

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	Rasmussen-Tamagawa予想のDrinfeld加群類似
Title(English)	A Drinfeld module analogue of the Rasmussen-Tamagawa conjecture
著者(和文)	奥村喜晶
Author(English)	Yoshiaki Okumura
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11035号, 授与年月日:2019年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:田口 雄一郎,加藤 文元,内藤 聡,鈴木 正俊,馬 昭平
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11035号, Conferred date:2019/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名		奥村 喜晶	
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名	
	主査	田口 雄一郎	教授	審査員	馬 昭平	准教授	
	審査員	加藤 文元	教授				
		内藤 聡	教授				
		鈴木 正俊	准教授				

論文審査の要旨（2000 字程度）

Drinfeld 加群は楕円曲線の函数体類似として 1974 年頃 V. G. Drinfeld により定義され、函数体上の $GL(2)$ に対する Langlands 予想を証明するために有効に用いられた。数論に於いて、代数体と函数体の類似はよく知られており、この類似を辿って多くの重要な結果が証明されている。2008 年、C. Rasmussen と玉川安騎男は、代数体上のアーベル多様体であって特殊な ℓ 等分点構造を持つものについての非存在性予想を提唱した。これは、その重要性に鑑み、今日 Rasmussen-Tamagawa 予想（以下「RT 予想」）と呼ばれている。この予想は一般 Riemann 予想（GRH）の仮定の下では Rasmussen-Tamagawa により一般に証明されているが、GRH を仮定しないと幾つかの特別な場合を除き知られていない。そこでこの問題の函数体版を考察するのは自然な問題である。本論文に於いて奥村氏は、1 次元のアーベル多様体である楕円曲線の函数体類似である Drinfeld 加群に対してこの様な予想を定式化し、それを完全に解決した。即ち、有理整数環 $\mathbf{Z}$ の代りに有限体上の多項式環 $A = \mathbf{F}_q[t]$ を、有理数体 $\mathbf{Q}$ の代りに有理函数体 $F = \mathbf{F}_q(t)$ を考える。 K を F の有限次拡大とする。 K 上の Drinfeld 加群 ϕ であって Rasmussen-Tamagawa 型の条件 (RT) を満たすものを考える。自然数 r を固定し、 π を A のモニック既約元とする。このとき、Drinfeld 加群に対する RT 予想とは、 π の次数が十分大ならば、 K 上の階数 r の Drinfeld 加群であって条件 (RT) を満たすものは存在しない、という主張である。本論文に於ける主結果は：(1) r が K/F の非分離次数を割らないならば RT 予想は正しい、(2) r が K/F の非分離次数を割るならば RT 予想には反例がある、(3) $\pi = t$ かつ $r > 1$ のときは条件 (RT) を満たす K 上の階数 r の Drinfeld 加群の同型類が無数個存在する、の三つであり、これらにより RT 予想の Drinfeld 加群類似は完全に解決された。さらに本論文では、この予想のより強い形 (uniform 版) も証明されている。

第一章 “Introduction” では本論文の主結果と意義が手際良く解説されている。

第二章 “Preliminaries” では、函数体の算術に於ける基本設定や Drinfeld 加群の定義と基本性質、及びそれに伴うガロア表現、Tate 一意化、円分理論、等を復習している。

第三章 “Rasmussen-Tamagawa type conditions” ではオリジナル版の RT 予想を考える動機やその定式化を復習した後、その Drinfeld 加群類似を定式化している。

第四章 “Inertia action on torsion points” は、主定理の証明の鍵の一つとなる “tame inertia weight” の概念を復習し、その基本性質を研究している。特に、半安定還元を持つ Drinfeld 加群の等分点への tame inertia weight を決定し、これを用いて、主結果 (1) の一部をやや一般化した形で証明している。

第五章 “Observations at places with small degree” では「効果的 Chebotarev 密度定理」を応用して、主結果 (1) の残りの部分を証明している。

第六章 “Comparison with number field case” では、Drinfeld 加群に対する RT 予想に於いてはオリジナル版の RT 予想とは極めて対照的な、病理的な現象が起こる事を、実際に具体例を構成して示している。即ち、階数 r が K/F の非分離次数を割る場合には、条件 (RT) を満たす Drinfeld 加群が常に存在する事が証明されている。

以上、本論文では数論に於いて重要な予想である Drinfeld 加群に対する RT 予想を完全解決したという決定的な結果が得られており、理学上の貢献は大である。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分な価値があるものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。