

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	T縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法
Title(English)	
著者(和文)	渡部英二, 村越信雄, 西原明法
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J70-A, No. 3, pp. 491-499
Citation(English)	, Vol. J70-A, No. 3, pp. 491-499
発行日 / Pub. date	1987, 3
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1987 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

T 縦続接続を用いた通過域低感度 デジタルフィルタの一合成法

正 員 渡部 英二[†] 非会員 村越 信雄^{††} 正 員 西原 明法^{†††}

A Synthesis of Low-Sensitivity Digital Filters Using T-cascade Connection

Eiji WATANABE[†], Member, Nobuo MURAKOSHI^{††}, Nonmember and
Akinori NISHIHARA^{†††}, Member

あらまし デジタルフィルタを実現するときは、有限係数語長における特性劣化の少ない低係数感度な構造が望まれる。加えて処理速度の高速化を考慮すれば、並列処理あるいはパイプライン処理の可能な構造であることが望ましい。低係数感度なデジタルフィルタとしては Fettweis によって提案されたウェーブデジタルフィルタがよく知られているが、これは並列処理やパイプライン処理の適用が困難である。以上を考慮して、本論文では、ウェーブデジタルフィルタと同様な低感度性を有しながら、なおかつパイプライン処理が可能なデジタルフィルタの構成法を提案している。まず基本区間を T 縦続に接続にした形の回路構造がパイプライン化の可能な構造であることを示し、次に与えられた z 領域の伝達関数からこの形の構造を有するデジタルフィルタの合成手順を導出している。このとき提案する方法では、IIR フィルタだけではなく、FIR フィルタも統一的に合成可能であることを同時に明らかにしている。そして、回路合成に用いる基本区間の実現回路を示し、最後に例題により本構成法の有効性を確認している。

1. ま え が き

デジタルフィルタの実現にあたって注意しなければならないのは、その乗算器係数が有限語長で表現されるということである。このため実現されたデジタルフィルタの特性は無限語長のときの特性から劣化することになる。この特性劣化はなるべく少ない方が望ましいので、デジタルフィルタの構造としては語長制限の影響の少ないもの、すなわち低係数感度な回路構造が望まれる。

このような要求を満たす低感度デジタルフィルタとして、Fettweis によって考案されたウェーブデジタルフィルタ（以後 WDF と略す）がよく知られている⁽¹⁾。WDF は両端抵抗終端形リアクタンスフィルタの波動量をシミュレートして得られるため、その構成

にはアナログ参考フィルタを必要とする。これに対して、WDF と同等の回路をアナログ参考フィルタを用いないで z 領域のみで合成する方法も発表されている^{(2),(3)}。これらの回路の低感度性は、無損失性に由来する両端抵抗終端形リアクタンスフィルタの低感度性と同じ原理に基づいている。

また回路の低感度化に加え、最近のデジタル信号処理技術の普及に伴って処理速度の高速化も要請事項の一つとなってきた。高速デジタルフィルタを実現するための手法として考えられるのは、用いるデバイスの高速化と並んで、並列処理あるいはパイプライン処理の採用である。ところが大部分の WDF は、各処理装置に均等にジョブを割り当てて有効な並列処理を行うのが非常に困難な構造となっている。

更に、WDF における基本区間の接続方式ではパイプライン処理をするための遅延要素の挿入、すなわちパイプライン化⁽⁴⁾がほとんど不可能であるため、パイプライン処理は適用できない。

以上を考慮すると、WDF と同様な感度特性を有しながら、なおかつパイプライン処理が可能なデジタルフィルタの構成法が存在すれば非常に有意義であることがわかる。そこで本論文では、この要求を満たす

[†] 東京工業大学大学院総合理工学研究科物理情報工学専攻, 横浜市
The Graduate School at Nagatsuta, Tokyo Institute of
Technology, Yokohama-shi, 227 Japan

^{††} 防衛庁技術研究本部第一研究所, 東京都

First Research Center, Technical Research and Development
Institute, Japan Defense Agency, Tokyo, 153 Japan

^{†††} 東京工業大学理工学国際交流センター, 東京都

International Cooperation Center for Science and
Technology, Tokyo Institute of Technology Tokyo, 152 Japan

低感度デジタルフィルタを、アナログフィルタを一切参照することなく、与えられた z 領域の伝達関数から合成する方法⁽⁵⁾を提案する。

そのために、本論文でも文献(2)および文献(3)と同じく z 領域無損失散乱行列の概念を導入する。従来の方法では、散乱行列を更に伝達散乱行列に直し、それを因数分解して回路を合成していた。このとき基本区間の相互接続には Π 縦続接続⁽²⁾が用いられる。

これに対して本論文では、まず、基本区間を Π 縦続接続するとパイプライン化が不可能になることと、 Π 縦続接続に代えて T 縦続接続⁽²⁾を採用すればパイプライン化の可能な構造が得られることを指摘する。そして、基本区間が T 縦続接続された形の構造は、散乱行列そのものを因数分解することにより合成されることを示し、そのための具体的な因数分解法を提案する。この因数分解は伝達関数の極を分離して行くという考えに立って行われるので、実数極と複素極の場合それぞれについての分解法を提案すると共に、この分解法によって実現可能な伝達関数の範囲を明らかにする。特に、原点の極を分離することによりFIRの伝達関数も統一的に実現できることを示し、こうして得られるFIRフィルタの構造は低感度FIRデジタルラティスフィルタ⁽⁶⁾あるいはFIRウェーブデジタルフィルタ⁽⁷⁾と一致することを明らかにする⁽⁸⁾。

2. z 領域散乱行列と T 縦続接続

図1に示すデジタル2ポート回路において、その入出力関係が

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(z^{-1}) & T_{12}(z^{-1}) \\ T_{21}(z^{-1}) & T_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

と表現されるとき、この行列 T を散乱行列と名付ける。そして、散乱行列 T の z を z^{-1} で置き換えて転置したものを T_* とし、 U を単位行列とすると、

$$T_* T = U \quad (2)$$

のような関係があれば、すなわち散乱行列 T がパラユ

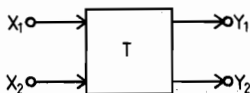


図1 デジタル2ポート回路
Fig.1 Digital 2-port network.

ニタリ行列であれば、この散乱行列は無損失であると言う。VaidyanathanとMitraが既に明らかにしているように⁽²⁾、無損失な散乱行列を回路実現した場合、乗算器係数の変動にもかかわらずパラユニタリ性が維持されるならば通過域内の整合点での係数感度が零になる。このような性質のことを構造的に有界であると呼ぶ。したがって、構造的に有界な回路は通過域内で低感度であることが期待できる。

式(2)から行列 T の各要素は上限が1の有界実関数になることが分かるので、与えられた伝達関数 $H(z^{-1})$ もこのような有界実関数であるとすれば、散乱行列 T の要素としてこれを実現することができる。すなわち、 $T_{11}(z^{-1})$ として実現する場合には、 $X_2=0$ とし X_1 を入力、 Y_1 を出力とすればよく、その場合の伝達関数は

$$H(z^{-1}) = \frac{X_1}{Y_1} \quad (3)$$

となる。このとき、 $F(z^{-1})$ および $G(z^{-1})$ を z^{-1} に関する n 次の多項式として、 $H(z^{-1})$ を

$$H(z^{-1}) = \frac{F(z^{-1})}{G(z^{-1})} \quad (4)$$

のように表現する。ここで散乱行列 T がパラユニタリ行列となるようにその要素を定めると

$$T = \frac{1}{G(z^{-1})} \begin{bmatrix} F(z^{-1}) & +K(z^{-1})z^{-n} \\ K(z^{-1}) & \pm F(z^{-1})z^{-n} \end{bmatrix} \quad (5)$$

と表される。ただし、 $K(z^{-1})$ は

$$K(z^{-1})K(z) = G(z^{-1})G(z) - F(z^{-1})F(z) \quad (6)$$

により与えられる。式(5)の複号は同順でいずれを選んでもよい。

さて回路合成に際して、構造的に有界な回路を高次の無損失散乱行列からそのまま合成するのは非常に困難である。したがって、低次の構造的に有界な回路の相互接続によって構成するのが妥当である。構造有界性を保持するデジタル2ポート回路の相互接続法としては図2に示す二つの方法が考えられる。図2(a)が Π 縦続接続であり、WDFなど従来の回路はこの接続法によるものが多い。そして同図(b)が本論文で用いる T 縦続接続である。

これら二つを比べてみると、 Π 縦続接続は信号の流れが2方向になっていてパイプライン化が不可能なのに対し、 T 縦続接続では1方向のためパイプライン化が可能である。それゆえ、実際にハードウェアあるいはソフトウェアで実現することを考えると、 T 縦続接続の方が有利である。また、 Π 縦続接続は基本区間の

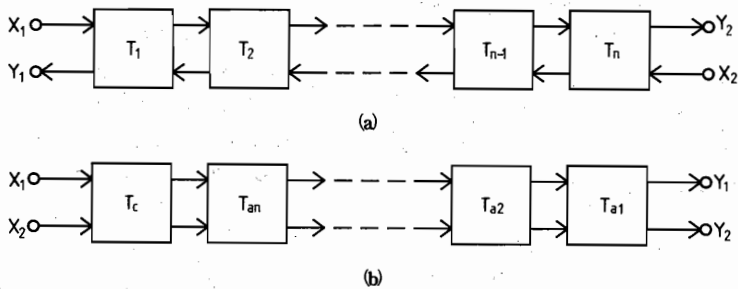


図2 (a) Π 縦続接続
(b) T縦続接続

Fig.2 (a) Π -cascade connection.
(b) T-cascade connection.

接合部分でディレイフリーループが生じる恐れがあり、このために何らかの処置が必要であるが⁽⁹⁾、T縦続接続ではその必要がない。

図2(b)の回路の散乱行列を各部分区間の散乱行列を用いて表現すると

$$T = T_{a1} \cdot T_{a2} \cdots T_{an} \cdot T_c \quad (7)$$

となる。式(5)の形式のパラユニタリ行列の積もまたこの形式のパラユニタリ行列となるのが容易に証明されるので、図2(b)の回路の合成問題は、高次のパラユニタリ行列を低次のパラユニタリ行列の積に因数分解する問題に帰着される。なお、図2(a)の場合は伝達散乱行列の因数分解となる⁽³⁾。

3. 無損失散乱行列の因数分解

ここでは図3に示すように、散乱行列Tから散乱行列T_aを引き抜くことを考える。すなわち、Tを

$$T = T_a \cdot T_b \quad (8)$$

のように分解する。このとき引き抜きによって残るT_bの次数がTの次数よりも低下していれば、逐次的にこの分解を行うことにより、最後には図2(b)に示すような定数行列T_aが得られて分解は終了する。ところで伝達関数H(z⁻¹)の極は、式(5)から分かるように、散乱行列Tの極となっている。したがって式(8)のような分解によって次数の低下がなされるためには、T_aの極がTの極のいずれかと一致していなければならない。つま

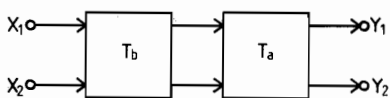


図3 基本区間の引き抜き

Fig.3 Extraction of an elementary section.

り、Tの極をT_aによって分離するという考えに立って、Tの分解は行われる。T_aの次数は分離する極が実数の場合には1次となり、複素共役対であれば2次となる。

3.1 実数極の分離

まずz = (αは実数)に極が存在するものとして、1次のパラユニタリ行列T_aを、式(5)を参考にして、

$$T_a = \frac{1}{g_0(1-\alpha z^{-1})} \begin{bmatrix} 1+f_1 z^{-1} & \mp k_1 z^{-1} \\ k_1 & \pm(f_1+z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

とおく。複号は同順でいずれを選んでよい。引き抜きによって残るT_bも式(5)と同じ形式のパラユニタリ行列なので、

$$T_b = \frac{1}{G_b(z^{-1})} \begin{bmatrix} F_b(z^{-1}) & \mp K_b(z^{-1})z^{-n+1} \\ K_b(z^{-1}) & \pm F_b(z^{-1})z^{-n+1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

とおくことができる。式(10)の複号は同順であり、独立に決めることができるTとT_aの複号の組合せによって次のように定まる。

- (i) TとT_aの(1, 2)要素の符号が一致している場合には、T_bの(1, 2)要素の符号は負。
- (ii) TとT_aの(1, 2)要素の符号が異なっている場合には、T_bの(1, 2)要素の符号は正。

ところで、散乱行列T_aはパラユニタリ行列であるから、当然ながら式(6)に対応する関係が成立しているの、そのパラメータの間には

$$1 + f_1^2 + k_1^2 = g_0^2(1 + \alpha^2) \quad (11)$$

$$f_1 = -g_0^2 \alpha \quad (12)$$

なる関係がある。これらの他に、T_bの次数がTの次数よりも低下してn-1次になるための条件も必要である。すなわちG_b(z⁻¹)、F_b(z⁻¹)およびK_b(z⁻¹)がn-1次の多項式となるように散乱行列T_aのパラメータを定めなければならない。

伝達関数H(z⁻¹)がz = αに実数極を持つというこ

とは、 $G(z^{-1})$ が $z=a$ に零点を持つことであるので、 $G_b(z^{-1})$ は

$$G_b(z^{-1}) = \frac{G(z^{-1})}{g_0(1-\alpha z^{-1})} \tag{13}$$

とすることができる。このように $G_b(z^{-1})$ を決めた場合、式(8)および式(11)と(12)から

$$\begin{bmatrix} F_b(z^{-1}) \\ K_b(z^{-1}) \end{bmatrix} = \frac{1}{g_0(1-\alpha z^{-1})(-\alpha+z^{-1})} \cdot \begin{bmatrix} f_1+z^{-1} & k_1 z^{-1} \\ \mp k_1 & \pm(1+f_1 z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(z^{-1}) \\ K(z^{-1}) \end{bmatrix} \tag{14}$$

が得られる。式(14)の複号は同順で、(2, 1)要素の符号が T_a の(1, 2)要素の符号と対応している。

ここで式(14)の右辺の分母が約分されて消滅すれば $F_b(z^{-1})$ と $K_b(z^{-1})$ は $n-1$ 次の多項式となるので、散乱行列 T_b の次数は $n-1$ となることが分かる。約分のための条件式は

$$(f_1+\alpha^{-1})F(\alpha^{-1})+k_1\alpha^{-1}K(\alpha^{-1})=0 \tag{15}$$

$$k_1F(\alpha^{-1})-(1+f_1\alpha^{-1})K(\alpha^{-1})=0 \tag{16}$$

$$(f_1+\alpha)F(\alpha)+k_1\alpha K(\alpha)=0 \tag{17}$$

$$k_1F(\alpha)-(1+f_1\alpha)K(\alpha)=0 \tag{18}$$

となる。 α は $G(z^{-1})$ の零点であるから、式(6)から

$$K(\alpha^{-1})K(\alpha)=F(\alpha^{-1})F(\alpha) \tag{19}$$

が成立するので、式(15)と式(18)、式(16)と式(17)は互いに従属であることが分かる。また、式(15)、(16)および式(19)から式(11)が求められるから、結局のところ、分離のための条件式は式(12)、(15)および式(16)の3式である。これら3式から散乱行列 T_a の未知数を決定すればよい。ここで新たに

$$P(z^{-1}) = \frac{K(z^{-1})}{F(z^{-1})} \tag{20}$$

なる関数を定義し、特性関数と名付ける。そして極における特性関数の値を

$$k_0 = P(\alpha^{-1}) \tag{21}$$

とする。この量を用いて、まず、 g_0 を求めると

$$g_0^2 = \frac{k_0^2 + 1}{k_0^2 + \alpha^2} \tag{22}$$

が得られる。次に k_1 を求めると

$$k_1 = (1-g_0^2)k_0 = \frac{g_0^2\alpha^2 - 1}{k_0} \tag{23}$$

となる。以上から、 T_a は g_0 と k_0 を用いて

$$T_a = \frac{1}{g_0(1-\alpha z^{-1})} \begin{bmatrix} 1-g_0^2\alpha z^{-1} & \mp(k_0^2\alpha^2-1)z^{-1}/k_0 \\ (1-g_0^2)k_0 & \pm(-g_0^2\alpha+z^{-1}) \end{bmatrix}$$

のように表現できる。 (24)

3.2 原点の極の分離

実数極の特別の場合として、極が原点に存在する場合を考えることができる。式(24)において $\alpha=0$ とすると、分離される1次のパラユニタリ行列 T_a は

$$T_a = \frac{1}{1+1/k_0^2} \begin{bmatrix} 1 & \pm z^{-1}/k_0 \\ -1/k_0 & \pm z^{-1} \end{bmatrix} \tag{25}$$

となる。引き抜きによって残る T_b の要素は、式(14)において $\alpha=0$ とすることにより得られ、

$$\begin{bmatrix} F_b(z^{-1}) \\ K_b(z^{-1}) \end{bmatrix} = \frac{1}{(1+1/k_0^2)z^{-1}} \begin{bmatrix} z^{-1} & z^{-1}/k_0 \\ \pm 1/k_0 & \pm 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(z^{-1}) \\ K(z^{-1}) \end{bmatrix} \tag{26}$$

と与えられる。

全ての極が原点にあるならば、この手順のみを繰り返し適用することにより、最後には定数行列が得られて構成は完了する。FIRの伝達関数は $G(z^{-1})$ が1であり、極は全て原点に存在すると考えることができるので、本構成法によって統一的に合成できる。また、本論文で提案する全ての極の引き抜き法を組み合わせることで、実現可能な伝達関数には分母多項式と分子多項式の次数差に関する制限がなくなる。

3.3 複素極の分離

次に極が

$$z = z_0 = r(\cos \lambda_0 + j \sin \lambda_0) \tag{27}$$

のような複素極の場合を考える。複素極を分離するためには、前節の1次の T_a を参考にして五つパラメータを含む2次の T_a を考え、前節と同様に各パラメータを決定する計算を行えばよい。しかし、この計算は複雑であるので、実行はかなり困難である。よって、ここでは $P(z_0^{-1})$ が実数になるという特別な場合についてだけ考える。そうでないときについては次節で述べる。

まず式(9)の f_1 を式(12)で消去し、更に z^{-1} を

$$W(z^{-1}) = z^{-1} \frac{\beta + z^{-1}}{1 + \beta z^{-1}} \tag{28}$$

で置き換えると、2次散乱行列

$$T_a = \frac{1}{g_0\{1+\beta(1-\alpha)z^{-1}-\alpha z^{-2}\}} \cdot \begin{bmatrix} 1+\beta(1-g_0^2\alpha)z^{-1}-g_0^2\alpha z^{-2} & \mp k_1(\beta-z-1)z^{-1} \\ k_1(1+\beta z-1) & \pm\{-g_0^2\alpha+\beta(1-g_0^2\alpha)z^{-1}+z^{-2}\} \end{bmatrix} \tag{29}$$

が得られる。この置換は z 平面上で実軸に存在する極を原点を中心に回転させる働きがあるので、前節の実数極の分離を複素極分離に対応させることができる。

ところで、 $z = z_0$ は式(29)の極であるから

$$1 + \beta(1-\alpha)z^{-1} - \alpha z^{-2} = 0 \tag{30}$$

の根が z_0 でなければならない。したがって

$$\alpha = -r^2 \tag{31}$$

$$\beta = \frac{2r \cos \lambda_0}{1+r^2} \tag{32}$$

である。

2 次の散乱行列 T_a がパラユニタリ行列になり、かつ T_a を引き抜いた後の散乱行列 T_b の次数が T の次数よりも低下して $n-2$ 次になるような T_a の各パラメータの決定法は、実数極の分離で行ったのと同じ操作を z^{-1} の代わりに $W(z^{-1})$ を用いて行うことにより得られる。まず

$$G_b(z^{-1}) = \frac{G(z^{-1})}{g_0 \{1 + \beta(1-\alpha)z^{-1} - \alpha z^{-2}\}} \tag{33}$$

と定めると、式(8)から

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_b(z^{-1}) \\ K_b(z^{-1}) \end{bmatrix} &= \frac{1}{g_0 \{1 + \beta(1-\alpha)z^{-1} - \alpha z^{-2}\}} \\ &\cdot \frac{1}{g_0 \{-\alpha + \beta(1-\alpha)z^{-1} + z^{-2}\}} \\ &\cdot \begin{bmatrix} -g_0^2 \alpha + \beta(1-g_0^2 \alpha)z^{-1} + z^{-2} & k_1(\beta + z^{-1})z^{-1} \\ \mp k_1(1 + \beta z^{-1}) & \pm \{1 + \beta(1-g_0^2 \alpha)z^{-1} - g_0^2 \alpha z^{-2}\} \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} F(z^{-1}) \\ K(z^{-1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{34}$$

が得られる。そして、各パラメータは前節の結果と同様に

$$k_0 = P(z_0^{-1}) \tag{35}$$

としたとき、

$$g_0^2 = \frac{k_0^2 + 1}{k_0^2 + \alpha^2} \tag{36}$$

および

$$k_1 = (1-g_0^2)k_0 = \frac{g_0^2 \alpha^2 - 1}{k_0} \tag{37}$$

となる。このとき散乱行列 T_a は

$$\begin{aligned} T_a &= \frac{1}{g_0 \{1 - \alpha W(z^{-1})\}} \\ &\cdot \begin{bmatrix} 1 - g_0^2 \alpha W(z^{-1}) & \mp (g_0^2 \alpha^2 - 1)W(z^{-1})/k_0 \\ ((1-g_0^2)k_0 & \pm \{-g_0^2 \alpha + W(z^{-1})\} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{38}$$

で与えられる。この式は式(24)の z^{-1} を $W(z^{-1})$ で置き換えたものに等しい。

以上の複素極の分離は、式(35)で与えられる k_0 が実数であれば各乗算器係数値も実数となるので、実行可能である。しかし現実には実数にならない場合が多いの

で、そのような場合には何らかの手段を用いてこの分離が適用できるようにする必要がある。それを行うのが次に述べる操作である。

3.4 $\text{Im}\{P(z_0^{-1})\} = 0$ のための操作

散乱行列 T の複素極 z_0 を分離するとき $P(z_0^{-1})$ が複素数である場合、あるパラユニタリ T_p をまず引き抜き、残った T_b についてその特性関数の極における値(これを $P_b(z^{-1})$ と記述する)を実数値とすることを考える。この操作は

$$T = T_p \cdot T_b \tag{39}$$

と表され、図示すると図4のようになる。このような引き抜きを実行するのに際して、適切な T_p の形をあらかじめ決定しておく必要がある。 T_p としてはなるべく簡単なものが望ましいので、式(9)に示した1次の T_a と同じ形式のものを用いることにする。そこで式(9)の α を $-r$ で置き換え、パラユニタリ行列となるための条件を考慮した上で、 $g_0 = 1$ 、 $k_1 = 0$ とすると、

$$T_p = \frac{1}{1+r z^{-1}} \begin{bmatrix} 1+r z^{-1} & 0 \\ 0 & \pm(r+z^{-1}) \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$T_b = \frac{1}{G_b(z^{-1})} \begin{bmatrix} F_b(z^{-1}) & \mp K_b(z^{-1})z^{-m} \\ K_b(z^{-1}) & \pm F_b(z^{-1})z^{-m} \end{bmatrix} \tag{41}$$

とおく。ただし m は T_b の次数である。式(41)の複号は同順で、その決まり方は実数極の分離における式(10)の T_b の複号の決まり方と同じである。

ここで式(39)から

$$T_b = T_p^{-1} \cdot T \tag{42}$$

なので

$$G_b(z^{-1}) = (r+z^{-1})G(z^{-1}) \tag{43}$$

とすると、 $F_b(z^{-1})$ と $K_b(z^{-1})$ は

$$\begin{bmatrix} F_b(z^{-1}) \\ K_b(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r+z^{-1} & 0 \\ 0 & \pm(1+r z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(z^{-1}) \\ K(z^{-1}) \end{bmatrix} \tag{44}$$

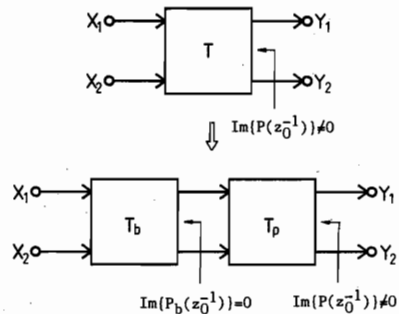


図4 $\text{Im}\{P(z_0^{-1})\} = 0$ のための操作
Fig.4 Preliminary extraction for $\text{Im}\{P(z_0^{-1})\} = 0$.

で与えられる。これから T_b の次数は $m=n+1$ となる
ことが分かる。また、 T_b に対する特性関数 $P_b(z^{-1})$ は、
式(44)から

$$P_b(z^{-1}) = \frac{(1+r z^{-1})K(z^{-1})}{(r+z^{-1})F(z^{-1})} \\ = \frac{1+r z^{-1}}{r+z^{-1}} P(z^{-1}) \quad (45)$$

となる。複素数である $P(z_0^{-1})$ を

$$P(z_0^{-1}) = \sigma(\cos \phi + j \sin \phi) \quad (46)$$

として式(45)を式(45)に代入することにより、特性関数
 $P_b(z_0^{-1})$ が実数になるような r を求めると

$$r = \frac{\left(\frac{-(1+r^{-2})\sin \phi}{\pm \sqrt{(1-r^{-2})^2 \sin^2 \phi + 4r^{-2} \sin^2 \lambda_0}} \right)}{2r^{-1} \sin(\phi - \lambda_0)} \quad (47)$$

が得られる。式(47)の根号内は常に正の数になるので、
 r は必ず実数値になる。更に、これら2個の r の絶対
値は一方が1より小さく、他方は1を超えることが容
易に証明される。

ところで以上に述べた方法を行う場合、式(40)と式(43)
から T_p は $z=-r$ なる極を持ち、 T_b は $z=-1/r$ の
極を持つことが分かる。したがって、 r がどのような
値になっても T_p か T_b のどちらかを実現した部分の特
性根が不安定根となる。このような不安定な部分が
生じるのを防ぐために、以下の操作を行う。式(47)によ
り二つの r が求められたら、そのうちの絶対値が1より
大きい方を正式な r として採用する。すると T_b は安定
になり、 T_p が不安定になる。そこで T_b の単位円外に
ある極 $z=-r$ を消去するために

$$T_q = \frac{1}{r+z^{-1}} \begin{bmatrix} 1+r z^{-1} & 0 \\ 0 & 1+r z^{-1} \end{bmatrix} \quad (48)$$

なる形の T_q を式(39)の T_p と T_b の間に挿入する。これら
三つの散乱行列の積によって形成される散乱行列を T'
とすると

$$T' = T_p \cdot T_q \cdot T_b \quad (49)$$

となる。 T_p 、 T_q および T_b は全てパラユニタリ行列で
あるから、 T' もパラユニタリ行列である。ここで T_p
 $\cdot T_q$ は式(40)と(48)から

$$T_p \cdot T_q = \frac{1}{r+z^{-1}} \begin{bmatrix} 1+r z^{-1} & 0 \\ 0 & \pm(r+z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (50)$$

となり、 $T_p \cdot T_q$ の極は $z=-1/r$ となっているので、
不安定根は消滅していることが分かる。したがって、
この $T_p \cdot T_q$ を一つの区間として回路実現すれば、得
られる回路は安定である。

更に、式(48)が全域通過関数を単位行列に掛けた形に
なっていることから、

$$T' = \frac{1+r z^{-1}}{r+z^{-1}} T \quad (51)$$

である。この式は、 T_q を挿入して得られる回路の伝達
関数が、与えられた伝達関数 $H(z^{-1})$ に対して全域通
過関数が乗じられたものになっていることを意味する。
このことから、回路を安定化する処置を施した回路は
振幅特性は与えられた特性を完全に実現できるが、位
相特性の実現は不可能である。すなわち、この方法に
よって実現されるディジタルフィルタは振幅特性のみ
を要求されるものに限定されることになる。

以上述べてきた $\text{Im}\{P(z_0^{-1})\}=0$ のための操作によ
り生じる T_b の次数は、先にも述べたように、 $n+1$ 次
である。しかしながら、引き続き複素極の分離を T_b
に対して行えば次数は2次下がるので、結局次数は1
次低下することになる。よって、この操作により逐次
分解は必ず終結させることができる。

3.5 定数行列

実数極あるいは複素極の分離を逐次的に行うこと
により分解される行列の次数は低下して行き、最終的
には定数行列 T_c が得られて分解は終結する。この T_c

$$T_c = \frac{1}{g_d} \begin{bmatrix} f_d & \mp k_d \\ k_d & \pm f_d \end{bmatrix} \quad (52)$$

なる形を有しており、各要素の関係は

$$f_d^2 + k_d^2 = g_d^2 \quad (53)$$

である。よって、 T_c もまたパラユニタリ行列である。
 T_c においても複号は同順であり、その決定の方は実数
極の分離のところ述べた T_b の場合と同様である。

4 基本区間の回路実現

4.1 散乱行列 T_c の実現

T_c には実数極を分離したときの1次のもとの、複素
極を分離したときの2次のもとの二つがあるが、その
どちらも式(38)のように統一的な形で表現されている。
したがって、これらを実現する回路も同じ形で表すこ
とができる。以上を考慮して式(38)を回路的に実現す
ると、図5のようになる。この回路は菊池らの伝達散
乱行列を実現した回路⁽³⁾を参考にして構成したものであ
る。図5において、入力 X_1 と入力 X_2 に直接つなが
っている $1/g_0$ の乗算器はスケーリングによって除去す
ることができるので、実際に基本区間として使用する
のは同図の破線に囲まれた部分である。

図中の乗算器係数 g_0 、 α 、 k_0 の値はそれぞれの場合

に応じて先に示した計算式により計算される。

次に $W(z^{-1})$ の実現に関してであるが、1 次の場合には

$$W(z^{-1}) = z^{-1} \tag{54}$$

となり、遅延要素 1 個で実現されるので問題はない。2 次の場合、すなわち式(2)で表される場合には各種の実現方法が考えられるが、ここではその有効性が既に確かめられている 2 ポートアダプタによる 1 次全域通過回路¹⁰⁾を用いて構成する。その回路を図 6 に示す。ただし、2 ポートアダプタの内部回路については文献(10)に従って決定すればよい。

次に式(25)の T_a の実現回路について考察する。

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{1+1/k_0^2}} \tag{55}$$

なる k_2 を定めると、 T_a は

$$T_a = \begin{bmatrix} k_2 & \pm\sqrt{1-k_2^2}z^{-1} \\ -\sqrt{1-k_2^2} & \pm k_2 z^{-1} \end{bmatrix} \tag{56}$$

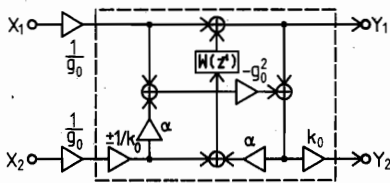


図 5 散乱行列 T_a の実現回路

Fig. 5 Circuitary realization of a scattering matrix T_a .

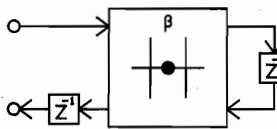


図 6 2 次 $W(z^{-1})$ の実現回路

Fig. 6 Circuitary realization of second-order $W(z^{-1})$.

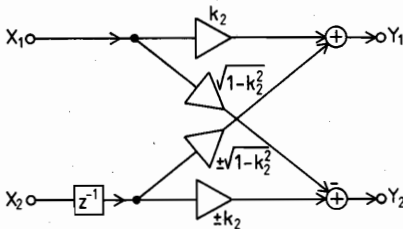


図 7 原点の極を実現する散乱行列 T_a の実現回路

Fig. 7 Circuitary realization of T_a related to a pole at the origin.

となる。これを回路実現すると図 7 のようになる。これは F I R ウェーブデジタルフィルタ⁽⁶⁾および低感度 F I R デジタルラティスフィルタ⁽⁷⁾と同一である。

4.2 散乱行列 $T_p \cdot T_q$ の実現

式(50)の散乱行列も 2 ポートアダプタによる全域通過回路を用いて図 8 のように実現される。

4.3 定数行列 T_c

構成の最終段階で得られる定数行列は式(52)で与えられるが、実際にはこれを回路実現するときにはそのまま実現しないで、

$$T_c = \begin{bmatrix} f_c & \mp k_c \\ k_c & \pm f_c \end{bmatrix} \tag{57}$$

のように変形してから実現する。ただし

$$f_c^2 + k_c^2 = 1 \tag{58}$$

である。実現された回路を図 9 に示す。

5 構成例

ここでは与えられた伝達関数から実際に回路を構成し、従来の構成法(1 D 形縦続構成)による回路との感度比較を行うことによって、本論文で提案している構成法の有効性を示す。伝達関数として

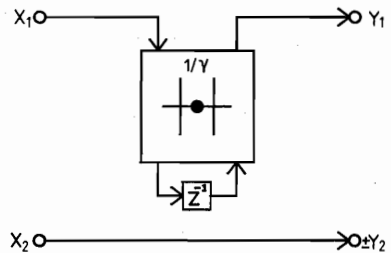


図 8 散乱行列 $T_p \cdot T_q$ の実現回路

Fig. 8 Circuitary realization of a scattering matrix $T_p \cdot T_q$.

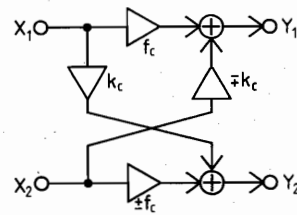


図 9 定数行列 T_c の実現回路

Fig. 9 Circuitary realization of a constant matrix T_c .

表1 乗算器係数値

T_c	$f_c = 0.043715$	$k_c = 0.74810$
T_{a4}	$\alpha = 0.0932751$	$k_o = 10.019$ $g_o^2 = 1.0099$
T_{a3}	$\alpha = 0.51287$	$k_o = 1.2603$ $g_o^2 = 1.3981$
T_{a2}	$\alpha = -0.61660$	$k_o = -1.8697$
	$g_o^2 = 1.1599$	$\beta = -0.91215$
$T_p \cdot T_q$	$1/\gamma = 0.093275$	
T_{a1}	$\alpha = -0.90708$	$k_o = 1.0979$
	$g_o^2 = 1.0874$	$\beta = -0.80822$

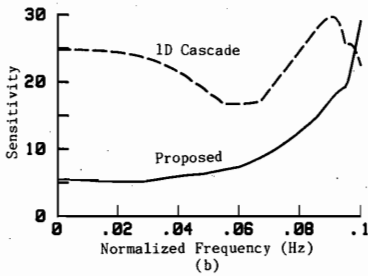
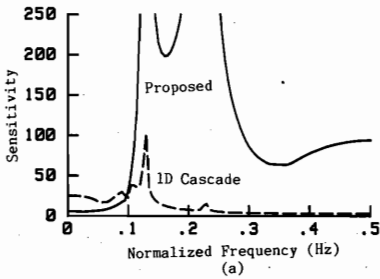


図10 相対振幅感度の絶対値和
Fig.10 Worstcase sensitivity.

$$H(z^{-1}) = \frac{(0.043715 - 0.072699z^{-1} + 0.10426z^{-2} - 0.072699z^{-3} + 0.043715z^{-4})}{(1 - 3.0159z^{-1} + 3.7965z^{-2} - 2.2880z^{-3} + 0.55931z^{-4})} \quad (59)$$

与えられる4次連立チェビシェフ低域通過関数を採用する。その規格は、正規化標準化周波数1Hz、遮断周波数0.1Hz、通過域リプ1dB、および阻止域最小減衰量30dBである。構成された回路の各区間の乗算器係数値は表1ようになる。

表1において、 T_{a1} と T_{a2} は複素極を分離した区間であり、これらの分離に先立って極における特性関数の値を実数にするための操作が施されている。したが

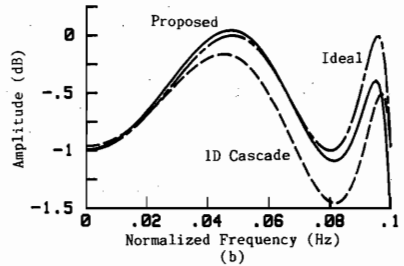
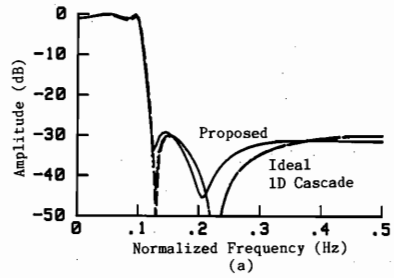


図11 係数語長6ビットのときの振幅特性
Fig.11 Amplitude response with 6-bit coefficient wordlength.

って T_{a1} の前にも $T_p \cdot T_q$ が存在するのであるが、この区間は出力に全域通過回路が繋がっただけの構造であり、これを省略しても振幅特性には影響がないので、省略してある。また、 T_{a3} と T_{a4} は極における特性関数の値を実数にするための操作によって新たに生じる実数極を分離した区間である。

図10に得られた回路の相対振幅感度の絶対値を示す。更に、図11に浮動小数点表示された乗算器係数値の仮数部を6ビットに丸めたとときの振幅特性を示す。これらの図から分かるように、本構成法は通過域内では1D形継続構成に比べて低感度になっていて、本構成法の通過域低感度性が確かめられている。しかし、阻止域では感度が高くなっているが、通常阻止域の感度はあまり問題にならないので、これによる影響は大したことはないと思われる。このことは文献(2)と同様である。

6. むすび

本論文では、WDFと同様な感度特性を有しながら、なおかつパイプライン処理が可能なデジタルフィルタを、アナログフィルタを一切参照することなく、与えられた z 領域の伝達関数から合成する方法を提案した。まず、 T 継続接続を用いた回路構造がパイプライン化の可能な構造であることを示した。そして、与え

られた z 領域の伝達関数からパラユニタリ性を有する z 領域散乱行列を導出し、その散乱行列を1次あるいは2次の散乱行列の積に因数分解する方法を提案した。このとき、提案する方法では、IIRフィルタだけでなく、FIRフィルタも統一的に合成可能であることを明らかにした。次に、これらの低次の散乱行列の実現回路を示した。最後に例題により本構成法の有効性を確認した。

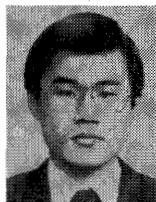
今後の課題としては、本構成法では位相特性まで考慮したときに構成不能になる場合があるが、この点の克服が考えられる。

謝辞 日頃から御指導頂き本研究に対しても御助言、御討論を頂いた東京工業大学柳澤健教授、藤井信生助教授ならびに木田拓郎助教授に深く感謝する。

文 献

- (1) A.Fettweis: "Digital filter structures related to classical filter networks", Arch. Elektron. Übertragungstech., 25, pp. 79-89 (Feb. 1971).
- (2) P.P.Vaidyanathan and S.K.Mitra: "Low passband sensitivity digital filters: a general view points and synthesis procedures", Proc. IEEE, 72, 4, pp. 404-423 (April 1984).
- (3) H.Kikuchi, Y.Tomidokoro and H.Watanabe: "A z -domain synthesis of wave digital filters using a new universal adaptor", 1985 ISCAS Proc., pp. 507-510 (June 1985).
- (4) R.E.Crochiere and A.N.Oppenheim: "Analysis of linear digital networks", Proc. IEEE, 63, 4, pp. 581-595 (April 1975).
- (5) 渡部, 村越, 西原: "T縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法", 信学技報, CAS86-9 (1986-05).
- (6) A.Fettweis: "Wave digital filters: Theory and practice", Proc. IEEE, 74, 2, pp. 270-327 (Feb. 1986).
- (7) P.P.Vaidyanathan: "New cascaded lattice structures for FIR filters having extremely low coefficient sensitivity", 1986 ICASSP Proc., pp. 497-500 (April 1986).
- (8) 渡部, 村越, 西原: "T縦続接続を用いた低感度FIRデジタルフィルタの一合成法", 昭61信学通信全大, 3.
- (9) A.Fettweis and K.Meerkötter: "On adaptors for wave digital filters", IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-23, 6, pp. 516-525 (Dec. 1975).
- (10) 渡部, 西原: "ラティス構造に基づく低感度2次デジタルフィルタ", 信学論(A), J68-A, 9, pp. 896-902 (昭60-09).

(昭和61年9月16日受付)



渡部 英二

昭56電通大・電気通信・電波通信卒。昭58同大学院修士課程了。同年東工大大学院博士後期課程入学。昭61同課程了。工博。同年同大学院総合理工学研究科物理情報工学専攻助手。デジタルフィルタの構成およびその実現に関する実現に従事。



村越 信雄

昭59東工大・工・電子物理卒。昭61同大学院修士課程了。同年、防衛庁入庁。修士課程在学中、低感度デジタルフィルタの研究に従事。



西原 明法

昭48東工大・工・電子物理卒。昭53同大学院博士課程了。工博。同年同大工学部助手。現在同大理工学国際交流センター助教授。回路理論および信号処理の研究に従事。IEEE 会員。