

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題(和文)	5A1 対偶すき間を有する平行ロボットにおける対偶作用力モデルに基づく運動誤差の高速計算法
Title(English)	High-speed computational method of parallel robot's motion error caused by joint clearance based on joint force model
著者(和文)	大野真澄, 武田行生
Authors(English)	Masumi Ohno, YUKIO TAKEDA
出典(和文)	第23回ロボティクスシンポジウム講演論文集, , ,
Citation(English)	, , ,
発行日 / Pub. date	2018, 3

# 対偶すき間を有するパラレルロボットにおける 対偶作用力モデルに基づく運動誤差の高速計算法

大野 真澄<sup>\*1</sup>, 武田 行生<sup>\*2</sup>

## High-speed computational method of parallel robot's motion error caused by joint clearance based on joint force model

Masumi OHNO<sup>\*1</sup> and Yukio TAKEDA<sup>\*2</sup>

<sup>\*1,2</sup> Department of Mechanical Engineering, Tokyo Institute of Technology  
2-12-1 Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8552, Japan

This paper proposes a method to compute positioning error of a parallel mechanism having passive spherical joints with clearances in motion without numerical integration nor iterative calculation. A model of passive spherical joints, in which the relationship between the relative displacement between the joint elements and the joint force obtained without taking into consideration the clearance is defined, is presented. Based on this model and the principle of virtual work, a procedure to calculate the output position error caused by joint clearance is proposed. Experiments for Delta parallel robot with joint clearance were conducted to evaluate the effectiveness of the proposed method comparing the measured output position error with the computational results. The applicability of the proposed method was discussed with a time variable for the relative displacement of the joint elements to converge, when the joint reaction force changes, defined as stabilization time. An index, representing an approximation of the stabilization time, was defined under consideration of rebounding and sliding motions between joint elements which is useful in the checking the applicability of the proposed method.

**Key Words** : Kinematic sensitivity, Parallel mechanism, Rattling of joint clearance, High-speed computation, Stabilization time.

### 1. 緒 言

パラレルロボットは高速な位置決め動作を繰り返し行うため、ロボット内の受動対偶が摩耗してすき間が発生すると出力運動の誤差や振動的な挙動が生じる。これに対し、実際に存在する対偶すき間の大きさとその影響を予測して悪影響が出ないように軌道設計を行うことを考える。これを可能とするためには、対偶すき間によって生じる出力運動の誤差を高精度に計算する手法が必要である。

パラレル機構の対偶のすき間を考慮した挙動の解析に関する従来の研究では、すき間を有する対偶の対偶素に作用する力をモデル化し、運動方程式から得られた加速度を逐次積分する手法が広く用いられ、平面機構<sup>(1)</sup>や空間機構<sup>(2)</sup>ともに複数のモデルによる手法が提案されている。これらの手法

は、すき間による挙動を精度よく計算できるが、すき間の大きさがリンク長に対して小さいため、対偶素の接触状態が高い頻度で変化し、数値積分における時間ステップを小さくしなければならず、膨大な計算資源が要求される。一方、すき間を有する対偶における対偶素の接触を仮定し対偶作用力と接触点のモデルを与える手法<sup>(3)</sup>が提案されている。この手法は運動方程式の数値積分を必要としないが、すき間を有する対偶素同士の接触点の位置を反復計算により求めている。また、静力学の範囲において、出力リンクのみに外力が作用する場合の出力変位誤差を求める手法が提案されている<sup>(4)</sup>。

運動加速度が著しく変化する場合、対偶すき間の影響により、対偶素同士が分離・衝突を繰り返して振動的な挙動を示すが、この挙動は極めて複雑であり、解析的に求めることは困難である。また、産業的な応用面からは、このような挙動は好ましくない。そこで、本研究では、機構内に対偶すき間がないとして運動方程式を解いて求められる

<sup>\*1</sup> 東京工業大学, 工学院, 機械系 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1) ohno.m.ad@m.titech.ac.jp

<sup>\*2</sup> 東京工業大学, 工学院 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1) takeda@mech.titech.ac.jp

対偶作用力に基づいてすき間を有する対偶の対偶素間の相対誤差を表すモデルを提案し、パラレルロボットが運動しているときの各時刻での出力変位誤差を導出する手法を提案する。そして、対偶素同士の分離・衝突に基づく振動的な挙動が減衰するまでの時間を対偶素の滑りおよび跳ね返りに着目した単純なモデルに基づいて求め（これを安定化時間と呼ぶ）、これを提案手法による誤差解析の精確性の指標として提案し、本手法の適用範囲について検討を加える。

本研究では、図1に示す3自由度並進パラレルロボット（デルタロボットと呼ぶ）を用いる。

## 2. 運動時の出力誤差解析<sup>(5)</sup>と実験的検討

対偶すき間によって生じる対偶素の相対誤差と対偶作用力の関係を次式で近似する。

$$\delta_{i,j,k} = -c_{i,j,k} \frac{F_{i,j,k}}{\left| F_{i,j,k} \right|} \quad (1)$$

ここで、 $c_{i,j,k}$ は各対偶のすき間の大きさを、 $F_{i,j,k}$ は全対偶にすき間がないときの対偶作用力を、 $\delta_{i,j,k}$ は対偶素間の相対変位を表す。式(1)は、対偶素は常に接触し、接触点は対偶作用力の作用線と摺動面の交点に一致するという仮定に基づいている。対偶素間の相対変位  $\delta_{i,j,k}$  を誤差とみなし、これに関するヤコビ行列を作用させることで、出力変位誤差を導出することができる。対偶作用力は、逆動力学により、ヤコビ行列は幾何学的条件から求められるため、本提案手法において出力誤差の導出には反復計算や数値積分を必要としない。

次に提案した出力誤差解析手法の妥当性を評価するため、デルタロボットにある目標軌道を与え動かした際の、出力リンクの誤差を本手法および実験によって求め比較する。実験においては摩擦によって過大なすき間を有する球対偶および製造されたばかりのすき間が理想的に小さい球対偶を用いる。ロボットは実験ごとに分解組み立てを繰り返して12個の球対偶をそれぞれ変更する。全て理想的な球対偶を用いる場合 (Case 1)、0.4 mm 以下の大きさのすき間を有する球対偶を用いる場合 (Case 2)、0.9 mm 以下の大きさのすき間を有する球対偶を用いる場合 (Case 3)の計 3 通りの実験を行なった。本手法による出力誤差は、対偶ごとに測定したすき間の大きさを用いて計算した。実験では、エンドエフェクタの加速度を測定してこれを数値 2 階積分することにより変位を求め、目標

変位との差を誤差とした。積分により出力誤差を求めるため、出力誤差の相対値のみが比較可能である。エンドエフェクタ上の出力点 P を水平  $x$  軸方向に動かす直線軌道を用い、正方向に動かす場合 (軌道 1) と負方向に動かす場合 (軌道 2) の実験を行った。高精度に出力誤差の比較を行うため、運動方向以外の  $y, z$  成分を検討対象とした。図2に提案手法により求められた出力誤差を、図3に実験によって求められる出力誤差をそれぞれ示す。図2および図3は、一例として、軌道1を用いた場合の  $z$  成分の出力誤差を示す。図3は、作用力の急激な変化に伴って、対偶すき間による出力誤差が変化する現象が実験的に確かめられたことを示している。実験および解析によって得られた出力誤差を比較するため、図2および図3において、

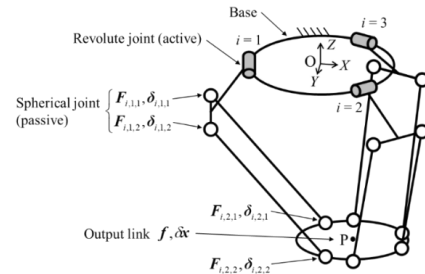


Fig. 1 Kinematic diagram of DELTA robot mechanism

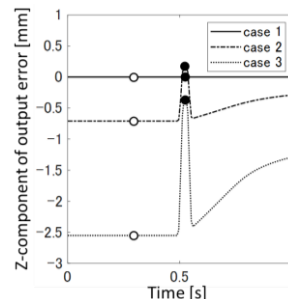


Fig. 2 Simulated output error

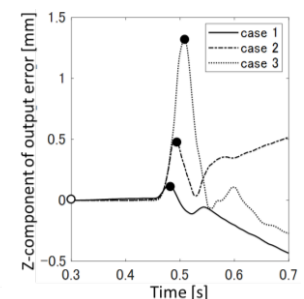


Fig. 3 Experimental output error

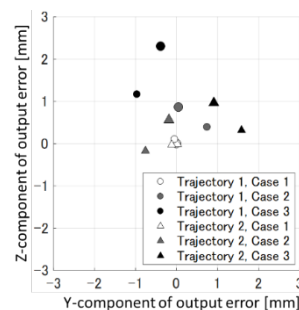


Fig. 4 Comparisons of output error. The larger and smaller marker represent simulated and experimentally measured error.

時刻  $t=0.50\text{ s}$  に最も近い極値 (図中黒丸印で示す) と  $t=0.3\text{ s}$  の取る値 (図中白丸印で示す) の差に着目する. これらは, 静止時に対する加速時の出力リンクの相対誤差と見ることができる. この差を軌道および用いた対偶すき間の大きさの組み合わせごとにまとめた結果を図 4 に示す. 同図より, 実験と理論の解析結果を比較すると, 運動誤差の改善に向けて, 実験結果と傾向の一致する解析が行えたことが分かる. 出力誤差の大きさについては, 理論による値の方が, 実験による値よりも大きく表れる傾向があることが分かる. これは, 対偶素の衝突や滑り運動によって, すき間を有する対偶の対偶素の相対変位が式(1)のモデルによって示す接触点まで到達しなかったことが考えられる.

### 3. モデルの適用範囲の検討

**3-1 安定化時間** 第 2 章の式(1)で示した, 対偶すき間と変位誤差の関係のモデルは, 対偶作用力が変化するときすき間を有する対偶に生じる不規則な振動を無視して与えたものであるが, この収束に要する時間が軌道の時間スケールに対して大きい場合, 計算された出力誤差は不正確な値となってしまう. この振動の収束に要する時間の大きさは, 計算された出力誤差の精確さを示す指標となると考えられる. そこで, 機構の加速度をステップ的に変化させたときから, すき間を有する対偶の相対変位が一点に収束するのに要する時間を安定化時間として定義する. すき間を有する対偶ごとに, 対偶素の 2 体運動のモデルを構築し, 安定化時間の近似値を導出する. 以降の解析では, 次の条件を仮定する.

- (1) 2 体には, すき間がないとして運動方程式を解いて求められる対偶作用力とすき間の存在による対偶作用力の増加分のみが作用し, 前者の作用力は常に一定であるとする.
- (2) 2 体はともに質点とみなす.
- (3) 対偶素の衝突は瞬間的で, 反発係数  $e$  の非弾性衝突と考える.

これらの仮定から, 対偶素の相対変位の軌跡は同一平面に含まれることが導かれる. その平面上で表される対偶素の相対変位の軌跡を図 5 に示す. 図 5 において, 円の半径  $c_{i,j,k}$  は対偶の半径すき間を,  $F_{i,j,k}$  および  $F'_{i,j,k}$  は変化前後の対偶作用力をそれぞれ表す. 対偶素の相対変位は円内部の点を取りうる. 円の中心を原点, 対偶素の相対加速度と垂直な向きを始線として, 極座標系を定める. す

き間を有する対偶の相対運動は対偶素の分離・衝突を繰り返す ①跳ね返り運動, および対偶素が連続的に接触する ②滑り運動に分類される. 図 5 に示す対偶素の相対変位の軌跡のように, 機構の加速度が変化したとき, ①→②の順もしくは②のみの運動をする. 跳ね返り運動および滑り運動に要する時間をそれぞれ  $t_{\text{bound}}$ ,  $t_{\text{slide}}$  とすれば, 安定化時間は次式(2)で表される.

$$t_{\text{total}} = t_{\text{bound}} + t_{\text{slide}} \quad (2)$$

滑り運動のみをするときは,  $t_{\text{bound}} = 0$  となり, すなわち  $t_{\text{total}} = t_{\text{bound}}$  となる.

### 3-2 すき間を有する対偶の跳ね返り運動

本節では, 跳ね返り運動に要する時間  $t_{\text{bound}}$  を導出する. 仮定(1)から, 対偶素は分離時, 一定の相対加速度で運動する. このモデルに基づき, 対偶素が接触し速度 0 となっているときを初期値として, 跳ね返りが生じなくなるまでの時間を解析する. ここで  $\theta_0$  ( $-\pi/2 \leq \theta_0 \leq \pi/2$  とする) によって極座標の偏角の初期値を表すことにすると,  $\theta_0 = 0\text{ rad}$  および  $\theta_0 = \pi/2\text{ rad}$  のときの  $t_{\text{bound}}$  はシミュレーションを行わずとも次式で与えられる.

$$\begin{cases} t_{\text{bound}}|_{\theta_0=0} = 0 \\ t_{\text{bound}}|_{\theta_0=\frac{\pi}{2}} = (h + 2eh + 2e^2h + 2e^3h + \dots) = \frac{1+e}{1-e}h \end{cases} \quad (3)$$

ここで  $h$  は, 対偶素が最初の衝突を行う時刻を表し, 次式(4)で表される.

$$h = 2 \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|}} \quad (4)$$

$-\pi/2 \leq \theta_0 \leq 0$  のとき, 跳ね返り運動は生じないため,  $t_{\text{bound}} = 0$  である.  $0 \leq \theta_0 \leq \pi/2$  においてシミュレー

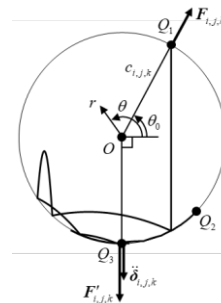


Fig. 5 Relative motion between joint elements

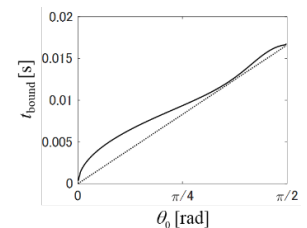


Fig. 6 Simulated  $t_{\text{bound}}$  ( $e = 0.3$ , solid line)

Table 1 Parameters used in simulations

$\ \ddot{\delta}_{i,j,k}\ $ [ $\text{m/s}^2$ ]	15
$c_{i,j,k}$ [mm]	0.3

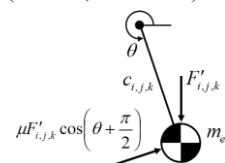


Fig. 7 One-dimensional pendulum model

シジョンを行って得た  $t_{\text{bound}}$  と  $\theta_0$  の関係を図 6 に示す. シミュレーションに用いた諸元を表 1 に示す.  $t_{\text{bound}}$  の値は  $\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$  の平方根に反比例し  $\theta_0$  の平方根に比例する. 結局グラフの波形を決定するのは反発係数  $e$  のみである. 図 6 から分かるように  $t_{\text{bound}}$  は,  $\theta_0 = 0 \text{ rad}$  から  $\theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$  まで, 単調増加する傾向があるため,  $t_{\text{bound}}$  を次式で近似することにする.

$$t_{\text{bound}} \approx \frac{2\theta_0}{\pi} t_{\text{bound}} \Big|_{\theta_0=\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{\pi} \frac{1+e}{1-e} \theta_0 \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|}} \quad (5)$$

この近似式は, ロボットの軌道に依存する変数  $\ddot{\delta}_{i,j,k}$ ,  $\theta_0$ , 反発係数  $e$ , すき間の大きさ  $c_{i,j,k}$  によって表されることが分かる.

**3・3 すき間を有する対偶の滑り運動** 本節では, 対偶素が滑り運動し始めてから静止するまでの時間  $t_{\text{slide}}$  を求める. まず力学系を構築する. 対偶素の滑り運動はすき間の大きさが機構定数に対して十分に小さいと仮定すると平面内で起こるため, 図 8 で示すような一次元振り子運動としてモデル化される. 対偶素の滑り摩擦を考慮して, 運動方程式を立てると次式(6)のようになる.

$$m_e c_{i,j,k} \ddot{\theta} + \mu F'_{i,j,k} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \text{sgn } \dot{\theta} + F'_{i,j,k} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (6)$$

ここで  $m_e$  は対偶作用力方向における機構の等価質量を,  $F'$  は対偶作用力を,  $\mu$  は摩擦係数を,  $c_{i,j,k}$  はすき間の大きさをそれぞれ表す. 仮定(2)より, 対偶作用力  $F'$  は定数であるから, 式(7)の三角関数を  $\theta$  について線形化すれば, 静止するまでの時間  $t_{\text{slide}}$  の最大値  $\bar{t}_{\text{slide}}$  は次式(7)によって近似される.

$$\bar{t}_{\text{slide}} \approx \frac{\pi^2}{2\mu} \sqrt{\frac{m_e c_{i,j,k}}{F'_{i,j,k}}} \quad (7)$$

$\bar{t}_{\text{slide}}$  は  $\theta$  の初期値が 0 のときの  $t_{\text{slide}}$  の値である. 仮定(2)より  $F'_{i,j,k} = m_e \|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$  を用いると,

$$\bar{t}_{\text{slide}} \approx \frac{\pi^2}{2\mu} \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|}} \quad (8)$$

である. 以上をまとめ, 安定化時間の近似値  $t_{\text{total}}^*$  を次式(9)で定義する.

$$t_{\text{total}}^* \equiv \max_{i,j,k} \left( \frac{4}{\pi} \frac{1+e}{1-e} R(\theta_0) + \frac{\pi^2}{2\mu} \right) \sqrt{\frac{c_{i,j,k}}{\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|}} \quad (9)$$

ただし,  $R(x) = \max(x, 0)$  はランプ関数である. 式(9)から分かる通り, 加速度が大きいほど, また, すき

間が小さいほど, 安定化時間は小さくなることが分かる. 軌道に特有の変数  $\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$  と  $\theta_0$  に着目すれば, 安定化時間を小さくする軌道を選択可能である. 実際に,  $\|\ddot{\delta}_{i,j,k}\|$  が種々に異なる条件下での実験を行って, 安定化時間  $t_{\text{total}}$  を求めたところ,  $t_{\text{total}}$  と  $t_{\text{total}}^*$  の間には正の相関があった.

## 4. 結 言

本研究では, 運動時のパラレルロボットにおいて, すき間を有する対偶の誤差を対偶作用力によってモデル化し, 数値積分や反復計算を必要とせず, 出力誤差の導出を近似的に行う手法を提案した. 本手法の適用範囲を検討するため, 導出された出力誤差の精度を決定する指標を提案した. 得られた結果を以下に記す.

- (1) ロボットの加速度が変化する時刻前後の出力誤差の相対ベクトルが実験と本手法による解析で十分に一致しており, 提案手法によってすき間と出力誤差の関係が定量的に評価できることを確認した.
- (2) 対偶すき間による振動の抑制および運動誤差の高速計算を可能とする軌道の選択のため, 加速度が変化したときに対偶素の相対変位が収束するのに要する時間を安定化時間として定義し, 軌道やすき間の大きさに対してその近似値を求める手法を提案した.

## 参 考 文 献

- (1) A. L. Schwab, J. P. Meijaard, P. Meijers, A comparison of revolute joint clearance models in the dynamic analysis of rigid and elastic mechanical systems, Mechanism and Machine Theory Vol.37 (2002), pp.895-913.
- (2) P. Flores, J. Ambrosio, J. C. P. Claro, H. M. Lankarani, Dynamics of multibody systems with spherical clearance joints, Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Vol.1(2006), pp.240-247.
- (3) 舟橋宏明, 武田行生, 川渕一郎, 対偶すき間を有する平面リンク機構の運動解析 (対偶素接触位置の反復修正による組織的変位解析), 日本機械学会論文集C編, Vol.62, No.597 (1996), pp.1951-1956.
- (4) C. Innocenti, Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints, Journal of Mechanical Design, Vol.124 (2002), pp.52-57.
- (5) 大野真澄, 武田行生, ダランベールの原理に基づく対偶すき間を有するパラレル機構の加減速時における出力誤差解析, 第 23 回日本 IFToMM 会議シンポジウム.