

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Numerical method for combined stochastic control and its application for mathematical finance
著者(和文)	家田雅志
Author(English)	Masashi Ieda
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第10878号, 授与年月日:2018年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:中野 張,尾形 わかは,仙石 慎太郎,中丸 麻由子,二宮 祥一
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第10878号, Conferred date:2018/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

報告番号	乙 第 号	学位申請者	家田雅志	
論文審査員	氏 名	職 名	氏 名	職 名
	中野 張	准教授	中丸麻由子	准教授
	二宮 祥一	教授		
	尾形わかは	教授		
	仙石 慎太郎	准教授		

本論文は「Numerical method for combined stochastic control and its application for mathematical finance(複合確率制御に対する数値計算法と その数理ファイナンスへの応用)」と題し、複合確率制御問題に付随する Hamilton-Jacobi-Bellman 擬変分不等式 (Hamilton-Jacobi-Bellman quasi variational inequality; HJBQVI)の数値計算法、及び、その数理ファイナンスへの応用について論述したもので、英文で6つの章から構成されている。

序章「Introduction」では、複合確率制御問題に関する既存研究を数理ファイナンス及び数値計算の視点から俯瞰している。次に上記を踏まえて、本論文の貢献について、数値計算法の提案と数理ファイナンスへの応用の2点から述べている。最後に、本論文の構成について纏めている。

第1章「Stochastic Control Problem」では、確率制御、及び、インパルス制御に関して古典的なアプローチから概観している。はじめに、確率制御に関して動的計画原理を用いて HJB 方程式を導出し、価値関数に十分な滑らかさを仮定した上で Verification Theorem を証明している。次に、インパルス制御について同様に HJBQVI の導出及び Verification Theorem の証明が行われているが、動的計画原理から HJBQVI の導出を陽に記した研究論文は他に見受けられない。続いて、確率制御とインパルス制御の両方を採用する複合確率制御について HJBQVI の導出及び Verification Theorem の証明が行われ、最後に、次章以降の準備として粘性解の定義が述べられている。

第2章「Convergence Proof of Finite Difference Scheme for Hamilton-Jacobi-Bellman equations」では、有限差分法を用いた HJBQVI の計算スキームを構築している。偏微分方程式の数値計算スキームは単調性、安定性、一致性を満たすことなどを条件に粘性解への収束が証明されており、本章の計算スキームもこれらを満たすことを示している。まずは、以降の証明の理解を助けるために、比較的シンプルである1次元 HJB 方程式に関して陽解法及び陰解法の両方について証明過程が明記されている。特に後者に関しては既知の結果として取り扱われることが多いが、その証明を明記した文献は見られない。続いて本題である多次元 HJBQVI の陰解法について、離散化スキームが上記の3つの性質を満たすことを証明し、粘性解への収束が示されている。

第3章「Implementation of Numerical Algorithm for Hamilton-Jacobi-Bellman Quasi-Variational Inequalities」では、第2章で構築された HJBQVI の計算スキームを具体的に解くためのアルゴリズムが提案されている。第2章では離散化した HJBQVI の解の粘性解への収束に関する議論がなされたが、本節では離散化した HJBQVI の解を如何にして求めるかについて議論されている。このアルゴリズムは離散化された HJBQVI を等価な不動点問題へと変換し、政策反復法によって価値関数を求めるものであり、これにより、これまでになかった特定のモデルに依存しない有限時間ホライズンでの HJBQVI の数値計算が確立されている。そして、このアルゴリズムを用いた数値計算例として、最適森林収穫問題を取り上げ、複数のパラメータセットのいずれの場合でも安定的に数値解が得られることを確認し、その計算結果が経験則と矛盾のないものであることが示されている。

第4章「Optimal Execution Problem」では、複合確率制御問題の数理ファイナンスへの応用例として、最適執行問題についての議論が展開されている。最適執行問題とは、大口の売却あるいは購入注文を市場価格への影響(マーケットインパクト)を考慮しつつ効率的に処理する方法を模索する問題である。本論文では、既存研究において決定論的な関数を用いて記述されていたマーケットインパクト発生後の資産価格回復効果を、より現実に近づけるべく板のダイナミクスに注目し、Cox 過程を用いた確率的な価格回復モデルが新たに導入されている。さらに、従来研究で採用されてきた成行注文(即時執行、ただし、価格指定不可)に加

えて、指値注文(価格指定可能、ただし、執行は相対成行注文の到着時)が新たに有効化されている。成行注文はインパルス制御、指値注文は確率制御としてモデル化されるため、問題は複合確率制御として定式化される。ここに現れる HJBQVI を第3章と同様のアルゴリズムを用いて解くことで、最適執行戦略を数値的に求めている。得られた最適執行戦略より、(i)従来モデルでは決定論的であった執行戦略が、残存する注文数やマーケットインパクトからの回復状況の応じて動的に振る舞うよう変更されること、(ii)指値注文の有効化により執行パフォーマンスが改善すること、が確認されている。

最終章「Conclusion」では、本論文を総括し、第2章における HJBQVI に関する数値計算スキームの提案、第3章における当該スキームを具体的に解くための数値計算アルゴリズムに関する議論、そして、第4章における数理ファイナンスへの応用例である最適執行問題に対して提案アルゴリズム適用によって得られた知見について端的に述べている。

以上をまとめると、本論文は複合確率制御問題に対して新しい数値計算手法を提案し、その数学的正当性と応用上の有用性を示したものであり、工学の発展に寄与する知見を含んでいる。ゆえに本論文は博士(工学)の論文として十分な価値があるものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ (T2R2) にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。