

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	絡み目の量子不変量とフルツイスト
Title(English)	Quantum link invariants and full twists
著者(和文)	中兼啓太
Author(English)	Keita Nakagane
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11865号, 授与年月日:2021年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:KALMAN TAMAS,遠藤 久顕,本多 宣博,五味 清紀,野坂 武史
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11865号, Conferred date:2021/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第		号	学位申請者氏名		中兼 啓太	
論文審査 審査員		氏 名		職 名			
	主査	カールマン タマシユ		准教授		野坂 武史	准教授
	審査員	遠藤 久顕		教授			
		本多 宣博		教授			
		五味 清紀		教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

HOMFLY 多項式とは、スケイン関係式と呼ばれる組み合わせ論的な漸化式によって、絡み目の図式から計算される絡み目不変量である。Khovanov と Rozansky は、その圏化と言われる HOMFLY ホモロジーを定義した。現在これらの不変量は、代数幾何、表現論、数理物理等との関連が指摘され、盛んに研究されている。

一方で、HOMFLY ホモロジーは本来トポロジーの対象であるにも関わらず、純粋トポロジーの視点からの考察はほとんど行われていない。その一原因は、現在知られている HOMFLY ホモロジーの定義がすべて絡み目のブレイド表示を必要とすることである。本論文は「Quantum link invariants and full twists」と題し、以下の六つの章から構成され、HOMFLY 多項式およびホモロジーのトポロジー的性質を示すとともに、上記問題点の解決に向けて考察がなされている。

第 1 章「Introduction」では、本研究の背景とその周辺について述べた後、以下に続く五つの章の概要を記している。

第 2 章「Preliminaries」では、本論文の研究対象である HOMFLY 多項式と HOMFLY ホモロジーの理論を概観し、その性質や計算手法について解説している。また本研究の一主題である、Kálmán による HOMFLY 多項式のフルツイスト公式について解説している。

第 3 章「Categorified full twist formula for torus knots」では、トーラス結び目を与えるブレイドに対して、フルツイスト公式を HOMFLY ホモロジーへ一般化している。ここでは Mellit によるホモロジーの計算結果を元に、フルツイストによってホモロジーの注目部分がどのように対応しているか、興味深い証明がなされている。

第 4 章「Categorified full twist formula for general braids」では、第 3 章で示された部分的結果 (HOMFLY ホモロジーのフルツイスト公式) がすべてのブレイドに対して一般化されている。Khovanov による HOMFLY ホモロジーの定義を用いて、Kálmán によるオリジナルの証明を圏化することで証明を得ているが、この証明はフルツイストが Soergel 両側加群のホモトピー圏における Serre 双対を与えていることをも示している。

第5章「Full twist formula for knitted diagrams」では、knitted diagramと呼ばれる新たな絡み目図式のクラスを導入している。これは平面上に複数配置されたブレイド図式を適切に連結することで得られるものであり、ブレイドの閉包図式の一般化である。ここではそのような図式内のブレイドをすべてフルツイストしたときの HOMFLY 多項式への作用を考察し、フルツイスト公式の類似を証明している。本結果は HOMFLY ホモロジーを一般の絡み目図式から計算するための、一つの手がかりを与えていることが期待される。

第6章「Diagram homology and Tutte polynomial」では、Rasmussen による HOMFLY ホモロジーの定義を一般の絡み目図式へ適用し、そのオイラー標数の一部分を計算している。もしこのホモロジーが不変量になるならば、この標数は絡み目図式の Seifert グラフの符号付き内部多項式と一致すべきであるが、実際には同グラフの Tutte 多項式の特殊化と一致することが示されている。この結果は、現在知られている HOMFLY ホモロジーの定義の問題点を浮き彫りにするものである。

以上、本論文はフルツイストがもたらす HOMFLY 多項式、ホモロジーへの作用を考察し、その興味深い性質を指摘している。また、一般の図式に対する HOMFLY ホモロジーの定義の可能性について、示唆に富む結果を与えている。これらの研究結果は HOMFLY ホモロジーの幾何的視点からの研究に新たな知見をもたらすものであり、理学上の貢献は大である。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。