29)$$

ここで、式(5-27)の両辺を建物の重量で除すことにより、建物の重量に依存しない値である、制御力せん断力係数スペクトル  $C_{U,EID}(h_{eq}, \omega)$  として提案する。

$$C_{U,EID}(h_{eq}, \omega) = \left\{ \frac{U(h_{eq}, \omega) + \left| \tilde{d}_e(t) \right|_{\max} + \sqrt{U(h_{eq}, \omega)^2 + \left| \tilde{d}_e(t) \right|_{\max}^2}}{2m_s g} \right\} \quad (5-30)$$

## 5.4 数値例

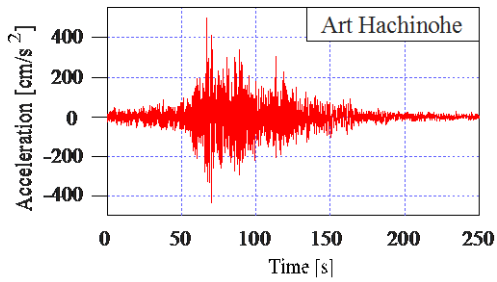
本節では地震波データと 1 自由度のせん断型モデルを用いた数値例を用いることにより、前節で提案した、拡張等価入力外乱の最大応答値と最大制御力を見積もる新しい応答・制御力スペクトルの妥当性の検証を行う。

### 5.4.1 用いる地震波

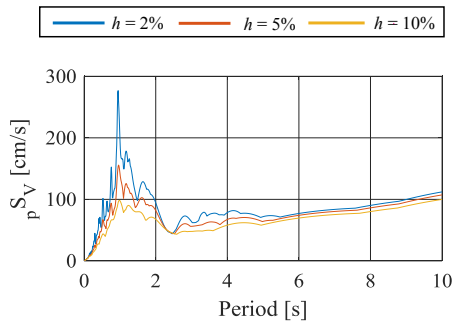
本論文では、以下に示す 4 つの地震波を用いて解析を行う。

- 1 : Art Hachinohe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  $pS_V$  が 100cm/s 程度となる告示波であり、位相スペクトルは 1968 Hachinohe EW と同じ特性を持つ。
- 2 : Art Kobe : コーナー周期 0.64s 以降の擬似速度応答スペクトル  $pS_V$  が 100cm/s 程度となるような告示波であり、位相スペクトルは 1995 JMA Kobe NS と同じ特性を持つ。
- 3 : El Centro : 1940 年発生 of El Centro NS 波
- 4 : Tokachi : 1968 年の十勝沖地震の NS 波

図 5-3~5-6 に各地震波の加速度波形と 5%減衰の速度応答スペクトル波を示す。



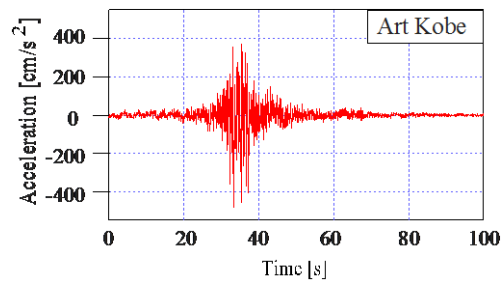
(a) Accelerogram



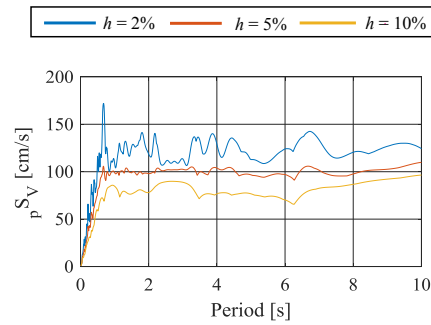
(b) Pseudo velocity spectrum

図 5-3 Art Hachinohe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



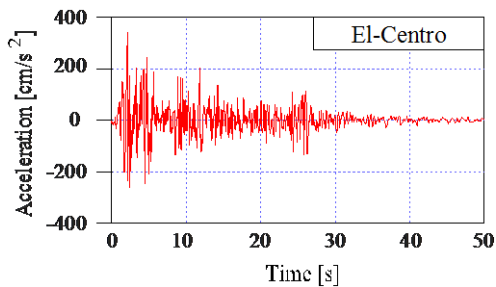
(a) Accelerogram



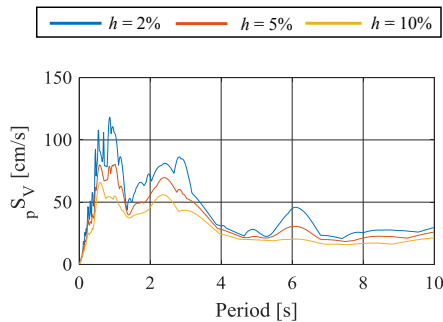
(b) Pseudo velocity spectrum

図 5-4 Art Kobe 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



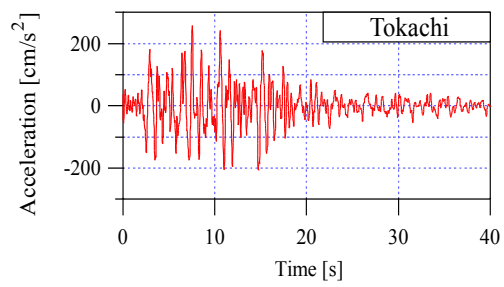
(a) Accelerogram



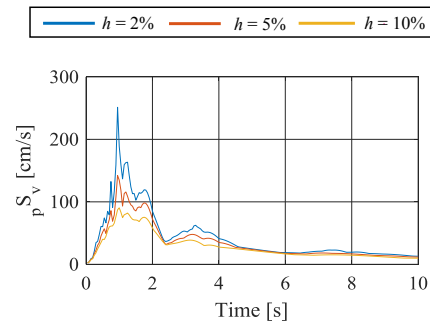
(b) Pseudo velocity spectrum

図 5-5 El Centro 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル



(a) Accelerogram



(b) Pseudo velocity spectrum

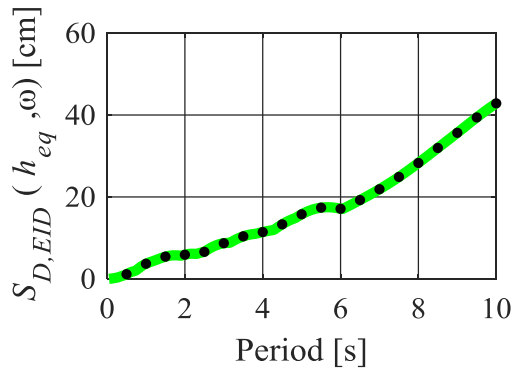
図 5-6 Tokachi 波

(a) 加速度波 (b) 速度応答スペクトル

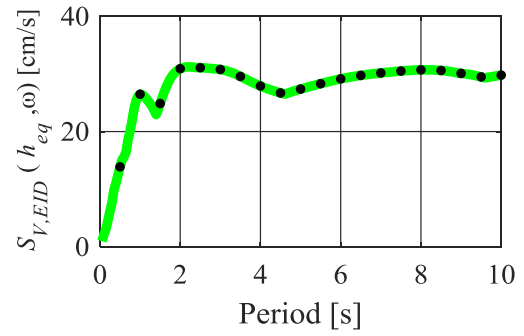
上記の地震波に対して、建物の固有周期を 0 s から 0.05 s ずつ 10 s まで変化させ、応答スペクトルを描く。この値と実際の解析値を比較する。また、フィードバック制御部分の等価減衰は 0.3, 0.5 と 0.7 の 3 種類に対して検討を行う。本章では例として Art Hachinohe

波に対する波形を示す。

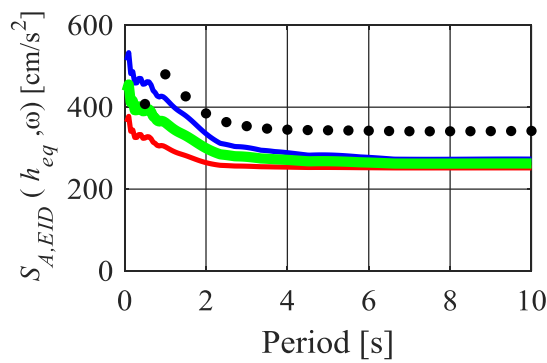
図 5-7, 5-8, 5-9 の緑線は Art Hachinohe 波に対して  $S_{D,EID}(h_{eq}, \omega)$ ,  $S_{V,EID}(h_{eq}, \omega)$  と式(5-23)により与えられる  $S_{A,EID}(h_{eq}, \omega)$ , さらに、式(5-30)によって与えられる  $C_{U,EID}(h_{eq}, \omega)$  をプロットしたものである。なお黒点は 4 章の図 4-3 を用いた時刻歴応答解析の結果を示す。



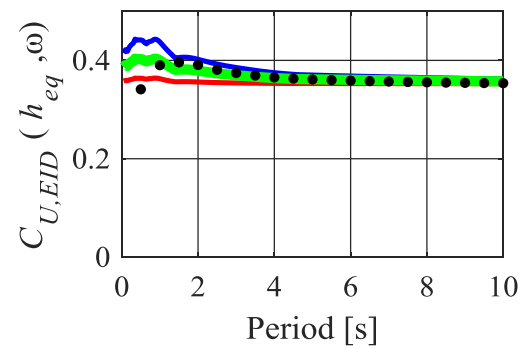
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

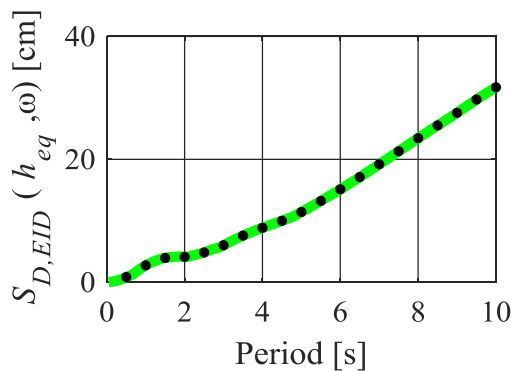


(c) 加速度応答スペクトル

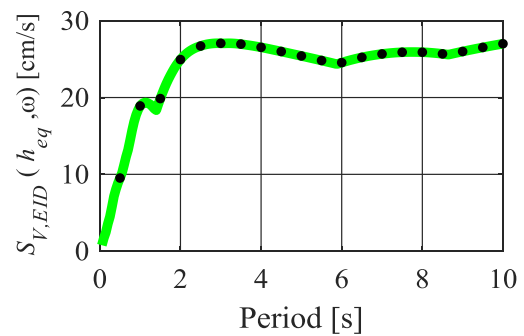


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

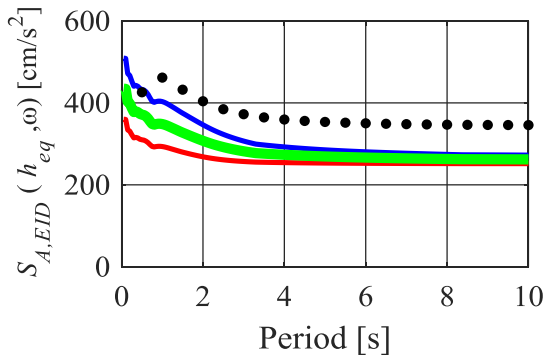
図 5-7  $h_{eq}=0.3$  モデルに対する応答スペクトル (Art Hachinohe 波)



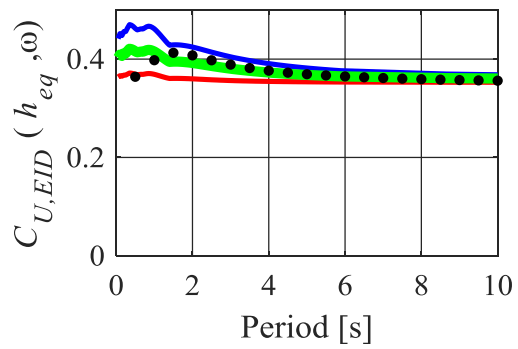
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

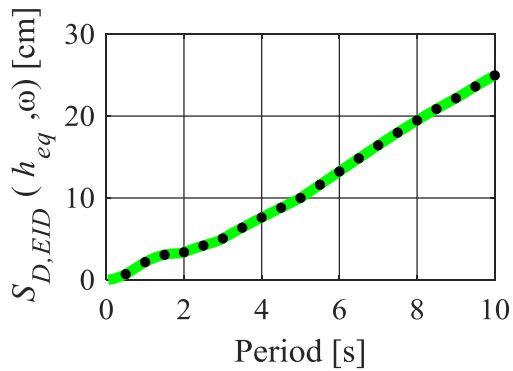


(c) 加速度応答スペクトル

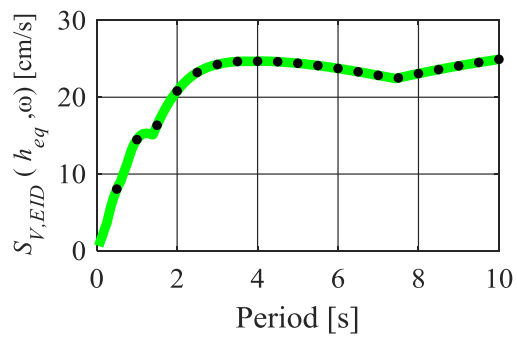


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

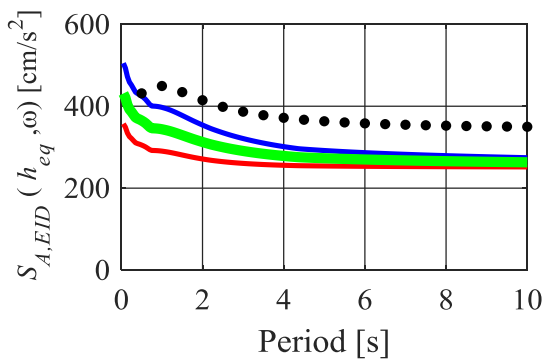
図 5-7  $h_{eq}=0.5$  モデルに対する応答スペクトル (Art Hachinohe 波)



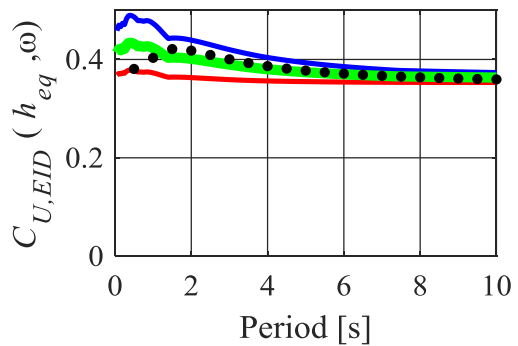
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

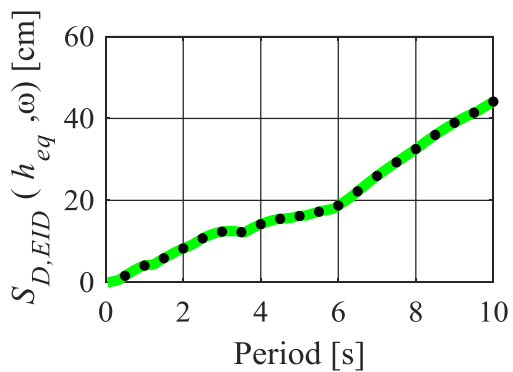


(c) 加速度応答スペクトル

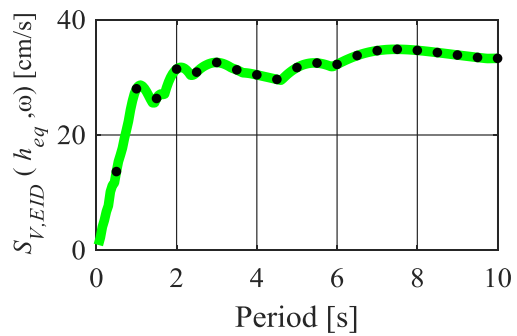


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

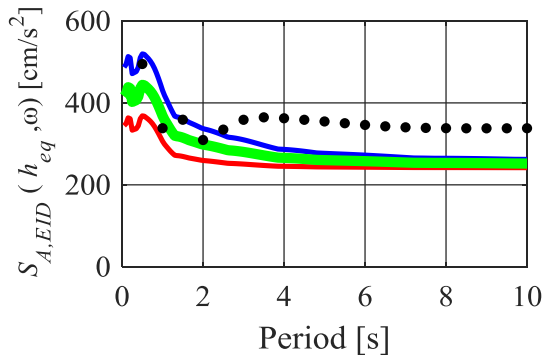
図 5-8  $h_{eq}=0.7$  モデルに対する応答スペクトル (Art Hachinohe 波)



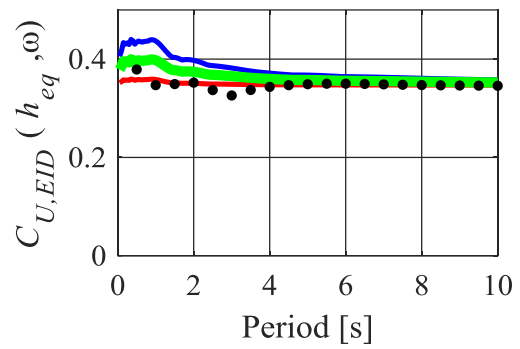
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

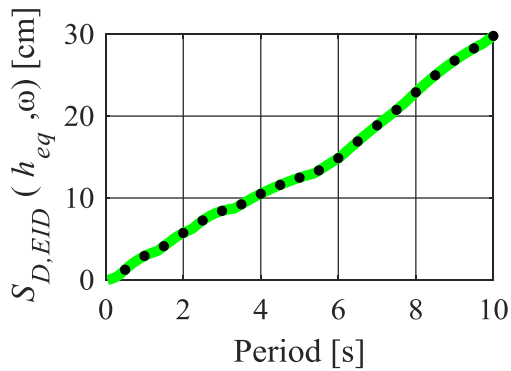


(c) 加速度応答スペクトル

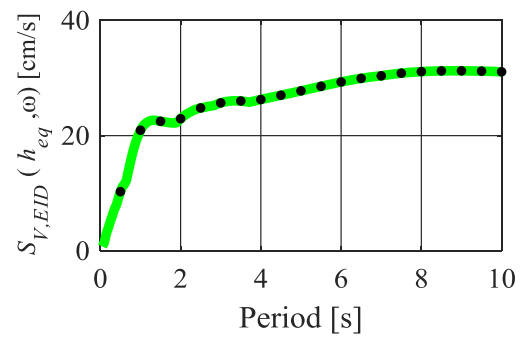


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

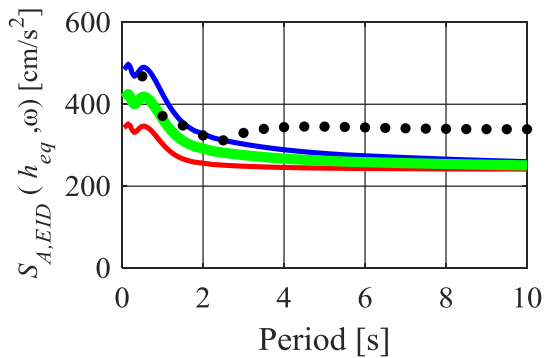
図 5-9  $h_{eq}=0.3$  モデルに対する応答スペクトル (Art Kobe 波)



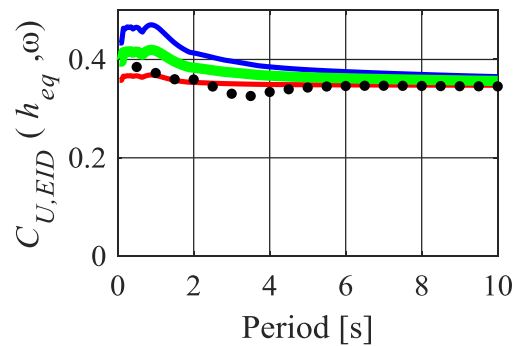
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

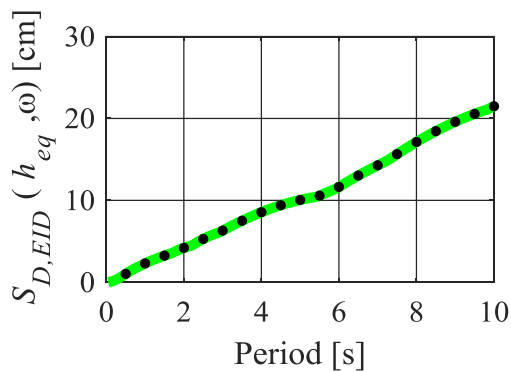


(c) 加速度応答スペクトル

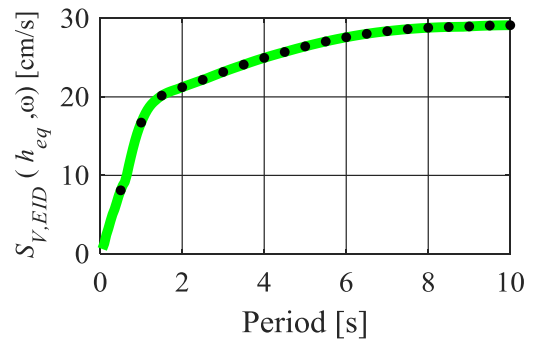


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

図 5-10  $h_{eq}=0.5$  モデルに対する応答スペクトル (Art Kobe 波)



(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

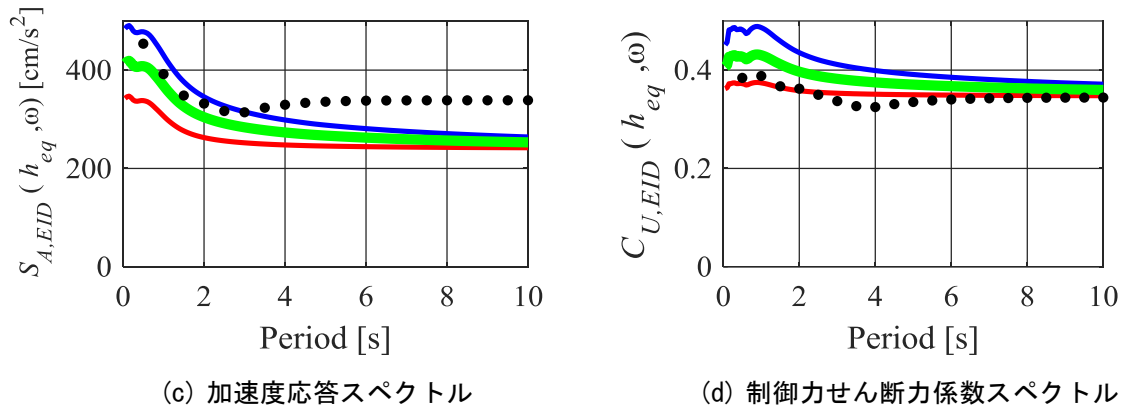


図 5-11  $h_{eq}=0.7$  モデルに対する応答スペクトル (Art Kobe 波)

解析結果より、変位応答スペクトルと速度応答スペクトルに関しては、いずれの地震波でも応答を推定できていることが分かることから、フィードフォワード制御部分で低減された地震波に対して従来の変位・速度応答スペクトルを描くことで応答を推定できることが分かる。フィードフォワード制御部分によって低減された波形は、フーリエ変換による周波数領域での計算や、時刻歴応答解析により容易に計算することが可能であり、この波形を用いることで拡張等価入力外乱手法が用いられた制御系の応答も推定することが可能であることがわかる。

## 5.5 まとめ

本章では、拡張等価入力外乱手法の応答（相対変位・速度，絶対加速度と制御力に対するせん断力スペクトル）を推定する新しい応答・制御力スペクトルを提案した。本章で得られた知見は以下の通りである

- 1) 拡張等価入力外乱の地震入力から相対変位・速度までのブロック線図より、フィードバック制御部分にはフィードフォワード制御部分で低減された地震波が入力することから、フィードフォワード制御部分で低減された地震波に対して応答スペクトルを描くことで、建物の固有周期ごとの相対変位・速度を推定することが可能になる。
- 2) 一方、絶対加速度は相対変位・速度と比較してブロック線図の構造が異なることから、単に速度応答スペクトルに固有角周波数を掛け合わせるだけでは不十分であり、フィードフォワード制御部分で低減された地震波に対する加速度応答スペクトルと、等価入力外乱手法による制御入力の両者を考慮した波形を構築する必要がある
- 3) また、制御力に対するせん断力係数スペクトルについても、本手法は状態フィードバック制御と等価入力外乱の2種類の制御入力を用いていることから、それぞれの最大値の和と平方二乗和の平均を用いることで制御力を推定することが可能である。

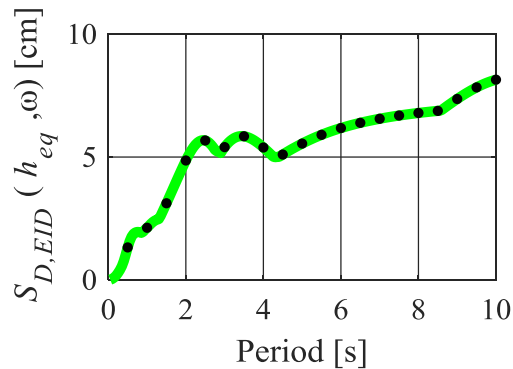
参考文献

[5-1] 柴田明徳, 最新耐震構造解析-第3版-, 森北出版, 2018年

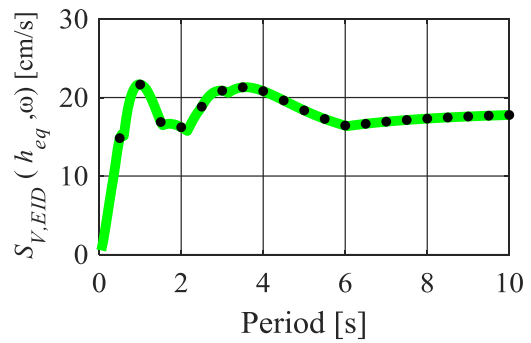
[5-2] 陳引力, 佐藤大樹, 宮本皓, 余錦華: 地震外力を対象とした免震建物のアクティブ制御設計法の提案 (その1: 必要制御力スペクトルと重み関数決定方法の提案), 日本建築学会大会, 日本建築学会大会学術講演郊外集, pp.929-930, 2018年

付録 5A El Centro, Tokachi 波に対する応答スペクトル

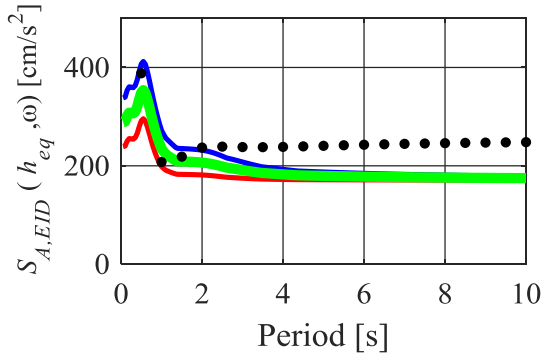
本章付録 5A では, 本論で示さなかった上記 2 つの地震波に対する応答スペクトルを示す。



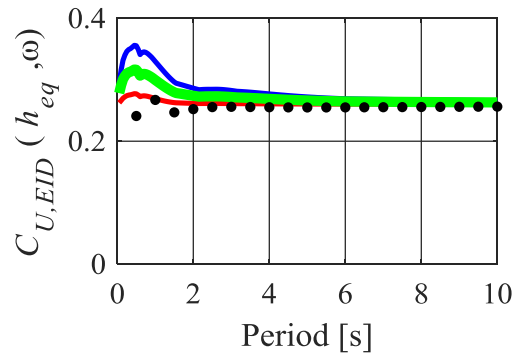
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

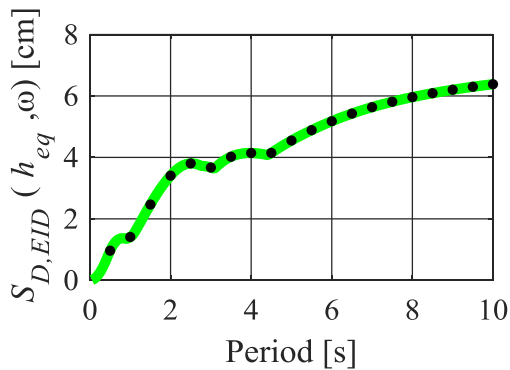


(c) 加速度応答スペクトル

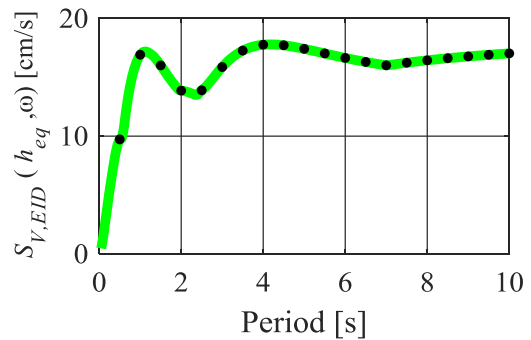


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

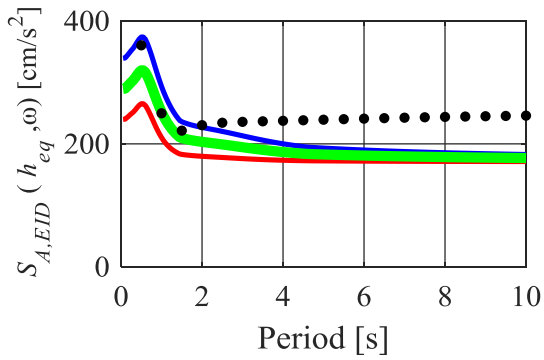
図 5A-1  $h_{eq}=0.7$  モデルに対する応答スペクトル (El Centro 波)



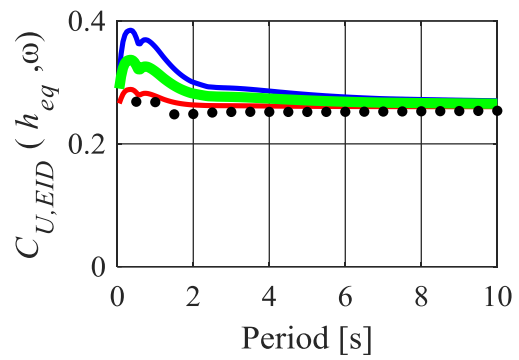
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

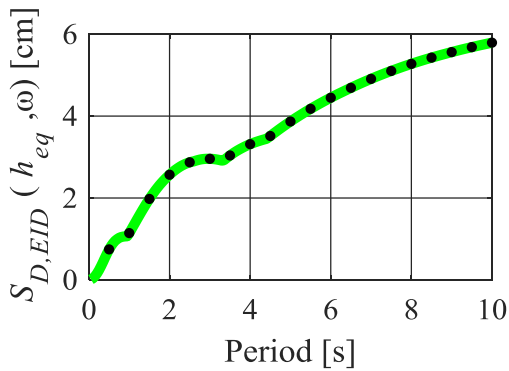


(c) 加速度応答スペクトル

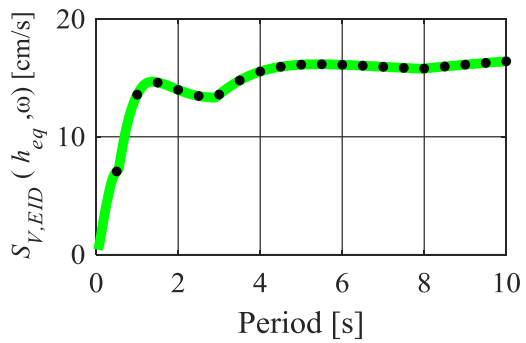


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

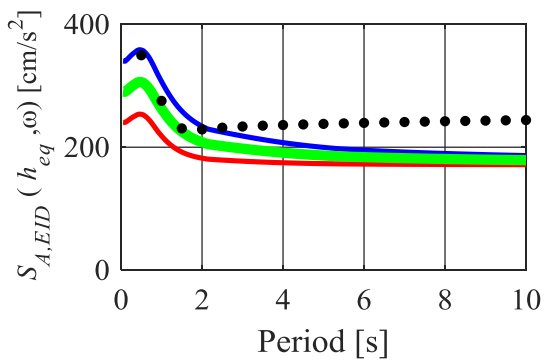
図 5A-2  $h_{eq}=0.5$  モデルに対する応答スペクトル (El Centro 波)



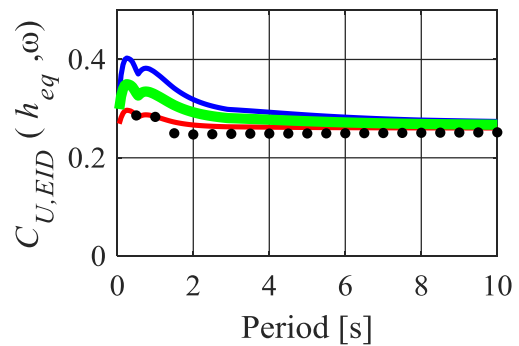
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

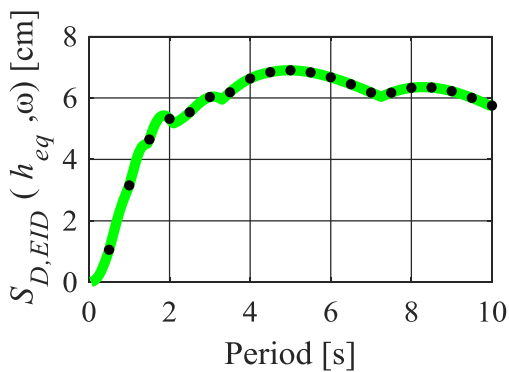


(c) 加速度応答スペクトル

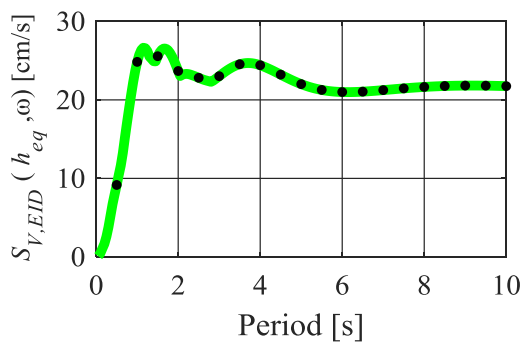


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

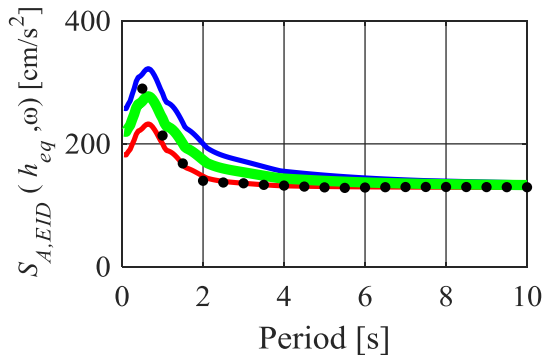
図 5A-3  $h_{eq}=0.3$  モデルに対する応答スペクトル (El Centro 波)



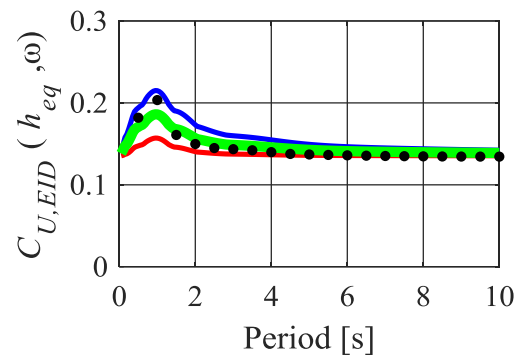
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

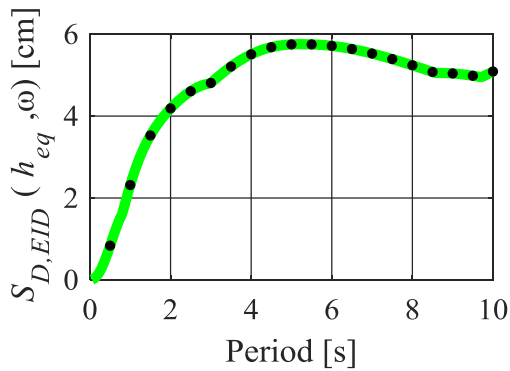


(c) 加速度応答スペクトル

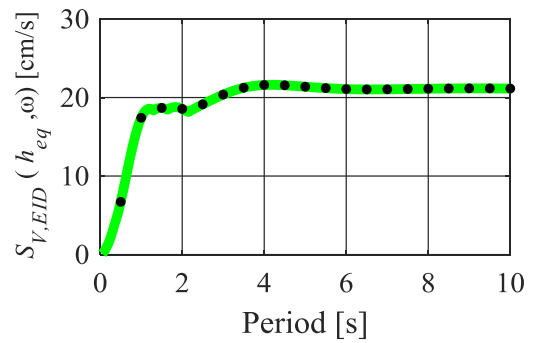


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

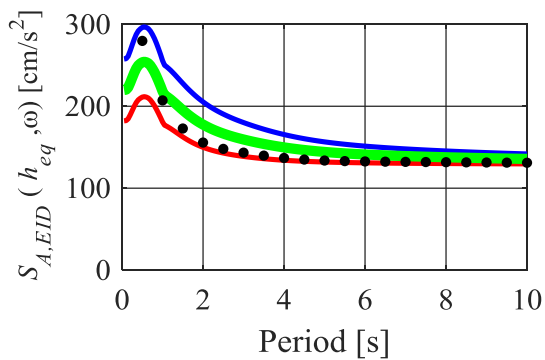
図 5A-4  $h_{eq}=0.7$  モデルに対する応答スペクトル(Tokachi 波)



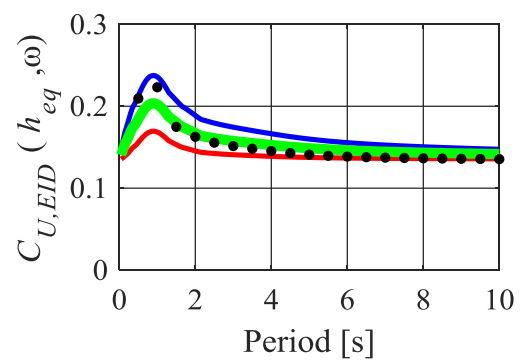
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル

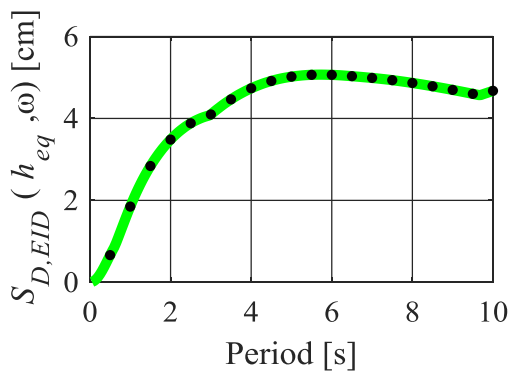


(c) 加速度応答スペクトル

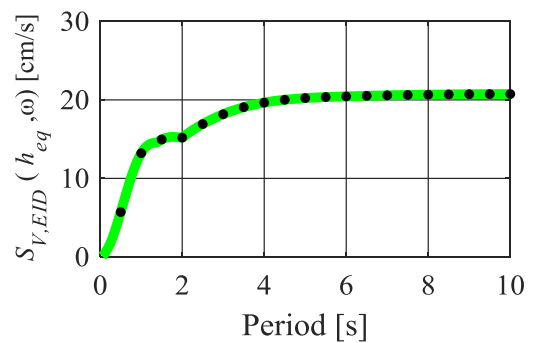


(d) 制御力せん断力係数スペクトル

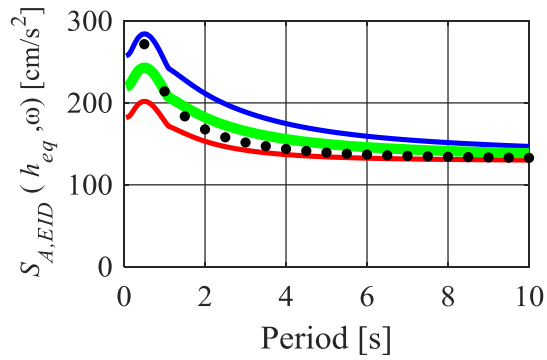
図 5A-5  $h_{eq}=0.5$  モデルに対する応答スペクトル(Tokachi 波)



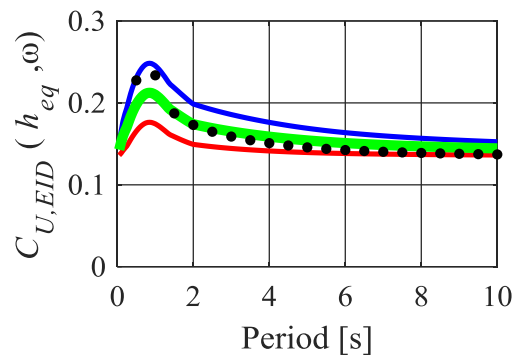
(a) 変位応答スペクトル



(b) 速度応答スペクトル



(c) 加速度応答スペクトル



(d) 制御力せん断力係数スペクトル

図 5A-6  $h_{eq}=0.3$  モデルに対する応答スペクトル (Tokachi 波)

解析結果より、地動加速度が非常に大きい Art Hachinohe 波では、ABS と SRSS 波の平均値により制御力を見積もることが可能になるのに対し、Art Hachinohe 波に対し地動加速度が高くない El Cenetoro 波では、SRSS の方がより精度よく制御力の最大値を見積もることができることがわかる。

## 6章 結論

### 6 結論

地震から建築物や利用者を守ることを目的として免震構造を応用する建築物が増えてきている。また、従来の免震構造よりも更なる制御性能を得る目的としてアクティブ制御を導入し、免震構造と併用する建築物が表れてきている。そのような中、外乱の影響を推定しこれを利用する等価入力外乱手法が近年用いられるようになった。等価入力外乱手法はメカトロニクス系の制御を目的として開発されたものであり、従来のフィードバック制御の制御性能を更に高くすることが期待されている。

しかし、従来の等価入力外乱手法は、メカトロニクス系を対象としたものであり、建築物に重要である、絶対加速度や層間変位は全く考慮されていなかった。本論文では、建築物の振動制御に適するように、絶対加速度や層間変位を考慮した新しい等価入力外乱手法の提案を行った。

また、等価入力外乱手法は制御系設計時のパラメータ変数の設定方法が不明瞭であることから、制御系の設計が非常に困難であり、多くのトライ&エラーを要することが欠点の1つであった。この問題を解決するために、本研究では、1自由度系のモデルを対象とし、制御系設計時に選択するパラメータが制御性能に与える影響を理論的に解明し、設計を容易にした。さらに、従来の建築物の設計で用いられる応答スペクトルを拡張し、等価入力外乱に適用した新しい応答スペクトルの提案も行い、建築物の固有周期ごとの応答の推定も可能にした。これにより、等価入力外乱手法を用いた際の建築物の固有周期の選択が容易になった。

### 6.1 本研究の成果

#### <2章：相対変位・速度を抑制する等価入力外乱(EID)手法>

本章では、従来の相対変位・速度を評価し、これを抑制する従来の等価入力外乱手法を用いて、相対変位・速度を評価し抑える状態フィードバック制御との比較を行い、等価入力外乱推定器の役割を明らかにした。

また、等価入力外乱手法を用いた際の制御系に含まれるローパスフィルターの変数の設計方法にも着目を行い、考察を行った。

その結果、相対変位・速度を考慮し抑制する等価入力外乱手法を加えることは、従来のフィードバック制御と比較して、各層の相対変位の最大値を抑制することが可能になるが、絶対加速度、層間変位は全く考慮されていないため、それらの応答は通常のフィードバック制御よりも大きくなる傾向にあった。特に、一般的に加速度と変位はトレード・オフの関係にあることから、相対変位のみを考慮し、これを抑える制御系を用いることにより、絶対加速度の大きさが大きくなる。本章の解析結果では、相対変位・速度のみを考慮した等価入力外乱を用いることにより、上述のように各層の相対変位の最大値を低減させることはできるものの、絶対加速度の値については、フィードバック制御のみの場合と比較して大きくなることが明らかになり、等価入力外乱手法を建築物に適

用するには、さらに絶対加速度を考慮する必要があることを示した。

また、ローパスフィルターについては、カットオフ角周波数の変数を選定することにより、制御する周波数帯域の選定が可能になることを示した。さらに、分子の変数を変えることにより制御に用いる制御力の大きさを変更することができることを示した。このことから、推定された等価入力外乱をそのまま制御に用いた際に、制御入力が大きすぎる場合はローパスフィルターの分子項の大きさを変えることで、制御入力の大きさを調節できることを示した。

### **<3章：絶対加速度、層間変位・速度を制御するLQRの設計方法>**

本章では、等価入力外乱手法に用いられるフィードバックコントローラに着目をした。等価入力外乱に用いられるフィードバックコントローラゲインは最適制御によって設計されるものが多いが、最適制御の評価関数中では相対変位と速度のみが考慮されているため、絶対加速度や層間変位を考慮するものを用いる必要がある。

本章では、絶対加速度と層間変位を考慮し抑える評価関数の導出を行い、絶対加速度の大きさを相対変位・速度と制御入力を用いて等価に表現する方法の説明を行った。

また、絶対加速度と層間変位を用いた評価関数を用いた際に制御性能が向上される要因を考察するために、地震入力から頂部の相対変位までの伝達関数に着目し、分析を行った。その結果、相対変位・速度を考慮し、これらを抑える評価関数によって設計されたコントローラゲインをもつ制御系は伝達関数中に不安定な零点を含むことが明らかになった。一方、絶対加速度と層間変位を考慮した評価関数を用いて設計されたフィードバックコントローラを持つ制御系では不安定な零点は発生しないことが明らかになり、これが制御性能を向上させることが出来た一つの要因であることが示された。

また、絶対加速度と層間変位を考慮したフィードバックコントローラを持つ制御系は、相対変位・速度を持つコントローラと比較して特に1次モードに対する減衰定数が大きくなっていることが明らかとなった。

### **<4章：絶対加速度、層間変位・速度を制御する拡張等価入力外乱手法の概要>**

本章では、等価入力外乱推定器に着目をした。従来の等価入力外乱手法は相対変位・速度を考慮しこれを抑えるものであった。本章では、絶対加速度と層間変位を考慮し、これらの値を抑制する新しい等価入力外乱手法を提案し、これの導出に関する説明を行った。

等価入力外乱とは、制御入力チャンネルにおける、オリジナルの外乱と同じ出力を与える信号であることから、絶対加速度と層間変位を抑える等価入力外乱を推定するためには、それらの値を出力する必要がある。一般的に出力には制御対象の建物の相対変位と速度からなるベクトルに出力マトリックスを掛け合わせたものを出力として用いるが、前章で提案したように、絶対加速度は相対変位・速度と制御入力によって等価に表現できることから、これを利用して、さらに制御入力の値を出力させる直達項を用いることで絶対加速度を出力させることができる拡張等価入力外乱手法(EEID: Extended EID)を提

案した。さらに、この直達項がある際の等価入力外乱の推定方法の導出を行った。

また、本章の分析の結果により、拡張等価入力外乱手法はフィードフォワード制御とフィードバック制御部分から構築されていることが明らかになり、外乱がまずフィードフォワード制御によって低減され、低減できなかった成分がフィードバック制御部分によって低減される形式であることを明らかにした。

さらに、本章では、制御系設計の際に用いるパラメータが制御性能に与える影響を理論的に明らかにすることを目的として 1 自由度系のモデルを用いた理論的な考察も行った。その結果、絶対加速度を出力する等価入力外乱と、相対変位を出力する等価入力外乱を比較した際、絶対加速度を出力する等価入力外乱は、絶対加速度に対する制御性能を変化させることがなく、相対変位に対する制御性能を改善できることが明らかになった。

#### **<5 章：応答スペクトルを用いた拡張等価入力外乱手法による制御系の設計>**

本章では、建築物によって「制御しやすさ」が異なることから、制御しやすい建築物をあらかじめ設計することで、効率よく制御が可能になる観点から、拡張等価入力外乱手法を用いた建築物を対象として、制御系の応答（特に、相対変位・速度と絶対加速度）と用いる制御入力の最大値を推定する新しいスペクトルを示した。

その結果、地震入力から相対変位・速度までは前章で明らかにしたように地震入力に対してフィードフォワード・フィードバック制御の 2 つの制御系によって構築されていることから、フィードフォワード制御部分によって低減された地震波に対して従来の応答スペクトルを描くことにより、応答を推定できることを示した。

しかし、絶対加速度に対して、相対変位・速度とは伝達関数の形状がことなることから、速度応答スペクトルに対して固有角周波数を掛け合わせるのみでは不十分である。従って、本章では、低減された地震波に対する加速度応答スペクトルと、制御に用いる等価入力外乱の最大値を利用した方法により、絶対加速度の最大値を推定する方法を提案した。

また、制御入力については、本制御系ではフィードバック制御入力と推定された等価入力外乱の逆位相の信号の、2 種類の制御入力を用いている。フィードバック制御の最大制御力はフィードバック制御が取り付けられた後の等価減衰と、初期減衰の差を用いて最大制御力を推定し、等価入力外乱による制御力については、オリジナルの外乱の最大値を用いた方法により最大値を推定する方法を提案し、これらを用いて制御力の最大値を推定する方法を提案した。

## **6.2 今後の課題**

本論文 3 章にて、相対変位・速度を考慮したコントローラが取り付けられている際は、伝達関数中に不安定零点があることを説明したが、この発生原因については明らかにされていない。今後の課題として、どのような条件下で、特に多自由度系の場合において不安定零点が発生するかを明らかにすることで、さらに制御系設計の際のパラメータ選定

方法を容易にすることが期待される。本研究では線形システムを対象としたため、モード分解を用いることにより、1自由度のシステムに分解することが可能となる。従って、モード分解を用いることにより、1自由度のシステムへ変換し、これによりさらなる分析が可能になることが期待される。

本論文4章では1自由度系のモデルを対象として、制御系設計時のパラメータが制御性能に与える方法について述べた。しかし、実際の建築物は多自由度系であることから、多自由度系にこれを拡張することが今後の課題である。

また、5章では応答スペクトルに関する検討を行ったが、多自由度に対する検証が5章の今後の課題である。

本研究の制御システムの観測条件として

- ・全ての階の相対変位・速度が直接センサーにより観測可能
- ・また、センシングの際のノイズは無視

の2つの仮定を行った。しかし、実際の建築物では、センサーの個数は限られている他、センシングできる応答も限られており、さらに、センサーにはノイズが含まれている。今後はセンサーに制約がある際に、最低限どこの状態がセンシングされていれば十分な制御性能を得られるか（センサーの配置、またセンシングする応答の選定）の考慮を行うと同時に、センシングの際のノイズに対してロバストなシステム的设计法を提案することも今後の課題である。センサーについては可観測性などを用いて、センサーの個数やセンシング対象などを選定することが解決策の候補としてあげられる。4章付録にて観測した信号にノイズがあるケースについての検討を行ったが、ホワイトノイズが含まれる場合は、制御性能に顕著な悪影響は与えなかったが、直流成分が含まれる場合はバンドパスフィルタを用いた場合でも相対変位に対する制御性能が著しく悪化することが明らかになった。これは、オブザーバで推定する相対変位にズレが生じるが、付録で用いた制御系はオブザーバによって推定した相対変位・速度を用いて制御力を計算している観測信号に直流成分が含まれることにより、推定した相対変位に大きなズレが生じていることが原因として考えられる。

## 本論文に関する発表論文

### 【査読付論文】

1. **Kou Miyamoto**, Jinhua She, Jinya Imani, Xin Xin and Daiki Sato, Equivalent-input-disturbance approach to active structural control for seismically excited buildings, ELSEVIER, Engineering Structures, Vol. 125, pp. 392-399. 2016
2. **Kou Miyamoto**, Daiki Sato and Jinhua She, A new performance index of LQR for combination of passive base isolation and active structural control, ELSEVIER, Engineering Structures, Vol. 157, pp.280-299, 2018.
3. **宮本皓**, 佐藤大樹, 余錦華, 建築構造物のアクティブ制御に適した等価入力外乱手法の提案, 日本建築学会構造系論文集, 第84巻, 第757号, 2019年3月, pp.361-371 (採用決定)

### 【フルペーパー査読付き国際会議における発表】

4. **Kou Miyamoto**, Jinhua She and Daiki Sato. Active Structural Control with Suppression of Absolute Acceleration Using Equivalent-Input-Disturbance Approach. IEEE conference of International Symposium on Industrial Electronics. 2018.

### 【国際会議における発表】

5. **Kou Miyamoto** Daiki Sato and Jinhua She. Vibration control of high-rise building using passive-base isolation and active control, 3rd Joint Workshop on Building/ Civil Engineering Between Tongji & Tokyo Tech. 2016
6. **Kou Miyamoto** Daiki Sato and Jinhua She. Active structural control focusing on absolute acceleration based on extended equivalent-input-disturbance approach, The 7th World Conference on Structural Control and Monitoring, 7WCSCM, 2018.7

### 【国内学会・シンポジウム等における発表】

7. **宮本皓**, 佐藤大樹, 林岑蔚, 余錦華, 超高層建物を対象としたアクティブ制御を用いた免震建物の応答制御, 日本地震工学会第12回年次大会梗概集, P3-25, 2016年
8. **宮本皓**, 佐藤大樹, 余錦華, 等価入力外乱手法による免震高層建築のアクティブ制御, 第15回「運動と振の制御」シンポジウム論文集, C01, 2017年

9. 陳引力, **宮本皓**, 佐藤大樹, 余錦華, アクティブ制御とパッシブ免震の併用による超高層免震のためのコントローラ設計方法(その1: 免震周期による必要制御入力エネルギー・パワーの分析), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 695-696, 2017年
10. **宮本皓**, 佐藤大樹, 余錦華, アクティブ制御とパッシブ免震の併用による超高層免震のためのコントローラ設計方法(その2: 免震周期ごとの制御系設計について), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.697-698. 2017年
11. **宮本皓**, 佐藤大樹, 陳引力, 余錦華, 絶対加速度制御に注目した等価入力外乱手法によるアクティブ制御, 日本建築学会関東支部研究報告集, pp. 389-392, 2018年
12. 陳引力, 佐藤大樹, **宮本皓**, 余錦華, 1質点系モデルを対象としたアクティブ制御の等価モデルの構築 (その1: LQR重み関数の構造特性・振動特性への影響), 日本建築学会年次大会論文集, pp. 381-384, 2018年
13. **宮本皓**, 佐藤大樹, 陳引力, 余錦華, 絶対加速度制御型の等価入力外乱の制御系設計(その1: 外乱除去メカニズムの考察), 日本建築学会年次大会論文集, 2018年
14. 太木本仁志, **宮本皓**, 佐藤大樹, 陳引力, 余錦華, 絶対加速度制御型の等価入力外乱の制御系設計 (その2: 極配置を用いたフィードフォワード制御部分の設計法), 日本建築学会年次大会論文集, 2018年
15. 宮本皓, 佐藤大樹, 陳引力, 余錦華, 拡張等価入力外乱手法の応答・制御力評価のための新しいスペクトル, 日本建築学会関東支部研究報告集, 2018年 (投稿済み・発表予定)

【その他参考論文】

16. **Kou Miyamoto**, Jinhua She, Daiki Sato and Nobuaki Yasuo, Automatic determination of LQR weighting matrices for active structural control, ELSEVIER, Engineering Structures Vol. 174, pp.308-321, 2018.

## 謝辞

本論文は筆者が東京工業大学環境・社会理工学院建築学系の博士課程に進学し、在籍した佐藤研究室で行ったアクティブ制御に関する免震構造物を対象とした一連の研究成果を纏めたものであります。

指導教官である東京工業大学准教授・佐藤大樹博士には筆者が論文を纏めるに当たり 3 年間、時間や労力を惜しまず、常に熱意を持って指導をして頂きました。筆者が博士課程に入学した当初より、専門に関することのみならず、研究者としての誠実な姿勢や精神など、研究をする上で非常に大切なことを数多く教えていただきました。また、佐藤先生は、私が博士課程を修了することのみならず、修了した後の未来のことも念頭に置きながら指導をして頂き、非常に丁寧な指導をしていただけました。筆者が論文を纏めることができたのは、佐藤先生の熱心で丁寧なご指導があったこと故に他なりません。

また、東京工科大学教授でもあり、父でもある余錦華（シャキンカ）博士には、制御工学に関することを中心に数多くの助言を頂きました。余教授は大学の教授として、そして時には父として、筆者を支えて頂きました。筆者が制御工学に興味を持ち、学ぶきっかけを持ったのは、余教授が時間を惜しまず筆者と議論をし、そして丁寧に制御工学を教えてくれたことは言うまでもありません。

そして、本論文の審査に当たり、貴重な御助言や御指摘をして頂いた東京工業大学教授・元結正次郎博士、同教授・山田哲博士、同教授・竹内徹博士、そして同准教授・古谷寛博士には厚く御礼を申し上げます。

筆者が論文を纏めることができたことは、佐藤研究室の仲間たち、そして筆者や先輩・後輩達に支えられ、そして時に非常に貴重な意見によるものであります。特に、研究室で共にアクティブ制御に関する研究を行った東京工業大学修士課程・陳引力氏にはゼミを通して様々な意見やコメントをして頂きましたことに深謝いたします。

最後に、筆者の我儘を許し、やさしく支えてくれた両親と、いつも暖かい笑顔で筆者を支えてくれた、妻の佑理愛に心から感謝を致します。

2019年3月

宮本 皓