

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	量子alcoveモデルの組合せ論
Title(English)	Combinatorics of the quantum alcove model
著者(和文)	河野隆史
Author(English)	Takafumi Kouno
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第12052号, 授与年月日:2021年9月24日, 学位の種別:課程博士, 審査員:内藤 聡,田口 雄一郎,加藤 文元,水本 信一郎,鈴木 正俊
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第12052号, Conferred date:2021/9/24, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	審査の要旨
Type(English)	Exam Summary

(博士課程)

論文審査の要旨及び審査員

報告番号	甲第	号	学位申請者氏名	河野 隆史		
論文審査 審査員		氏 名	職 名		氏 名	職 名
	主査	内藤 聡	教授		鈴木 正俊	准教授
	審査員	田口 雄一郎	教授	審査員		
		加藤 文元	教授			
		水本 信一郎	准教授			

論文審査の要旨（2000 字程度）

本論文では、通常の有限次元旗多様体や半無限旗多様体のトーラス同変 K 群の研究において重要な役割を果たす量子 alcove モデルを考察している。旗多様体のトーラス同変 K 群では Schubert 類が基底を成すことから、Schubert カルキュラスにおいては、直線束の類と Schubert 類の積を Schubert 類たちの線形結合として展開する「Chevalley 公式」が研究されて来た。

Lenart-Postnikov は、旗多様体のトーラス同変 K 群における Chevalley 公式を記述するために alcove モデルを導入した。その後、Lenart-Lubovsky によりその一般化として量子 alcove モデルが導入され、Lenart-内藤-佐垣により半無限旗多様体のトーラス同変 K 群における Chevalley 公式を記述するのに用いられた。この Chevalley 公式の証明では、その表現論的類似に当たる、アフィン量子群上のレベル・ゼロ Demazure 加群の次数付き指標に関する等式が背景にある。

量子 alcove モデルでは、一般のウェイト λ に対して alcove パス (λ チェイン) を固定し、この alcove パスに対応する admissible 部分集合の全体を考える。一方、優整ウェイト λ に対しては量子 Lakshmibai-Seshadri パス (量子 LS パス) という、admissible 部分集合の全体と等価な組合せ論的対象がある。本論文では、量子 LS パスの一般のウェイトへの一般化である「interpolated 量子 LS パス」が導入され、それらが admissible 部分集合の全体と等価であることが示される。応用として、半無限旗多様体のトーラス同変 K 群における Chevalley 公式の表現論的類似に当たる上述の次数付き指標等式が、interpolated 量子 LS パスによって記述されている。

本論文では、さらに、量子 Yang-Baxter moves の一般化を考察している。優整ウェイト λ に関する admissible 部分集合の全体に対して、Lenart-Lubovsky は「量子 Yang-Baxter moves」を構成した。量子 Yang-Baxter moves は、異なる λ チェインのそれぞれから定まる admissible 部分集合の全体の間の、「ウェイト」や「高さ」等の量を保つ全単射の存在を保証する。本論文では、量子 Yang-Baxter moves の類似にあたる写像が、一般のウェイトでも存在することが示される。その応用として、半無限旗多様体のトーラス同変 K 群における Chevalley 公式の表現論的類似に当たる、アフィン量子群のレベル・ゼロ Demazure 加群の次数つき指標に関する等式に、簡明な証明が与えられている。

第一章 “Introduction” では、本論文の主結果とその背景が説明されている。

第二章 “Preliminaries” では、アフィン・ルート系、量子 Bruhat グラフ、そして量子 alcove モデルの定義及びその基本的な性質を復習している。

第三章 “Interpolated QLS paths” では、優整ウェイトに対する量子 LS パスの一般のウェイトへの拡張として interpolated 量子 LS パスが導入され、それらが量子 alcove モデルにおける admissible 部分集合の全体と等価である事が示される。また、その表現論や Schubert カルキュラスへの応用が与えられる。

第四章 “Quantum Yang-Baxter moves” では、一般のウェイトに対する量子 alcove モデルにおいても量子 Yang-Baxter moves の類似物が存在する事が証明され、それらが「ウェイト」や「高さ」等の量を保つ事が示される。そして、表現論や Schubert カルキュラスへの応用が与えられる。

以上のように、本論文では、表現論や Schubert カルキュラスにおいて重要な役割を果たす量子 alcove モデルの組合せ論的諸性質を深く考察し、特に一般のウェイトに対する量子 alcove モデルにおいても量子 Yang-Baxter move が存在する事を証明して、その表現論と Schubert カルキュラスへの重要な応用を与えている。従って、本論文の理学上の貢献は大であり、博士 (理学) の学位論文として十分な価値があるものと認められる。

注意: 「論文審査の要旨及び審査員」は、東工大リサーチリポジトリ (T2R2) にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。