

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	A Study of Algebraic Real Translations of Cayley-Dickson Linear Systems and Signal Processing Applications
著者(和文)	溝口毅彦
Author(English)	Takehiko Mizoguchi
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11256号, 授与年月日:2019年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:山田 功,植松 友彦,府川 和彦,山口 雅浩,笠井 健太,湯川 正裕
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11256号, Conferred date:2019/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻： Department of	通信情報工学	専攻	申請学位 (専攻分野)： Academic Degree Requested	博士 Doctor of	(工学)
学生氏名： Student's Name	溝口 毅彦		指導教員 (主)： Academic Supervisor(main)	山田 功	
			指導教員 (副)： Academic Supervisor (sub)		

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

本論文は“A Study of Algebraic Real Translations of Cayley-Dickson Linear Systems and Signal Processing Applications (Cayley-Dickson 線形システムの実等価翻訳法と信号処理への応用に関する研究)”と題し、英文 9 章よりなる。

第 1 章 “Introduction (序論)” では、まず、超複素数のデータサイエンスや工学への応用可能性と超複素数の代数構造に潜む特異性について説明した後、本研究が対象とする Cayley-Dickson (C-D) 数体系での最適化、学習問題ならびに固有値問題を紹介している。次に、超複素数を多次元データの信号処理に効果的に応用を展開していくためには、これまで一部の超複素数体系 (実数、複素数、四元数) に限定して解明されてきた既存の線形代数的知見を一般の C-D 数体系に拡張する必要があると述べ、本研究の目的を明らかにしている。

第 2 章 “Preliminaries (準備)” では、代表的な超複素数体系である C-D 数の基本的な性質をまとめている。

第 3 章 “Cayley-Dickson Linear Systems and Algebraic Translations (Cayley-Dickson 線形システムと実等価翻訳法)” では、2 種類の同型写像を導入し、それらを組み合わせることによって、C-D 数で記述された全ての線形システムが等価な実線形システムに翻訳できることを示している。

第 4 章 “Hypercomplex Online Learning with Algebraic Translations (実等価翻訳法による超複素オンライン学習)” では、第 3 章で与えた等価翻訳法を C-D 線形システムのパラメータ推定問題に適用することにより、「C-D 数体系における適応射影劣勾配法」を提案している。提案法は超複素数体系における正規化最小平均二乗法、アフィン射影法等を特別な例として含む統一表現を与えているが、特に並列射影を採用したアルゴリズムが優れた収束性能を有することを数値実験で確認している。

第 5 章 “Hypercomplex Nonlinear Estimation with Kernels (カーネルを用いた超複素非線形推定)” では等価翻訳とカーネルトリックを組み合わせることにより、「C-D 数体系におけるカーネル適応射影劣勾配法」を提案している。提案法は C-D 数体系におけるカーネル正規化最小平均二乗法やカーネルアフィン射影法等、多くの新しいカーネル適応学習アルゴリズムを含む統一表現を与えているが、特にカーネルアフィン射影法が優れた収束性能を有することを数値実験で確認している。

第 6 章 “Hypercomplex Singular Value Decomposition (超複素特異値分解)” では、一般の C-D 行列に対して計算可能な R-固有値を新たに定義している。実行列、複素行列ならびに四元数行列に限定した場合には、R-固有値は既に確立されていた右固有値に一致しており、C-D 行列に対する R-固有値は、これまで限定的に解明されていた固有値の自然な拡張となっている。さらに、一般の C-D 行列に対して、R-固有値に基づいた特異値分解およびランクを新たに定義し、これまで限定的に解明されていた特異値分解およびランクとの関係を明らかにしている。

第 7 章 “Hypercomplex Matrix Recovery via Convex Optimization (凸最適化による超複素行列復元)” では、一般の C-D 数体系におけるロバスト主成分分析と非負制約付き低ランク行列補完が何れも凸最適化問題に帰着可能であることを明らかにするとともに、これらの凸最適化問題に Douglas-Rachford 型近接分離法 (DRS 法) を適用することにより、各々の解法アルゴリズムを提案している。さらに、数値実験により、虚数成分毎に低ランク行列復元する方法等に比べ、2つの提案法が所望の C-D 行列を高精度に復元できることを確認している。

第 8 章 “Hypercomplex Tensor Completion via Convex Optimization (凸最適化による超複素テンソル補完)” では、低ランク超複素テンソル補完問題が凸最適化問題に帰着できることを示し、この凸最適化問題に DRS 法を適用することにより、一般の C-D 数体系に適用可能な低ランク超複素数テンソル補完アルゴリズムを提案している。さらに、数値実験により、虚数成分毎に低ランクテンソル補完する方法等に比べ、提案法が所望の C-D テンソルを高精度に補完できることを確認している。

第 9 章 “Conclusion (結論)” では、本論文で得られた成果を総括している。

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ (T2R2) にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).

(博士課程)
Doctoral Program

論文要旨

THESIS SUMMARY

専攻 : Department of	通信情報工学	専攻	申請学位 (専攻分野) : Academic Degree Requested	博士 Doctor of	(工学)
学生氏名 : Student's Name	溝口 毅彦		指導教員 (主) : Academic Supervisor(main)	山田 功	
			指導教員 (副) : Academic Supervisor(sub)		

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

In this thesis, we enhance unified framework for optimization, learning and eigenvalue problems in hypercomplex domain.

In Chapter 1, we first introduce the possibility of utilizing hypercomplex number systems, and also clarify the difficulties and singularities behind the algebraic structure of this number system.

In Chapter 2, we review basic properties of Cayley-Dickson number systems.

In Chapter 3, to tackle difficulties of C-D number systems in optimization and learning problems, we first present a systematic algebraic translation of C-D linear systems into an equivalent real vector valued linear model. This translation is designed by using jointly two new isomorphisms between real vector spaces. We also clarify the algebraic properties of the translation.

In Chapter 4, as an example of many potential algorithms through the proposed algebraic translation, we present Am-adaptive projected subgradient method (Am-APSM). We also proposed kernelized non-linear counter part of the proposed algorithm in Chapter 5. The proposed algorithm includes many existing hypercomplex adaptive algorithms as special cases and outperforms them in contexts of both linear system identification and nonlinear channel equalization problems as numerical examples.

In Chapter 6, we next propose novel definitions of eigenvalues, singular value decomposition and low rank approximation in C-D domain. These definitions are based on the algebraic translation we first proposed, and natural generalization of limited lower dimensional C-D cases which are previously proposed.

In Chapters 7 and 8, we then derive algorithmic solutions to many applicable hypercomplex matrix or tensor recovery problems including hypercomplex tensor (or matrix) completion and hypercomplex robust principal component analysis based on a proximal splitting technique. These algorithms utilize the complicated algebraic structure of hypercomplex numbers systems as simple real constraints and generalization of existing limited lower dimensional counter parts. Numerical examples show that proposed algorithm recovers tensors (or matrices) much more faithfully than part-wise methods based on existing algorithms.

備考 : 論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note : Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意 : 論文要旨は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Tokyo Tech Research Repository Website (T2R2).