

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	ネットワーク上の非線形輸送モデルの理論及び数値解析
Title(English)	
著者(和文)	小池元
Author(English)	Hajime Koike
出典(和文)	学位:博士(理学), 学位授与機関:東京科学大学, 報告番号:甲第254号, 授与年月日:2025年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:高安 美佐子,荒井 迅,小野 功,三宅 美博,高邊 賢史
Citation(English)	Degree:Doctor (Science), Conferring organization: Institute of Science Tokyo, Report number:甲第254号, Conferred date:2025/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Category(English)	Doctoral Thesis
種別(和文)	論文要旨
Type(English)	Summary

論文要旨

THESIS SUMMARY

系・コース： Department of, Graduate major in	数理・計算科学 知能情報	系 コース	申請学位 (専攻分野)： Academic Degree Requested	博士 (理学)	Doctor of
学生氏名： Student's Name	小池元		審査員主査： Chief Examiner	高安美佐子	

要旨 (和文 2000 字程度)

Thesis Summary (approx.2000 Japanese Characters)

本論文は、「ネットワーク上の非線形輸送モデルの理論及び数値解析」と題して、全7章からなる。

第1章「背景と目的」では、貿易や企業間取引等の社会におけるモノやおカネの流れをネットワーク上の輸送システムとみなし、その安定性は社会的に重要な課題であると述べた。数理的な視点に基づくネットワーク上の輸送システムに関する先行研究を紹介し、ネットワーク上の非線形輸送システムの安定性に関する理解を深めることを本研究の目的とした。

第2章「ネットワーク上の重力相互作用モデルの導入」では、データに基づいた重力相互作用モデルの導出過程を説明し、ネットワーク上で定義される非線形輸送の基本数理モデルとして位置づけた。重力相互作用モデルによって現実の輸送システムを記述するためには、ネットワーク構造と非線形相互作用が重要である。そこで、非線形性によるネットワーク上の重力相互作用モデルの解の振る舞いについて、分岐、ヒステリシス、リミットサイクル、および、カオスの挙動に着目し、第3章以降で述べられている本論文の主な結果を要約した。

第3章「重力相互作用モデルの分岐点のネットワーク構造依存性」では、現実の複雑な輸送ネットワーク上での解の分岐を理解するための基盤として、単純なネットワーク構造上での解の分岐点を調べることの意義を述べた。主要な結果として、1次元リング構造の各ノードから距離 k までの近傍点をすべて繋いだ正則リング格子ネットワーク構造と Bethe 格子と呼ばれる次数が一樣なツリー構造上での解の分岐点を特徴づけるパラメータ γ の値を理論的に導出した。距離 k の正則リング格子の分岐点 γ は、1次元リング系の場合と全結合ネットワークの場合の中間の値をとり、 k の値によって分岐点 γ が変わることがわかった。Bethe 格子上の重力相互作用モデルの場合には分岐点 γ の値は既に知られているモデルの中で最も小さい値 0.5 となる。

第4章「3 体ネットワークモチーフ上での重力相互作用モデルの解の分岐とヒステリシス」では、ネットワークの最小構成要素であるネットワークモチーフとよばれる 3 体のノードとリンクからなるネットワーク上での重力相互作用モデルの振る舞いを調べた。全 13 個のネットワークモチーフの解の分岐図を求め、ヒステリシスを示すネットワークモチーフを明らかにした。さらに、ヒステリシスがサドルノード分岐とトランスクリティカル分岐の組み合わせで起きていることを示した。

第5章「重力相互作用モデルがカオス解を示すネットワークとパラメータ領域の存在」では、重力相互作用モデルの解が安定な固定点にならない場合があることを発見し、リミットサイクルやカオス解が存在する場合があることを明らかにした。ランダム正則グラフや 1 次元リング系でカオス解を示すことがあることを見出し、1 次元リング系でのリアプノフ指数を計算し、ストレンジアトラクターの図示を行った。それによりカオスに至るルートを特定し、進行波のような周期解を経て、進行方向の逆転が間欠的に起こることで低次元カオスとなる。

第6章「企業間取引ネットワーク上の分岐とヒステリシス」では、重力相互作用モデルが提案された企業間取引ネットワーク上での重力相互作用モデルにおいて、解の分岐とヒステリシスが存在する事例を示した。企業間取引ネットワークの解析により、ごく一部の密に結合した部分と大部分の疎に結合した構造の両面性を持つことが示された。この結果を、第3章の Bethe 格子での解の分岐、および、第4章のネットワークモチーフ上のヒステリシスと関連付けて、複雑で巨大な現実のネットワーク構造の解の分岐とヒステリシスの理解の手掛かりにすることを提案した。

第7章「総括」では、本論文のまとめを行い、今後の展望を述べた。

論文要旨

THESIS SUMMARY

系・コース： Department of Graduate major in	数理・計算科学 知能情報	系 コース	申請学位(専攻分野)： Academic Degree Requested	博士 Doctor of	(理学)
学生氏名： Student's Name	小池元		審査員主査： Chief Examiner	高安美佐子	

要旨 (英文 300 語程度)

Thesis Summary (approx.300 English Words)

Human movement and money flow can be regarded as network transport with flux based on gravity law. Despite the significance of the research on the stability of the nonlinear transport, it has short history because of the difficulty of nonlinearity and various network topologies. Gravity interaction model has been proposed by data analysis, and it can be considered as a basic model of the gravity law transport on networks. In this thesis, we studied this model and found the followings.

First, we studied the bifurcation point on regular networks such as the regular ring lattices which connects neighbors of ring network, and the Bethe lattices. We found that the regular ring lattices have a bifurcation point in between that of ring network (0.5) and fully connected graph (1.0). The bifurcation point of the Bethe lattice is found to be equal to 0.5.

Second, we studied the bifurcation on all 13 three-body network motifs. As a result, three-node ring is identified as minimal structure causes hysteresis.

Third, we studied the model as a dissipative system and found limit cycle and chaos. The degree of freedom of the minimal network exhibiting limit cycle is four, and only seven node ring exhibits chaos.

Finally, we studied the gravity interaction model on the Japanese business network, which comprises about a million nodes and five million links. We found bifurcation and hysteresis on this network, and the bifurcation point is identified as 0.8 in the case of sufficiently small dissipation. It is suggested that the bifurcation point, and hysteresis are related to structural features such as number of loops.

To summarize, we studied bifurcation point, hysteresis, and chaos of the gravity interaction model. The bifurcation and hysteresis in the Japanese business network are found, and its relation to the network structure is suggested. We hope these findings serve as a foundation for the study of the nonlinear network transport.

備考：論文要旨は、和文 2000 字と英文 300 語を 1 部ずつ提出するか、もしくは英文 800 語を 1 部提出してください。

Note：Thesis Summary should be submitted in either a copy of 2000 Japanese Characters and 300 Words (English) or 1copy of 800 Words (English).

注意：論文要旨は、東京科学大学リサーチリポジトリ(T2R2)にてインターネット公表されますので、公表可能な範囲の内容で作成してください。

Attention: Thesis Summary will be published on Science Tokyo Research Repository Website (T2R2).