

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Numerical method for combined stochastic control and its application for mathematical finance
著者(和文)	家田雅志
Author(English)	Masashi Ieda
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10878号, 授与年月日:2018年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:中野 張,尾形 わかは,仙石 慎太郎,中丸 麻由子,二宮 祥一
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10878号, Conferred date:2018/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

(論文博士)

論 文 要 旨 (和文2000字程度)

報告番号	乙 第	号	氏 名	家田雅志
(要 旨) 本論文では複合確率制御問題に付随するHamilton-Jacobi-Bellman 擬変分不等式 (Hamilton-Jacobi-Bellman quasi variational inequality; HJBQVI)の数値計算手法、及び、その数理ファイナンスへの応用について論述する。ここでいう複合確率制御問題とは、系を記述する状態変数の従う確率微分方程式のドリフト係数・拡散係数を制御する通常確率制御と、状態変数そのものを変化させるインパルス制御の両方を含む制御問題である。これまでのHJBQVIに関する研究は、解の存在や一意性などの数学的性質について主に議論されており、具体的な解を求める場合には解析的手法でのアプローチが主流であった。一方で、数理ファイナンスなどの応用分野に現れるHJBQVIは解析的に解くことのできないものが多く、数値計算手法に対するニーズは極めて高い。本研究の第一の貢献点は、これまではなかった有限時間ホライズンでのHJBQVIに対する汎用的な計算手法を確立である。そして、数理ファイナンスでの応用例として、最適実行問題を取り上げ、解析的手法では最適戦略を得られない代わりに、従来よりも現実に近いモデルを構築し、上記の手法を応用して数値解を求めたことが、本研究の第2の貢献点である。 第1章では、確率制御、及び、インパルス制御に関して古典的なアプローチから概観する。本章の主要なトピックは (i) 動的計画原理を用いたHJB方程式・HJBQVIの導出、(ii) 価値関数に十分な滑らかさを仮定した上での、Verification Theoremの証明、である。インパルス制御に関しては、これらの事項を丁寧に取り扱った文献は著者の知る限りでは無いように見受けられる。また、以降のために粘性解の定義についても触れる。 第2章では、有限差分法を用いたHJBQVIの計算スキームを構築する。偏微分方程式の数値計算スキームは単調性・安定性・一致性を満たすことなどを条件に粘性解への収束が証明されており、本章の計算スキームもこれらを満たすことを示す。まずは、以降の証明の理解を助けるために、比較的シンプルである1次元HJB方程式に関して陽解法・陰解法の両方について証明過程を明記する。これらは既知の結果ではあるが、特に後者の陰解法について明確に証明を記述した文献を見つけることはできなかった。そして本題である多次元HJBQVIの陰解法について、離散化スキームが上記の3つの性質を満たすことを証明し、粘性解への収束を示す。 第3章では、第2章で構築したHJBQVIの計算スキームを具体的に解くためのアルゴリズムを提案する。第2章では離散化したHJBQVIの解の粘性解への収束に関して議論したが、本節では離散化したHJBQVIの解を如何にして求めるかについて議論する。本アルゴリズムを端的に述べると、離散化されたHJBQVIを等価な不動点問題へと変換し、政策反復法によって価値関数を求めるものである。これにより、これまでになかった特定のモデルに依存しない有限時間ホライズンでのHJBQVIの数値計算が確立される。そして、このアルゴリズムを用いた数値計算例として、最適森				

林収穫問題を考える。上記の問題は本来、解析的手法の適用可能な無限時間ホライゾンでのインパルス制御問題であるが、ある時刻での廃業を考慮すると解析解が得られなくなる。そこで、本アルゴリズムを適用して解を数値的に求める。その際、パラメーターセットを複数準備し、いずれの場合でも安定的に数値解が得られることを確認し、その計算結果が直感と矛盾のないものであることを示す。

第4章では、複合確率制御問題の数理ファンナンスへの応用例として、最適実行問題について議論する。最適実行問題とは、大口の売却あるいは購入注文を市場価格への影響を考慮しつつ効率的に処理する方法を模索する問題である。この問題に関しては複合確率制御を用いた定式化が行われることが多く、盛んに議論がなされている。本研究では、従来、決定論的な関数を用いて記述されていたマーケットインパクト発生後の価格回復を、より現実近づけるべく板のダイナミクスに注目し、マーケットインパクトに依存する発生強度を持つCox過程を用いた確率的な価格回復モデルを新たに導入する。これにより決定論的な価格回復モデルの下では解析的に得られていた最適実行戦略が求められなくなる。そこで、現れるHJBQVIを第3章と同様のアルゴリズムを用いて解くことで、最適実行戦略を数値的に求め、従来モデルでは決定論的であった実行戦略が、残存する注文数やマーケットインパクトからの回復状況の応じて動的に振る舞うよう変更されることを確認する。同時に、本研究の実務に於ける位置づけ、及び、現実への適用可能性について議論する。

備考：論文要旨は、和文2000字と英文300語を1部ずつ提出するか、もしくは英文800語を1部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(論文博士)

論文 要 旨 (英 文)

(300語程度)

(Summary)

報告番号	乙 第	号	氏 名	家田雅志
(要 旨) This work contributes the numerical analysis of the Hamilton-Jacobi-Bellman quasi-variational inequality (HJBQVI) associated with the combined stochastic control and its applications to mathematical finance. We first sketch stochastic control theory by the classical approach in Chapter 1. The key points of this chapter are the dynamic programming equation and the verification theorem. We also briefly mention the notion of viscosity solution which is related to the discussions in the following chapters. In Chapter 2, we construct an approximation scheme for the HJBQVI using the finite difference method. The key points of our scheme are: (i) we discretize the HJBQVI with the forward difference for the time grid; (ii) the impulse control part is kept in the same time step. We prove the monotonicity, the stability and the consistency of the scheme which are necessary for the convergence in the viscosity sense. We propose an algorithm to solve the finite time horizon HJBQVI in Chapter 3. We focus on how to solve the discretized HJBQVI while we discuss its convergence in Chapter 2. The discretized HJBQVI is converted into an equivalent fixed point problem and is solved by the policy iteration. We provide a detailed procedure for the algorithm in matrix form for the sake of easy implementation. The optimal forest harvesting over finite time horizon is described as an example applied this algorithm. An application of the combined stochastic control to the mathematical finance is discussed in Chapter 4. We investigate the optimal execution problem which seeks the optimal way to liquidate or acquire a large asset position. It is a trade-off between the fast trade facing the market impact risk and slow trade being exposed the risk that the price change due to the course of time. Using our novel algorithm, we seek the optimal execution strategy. Our execution strategy includes both of the limit and market orders and behaves dynamically reflecting on the price recovery from the market impact.				

備考：論文要旨は、和文2000字と英文300語を1部ずつ提出するか、もしくは英文800語を1部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).