

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	円形開口を有するH形断面梁ウェブの弾性局部座屈耐力評価
Title(English)	A METHOD FOR EVALUATION OF ELASTIC LOCAL BUCKLING STRENGTH OF I-SHAPED BEAM WITH CIRCULAR WEB OPENINGS
著者(和文)	渡部 琳久, 五十嵐 規矩夫, 三井 和也
Authors(English)	Riku Watanabe, Kikuo Ikarashi, Kazuya Mitsui
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 91, No. 842, pp. 500–511
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 91, No. 842, pp. 500–511
発行日 / Pub. date	2026, 4
権利情報	一般社団法人 日本建築学会

円形開口を有するH形断面梁ウェブの弾性局部座屈耐力評価

A METHOD FOR EVALUATION OF ELASTIC LOCAL BUCKLING STRENGTH OF I-SHAPED BEAM WITH CIRCULAR WEB OPENINGS

渡部 琳久^{*1}, 五十嵐 規矩夫^{*2}, 三井 和也^{*3}

Riku WATANABE, Kikuo IKARASHI and Kazuya MITSUI

In consideration of hole of I-shaped beam web causing reduction of buckling strength, evaluation for buckling coefficient of I-shaped beam web with holes have been conducted. However, numerous studies have been conducted on square plate under pure shear, and not considered buckling of web under nonuniform bending that acts web of actual I-shaped beam. This study reveals the buckling coefficient of web with holes with any aspect ratio under pure shear or nonuniform bending. Using FEA, it investigates the effect of hole size and arrangement on local buckling, and propose evaluation method for buckling coefficient of plate with holes.

Keywords: Plate with Circular Holes, I-shaped Beam with Holes, Pure Shear, Nonuniform Bending, Buckling Coefficient, Finite Element Analysis

円形開口, 有孔H形断面梁, 純せん断, 不均等曲げ, 座屈係数, 有限要素法

1. 序

近年の建築物では, 建物内部の空間が多様な用途で利用され, 設備配管や電気配線, 情報通信ネットワークのケーブルなどの設備を多機能かつ可変的に取めることが求められる。特に, オフィスビルや商業施設, 病院等の高度な情報化が進む建築物では, 膨大な情報通信設備が導入され, 配線および配管の整然とした敷設が不可欠となっている。また, 鋼構造建築物では, 梁部材としてせいが高くウェブ板厚の薄いH形断面梁に関する耐力や安定性が検討され^(例えば 1)-11), これらが効果的かつ合理的に用いられている。このような状況の中で, 各種配管設備や通信ケーブルを取めるための貫通孔をウェブに設ける手法が広く採用されることとなる。しかし, せん断力を負担するウェブに貫通孔を設けることにより, 孔周辺の応力集中, せん断耐力の低下や面外剛性の低下に伴う座屈耐力の低下が危惧され, 特にウェブに貫通孔を有する梁部材の力学的特性を明らかにする研究が数多く行われてきている^(例えば 12)-19)。

福知らは無補強の場合と補強された場合の有孔梁部材のせん断耐力について実験や有限要素法解析を用いて検討し, フィーレンディール効果の影響を考慮した評価を行っている¹²⁾⁻¹⁴⁾。また, Ho-Jun は梁せいの1/2もしくは1/3の孔を設けた場合に対して, 有限要素法解析や実験的手法を用いた考察を行っている。その中で, ウェブの崩壊機構としてはせん断機構や張力場による影響が支配的であることを示し, それを踏まえたリングプレート補強方法を提案している¹⁹⁾。

近年ではウェブ幅厚比が比較的大きいH形断面梁ウェブが広く使用されており, そのような梁ウェブに孔を設けた場合には, せん断耐力の低下に加え, 座屈もより顕著に生じやすくなることが予測される。前述の研究でも, 座屈による耐力の低下が論じられており, 有孔梁ウェブの座屈耐力を明らかにすることは重要である。吉識らは一連の研究で,

純せん断応力下での正方形有孔板の座屈耐力をエネルギー法や実験的な手法を用いて明らかにしている^{20), 21)}。また, 正方形有孔板が純圧縮状態にある場合や, 孔が荷重方向, 荷重垂直方向に偏心した場合の座屈耐力を得ている²²⁾。Kroll²³⁾, Grosskruth²⁴⁾らも有孔正方形板のせん断座屈に関する解析を行っており, 熊井²⁵⁾, Levy²⁶⁾らは純圧縮を受ける有孔正方形板に関して有限要素法解析や実験を行い, 孔径比が座屈係数に与える影響を考察している。

現行の『鋼構造座屈設計指針』²⁷⁾では, 1つの孔を有する場合に対して, 純せん断力を受ける正方形板の座屈係数評価式が与えられている。しかし, 複合応力を受ける有孔板の座屈係数の評価方法は提示されていない。また, 有孔板の座屈に関する既存の研究は, 板形状が正方形板の場合を対象としたものがほとんどであり, 応力分布も純せん断応力を受ける場合が大部分を占めている。梁ウェブの座屈に関する研究手法としては, 梁ウェブのスチフナ補剛区間を辺長比とした板座屈評価が有効であることが知られている¹⁾。鋼構造建築物の梁部材ではスチフナに区切られた区間はほとんどの場合, 材長方向を長辺とした長方形領域であるため, 現行の正方形形状の有孔板の座屈係数では適切な評価が行えないと考えられる。さらに, 梁ウェブのスチフナ補剛区間内には複数の孔を設ける場合が多く, 隣接する孔同士の干渉による座屈係数の変化を検討することも重要である。応力分布に関しても, 梁ウェブが理想的な純せん断応力下にある場合はほとんどなく, 曲げ応力とせん断応力が作用する不均等曲げ応力下にあるが, 不均等曲げ応力下の有孔梁ウェブの座屈に関する研究はみあたらない。

以上の背景を踏まえ, 本論文では有限要素法解析を用いて有孔H形断面梁ウェブの弾性局部座屈耐力を明らかにする。実際の有孔梁ウェブには, リング部材や当て板部材を用いた孔補強が施されている場合

*1 東京科学大学 環境・社会理工学院建築学系 大学院生

*2 東京科学大学 環境・社会理工学院建築学系 教授・博士(工学)

*3 東京科学大学 環境・社会理工学院建築学系 准教授・博士(工学)

Graduate Student, Dept. of Arch. and Build. Eng., Institute of Science Tokyo

Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Institute of Science Tokyo, Dr.Eng.

Assoc. Prof., Dept. of Arch. and Build. Eng., Institute of Science Tokyo, Dr.Eng.

も多いが、本論文では最も基本的な状態として、無補強の場合を対象とする。H形断面梁ウェブには主に曲げ応力とせん断応力が作用する。また、梁ウェブの弾性座屈耐力を考えるにあたっては、既往の研究に示されるように、ウェブをフランジとは独立した板として考えることが有効である³⁾。したがって、まず2章で純せん断応力を受ける1つの孔を有する板の弾性座屈現象を明らかにする。次に3章では不均等曲げ応力を受ける1つの孔を有する板の弾性座屈現象を明らかにする。4章では複数の孔を有する板の弾性座屈現象を3章と同様の応力条件下に対して検討する。ここでは孔の数、板辺長比、孔径および孔間隔を解析変数として、実建築物で用いられる孔配置の組合わせを考慮した形で座屈係数評価を行う。最後に5章では、ウェブとフランジをモデル化して解析を行い、フランジの剛性が有孔梁ウェブの座屈係数と座屈挙動に与える影響を明らかにする。これにより、有孔H形断面梁の最も基本的な状態である孔無補強の場合に対する、孔周辺領域での弾性局部座屈耐力が明らかとなる。

2. 単孔板が純せん断応力を受ける場合の座屈係数

2.1. 有限要素法解析概要

まず、本章では純せん断応力を受ける1つの孔を有する板（以降、単孔板）の座屈係数を検討する。Table 1に本論文で用いる変数の定義および算出式を示す。本論文の解析は全て汎用有限要素法解析プログラムAbaqus 3.00を用いている。Fig. 1に単孔板の場合の有限要素法解析(FEA)モデルの一例および各種変数の設定方法を示す。解析モデルではウェブまたは板せいを300 mm、板厚を5 mmと固定している。AppendixのFEAモデルに示すように、要素は周辺を5 mm間隔で分割し、孔周辺は要素サイズが5 mm以下となるように孔縁を約240分割している。鋼材を想定しているため弾性係数 E を205000 N/mm²、ポアソン比 ν を0.3と設定し、解析モデルは4節点シェル要素で構成されている。孔径の板せいに対する割合である孔径比 d/h は実用上0.33から0.50程度とすることが一般的である²⁸⁾。そのため、本論文では孔径比が0.25, 0.50と0.75の結果を例示し、実用の範囲を網羅した検討を行う。境界条件は周辺単純支持、あるいは周辺固定支持であり、周辺単純支持の場合、周辺上で面外方向の変位のみを固定し、他の成分は固定しない。周辺固定支持の場合には、周辺上で回転成分を固定し、面外方向の変位(z 方向)も固定している。また、 x, y 方向の変位をB点で、 x 方向の変位をA点で固定し、解析モデルを xy 平面上で安定させている。せん断応力分布はFig. 2のように作用させ、固有値解析を行っている。得られた座屈固有値を基に、曲げ座屈係数 k_σ とせん断座屈係数 k_τ をTable 1内に示す変換式により算出している。

2.2. 単孔が材長方向中央に存在する場合の座屈係数

本節では材長方向の中央に単孔を有する板（以降、無偏位の単孔板）が純せん断応力を受ける際の座屈係数を検討する。まず、周辺単純支持された場合の座屈係数についてFig. 3を用いて検討する。Fig. 3(a)の縦軸は周辺上に作用するせん断応力に対する座屈係数 k_τ であり、横軸は板の辺長比 $\lambda = a/h$ である。黒実線は無孔板の座屈係数を表す。無孔板の座屈係数は辺長比の増大に従い単調減少し、 $k_\tau = 5.34$ に収束することが知られている²⁷⁾。無孔板と同様に、無偏位の単孔板の座屈係数も、辺長比の増加に従って減少する傾向にあり、孔径比 d/h ごとに固有の値に収束している。また、 d/h の増加に従って座屈係数は減少し、 $d/h = 0.75$ では、無孔板の座屈係数の1/4程度となっている。座屈係数は $\lambda =$

Table 1 Parameters used in this study

a : Length of plate/web [mm]	h : Plate/web depth [mm]
d : Diameter of holes [mm]	p : Distance between holes [mm]
e_1 : Distance between center of hole on the left side and left edge of the plate [mm]	
e_2 : Distance between center of hole on the right side and right edge of the plate [mm]	
t_w : Plate/Web thickness [mm]	t_f : Flange thickness [mm]
E : Young's modulus [N/mm ²]	ν : Poisson's ratio [-]
D : Flexural rigidity of plate [Nmm] ($= Et_w^3/(12(1-\nu^2))$)	
Z : Section modulus [mm ³]	η : Shear-to-bending ratio [-]
A_w : Web cross-section area [mm ²]	A_f : Flange cross-section area [mm ²]
M_1 : Left-end bending moment [Nmm]	
M_2 : Right-end bending moment [Nmm]	
σ_{cr} : Critical bending stress [N/mm ²]	τ_{cr} : Critical shear stress [N/mm ²]
β : Moment gradient [-]	α : Shear-bending stress ratio [-]
k_σ : Bending buckling coefficient [-]	$\left(= \frac{\sigma_{cr} t_w h^2}{\pi^2 D} \right)$
k_τ : Shear buckling coefficient [-]	$\left(= \frac{\tau_{cr} t_w h^2}{\pi^2 D} \right)$
$k_{\tau,s}$: Shear buckling coefficient of plate with single hole [-]	$k_{\tau,m}$: Shear buckling coefficient of plate with multiple holes [-]

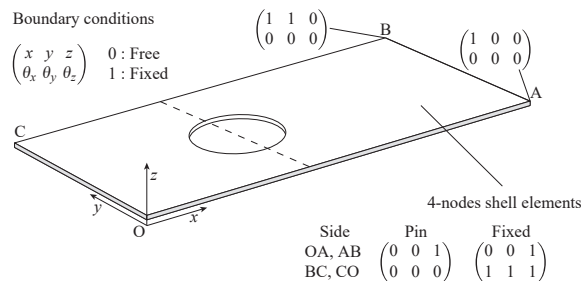


Fig. 1 Example of FEA model and setting of parameters

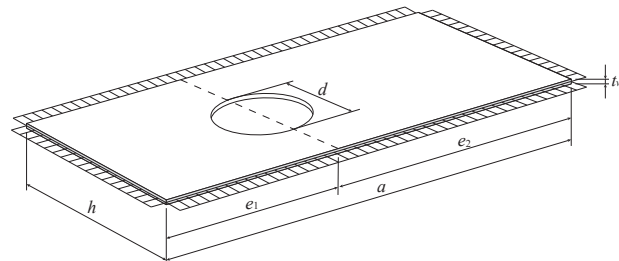


Fig. 2 Stress distribution of plate under pure shear

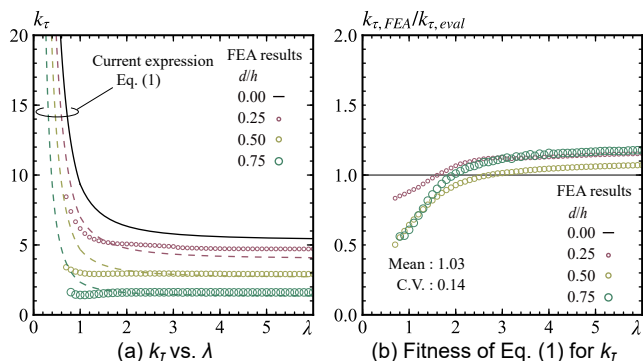


Fig. 3 Buckling coefficient of single-holed plate under pure shear (Pin)

6.0程度でほとんど収束し、収束は d/h が大きいくほど速い。Fig. 4に純せん断応力を受ける無偏位の単孔板の代表的な座屈モードを示しているが、板辺長比や孔径比に依らず、孔周辺で座屈変形が最大となってい

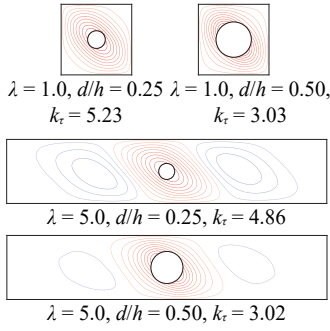


Fig. 4 Buckling modes of single-holed plate under pure shear (Pin)

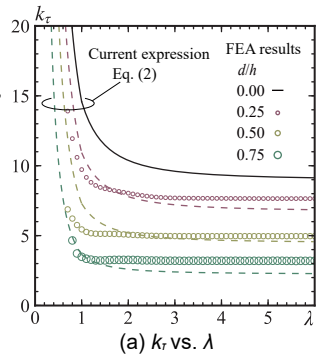


Fig. 5 Buckling of single-holed plate under pure shear (Fixed)

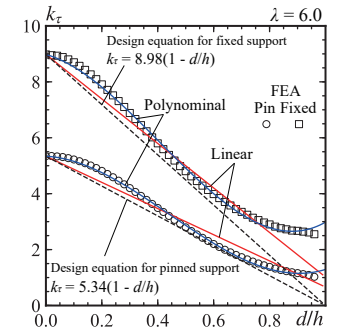
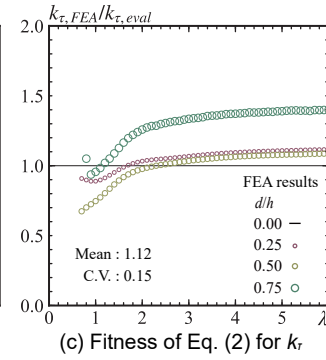


Fig. 6 Convergence value of buckling coefficient of plate under pure shear

る。これは孔周辺の面外剛性が低下するためである。また、孔径比が小さい $d/h = 0.25$ では辺長比を大きくした場合に孔以外での座屈も生じるが、 $d/h = 0.50$ では孔以外での座屈変形はほとんど生じていない。つまり、孔径比 d/h が大きくなると、座屈変形は孔周辺に集中し、孔以外の部分では座屈変形が生じにくくなる。このため、辺長比に依らず座屈変形が一定となり、座屈係数も速く収束する。

『鋼構造座屈設計指針』²⁷⁾ に記される既存の無偏位の単孔板の座屈係数評価式は、無孔の場合の評価式に対して、1 から孔径比 d/h を引いたものを乗じて評価する非常に簡便な数式表現となっている。

$$k_{\tau,s} = \begin{cases} \left(1 - \frac{d}{h}\right) \left(4.0 + \frac{5.34}{\lambda^2}\right) & (\lambda < 1) \\ \left(1 - \frac{d}{h}\right) \left(5.34 + \frac{4.0}{\lambda^2}\right) & (\lambda \geq 1) \end{cases} \quad (1)$$

Fig. 3(a) 中に式 (1) を破線で示している。Fig. 3(b) に既往の評価式 (1) による座屈係数の評価値と FEA による解析結果の比較を示す。縦軸は FEA による値を式 (1) による評価値で除したものである。図中に全ての解析結果に対する平均値と変動係数を示す。式 (1) は辺長比が 2 以上の領域では FEA による解析値を安全側に精度よく近似できているが、辺長比が 2.0 より小さい領域では危険側に評価する傾向にある。したがって、辺長比が 2.0 以下の小さい領域でも精度の良い評価式を提案する必要がある。Fig. 5 に示す無偏位の単孔板が周辺固定支持されている場合でも、周辺単純支持された場合とほとんど同様の傾向を有している。また、式 (2) に示す既往の座屈係数評価式²⁰⁾ を図中に破線で示しているが、これも周辺単純支持の場合と同様に、特に辺長比が 2.0 より小さい領域で過大評価する傾向がある。

$$k_{\tau,s} = \begin{cases} \left(1 - \frac{d}{h}\right) \left(5.6 + \frac{8.98}{\lambda^2}\right) & (\lambda < 1) \\ \left(1 - \frac{d}{h}\right) \left(8.98 + \frac{5.6}{\lambda^2}\right) & (\lambda \geq 1) \end{cases} \quad (2)$$

以上を踏まえ、任意の辺長比、孔径比に対しても精度の良い座屈係数評価式を作成する。既存の評価式である式 (1) および式 (2) は無孔板の座屈係数に孔径比による低減係数を乗じる明瞭な数式表現となっている。本論文で提案する評価式でも、辺長比の増大による収束値を評価式中に明瞭な表記で残しつつ、簡便な式となるように作成する。Fig. 3(a) と Fig. 5(a) に示すように、境界条件に依らず、座屈係数は辺長比が 6 程度で概ね収束していることから、評価式上の座屈係数の収束値として、辺長比が 6 の場合の座屈係数を参照する。Fig. 6 に d/h ごとの座屈係数の収束値を示す。縦軸は座屈係数の収束値であり、横軸は d/h である。それぞれの解析結果を基に最小二乗法を用いて座屈係数を近似す

る。また、近似式を決定する際には、 $d/h = 0.00$ での値を現行の評価式の値である、 $k_{conv,pin} = 5.34$ と $k_{conv,fixd} = 8.98$ に固定する。座屈係数の収束値の 3 次式、1 次式による近似式を以下に示し、Fig. 6 中に実線で示す。

Polynomial regression analysis (Pin)

$$k_{conv,pin} = 10.63(d/h)^3 - 14.15(d/h)^2 - 0.53(d/h) + 5.34 \quad (3)$$

Linear regression analysis (Pin)

$$k_{conv,pin} = -4.68(d/h) + 5.34 \quad (4)$$

Polynomial regression analysis (Fixed)

$$k_{conv,fixd} = 14.86(d/h)^3 - 18.02(d/h)^2 - 2.84(d/h) + 8.98 \quad (5)$$

Linear regression analysis (Fixed)

$$k_{conv,fixd} = -7.96(d/h) + 8.98 \quad (6)$$

図中の青線で示すように 3 次式である式 (3) および式 (5) により $d/h < 0.80$ 程度の孔径比に対して非常に精度よく近似できているが、式表現が複雑となる。図中の赤線で示す 1 次式である式 (4) および式 (6) による近似では、 d/h が小さい範囲では安全側に、実務上用いられる $d/h = 0.50$ 程度で若干の危険側の評価となるものの、十分実用的な近似精度を有している。そのため、本論文では 1 次式である式 (4) および式 (6) を用いて座屈係数の収束値を評価することを提案する。以上の収束値評価に加え、辺長比による影響を考慮した無偏位の単孔板の座屈係数の評価式を式 (7) から式 (10) に示す。式 (8) および式 (10) は辺長比が 1 以上の場合の評価式である。

Pinned supported

$$k_{\tau,s} = \begin{cases} 4.0 \left(1 - \frac{d/h}{\lambda}\right) + \left(5.34 - 4.68 \frac{d/h}{\lambda}\right) / \lambda^2 & (\lambda < 1) \\ 5.34 - 4.68 d/h + \frac{4.0(1 - d/h)^3}{\lambda^2} & (\lambda \geq 1) \end{cases} \quad (7)$$

Fixed supported

$$k_{\tau,s} = \begin{cases} 5.6 \left(1 - \frac{d/h}{\lambda}\right) + \left(8.98 - 7.96 \frac{d/h}{\lambda}\right) / \lambda^2 & (\lambda < 1) \\ 8.98 - 7.96 d/h + \frac{5.6(1 - d/h)^3}{\lambda^2} & (\lambda \geq 1) \end{cases} \quad (10)$$

辺長比が 1 以下の座屈係数の評価を行う際には、板せい方向を板長方向に、板長方向を板せい方向に読み替えることにより、辺長比が 1 以上の場合の評価式を利用できる。つまり、辺長比が $1/\lambda$ の板に孔径比 d/a の孔を有する場合の座屈係数として算出すれば、式 (8) と式 (10) をそれぞれ変形することにより、辺長比が 1 以下の場合の座屈係数評価式 (7) と (9) が導かれる。Fig. 7 に FEA による結果を凡例で、提案する評価式 (7) から (10) を実線で示す。評価式は破線に示す現行の評価式 (1), (2) に比較して良い近似ができている。周辺固定支持の場合、辺長比が 1 以下で $d/h = 0.75$ の場合には解析値を大きく安全側に評価しているが、実

用上 $d/h = 0.75$ の孔を設けることはほとんどなく、 d/h は 0.5 以下であることが多いため、十分に実用的である。周辺単純支持された場合、Fig. 7(a) に示すように、 $d/h = 0.25$ の場合には、辺長比が 1.5 以上の領域で、評価式が解析値を 0.8 倍程度の安全側に評価する傾向にある。これは Fig. 6 での座屈係数の取束値の評価の際に式 (4) に示す 1 次式を用いたためであり、式 (3) に示す 3 次式を用いれば座屈係数をさらに精度良く評価できる。3 次式を用いて単孔板の座屈係数を評価する場合には、取束値に対応する式表記を置き換える。例として単純支持された辺長比が 1 以上の単孔板の座屈係数評価式 (8) は式 (11) のように変換できる。

$$k_{\tau} = 5.34 + 10.63(d/h)^3 - 14.15(d/h)^2 - 0.53d/h + \frac{4.0(1-d/h)^3}{\lambda^2} \quad (11)$$

2.3. 単孔が材長方向に偏位する場合の座屈係数

本節では板の材長方向に孔が偏位した板（以降、有偏位の単孔板）の座屈係数評価を行う。本論文では孔の材長方向中心に対する偏りを偏位と称し、偏位量を Δe とする。偏位を有する場合には、孔中心から材長方向の板端までの距離を主要な解析変数とする。孔中心と左板端までの距離を e_1 、右板端までの距離を e_2 とする。純せん断応力状態では、左右方向に等しく孔を偏位させた場合には板の中心を原点として点対称な孔配置、応力状態となるため、左右方向に等しい量偏位させた場合の座屈係数は等しい。したがって、一方向の偏位を考慮すれば十分であるため、常に左側に偏位させて解析を行う。各辺長比に対し、 e_1 を $d/2 < e_1 < a/2$ の範囲で板せい h の 0.25 倍の間隔で変化させ解析を行う。 $\lambda < 1.5$ で孔を偏位させることはほとんどないため $\lambda \geq 1.5$ と設定する。

まず、周辺単純支持された有偏位の単孔板の座屈係数を Fig. 8 に示す。横軸は Fig. 8(a) では e_1 の板せい h に対する割合 e_1/h であり、Fig. 8(b) では e_2 の h に対する割合 e_2/h である。図中の白抜きの凡例は、前節の無偏位の単孔板の座屈係数であり、 $e_1/h = e_2/h = \lambda/2$ となる。中実の凡例は有偏位の単孔板の座屈係数を表している。Fig. 8(a) より、無偏位の単孔板の座屈係数と比較して、同一の e_1/h を有する有偏位の単孔板の座屈係数は概ね等しいが、孔径比 $d/h = 0.25$ の場合には $e_1/h = 0.5$ で大きく座屈係数が低下する。同様に、Fig. 8(b) に示すように無偏位の単孔板の座屈係数と比較して、同一の e_2/h を有する無偏位の単孔板の座屈係数は概ね等しく、中実の凡例はほとんど重なって表記されている。一部の有偏位の単孔板の座屈係数が、無偏位の単孔板の座屈係数を上回っている。これは、孔が板左端側に極端に近い場合の結果であり、板周辺の境界条件が孔周辺の座屈変形に影響を及ぼすためである。Fig. 9 に示す有偏位の単孔板と無偏位の単孔板の座屈変形は、孔位置や辺長比に依らず概ね等しく、常に孔周辺が座屈変形している。

Fig. 10 に純せん断応力を受ける単孔板の各応力分布図を示す。応力分布は有限要素法の大変形解析で完全弾性材料を想定し、支持辺上に $\tau_{xy} = 1 \text{ N/mm}^2$ のせん断応力を作用させた応力分布を示している。全てのコンタ図の間隔は 0.25 N/mm^2 であり、各応力の最大値と最小値も表記している。赤線は応力が正であることを、青線は負であることを、紫線は 0 であることを表している。また、線の濃淡によって絶対値の大きさを表し、濃いほど絶対値が大きいことを表している。Fig. 10 には、無偏位の単孔板の座屈係数に対して有偏位の単孔板の座屈係数が減少する解析変数である、 $d/h = 0.25$ 、 $\lambda = 4.0$ 、 $e_1/h = 1.0$ の場合の応力分布を示す。有偏位の単孔板と、同一の e_1/h で無偏位の単孔板の応力分布を比較しても、孔周辺の応力分布はほとんど等しい。

以上により、有偏位の単孔板の応力分布は、無偏位の単孔板の応力分

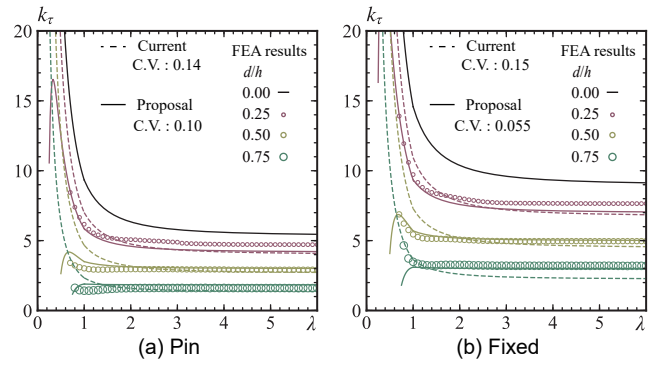


Fig. 7 Proposal evaluation formulae of plate under pure shear

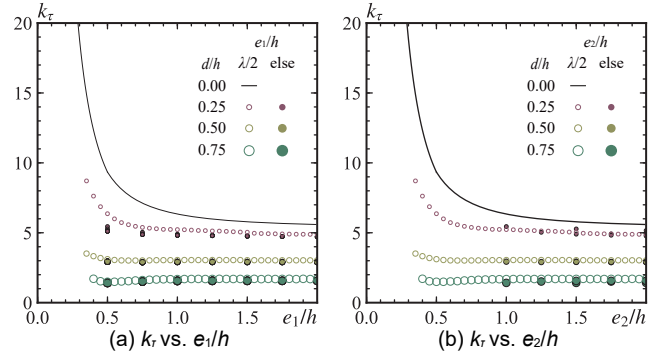


Fig. 8 Buckling coefficient of single-hole plate under pure shear (Pin)

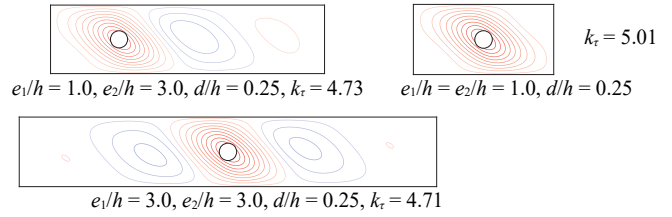


Fig. 9 Buckling modes of single-holed plate under pure shear

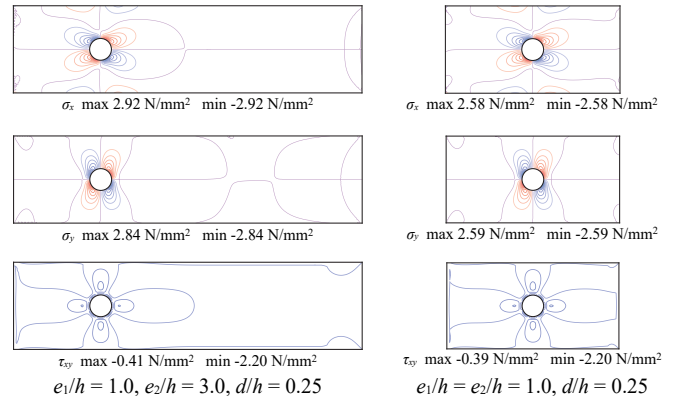


Fig. 10 Stress distribution of single-holed plate under pure shear

布と大きな差異はなく、加えて孔の偏位の有無は孔周辺の座変形にもほとんど影響を与えないことが確認されているため、有偏位の単孔板の座屈係数を無偏位の単孔板の座屈係数を用いて評価できる。Fig. 8(b) に示すように有偏位の単孔板の座屈係数は、 e_2/h を辺長比の半分とする無偏位の単孔板の座屈係数で安全側に評価ができる。つまり、辺長比を $2e_2/h$ とする無偏位の単孔板の座屈係数評価式 (8) を用いることができ、有偏位の単孔板の座屈係数評価式を式 (12) で提案する。

$$k_{\tau,s} = 5.34 - 4.68d/h + \frac{4.0(1-d/h)^3}{(2e_2/h)^2} \quad (12)$$

式 (12) は板の辺長比が 1 以上の場合の座屈係数評価式であり、辺長比が 1 以下の場合には、式 (7) を用いれば有偏位の単孔板の座屈係数を評価できる。しかし、辺長比が 1.5 以下の領域に孔を設ける際には、孔を偏位させる必要性はないと考えられるため、本論文では座屈係数評価式を記載していない。周辺固定支持された有偏位の単孔板の座屈係数も同様の傾向となり、単純支持の場合と同様に、式 (13) を用いて評価式を設定する。Fig. 11 に各境界条件に対して FEA による結果を評価値で除した値を縦軸に、横軸を e_2/h とした結果を示す。特に周辺固定支持の場合には座屈係数を精度良く評価ができ、周辺単純支持の場合も、実用的な $d/h = 0.50$ 以下では概ね安全側に評価ができています。

$$k_{\tau,s} = 8.98 - 7.96d/h + \frac{5.6(1-d/h)^3}{(2e_2/h)^2} \quad (13)$$

3. 単孔板が不均等曲げを受ける場合の座屈係数

3.1. 有限要素法解析概要

H 形断面梁ウェブには、梁部材に作用する地震動や風荷重等により、不均等曲げ応力が作用するため、本章では不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈係数を明らかにする。既往研究では梁ウェブの座屈係数を考えるにあたり、フランジとウェブを独立した板として考え、ウェブの板としての座屈係数を評価する手法が採られている³⁾。本論文でも同様の手法により、フランジとウェブを独立した板として考え、最後に 5 章でフランジの影響を考慮したウェブ座屈係数の算出を行う。ここで実際の梁ウェブの局部座屈では、フランジによって弾性支持されるため、境界条件は周辺単純支持と周辺固定支持の間となる。弾性支持剛性はウェブとフランジの断面積や幅厚比によって変化するため、それらを組合せた評価が必要である。本論文では実際の境界条件を考慮した解析を行い、評価式を提案するが、本節ではまず、基本的な状態として、ウェブとフランジの接合線のウェブの境界条件を周辺単純支持、周辺固定支持とした場合の座屈係数を検討する。

Fig. 12 に H 形断面梁ウェブの辺上に、不均等曲げによって作用する板端部の応力分布を示す。この応力分布の各係数はフランジとウェブの断面積の比率によって定まる諸変数によって決定でき、図中に曲げ応力分布とせん断応力分布をそれぞれ表す応力関数を示している。式中の η はせん断曲げ比¹⁾であり、ウェブに対するフランジの断面積比を用いて $\eta = 1/6 + A_f/A_w$ で表される。 η が大きいほど曲げ応力に比してせん断応力の影響が大きいことを表し、 η が小さいほどせん断応力の影響が小さいことを表す。 β は曲げモーメント勾配であり、 $\beta = 0$ で純曲げ応力状態を、 $\beta = 2$ で逆対称曲げ応力状態を表す。梁ウェブには通常一定間隔でスチフナが設けられ、スチフナによりウェブの面外変位は拘束される。本論文では、スチフナの剛性が十分に確保されているものとし、ウェブの局部座屈はスチフナ補剛区間に生じる場合を考える。また、辺長比が 4 以上のスチフナ補剛区間に 1 つの孔を設ける場合はほとんどないため、単孔を有する場合の解析では λ の検討範囲を $\lambda \leq 4$ とする。 η 、 β 、 λ をそれぞれ変化させて作成した応力分布を解析モデルに入力し、 e_1/h 、 e_2/h 、 d/h を解析変数とした解析を行う。

本解析では、 η により変化する応力分布をウェブに対して再現するが、フランジに幅と板厚を持たせた解析を行うと、フランジの座屈が支配的なモードが算出される場合がある。本解析は有孔ウェブの座屈係数を明らかにすることを目的としているため、Fig. 1 と同様にフランジの座屈による影響を無視したモデルを用いて解析を行う。ただし、フラ

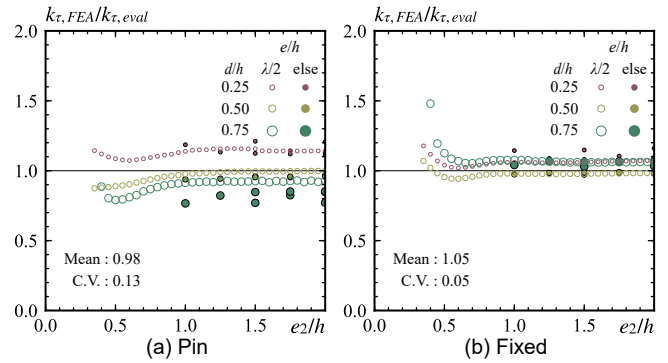


Fig. 11 Evaluation for buckling coefficient of plate under pure shear

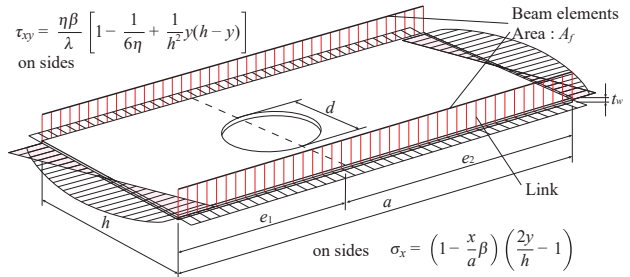


Fig. 12 FEA model and stress distribution under nonuniform bending

ンジによる応力分布の変化を再現するため、フランジと等価な断面積を有するビーム要素をウェブの長辺に配置し、ウェブのフランジ側の辺の節点とビーム要素をリンクによって接続する。リンクはそれぞれ節点の変位を拘束している。これにより回転量は追従させず、応力のみをフランジとウェブの間で伝達している。フランジとウェブの接合線の境界条件はウェブ側の支持辺上に与え、単純支持、固定支持をそれぞれ再現している。両材端を剛体リンクにより接続し、図心に配した参照点に対してモーメントを部材に作用させている。この時の剛体リンクは板せい方向の変位のみを自由とし、それ以外の変位を拘束している。

3.2. 無偏位の単孔板の座屈係数

不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの座屈係数を Fig. 13 に示す。縦軸はウェブ端に作用する平均せん断応力である $\tau = \tau_0 \eta \beta / \lambda$ をせん断座屈係数 k に変換した結果であり、横軸は辺長比 λ である。また、図中の実線は 2 章にて示した純せん断応力を受ける無偏位の単孔板の解析結果を表している。この場合には曲げ応力に対してせん断応力が極限まで大きく作用している状態と考えることができるため形式上 $\eta = \infty$ と表記している。鋼構造建築物で用いられる圧延 H 形断面を基に算出した η は主に $0.5 \leq \eta \leq 2.5$ の範囲に存在するため¹⁾、 $\eta = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ で解析を行うことで、実用範囲を概ね網羅している。Fig. 13(a.1), (b.1) に $\beta = 1.0, 2.0$ の場合の解析結果をそれぞれ示す。 β が大きいほど、曲げ応力に比してせん断応力が支配的となるため、座屈係数が図中の実線に示す純せん断応力を受ける無偏位の単孔板の座屈係数とほとんど等しくなる傾向にある。しかし、Fig. 13(a.1) の $\beta = 1.0$ の応力分布では、○印の凡例に示す $\eta = 0.5$ の場合に曲げ応力が比較的大きく作用するため、座屈係数が純せん断の結果と比較して大きく減少する傾向にある。同一の β と η 、 λ に対して孔径比 d/h の影響を確認すると、 $d/h = 0.25$ では η によって座屈係数が減少するが、 $d/h = 0.50$ や 0.75 では純せん断応力の結果と概ね等しい。したがって、同一の応力を作用させた場合でも、 d/h が大きいほど曲げ応力の影響が小さく、せん断応力の影響が大

きい。 $d/h = 0.75$ では、曲げ応力の影響が比較的大きい応力分布を作用させた $\beta = 1.0, \eta = 0.5$ でも、純せん断応力を受ける場合の座屈係数と概ね等しい。これは、純せん断応力を受ける場合と同様に、 d/h の増大により面外剛性が低下し、せん断座屈係数が低下するためである。

Fig. 13(a.1) 中の $\eta = 0.5$ の結果を確認すると、 $\lambda = 4.0$ で $d/h = 0.00$ (無孔板) と 0.25 の場合の座屈係数が概ね等しくなっている。この時の座屈モードを Fig. 13(a.2) に示しているが、孔周辺でなく曲げモーメントが最大となる左側の梁端ウェブの座屈が支配的となり、座屈モードは概ね等しくなっている。これは、せん断応力に比して曲げ応力の影響が大きい断面形状であるため、孔周辺のせん断座屈が生じにくくなり、端部周辺での座屈が支配的となったと考えられ、 β が小さく曲げ応力の影響が大きい場合に顕著である。

Fig. 14 に不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの応力分布の一例を示す。不均等曲げ応力分布はせん断応力と曲げ応力を複合して作用させた応力分布であり、Fig. 12 に示す応力分布が作用する。単孔板に不均等曲げ応力を作用させた場合には Fig. 14 の最上段 1 列目の応力 (I) が板周辺に作用する。また、本解析ではウェブを対象としているためフランジから入力される純せん断応力分布が最上段 2 列目 (II) のように作用する。これら 2 つを足し合わせた応力分布が、ウェブが不均等曲げを受ける際に周辺に作用する応力分布 (III) となる。本解析ではそれぞれが単孔ウェブの応力分布に与える影響を独立して考慮する。各応力図の 1 列目は単孔板に不均等曲げを作用させた場合の応力分布を表し、2 列目はフランジから入力される純せん断応力分布のみを作用させた場合の応力分布を表す。3 列目はそれら 2 つを足し合わせた応力を作用させた場合の応力分布であり、真に不均等曲げを受ける場合の応力分布を表す。図より、3 列目の不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの孔周辺の応力分布は、2 列目のフランジから入力される純せん断応力によって支配的に決定されている。1 列目の曲げ応力によって梁端部側には直応力が入力されるが、2 列目の純せん断応力によって作用する孔周辺の応力集中に対して極めて小さい。

以上を踏まえると、 λ や η 、 β の影響を考慮した係数を、純せん断応力を受ける無偏位の単孔板の座屈係数評価式 (7) から (10) に乗じることによって、不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの座屈係数を評価できる。また、曲げ応力の影響が支配的となる領域では、孔の有無に関わらず梁端部での座屈が支配的となるため、上記で求めた無偏位の単孔ウェブの座屈係数と無孔ウェブの座屈係数を比較して、小さい方を座屈係数とすることによって支配的な座屈モードを考慮した評価ができる。Fig. 15 に周辺固定支持された無偏位の単孔ウェブの座屈係数を示す。周辺単純支持の場合の結果と同様の傾向を有しており、 $d/h = 0.25$ の孔径比が小さい場合には曲げ応力の影響を受けて座屈係数が純せん断の場合よりも低下し、 $d/h = 0.50$ や 0.75 の孔径比が大きい場合には純せん断の場合の結果と等しくなる傾向にある。

ここで、著者の 1 人は周辺単純支持された不均等曲げを受ける無孔ウェブの座屈係数を下記の算定式によって評価している¹⁾。

$$k_{\tau} = \left[R \left(\frac{1}{\lambda} \right)^3 - \left(\Lambda^2 + \frac{2R}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 + \left(2\Lambda + \frac{R}{\Lambda^2} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right] k_{\tau,s} \quad (14)$$

$$R = 107\eta^3 - 233\eta^2 + 342\eta - 149 \quad (15)$$

$$\Lambda = 3.0\eta + 2.0 \quad (16)$$

これらの式では η 、 β 、 λ が独立した変数として式中に存在しているが、近年の H 形断面梁ウェブの性能評価、座屈を考えるにあたっては

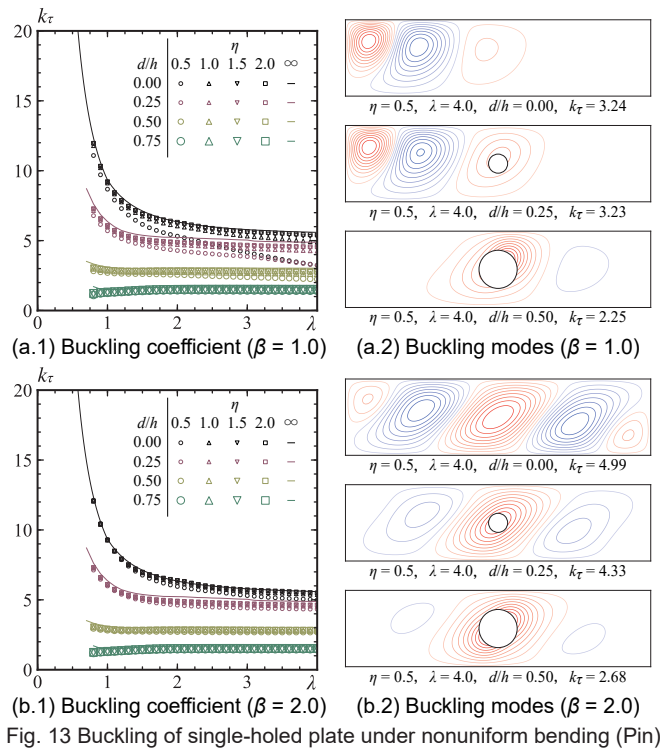


Fig. 13 Buckling of single-holed plate under nonuniform bending (Pin)

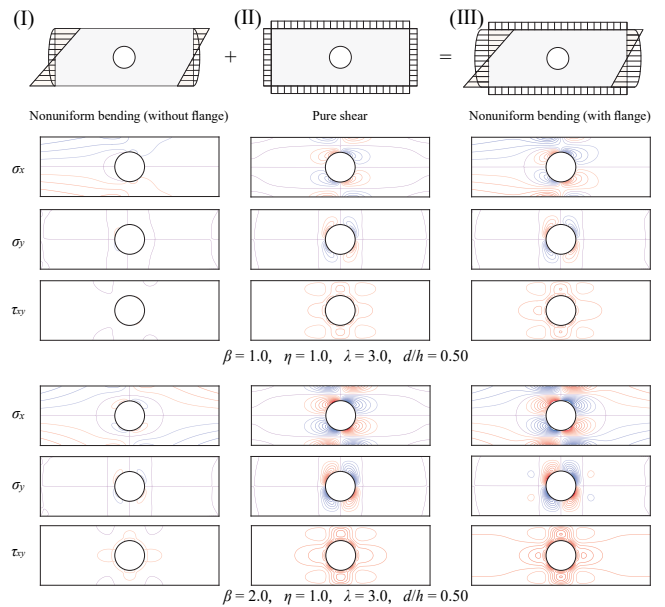


Fig. 14 Stress distribution of plate under nonuniform bending

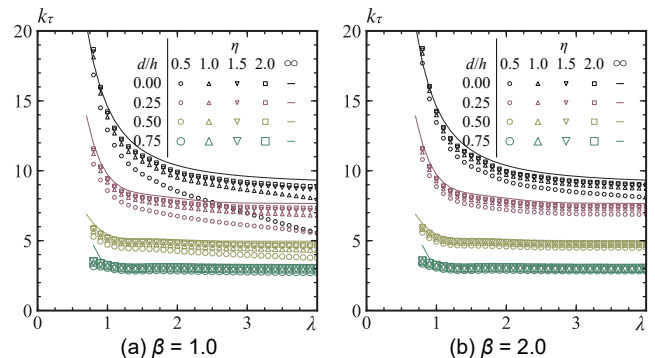


Fig. 15 Buckling coefficient of single-holed plate with no deviation under nonuniform bending (Fixed)

3変数を用いて $\alpha = \eta\beta/\lambda$ で表されるせん断曲げ応力比 α を用いた評価手法が一般的であり、弾性局部座屈耐力評価のみでなく、梁部材の最大耐力や変形性能を評価する指標の算出^{9),10)}や、座屈後の崩壊モードの区分指標にも利用されている¹¹⁾。そのため、不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの座屈係数の評価に対しても α を用いる。 α は0に近いほど曲げ型であり、せん断座屈係数が0に近づくことを表す。また、 α が大きいほどせん断応力が支配的であり純せん断応力状態に近いことを表す。したがって、純せん断応力を受ける場合の評価式に乗じる低減係数は $\alpha=0$ で0となり、 $\alpha \rightarrow +\infty$ で1となるように設定する。また、 d/h が大きいほどせん断応力が支配的であるため、取束速度は d/h が大きいほど速くなる。以上を踏まえ、前章の純せん断応力を受ける無偏位の単孔ウェブの座屈係数 $k_{\tau,s}$ の評価式(7)から式(10)に対して低減係数を乗じた、不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブのせん断座屈係数評価式を以下に示す。なお、低減係数は境界条件に依らない。

$$k_{\tau} = \min \left\{ \left[\frac{2}{1 + e^{-10\alpha(1+d/h)}} - 1 \right] k_{\tau,s}, \left(\frac{2}{1 + e^{-10\alpha}} - 1 \right) k_{\tau,s} \Big|_{d/h=0} \right\} \quad (17)$$

式(17)は d/h が大きくなるほど α を実質的に増大させる。つまり、せん断力の影響を大きく反映していることを表現している。また、2項目は無孔板の座屈係数を表し、単孔板の座屈係数と比較することにより前述の Fig. 13(a.2) に示すような孔周辺以外での座屈が生じる場合の座屈係数を評価している。式(17)を用いて算出した座屈係数により解析結果を除いた値を縦軸とした結果を Fig. 16 に示す。式(17)は無偏位の単孔ウェブの座屈係数や黒凡例に示す無孔板の座屈係数も精度良く評価できている。しかし、 $d/h=0.75$ では $\eta=0.5$, $\beta=0.5$ など、 α が小さく、曲げ応力がせん断応力に対して支配的な領域で大きく安全側に評価する傾向にある。しかし、実用上は $d/h=0.75$ ほどの大きな孔径比の孔を設ける場合はほとんどなく、頻繁に用いられる $d/h \leq 0.5$ の場合には解析結果を十分に精度良く評価できているため実用的である。

3.2. 単孔が偏位を有する場合の座屈係数

本節では不均等曲げを受ける有偏位の単孔ウェブの座屈係数を検討する。不均等曲げを受ける場合には、材長方向の応力分布は一定でないため、曲げモーメントが大きい側への偏位と、曲げモーメントが小さい側への偏位は等価でない。したがって、孔の曲げモーメントの大きい側と小さい側への偏位を両方考慮し座屈係数評価を行う。本論文では曲げモーメントが大きい側への偏位を負側への偏位とし、小さい側への偏位を正側への偏位と呼称する。

Fig. 17(a) に周辺単純支持された有偏位の単孔ウェブに不均等曲げ応力を作用させた場合のせん断座屈係数を示す。辺長比は2.0, 3.0, 4.0を、曲げモーメント勾配 β は0.5, 1.0, 1.5, 2.0を対象とし図に併せて示す。縦軸は無偏位の場合の座屈係数 $k_{\tau,nodev}$ に対する有偏位の場合の座屈係数 $k_{\tau,dev}$ の比である。横軸は偏位量 Δe の材長 a に対する割合を表している。有偏位の単孔ウェブの座屈係数は、無偏位の単孔ウェブとほとんど等しい座屈係数となっている。ここで、曲げモーメント分布に関わらず、せん断応力はウェブの材長方向に等しい大きさで分布する。Fig. 13および Fig. 15 に示したように、不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの座屈に対しては、ほとんど全ての変数でせん断応力が支配的である。そのため、孔の位置に関わらず、等しいせん断応力が作用し、せん断応力が支配的に作用して座屈が生じるため、孔の位置が座屈に与える影響は小さく、偏位の影響は小さくなる。Fig. 18 に示す座屈モードを確認

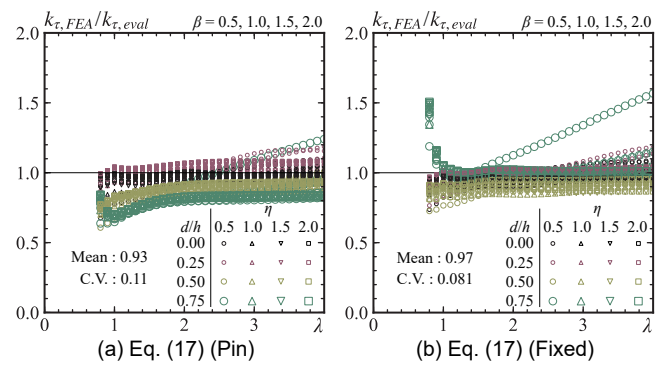


Fig. 16 Fitness of evaluation formulae under nonuniform bending

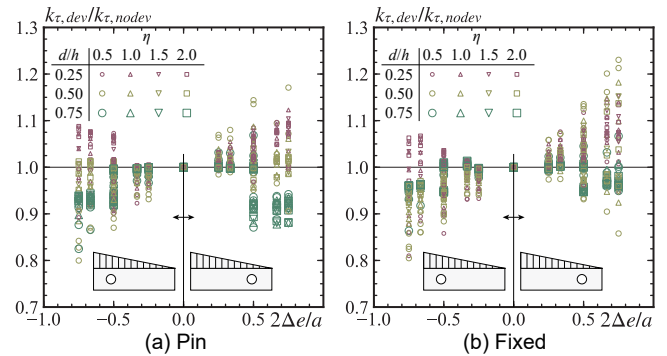


Fig. 17 $k_{\tau,dev}/k_{\tau,nodev}$ vs. $2\Delta e/a$

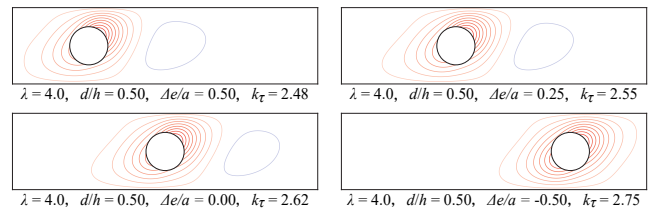


Fig. 18 Buckling modes of single-holed plate with deviation under nonuniform bending (Pin)

しても、孔位置に依らずせん断応力が支配的なモードが生じ、座屈係数は概ね等しい。偏位の方向性の影響を確認すると、負側へ偏位させた場合の方が、正側へ偏位させた場合よりも座屈係数が下がる傾向にある。これは、孔位置の断面での曲げ応力が大きくなることによって、曲げ応力に起因する孔周辺の応力集中が大きくなるためである。しかし、有偏位の単孔ウェブの孔周辺の応力集中には、作用するせん断応力が曲げ応力に対して支配的であるため、偏位による孔位置での曲げモーメント作用量が座屈に与える影響は小さい。偏位による座屈係数の低減率は2割程度であり、Fig. 17(a) に○印の凡例で示す $\eta=0.50$ を除けば1割程度である。Fig. 17(b) に示す周辺固定支持された場合も、周辺単純支持された場合と同様に、偏位が座屈係数に与える影響は小さい。したがって、有偏位の単孔ウェブが不均等曲げを受ける際の座屈係数は、無偏位の単孔ウェブの座屈係数と等しいとして評価式を設定し、式(17)が不均等曲げを受ける有偏位の単孔ウェブの座屈係数評価式となる。

4. 複数孔板の座屈係数

4.1. 解析変数の設定

本章では Fig. 19 に示す複数の孔を有する板（以降、複数孔板）の座屈係数を検討する。複数孔板の解析に対しては、孔同士の中心間距離 p を解析変数に加える。また、孔の数 n は複数孔間での座屈モードの連成や、孔同士の応力集中の干渉に大きく影響すると考えられる。ただ

し、 $n=3$ とすれば、中心の孔では左右双方の孔の影響を、左右の孔では板端からの距離の影響と1方向の孔の影響を考慮できる。そのため、複数孔板の座屈係数に対する孔配置の影響を確認する上では、 $n=3$ とすれば十分であり、本検討ではまず $n=3$ とする。

本検討で作用させる応力分布は、純せん断応力を受ける場合と不均等曲げを受ける場合を対象とする。各応力分布に対し、Fig. 19のように孔径比が全て等しく、材長方向の中央に中央孔をとり、左右孔は中央孔から等しく p のピッチで設けられている場合を考える。ここでは、左右端から左右孔それぞれまでの距離は左右等しく e と置いた。

次に、実際の梁部材ではスチフナ補剛区間に異なる径の孔が混在している場合も考えられるため、孔の数、孔の配置や孔径比を変化させ、純せん断応力または不均等曲げを受ける任意の孔配置を有する複数孔板の座屈係数評価式を提案する。

4.2. 純せん断を受ける複数孔板の座屈係数

純せん断応力を受ける複数孔板の座屈係数を Fig. 20 に示す。横軸は左孔中心と板左端の距離 e/h であり、各凡例の形状は孔間距離 p/h を表す。まず、Fig. 20(a) に示す周辺単純支持された場合を確認すると、同一の p/h に対しては e/h に依らず概ね一定の座屈係数となっている。 p/h による影響を確認すると、 $p/h=0.75$ や 1.0 ではそれ以外の場合に比して座屈係数が低下している。これは、Fig. 21 の座屈モードに示すように、 p/h が小さい場合には隣接する孔周辺の座屈が干渉するためであり、中央孔付近での面外剛性が局所的に単孔の場合よりも低下する影響とも考えられる。 p/h の増大に従い座屈係数は収斂し、 $p/h=2.0$ 程度になると、図中実線に示す純せん断応力を受ける無偏位の単孔板の座屈係数に収斂する傾向にある。また、Fig. 21 の下段に示す $p/h=2.0$ の場合の座屈モードを確認すると、座屈が支配的な中央孔付近の座屈モードは、Fig. 4 に示す単孔板の座屈モードの形式と類似しており、それぞれの孔に生じている座屈変形は互いに影響していない。

すなわち、複数孔板の座屈に対しては e/h よりも p/h が支配的に作用し、 $p/h \leq 1.0$ 程度では孔同士の座屈の干渉や局所的な面外剛性の低下の影響を受け座屈係数が低下する傾向にあるが、 $p/h \geq 2.0$ では単孔板の座屈係数と概ね等しいとみなせる。Fig. 20(b) に示す周辺固定支持の場合の結果も、周辺単純支持の場合の結果と概ね同様の傾向を有している。また、座屈モードも1つの孔を座屈変形の頂点として生じ、実用上用いられる $p/h \geq 1.0$ の範囲よりも小さい孔間距離である $p/h=0.75$ の場合でも、複数の孔にまたがった座屈モードは生じていない。

以上のことから、複数孔板が純せん断を受ける場合の座屈係数を評価するにあたっては、単孔板の場合の評価式に対し、 p/h による低減係数を乗じることで座屈係数評価を試みる。 $p/h=1.0$ の場合の座屈係数の単孔板の座屈係数からの低減率を確認すると、 $d/h=0.25$ の場合よりも、 $d/h=0.75$ の場合の座屈係数の低減率が大きい。これは、同じ孔間距離で孔を設けた場合でも、孔径比が大きいくほど孔縁同士の距離が相対的に小さくなり、局所的に面外剛性が低下するためである。したがって、設定する低減係数は p/h が大きくなるほど1に収束する係数とし、 d/h の増大により、 p/h の減少による座屈係数の低下の影響を増大させるように設定する。純せん断応力を受ける単孔板の座屈係数評価式 (12) から得られる $k_{\tau,s}$ に対して低減係数を乗じた、複数孔板が純せん断応力を受ける場合の座屈係数評価式を式 (18) で提案する。

$$k_{\tau,m} = \left[1 - 0.5(d/p)^3 - 0.5(d/p)^2 \right] k_{\tau,s} = \zeta k_{\tau,s} \quad (18)$$

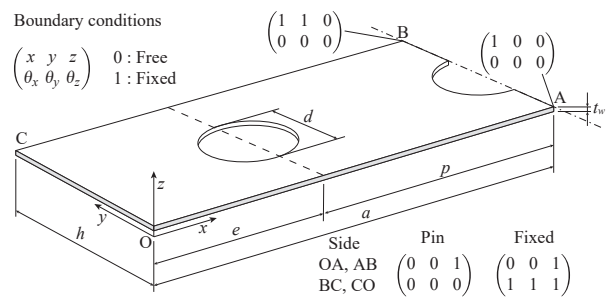


Fig. 19 FEA model of plate with multiple holes

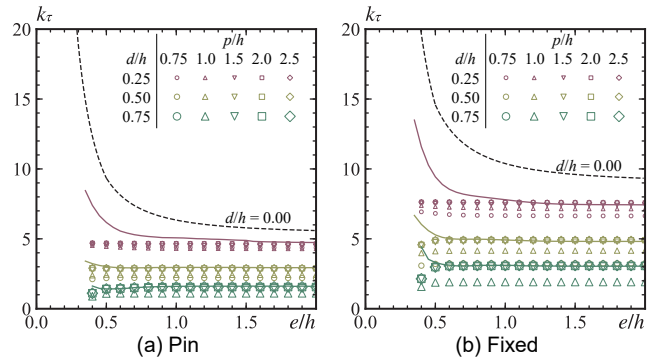


Fig. 20 Buckling coefficient of multi-holed plate under pure shear

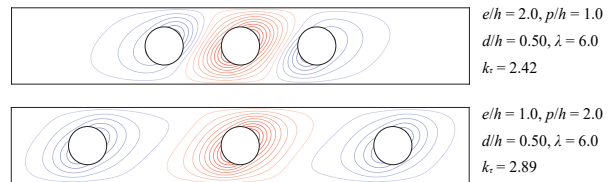


Fig. 21 Buckling of multi-holed plate under pure shear (Pin)

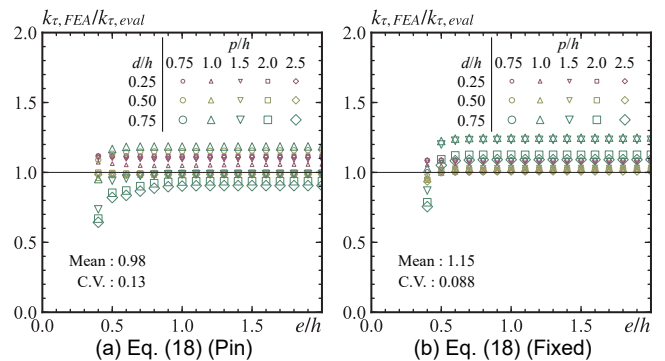


Fig. 22 Fitness of evaluation formulae for plate with multiple hole under pure shear

式 (18) は座屈が支配的な孔の座屈係数 $k_{\tau,s}$ に対し、隣接する孔の変数による低減係数 ζ を乗じた式表現となっている。孔径比 d/h が全て等しい場合を考えれば常に中央孔での座屈が支配的となるため、材端から中央孔中心までの距離を表す $e+p$ を式 (12) の e_2 に代入して $k_{\tau,s}$ を得る。式 (18) の解析値に対する対応を Fig. 22 に示す。境界条件に依らず実用的な $d/h=0.50$ 以下の場合に対して特に良い近似ができています。しかし、周辺単純支持の場合には $d/h=0.75$ で2割程度の危険側に評価する傾向にあり、 e/h が小さい場合に顕著である。そのため、孔径比 $d/h > 0.50$ の孔を設ける際には e/h は少なくとも 0.5 以上とすることを推奨する。

次に、異なる孔径比の孔が混在している場合や、孔配置が左右非対称

である複数孔板の座屈係数の検討を行う。解析は、3つ孔の場合には、それぞれの孔に対し $d/h = 0.25, 0.50, 0.75$ の孔径比を設定し、孔間隔や板左右端からの左右孔中心までの距離を板せい h の0.5倍から2.0倍まで0.25倍間隔で網羅的に設定した。任意の孔数を有する板の場合、孔径、孔数、配置のすべての組み合わせを検討することは困難であるため、任意の組み合わせを約500ケース実施している。異なる孔径比の孔が混在している複数孔板の代表的な座屈モードおよび座屈係数を Fig. 23 に示す。図に示すように複数孔にまたがる座屈変形は生じず、座屈変形は1つの孔を頂点として生じている。また、その孔周辺にも座屈が生じ、その変形の大きさは隣接する孔の孔径比および孔ピッチにのみ影響されている。そのため、異なる孔径比の孔が混在する複数孔板に対しても、座屈が支配的となる孔とそれに隣接する孔の配置や孔径比に従った低減係数を乗じる、孔径比が等しく孔配置が左右対称な複数孔板と同様の手法により座屈係数の評価を試みる。

Fig. 23(a), (b) を例として、異なる孔径比の孔を有する板の評価手順を構築する。Fig. 24 に孔径比が混在している場合と、隣接する2つの孔のみを板に設けた場合の座屈係数と座屈モードの比較を示す。Fig. 24(a.1), (a.2) は Fig. 23(a) の孔のうち隣接する2孔のみを設けたモデルであり、同様に Fig. 24(b.1), (b.2) も Fig. 23(b) を基にしている。Fig. 24(a.2) に示すモデルは Fig. 23(a) の座屈モードおよび座屈係数と概ね一致しているが、Fig. 24(a.1) の結果は Fig. 23(a) に対して座屈係数が高く、座屈モードも異なる。すなわち、Fig. 24(a.2) に設けられた2孔相互の作用が大きく影響し、Fig. 24(a.1) に示す2孔の相互作用の影響をほとんど無視できることを示している。同様に、Fig. 24(b.1), (b.2) を確認すると、Fig. 24(b.1) の座屈モードおよび座屈係数は Fig. 23(b) とほとんど同様である。したがって、純せん断応力を受ける3つの異なる孔径比の孔を有する板の座屈に対しては、隣接する2つの孔の相互作用を考慮すれば十分に座屈係数や座屈モードを把握できる。また、3つ以上の連続した孔を設けた際にも、特定の孔周辺の座屈に対し、隣接しない孔の影響は隣接する孔の影響に対して小さく、隣接する孔の影響のみを考慮すれば十分である。

以上の検討により、任意の孔の数、孔配置を有する複数孔板に対しても式(18)の低減係数を用いた座屈係数評価と同様の手順により座屈係数を評価できる。純せん断応力を受ける孔配置が任意な複数孔板の座屈係数の評価フローを Table 2 に提案する。孔の数を n 、左側から i 番目の孔を H_i とし、孔 H_i に関する各諸量は下添え字に i を付して表す。座屈半波が2つの孔にまたがって生じることはないことを踏まえ、各孔 H_i のみを有する板の座屈モードを仮定する。この座屈係数 $k_{\tau,s,i}$ を式(12)または式(13)を用いて算出する。次に、 H_i に隣接する2つの孔である H_{i-1} と H_{i+1} の諸元 $p_{i-1}, d_{i-1}, p_i, d_{i+1}$ 、を用いて、孔 H_i 周辺の座屈に与える隣接孔それぞれの影響として低減係数 $\zeta_{i,left}, \zeta_{i,right}$ を求める。ただし、 H_i が端孔の場合 ($i = 1$ or n) には片方に孔の影響を考慮できないため、 $p_{1,left} = p_{n,right} = \infty$ とし、 $\zeta_{1,left} = \zeta_{n,right} = 1$ となる。また、 $d_i < d_{i+1}$ の場合には、 H_i が H_{i+1} に比して支配的に座屈することはないことを踏まえ、 $\zeta_{i,right} = 1$ とする。同様に、 $d_i < d_{i-1}$ の場合には $\zeta_{i,left} = 1$ とする。 $\zeta_{i,left}, \zeta_{i,right}$ のうち小さい方を用いて、対象とする孔 H_i に関連する座屈係数 $k_{\tau,i}$ を $k_{\tau,i} = \min(\zeta_{i,left}, \zeta_{i,right})k_{\tau,s,i}$ で求められる。この手順を全ての孔 H_i に対して行い、 $k_{\tau,i}$ の最小値を部材の座屈係数 $k_{\tau,m}$ とする。その際に、最小値とした座屈係数の添え字 i を参照すれば、左から i 番目の孔位置で座屈が支配的になると判別できる。また、算出した $k_{\tau,i}$ のうち2番目に低いものを参照し2次モードの座屈係数と座屈モードを得ることができる。Fig. 23(b) を対象

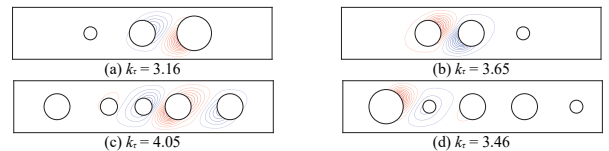


Fig. 23 Buckling modes and coefficient of plate with various hole arrangement and hole diameters (Fixed)

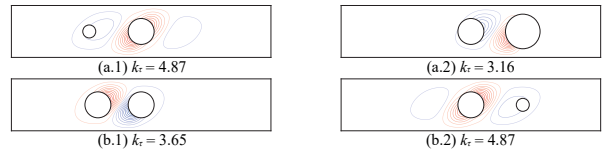


Fig. 24 Effect of hole size on buckling modes and coefficient various hole sizes vs. uniform maximum hole size (Fixed)

Table 2 Calculation method of buckling coefficient of plate with various hole sizes and arrangement

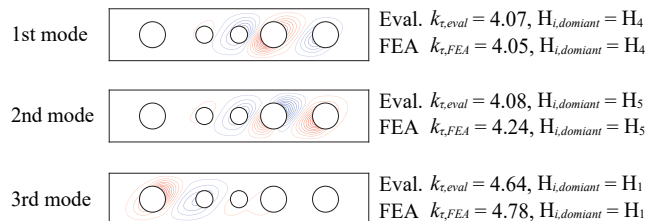
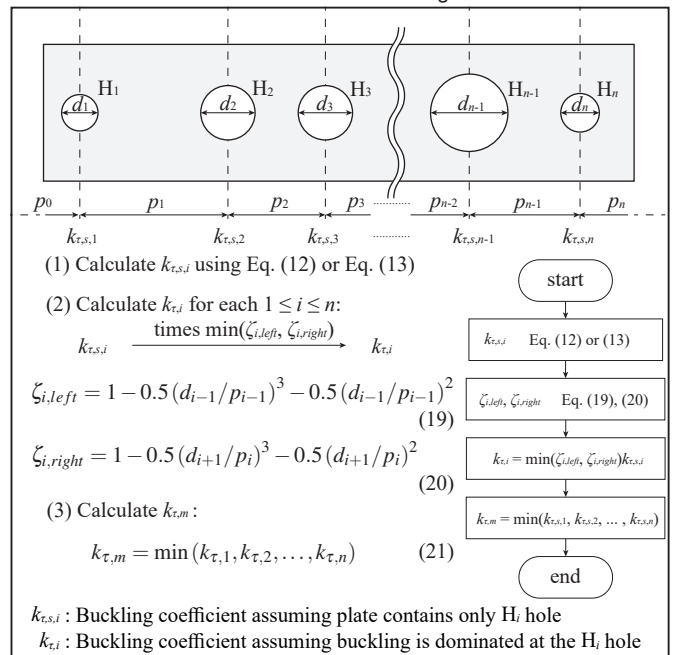


Fig. 25 Evaluation for buckling coefficient and modes of plate with holes of various size and arrangement (Pin)

とし、1から3次モードまでの評価式による座屈係数評価値およびFEAにより算出した座屈係数を Fig. 25 に示す。Table 2 に従った座屈係数の評価手順で座屈モードを推定でき、孔配置が任意な複数孔板の座屈係数を精度よく評価できている。

上記の座屈係数評価手順は全ての孔周辺での座屈モードを仮定しているため精緻に座屈係数を評価できるが、孔の数の増加に従い多くの計算を要する。Fig. 23, 24 に示すように、複数孔板の座屈は、ほとんどの場合最も大きい孔周辺で支配的となることを考慮すれば複数孔板の座屈係数を簡易的に求めることができる。最も大きい孔位置を表す i のみで計算すれば、Table 2 内の $k_{\tau,s,i}$ は全て等しいため、 ζ の最小値 ζ_{\min} を

用いて部材の座屈係数は $\zeta_{\min} k_{\tau,s,i}$ となる。また、 ζ_{\min} は最も大きい孔に隣接する孔の変数によって算出される低減係数のうち最も低いものである。したがって、純せん断応力を受ける複数孔板の座屈係数を簡易的に式 (22) で求めることができる。

$$k_{\tau,m} = \left[1 - 0.5(d_{\max}/p_{\min})^3 - 0.5(d_{\max}/p_{\min})^2 \right] k_{\tau,s} \quad (22)$$

4.3. 不均等曲げを受ける複数孔ウェブの座屈係数

本節では不均等曲げを受ける複数孔ウェブの座屈係数を示す。有限要素法解析の概要は 3.1 節の単孔ウェブの場合と同様であり、フランジを模したビーム要素によって、不均等曲げ応力にある H 形断面梁ウェブを再現する。まず、孔配置が対称で孔径比が全て等しい場合の座屈係数を検討する。Fig. 26 に不均等曲げを受ける複数孔ウェブの解析結果を示す。図中に実線で $\eta=2.0$ の、点線で $\eta=1.0$ の不均等曲げを受ける無偏位の単孔ウェブの座屈係数評価式 (17) を示す。Fig. 26(a), (b) に示す周辺単純支持された場合の結果より、前節の純せん断応力を受ける場合と同じく、不均等曲げを受ける複数孔ウェブの座屈係数は孔間距離 $p/h > 1.0$ で実線で示す単孔板の座屈係数に収斂する傾向にある。これは Fig. 27 の座屈変形に示すように、常に 1 つの孔を変形の頂点とする座屈変形が生じるためである。また、 $p/h=0.75, 1.0$ (○, △凡例) では座屈係数が低下する傾向にある。これは純せん断応力を受ける場合と同様、隣接する孔同士の接近により、孔周辺の応力集中の干渉や面外剛性の局所的な減少が生じているためである。Fig. 26(c), (d) の周辺固定支持さ

れた場合についても、周辺単純支持された場合と同様の傾向を有する。

したがって、純せん断応力を受ける複数孔板の場合と同様に、不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈係数評価式に、 p/h に応じた低減係数を乗じることによって不均等曲げを受ける複数孔ウェブの座屈係数の評価を試みる。不均等曲げを受ける際もせん断応力が支配的であることを考慮し、前節の純せん断の場合と同じ低減係数を用いて、評価式を設定する。不均等曲げを受ける複数孔ウェブの座屈係数評価式として式 (18) を再掲する。式中の $k_{\tau,s}$ は不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈係数評価式である式 (17) を基に算出する。

$$k_{\tau,m} = \left[1 - 0.5(d/p)^3 - 0.5(d/p)^2 \right] k_{\tau,s} = \zeta k_{\tau,s} \quad (\text{再掲 } 18)$$

式 (18) と FEA の結果の対応を Fig. 28 に示す。せん断曲げ応力比 α の値によりウェブの弾性局部座屈モードは曲げ型と曲げせん断型、せん断型に区分することができる。図中に曲げ型と曲げせん断型を区分する $\alpha = 1/6$ を黒縦線で示している。曲げせん断型である $\alpha \geq 1/6$ の範囲では孔径比 d/h に関わらず解析結果を概ね適切に評価できている。しかし、曲げ応力が局部座屈に対して支配的となる $\alpha < 1/6$ では、 α の減少に従い解析結果を大きく安全側に評価する傾向にある。特に $d/h=0.75$ では評価式 (18) に対する誤差が大きい。Fig. 29 に純曲げ応力を受ける無偏位の単孔板の座屈係数を示す。縦軸は曲げ応力に対する座屈係数 k_{σ} である。図より周辺単純支持の場合には $d/h < 0.60$ 程度、周辺固定支持の場合には $d/h < 0.40$ 程度の領域では、純せん断応力を受ける場合と同

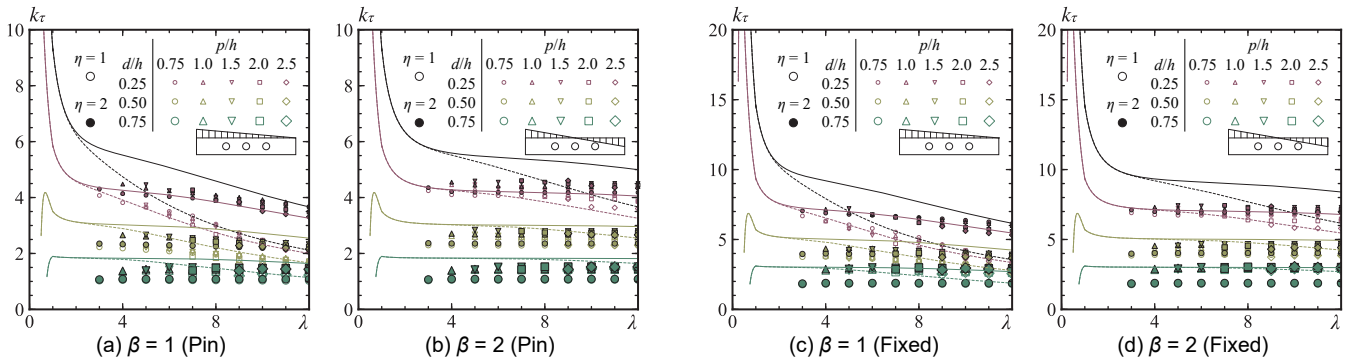


Fig. 26 Buckling coefficient of plate with multiple same size hole under nonuniform bending

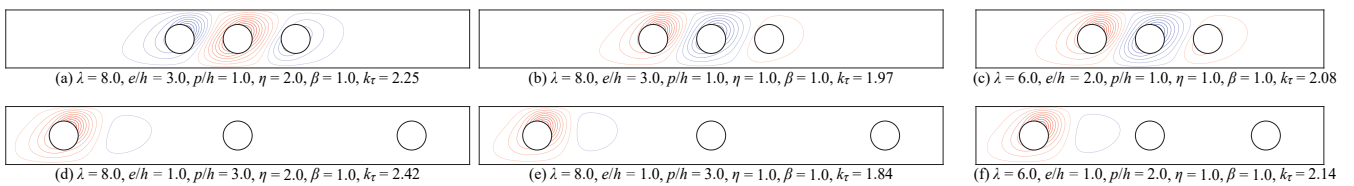


Fig. 27 Buckling modes of multi-holed plate under nonuniform bending (Pin) $d/h = 0.50$

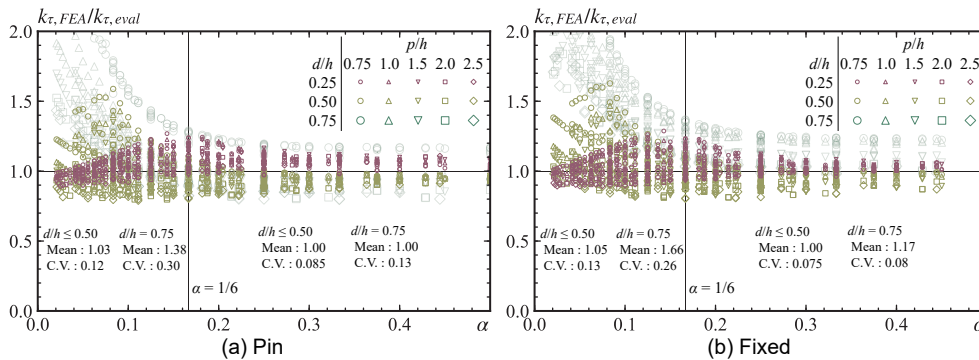


Fig. 28 Fitness of Eq. (18) for plate with multiple hole under nonuniform bending

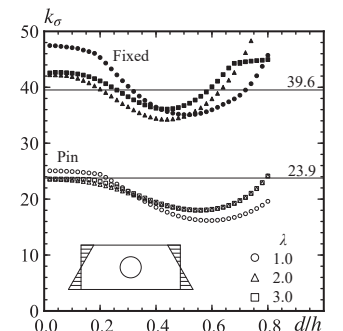


Fig. 29 Buckling coefficient of plate with single hole under pure bending

様に d/h の増大により座屈係数が減少する。しかし、それ以上の領域では d/h の増大に従い座屈係数が上昇する傾向にある。したがって、不均等曲げを受ける場合にも、 d/h が大きい領域では曲げ応力による影響が大きくなり、 $\alpha < 1/6$ の曲げ型の領域では式 (18) との誤差が大きくなっていると考えられる。また、提案する式中の低減係数は、複数孔板が純せん断応力を受ける場合の低減係数であり、曲げ応力の影響が大きい領域での低減係数を反映できていない。そのため、実用的には式 (18) は $\alpha \geq 1/6$ の範囲で孔径比 d/h に関わらず適用でき、 $\alpha < 1/6$ では $d/h \leq 0.50$ の範囲で適用できる。 $\alpha < 1/6$ で $d/h > 0.50$ の場合には大きく安全側の評価となるため適用できない。

異なる径の孔が混在し、孔配置が任意な複数孔ウェブの座屈モードおよび座屈係数を Fig. 30 に示す。 $d/h = 0.75$ などの実用上あまり用いない孔径比の孔を有する場合を除き、不均等曲げを受ける際にもせん断応力によって孔土の影響を考慮できるため、Table 2 に従って孔配置が任意な複数孔ウェブの座屈係数を評価することができる。その際に、 $k_{\tau,eval}$ は不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈係数評価式である式 (17) を用いる。Fig. 30 中に評価式によって導出される座屈係数の評価値を示す。評価式は実用的な孔径比の孔を設けた不均等曲げを受けるウェブの座屈係数を概ね評価できる。

5. 有孔 H 形断面梁ウェブの座屈に及ぼす境界条件の影響

前章までは、ウェブの境界条件を周辺固定支持、周辺単純支持として解析を行ったが、実際の H 形断面梁ウェブの境界条件はフランジによって、周辺固定支持と周辺単純支持の間にあると考えられる。無孔梁ウェブの座屈は、ウェブの座屈をほとんど周辺固定支持された板の座屈として考えることができると既往研究³⁾で示されているが、有孔梁ウェブの座屈に対しても同様の手法が採用できるかは明らかではない。本章では、H 形断面梁をモデルとして解析を行い、ウェブによって座屈耐力が決定される際のウェブ座屈係数を算出する。解析モデルは、Fig. 31 に示すように、シェル要素でフランジとウェブを構成しており、両端のウェブとフランジの節点と、断面中心の参照点との間に剛体リンクを作成し、参照点にモーメントを作用させる。ウェブとフランジの幅厚比の比率によって、ウェブとフランジの接合線の回転剛性が変化するため^{7),8)}、ウェブ幅厚比 h/t_w は 60 で一定とし、フランジ幅厚比 b_f/t_f を 4 から 10 の間で変化させた。前章までの解析により有孔板の座屈は常に 1 つの孔を変形の頂点とする座屈モードが生じ、ウェブの境界条件は座屈変形に大きく依存することを考慮すれば、孔の数 $n=1$ としてもウェブの境界条件を議論する上では十分であり、 $n=1$ として解析を行い、無偏位の場合のみを対象としている。

Fig. 32 に有孔 H 形断面梁ウェブの座屈係数を示す。縦軸はウェブ端に作用する平均せん断応力に対する座屈係数を、不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈係数評価式で除したものである。図中に□凡例で周辺単純支持平板としての評価を、○凡例で周辺固定支持平板としての評価を表す。図より、凡例で示す H 形断面梁ウェブの座屈係数は、フランジの幅厚比によらず周辺固定支持された座屈係数評価式で概ね評価できる。したがって、本解析により、有孔 H 形断面梁ウェブの座屈係数は、周辺固定支持されたウェブとしての座屈係数を適用でき、実務上頻繁に用いられる孔径比 0.25 や 0.50 に対しては誤差 $\pm 20\%$ ほどで評価できることが示された。つまり、式 (17) および Table 2 に即した手順を用いて、有孔 H 形断面梁ウェブの座屈係数を評価することができる。

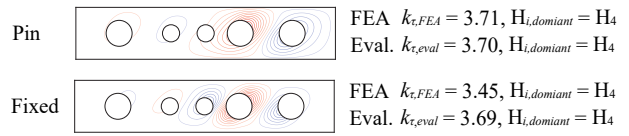


Fig. 30 Buckling modes and coefficient of plate with various hole arrangement and diameters under nonuniform bending

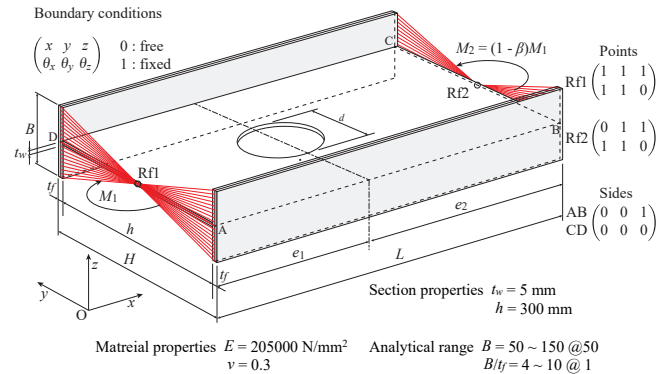


Fig. 31 Analysis model for buckling of I-section web with hole

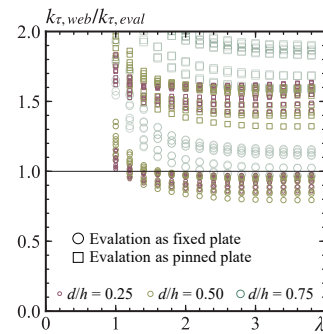


Fig. 32 Buckling coefficient of single-hole web of I-section

6. 結

本論文では有孔 H 形断面梁ウェブの座屈係数を有限要素法解析により明らかにした。実際の梁ウェブに設けられる孔の孔径比、孔配置に即した検討を行った。本論文で得られた知見と、実用的な孔径比および辺長比である $d/h \leq 0.5$ かつ $\lambda \leq 4.0$ での評価精度を併せて示す。

- 1) 純せん断応力が作用する単孔板の座屈では、常に孔周辺の座屈が支配的となる。これは孔周辺の面外剛性の低下や、孔欠損による応力集中が原因である。材長方向の孔偏位を考慮した座屈係数評価式 (7) から (11) を提案し、 $\pm 20\%$ 程度で評価できる。
- 2) 複数孔板が純せん断応力を受ける場合でも、常に 1 つの孔が座屈変形の頂点となり、複数の孔にまたがる座屈変形は生じにくい。そのため、単孔板の座屈係数評価に対し、孔間隔の低下による面外剛性の低下を反映する低減係数を乗じた式 (18) を用い、複数孔板の座屈係数を $\pm 10\%$ 程度で評価できる。また、異なる孔径比の孔が混在した場合や、孔配置が任意な板に対しても同様の考え方を適用し、簡易的な座屈係数評価手順 (表 2 または式 (22)) を示した。
- 3) 不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈に対しては、せん断応力が支配的である。そのため、ほとんどの孔配置、作用させる応力分布に対しては純せん断を受ける場合の座屈係数評価を適用できる。なお、曲げ応力が支配的領域ではせん断座屈係数の低下が生じることを反映する評価式 (17) を提案し、 $\pm 20\%$ 程度で評価できる。
- 4) 複数孔ウェブが不均等曲げを受ける際にも、純せん断応力を受ける

複数孔板の場合と同様に、不均等曲げを受ける単孔ウェブの座屈係数に対して低減係数を乗じる手法によって評価できる。

- 5) 不均等曲げを受ける有孔H形断面梁ウェブの座屈を考えるにあたっては、無孔の場合と同様に周辺固定支持されたウェブとしての座屈係数を適用でき、±20%ほどの誤差で評価できる。

参考文献

1) Kikuo Ikarashi: Buckling Strength of Simply Supported Web Plate under the Action of Bending Shear Stress, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 565, pp. 135–141, 2003. 3, https://doi.org/10.3130/aijs.68.135_2 (in Japanese)

2) Kikuo Ikarashi, Takuya Suzuki: An Analytical Method for Elastic Buckling Strength of Clumped Plate under Unequal Bending and Shear, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 571, pp. 137–144, 2003. 9, https://doi.org/10.3130/aijs.68.137_3 (in Japanese)

3) Kikuo Ikarashi, Takuya Suzuki: The Effect that Boundary Condition Gives Elastic Buckling Strength of Web Plate under Bending and Shear, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 571, pp. 145–152, 2003. 9, https://doi.org/10.3130/aijs.68.145_4 (in Japanese)

4) Kikuo Ikarashi, Takuya Suzuki: A Method for Evaluation of Elastic Buckling Strength of Plate under Bending Shear and Axial Force, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 573, pp. 209–216, 2003. 11, <https://doi.org/10.3130/aijs.68.209> (In Japanese)

5) Kikuo Ikarashi, Tao Wang: A Method for Evaluation of Elastic Buckling Strength of H Shaped Steel Member under Bending - Shear and Axial Force, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), No. 613, pp. 137–146, 2007. 3, https://doi.org/10.3130/aijs.72.137_1 (In Japanese)

6) Kazuya Mitsui, Ryohei Kuwada: Coupled Local Buckling Strength of H-Shaped Members under Compression, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 86, No. 782, pp. 619–629, 2021. 4, <http://doi.org/10.3130/aijs.86.619> (In Japanese)

7) Kazuya Mitsui, Ryohei Kuwada: Elastic Coupled Local Buckling Strength of Wide Flange Shapes under Uniform Bending, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 86, No. 787, pp. 1369–1379, 2021. 9, <http://doi.org/10.3130/aijs.86.1369> (In Japanese)

8) Ryohei Kuwada, Kazuya Mitsui: Elastic Shear Buckling Strength of H-shaped Members under Pure Shear Force, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 89, No. 821, pp. 780–787, 2024. 7, <https://doi.org/10.3130/aijs.89.780> (In Japanese)

9) Kikuo Ikarashi, Tao Wang: Evaluation of Width-Thickness Ratio Limitation of H-shaped Beam Members based on Coupled Buckling Analysis, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 73, No. 629, pp. 1177–1184, 2008. 7, <https://doi.org/10.3130/aijs.73.1177> (In Japanese)

10) Kikuo Ikarashi, Ryota Suekuni, Takuma Shinohara, Tao Wang: Evaluation of Plastic Deformation Capacity of H-shaped Steel Beams with the Newly Proposed Limitation Value of Plate Slenderness, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 76, No. 668, pp. 1865–1872, 2011. 6, <https://doi.org/10.3130/aijs.76.1865> (In Japanese)

11) Kazuya Mitsui, Kikuo Ikarashi: Structural Performance Evaluation of I-shaped Beam Members Considering Local Buckling Collapse Mode, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 90, No. 935, pp. 1085–1096, 2025. 9, <https://doi.org/10.3130/aijs.90.1085> (In Japanese)

12) Yasunaga Fukuchi, Yasuo Doi, Hiroshi Hosokawa: On the Strength of Beams with Circular Holes and Design Method : Part-1 Non-reinforced Holes, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 296, pp. 27–36, 1980. 10, https://doi.org/10.3130/aijsaxx.296.0_27 (In Japanese)

13) Yasunaga Fukuchi, Yasuo Doi, Katsuhiro Kamae: On the Strength of Beams with Circular Holes and Design Method : Part-2 Reinforced Holes by Sleeve Pipes, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 301, pp. 43–51, 1981. 3, https://doi.org/10.3130/aijsaxx.301.0_43 (In Japanese)

14) Yasuo Doi, Yasunaga Fukuchi: On the Strength of Beams with Circular Holes and Design Method : Part-3 Proposal of expressions to estimate the strength, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 357, pp. 44–51, 1985. 11, https://doi.org/10.3130/aijsx.357.0_44 (In Japanese)

15) Toshiro Suzuki, Toshiyuki Ogawa, Katsuji Kimura, Shojiro Motoyui, Toshiyuki Sueoka: On Inelastic Behavior of H-shaped Beam with Circular Hole Part 1 Primary Structural Properties, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 440, pp. 105–111, 1992. 10, https://doi.org/10.3130/aijsx.440.0_105 (In Japanese)

16) Toshiro Suzuki, Katsuji Kimura, Shojiro Motoyui: Numerical Study on Elastoplastic Buckling Behavior of Steel Plates with Circular Hole in Shear, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 450, pp. 109–116, 1993. 8, https://doi.org/10.3130/aijsx.450.0_109 (In Japanese)

17) Toshiro Suzuki, Toshiyuki Ogawa, Katsuji Kimura, Shojiro Motoyui, Toshiyuki Sueoka: On Inelastic Behavior of H-shaped Beam with Circular Hole Part 2 Local Buckling Mechanism of Beam with Large Web Opening, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 452, pp. 139–148, 1993. 10, https://doi.org/10.3130/aijsx.452.0_139

18) Toshiro Suzuki, Toshiyuki Ogawa, Katsuji Kimura, Shojiro Motoyui, Toshiyuki Sueoka: Suggestion on Recovery Method for Plastic Deformation Capacity of H-shaped Steel Beams with Web Opening, Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 477, pp. 115–122, 1995. 11, https://doi.org/10.3130/aijs.60.115_3

19) Ho-Jun Lee: Shear behavior of I-section steel with circular web opening and novel reinforcement, Journal of Constructional Steel Research Vol. 201, 2023. 2, <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2022.107637>

20) Masao Yoshiki, Yuzuru Fujita, Akinobu Kawamura, Hironori Arai: Instability of Plates with Holes (1st Report), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No. 122, pp. 137–145, 1967. 11, https://doi.org/10.2534/jjasnaoe1952.1967.122_137 (in Japanese)

21) Yuzuru Fujita, Koichiro Yoshida, Hironori Arai: Instability of Plates with Holes (2nd Report), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No. 126, pp. 285–294, 1969. 11, https://doi.org/10.2534/jjasnaoe1968.1969.126_285 (in Japanese)

22) Yuzuru Fujita, Koichiro Yoshida, Hironori Arai: Instability of Plates with Holes (3rd Report), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, No. 127, pp. 161–169, 1970. 11, <https://doi.org/10.2534/jjasnaoe1968.1970.a161> (in Japanese)

23) Wilhelmina Kroll: Instability in shear of simply supported square plates with reinforced hole, Journal Research of the National Bureau of Standards, Vol. 43, pp.465–472, 1949. 11, <https://doi.org/10.6028/jres.043.038>

24) John Grosskruth Jr., Richard White, Richard Gallagher: Shear buckling of square perforated plates, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM6, pp.1025–1040, 1976. 12, <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0002177>

25) Toyoji Kumai: Elastic stability of the square plate with a central circular hole under edge thrust, Proc. of the 1st Japan National Congress for App. Mech., pp. 81–86, 1951, <https://doi.org/10.5109/7153579>

26) Samuel Levy, Ruth Woolley, and Wilhelmina Kroll: Instability of simply supported square plate with reinforced circular hole in edge compression, Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 39, 1947. 12, <https://dx.doi.org/10.6028/jres.039.041>

27) Architectural Institute of Japan: Recommendations for Stability Design of Steel Structures, 2018. 2
日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，2018. 2

28) European Committee for Standardization: Eurocode 3 - design of steel structures - part 1-13: rules for beams with large web openings, 2022

Appendix 有限要素法解析に用いるモデルの孔周辺の要素分割

本論文のFEAに用いたモデルの要素分割の一例を Fig. A1 に示す。板周辺は5 mm 間隔で要素を分割し、板せいを60分割している。また、孔縁は240分割し、孔周辺の要素は半径方向に最大で5 mm の要素サイズとなるように分割している。これにより、解析結果が収束することを確認している。

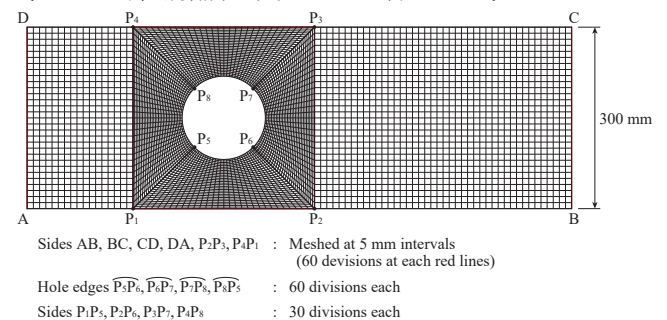


Fig. A1 FEA model of perforated plate