

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題(和文)	超高層アクティブ免震建築物が風直交方向風力を受ける場合の最大制御力の予測式の適用範囲判定式に向けた考察
Title(English)	Analysis of the Scope of Application of the Prediction Method for the Maximum Control Force in High-Rise Active Base-Isolated Structures on Across-Wind Direction
著者(和文)	鎌野隆貴, 陳引力, 佐藤大樹, 宮本皓, 余錦華
Authors(English)	Ryuki Kamano, Yinli Chen, Daiki Sato, Kou Miyamoto, Jinhua She
出典 / Citation	日本建築学会関東支部研究報告集, 1, , pp. 549-552
Citation(English)	, 1, , pp. 549-552
発行日 / Pub. date	2026, 3
権利情報	一般社団法人 日本建築学会

# 超高層アクティブ免震建築物が風直交方向風力を受ける場合の 最大制御力の予測式の適用範囲判定式に向けた考察

構造—振動

アクティブ免震 LQR 制御 風直交方向  
最大制御力 適用範囲 複素固有値解析

正会員 ○ 鎌野隆貴<sup>\*1</sup> 正会員 陳引力<sup>\*2</sup>  
〃 佐藤大樹<sup>\*3</sup> 〃 宮本皓<sup>\*4</sup>  
〃 余錦華<sup>\*5</sup>

## 1. はじめに

近年、地震時の建築物の損傷を最小限に抑えることを目的に高層建築物への免震構造の導入が増加している<sup>1)</sup>。高層の免震建築物は固有周期が長く、大きな風力が作用した場合、免震層の変形が弾性限を超えるとといった問題が懸念される<sup>2)</sup>。そこで、免震層にアクティブ制御を併用した、超高層アクティブ免震建築物が検討されている<sup>3)</sup>。

耐風設計では複数波のアンサンブル平均を用いて応答を評価する必要があるため<sup>4)</sup>、時刻歴応答解析に基づく設計は莫大な時間を要し、設計の見通しを立てづらい<sup>5)</sup>。

この解決策として、陳らによって超高層アクティブ免震建築物が風方向風力および風直交方向風力を受ける場合のそれぞれについて、時刻歴応答解析を用いずに最大応答および最大制御力を予測する手法が提案された<sup>5, 6)</sup>。

しかし、風直交方向風力を受ける場合について、棋王研究<sup>6)</sup>ではあらゆる評価対象に対しても予測式を適用可能か、また適用範囲の考察を行っていない。そこで、本論文では風直交方向風力を受ける場合について、最大制御力の予測式の適用範囲に向けた検証および考察を行う。

## 2. モデルの構築と最大制御力の予測式

### 2.1. 力学モデルと制御系の構築

外乱を受ける超高層アクティブ免震建築物の振動方程式は式(1)、状態方程式は式(2)で表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}_d\mathbf{d}(t) - \mathbf{E}_u\mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_d\mathbf{d}(t) - \mathbf{B}_u\mathbf{u}(t) \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{x}(t)$ : 応答変位ベクトル、 $\mathbf{d}(t)$ : 外乱ベクトル、 $\mathbf{u}(t)$ : 制御力、 $\mathbf{M}$ : 質量行列、 $\mathbf{C}$ : 減衰行列、 $\mathbf{K}$ : 剛性行列、 $\mathbf{E}_d$ :  $\mathbf{d}(t)$ の入力行列、 $\mathbf{E}_u$ :  $\mathbf{u}(t)$ の入力ベクトルである。また、 $\mathbf{z}(t)$ : 状態ベクトル、 $\mathbf{A}$ : システム行列、 $\mathbf{B}_d$ : 外乱入力ゲイン、 $\mathbf{B}_u$ : 制御力入力ゲインであり、次式で定める。

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3a, b)$$

$$\mathbf{B}_d = [\mathbf{0}^T \quad (\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}_d)^T]^T, \mathbf{B}_u = [\mathbf{0}^T \quad (\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}_u)^T]^T \quad (3c, d)$$

ここに、 $\mathbf{0}$ : 零行列、 $\mathbf{I}$ : 単位行列であり、 $\mathbf{T}$ は転置である。

本論文では以下の状態フィードバック制御を行う。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_p\mathbf{z}(t) = [\mathbf{K}_{PD} \quad \mathbf{K}_{PV}][\mathbf{x}^T(t) \quad \dot{\mathbf{x}}^T(t)]^T \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{K}_p$ : 状態フィードバックゲイン、 $\mathbf{K}_{PD}$ 、 $\mathbf{K}_{PV}$ : 順に応答変位、応答速度のフィードバックゲインである。

### 2.2. 等価モデルの構築と1次モード近似

風応答は1次モード応答が支配的であるため<sup>4)</sup>、本論文では等価モデルの1次固有モード(以降、単に1次モードと呼ぶ)で多質点系の風応答を近似する。

式(1)に式(4)を代入すると、次式で表される等価パッシブモデルの振動方程式が導かれる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_{eq}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_{eq}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}_d\mathbf{d}(t) \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{C}_{eq}$ : 等価減衰行列、 $\mathbf{K}_{eq}$ : 等価剛性行列である。

$$\mathbf{C}_{eq} = \mathbf{C} + \mathbf{E}_u\mathbf{K}_{PV}, \quad \mathbf{K}_{eq} = \mathbf{K} + \mathbf{E}_u\mathbf{K}_{PD} \quad (6a, b)$$

本論文では等価モデルを用いて実数固有値解析を行うことで1次モードの固有値や固有ベクトルを算定する。

$$\mathbf{K}_{eq}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda} \quad (7)$$

ここに、 $\boldsymbol{\Phi}$ : 固有モード行列、 $\boldsymbol{\Lambda}$ : 固有値行列である。

### 2.3. 最大制御力の予測式

最大制御力 $u_{max}$ の予測式は次式で提案された<sup>6)</sup>。

$$u_{max} \approx \frac{1}{|\boldsymbol{\Phi}_{m1}^T \mathbf{E}_u|} \sigma_{u,m1} g_L \quad (8)$$

ここに、 $\boldsymbol{\Phi}_{m1}$ : 1次固有ベクトル、 $\sigma_{u,m1}$ : 1次一般化制御力の標準偏差、 $g_L$ : ピークファクターである。 $\sigma_{u,m1}$ は次式で算定される。

$$\sigma_{u,m1} = \sqrt{\int_0^\infty |H_{u,m1}(f)|^2 S_{m1}(f) df} \quad (9)$$

ここに、 $f$ : 振動数、 $H_{u,m1}(f)$ : 1次一般化風力から1次一般化制御力への伝達関数、 $S_{m1}(f)$ : 1次一般化風力のパワースペクトル密度である。 $H_{u,m1}(f)$ は次式で算定する<sup>6)</sup>。

$$H_{u,m1}(f) = K_{PD,m1}H_{D,m1}(f) + K_{PV,m1}H_{V,m1}(f) \quad (10)$$

ここに、 $H_{D,m1}(f)$ 、 $H_{V,m1}(f)$ : 順に1次一般化応答変位、1次一般化応答速度から1次一般化風力への伝達関数であり、次式で算定する。

$$H_{D,m1}(f) = \frac{1}{k_{m1} \left\{ 1 - \left( \frac{f}{f_{m1}} \right)^2 + 2\zeta_{m1} \left( \frac{f}{f_{m1}} \right) i \right\}} \quad (11)$$

$$H_{V,m1}(f) = 2\pi f i H_{D,m1}(f) \quad (12)$$

また、式(10)中の $K_{PD,m1}$ および $K_{PV,m1}$ を次式で定める。

$$K_{PD,m1} = \Phi_{m1}^T E_u K_{PD} \Phi_{m1} \quad (13)$$

$$K_{PV,m1} = \Phi_{m1}^T E_u K_{PV} \Phi_{m1} \quad (14)$$

次に、ピークファクター $g_L$ は建築物荷重指針・同解説<sup>7)</sup>より風直交方向振動のピークファクターを用いる。

$$g_L = \sqrt{2 \ln(600 f_{m1})} + 1.2 \quad (15)$$

### 3. 予測式の精度検証

#### 3.1. 建築物、風力の概要

表 1 にモデルの諸元、図 1 に構造物のモデルを示す。上部構造の構造種別は鉄骨造とし、免震層は天然ゴム系積層ゴム支承と線形の粘性ダンパー、アクティブ制御を行うアクチュエータで構成される。さらに、上部構造を 10 自由度、免震層を 1 自由度とした 11 自由度系のせん断モデルにモデル化する。なお、免震層を基礎部に設けるため、免震層の風力を 0 とする。

次に、表 2 に風力の諸元を示す。本論文では、風洞実験<sup>8)</sup>から得た風直交方向風力の層風力データを用いる。また、図 2 に風力のパワースペクトル密度 (以降、PSD) を示す。なお、30 波のアンサンブル平均値で示す<sup>9)</sup>。

#### 3.2. アクティブ制御の概要

本論文では最適レギュレータ (Linear quadratic regulator (以降、LQR 制御)) を用いる<sup>10)</sup>。LQR 制御は次式の評価関数を最小にするような状態フィードバックゲイン $K_p$ を設計する制御手法である<sup>10)</sup>。

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + u^T(t) \mathbf{R} u(t)] dt \quad (16)$$

ここに、 $\mathbf{Q} (\geq 0)$ : 状態の重み、 $\mathbf{R} (> 0)$ : 制御力の重みである。LQR 制御により $K_p$ は次式で算定される。

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_u^T \mathbf{P} \quad (17)$$

ここで、 $\mathbf{P}$ : リカッチ代数方程式 (式(18)) の解<sup>10)</sup>である。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B}_u \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_u^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (18)$$

本論文では、式(16)中の $\mathbf{Q}$ および $\mathbf{R}$ を次式で定める。

$$\mathbf{Q} = 10^\beta \tilde{\mathbf{Q}}_n, \quad \mathbf{R} = 1 \quad (19a, b)$$

ここに、 $n$ : 制御ケース、 $\beta$ : 重み指数、 $\tilde{\mathbf{Q}}_n$ : 評価対象を表す行列であり、6 ケースの評価対象を設定する。

- Case 1: 免震層変位制御

$$\tilde{\mathbf{Q}}_1 = \text{diag}(1 \ 0 \ \dots \ 0 \ ; \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (20)$$

- Case 2: 免震層変位制御+免震層速度制御

$$\tilde{\mathbf{Q}}_2 = \text{diag}(1 \ 0 \ \dots \ 0 \ ; \ 1 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (21)$$

- Case 3: 免震層変位制御+全層速度制御

$$\tilde{\mathbf{Q}}_3 = \text{diag}(1 \ 0 \ \dots \ 0 \ ; \ 1 \ 1 \ \dots \ 1) \quad (22)$$

- Case 4: 全層変位制御

$$\tilde{\mathbf{Q}}_4 = \text{diag}(1 \ 1 \ \dots \ 1 \ ; \ 0 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (23)$$

- Case 5: 全層変位制御+免震層速度制御

$$\tilde{\mathbf{Q}}_5 = \text{diag}(1 \ 1 \ \dots \ 1 \ ; \ 1 \ 0 \ \dots \ 0) \quad (24)$$

- Case 6: 全層変位制御+全層速度制御

$$\tilde{\mathbf{Q}}_6 = \text{diag}(1 \ 1 \ \dots \ 1 \ ; \ 1 \ 1 \ \dots \ 1) \quad (25)$$

### 3.3. 数値解析結果

時刻歴応答解析結果 (以降、解析値) は 30 波のアンサンブル平均値と標準偏差によるエラーバーを用いて示す。

図 3 に制御力係数 $C_u$ の解析値と予測値の比較を示す。なお、制御力係数とは最大制御力を建物重量で除すことで、層せん断力係数換算したものである。

$$C_u = \frac{u_{\max}}{\sum_{i=0}^N m_i g} \quad (26)$$

ここに、 $g$ : 重力加速度 ( $=9.8 \text{ m/s}^2$ )、 $N$ : 上部構造の自由度 (本論文では 10) であり、 $i = 0$ は免震層を表す。

図 3 より、Case 1, 2, 3, 6 の制御力係数の解析値と予測値は概ね一致している。しかし、Case 4, 5 は重み指数 $\beta$ が概ね 14 より大きい場合は、予測値が解析値を大きく上回っており、予測精度が悪いことが確認できる。

パラメータ	数値
アスペクト比	5
辺長比	1
高さ	100 m
上部構造	
幅	20 m
奥行き	20 m
自由度	10
密度	200 kg/m <sup>3</sup>
1 次固有周期	2 s
1 次減衰定数	1.5 %
免震層	
幅	20 m
奥行き	20 m
自由度	1
単位面積質量	3,000 kg/m <sup>2</sup>
免震周期	4 s
免震減衰定数	20 %

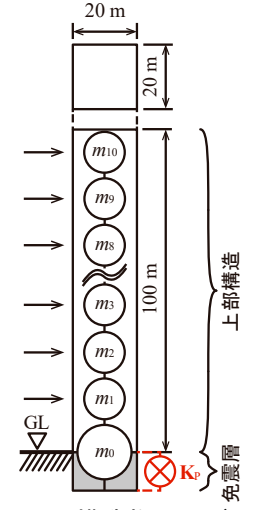


図 1 構造物のモデル

パラメータ	数値
風力の方向	風直交方向
サンプル数	30 波
地表面粗度区分	III
再現期間	500 年
設計風速	50.41 m/s

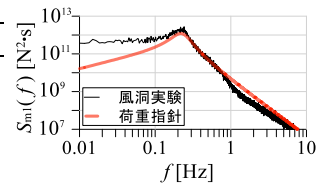


図 2 風力の PSD

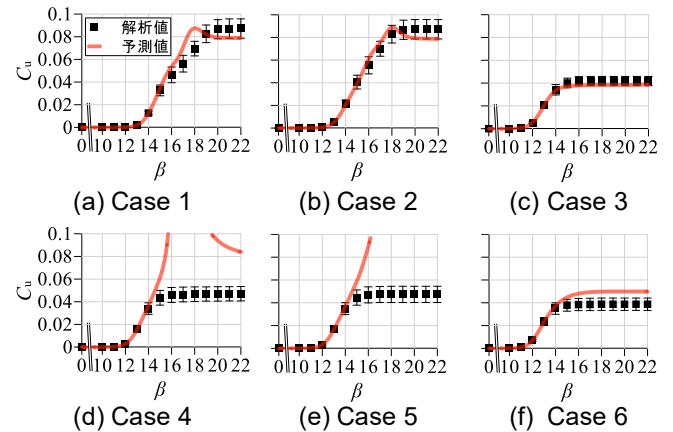


図 3 制御力係数の解析値と予測値の比較

#### 4. 考察

式(8)の最大制御力の予測式は以下の仮定を用いている。

- [1] 1次モード応答が卓越し、高次モード応答を無視可能
- [2] 比例減衰を仮定し、層間の位相差は 0 rad (式(7))
- [3] 1次モードの変位と速度の位相差は  $\pi/2$  rad (式(12))

上記の3項目の成立について考察する。

##### 4.1. 高次モード応答の影響の考察

本節では、仮定[1]について頂上応答変位と頂上応答速度のパワースペクトル密度を用いて考察する。

図4に頂上応答変位の、図5に頂上応答速度のPSDを、30波のアンサンブル平均値で示す。また、頂上風力のPSDが最大値となる卓越振動数(約0.235 Hz)を赤線で示す。また、 $\beta$ の値は図3の $\beta:22$ における制御力係数の1/3, 2/3, 3/3倍の制御力係数が出力される $\beta$ を選んだ。

図4より、どの重みでも振動数が小さいほど、応答のPSDが大きい傾向があり、これは図2より風力の特徴であると考えられる。なお、図4(a)の $\beta:17.1, 22$ 、図4(b)の $\beta:16.2, 22$ において0.5 Hz周辺のPSDが大きい。これは、制御により免震層が固定され、上部構造の1次固有振動数で振動していることを表している。なお、図5より頂上応答速度でも同様の傾向を得た。

以上より、仮定[1]は成立していると考えられる。

##### 4.2. 層間の位相差の考察

本節では、仮定[2]について応答変位と応答速度の時刻歴波形と1次モードの位相差を用いて考察する。

図6に $\beta:22$ における応答変位の時刻歴波形を、図7に応答速度の時刻歴波形を示す。なお、振幅を統一するために各層の最大振幅が1になるように基準化した。

図6(c)(f)より、Case 3, 6には層間の位相差がほぼ生じていない。一方で、図6(a)(b)より、Case 1, 2は特に免震層に上部構造に対して約1/4周期の位相差がある。また、図6(d)(e)より、Case 4, 5は層間の位相差が比較的大きい。なお、図7より応答速度も同様の傾向を得た。

次に、4.1節の考察より高次モードの影響は小さいと考えられるため1次モードの位相差にのみ着目する。図8に1次モードの頂上と免震層の位相差 $|\Delta\theta|$ (左縦軸)と1次減衰定数 $\zeta_{m1}$ (右縦軸)を示す。ここで、位相差 $\Delta\theta$ は次式で算定した。

$$\Delta\theta = \theta_{m1,N} - \theta_{m1,0} \quad (27)$$

ここに、 $\theta_{m1,i}$ : 1次モードの位相の第*i*層の値である。 $\theta_{m1,i}$ および $\zeta_{m1}$ の算定方法は付録1を参照されたい。

図8よりCase 1, 4, 5は $\beta$ が大きい領域で位相差が大きくなっている。なお、Case 2, 3, 5, 6など速度を評価対象にしている場合は、1次減衰定数が1以上(過減衰)になることで、1次モードの層間の位相差が0 radになる。

以上より、Case 1, 4, 5のような変位への重みづけが大きい評価対象は $\beta$ が大きい範囲(過減衰の範囲を除く)で仮定[2]が成立していないと考えられる。

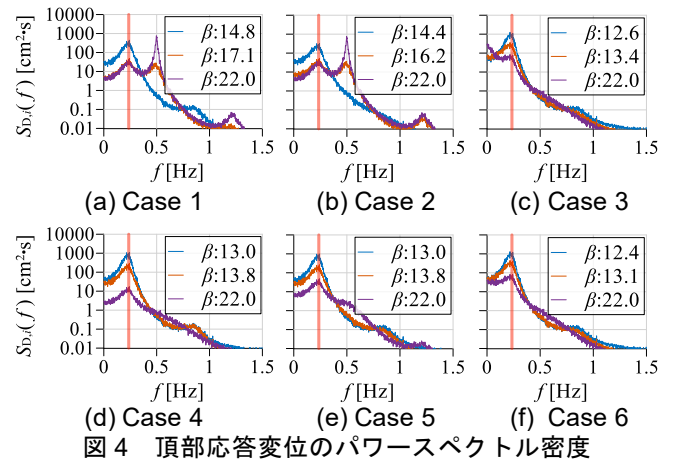


図4 頂上応答変位のパワースペクトル密度

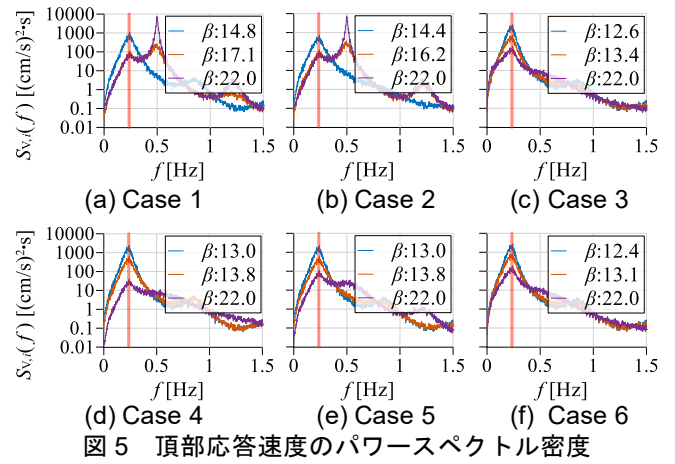


図5 頂上応答速度のパワースペクトル密度

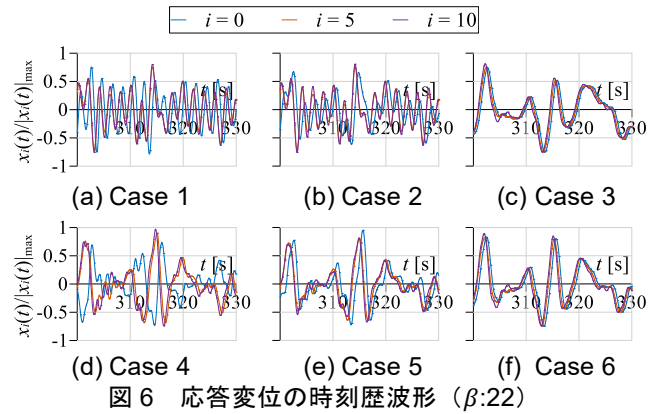


図6 応答変位の時刻歴波形 ( $\beta:22$ )

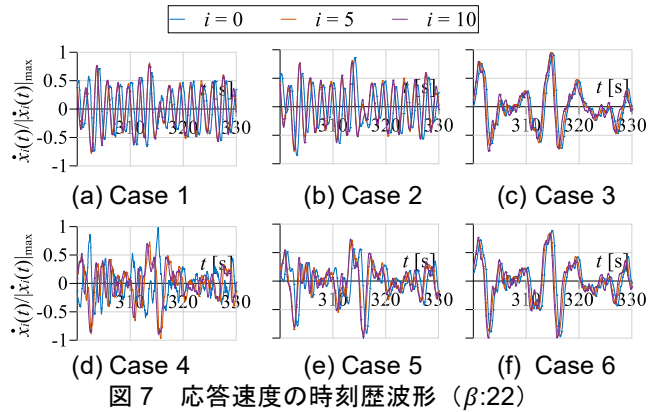


図7 応答速度の時刻歴波形 ( $\beta:22$ )

### 4.3. 1次モードの変位と速度の位相差の考察

本節では、仮定[3]について1次モードの複素固有値の偏角を用いて考察する。なお、偏角は4象限逆正接を用いて算定した。

図9に1次複素固有値 $\lambda_{m1}$ の偏角を示す。偏角が $0.5\pi$  radのとき、変位に対して速度は $90^\circ$ の位相差があることを意味している。図9(a)(d)より、Case 1, 4は1次モードの変位と速度に概ね $\pi/2$  radの位相差がある。しかし、Case 2, 3, 5, 6では $\beta$ の大きい範囲で1次モードの変位と速度に $\pi$  radの位相差があり、この範囲は過減衰の範囲と一致する(図8参照)。

以上より、過減衰の範囲では仮定[3]が成立していない。

### 5. まとめ

本論文では、超高層アクティブ免震建築物が風直交方向風力を受ける場合の最大制御力の予測式について、その適用範囲の考察を行った。得られた知見を以下に示す。

- (1) 風応答は、風力の性質により、1次モード応答が卓越しているため、高次モード応答の影響を無視できる。
- (2) 変位への重みづけが大きい評価対象は重み指数 $\beta$ が大きい範囲(ただし、過減衰の範囲を除く)で層間の位相差を無視できない。
- (3) 速度への重みづけを行う評価対象は重み指数 $\beta$ が大きい範囲で1次モードが過減衰になることで、変位と速度の位相差が $\pi$  radになる。

今後の課題として、上記の考察をもとに最大制御力の予測式の適用範囲の判定式を提案する。

#### 参考文献

- 1) 日本免震構造協会：免震建築物等の計画推移，2024.6
- 2) 日本免震構造協会：免震建築物の耐風設計指針(2023)，2023.3
- 3) Daiki Sato, Yinli Chen, Kou Miyamoto, Jinhua She: A spectrum for estimating the maximum control force for passive-base-isolated buildings with LQR control, *The Journal of Engineering Structure*, 109600, Vol 199, 2019.11
- 4) 日本建築学会：建築物荷重指針を活かす設計指針2-建築物の風応答・風荷重評価/CFDガイド，2017.2
- 5) Yinli Chen, Daiki Sato, Kou Miyamoto, Jinhua She, Osamu Takahashi: Gust Factor Approach for Estimating Maximum Response and Control Force in High-Rise Base-Isolated Buildings with Active Structural Control, *Structural Control and Health Monitoring*, 9995641, 2024.3
- 6) Yinli Chen, Ryuki Kamano, Daiki Sato, Kou Miyamoto: Peak Factor Method for Predicting Maximum Response and Control Force on Across-Wind Direction for Active Structural Control, *APM&JAS* 2024, pp.73-78, 2024.12
- 7) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説(2015)，丸善出版，2015.2
- 8) 丸川比佐夫，大熊武司，北村春幸，吉江慶祐，鶴見俊雄，佐藤大樹：風洞実験に基づく高層建築物の多層層風力によるエネルギー入力性状(その2) 矩形高層建築物に作用する層風力特性，日本建築学会学術講演梗概集，Vol.B-1, pp.193-194, 2010.7
- 9) 平井宏幸，吉江慶祐，佐藤大樹，片桐純治，鶴見俊雄，北村春幸，大熊武司：風洞実験より得られた層風力のサンプル数が高層建築物の時刻歴風応答評価に及ぼす影響，日本建築学会技術報告集，第18巻，第39号，pp.489-494, 2012.6
- 10) 背戸一登：構造物の振動制御，コロナ社，2006.4
- 11) 石丸辰治：応答性能に基づく「対震設計」入門，彰国社，2004.3

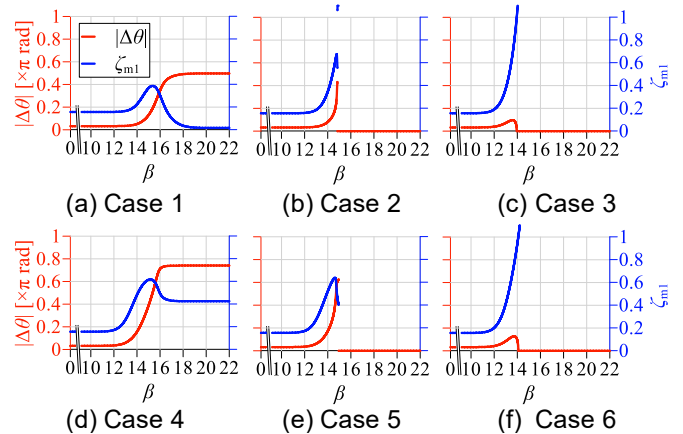


図8 1次モードの位相差と1次減衰定数

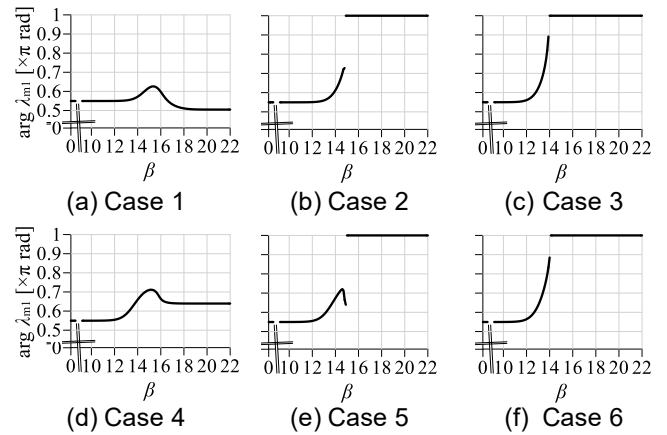


図9 1次複素固有値の偏角

### 付録A. 複素固有値解析

式(2)を変形して、状態方程式の等価モデルを構築する。

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_{eq}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_d\mathbf{d}(t), \quad \mathbf{A}_{eq} = \mathbf{A} - \mathbf{B}_u\mathbf{K}_p \quad (\text{A-1}, 2)$$

ここに、 $\mathbf{A}_{eq}$ ：等価システム行列である。

等価システム行列を用いて複素固有値解析を行う。

$$\mathbf{A}_{eq}\Phi_c = \Phi_c\Lambda_c \quad (\text{A-3})$$

ここに、 $\Phi_c$ ：複素固有行列， $\Lambda_c$ ：複素固有値行列であり、

$s$ 次減衰定数 $\zeta_{ms}$ ， $s$ 次固有円振動数 $\omega_{ms}$ を次式で導く。

$$\omega_{ms} = \sqrt{\lambda_{c,ms}\bar{\lambda}_{c,ms}}, \quad \zeta_{ms} = -\frac{\lambda_{c,ms} + \bar{\lambda}_{c,ms}}{2\omega_{ms}} \quad (\text{A-4}, 5)$$

ここに、 $\lambda_{c,ms}$ ： $s$ 次複素固有値， $\bar{\lambda}_{c,ms}$ ： $\lambda_{c,ms}$ の共役複素数である。これらは、複素固有値が次式の特性方程式を満たす性質から導いた<sup>11)</sup>。

$$\lambda^2 + 2\zeta_{ms}\omega_{ms}\lambda + \omega_{ms}^2 = 0 \quad (\text{A-6})$$

次に、 $s$ 次モードの位相の第 $i$ 層の値 $\theta_{ms,i}$ は、 $s$ 次複素固有ベクトルの第 $i$ 層の値 $\phi_{c,ms,i}$ の4象限逆正接を用いることで導く。

\*1 東京科学大学 環境・社会理工学院 大学院生

\*2 東京科学大学 総合研究院 助教・博士(学術)

\*3 東京科学大学 総合研究院 准教授・博士(工学)

\*4 清水建設株式会社 技術研究所 博士(工学)

\*5 東京工科大学 工学部機械工学科 教授・博士(工学)

Graduate Student, School of Environment and Society, Institute of Science Tokyo \*1

Assistant Prof., IIR, Institute of Science Tokyo, Ph.D. \*2

Associate Prof., IIR, Institute of Science Tokyo, Dr. Eng. \*3

Institute of Technology, Shimizu Corporation, Dr. Eng. \*4

Professor, Tokyo University of Technology, Faculty of Engineering, Dr. Eng. \*5