

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	再帰形デジタルフィルタにおける二重窓の応用
Title(English)	A Double Window Method for Recursive Digital Filters
著者(和文)	西原明法
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子通信学会論文誌(A), Vol. 59-A, No. 2, pp. 167-168
Citation(English)	, Vol. 59-A, No. 2, pp. 167-168
発行日 / Pub. date	1976, 2
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1976 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

UDC 6213772.54 : 681.325.5].001.24

再帰形デジタルフィルタ における二重窓の応用

西原 明法

西原明法：正員 東京工業大学工学部電子工学科

A Double Window Method for Recursive Digital Filters.
By Akinori NISHIHARA, Regular Member (Faculty of
Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo 152
Japan).

論文番号：昭 51-66[A-28]

1. まえがき

従来、非再帰形デジタルフィルタの設計では、所望の周波数特性のフーリエ級数展開を用いる方法が広く知られており、級数打ち切り誤差によるリップルを小さくするために窓関数を併用する⁽³⁾。最近、Johnsonら^{(1),(2)}が対数利得のフーリエ級数展開を用いる直接近似法を発表した。これは非再帰形と純再帰形には直接適用できるが、そのまま使用することは級数打ち切り誤差の点で不適当である⁽⁴⁾。本文では、Johnsonの考え方を進めて、一般の再帰形への適用と窓関数による修正について述べる。

2. 近似の概要

次式の伝達関数を考える。

$$H(z) = K \frac{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}} = K \frac{\prod_{i=1}^N (1 - z_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^N (1 - p_i z^{-1})} \quad (1)$$

簡単のため $K=1$ とし、自然対数をとると次式を得る。

$$\ln H(z) = \sum_{i=1}^N \ln(1 - z_i z^{-1}) - \sum_{i=1}^N \ln(1 - p_i z^{-1}) \quad (2)$$

これを $z^{-1}=0$ のまわりでマクローリン級数に展開して

$$\ln H(z) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k z^{-k} \quad (3)$$

とすれば、マクローリン展開の定義より、展開係数は

$$h_k = f_k - g_k = -\frac{1}{k} \sum_{i=1}^N z_i^k + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^N p_i^k \quad (4)$$

である。式(3)の級数が収束するための必要十分条件は $|z_i| < 1$ 且つ $|p_i| < 1$ ($i=1, \dots, N$) で、このとき収束領域は $|z| \geq 1$ である。

周波数応答を求めるために $z = e^{j\omega T}$ と置けば、

$$\ln H(e^{j\omega T}) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \cos k\omega T - j \sum_{k=1}^{\infty} h_k \sin k\omega T \quad (5)$$

となる。一方、次式の関係が成り立っている。

$$\ln H(e^{j\omega T}) = \ln |H(e^{j\omega T})| + j \arg H(e^{j\omega T}) \quad (6)$$

式(5)と(6)を比較すると、希望する振幅特性を式(5)の右辺第1項のようにフーリエ級数展開して、伝達関数が求められることが分かる。この場合、フーリエ係数 h_k を分子の項 f_k と分母の項 g_k とに分配する方法が問題であるが、 $g_k=0$ の非再帰形と、 $f_k=0$ の純再帰形には直接適用できる。伝達関数の係数との関係は次式で与えられる。

$$ka_k = \sum_{i=0}^{k-1} (k-i) f_{k-i} a_i \quad \text{但し, } a_0 = 1 \quad (7)$$

$$kb_k = \sum_{i=0}^{k-1} (k-i) g_{k-i} b_i \quad \text{但し, } b_0 = 1 \quad (8)$$

3. 一般の再帰形フィルタ

極と零点の両方をもつ一般の再帰形デジタルフィルタを近似するには、フーリエ係数を分子の項と分母の項とに分解する必要があり、その方法は無数にある。最も単純でしかも多くの場合妥当であると思われる方法は、 h_k を2等分して f_k と g_k とに割当てることである。これは必要な減衰量を2等分して、それぞれを非再帰形と純再帰形とで近似し、組合せることに相当する。この方法で同一長のシフトレジスタを最も有効に利用できると考えられる。

4. 窓関数による修正

無限次数のフィルタは実現できないため、級数を有限項で打ち切る必要がある。2回の級数打ち切り誤差の影響は周波数特性のリップルとして現れ、その大きさは非再帰形では減衰域で、純再帰形では通過域で大きくなる⁽⁴⁾。又、再帰形フィルタでは通過域と減衰域の両方で大きなリップルが生ずる。このリップルを軽減する場合にも窓関数の使用が有効である。そのとき、代償として過渡帯域幅が広がる。2回の打ち切りのうち、まずフーリエ級数の打ち切りでは、トランス パーサル フィルタやFETの場合と同様で、窓関数 $w_1(t)$ ($w_1(t)=0, |t| > \tau$ と時間制限された偶関数) を用いて次式のように $\hat{h}_k$ を求める。

$$\hat{h}_k = h_k w_1(k\tau/N) \quad k=1, \dots, N \quad (9)$$

次にこの $\hat{h}_k$ を用いて式(7),(8)より a_k, b_k を算出すると、これも又、無限系列となる。非再帰形デジタルフィルタの伝達関数の係数 a_k はフィルタのインパルス応答列であるから、この打ち切りにもFFTの場合の時間窓と同様の窓を考えるべきである。純再帰形デジタルフィルタについては、その逆数の非再帰形デジタルフィルタを考えて、これに窓をかけ、再び逆数をとってもどせば良い。すなわち、窓関数 $w_2(t)$ (偶関数で $w_2(t)=0, |t| > \tau$) を用いて伝達関数の係数を次のように修正する。

$$\hat{a}_k = a_k w_2(k\tau/N) \quad k=1, \dots, N \quad (10)$$

$$\hat{b}_k = b_k w_2(k\tau/N) \quad k=1, \dots, N \quad (11)$$

これが求めるデジタルフィルタの伝達関数の係数である。

窓について多くの研究がなされており、種々の窓関数が発表されている。1つの最適な関数として長球波動関数があり、Kaiser は、これを良く近似し、しかも計算が容易な関数として次式で定義される J_0 -sinh 窓を提案している⁽³⁾。

$$w(t) = \begin{cases} \frac{J_0[\alpha \sqrt{1 - (t/\tau)^2}]}{J_0(\alpha)} & |t| < \tau \\ 0 & |t| > \tau \end{cases} \quad (12)$$

但し, $I_0(x)$ は零次の第1種変形ベッセル関数である。ここではこの Kaiser 窓を使用する。Kaiser 窓は α の値によって特性が変化する柔軟性に富んでいる。

窓を用いて特性近似をすると過渡帯域幅が必ず広がるため、元特性としては過渡帯域幅が零の理想特性とするのが最も良い。理想特性はフーリエ級数展開が解析的に容易に求められ都合が良い。近似に必要な情報は、2回使用する Kaiser 窓の変数 α_1, α_2 と次数 N 、及びそのときの過渡帯域幅 $\Delta\omega$ で、これらは次式によって選ぶと良い結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 &\geq 4.0 \\ \alpha_2/\alpha_1 &= 32/ATT \\ N &= \frac{1.5\sqrt{\alpha_2}}{\Delta\omega} \frac{\pi}{T} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

但し, ATT は必要減衰量(dB)である。式(13)は多くのフィルタの近似から経験的に得られたもので、大体の目安を与える式である。

図1は低域フィルタを近似した例で、窓による特性の著しい改善が見られる。

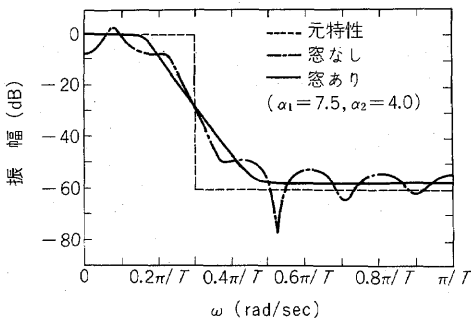


図1 具体例(10次)
Fig.1 - A design example (10th order).

5. 安定性

再帰形デジタルフィルタが安定であるための必要十分条件はすべての極が単位円内にあること、すなわち $|p_i| < 1$ である。従って、式(5)のフーリエ級数の収束が問題となる。ところで、フーリエ級数は、特性が関数状でない限り収束するので、次数を十分大きくすれば安定である。更に窓関数によって級数を強制的に収束させれば安定性はより確実になり、必要減衰量に応じて次数を高くすれば問題はない。

6. むすび

窓を用いる直接近似法は設計手順が非常に簡単で、一応実用になる特性を得られるが、問題点として、安定性を完全に保証していないこと、特性の評価方法があいまいであることなどがある。

謝辞 日ごろ御指導、御助言頂いている東京工業大学柳沢健教授ならびに杉本公弘博士に深く感謝する。

文 献

- (1) A.T.Johnson: "Magnitude equalization using digital filters", IEEE Trans., CT-20, 3, p.308(1973).
- (2) G.C.Maenhout, et al.: "A direct approximation technique for digital filters and equalizers", IEEE

Trans., CT-20, 5, p.548(1973).

- (3) F.F.Kuo and J.F.Kaiser: "System analysis by digital computer", New York, Wiley(1966).
- (4) 杉本, 西原: "デジタルフィルタにおける特性近似について", 信学会回路とシステム理論研究, CST74-42(1974-08).

(昭和50年6月9日受付)

UDC 534.534.21:534.231]-16-8
666.192-41:669.218

非対称構造による薄膜弾性 表面波導波路の放射損の 低減について

中谷 幸一 末宗 幾夫
森泉 豊栄 安田 力

中谷幸一: 准員 東京工業大学工学部電気電子工学科

末宗幾夫, 森泉豊栄, 安田 力: 正員 同 "

Reduction of Radiation Loss of the Curved Thin-film Surface-Acoustic-Wave Guide with an Asymmetric Structure. By Koichi NAKATANI, Associate Member, Ikuro SUEMUNE, Toyosaka MORIIZUMI and Tsutomu YASUDA, Regular Members (Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, 152 Japan).

論文番号: 昭 51-67[A-29]

弾性表面波導波路では曲がった部分で放射損があるが^{(1),(3)}、これを低下させる試みはまだなされていない。本論文では、薄膜導波路の放射損を低下させる方法として、構造を非対称にすることを理論的、実験的に検討した。

図1はストリップ形導波路であり、対称な場合は①と③の領域が自由表面、②が基板より遅い横波速度をもつ膜を表面

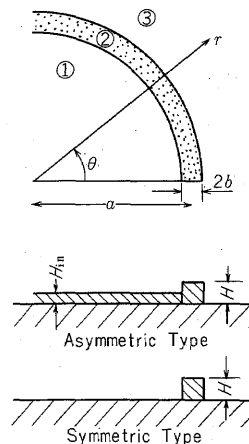


図1 非対称ストリップ形導波路
Fig.1 - Asymmetric strip guide.