

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	建築構造物のアクティブ制御に適した等価入力外乱手法の提案
Title(English)	A NEW EQUIVALENT-INPUT-DISTURBANCE APPROACH FOR ACTIVE CONTROL OF BUILDINGS
著者(和文)	宮本皓, 佐藤大樹, 余錦華
Authors(English)	Kou Miyamoto, Daiki Sato, Jinhua SHE
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 84, No. 757, pp. 361-371
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 84, No. 757, pp. 361-371
発行日 / Pub. date	2019, 3
権利情報	一般社団法人 日本建築学会

建築構造物のアクティブ制御に適した等価入力外乱手法の提案

A NEW EQUIVALENT-INPUT-DISTURBANCE APPROACH FOR ACTIVE CONTROL OF BUILDINGS

宮本 皓^{*1}, 佐藤大樹^{*2}, 余 錦華^{*3}

Kou MIYAMOTO, Daiki SATO and Jinhua SHE

This study presented a new structure and design method for active structural control (ASC) based on the equivalent-input-disturbance (EID) approach. The method considers an absolute acceleration and relative displacement. In the last few decades, ASC has been studied widely, and some advanced control methods, such as the EID approach, was also applied for ASC. Suppressing absolute acceleration is important to protect properties and people from a large earthquake. However, previous EID control systems only considered the relative displacement but not absolute acceleration. In contrast, this study developed an extended EID control system that suppresses absolute acceleration and displacement simultaneously.

Keywords: Active-structural control, Equivalent-input-disturbance, vibration control, absolute acceleration, displacement,

アクティブ制御, 等価入力外乱, 振動制御, 絶対加速度, 相対変位

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震以降、建築物の倒壊を防ぐだけでなく、損傷も最小限にする目的としてパッシブ免震や制振を始めとするパッシブ制御を導入する件数が増加してきている¹⁾。一方で、更なる振動制御性能を得るために、制御工学を応用したアクティブ制御が、日本のみならず、世界中の建築物にも適用されている²⁾。建築物のアクティブ制御に関して、現在に至るまで様々な制御手法が応用されており、従来の古典制御理論や現代制御理論³⁾に留まらず、 H_∞ 制御⁴⁾や予見制御⁵⁾などを応用した研究も行われており、建築物のアクティブ制御の技術は時代と共に大きな躍進を見せている。近年では、建築物の損傷を最小限にし、内部の人を守る観点等から、絶対加速度や層間変位を考慮した制御方法も開発されている^{たとえば6)-9)}。これらの研究は、制御対象にフィードバック制御のみがつけられる制御系であった。一方、Sheらにより提案された等価入力外乱¹⁰⁾

(EID: equivalent input disturbance) 手法はフィードバック制御に、相対変位や相対速度の応答を推定する状態推定器(オブザーバ)や等価入力外乱推定器から構成されるフィードフォワード制御を更に取り付けた制御系である。これは、フィードバック制御は制御系の固有周期や減衰定数の改善を行い、等価入力外乱推定器とオブザーバより構成されるフィードフォワード制御部分から生成される制御入力外乱そのものに作用し、これを抑える働きがある。このことから、従来から用いられている状態フィードバック制御に比べ、よりよい制御性能を得られることが期待される。

等価入力外乱手法を用いた建築物のアクティブ制御に関する既往研究では、Sheらにより、制御入力がある一定以下の場合には0とする帯域、いわゆる不感帯が存在する場合での制御効果が検討された¹¹⁾。その結果、制御入力に不感帯がある場合においても、等価入力

外乱手法は、従来から用いられている最適制御よりも、相対変位と相対速度に対して、よい制御性能が得られることが示された。さらに、Miyamotoらにより、等価入力外乱推定器に用いられるローパスフィルターの設計法の提案や、等価入力外乱手法を用いた際の周波数応答特性の改善に関する検討、さらに、制御入力エネルギーについての考察が行われた¹²⁾。等価入力外乱は上記の研究を中心として、既に建築物の振動制御において応用がなされてきている。

しかし、等価入力外乱手法はメカトロニクス系を対象とした制御方法として提案されたため、基本的に制御対象の相対変位と速度のみに着目している。She¹¹⁾らとMiyamoto¹²⁾らの研究も、従来のメカトロニクス系のための等価入力外乱手法を準用したことにとどまり、相対変位と相対速度の制御を主眼に置くものであった。建築物の振動制御では、相対変位を抑え、損傷を最小限にすることも重要であるのだが、同時に、絶対加速度に対する制御性能を悪化させないことも重要である。一般的に、相対変位と絶対加速度はトレードオフの関係になっていることから、相対変位に対する制御性能を高めることで、絶対加速度に対する性能は下がる可能性がある。現在用いられている等価入力外乱手法は絶対加速度を評価する機構になっていないため、絶対加速度に対する制御性能の保証はない。また、メカトロニクスシステムの制御系設計は主に相対系に着目していることから、絶対系の応答である絶対加速度を制御するには、新たな工夫が必要である。

また、等価入力外乱を用いた制御系を設計する際のパラメータが制御性能に与える影響が不明である。そのため、パラメータ調整の方法が全く不明瞭な状況で、オブザーバや状態フィードバック制御の設計をすることが強いられているため、設計に困難がある。

本論文では、建築物の振動制御に即した形に改良するために、絶

*1 東京工業大学大学院環境・社会理工学院建築学系 大学院生・修士(工学)
(日本学術振興会特別研究員 DC2)

*2 東京工業大学未来産業技術研究所 准教授・博士(工学)

*3 東京工科大学工学部機械工学科 教授・博士(工学)

Grad. Student, Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, M.Eng.

Assoc. Prof. FIRST, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

Prof., Dept. of Mechanical Engineering, School of Engineering, Tokyo University of Technology, Dr.Eng.

対加速度を積極的に設計に取り入れた拡張等価入力外乱手法 (EEID: Extended EID) を提案し、絶対加速度を考慮する等価入力外乱の制御系の再構築を試みる。本論文では、制御装置の配置による影響を除外して各種設計用のパラメータが制御性能に与える影響を陽な式で表し、設計時のパラメータ調節を容易にすることを目的として、建築物とアクティブ制御装置が1自由度で表されるモデルを対象とする。そして、外乱入力チャンネル(位置)から出力までの伝達関数を理論的に明らかにすることにより、オブザーバや状態フィードバック制御設計時のパラメータが制御性能に与える影響を明らかにする。これにより、絶対加速度を考慮し、建築物の振動制御に適した新しい等価入力外乱手法を提案することに留まらず、パラメータ調節の方法を明らかにし、制御系設計を大幅に容易にする。

本論文の構成を示す。2章ではEEIDの推定アルゴリズムや、制御系の構造の他、基礎となるEIDについて述べる。3章では、外乱入力から相対変位と絶対加速度までの伝達関数を明らかにし、EEIDの外乱入力メカニズムを明らかにする。4章では1自由度系を対象として設計用のパラメータが伝達関数に与える影響を理論的に明らかにする。5章では、EEIDとEID、さらにフィードバック制御のみの制御系を比較し、EEIDの有用性を説明する。

2. EEID手法の説明

2.1 EIDとEEIDの概要

アクティブ制御入力 $u(t)$ をもつ建築物の運動方程式は式(1)により表される。

$$M_s \ddot{x}(t) + D_s \dot{x}(t) + K_s x(t) = -M_s \{1\} \ddot{x}_g(t) + E_u u(t) \quad (1)$$

ここで、 $x(t)$ は各層の相対変位より構成されるベクトルであり、 M_s は質量マトリックス、 D_s は減衰係数マトリックス、 K_s は剛性マトリックス、 $\ddot{x}_g(t)$ は地動加速度であり、 E_u はアクチュエータの位置を表すマトリックスである。

はじめに、式(1)を式(2)で表される状態方程式に変換する。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + B_d d(t) \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_s^{-1}K_s & -M_s^{-1}D_s \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_s^{-1}E_u \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\{1\} \end{bmatrix}, \\ d(t) = \ddot{x}_g(t). \end{cases} \quad (3)$$

である。本論文では、 $z(t)$ を制御対象の状態と呼ぶ。

式(2)をブロック線図を用いて表したものが図1である。

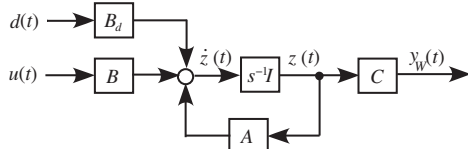


Fig. 1 Block diagram of Eq(2)

ここで、 $d(t)$ は外乱である。 B_d は外乱入力マトリックスであり、外乱が入力されるチャンネルを表す。また、 B は制御入力マトリックスであり、制御力が入力されるチャンネルである。 A は制御対象の動特性を表すシステムマトリックスである。 C は出力マトリックスである。 s はラプラス演算子を表す。また、 $y_w(t)$ は出力であり、次

式により与えられる。

$$y_w(t) = Cz(t) \quad (4)$$

なお、 (A, B) は可制御、 (A, C) は可観測であるとする。

次に、外乱と制御入力、制御入力チャンネル B から入力される場合のシステムを考え、それを図2に示す。

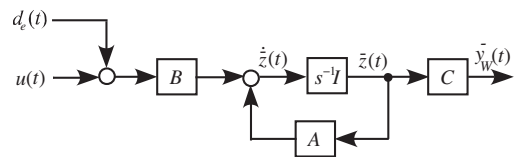


Fig. 2 System with EID

ここで、 $d_e(t)$ は制御入力チャンネルから入力される外乱であり、この時の状態を $\bar{z}(t)$ とし、出力を $\bar{y}_w(t)$ とする。

図1と2について、 $\bar{y}_w(t) = y_w(t)$ が成り立つとき、 $d_e(t)$ を $d(t)$ の等価入力外乱と呼ぶ。なお、 $\bar{y}_w(t)$ の位相は $y_w(t)$ と同じであることから、 $d_e(t)$ の逆位相の信号を図1中の $u(t)$ に用いることにより、外乱による出力における応答を抑制することができる。例えば、 $C = [I \ 0]$ と設定することで変位を出力することから、制御系はこれを抑えるEIDを推定し、用いるものになる。

建築物の振動制御には絶対加速度を抑えることが重要である。しかし、式(3)から分かるように絶対加速度は制御対象の状態ではないため、式(2)の状態方程式を用いて出力するには何らかの工夫が必要である。本論文では、式(1)に注目し、それを文献(6,7)と同様に、状態 $(x(t), \dot{x}(t))$ と制御入力 $(u(t))$ を用いて式(5)のように表す。

$$\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) = -M_s^{-1}D_s \dot{x}(t) - M_s^{-1}K_s x(t) + M_s^{-1}E_u u(t) \quad (5)$$

これにより制御対象の状態 $z(t)$ と制御入力 $u(t)$ の組み合わせを用いて絶対加速度出力は次式のように表すことができる。

$$y(t) = Cz(t) + Du(t) \quad (6)$$

$$C = [-M_s^{-1}K_s \quad -M_s^{-1}D_s], \quad D = M_s^{-1}E_u \quad (7)$$

ここで、 D は直達項と呼ばれる。以上より、直達項 D を用いることにより、絶対加速度を出力することが可能になる。以降、直達項がある場合の出力は $y(t)$ 、直達項がない場合の出力は $y_w(t)$ とする。

この時の状態方程式は、絶対加速度を抑える等価入力外乱 $d_e(t)$ を用いて式(8)により示される。また図3は式(8)をブロック線図で表したものである。

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + B[u(t) + d_e(t)] \\ y(t) = Cz(t) + Du(t) \end{cases} \quad (8)$$

図3中の $d_e(t)$ は本論文により提案される、絶対加速度を考慮した新しい等価入力外乱 (EEID) であり、これを求め、制御に用いることで、絶対加速度を考慮したシステムの構成が可能になる。

2.2 絶対加速度を評価する等価入力外乱の計算方法

制御入力チャンネル B から入力する等価入力外乱 $d_e(t)$ を推定す

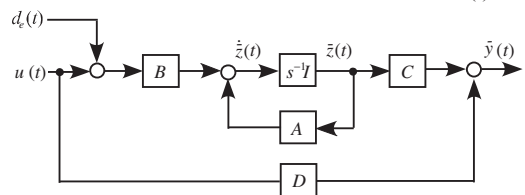


Fig. 3 System with EEID

ためには、 B から出力までの伝達関数の逆数を掛けることで計算ができる。しかし、文献7)より、多自由度系においては不安定な零点が存在することが示唆されている。不安定な零点を有する伝達関数の逆数は不安定な極をもつことから、等価入力外乱の計算結果が発散することから、本手法を多自由度へ拡張した際の適用が困難になることが危惧される。従って、本論文では、オブザーバを用いることにより、伝達関数の逆数を用いることなく、等価入力外乱を推定できるようにする。

本節では絶対加速度を考慮した等価入力外乱の計算方法を述べる。式(8)のシステムに対する状態推定器(オブザーバ)の方程式を式(9)に示す。

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + L_p C[z(t) - \hat{z}(t)] \\ \hat{y}(t) = C\hat{z}(t) + Du(t) \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $\hat{z}(t)$ は状態 $z(t)$ の推定値であり、 L_p はオブザーバゲインである。

式(8)から式(9)を減ずることで式(10)を得る

$$\begin{cases} \Delta\dot{z}(t) = (A - L_p C)\Delta z(t) + B\Delta d(t) \\ \Delta y(t) = C\Delta z(t) \end{cases} \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{cases} \Delta z(t) = z(t) - \hat{z}(t) \\ \Delta y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (11)$$

であり、 $\Delta z(t)$ はオブザーバによる推定した状態値 $\hat{z}(t)$ と真値 $z(t)$ との誤差を表す。

一方、2章で述べたように、 (A, B) が可制御である仮定より

$$\Delta\dot{z}(t) = A\Delta z(t) + B\Delta d(t) \quad (12)$$

を満たす $\Delta d(t)$ が存在する。

式(10)に式(12)を代入することにより、式(13)を得る。

$$B[\Delta d(t) - \Delta d(t)] = L_p C\Delta z(t) \quad (13)$$

等価入力外乱の推定値 $\hat{\Delta d}(t)$ を、等価入力外乱 $d_e(t)$ と $\Delta d(t)$ を用いて式(14)で定義する。

$$\hat{\Delta d}(t) = d_e(t) - \Delta d(t) \quad (14)$$

式(14)を式(13)に代入し、式(15b)で与えられる制御入力マトリックス B の左擬似逆行列 B^+ を左から掛けることにより、絶対加速度を制御する等価入力外乱の推定値 $\hat{d}_e(t)$ は式(15a)により与えられる。なお、左擬似逆行列は、行列 B が列フルランクであるときに存在する。従って、式(3)の行列 B を持つ際は、必ず存在する¹⁵⁾。

$$\hat{d}_e(t) = B^+ L_p \Delta y(t) \quad (15a)$$

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T \quad (15b)$$

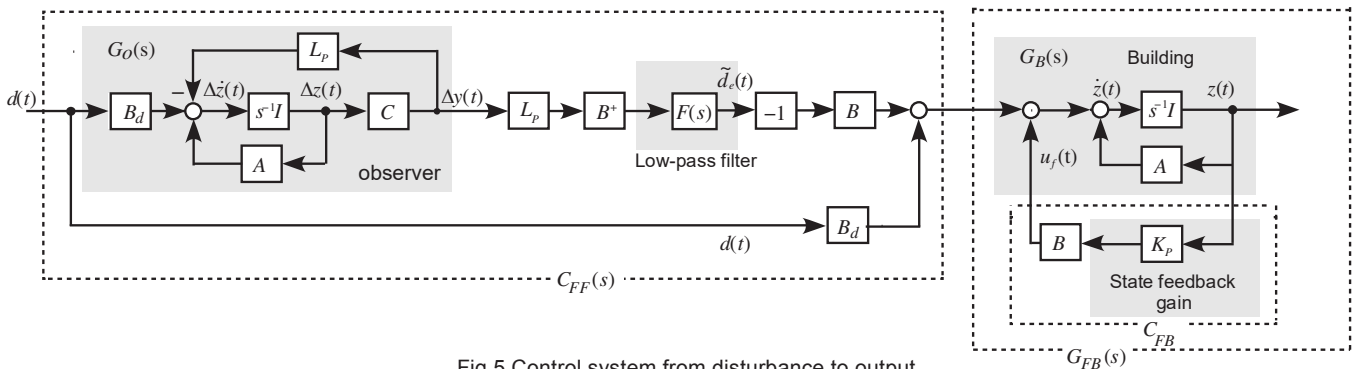


Fig.5 Control system from disturbance to output.

制御には $\hat{d}_e(t)$ をローパスフィルター $F(s)$ でフィルタリングした後の信号 $\tilde{d}_e(t)$ を用いる(式(16))⁹⁾。

$$\tilde{D}_e(s) = F(s)\hat{D}_e(s) \quad (16)$$

ここで、 $\tilde{D}_e(s)$ と $\hat{D}_e(s)$ は、 $\tilde{d}_e(t)$ と $\hat{d}_e(t)$ をそれぞれラプラス変換した信号である。また、ローパスフィルター $F(s)$ は式(17)による。

$$F(s) = \frac{N_F}{\Omega s + 1} \quad (17)$$

式中において、 Ω はカットオフの周波数を表し、 N_F は $0 < N_F \leq 1$ の実数で表されるパラメータである。

制御入力 $u(t)$ には状態フィードバックにより与えられる $u_f(t)$ と、等価入力外乱の推定値 $\tilde{d}_e(t)$ の逆位相を用いて表される(式(18))。

$$u(t) = u_f(t) - \tilde{d}_e(t) \quad (18)$$

ここで、 $u_f(t)$ は式(19)による制御即をもつ制御入力であり、全ての状態が直接観測可能であることを仮定している。また、 K_p は状態フィードバックゲインであり、例えば、LQR (Linear Quadratic Regulator)により設計される。 K_p の設計方法については、5章にて述べる。

$$u_f(t) = \begin{bmatrix} K_{p1} & K_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} = K_p z(t) \quad (19)$$

最終的に、EEIDを用いた制御系のブロック線図は図4で示される。

2章では、絶対加速度を制御時に考慮することを目的として直連項 D があるシステムにも適用できるように拡張された等価入力外乱であるEEIDを提案し、その計算方法を示した。次章では、オブザーバゲインとコントローラゲインのパラメータチューニングの方法を提案することを目的として、外乱入力チャンネル B_d から相対変位 $x(t)$ と絶対加速度 $\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)$ までの伝達関数と、等価入力外乱を用いた際の、外乱除去のメカニズムを明らかにする。

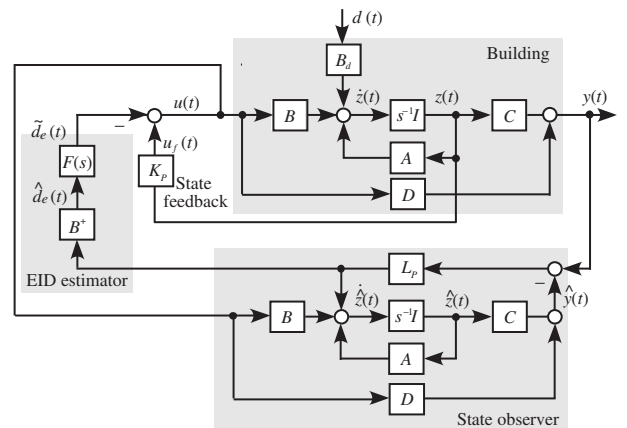


Fig. 4 Configuration of EEID system

3. 外乱入力チャンネルから相対変位, 絶対加速度までの伝達関数

本章では, EEID 手法のコントローラゲイン K_p (式(10)) オブザーバゲイン L_p (式(9)) が外乱除去に与える影響を明らかにする。そのために, 外乱入力チャンネル B_d から出力までの伝達関数を示す。

式(2), (10), (11), (15), (16), (17), (18)を用いて, 図4を図5のように書き換え, 外乱入力チャンネル B_d から状態量 $z(t)$ までの伝達関数の考察を行う。図5より, 外乱入力チャンネル B_d から入力される外乱 $d(t)$ は, 制御入力チャンネル B から入力する推定等価入力外乱 $\tilde{d}_e(t)$ により抑えられることが分かる。また, $d(t)$ と $\tilde{d}_e(t)$ の差がコントローラゲインより生成される状態フィードバック制御入力 $u_f(t)$ によって, さらに抑えられていることも分かる。

次に本制御系の特性について述べる。図5より, 本制御系は, 外乱に対して, 式(20)により与えられるフィードフォワード制御部分 $C_{FF}(s)$ と, 式(21)により与えられるフィードバック制御部分 C_{FB} から構成される構造となっていることが分かる。

$$C_{FF}(s) = B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s) \quad (20)$$

$$C_{FB} = BK_p \quad (21)$$

ここで,

$$G_o(s) = C[sI - (A - L_pC)]B_d \quad (22)$$

である。フィードバック制御のみから構成される制御系では, フィードバック制御部分のみを用いて動特性と応答の改善をしている。これに対し, 本制御手法は, フィードバック制御と独立にフィードフォワード制御器が外乱除去を行うことにより, 従来のフィードバック制御よりも良い外乱除去性能を得られる。言い換えれば, フィードバック制御部分は制御対象の固有周期や減衰定数を改善する働きがある¹³⁾に対し, フィードフォワード制御部分は, 外乱そのものに作用し, 抑える役割がある。

次に, 外乱入力チャンネルから相対変位 $x(t)$ または絶対加速度 $(\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t))$ までの伝達関数をそれぞれ求める。制御対象の伝達関数 $G_B(s)$ は式(23)により与えられる。

$$G_B(s) = (sI - A)^{-1} \quad (23)$$

これに対し, 状態フィードバックゲイン K_p を持つ場合の伝達関数 $G_{FB}(s)$ は式(24)により表される。

$$G_{FB}(s) = [sI - (A - BK_p)]^{-1} \quad (24)$$

外乱入力チャンネルから制御対象となる建築物の状態 $z(t)$ までの伝達関数 $dG_z(s)$ は, $G_{FB}(s)$ と $C_{FF}(s)$ を用いて式(25)で与えられる。その際, ある行列 M の逆行列が余因子行列 $\text{adj}(M)$ と, 行列式 $|M|$ を用いて式(26)で表されることを用いている。

$$\begin{aligned} dG_z(s) &= G_{FB}(s)C_{FF}(s) = G_{FB}(s)\{B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s)\} \\ &= [sI - (A - BK_p)]^{-1}\{B_d - BF(s)B^+L_pC[sI - (A - L_pC)]^{-1}B_d\} \\ &= \frac{\text{adj}(sI - A - BK_p)}{|sI - A - BK_p|} \left\{ B_d - B \frac{N_F}{(\Omega s + 1)} B^+ L_p \frac{\text{Cadj}(sI - A + L_p C) B_d}{|sI - A + L_p C|} \right\} \\ &= \frac{\text{adj}(sI - A - BK_p)}{|sI - A - BK_p|} \left\{ B_d - B \frac{N_F B^+ L_p \text{Cadj}(sI - A + L_p C) B_d}{(\Omega s + 1) |sI - A + L_p C|} \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

$$M^{-1} = \frac{\text{adj}(M)}{|M|} \quad (26)$$

外乱入力チャンネルから, 相対変位までの伝達関数 $dG_D(s)$ は式(25)に左から $[I \quad 0]$ を掛けることにより次式で与えられる。

$$\begin{aligned} dG_D(s) &= [I \quad 0] G_{FB}(s) \{B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s)\} \\ &= [I \quad 0] dG_z(s) \end{aligned} \quad (27)$$

なお, 状態フィードバック制御のみが取り付けられた際の外乱入力チャンネル B_d から変位 $x(t)$ までの伝達関数を $dG_{D,FB}(s)$ とすると, $dG_{D,FB}(s)$ は式(24)に左から $[I \quad 0]$ を掛けることで, 式(28)で表される。

$$\begin{aligned} dG_{D,FB}(s) &= [I \quad 0][sI - (A - BK_p)]^{-1}B_d \\ &= [I \quad 0]G_{FB}(s)B_d \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)は, 式(27)において, $BF(s)B^+L_pG_o(s) = 0$ の場合と一致する。式(20), (21)より, EEID はフィードフォワードコントローラを持ち合わせる制御系であることを述べた。式(27)と(28)の比較より, フィードフォワードコントローラを搭載することで, 伝達関数中の外乱入力チャンネル B_d が, $(B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s))$ に変化することが分かった。

次に, 地動加速度 $\ddot{x}_g(t)$ から絶対加速度 $\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)$ までの伝達関数を求める。式(5)に, 式(18)と式(19)を代入することで式(29)が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) &= -M_S^{-1}D_S\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_Sx(t) + M_S^{-1}E_uu_f(t) - M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) \\ &= -M_S^{-1}\{D_S + E_uK_{P,1}\}\dot{x}(t) - M_S^{-1}\{K_S + E_uK_{P,2}\}x(t) - M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) \\ &= -M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t) - M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) \end{aligned} \quad (29)$$

ここで, $D_{Seq} = D_S + E_uK_{P,1}$, $K_{Seq} = K_S + E_uK_{P,2}$ である。式(29)の $-M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t)$ は, 出力マトリックスを $C_{eq} = [-M_S^{-1}K_{Seq} \quad -M_S^{-1}D_{Seq}]$, 外乱を $s^2X_g(s)$ とした伝達関数式(25)の出力 $y(t)$ に等しい。従って, $-M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t)$ はラプラス逆変換 L^{-1} と式(25)を用いて式(30)で表される。

$$\begin{aligned} -M_S^{-1}D_{Seq}\dot{x}(t) - M_S^{-1}K_{Seq}x(t) &= L^{-1}\{C_{eq}G_{FB}(s)\{B_d - BF(s)B^+L_pG_o(s)\}s^2X_g(s)\} \\ &= L^{-1}\{C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s)s^2X_g(s)\} \end{aligned} \quad (30)$$

また, $\tilde{d}_e(t)$ は次式により表される。

$$\tilde{d}_e(t) = L^{-1}\{F(s)B^+L_pG_o(s)s^2X_g(s)\} \quad (31)$$

従って, 式(29)中の $M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t)$ は, $s^2X_g(s)$ を用いて式(32)により表すことができる。

$$M_S^{-1}E_u\tilde{d}_e(t) = L^{-1}\{M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_pG_o(s)s^2X_g(s)\} \quad (32)$$

式(30), (32)を式(29)に代入することで, 式(33)を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) &= L^{-1}\{C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s)s^2X_g(s)\} - L^{-1}\{M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_pG_o(s)s^2X_g(s)\} \\ &= L^{-1}\{[C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s) - M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_pG_o(s)]s^2X_g(s)\} \end{aligned} \quad (33)$$

式(33)の両辺をラプラス変換し, さらに $s^2X_g(s)$ で除すことで, 外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数 $dG_a(s)$ は次式により与えられる。

$$dG_a(s) = \frac{s^2\{X_g(s) + X(s)\}}{s^2X_g(s)} = C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s) - M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_pG_o(s) \quad (34)$$

なお, 状態フィードバック制御のみを持つ制御系では, 外乱入力から絶対加速度までの伝達関数 $dG_{a,FB}(s)$ は式(34)から等価入力外乱の項 $-M_S^{-1}E_uF(s)B^+L_pG_o(s)$ を除外した式(35)により与えられる。

$$dG_{a,FB}(s) = \frac{s^2\{X_g(s) + X(s)\}}{s^2X_g(s)} = C_{eq}G_{FB}(s)C_{FF}(s) \quad (35)$$

本章では, 外乱入力チャンネルから相対変位, 絶対加速度までの

伝達関数を明らかにした。次章では、絶対加速度を出力する EEID ($C = [-M_s^{-1}K_s \quad -M_s^{-1}D_s]$, $D = M_s^{-1}E_u$ の場合) と、相対変位を出力する EID の相対変位と絶対加速度への制御性能の違いを理論的に明らかにする。

4. 1 自由度系を用いた EID と EEID の比較

4.1 対象モデル

等価入力外乱の推定には式(15)から分かるように、制御装置の位置に関する行列(B)を用いることから、多自由度系を対象とした場合、制御装置の配置が大きく制御性能に影響を与える。そのため、本論文は、それらの影響を除外してEIDとEEIDの性能を比較することを目的として、図6に示すせん断型の1自由度系の検討用モデルを用いる。なお、図中において質量は m_s 、剛性は k_s 、粘性は d_s とする。この時、状態方程式 (式(3)) の1自由度系における変数は式(36)により与えられる。

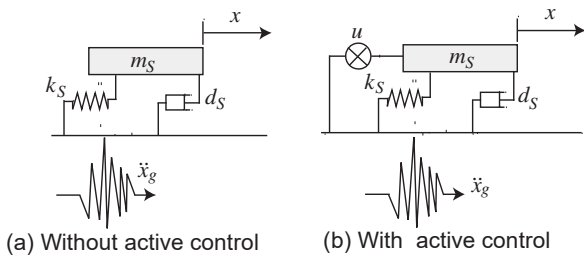


Fig. 6 SDOF model

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, & A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{d_s}{m_s} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m_s \end{bmatrix}, & B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\ d(t) = \ddot{x}_g(t) \end{cases} \quad (36)$$

4.2 アッカーマンの極配置によるオブザーバゲインの設計

本節ではオブザーバゲイン L_p の設計方法について述べる。推定等価入力外乱 $\hat{d}_e(t)$ はオブザーバゲインと出力誤差 $\Delta y(t)$ により生成されることから (式(15))、オブザーバゲインの設計が制御性能を高めるために重要となる。オブザーバゲインを適切に設計することにより、オブザーバの状態と、観測された状態の推定誤差 $\Delta z(t)$ (式(11)) を小さくし、等価入力外乱の推定精度を高めることが可能になる。

本論文では、図 5 中のオブザーバゲイン L_p を双対システム¹⁴⁾ とアッカーマンの極配置¹⁵⁾ を用いて設計を行う。これは、オブザーバゲインを設置した後の、オブザーバの極を $-a_o \pm j b_o$ に指定する L_p を、式(3)の A を用いて、式(37a)により計算する手法である。

$$L_p = [0 \quad 1] U_C^{-1} P(A) \quad (37a)$$

ここで、

$$U_C^T = [C^T \quad A^T C^T] \quad (37b)$$

$$P(A) = \{A^2 - 2a_o A + (a_o^2 + b_o^2)I\}^T \quad (37c)$$

U_C は可観測性行列であり、 n は行列 A の次元である。オブザーバの出力を $C = [C_{o1} \quad C_{o2}]$ としたとき、1 自由度系のオブザーバゲイン L_p は式(37b)と式(37c)に式(3)の A を代入することで式(38)により算出される。

$$L_p = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} C_{o1} & -\frac{k_s}{m_s} C_{o2} \\ C_{o2} & C_{o1} - \frac{d_s}{m_s} C_{o2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{m_s} + a_o^2 + b_o^2 & -\frac{2a_o d_s}{m_s} + \frac{d_s k_s}{m_s} \\ 2a_o - \frac{d_s}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} + \frac{d_s^2}{m_s^2} - 2a_o \frac{d_s}{m_s} + a_o^2 + b_o^2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

4.3 絶対加速度に対する性能比較

本節では EID と EEID の外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数について述べる。

4.3.1 EID の絶対加速度に対する性能

式(34)を用いることにより、EID の外乱入力から絶対加速度までの伝達関数 ${}_d G_{a,EID}$ は式(39a)により表すことができる。

$$\begin{aligned} {}_d G_{a,EID}(s) &= C_{eq} G_{FB}(s) C_{FF,EID}(s) - M_s^{-1} E_u F(s) B^+ L_{p,EID} G_{o,EID}(s) \\ &= C_{eq} G_{FB}(s) \{B_d - B H_{EID}(s)\} - M_s^{-1} E_u H_{EID}(s) \end{aligned} \quad (39a)$$

ここで、

$$H_{EID}(s) = F(s) B^+ L_{p,EID} G_{o,EID}(s) \quad (39b)$$

式(39a)より、EID の外乱入力チャンネルから絶対加速度に関する伝達関数は、フィードフォワード制御部分 $C_{FF,EID}(s)$ の影響を受けていることが分かる。式(39a)と(39b)より、 $C_{FF,EID}(s) = B_d - B H_{EID}(s)$ であり、 $C_{FF,EID}(s)$ のゲインは $|B_d - B H_{EID}(s)|$ により計算されることから、伝達関数 $H_{EID}(s)$ のゲインを適切に設定することで、 $C_{FF,EID}(s)$ のゲインが小さくなる。これは、後述する外乱入力から相対変位の伝達関数 ${}_d G_{D,EID}$ (式(46)) のゲインを低減させる働きを意味する。しかし、式(39a)より、 $H_{EID}(s)$ は $C_{eq} G_{FB}(s) \{B_d - B H(s)\}$ の外からも引かれていことから、相対変位のみを考慮して $H_{EID}(s)$ のゲインを設定すると、絶対加速度に対する伝達関数 ${}_d G_{a,EID}$ のゲインが増大することが危惧される。そのため、パラメータチューニングの際は絶対加速度と相対変位のトレードオフの考慮が必要となる。

4.3.2 EEID の絶対加速度に対する性能

式(34)を用いることにより、EEID の外乱入力から絶対加速度までの伝達関数 ${}_d G_{a,EEID}$ は式(40a)により表すことができる。

$$\begin{aligned} {}_d G_{a,EEID}(s) &= C_{eq} G_{FB}(s) C_{FF,EEID}(s) - M_s^{-1} E_u F(s) B^+ L_{p,EEID} G_{o,EEID}(s) \\ &= C_{eq} G_{FB}(s) \{B_d - B H_{EEID}(s)\} - M_s^{-1} E_u H_{EEID}(s) \end{aligned} \quad (40a)$$

ここで、

$$H_{EEID}(s) = F(s) B^+ L_{p,EEID} G_{o,EEID}(s) \quad (40b)$$

式(40a)より、EEID の外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数も、EID と同様に、 $H_{EEID}(s)$ によるトレードオフの関係であることが分かる。

4.4 相対変位に対する性能比較

式(27)で求めた外乱入力から相対変位までの伝達関数 ${}_d G_{D}(s)$ を用いて、相対変位を出力し抑制する等価入力外乱である EID と、絶対加速度を出力し抑制する等価入力外乱 EEID の相対変位に対する性能を比較する。

4.4.1 EID の相対変位の性能

$C = [C_{o1} \quad C_{o2}]^T$, $L_p = [L_{p,1} \quad L_{p,2}]^T$ としたとき、オブザーバの伝達関数 $G_o(s)$ は、式(22)を用いることで次式により与えられる。

$$G_o(s) = C \frac{\text{adj}(sI - A + L_p C)}{|sI - A + L_p C|} B_d = \frac{-C_{o1} - C_{o2} s}{(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (41)$$

相対変位を出力するオブザーバを用いた場合 (EID) の伝達関数 $G_{o,EID}(s)$ は、式(41)に $C_{o1} = 1$ と $C_{o2} = 0$ を代入することにより表される。

$$G_{o,EID}(s) = \frac{-1}{(s+a_o+b_oj)(s+a_o-b_oj)} \quad (42)$$

また、相対変位を出力する場合のオブザーバゲイン $L_{P,EID}$ はオブザーバ $G_o(s)$ の極を $-a_o \pm jb_o$ としたとき、式(38)に $C_{o1}=1, C_{o2}=0$ を代入することにより次式で与えられる。

$$L_{P,EID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EID} \\ L_{P2,EID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a_o - \frac{d_s}{m_s} \\ -\frac{k_s}{m_s} + \frac{d_s^2}{m_s^2} - 2a_o \frac{d_s}{m_s} + a_o^2 + b_o^2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

式(41)に式(44a)と(44b)、さらに、式(44c)(44d)で表される減衰係数 h_o 、固有周波数 f_o と極 $-a_o \pm jb_o$ の関係式を代入し、 m_s, d_s, k_s, a_o と b_o を消去し、制御対象の固有周波数 f_s 、減衰定数 h_s とオブザーバの固有周波数 f_o 、減衰定数 h_o を用いて、最終的に式(45)のように表すことができる。

$$\frac{d_s}{m_s} = 4h_s \pi f_s \quad (44a)$$

$$\frac{k_s}{m_s} = 4\pi^2 f_s^2 \quad (44b)$$

$$h_o = \frac{a_o}{\sqrt{a_o^2 + b_o^2}} \quad (44c)$$

$$f_o = \frac{\sqrt{a_o^2 + b_o^2}}{2\pi} \quad (44d)$$

$$L_{P,EID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EID} \\ L_{P2,EID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\pi(f_o h_o - f_s h_s) \\ 4\pi^2(-f_s^2 + 4h_s^2 f_s^2 - 4h_s f_s h_o f_o + f_o^2 h_o^2) \end{bmatrix} \quad (45)$$

式(45)を式(27)に代入することで、EIDの外乱入力チャンネルから相対変位までの伝達関数 ${}_d G_{D,EID}(s)$ は式(46)により与えられる。

$${}_d G_{D,EID}(s) = [I \ 0] G_{FB}(s) C_{FF,EID}(s) \quad (46)$$

ここで、 $C_{FF,EID}(s)$ は、式(20)に式(18)、(22)、(36)、(43)を代入することにより、次式で与えられる。

$$C_{FF,EID}(s) = -\frac{(\Omega s + 1)(s^2 + 2a_o s + a_o^2 + b_o^2) - N_F L_{PCm,2}}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (47)$$

$$= -\frac{N_{3,EID} s^3 + N_{2,EID} s^2 + N_{1,EID} s + N_{0,EID}}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)}$$

$$\begin{cases} N_{3,EID} = \Omega \\ N_{2,EID} = 2a_o \Omega + 1 \\ N_{1,EID} = a_o^2 \Omega + b_o^2 \Omega + 2a_o \\ N_{0,EID} = a_o^2 + b_o^2 - L_{P2,EID} \end{cases} \quad (48)$$

式(48)を制御対象の固有周波数 f_s 、減衰定数 h_s とオブザーバの固有周波数 f_o 、減衰定数 h_o で表すと $N_{0,EID} \sim N_{3,EID}$ は式(49)ようになる。

$$\begin{cases} N_{3,EID} = \Omega \\ N_{2,EID} = 4\pi f_o h_o \Omega + 1 \\ N_{1,EID} = 4\pi f_o (\pi f_o \Omega + h_o) \\ N_{0,EID} = 4\pi^2 f_o^2 - L_{P2,EID} \end{cases} \quad (49)$$

式(49)より、オブザーバゲイン $L_{P,EID}$ が影響しているのはラプラス変換の演算子である s の0乗である(定数項である) $N_{0,EID}$ のみであることが分かる。また、 s の3乗の項目の係数 $N_{3,EID}$ は式(17)で表されるローパスフィルターのカットオフ周期である Ω が掛けられていることから、 Ω の値を小さくすることにより、高周波数成分の影響を減少させることが可能であることが分かる。

4.4.2 EEIDの相対変位の性能

EEIDに用いられるオブザーバの伝達関数 $G_{o,EEID}(s)$ は、式(41)に $C_{o1} = -k_s/m_s$ と $C_{o2} = -d_s/m_s$ を代入することで、次式により与えられる。

$$G_{o,EEID}(s) = \frac{\frac{k_s}{m_s} + \frac{d_s}{m_s} s}{(s+a_o+b_oj)(s+a_o-b_oj)} \quad (50)$$

一方、絶対加速度を出力とするEEIDのオブザーバゲイン $L_{P,EEID}$ は式(38)に $C_{o1} = -k_s/m_s$ と $C_{o2} = -d_s/m_s$ を代入することにより、次式で表される。

$$L_{P,EEID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EEID} \\ L_{P2,EEID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{m_s d_s (a_o^2 + b_o^2) - 2a_o m_s}{k_s^2} \\ 1 - \frac{m_s (a_o^2 + b_o^2)}{k_s} \end{bmatrix} \quad (51)$$

式(43)から式(45)への変換と同様の手順で、式(44a)と(44b)、さらに、式(44c)(44d)で表されるオブザーバの減衰係数 h_o 、固有周波数 f_o と極 $-a_o \pm jb_o$ の関係式を式(51)に代入し、 m_s, d_s, k_s, a_o と b_o を消去し、制御対象の固有周波数 f_s 、減衰定数 h_s とオブザーバの固有周波数 f_o 、減衰定数 h_o を用いて、最終的に式(52)のように表すことができる。

$$L_{P,EEID} = \begin{bmatrix} L_{P1,EEID} \\ L_{P2,EEID} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_o}{\pi f_s^2} \left(\frac{f_o h_s}{f_s} - h_o \right) \\ 1 - \frac{f_o^2}{f_s^2} \end{bmatrix} \quad (52)$$

EEIDでの外乱入力から相対変位までの伝達関数 ${}_d G_{D,EEID}(s)$ も、EIDと同様に、式(53)によって与えられる。

$${}_d G_{D,EEID}(s) = [I \ 0] G_{FB}(s) C_{FF,EEID}(s) \quad (53)$$

ここで、 $C_{FF,EEID}(s)$ は、式(20)に式(18)、(22)、(36)、(51)を代入することにより、次式で与えられる。

$$C_{FF,EEID}(s) = \frac{(\Omega s + 1)(s^2 + 2a_o s + a_o^2 + b_o^2) - N_F L_{P2,EEID} \left(-\frac{d_s}{m_s} s - \frac{k_s}{m_s} \right)}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)} \quad (54)$$

$$= -\frac{N_{3,EEID} s^3 + N_{2,EEID} s^2 + N_{1,EEID} s + N_{0,EEID}}{(\Omega s + 1)(s + a_o + b_o j)(s + a_o - b_o j)}$$

ここで、

$$\begin{cases} N_{3,EEID} = \Omega \\ N_{2,EEID} = 2a_o \Omega + 1 \\ N_{1,EEID} = a_o^2 \Omega + b_o^2 \Omega + 2a_o + N_F \frac{d_s}{m_s} L_{P2,EEID} \\ N_{0,EEID} = a_o^2 + b_o^2 + N_F \frac{k_s}{m_s} L_{P2,EEID} \end{cases} \quad (55)$$

式(55)を制御対象の固有周波数 f_s 、減衰定数 h_s とオブザーバの固有周波数 f_o 、減衰定数 h_o を用いて次式のように書き換える。

$$\begin{cases} N_{3,EEID} = \Omega \\ N_{2,EEID} = 4\pi f_o h_o \Omega + 1 \\ N_{1,EEID} = 4\pi f_o (\pi f_o \Omega + h_o) + 4\pi h_s f_s L_{P2,EEID} \\ N_{0,EEID} = 4\pi^2 f_o^2 + 4\pi^2 f_s^2 L_{P2,EEID} \end{cases} \quad (56)$$

EIDの伝達関数の分子項目での係数と同様に、式(53)より、 s の3乗の係数 ($N_{3,EEID}$) は、式(18)で表されるローパスフィルターのカットオフ周期である Ω が掛けられている。これにより、EIDと同様に、

Ω の値を小さくすることで、高周波数成分の影響を減少させることが可能である。オブザーバゲイン $L_{2P,EEID}$ は、EID (式(47))と同様に、定数項 ($N_{0,EEID}$) に影響することのみならず、さらに、 s の1乗の係数である $N_{1,EEID}$ にも影響することが分かる。式(49)より、オブザーバの固有周波数 f_o を $f_o > \sqrt{f_s/\pi}$ を満たすように設計することで $L_{P2,EEID}$ は負になる。このとき、 $N_{1,EEID} < N_{1,EID}$ となり s の1次の係数は EID よりも低くすることができ、応答性能を改善することができる。即ち、EID では減少させることができない s の1乗の係数の値も EEID では減少させることができる。 $s = j\omega$ を代入した場合を考慮すると、EEID は EID よりも、特に低周波数で、よい良い制御性能が得られることが分かる。

4.4.3 EEID と EID の相対変位に対する性能改善比

EID に対する EEID の伝達関数の比は式(54)に式(47)を除することで次式にて表される。

$$\frac{C_{FF,EEID}(s)}{C_{FF,EID}(s)} = \frac{B_d - BH_{EEID}(s)}{B_d - BH_{EID}(s)} = \frac{\Omega s^3 + (2a_o\Omega + 1)s^2 + N_{1,EEID}s + N_{0,EEID}}{\Omega s^3 + (2a_o\Omega + 1)s^2 + N_{1,EID}s + N_{0,EID}} \quad (57)$$

ここで、 $s = j\omega$ を式(57)代入し、周波数応答のゲインの比率を求めることで、EID と EEID の相対変位に対する性能改善比 $\lambda_{dis}(s)$ は式(58)により求められる。

$$\lambda_{dis}(s) = \frac{\left| \frac{-jN_{3,EEID}\omega^3 - N_{2,EEID}\omega^2 + jN_{1,EEID}\omega + N_{0,EEID}}{-jN_{3,EID}\omega^3 - N_{2,EID}\omega^2 + jN_{1,EID}\omega + N_{0,EID}} \right|}{\sqrt{\frac{(N_{1,EEID}\omega - N_{3,EEID}\omega^3)^2 + (N_{0,EEID} - N_{2,EEID}\omega^2)^2}{(N_{1,EID}\omega - N_{3,EID}\omega^3)^2 + (N_{0,EID} - N_{2,EID}\omega^2)^2}}} \quad (58)$$

5. 数値例

本章では、1 自由度系を制御対象とした周波数応答図を示し、分析を行う。本章では、制御なしの NC、図 5 で与えられる状態フィードバックゲイン K_p のみが取り付けられたモデルである FB、相対変位を出力する等価入力外乱である EID と、本論文で提案する制御方法である等価入力外乱である EEID の 4 種類のモデルについて比較する。解析において、制御対象の固有周波数 f_s は 0.5, 1.0, 2.0 Hz の 3 種類を用いた。また制御対象の減衰定数 h_s は 0.02 とした。ローパスフィルターのパラメータは Ω を小さくすることで、高周波数成分をカットできることから、 $\Omega = 0.01$ 、 $N_f = 1.0$ とした。

5.1 LQR による状態フィードバックゲインの設計

コントローラゲインの設計には最適制御(LQR: Linear quadratic regulator)を用いて、式(59)で与えられる評価関数を最小化するように決定する。

$$J = \int_0^{\infty} \{z(t)^T W z(t) + u(t)^T R u(t)\} dt \quad (59)$$

ここで、 W は式(60)で与えられる正定行列の重みであり、 R は正のスカラである。

$$W = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \quad (60)$$

ここで、 $q_1 (>0)$ 、 $q_2 (>0)$ は W 中のパラメータである。また、図 5 中の状態フィードバックゲイン K_p は次式で与えられる。 $K_p = -R^{-1}B^T P$ (61)

ただし P は式(62)のリカッチ方程式を満たす正定対称解である。

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (62)$$

なお、等価固有周波数 f_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} に与える影響は、 q_1 と q_2 を用いてそれぞれ、次式により与えられる¹⁴⁾。

$$f_{eq} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s^2 + q_1 R^{-1}}{m}} \quad (63)$$

$$h_{eq} = \frac{1}{4m\omega_{f_{eq}}} \sqrt{c_s^2 + q_2 R^{-1} - 2m_s k_s + 2\sqrt{m_s^2 k_s^2 + m_s^2 q_1 R^{-1}}} \quad (64)$$

図 5 の $C_{FF}(s)$ の設計には、式(63)と式(64)を用いて目標の固有周波数、減衰定数になるように重み q_1 と q_2 を選択する。本論文では、 $f_{eq} = 1.5$ Hz、 $h_{eq} = 0.2$ になるように式(63)、(64)を用いて FB、EID および EEID の q_1 と q_2 と R を選択した (付録 A 参照)。

5.2 極配置によるオブザーバゲインの設計

4.2 節で述べたように、オブザーバの減衰定数 h_o を高めることは、状態の推定誤差 $\Delta z(t)$ を低減させる働きがある。推定等価入力外乱は外乱 $d(t)$ がオブザーバに入力した際の出力を元にして推定されていることから (図 5)、状態の推定誤差を抑えることは、等価入力外乱の推定精度を高め、外乱を正確に除去できる役割を持つ。一方で、オブザーバの減衰定数を高く設定しすぎることにより、制御力が大きくなるのが既往研究より明らかになった¹⁶⁾。さらに、4.4.2 節で述べたように、EEID に対してはオブザーバの固有周波数 f_o を $f_o > \sqrt{f_s/\pi}$ と設定することが望ましかった。本論文では、これらのオブザーバの減衰定数やオブザーバの固有周波数と等価入力外乱の推定精度を考慮し、オブザーバの固有周波数 f_o と減衰定数 h_o がそれぞれ $f_o = 200$ Hz、 $h_o = 0.6$ になるように式(44c)と(44d)により a_o と b_o を決定した。

5.3 外乱入力から絶対加速度の伝達関数の応答比較

NC、FB、EID および EEID の外乱入力チャンネルから絶対加速度までの伝達関数の周波数応答図を図 7 に示す。図 7 より、FB は、NC よりも共振時での応答を低減していることが分かる。EID と EEID では、FB よりもさらに共振時の応答を低減していることが分かる。また、EID と EEID は絶対加速度に対しては同等の性能を持ち合わせることも分かった。

5.4 外乱入力から相対変位の伝達関数の応答比較

図 8 に NC、FB、EID および EEID の外乱入力チャンネル B_d から、相対変位 $x(t)$ までの伝達関数の周波数応答図を示す。なお、NC の伝達関数は付録 B に記した。

式(64)より、状態フィードバック制御のみを持つ FB は制御対象の等価減衰定数を操作することから、共振時の応答を低減させることにとどまることが分かる (図 8(a)~(c))。これに対し等価入力外乱を用いて、入力される外乱そのものを抑制させる EID や EEID は低周波数成分での応答低減も可能になる。制御対象の周波数がいずれの場合でも、EEID は EID よりも相対変位に対して、より良い制御性能が得られていることが分かる。5.2 節より、低周波数に対する絶対加速度の制御性能は、NC、FB、EID、EEID で同等であることが示され、図 8 より EEID は FB や EID と比較して、低周波数に対する応答を特に低減できることが示された。一般的に、絶対加速度と相対変位はトレードオフの関係になっていることから、相対変位に対

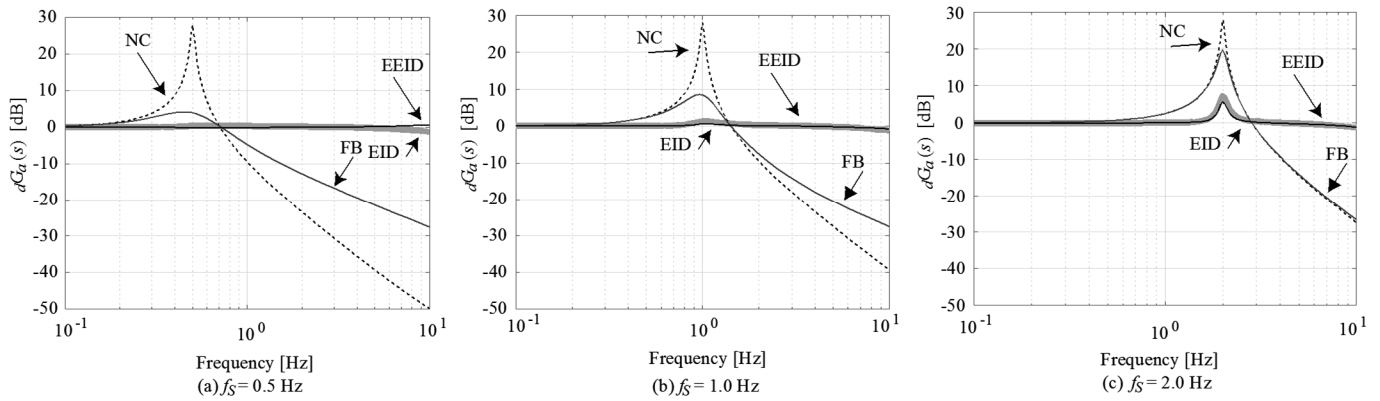


Fig. 7 Transfer function of $aG_a(s)$ of EID and EEID ($h_s = 0.02$)

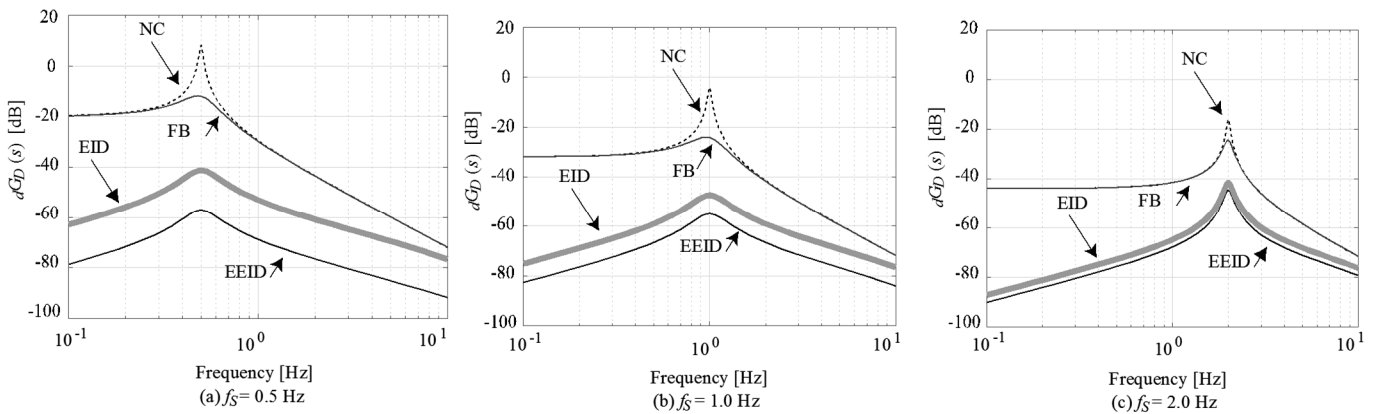


Fig. 8 Transfer function of $aG_D(s)$ of EID and EEID ($h_s = 0.02$)

する制御性能を高めることにより、絶対加速度の応答は大きくなる。EEID は絶対加速度を考慮して設計されていることから、絶対加速度の低周波に対するゲインを高めることなく、相対変位に対する性能を NC や FB、さらに EID よりも高くすることが可能であることが示された。また、図 8 より、制御対象の固有周波数 f_s が高くなると EID と EEID の性能の差が少なくなることが分かる。この原因を明らかにするために、次節では、EEID と EID の性能の違いに着目して分析する。

5.5 外乱入力から相対変位までの伝達関数の性能改善比曲線

EID や EEID は FB よりも相対変位に対する制御性能がよく、特に、低周波数では優れた制御性能があることが分かった。本節では、EEID と EID に焦点を絞り、制御対象の固有周波数ごとの、式(58)で与えられる EID に対する EEID の相対変位の伝達関数のゲインの比（性能改善比） $\lambda_{disp}(s)$ について分析する。ここで、式(58)の近似式はマクローリン展開を用いて式(65)のように表される。

$$\lambda_{disp}(j\omega) = \frac{\left| \frac{\Omega s^3 + (2a\Omega + 1)s^2 + N_{1,EID}s + N_{0,EID}}{\Omega s^3 + (2a\Omega + 1)s^2 + N_{1,EEID}s + N_{0,EEID}} \right|_{s=j\omega}}{\left| \frac{N_{1,EID}(j\omega) + N_{0,EID}}{N_{1,EEID}(j\omega) + N_{0,EEID}} \right|} = \frac{\sqrt{N_{0,EID}^2 + N_{1,EID}^2 \omega^2}}{\sqrt{N_{0,EEID}^2 + N_{1,EEID}^2 \omega^2}} \quad (65)$$

これにより、簡便な式を用いて従来の EID との比較を、解析を行わずに比較することが可能になり、EID では達成できなかった性能効率を持つ制御系の設計を実現するための、オブザーバのパラメータチューニングが容易に行える。なお、マクローリン展開を用いた

性能改善比の導出については付録 C に、2 次と 3 次の近似式を用いて検証を行った結果とマクローリン展開については付録 D を参照のこと。ここで、式中の $N_{0,EID}$ 、 $N_{1,EID}$ 、 $N_{0,EEID}$ 、 $N_{1,EEID}$ はそれぞれ式(48)と(55)による。なお、マクローリン展開を用いて低次数の項目のみで検討することは、物理的には、低周波数のみの影響を考慮することを意味する。図 9 に性能改善比 $\lambda_{disp}(s)$ を示す。図 9 において、実線は式(58)により計算された性能改善比 $\lambda_{disp}(s)$ を表し、太線は式(65)により与えられる近似式である。図 9 より、制御対象がいずれの固有周波数においても、式(65)は非常に精度よく式(58)を表していることが分かる。

次に、制御対象の固有周波数ごとの s の 1 乗の係数である $N_{1,EID}$ と $N_{1,EEID}$ 、さらに s の 0 乗の係数である $N_{0,EID}$ と $N_{0,EEID}$ の値について分

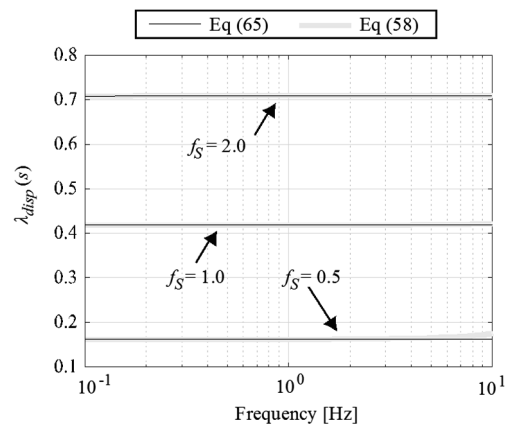


Fig. 9 Gain ratio of $aG_D(s)$ of EID and EEID

析する。図 10 は、オブザーバの固有角周波数 $f_o = 200$ Hz、オブザーバの減衰定数 $h_o = 0.6$ 、制御対象の減衰定数 $h_s = 0.02$ と固定し、制御対象の固有角周波数 f_s を 0.5 Hz から 3.0 Hz まで変化させた際の $N_{1,EID}$ 、 $N_{1,EEID}$ 、 $N_{0,EID}$ および $N_{0,EEID}$ の絶対値をプロットしたものである。

図 10 より、値が大きく、特にゲインへの影響が大きい N_1 の値は制御対象の固有周波数が高くなるにつれて大きくなり、EID と EEID の差が小さくなる傾向があることが分かる。図 8 では、制御対象の固有周波数が高くなるごとに、EID と EEID の制御性能の差が小さくなっていることが示された。その原因は、制御対象の固有周波数が高くなることにより、特にゲインへの影響が大きい s の 1 乗の係数である $N_{1,EEID}$ の値が大きくなるのが原因であることが明らかになった。以上の分析より、EEID は特に固有周波数が低い建築物に対してよりよい制御性能を得られることが分かった。

6. 結論

本論文では、従来の等価入力外乱 (EID:Equivalent Input Disturbance) では考慮していなかった絶対加速度を考慮した新しい等価入力外乱 (EEID: Extended EID) を提案し、絶対加速度を考慮することによる伝達関数や制御系への影響について、理論的に考察を行った。また、数値例では、制御対象の固有周波数や減衰定数を変化させ、従来の等価入力外乱との周波数応答性能の特性の比較を行った。以下に、本論文で得られた知見を示す。

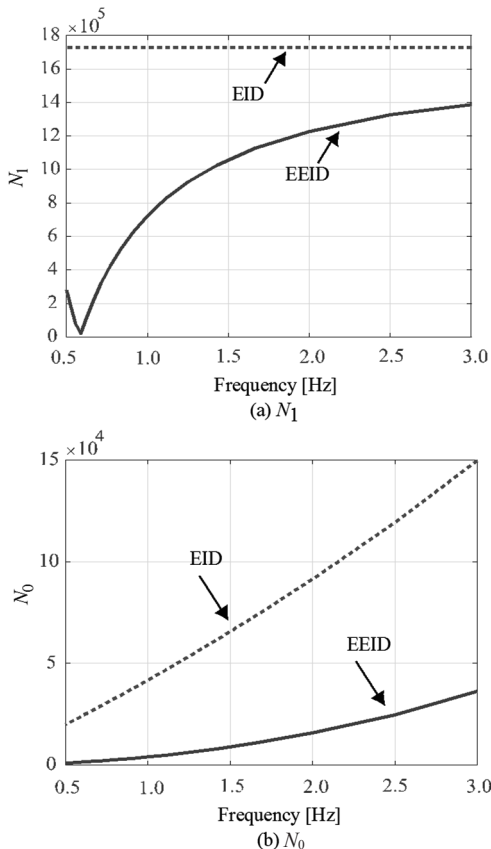


Fig. 10 N_0 and N_1 of EID and EEID ($f_o = 200$ Hz, $h_o = 0.6$, $h_s = 0.02$)

- ・ 直達項を導入することにより、絶対加速度を考慮した等価入力外乱の構築が可能になった。
- ・ EEID は相対変位に対して、EID よりも性能が改善されている。

これは、フィードフォワード制御部分の伝達関数において、従来の等価入力外乱では干渉できない項目の値を減少させることができるのが原因である。

- ・ 数値例より、EEID は従来の等価入力外乱と絶対加速度に対する制御性能は EID とほぼ等しく保ったまま、相対変位に対する制御性能を改善できることが可能であることが分かった。
- ・ EID と EEID の伝達関数のゲイン比はマクローリン展開を用いて 1 次まで近似した式を用いることにより、精度よく表すことが可能であることが分かった。
- ・ オブザーバゲイン L_p の分析より、EEID は制御対象の固有周波数が低い (固有周期が長い) 場合、特に EID よりも、よい制御性能が得られることが分かった。

本論文では、紙面の都合上、制御入力の大さに関する考察は述べられていない。しかし、これについて、筆者らは既に文献(17)で検討を行っており、さらに詳細な考察については今後別報で示す予定である。また、本研究では、理論構築のために 1 自由度系を用いて解析を行った。そのため、多自由度系への拡張も今後の課題となる。

参考文献

- 1) The Japan Society of Seismic Isolation: Recent Trends in Seismic Isolation Buildings: <http://www.jssi.or.jp/menshin/doc/keizoku2.pdf> (in Japanese) (accessed 2018. 11.28) .
- 2) Spencer Jr B. F., Nagarajaiah S: State of the Art of Structural control, ASCE Structural Engineering Vol. 129, pp. 845-856, 2003. 7.
- 3) Guclu R: Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake, Math Comput Model, Mathematical and Computer Modeling, Vol. 44 (1-2), pp. 210-217, 2006. 7.
- 4) Mechbal N, Nóbrega EGO: Spatial H_∞ approach to damage-tolerant active control. Struct Control Health Monitoring, Vol. 22, pp. 1148-1172, 2015. 9.
- 5) Mei G, Kareem A, Kantor JC: Model predictive control of structures under earthquakes using acceleration feedback, Journal of Engineering Mechanics Vol.128, pp. 574-585, 2002. 5.
- 6) Nanako Miura, Masayuki Kohiyama: Designing method of a quadratic cost function for vibration control to maintain functions of a building during an earthquake, Journal of Structural and Construction (Transactions of AIJ), Vol. 78, No. 687, pp. 923-929, 2013. 5 (In Japanese).
- 7) Kou Miyamoto, Daiki Sato, Jinhua She: A new performance index of LQR for combination of passive base isolation and active structural control, Engineering Structures, Vol. 157, pp.280-299, 2018. 2.
- 8) Akira Fukukita, Masaki Takahashi, Kazuo Yoshida: Semi-active control for isolated structures using variable damping device based on response evaluator of system, Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C. Vol. 75, pp. 865-873. 2009. 4 (In Japanese).
- 9) Kang Sungkook, Kazuo Yoshida: criterion functions and control characteristics in active vibration control, Transactions of the JSME (C-series) , Vol. 58, No. 552, pp. 2373-2380, 2018. 8.
- 10) She J., Xin X., and Pan Y.: Equivalent-Input-Disturbance Approach---Analysis and Application to Disturbance Rejection in Dual-Stage Feed Drive Control System, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 16, pp. 330-340, 2011. 3.
- 11) She J, Sekiya K, Wu M, Lei Q: Active structural control with input dead zone based on equivalent-input-disturbance approach, Proc of 36th annual conference on IEEE industrial electronics society (IECON 2010). pp. 47-52. 2010. 11.
- 12) Kou Miyamoto, Jinhua She, Junya Imani, Xin Xin, Daiki Sato: Equivalent-input-disturbance approach to active structural control for seismically excited buildings, Engineering Structures, Vol. 125, pp.392-399. 2016. 10.

- 13) Yinli Chen, Daiki Sato, Kou Miyamoto and Jinhua She: Equivalent model for single-degree-of-freedom model of active control. AIJ Kanto-Shibu, annual conference, 2018, 3.
陳引力, 佐藤大樹, 宮本皓, 余錦華, 1質点系モデルを対象としたアクティブ制御の等価モデル構築 (その1: LQR重み関数の構造特性・振動特性への影響), 日本建築学会関東支部研究報告集, 2018. 3.
- 14) Ackerman J. E., Pole placement control: Control systems, robotics and automation, Vol. III, 2017, 7.
- 15) Kemin Zhou John C. Dolye and Keith Glover: Robust and optimal control, prentice hall, 1995.
- 16) Hitoshi Takimoto, Kou Miyamoto, Daiki Sato, Yinli Chen and Jinhua She: Estimation of Equivalent-input-disturbance by response spectrum (Part 2: Designing of feed forward part of EID system), AIJ Annual conference, 2018. 9 (In Japanese).
- 17) Kou Miyamoto, Daiki Sato, Yinli Chen and Jinhua She: Zettai-kasokudo ni chumoku shita Touka nyuuryoku gairan niyuru active seigyō, AIJ kanto-shibu, annual conference, 2018. 3.
宮本皓, 佐藤大樹, 陳引力, 余錦華: 絶対加速度制御に注目した等価入力外乱手法によるアクティブ制御, 日本建築学会関東支部研究報告集, 2018.3.

付録A 制御系設計に用いた変数

FB, EID, EEID 中のオブザーバゲイン L_p , ローパスフィルタ $F(s)$, コントローラゲイン K_p の設計に用いたパラメータを表 A に示す。

Table A. Parameters for designing FB, EID and EEID

	NC	FB	EID	EEID
f_s	0.5, 1.0, 2.0 [Hz]			
h_s	0.02			
q_1	/	$10^{4.8}$		
q_2		$10^{4.8}$		
R		1		
a_o		753.9		
b_o		1005.3		
T	0.01			
N_F	1			

付録B NCの外乱入力から相対変位, 絶対加速度までの伝達関数

アクティブ制御なしのモデルの, 絶対加速度は式(B1)により与えられる。

$$\ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) = -M_s^{-1}D_s\dot{x}(t) - M_s^{-1}K_sx(t) = [-M_s^{-1}K_s \quad -M_s^{-1}D_s] [x(t) \quad \dot{x}(t)]^T \quad (B1)$$

従って, 式(23)の左から $[-M_s^{-1}K_s \quad -M_s^{-1}D_s]$, 右から B_d を掛けることにより NC の外乱から絶対加速度までの伝達関数 ${}_dG_{a,NC}(s)$ は式(B2)により得られる

$${}_dG_{a,NC}(s) = [-M_s^{-1}K_s \quad -M_s^{-1}D_s] (sI - A)^{-1} B_d \quad (B2)$$

絶対加速度から相対変位までの伝達関数 ${}_dG_{a,NC}(s)$ は, 式(23)の左から $[I \quad 0]$, 右から B_d をかけることにより, 式(B3)により与えられる。

$${}_dG_{a,NC}(s) = [I \quad 0] (sI - A)^{-1} B_d \quad (B3)$$

付録C マクローリン展開

ある関数 $f(x)$ のマクローリン展開は以下で定義される。

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n \quad (C1)$$

ここで, 式(55)の分子と分母について, それぞれマクローリン展開を用いることで式(A2), (A3)を得る。

$$C_{FF,EID}(s) \approx N_{1,EID}s + N_{0,EID} \quad (C2)$$

$$C_{FF,EEID}(s) \approx N_{1,EEID}s^2 + N_{0,EEID} \quad (C3)$$

これらの値の絶対値を取り, その比率を示したものが式(65)である。

付録D マクローリン展開の次数検討

$f_s = 1.0$ Hz, $h = 0.02$ のモデルを対象として, マクローリン展開時の次数の検討を行った。その結果を図 D1 に示す。図には 0 次~3 次までの式を表し

た。ここで, (D1)~(D3)は以下の式により与えられる。

$$\lambda_{disp}(s) \equiv \frac{|N_{0,EID}|}{|N_{0,EEID}|} \quad (D1)$$

$$\frac{|N_{1,EID}s + N_{0,EID}|}{|N_{1,EEID}s^2 + N_{0,EEID}|} \quad (D2)$$

$$\frac{|N_{2,EID}s^2 + N_{1,EID}s + N_{0,EID}|}{|N_{2,EEID}s^2 + N_{1,EEID}s + N_{0,EEID}|} \quad (D3)$$

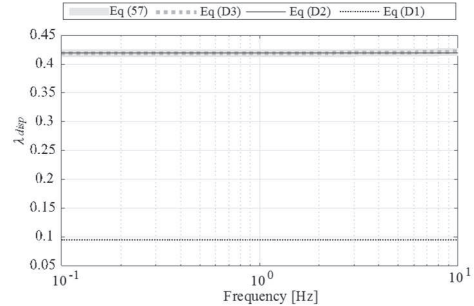


Fig. D Frequency responses for each model

図より, 1 次の近似で性能改善率を十分に表すことができていることから, 本論文では, 1 次のマクローリン展開式を用いて性能改善率の近似式を用いた。これは, 式(45)と(52)の比較より, EEID と EID は, ラプラス演算子 s の 2 次と 3 次の係数は同じであり, 1 次の係数と, 定数項で違いがあることによるものであると考察される。

付録E 本論文で用いた変数一覧

本論文で用いた記号を表 E に示す。

Table. E Nomenclature

A	システムマトリクス	a_s	制御対象の極の実部
a_o	オブザーバの極の実部	B	制御入力マトリクス
B_d	外乱入力マトリクス	b_s	制御対象の極の虚部
b_o	オブザーバの極の虚部	C	出力マトリクス
$C_f(s)$	フィードフォワード制御部分	D	直達項
D_s	減衰マトリクス	$d(t)$	外乱
$d_s(t)$	等価入力外乱	d_s	減衰係数
$\hat{d}_s(t)$	ノイズ付きの推定等価入力外乱	$\hat{d}_s(t)$	推定等価入力外乱
E_o	アクチュエータの位置	f_o	オブザーバの固有周波数
f_s	制御対象の固有周波数	f_{oq}	等価固有周波数
$G(s)$	伝達関数	h_s	制御対象の減衰係数
h_o	オブザーバの減衰係数	I	単位行列
h_{oq}	等価減衰係数	K_s	剛性マトリクス
J	LQRの評価関数	k_s	制御対象の剛性
K_p	コントローラゲイン	L	ラプラス変換
L_p	オブザーバゲイン	m_s	制御対象の質量
M_s	質量マトリクス	q	重み W 中のパラメータ
P	リカッチ代数方程式中の変数	s	ラプラス変換の演算子
R	評価関数 J に用いる, 制御入力に対する重み	$u(t)$	制御入力
t	時刻	$X(s)$	$x(t)$ のラプラス変換
W	評価関数 J に用いる, 状態に対する重み	$x_s(t)$	地動変位
$x(t)$	相対変位ベクトル		相対変位ベクトルとその微分である
$y(t)$	出力		速度変位ベクトルで構成されるベクトル
$\{1\}$	$n \times 1$ の 1 のみで構成されるベクトル	d	推定値と測定値の誤差
\blacksquare	変数の推定値		

なお, 伝達関数 $G(s)$ の左下添え字は入力項を表し, 右下添え字が出力項を表す。その際, d : 外乱, D : 変位, a : 加速度, z : 状態を表し, 例えば, 外乱から変位までの伝達関数は ${}_dG_D(s)$ と表される。さらに, EID (変位を考慮した等価入力外乱) での変数は右下の添え字にさらに EID と記入し, EEID (絶対加速度を考慮した等価入力外乱) での変数は EEID と記入した。例えば, EID での外乱入力から変位までの伝達関数は ${}_dG_D(s).EID$ となる。なお, 例外として $G_o(s)$ はオブザーバの伝達関数を示す。

A NEW EQUIVALENT-INPUT-DISTURBANCE APPROACH FOR ACTIVE CONTROL OF BUILDINGS

Kou MIYAMOTO^{*1}, *Daiki SATO*^{*2} and *Jinhua SHE*^{*3}^{*1} Grad. Student, Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, M.Eng.^{*2} Assoc. Prof., FIRST, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.^{*3} Prof., Dept. of Mechanical Engineering, School of Engineering, Tokyo University of Technology, Dr.Eng.

This study presents a new control system, which is an extended EID (EEID) method, for active structural control (ASC) based on the equivalent-input-disturbance (EID) approach. This method considers both the absolute acceleration and relative displacement of a building. In the last few decades, some advanced control methods are also applied for ASC. Suppressing absolute acceleration is important to protect properties and people from a large earthquake. However, conventional EID control method only considered the relative displacement but not absolute acceleration. In contrast, EEID considers both the absolute acceleration and the displacement.

Section 2 explains the EEID and EID method. This section shows the whole EEID control system, and how to calculate an EEID of a system.

Section 3 considers the transfer function of EEID from the disturbance input channel to the state of the control system. This section shows the EEID system has two control parts, which are the feedforward and feedback control parts. The feedforward part consists of the observer and the low-pass filter and the feedback control part consists of the feedback controller gain and the control input matrix.

Section 4 uses a single degree-of-freedom shear building model to compare the control performance of EID and EEID for a displacement and an absolute acceleration. This section explains that the observer gain of EID only adjusts the constant term of the transfer function of the disturbance to the displacement. In contrast, the observer gain of EEID not only influences the constant term but also the dynamic characteristic term.

Section 5 shows the results of numerical examples. This section uses three models that ordinal frequencies are 0.5, 1.0 and 2.0 Hz to demonstrate the validity of EEID. The results show that the control performances for absolute acceleration of NC, FB, EID and EEID are almost all the same especially for low frequency. In contrast, the results of the frequency responses for the transfer function from the disturbance to the displacement shows that the control performance for displacement of EEID is much better than that of the NC, FB and EID. There is a trade-off between the absolute acceleration and the displacement in addition to the control performance for absolute acceleration of the EEID being the same as the EID. However, despite this, the control performance for the displacement of the EEID is much better than that of the EID.

Section 6 is the conclusion of this paper. The advantages of EEID are as follow:

- 1) EEID consists the two control parts, which are the feedforward and feedback control parts. Thus, the control performance for displacement of EEID is much better than that of the conventional feedback control system.
- 2) The observer gain of EEID adjusts not only the constant term but also the dynamic characteristic term in the transfer function from the disturbance to the displacement. Thus, the control performance for displacement of EEID is much better than that of the EID.
- 3) There is a trade-off between the control performance for the absolute acceleration and the displacement. The control performance for displacement of EEID is much better than that of the EID while the control performance for absolute acceleration of EEID is the same as the EID.

(2018年7月10日原稿受理, 2018年11月20日採用決定)