

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	圧縮性粘弾性流体方程式の解の長時間挙動に関する研究
Title(English)	Study on the large time behavior of solutions of compressible viscoelastic system
著者(和文)	石垣祐輔
Author(English)	Yusuke Ishigaki
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第11867号, 授与年月日:2021年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:隠居 良行,柳田 英二,利根川 吉廣,川平 友規,小野寺 有紹
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第11867号, Conferred date:2021/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

# 論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	石垣 祐輔		
論文審査 審査員		氏名	職名		氏名	職名
	主査	隠居 良行	教授	審査員	小野寺 有紹	准教授
	審査員	柳田 英二	教授			
		利根川 吉廣	教授			
		川平 友規	准教授			

## 論文審査の要旨 (2000 字程度)

本論文は「Study on the large time behavior of solutions of compressible viscoelastic system」と題し、圧縮性粘弾性流体方程式の全空間における静止状態のまわりの解の漸近挙動および層状領域上の平行流解の安定性を考察したものであり、5章からなる。

第1章「Introduction」では、まず圧縮性粘弾性流体方程式を導入し、変形テンソルと密度の間の束縛条件を導出して問題の数学的定式化を与えている。次いで関連する研究の背景や本論文で考察する問題の数学的な困難さを解説したのち、本論文の主結果および証明の概要を述べている。第2章「Preliminaries」では、本論文で用いられる、関数空間、種々の不等式および定常 Stokes 方程式の解の評価が与えられている。

第3章「Diffusion wave phenomena and  $L_p$  decay estimates of solutions of compressible viscoelastic system」では、全空間における静止状態のまわりの解の長時間挙動について考察し、方程式の特徴的な側面である粘性拡散と弾性波の相互作用を反映した解の  $L_p$  ノルムの減衰評価を導出している。圧縮性粘弾性流体方程式は非線形束縛条件を有するため、解の Duhamel 表示を用いた減衰評価を得るための標準的手法を直接適用することができない。この点が通常圧縮性 Navier-Stokes 方程式と大きく異なる点であり、解析を困難にしている。先行研究では、この困難を回避するために、変形テンソルの歪対称部分の漸近挙動を考察して、非線形問題の解の  $L_p$  ノルムの減衰評価を得ている。その減衰評価は熱核の減衰評価と同じものであり、方程式の双曲型の側面を反映した減衰評価とはなっていないため、最適の減衰評価ではなかった。本論文では、この困難を克服するために、変形テンソルの代わりに変位ベクトルを考え、変位ベクトルと密度の間の非局所的な非線形変換を導入することによって、束縛条件を線形の条件に変換し、解の Duhamel 表示にもとづく解析手法の直接的適用を可能にしている。一方で、線形化半群の時間無限大における漸近挙動の主要部が音波と粘性拡散による拡散波と粘性的弾性波の重ね合わせで与えられることを示し、非線形問題の解の  $L_p$  ノルムの減衰の速さが熱核とは異なることを証明している。得られた評価は最適のものであり、先行結果を改善するだけでなく、圧縮性粘弾性流体方程式の解の挙動が通常圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の挙動とは本質的に異なることを示した結果でもある。

第4章「Global existence of solutions of the compressible viscoelastic fluid around a parallel flow」では、層状領域上の非自明な流れをもつ平行流解の安定性が考察されている。圧縮性粘性流体方程式を非自明な流れをもつ解のまわりで考えると、方程式の双曲型の側面が強くなるため、その解析は技術的に困難になる。粘弾性流体方程式の非自明な流れをもつ定常解や時間周期解のまわりの解の挙動の数学解析に関する研究はほとんど先例がなく、非圧縮性の粘弾性流体方程式の非自明な流れをもつ平行流解の安定性解析 (Giga, et al, 2017) がなされている程度である。こうした背景のもと、本論文では、層状領域における圧縮性粘弾性流体方程式の平行流解の安定性に関して、外力が時間無限大においてゼロでない定常外力に収束する場合が考察されている。非自明な定常外力のもとでは、通常圧縮性 Navier-Stokes 方程式の場合は、解は時間無限大において非自明な流れをもつ定常平行流解に収束することが知られている。これとは対照的に、圧縮性粘弾性流体方程式の場合は弾性力の強さを表すパラメータが十分大きければ、非自明な定常外力があるにもかかわらず、解は流れ無しの静止状態に収束することが本論文において証明されている。この結果は弾性パラメータの変化による静止状態の不安定化と流れの発生を示唆しており、不安定化が方程式のどのような数理構造に起因して発生するのかという興味深い問題を提起している。

次いで、第5章「Stability of time-periodic parallel flow of compressible viscoelastic system in an infinite layer」では、前章の解析を時間周期平行流解の安定性解析へと拡張している。前章の設定では、平行流解が時間無限大において指数的に定常平行流解に収束するが、時間周期的平行流解の場合は、時間変動が減衰することなく永遠に残る。この点が前章の設定と本質的に異なる点であり、より精密な解析が必要となる。エネルギー法による解のアプリオリ評価の導出において、時間周期平行流解とその摂動との相互作用の評価を精密に行うことにより、時間周期平行流は指数安定であることを証明している。

以上の結果は、すでに知られている圧縮性粘弾性流体方程式などの準線形双曲-放物型方程式系の安定性解析に

おける結果を本質的に改良し、拡張している。また、本論文において展開されている解析手法は非線形偏微分方程式の数学解析の進展に寄与する重要なものであり、理学上貢献するところが大きい。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。

注意：「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。