

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Relaxation Approaches for Mixed-Integer Second-Order Cone Programming in Tree Breeding Problems
著者(和文)	Safarina Sena
Author(English)	Sena Safarina
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11251号, 授与年月日:2019年9月20日, 学位の種別:課程博士, 審査員:山下 真,三好 直人,金森 敬文,福田 光浩,中野 張
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11251号, Conferred date:2019/9/20, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

# 論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名	Sena SAFARINA	
論文審査 審査員		氏名	職名	審査員	氏名	職名
	主査	山下 真	准教授		中野 張	准教授
	審査員	三好 直人	教授			
		金森 敬文	教授			
		福田 光浩	准教授			

## 論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Relaxation Approaches for Mixed-Integer Second-Order Cone Programming in Tree Breeding Problem」と題し、英文7章からなる。材木育種においては、植林を行う際に様々な遺伝子型の個体を用いるため、遺伝的価値を最大化する遺伝子型の割合を求める種別構成問題(optimal contribution selection, OCS)に対する最適化計算が重要とされている。特に、長期的視点に立って遺伝的価値を高めるには多様な遺伝子型を含むような制約を課す必要があり、このような制約は数学的には二次錐として記述できる。一方、実用的には各遺伝子型は同じ割合で用いる均等展開が適している場合もあり、均等展開を表現するには変数を整数型で記述することになる。このように材木育種のOCSは、混合整数二次錐計画問題(mixed-integer second-order cone programming, MI-SOCP)として定式化できる。しかしながら、既存手法では長時間の計算時間がかかり、実用的な計算への適用が困難であった。本論文では、二次錐制約の持つ数学的性質を数理最適化分野の視点から解明し、材木育種のOCSに対する効率的な数値解法の構築を行った。

**第1章「Introduction」**では、材木育種における最適化問題がどのようにMI-SOCPに定式化されるかを簡単にまとめ、本論文で提案している数値解法の概略を述べている。

**第2章「Background」**では、本論文で用いる半正定値計画問題(semidefinite programming, SDP)や二次錐計画問題(second-order cone programming, SOCP)などの錐最適化問題の特徴や理論的性質に触れた後、材木育種のOCSに対する既存手法を概説している。

**第3章「Conic Relaxation」**では、材木育種のOCSの近似解を得る手法としてSDP緩和、SOCP緩和およびLP(線形計画問題, linear programming)緩和の3種類の緩和を比較している。特に、OCSに現れる疎性の活用によりSOCP緩和が短時間で近似解を得られることを見出している。

**第4章「Steep-Ascent Method」**では、第3章で得た近似解から良質な実行可能解を生成するヒューリスティクス解法として最急上昇法を提案している。この解法は、二次錐制約をペナルティ項として目的関数に移動させることで最適化問題の構造を簡単にし、解の一部への修正を反復する解法である。二次錐制約を目的関数に移動しても、ペナルティが十分に大きければ、最適解は変化しないことを数学的に証明している。また、提案手法はヒューリスティクス解法であるため厳密な最適解を得られる保証はないが、既存手法で3時間以上かかっていたOCSに対して5秒程度で良質な解を得られるようになり、提案手法の実用的な価値は高いと考えられる。

**第5章「Lifted Polyhedral Programming」**では、二次錐制約を多数の線形制約により近似する方法を検討しており、線形制約の一部を変形することで計算効率を向上させる工夫などが議論されている。

**第6章「Cone Decomposition Method」**では、 $n$ 次元二次錐を $n$ 個の3次元二次錐に分割してから切除平面法と分枝限定法を適用することで厳密解を得られる枠組みを錐分割法として提案している。また、OCSに現れる疎性を利用した改良も提案しており、この改良手法を用いると既存手法よりも15倍程度高速に求解できることを数値実験で示している。従来のMI-SOCPに対する切除平面法と異なり、本論文ではgeometric cutを採用することで優れた切除平面が得られているが、特に切除平面が解析的に求められる点は数学的に証明を与えており、新規性が高いと考えられる。また、OCSの疎性による改良では、生成される切除平面もこの疎性を継承することが分かっており、提案解法の効率向上につながっていると考えられる。

**第7章「Conclusion」**では、本論文の研究を総括するとともに、将来的な研究の方向性として本論文の3つの数値解法の組み合わせなどを提案している。

以上のように、本論文では材木育種から生じる最適化問題に対する数値解法を提案しており、最急上昇法と錐分割法では既存手法よりも極めて短時間での求解を達成している。二次錐の性質に着目した解法は、他の分野から生じる MI-SOCP に対する解法の構築にも活用できると考えられ、理学上貢献するところが大きい。よって、本論文は博士（理学）の学位論文としてふさわしいものと考えられる。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。