

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	圧縮性粘弾性流体方程式の解の長時間挙動に関する研究
Title(English)	Study on the large time behavior of solutions of compressible viscoelastic system
著者(和文)	石垣祐輔
Author(English)	Yusuke Ishigaki
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11867号, 授与年月日:2021年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:隠居 良行,柳田 英二,利根川 吉廣,川平 友規,小野寺 有紹
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11867号, Conferred date:2021/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

系・コース： Department of, Graduate major in	数学 数学	系 コース	申請学位 (専攻分野)： 博士 Academic Degree Requested Doctor of	(理学)
学生氏名： Student's Name	石垣 祐輔		指導教員 (主)： Academic Supervisor(main)	隠居 良行 教授
			指導教員 (副)： Academic Supervisor(sub)	

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

本論文は、圧縮性粘弾性流体の運動を記述する非線形偏微分方程式の解の長時間挙動を考察したものである。圧縮性粘弾性流体とは、固体のもつ弾性力を取り入れた圧縮性粘性流体であり、その運動を記述する方程式系は圧縮性 Navier-Stokes 方程式と変形テンソルを未知関数とする輸送方程式を連立したもので構成される。

第 1 章では圧縮性粘弾性流体方程式の解の数学解析に関する背景と先行研究を通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式との比較を取り入れつつ論じる。そして本論文の主結果とその証明の概略を簡潔に説明する。

第 3 章では全空間における初期値問題を考察し、静止状態周りの解の L^p ノルムの減衰評価を導出した。特に、拡散、音波、弾性せん断波の三者の相互作用により現れる拡散波の影響で、解の L^p ノルムは p が 2 より大きければ、通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式の場合より早く減衰することを示した。先行研究では Hu-Wu(2013)や Li-Wei-Yao(2016)などの結果があり、 p が $2 \leq p < \infty$ であれば解の L^p ノルムの減衰レートは少なくとも熱方程式の解より遅くないことが示されていた。一方、弾性がない状況においては、Hoff-Zumbrun(1995)により、音波と粘性拡散の相互作用により現れる拡散波の影響により、解の L^p ノルムの減衰レートは $1 \leq p < 2$ のとき熱核より遅く、 $2 \leq p < \infty$ のとき熱核と同等であることが示されていた。以上の結果を背景に、著者は弾性せん断波の出現により、音波と粘性拡散が相互に作用して、どのように数学構造が変化するか調べた。静止状態まわりの線形化問題の解公式を導出することにより、通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式の場合と違い、速度場の非圧縮部分が弾性せん断波と粘性拡散の相互作用により現れる拡散波の性質を持つことを示した。次いで、静止状態まわりの非線形問題を考察する。まず、質量保存を表す密度と変形テンソルに依存する非線形の束縛条件を線形にする非線形変換を導入し、非線形問題に対する積分方程式を介した線形化解析を有効にした。次いで、解を cut-off 関数で高周波-低周波分解し、Fourier 乗法作用素の理論とエネルギー法を駆使して非線形相互作用を精密に評価することにより、解の L^p ノルムの減衰レートを $p=1$ の場合を除いて導出した。

第 4 章では、層状領域の間に流れる定常平行流の安定性を考える。まず、非有界方向に作用する定常外力に時間無限大で指数関数的に収束する非定常外力に対し、非自明な流れの一種である非定常平行流が現れることを証明した。さらに、非定常平行流は長時間経過すると弾性力による反作用が働いて初期位置より変位して止まることを示した。特に、非定常外力が時間無限大で指数減衰する場合、非定常平行流は変位 0 にあたる自明な静止状態に収束し、弾性力で元の位置にはねもどる粘弾性流体特有の物理現象を数学的に記述する結果を与えている。次いで非定常平行流の安定性を周期境界条件の下で考察した。非定常平行流との摂動をエネルギー法で精密に評価することにより、弾性パラメータが十分大きく、Reynolds 数と Mach 数が小さければ平行流は指数安定であることを示した。非自明な流れの安定性の先行研究については、非圧縮性粘弾性流体方程式に対して Endo-Giga-Götz-Liu(2017)による平行流の安定性の結果が知られていたが、圧縮性に対しては著者の結果が初めてのものである。また、上記の結果は、通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式にない弾性力の影響を記述する興味深い現象の 1 つを与えている。実際、弾性パラメータ 0 にあたる通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式の場合では、非自明定常外力を与えると、速度場が 0 ではない定常平行流が発生し、Reynolds 数と Mach 数が小さければ安定であることを Kagei(2011)が示しているが、著者は弾性力の影響を強くすれば流れのない静止状態が安定となることを示し、弾性の効果によって、解の長時間挙動は通常の圧縮性 Navier-Stokes 方程式の場合と異なることを証明した。

第 5 章では、層状領域の間に流れる時間周期平行流の安定性を考える。非有界方向に一樣に作用する時間周期的な外力に対し、時間周期平行流が発生することを示した。次いで時間周期平行流の安定性を周期境界条件の下で考察する。時間周期平行流との摂動が満たす方程式系は時間周期的変数係数を持つ線形化作用素を含んでいるため、摂動を時間周期平行流の時空間一様な評価と前章で用いたエネルギー法を組み合わせて評価することにより、Reynolds 数と Mach 数が小さく、弾性パラメータが大きければ時間周期平行流は指数安定であることを示した。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

系・コース： Department of, Graduate major in	数学 数学	系 コース	申請学位 (専攻分野)： 博士 Academic Degree Requested Doctor of	(理学)
学生氏名： Student's Name	石垣 祐輔		指導教員 (主)： Academic Supervisor(main)	隠居 良行 教授
			指導教員 (副)： Academic Supervisor(sub)	

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

This thesis is concerned with a system of nonlinear partial differential equations describing a motion of compressible viscoelastic fluid. We investigate the large time behavior of solutions around a motionless state or parallel flows.

In Chapter 1, we explain the background and the known results for the mathematical study of the compressible viscoelastic fluids. We then state the main results of this thesis and its outline of the proof.

In Chapter 3, we consider the initial value problem in the three-dimensional whole space. We investigate the large time behavior of solutions around a motionless state, and obtain the L^p decay estimates of solutions for $1 < p \leq \infty$, provided that the initial data is sufficiently close to the motionless state. In addition, we clarify the diffusion wave phenomena caused by the interaction of three properties: sound wave, viscous diffusion and elastic shear wave, by showing that the L^p norm of the solution decays faster than that of the solution of the usual compressible Navier-Stokes equations in the case $p > 2$.

In Chapter 4 and Chapter 5, we consider the initial boundary value problem in an infinite layer. When the external force has a suitable form, the system has a stationary parallel flow or a time-periodic parallel flow. We show that if the initial perturbation is sufficiently small, the stationary parallel flow and the time-periodic parallel flow are asymptotically stable, provided that the Reynolds and the Mach numbers are sufficiently small, and the propagation speed of the shear wave is sufficiently large.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note: Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1 copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).