

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	クラスター代数に於ける擬Anosov性
Title(English)	Pseudo-Anosov properties in cluster algebras
著者(和文)	狩野 隼輔
Author(English)	Shunsuke Kano
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11863号, 授与年月日:2021年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:馬 昭平,遠藤 久顕,五味 清紀,KALMAN TAMAS,野坂 武史,寺嶋 郁二
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11863号, Conferred date:2021/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

系・コース： Department of, Graduate major in	数学 数学	系 コース	申請学位 (専攻分野)： 博士 Academic Degree Requested Doctor of	(理学)
学生氏名： Student's Name	狩野 隼輔		指導教員 (主)： Academic Supervisor(main)	馬 昭平
			指導教員 (副)： Academic Supervisor(sub)	

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

曲面の自己同相写像は、特別なものを除いて全て擬 Anosov なものとアイソトピックになっていることが知られている。したがって殆どの写像類は擬アノソフなもので代表されることになり、これらを擬アノソフ写像類と呼ぶ。この事実は Teichmüller 空間のコンパクト化への写像類の作用の力学的性質を用いた Nielsen と Thurston の分類理論として知られている。

一方 Teichmüller 空間論は Fomin と Zelevinsky によって創始されたクラスター代数の理論の一つの具体例を与えている。クラスター代数に於ける写像類はクイバーの変異ループと呼ばれる。近年、変異ループに対する Nielsen-Thurston 分類の類似が研究されていたが、擬アノソフ性の変異ループへの正確な一般化は未だ与えられていなかった。

本博士論文では、一般の変異ループに対して擬 Anosov 性の一般化として「符号安定性」という性質を導入し、これについて調べた。実際、点付き曲面の写像類を変異ループと思ったとき、それが擬 Anosov であることと符号安定であることが同値になることがわかった。符号安定性は擬 Anosov 同相写像が持つ幾何的な性質と、擬 Anosov 写像類の Teichmüller 空間の境界への作用の力学的な性質を組み合わせ的な性質として抽出したもので、今後応用していく上で非常に扱いやすい性質に還元されたと言える。

本論文は第 1 章の導入を除くと全 5 章から成る。第 2 章ではクラスター代数に纏わる諸概念を、後の章で議論を行い易くするために整理している。特に、クラスター代数は Fomin-Zelevinsky による用語と Fock-Goncharov による用語が広く用いられているが、本論文では両者から用語や記号を輸入し、変異ループを主眼として新しくクラスター代数の定義の一本の筋書きを与えた。第 3 章では擬 Anosov 性の組み合わせ的一般化として変異ループの符号安定性を導入した。変異ループはクラスター多様体と呼ばれる概形の自己双有理写像を誘導するが、この章では特に符号安定変異ループの誘導する自己双有理写像の代数的エントロピーが、ある実数の対数で与えられることを示した。この計算結果は、擬 Anosov 写像類の位相的エントロピーが伸縮因子と呼ばれる実数の対数で与えられることの類似となっている。従って先の実数をクラスター伸縮因子と呼ぶ。第 4 章ではまず境界の無い点付き曲面の写像類が、擬 Anosov であることと、一樣符号安定であることが同値であることを示した。一樣符号安定性は符号安定性の一種で、現段階では最も強い符号安定性のクラスである。また系として、代数的エントロピーと位相的エントロピーの一致が示された。さらにこの章では、可約写像類の還元をクラスター代数的に解釈しその応用として、境界を持つ点付き曲面の写像類の擬 Anosov 性を、弱い一樣符号安定性により特徴付けた。第 5 章では擬 Anosov 写像類の研究に古くから用いられてきたトレイントラックと呼ばれるグラフを、Goncharov-Shen によるポテンシャル関数のトロピカル化を用いてクラスター代数の言葉に翻訳した。さらに、擬 Anosov 写像類については特別なトレイントラックの分裂列が存在するが、それと変異ループの符号に具体的な関係を与えた。第 6 章では、クラスター代数の圏化である Ginzburg 微分次数付き代数の導来圏へ符号安定ループを持ち上げ、その圏論的エントロピーの計算を行った。圏論的エントロピーには新しい変数が含まれているが、この変数に依らず、クラスター伸縮因子の対数で与えられることがわかった。さらに、この導来同値が Fan-Filip-Haiden-Katzarkov-Liu による擬 Anosov 自己同値となるための十分条件を組み合わせたに与えた。特に擬 Anosov 写像類については、対応する導来同値が擬 Anosov であることがわかった。

本研究では、擬 Anosov 性に対し、符号安定性を通してその種々の特徴を持つために本来必要な性質を発見することができた。即ち、符号安定性にはその定義から階層があるが、その強さと擬 Anosov 写像類の特徴の関係を明らかにした。例えばエントロピーの計算可能性に関わる符号安定性は比較的弱い符号安定性で十分で、擬 Anosov 写像類で有った幾何的な性質を満たすには非常に強い符号安定性が必要であることがわかった。これらの発見は擬 Anosov 写像類を調べるだけでは発見することは不可能であり、本研究の大きな成果であると言える。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。
Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

系・コース： Department of, Graduate major in	数学 数学	系 コース
学生氏名： Student's Name	狩野 隼輔	

申請学位 (専攻分野)： Academic Degree Requested	博士 Doctor of	(理学)
指導教員 (主)： Academic Supervisor(main)	馬 昭平	
指導教員 (副)： Academic Supervisor(sub)		

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

Cluster algebras are at the center of research field initiated by Fomin-Zelevinsky. It is well-known that the theory of Teichmüller spaces gives a concrete example of cluster algebras. The cluster algebraic counterpart of a mapping class is called a mutation loop. In the theory of mapping class groups, pseudo-Anosov mapping classes is one of the most important subject to study.

In this thesis, we introduce a new property of mapping classes called sign stability. This property is defined by extraction the essence of geometric properties of pseudo-Anosov homeomorphisms and dynamical properties of pseudo-Anosov mapping classes as combinatorial ones. In fact, we prove that a mapping class is pseudo-Anosov if and only if it is sign-stable.

This thesis consisting of 5 chapters excepting for the introduction. In chapter 2, we give some notions of cluster algebras and mutation loops. In chapter 3, we introduce the sign stability of mutation loops and compute the birational automaps induced by a sign-stable mutation loop. In detail, a sign-stable mutation loop has a stretch factor like as pseudo-Anosov mapping classes, and the algebraic entropy is given by the logarithm of the stretch factor. In chapter 4, we prove the equivalence of pseudo-Anosovness and sign stability. Moreover, we translate the reduction of reduced mapping classes into the terminologies of cluster algebras, and applying it to the characterization of pseudo-Anosovness of mapping classes on marked surfaces. In chapter 5, we give a concrete relationship between the sequence of train track splits associated to pseudo-Anosov mapping classes and the stable sign. In chapter 6, we compute a categorical entropy of a lift of a sign-stable mutation loop to the autoequivalence of the derived category of the Ginzburg differential graded algebras. It is given by the logarithm of the stretch factor. Moreover, we give a combinatorial sufficient condition that the lift is pseudo-Anosov in the sense of Fan-Filip-Haiden-Katzarkov-Liu.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).