

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	
Title(English)	Phase dynamics approach to quantum synchronization
著者(和文)	加藤譲
Author(English)	Yuzuru Kato
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11595号, 授与年月日:2020年9月25日, 学位の種別:課程博士, 審査員:中尾 裕也,井村 順一,倉林 大輔,早川 朋久,田中 正行,山本 直樹
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11595号, Conferred date:2020/9/25, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

## 論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	加藤 謙		
		氏名	職名		氏名	職名
論文審査 審査員	主査	中尾 裕也	教授	審査員	田中 正行	准教授
	審査員	井村 順一	教授		山本 直樹	教授(慶應 義塾大学)
		倉林 大輔	教授			
		早川 朋久	准教授			

### 論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Phase dynamics approach to quantum synchronization (量子同期現象への位相ダイナミクスによるアプローチ)」と題し、全6章と付録からなる。実世界には自律的なリズムとその同期現象が普遍的に存在し、理工学のような様々な分野で重要である。近年、量子光学系やナノ機械系などのマイクロな開放量子系の非線形振動とその同期現象に関する研究が発展しつつあり、量子センサや量子情報処理への応用が議論されている。自律的なリズム現象の多くは、非線形な微分方程式系の安定なリミットサイクル振動解としてモデル化される。そのような非線形振動子の同期現象の主要な解析手法として、外力を受けた振動子のダイナミクスを次元縮約して一次元の位相方程式に系統的に近似する位相ダイナミクスの方法があるが、これは量子系に対しては発展途上である。本論文では、開放量子系のリミットサイクル振動に対する位相ダイナミクスの方法の拡張と、この方法を用いた同期現象の解析や最適化について理論的な立場から論じている。

第1章「Introduction」では、本論文の背景と各章で扱われるテーマの概略を述べている。非線形振動とその同期現象が様々な分野で現れ、その解析や制御が重要であること、同期現象の研究の歴史的背景、非線形振動の標準的な解析法としての位相ダイナミクスの方法の重要性を説明した後、近年研究が進みつつある開放量子系の非線形振動の同期現象に関する背景を概説し、各章で扱われるテーマの概略を説明している。

第2章「Semiclassical phase reduction theory for quantum synchronization」では、開放量子系の非線形振動に対して、半古典近似に基づく位相ダイナミクスの方法を定式化している。まず、近年の量子光学系の非線形振動に関する関連研究の概略を示し、それらの系の同期現象を解析するための系統的な理論が未構築であることを述べている。次に、一自由度の開放量子系を表す一般的な量子マスター方程式を出発点として、半古典近似の下で量子 Fokker-Planck 方程式と確率微分方程式を書き下している。そして、この確率微分方程式のドリフト項で表される古典極限の力学系が漸近安定なリミットサイクル解を持つという条件下で、このリミットサイクルに対して定義される漸近位相を用いて量子系に位相を与え、そのダイナミクスを表す1次元の縮約された位相方程式を系統的に導出している。例として、量子光学系の非線形振動の典型的な数理モデルである量子 van der Pol 振動子が量子光学的なスキューイング効果と調和外力を受けた状況を扱い、導出した位相方程式を用いて、系が適切なパラメータ範囲で調和外力に同期することを示している。また、系のパワースペクトルや量子状態を位相ダイナミクスから近似的に再構築できることを数値シミュレーションにより確認している。

第3章「Semiclassical optimization of entrainment stability and phase coherence in weakly forced quantum limit-cycle oscillators」では、第2章で定式化した位相ダイナミクスの方法を用いて、周期的な変調を与えた調和外力による量子 van der Pol 振動子の引き込み同期の最適化問題を解析している。振動子の同期状態の安定性やコヒーレンスを最適化する変調波形を位相方程式に基づいて導出し、元の系の数値シミュレーションによって最適化の効果を確かめている。その際、量子光学系において典型的なスキューニング効果や Kerr 効果の影響も調べ、それらの効果による古典極限でのリミットサイクルの歪みが大きい時に、最適化により大きな改善が得られることを議論している。

第4章「Quantum asymptotic phase reveals signatures of quantum synchronization」では、開放量子系の非線形振動に対して、第2章のような半古典近似を用いない量子的な位相の定義を提案し、これを用いることで量子性の強く働く同期現象の特徴的な性質を捉えられることを示している。まず、確率的な古典系に対する Koopman 固有関数を用いた位相の定義を拡張して、量子系のマスター方程式の随伴 Liouville 超演算子の固有演算子を用いて量子状態の位相を定義することが数理的に自然であることを示している。次に、Kerr 効果を受けた量子 van der Pol 振動子を例として扱い、提案した量子的な位相が確率的な古典系の位相と同様の性質を持つ妥当なものであることを数値シミュレーションにより確かめている。さらに、強い Kerr 効果が働く状況で生じる量子系特有の多重同期現象を解析して、この多重同期現象が単純なリミットサイクルではなくトーラス上の同期現象として理解できることを明らかにしている。

第5章「Continuous measurement and feedback control for enhancement of quantum synchronization」では、調和外力を受ける量子 van der Pol 振動子を例として、開放量子系の非線形振動に量子連続測定を導入した状況を数値シミュレーションにより解析している。まず、量子連続測定によって系の情報を得ることで振動子の位相のコヒーレンス自体は上昇するが、同時にその量子力学的な反作用によって本来の同期点からの大きな揺らぎが生じることを示している。次に、測定によって得られる位相値に基づくフィードバック制御を導入することで、反作用による同期点からの揺らぎを低減して系を安定化させ、量子同期の精度を向上させられることを示している。

第6章「Conclusions」では本論文の結果をまとめ、今後の方向性を示している。

以上を要するに、本論文は、科学と工学において今後の重要性が見込まれる開放量子系の非線形振動とその同期現象について、これを解析するための基本的な枠組みである位相ダイナミクスの方法を新たに定式化して具体的な解析手法を提案したものであり、工学上寄与するところが大きい。よって、本論文が博士（工学）の学位論文として十分価値あるものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。