

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	完全再構成非最大間引きコサイン変調フィルタバンクの一実現法
Title(English)	A Realization of Oversampled Cosine Modulated Filter Banks with Perfect Reconstruction
著者(和文)	伊丹史雄, 渡部英二, 西原明法, 柳澤健
Authors(English)	Eiji Watanabe, AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌, Vol. J83-A, No. 9, pp. 1037-1046
Citation(English)	, Vol. J83-A, No. 9, pp. 1037-1046
発行日 / Pub. date	2000, 9
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 2000 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

完全再構成非最大間引きコサイン変調フィルタバンクの一実現法

伊丹 史雄[†] 渡部 英二[†] 西原 明法^{††} 柳澤 健[†]

A Realization of Oversampled Cosine Modulated Filter Banks
with Perfect Reconstruction

Fumio ITAMI[†], Eiji WATANABE[†], Akinori NISHIHARA^{††},
and Takeshi YANAGISAWA[†]

あらまし フィルタバンクの設計では、演算量低減、設計の容易さなどから、コサイン変調フィルタバンク (CMFB) が注目されている。従来の直線位相 CMFB の設計法においては、パラユニタリ特性を実現するために、伝達関数に遅延素子が付加された形になっている。そのため、ポリフェーズ構成はレート変換が2段階に分けてなされ、プロトタイプフィルタの演算がレートを完全に下げないで実行されるといった形をとる。よって、単位時間あたりの演算量の点においては、最適とは言えない。また、直線位相分割フィルタの分割形状は等分割ではない特定の形状である。以上をふまえ本論文では、非最大間引き直線位相 CMFB において新たな実現法を考察する。実現にあたって、全体的な演算量低減を考察する。その際、等分割形状を有する伝達関数を示す。提案した伝達関数から、任意の整数間引きにおいて、完全にレートを下げて演算ができるポリフェーズ構成を導く。完全再構成の実現に際しては、パラユニタリ性を外し、合成側を少演算量で構成する方法を提案する。

キーワード フィルタバンク, コサイン変調フィルタバンク, 非最大間引きフィルタバンク, デジタル信号処理, マルチレート信号処理

1. ま え が き

フィルタバンクは、入力信号を複数帯域に分割し、種々の処理を実行した後、元信号を再構成するシステムである [1]。フィルタバンクは分割数が多くなるにつれ演算量が増加するが、変調フィルタバンクの場合、少数のフィルタとその変調によって演算が可能であるため、演算量低減や設計の単純化などが実現できる。代表的なものに DFT 変調フィルタバンクやコサイン変調フィルタバンク (CMFB) がある [2]~[9]。DFT 変調フィルタバンクに関しては、例えば文献 [2] で非最大間引き DFT 変調フィルタバンクの設計法が提案されている。しかし DFT 変調フィルタバンクは複素係数を有するため、実信号処理には適さない。一方 CMFB に関しては、例えば文献 [3]~[6] で最大間引き CMFB の設計法が示され、また文献 [7] で非最大間引

き CMFB の設計法が示されている。CMFB は、実係数を有するため実信号処理に有効であるが、これらの CMFB は非直線位相である。波形伝送に必要な直線位相を実現するためには次数制限が厳しいので、その実用的な設計は困難である。このような現状において、文献 [8] は、次数制限を緩和した最大間引き直線位相 CMFB を示し、また、文献 [9] は文献 [8] を非最大間引きフィルタバンクへ拡張している。これら従来法では、伝達関数に遅延素子を付加することでパラユニタリ性を実現しているため、レート変換が2段階に分けてなされる構成となっている。そのため、プロトタイプフィルタの演算はレートを完全に下げないで実行されるといった形をとり、単位時間あたりの演算量の点では最適とは言えない。また、直線位相分割フィルタの分割形状が示されているが、それは等分割ではない形状である。

以上をふまえ本論文では、非最大間引き直線位相 CMFB において、新たな実現法を考察する。最初に、従来の直線位相 CMFB の問題点について述べた上で、全体の演算量低減を考慮したフィルタバンク構造を提案する。その際、等分割形状を有する新たな伝達関数

[†] 芝浦工業大学システム工学部, 大宮市

Faculty of Systems Engineering, Shibaura Institute of Technology, 307 Fukasaku, Omiya-shi, 330-8570 Japan

^{††} 東京工業大学教育工学開発センター, 東京都

The Center for Research and Development of Educational Technology, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152-8552 Japan

を提案するとともに、それらが直線位相を有することを示す。等分割形状を有する伝達関数から、任意の整数間引きにおいて、完全にレートを下げてすべての演算ができるポリフェーズ構成を導き、それが単位時間あたりの演算量低減に有効な構成であることを示す。完全再構成の実現に際しては、パラユニタリ性の条件を外すことにより、合成側を少演算量で構成する方法を提案する。というのは、パラユニタリフィルタバンクは設計の簡単化などの利点を有するが、合成側の演算量低減は特になされないためである。そのために、分解側と合成側の各ポリフェーズ成分の係数を用いて完全再構成条件を表現し直すとともに、それが線形方程式になるための分解側と合成側の各ポリフェーズ成分の次数の関係を明らかにする。合成側の次数は分解側のそれよりも低くなることを示し、そのことを例により確認する。

2. 従来の直線位相 CMFB

文献 [8], [9] で提案された直線位相 CMFB の設計法においては、偶数間引き率を D 、偶数の分割数を M 、及び、互いに素な整数 P, Q を用いて $QM = PD$ とすると、分解側のフィルタは、

$$H_k(z) = [a_k P_0(zW_M^k) + a_k^* P_0(zW_M^{-k})] \quad k = 0, \dots, \frac{M}{2} \quad (1)$$

$$\hat{H}_k(z) = z^{-\frac{D}{2}} [a'_k P_0(zW_M^k) + a'_k{}^* P_0(zW_M^{-k})] \quad k = 1, \dots, \frac{M}{2} - 1 \quad (2)$$

のように表される。ただし、

$$W_M = e^{-j\frac{2\pi}{M}} \quad (3)$$

であり、 $P_0(z)$ はプロトタイプフィルタ、 a_k, a'_k は適当な数、 $*$ は複素共役を表す。この分割フィルタの帯域分割形状を図 1 に示す。低域フィルタ、高域フィルタが帯域フィルタの半分の通過域幅を有しているため、等分割形状とはならない。この形状は、等分割形状を周波数軸上で $\frac{\pi}{M}$ だけシフトしたものであるため、すべての帯域を一定の整数間引き率で間引いた場合、 $\frac{M}{2}$ が奇数、かつ、 $D = 2$ である場合を除き、いずれかの帯域において通過域とエリアジング成分の重なりが生じる。適応信号処理などのアプリケーションにおいては、通過域とエリアジング成分の重なり自体が、適応特性に影響を与えるなど、不都合を生じてしまう。

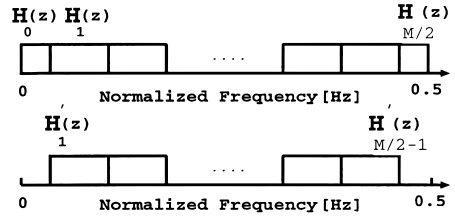


図 1 直線位相 CMFB における従来の帯域分割形状
Fig. 1 Conventional band-splitting patterns for linear phase CMFB.

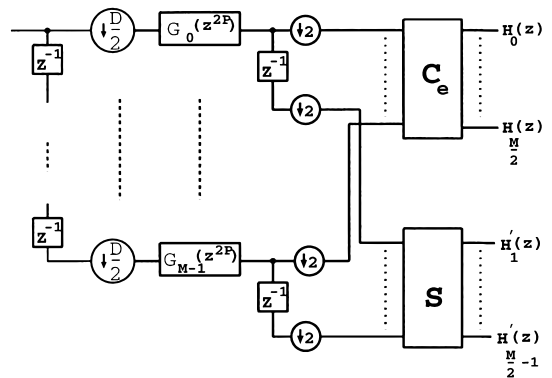


図 2 従来の直線位相非最大間引き CMFB のポリフェーズ構成
Fig. 2 The polyphase structure for conventional linear phase oversampled CMFB.

ポリフェーズ構成については、例えば非最大間引きの場合 [9]、分解側の構成は図 2 のようになる。 C_e, S はいずれも $\frac{M}{2} \times M$ の変調行列、 $G_i(z)$ ($i = 0, 1, \dots, M-1$) はプロトタイプ直線位相フィルタである。レート変換が 2 段階においてなされ、プロトタイプ直線位相フィルタの実行レートが $2F_s/D$ であるのは、ポリフェーズ行列に $z^{-\frac{D}{2}}$ である遅延素子が含まれるためである。ただし、基準サンプリング周波数を F_s としている。合成側においても同様である。このような構成はパラユニタリフィルタバンクを実現できるが、単位時間あたりの演算量の点においては最適とは言えない。

3. 提案する帯域分割形状

タップ長が奇数 L の分解側のプロトタイプ直線位相フィルタを $P_a(z)$ と表す。 $P_a(z)$ を変調することに

より得られる

$$H_k(z) = \begin{cases} \left[P_a \left(z W_M^{k+\frac{1}{2}} \right) + P_a \left(z W_M^{-(k+\frac{1}{2})} \right) \right] & (k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1) \\ j \left[P_a \left(z W_M^{k+\frac{1}{2}} \right) - P_a \left(z W_M^{-(k+\frac{1}{2})} \right) \right] & (k = \frac{M}{2}, \dots, M-1) \end{cases} \quad (4)$$

を、分解側のフィルタとして用いることを提案する。ただし、 M は偶数の分割数を表し、

$$W_M = e^{j\frac{2\pi}{M}} \quad (5)$$

である。 P_a は直線位相を有するので、 $z = e^{j\omega}$ とすると、

$$\begin{aligned} & P_a \left(e^{j\omega} W_M^{\pm(k+\frac{1}{2})} \right) \\ &= e^{-j\frac{L-1}{2}(\omega \pm \frac{2\pi}{M}(k+\frac{1}{2}))} \left| P_a \left(e^{j(\omega \pm \frac{2\pi}{M}(k+\frac{1}{2}))} \right) \right| \end{aligned} \quad (6)$$

となる。ここで、簡単のため

$$|P_a^{\pm k}| = \left| P_a \left(e^{j(\omega \pm \frac{2\pi}{M}(k+\frac{1}{2}))} \right) \right| \quad (7)$$

と表す。プロトタイプ直線位相フィルタのタップ長 L が³、

$$L-1 = Mn \quad (8)$$

を満足していれば、 n が奇数のときは、

$$H_k(z) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n-1+2k}{2}} e^{-j\frac{L-1}{2}\omega} j \left[|P_a^k| - |P_a^{-k}| \right] & (k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1) \\ (-1)^{\frac{n+1+2k}{2}} e^{-j\frac{L-1}{2}\omega} j \left[|P_a^k| + |P_a^{-k}| \right] & (k = \frac{M}{2}, \dots, M-1) \end{cases} \quad (9)$$

である。また n が偶数のときは、

$$H_k(z) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n}{2}} e^{-j\frac{L-1}{2}\omega} j \left[|P_a^k| + |P_a^{-k}| \right] & (k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1) \\ (-1)^{\frac{n}{2}} e^{-j\frac{L-1}{2}\omega} j \left[|P_a^k| - |P_a^{-k}| \right] & (k = \frac{M}{2}, \dots, M-1) \end{cases} \quad (10)$$

となる。よって、プロトタイプ直線位相フィルタのタッ

プ長を式 (8) のように選択したとき、すべての分割フィルタは直線位相を有する。図 3 に帯域分割パターンを示す。式 (9), (10) より、図 3 において、 $H_0(z)$ と $H_{\frac{M}{2}-1}(z)$ が LPF, HPF の場合は $H_{M-1}(z)$ と $H_{\frac{M}{2}}(z)$ はそれぞれ直流成分、高域成分をもたないので LPF, HPF にはならない。逆に、 $H_{M-1}(z)$ と $H_{\frac{M}{2}}(z)$ が LPF, HPF の場合は $H_0(z)$ と $H_{\frac{M}{2}-1}(z)$ はそれぞれ直流成分、高域成分をもたないので LPF, HPF にはならない。言いかえると、図 3 における上側、または下側いずれかのフィルタ群は、全帯域をカバーする。提案する等分割形状においては、 $\frac{M}{2}$ の約数で間引いた場合、各々の帯域において通過域とエリアジング成分の重なりは生じない。ゆえに、従来の形状に比べ、重なりが生じないための間引き率の選択に自由度が存在する。

次に、合成側について述べる。合成側のプロトタイプフィルタを $P_s(z)$ と表す。 $P_s(z)$ を変調することにより得られる

$$F_k(z) = \begin{cases} \left[W_M^{(k+\frac{1}{2})(iM-1)} P_s \left(z W_M^{k+\frac{1}{2}} \right) + W_M^{-(k+\frac{1}{2})(iM-1)} P_s \left(z W_M^{-(k+\frac{1}{2})} \right) \right] & (k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1) \\ -j \left[W_M^{(k+\frac{1}{2})(iM-1)} P_s \left(z W_M^{k+\frac{1}{2}} \right) - W_M^{-(k+\frac{1}{2})(iM-1)} P_s \left(z W_M^{-(k+\frac{1}{2})} \right) \right] & (k = \frac{M}{2}, \dots, M-1) \end{cases} \quad (11)$$

を、合成側のフィルタとして用いる。ここで、 i は任意の正の整数である。 $P_s(z)$ が、タップ長を奇数 $\acute{L}$ とした直線位相フィルタである場合、

$$\acute{L}-1 = M\acute{n}-2 \quad (12)$$

を満足していれば、 $\acute{n}$ が奇数のときは、

$$F_k(z) = \begin{cases} (-1)^{\frac{\acute{n}-1+2k}{2}} e^{-j\frac{\acute{L}-1}{2}\omega} j \left[|P_s^k| - |P_s^{-k}| \right] & (k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1) \\ (-1)^{\frac{\acute{n}+1+2k}{2}+1} e^{-j\frac{\acute{L}-1}{2}\omega} j \left[|P_s^k| + |P_s^{-k}| \right] & (k = \frac{M}{2}, \dots, M-1) \end{cases} \quad (13)$$

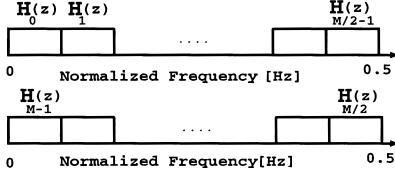


図3 直線位相 CMFB における提案する帯域分割形状
Fig.3 Proposed band-splitting patterns for linear phase CMFB.

となる。また n が偶数のときは、

$$F_k(z) = \begin{cases} (-1)^{\frac{M}{2}} e^{-j\frac{L-1}{2}\omega} [|P_s^k| + |P_s^{-k}|] \\ (k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1) \\ (-1)^{\frac{M}{2}+1} e^{-j\frac{L-1}{2}\omega} [|P_s^k| - |P_s^{-k}|] \\ (k = \frac{M}{2}, \dots, M-1) \end{cases} \quad (14)$$

となる。ただし、

$$|P_s^{\pm k}| = \left| P_s \left(e^{j(\omega \pm \frac{2\pi}{M}(k + \frac{1}{2}))} \right) \right| \quad (15)$$

としている。よって、合成側のプロトタイプ直線位相フィルタのタップ長を式 (12) のように選択したとき、すべての合成フィルタは直線位相を有する。

4. 非最大間引き CMFB の実現

4.1 行列表現

先に述べたフィルタ群を任意の整数間引き率においてポリフェーズ表現することにより、フィルタバンクの行列表現を導く。分割数を M 、間引き率を D ($D < M$)、及び m と d を互いに素な整数とすると、 M と D を $N = mM = dD$ のように関連づける。分解側のプロトタイプ直線位相フィルタを、 N 個のポリフェーズ成分 $E_l(z)$ を用いて

$$P_a(z) = \sum_{l=0}^{N-1} E_l(z^N) z^{-l} \quad (16)$$

と表す。式 (16) を式 (4) に代入することにより、分解側のフィルタは、 $k = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1$ のとき、

$$\begin{aligned} H_k(z) &= 2 \sum_{l=0}^{N-1} z^{-l} \cos \left[\frac{2\pi}{M} l \left(k + \frac{1}{2} \right) \right] E_l((-1)^m z^N) \\ &= 2 \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{M-1} z^{-(l+iM)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\cos \left[\frac{2\pi}{M} (l+iM) \left(k + \frac{1}{2} \right) \right] E_{l+iM}((-1)^m z^N) \\ &= 2 \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{M-1} z^{-(l+iM)} (-1)^i \\ &\cos \left[\frac{2\pi}{M} l \left(k + \frac{1}{2} \right) \right] E_{l+iM}((-1)^m z^N) \end{aligned} \quad (17)$$

及び、 $k = \frac{M}{2}, \dots, M-1$ のとき、同様に、

$$\begin{aligned} H_k(z) &= 2 \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{M-1} z^{-(l+iM)} (-1)^i \\ &\sin \left[\frac{2\pi}{M} l \left(k + \frac{1}{2} \right) \right] E_{l+iM}((-1)^m z^N) \end{aligned} \quad (18)$$

となる。式 (17), (18) のポリフェーズ表現を用いて分解側の行列表現を導く。分解側のフィルタを、

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \mathbf{E}_D(z^D) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-(D-1)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

とすれば、 $\mathbf{E}_D(z^D)$ は F_s/D にレートを下げて演算できるポリフェーズ行列となる。更に $\mathbf{E}_D(z)$ を

$$\mathbf{E}_D(z) = \mathbf{E}_N(z^d) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_D \\ z^{-1}\mathbf{I}_D \\ \vdots \\ z^{-(d-1)}\mathbf{I}_D \end{bmatrix} \quad (20)$$

とすれば、上式の $\mathbf{E}_N(z)$ は式 (17), (18) より、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_N(z) &= \mathbf{C} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0'(z) & \mathbf{E}_1'(z) & \dots & \mathbf{E}_{m-1}'(z) \end{bmatrix} \\ &\quad (21) \end{aligned}$$

のように決定できる。ここで、 $\mathbf{E}_i'(z)$ は、プロトタイプフィルタのポリフェーズ成分からなる行列

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i'(z) &= (-1)^i \text{diag} [E_{iM+l}((-1)^m z)]_{l=0}^{M-1} \\ &\quad (i = 0, 1, \dots, m-1) \end{aligned} \quad (22)$$

である。ただし $\text{diag}[f_l]_{l=0}^{M-1}$ は、 f_l を l 行 l 列要素

に有する $M \times M$ の対角行列を表す。 $\mathbf{C}$ はコサイン変調行列であり、その要素は、

$$c_{k,l} = \begin{cases} a \cos \left[\frac{2\pi}{M} l \left(k + \frac{1}{2} \right) \right] & (k = 0, \dots, \frac{M}{2} - 1, \\ & l = 0, \dots, M - 1) \\ a \sin \left[\frac{2\pi}{M} l \left(k + \frac{1}{2} \right) \right] & (k = \frac{M}{2}, \dots, M - 1, \\ & l = 0, \dots, M - 1) \end{cases} \quad (23)$$

となる。 a は任意定数である。 $\mathbf{C}$ は直交行列となることを付録に示す。 結局、分解側のフィルタは、

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \mathbf{C} \hat{\mathbf{E}}_D(z^D) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-(D-1)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

のように表せる。ただし、 $\hat{\mathbf{E}}_D(z)$ は、

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}_D(z) &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0(z^d) & \mathbf{E}_1(z^d) & \cdots & \mathbf{E}_{m-1}(z^d) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \mathbf{I}_D \\ z^{-1}\mathbf{I}_D \\ \vdots \\ z^{-(d-1)}\mathbf{I}_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

である。

次に合成側について述べる。本方法ではパラユニタリ性を外すことにより、完全再構成と演算量低減が実現されるよう合成側を決定する。その際、合成側において因果性を満たすとともに、変調行列による演算が可能となるように行列表現を導く。合成側のプロトタイプフィルタを N 個のポリフェーズ成分 $R_l(z)$ を用いて

$$P_s(z) = \sum_{l=0}^{N-1} R_l(z^N) z^{-l} \quad (26)$$

と表す。合成側の各フィルタを、

$$\begin{bmatrix} F_0(z) \\ F_1(z) \\ \vdots \\ F_{M-1}(z) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} z^{-(D-1)} \\ \vdots \\ z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{R}_D(z^D) \quad (27)$$

とすれば、 $\mathbf{R}_D(z^D)$ はレートを上げずに演算できる。更に $\mathbf{R}_D(z)$ を

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_D(z) &= \begin{bmatrix} z^{-(d-1)}\mathbf{I}_D & \cdots & z^{-1}\mathbf{I}_D & \mathbf{I}_D \end{bmatrix} \mathbf{R}_N(z^d) \end{aligned} \quad (28)$$

とする。ここで、上式の $\mathbf{R}_N(z)$ を、

$$\mathbf{R}_N(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0'(z) \\ \mathbf{R}_1'(z) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{m-1}'(z) \end{bmatrix} \mathbf{C}^T \quad (29)$$

のように決定すれば、コサイン変調行列を用いて演算が可能となる。ただし、 $\mathbf{R}_i'(z)$ はプロトタイプフィルタのポリフェーズ成分からなる行列

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_i'(z) &= \text{diag}[R_{iM+l}(z)]_{l=0}^{M-1} \\ &\quad (i = 0, 1, \dots, m-1) \end{aligned} \quad (30)$$

である。結局、合成側のフィルタは、

$$\begin{bmatrix} F_0(z) \\ F_1(z) \\ \vdots \\ F_{M-1}(z) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} z^{-(D-1)} \\ \vdots \\ z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}^T \hat{\mathbf{R}}_D(z^D) \mathbf{C}^T \quad (31)$$

のように表される。ただし、 $\hat{\mathbf{R}}_D(z)$ は、

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_D(z) &= \begin{bmatrix} z^{-(d-1)}\mathbf{I}_D & \cdots & z^{-1}\mathbf{I}_D & \mathbf{I}_D \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0'(z^d) \\ \mathbf{R}_1'(z^d) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{m-1}'(z^d) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

である。このように行列表現すると、提案する CMFB の構造は図 4 のようになる。従来と同様に変調行列の大きさは $M \times M$ である。この構造では、分解側と合成側のいずれも F_s/D のレートで動作する。従来法では、変調行列は F_s/D のレートで演算されるが、プロトタイプフィルタは $2F_s/D$ のレートで演算される。

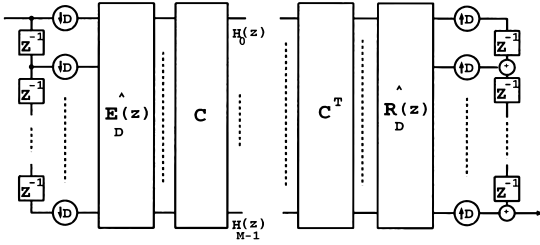


図4 任意整数間引きにおけるポリフェーズ構造 (M 分割, D 間引き)

Fig. 4 The polyphase structure with arbitrary integer oversampling.

ゆえに、本構造では従来に比べ分解側と合成側におけるプロトタイプフィルタの単位時間あたりの演算量が半減する。

4.2 完全再構成の考察

従来法は、パラユニタリ条件を課すことにより、完全再構成を実現している。ここでは、パラユニタリ性の条件を外すことにより、任意に与えられた分解側に対して、完全再構成条件を満足し、かつ少演算量で済む合成側の決定法について述べる。式 (19), (20), (27), (28) で表されるポリフェーズ構成において、 $\mathbf{R}_N(z)$ と $\mathbf{E}_N(z)$ の積を用いて

$$\mathbf{P}_N(z) = \mathbf{R}_N(z)\mathbf{E}_N(z) \quad (33)$$

のように表す。この行列 $\mathbf{P}_N(z)$ を $D \times D$ の大きさに分割したポリフェーズ部分行列を $\mathbf{P}_{k,l}^{ND}(z)$ とすれば、完全再構成条件は、文献 [2] によれば、

$$\mathbf{S}_p^{ND}(z) = \begin{cases} cz^{-m_0} \mathbf{I}_D & (p = p_0) \\ \mathbf{O}_D & (p \neq p_0) \end{cases} \quad (34)$$

のように与えられる。ここで、 c は任意の実数、 m_0 は任意の正の整数、また、 p_0 は $0 \leq p_0 \leq d-1$ をみたす任意の整数であり、

$$\mathbf{S}_0^{ND}(z) = \sum_{l=0}^{d-1} \mathbf{P}_{l,l}^{ND}(z) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_p^{ND}(z) &= \sum_{l=0}^{d-1-p} \mathbf{P}_{l+p,l}^{ND}(z) + z^{-1} \sum_{l=d-p}^{d-1} \mathbf{P}_{l-d+p,l}^{ND}(z) \\ &\quad (p = 1, \dots, d-1) \end{aligned} \quad (36)$$

である。

(1) $m = 1$ の場合

変調行列 $\mathbf{C}$ は直交行列であるので、

$$\mathbf{P}_N(z) = \mathbf{R}_N(z)\mathbf{E}_N(z) = \mathbf{R}_0(z)\mathbf{E}_0(z) \quad (37)$$

となる。 $\mathbf{P}_N(z)$ は対角行列となるので、 $i \neq j$ において $\mathbf{P}_{i,j}^{ND}(z) = \mathbf{O}_D$ である。よって、 $p \neq 0$ において $\mathbf{S}_p^{ND}(z) = \mathbf{O}_D$ となるため、完全再構成条件は、

$$\mathbf{S}_0^{ND}(z) = \sum_{l=0}^{d-1} \mathbf{P}_{l,l}^{ND}(z) = cz^{-m_0} \mathbf{I}_D \quad (38)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{l,l}^{ND}(z) &= \text{diag}[R_{Dl+n}(z)E_{Dl+n}(-z)]_{n=0}^{D-1} \\ &\quad (l = 0, \dots, d-1) \end{aligned} \quad (39)$$

であるから、完全再構成条件式 (38) をみたすには、

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{d-1} [R_{Dl+n}(z)E_{Dl+n}(-z)] &= cz^{-m_0} \\ &\quad (n = 0, \dots, D-1) \end{aligned} \quad (40)$$

のような D 個の式をみたせばよい。この D 個の式を分解側と合成側のプロトタイプフィルタの係数を用いて書きなおす。分解側プロトタイプ直線位相フィルタの各ポリフェーズ成分を

$$E_{Dl+n}(-z) = \sum_{i=0}^{N_e-1} e_i^{Dl+n} z^{-i} \quad (41)$$

$$E_0(-z) = \sum_{i=0}^{N_e} e_i^0 z^{-i} \quad (42)$$

のように表す。ここで、

$$N_e = \frac{L-1}{N} \quad (43)$$

である。議論を簡単にするために、合成側におけるプロトタイプフィルタの各ポリフェーズ成分を

$$R_{Dl+n}(z) = \sum_{i=0}^{N_r^n-1} r_i^{Dl+n} z^{-i} \quad (44)$$

$$R_0(z) = \sum_{i=0}^{N_r^0-2} r_i^0 z^{-i} \quad (45)$$

のように表す。このとき、各 n ($n = 1, \dots, D-1$)

における条件式 (40) は,

$$\begin{cases} \sum_{l=0}^{d-1} \sum_{j=0}^{N_r^n-1} r_j^{Dl+n} e_{0-j}^{Dl+n} = c \\ \sum_{l=0}^{d-1} \sum_{j=0}^{N_r^n-1} r_j^{Dl+n} e_{1-j}^{Dl+n} = 0 \\ \vdots \\ \sum_{l=0}^{d-1} \sum_{j=0}^{N_r^n-1} r_j^{Dl+n} e_{N_r^n+N_e-2-j}^{Dl+n} = 0 \end{cases} \quad (46)$$

のようにそれぞれ $N_r^n + N_e - 1$ 個の条件式になる.
また, $n = 0$ における条件式 (40) は,

$$\begin{cases} \sum_{l=0}^{d-1} \sum_{j=0}^{N_r^0-2} r_j^{Dl} e_{0-j}^{Dl} \\ + \sum_{l=1}^{d-1} r_{N_r^0-1}^{Dl} e_{0-(N_r^0-1)}^{Dl} = c \\ \sum_{l=0}^{d-1} \sum_{j=0}^{N_r^0-2} r_j^{Dl} e_{1-j}^{Dl} \\ + \sum_{l=1}^{d-1} r_{N_r^0-1}^{Dl} e_{1-(N_r^0-1)}^{Dl} = 0 \\ \vdots \\ r_{N_r^0-2}^0 e_{N_e}^0 + \sum_{l=1}^{d-1} r_{N_r^0-1}^{Dl} e_{N_e-1}^{Dl} = 0 \end{cases} \quad (47)$$

のように, $N_r^0 + N_e - 1$ 個の条件式になる. 各 n ($n = 1, \dots, D-1$) において合成側の係数は dN_r^n 個であり, $n = 0$ において合成側の係数は $dN_r^0 - 1$ 個である. よって, 分解側をまえて任意に与える場合, 式 (46) は

$$N_r^n + N_e - 1 \leq dN_r^n \quad (48)$$

をみたすとき, つまり,

$$N_r^n \geq \frac{N_e - 1}{d - 1} \quad (49)$$

のもとで, 線形方程式となる. また, 式 (47) は

$$N_r^0 + N_e - 1 \leq dN_r^0 - 1 \quad (50)$$

をみたすとき, つまり,

$$N_r^0 \geq \frac{N_e}{d - 1} \quad (51)$$

のもとで, 線形方程式となる. 式 (49), (51) は, 分解側の次数に比べ, 合成側の次数を低減できることを示している. 式 (48), (50) において, 等号が成立しない場合は, 未知数の数が条件式の数よりも多くなる. 合成側に何らかの最適化をするのであれば, 式 (46), (47) を制約条件として合成側を最適化すればよい. そうでなければ, 条件式の数に対して多い分だけの未知数を零とすることで更に合成側の演算量を低減できる.

分解側においては, 分割フィルタがすべて直線位相

を有する. 分解側のプロトタイプ直線位相フィルタの係数の対称性から, 式 (41), (42) において,

$$E_0(-z) = (-1)^{N_e} z^{-N_e} E_0(-z^{-1}) \quad (52)$$

$$E_{\frac{M}{2}}(-z) = (-1)^{N_e+1} z^{-(N_e-1)} E_{\frac{M}{2}}(-z^{-1}) \quad (53)$$

$$E_{\frac{M}{2}-i}(-z) = (-1)^{N_e+1} E_{\frac{M}{2}+i}(-z)$$

$$i = 1, \dots, \frac{M}{2} - 1 \quad (54)$$

のような関係が成立する. 同様に, 合成側においてもすべてのフィルタが直線位相を有することを考えると, 合成側のプロトタイプ直線位相フィルタの係数の対称性から, 式 (44), (45) において,

$$R_0(-z) = (-1)^{N_r} z^{-(N_r-2)} R_0(-z^{-1}) \quad (55)$$

$$R_{\frac{M}{2}}(-z) = (-1)^{N_r+1} z^{-(N_r-1)} R_{\frac{M}{2}}(-z^{-1}) \quad (56)$$

$$R_{\frac{M}{2}-i}(-z) = (-1)^{N_r+1} R_{\frac{M}{2}+i}(-z)$$

$$i = 1, \dots, \frac{M}{2} - 1 \quad (57)$$

のような関係が成立する. ただし,

$$N_r = \frac{\hat{L} - 1}{N} \quad (58)$$

である. 合成側のプロトタイプ直線位相フィルタの係数の対称性より, 完全再構成条件式 (46), (47) における未知数, つまり合成側の係数の個数はほぼ半減する. また, 式 (52)~(57) から, 完全再構成条件式において, 全く同じ式がいくつか生じるため, 線形方程式の個数もほぼ半減する. ゆえに, 合成側のフィルタに直線位相をもたせる場合にも, 式 (49), (51) と同等の次数低減が実現できる.

(2) $m \neq 1$ の場合

ここでも, 変調行列 $\mathbf{C}$ は直交行列であるので,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_N(z) &= \mathbf{R}_N(z) \mathbf{E}_N(z) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0(z) \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{m-1}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0(z) & \cdots & \mathbf{E}_{m-1}(z) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (59)$$

となる. 合成側の演算量低減のため, $\mathbf{R}_i(z) = \mathbf{O}_M$ ($i = 1, \dots, m-1$) とすれば, $\mathbf{P}_{i,j}^{N,D}(z) = \mathbf{O}_D$ ($i > [M, D] - 1, j = 1, \dots, d-1$) が得られる. ここで, $[M, D]$ は M を D で割った値の小数部を切捨て

た整数値とする．行列 $\mathbf{P}_N(z)$ における上部の部分行列 $\mathbf{P}_{0,j}^{ND}(z)$ においては， $\mathbf{P}_{0,0}^{ND}(z)$ 以外の行列は対角行列にならない． $\mathbf{P}_{0,j}^{ND}(z)$ の右下の行列 $\mathbf{P}_{0+l,j+l}^{ND}(z)$ は $\mathbf{P}_{0,j}^{ND}(z)$ と共通する要素に値を有し，その共通する要素には， N 個のポリフェーズ成分 $R_i(z)$ のうちのひとつが含まれる．その含まれるポリフェーズ成分 $R_i(z)$ における添字 i は，部分行列 $\mathbf{P}_{0,j}^{ND}(z)$ から一つずつ順に右下の部分行列にいくに従って， D ずつ増大する． $\mathbf{P}_{0,0}^{ND}(z)$ は常に対角行列になることから，式 (36) において z^{-1} の項のみが残る．これらのことを考慮すると，完全再構成条件は，

$$\mathbf{S}_0^{ND}(z) = \sum_{l=0}^{[M,D]-1} \mathbf{P}_{l,l}^{ND}(z) = cz^{-m_0} \mathbf{I}_D \quad (60)$$

$$\mathbf{S}_p^{ND}(z) = \sum_{l=0}^{[M,D]-1} \mathbf{P}_{l,l+p}^{ND}(z) = \mathbf{O}_D \quad (1 \leq p \leq d - [M,D]) \quad (61)$$

$$\mathbf{S}_p^{ND}(z) = \sum_{l=0}^{d-1-p} \mathbf{P}_{l,l+p}^{ND}(z) = \mathbf{O}_D \quad (d - [M,D] < p < d - 1) \quad (62)$$

となる．この場合も， $m = 1$ の場合と同様な議論が可能である．

次に，本提案構造を最大間引きで用いる場合について述べておく．最大間引きにおいては， $m = d = 1$ であるから，完全再構成条件式 (38) は，

$$\mathbf{S}_0^{ND}(z) = \mathbf{R}_0'(z) \mathbf{E}_0'(z) = cz^{-m_0} \mathbf{I}_D \quad (63)$$

となる．したがって，本提案構造を最大間引きで用いる場合，厳密に完全再構成を実現することはできない．この場合は近似的に完全再構成を実現することが必要になる．

5. 設 計 例

仕様として $M = 20$ ， $D = 4$ ， $L = 41$ を与えたとき，提案する分割形状を有する分解側の特性を図 7，図 8 に示す．また同一の仕様において，従来の分割形状を有する分解側の特性を図 5，図 6 に示す．分解側のプロトタイプ直線位相フィルタを最小 2 乗法により最適化し，それをコサイン変調することで分解側の分割特性を得る．従来の分割形状では，LPF，HPF が他の BPF の半分の通過域幅を有するので，等分割特性にはならない．提案する分割形状は等分割形状である

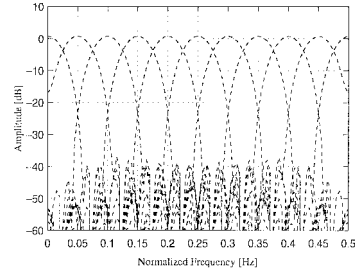


図 5 従来の分割特性： $H_0(z) \sim H_{10}(z)$
Fig. 5 Conventional band-splitting patterns : $H_0(z) \sim H_{10}(z)$.

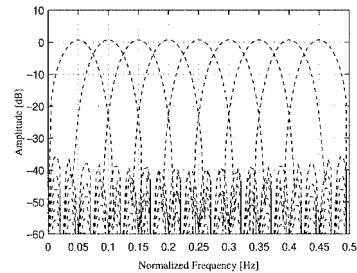


図 6 従来の分割特性： $H_{11}(z) \sim H_{19}(z)$
Fig. 6 Conventional band-splitting patterns : $H_{11}(z) \sim H_{19}(z)$.

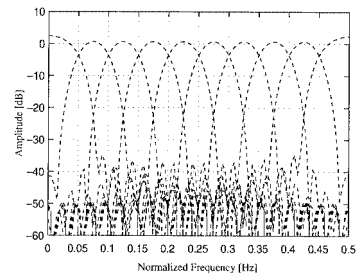


図 7 提案する分割特性： $H_0(z) \sim H_9(z)$
Fig. 7 Proposed band-splitting patterns : $H_0(z) \sim H_9(z)$.

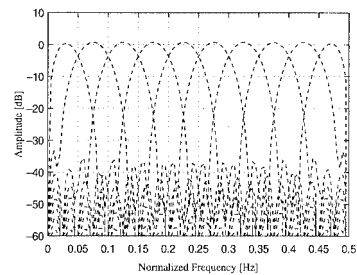


図 8 提案する分割特性： $H_{10}(z) \sim H_{19}(z)$
Fig. 8 Proposed band-splitting patterns : $H_{10}(z) \sim H_{19}(z)$.

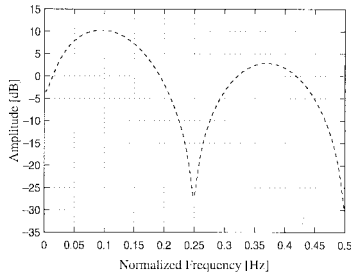


図9 合成側のプロトタイプフィルタの振幅特性
Fig. 9 Magnitude response of synthesis prototype filter.

表1 従来法との比較
Table 1 A comparison with the conventional method.

	分解側, 合成側の 次数, 実行レート	分解側, 合成側の 単位時間あたりの乗算量
従来法 (パラユニ タリ構造)	40, 40, $F_s/2$	20, 20
提案法 (非パラユニ タリ構造)	40, 8, $F_s/4$	10, 2

ため、 $D = 10, 5, 2$ で間引く場合、各々の帯域において通過域とエリアジング成分の重なりは生じない。この例では、分解側において $N_e = 2$ であるので、完全再構成条件が線形方程式になるためには、合成側において $N_r^n = 1$, $N_r^0 = 1$ であればよく、このとき合成側のプロトタイプフィルタの次数は 19 次となる。ただし、各 n ($n = 0, 1, 2, 3$) において条件式の数 2 個であるので、更に演算量が低減できる。結局、分解側の次数が 40 次であるのに対し、完全再構成を実現するのに合成側の次数は 8 次ですむ。図 9 に合成側のプロトタイプフィルタの特性を示す。演算レートは、全演算について $F_s/4$ である。従来法ではプロトタイプフィルタの演算レートが $F_s/2$ である。変調行列においては、従来と大きさ及び実行レートが同等であるため、プロトタイプフィルタの単位時間あたりの乗算量を比較する。本構成法における分解側と合成側のそれは、それぞれ 10, 2 である。従来法におけるそれは、共に 20 である。表 1 に従来法との比較を示す。加算量においても、同様である。本提案構造における、分解側と合成側の単位時間当りの演算量の和は、従来構造における分解側の単位時間当りの演算量よりも少なくすむ。ゆえに本構成法では、演算量が低減されている。

6. む す び

本論文では、非最大間引き直線位相 CMFB において、新たな実現法を提案した。第一に、新たな分割形状を提案し、等分割特性が得られることを述べた。第二に、全体的な演算量低減の考察を行った。等分割形状を有する伝達関数から、任意整数間引きにおけるポリフェーズ表現を導き、レートを完全に下げた状態で演算が可能なポリフェーズ構成を示した。完全再構成の実現に際しては、パラユニタリ性を外すことにより、合成側の演算量を低減する方法を提案した。完全再構成条件をポリフェーズ成分の係数を用いて表現し直し、それが線形方程式になるための合成側と分解側の各ポリフェーズ成分の次数の関係を導出した。最後に例を示し、全体の演算量が低減されていることを確認した。今後の課題としては、有理サンプリングレートへの拡張があげられる。

文 献

- [1] 貴家仁志, マルチレート信号処理, 昭晃堂, 1995.
- [2] 貴家仁志, 小林弘幸, “ポリフェーズ部分行列に基づくオーバーサンプリングフィルタバンク,” 信学論 (A), vol. J79-A, no. 9, pp. 1525–1534, Sept. 1996.
- [3] R.D. Koilpillai and P.P. Vaidyanathan, “Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 40, no. 4, pp. 770–783, April 1992.
- [4] T.Q. Nguyen and R.D. Koilpillai, “The theory and design of arbitrary-length cosine-modulated filter banks and wavelets, satisfying perfect reconstruction,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 44, no. 3, pp. 473–483, March 1996.
- [5] T.A. Ramstad, “Cosine modulated analysis-synthesis filter banks with critical sampling and perfect reconstruction,” Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal Processing, pp. 1789–1792, Tronto, Canada, May 1991.
- [6] T. Q. Nguyen, “A class of generalized cosine-modulated filter bank,” Proc. IEEE Int. Symp. Circuits Syst., San Diego, CA, May 1992.
- [7] J. Dliwer and A. Mertins, “Oversampled cosine-modulated filter banks with arbitrary sysmtem delay,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 46, no. 4, pp. 941–955, April 1998.
- [8] Y.-P. Lin and P.P. Vaidyanathan, “Linear phase cosine modulated maximally decimated filter banks with perfect reconstruction,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 42, no. 11, pp. 2525–2539, Nov. 1995.
- [9] J. Princen, “Oversampled cosine modulated filter banks with perfect reconstruction,” IEEE Trans. Circuits & Syst. II, ANALOG AND DIGITAL SIGNAL PROCESSING., vol. 45, no. 8, pp. 1057–1071, Aug.

1998.

付 録

1. 変調行列の直交性

変調行列 $\mathbf{C}$ とその転置行列 $\mathbf{C}^T$ との積 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ の要素を $t_{k,l}$ とすると,

$$\begin{aligned}
 t_{k,l} &= \sum_{j=0}^{\frac{M}{2}-1} \cos \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) k \right] \cos \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) l \right] \\
 &\quad + \sum_{j=\frac{M}{2}}^{M-1} \sin \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) k \right] \sin \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) l \right] \\
 &= \sum_{j=0}^{\frac{M}{2}-1} \cos \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) k \right] \cos \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) l \right] \\
 &\quad + (-1)^p \sum_{j=0}^{\frac{M}{2}-1} \sin \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) k \right] \\
 &\quad \times \sin \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) l \right] \\
 &= \sum_{j=0}^{\frac{M}{2}-1} \cos \left[\frac{2\pi}{M} \left(j + \frac{1}{2} \right) p \right] \quad (\text{A} \cdot 1)
 \end{aligned}$$

となる. ただし, 式 (23) において $a = 1$, 及び p は, k, l の一方が奇数, 他方が偶数であれば $p = k + l$, そうでなければ $p = k - l$ としている. ゆえに,

$$t_{k,l} = \begin{cases} \frac{M}{2} & (k = l) \\ 0 & (k \neq l) \end{cases} \quad (\text{A} \cdot 2)$$

である.

(平成 11 年 11 月 4 日受付, 12 年 2 月 24 日再受付)



伊丹 史雄 (学生員)

平 9 芝浦工大・工・通信卒. 平 11 同大学院修士課程了. 現在同大学院博士課程在学. デジタル信号処理の研究に従事.



渡部 英二 (正員)

昭 56 電通大・電気通信・電波通信卒. 昭 58 同大学院修士課程了. 昭 61 東工大大学院理工・電子物理博士後期課程了. 工博. 同年同大学院総合理工・物理情報助手. 平 3 芝浦工大・システム工・電子情報システム講師. 平 7 同助教授. 平 12 同教授. デジタルフィルタを中心に離散時間回路網の構成と実現の研究に従事. 電気学会, IEEE 各会員.



西原 明法 (正員)

昭 48 東工大・工・電子物理卒. 昭 53 同大学院博士課程了. 工博. 同年より同大勤務. 現在, 同大教育工学開発センター教授. 回路理論, 電子回路, 信号処理等の研究, 教育に従事. 信号処理用プロセスのコンパイラ等にも興味をもつ. IEEE, EURASIP, ECS 各会員.



柳澤 健 (正員)

昭 28 東工大・工・電気卒. 昭 33 同大学院博士課程了. 工博. 同年より同大助手. 昭 45 同大教授. 平 3 芝浦工大・システム工・電子情報教授, 現在に至る. 昭 61 本会業績賞受賞. 回路理論, 電子回路, 信号処理等の研究, 教育に従事. 電気学会会員.