

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	散乱行列の因数分解によるパイプライン処理可能なウェーブデジタルフィルタの一合成法
Title(English)	A Synthesis of Pipelinable Wave Digital Filters by Scattering Matrix Factorization
著者(和文)	渡部英二, 茂木良明, 西原明法
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J74-A, No. 7, pp. 957-965
Citation(English)	, Vol. J74-A, No. 7, pp. 957-965
発行日 / Pub. date	1991, 7
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1991 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

散乱行列の因数分解によるパイプライン処理可能なウェーブ
デジタルフィルタの一合成法

正 員 渡部 英二^{†*} 正 員 茂木 良明^{†**} 正 員 西原 明法^{††}

A Synthesis of Pipelinable Wave Digital Filters by Scattering Matrix
Factorization

Eiji WATANABE^{†*}, Yoshiaki MOGI^{†**} and Akinori NISHIHARA^{††}, *Members*

あらまし 本論文では、ウェーブデジタルフィルタと同様な低感度性を有しながら、パイプライン処理可能でかつ簡単な構造のデジタルフィルタを、与えられた z 領域の伝達関数からアナログフィルタを一切参照することなく直接合成する方法を提案している。本方法では、 z 領域伝達関数からパラユニタリ性を有する z 領域散乱行列を求め、それを因数分解することにより回路の合成が行われる。合成される回路構造は基本区間が T 縦続接続されたものとなる。提案する方法では、この基本区間をウェーブデジタルフィルタの直列および並列区間を使って構成することにより、回路構造の単純化を図っている。更に、従来法がある種の伝達関数の位相特性の実現が不可能であったのに対し、本方法では直列区間と並列区間を II 縦続に接続して新たな区間を構成することによりこの問題を解決している。本方法によれば、ウェーブデジタルフィルタが対象にしている分母と分子の次数が同じあるいは分母の方が高次の IIR 伝達関数のみならず、FIR フィルタのような分子の方が高次の伝達関数も統一的に合成可能である。

1. ま え が き

実際にデジタルフィルタをハードウェア上に実現するとき、その乗算器の係数語長や演算語長は有限長である。処理速度の高速化という点からは、これらの語長は短い方が有利である。ところが、設計段階では通常の場合デジタルフィルタは無限語長として取り扱われ、実現の段階で有限語長に丸められるので、その結果種々の理想特性からの劣化を生じることになる。このうち、有限係数語長による振幅特性の劣化を少なくするという見地から、係数感度の低い回路構造が望まれる。この要求を満足するデジタルフィルタ構成法として、Fettweis によって考案されたウェーブデジタルフィルタ（以後 WDF と略す）がよく知ら

れている⁽¹⁾。また WDF を構成する際のアナログ参考フィルタを構成する必要性を省き、 z 領域のみで WDF と同等の回路を合成する方法も発表されている^{(2),(3)}。これらの回路の低係数感度性は、 z 領域における電力を考えたときの構造有界性に基づいている。

しかしながら、これらの構成法のうちラダー WDF と文献(2)および(3)の回路は、回路中の信号の流れの方向性から、デジタルフィルタを高速化する手法であるパイプライン処理⁽⁴⁾を直接適用するのが困難な構造となっている。従って、WDF と同様な構造有界性を有しながら、なおかつパイプライン処理が可能なデジタルフィルタ構成法が存在すれば非常に有意義であることがわかる。この問題に対する答として、散乱行列の因数分解により、アナログフィルタを一切参照することなくパイプライン処理可能な低感度デジタルフィルタを合成する方法が提案されている⁽⁵⁾。しかしこの方法には、ある種の伝達関数の位相特性が実現できないこと、および用いられている基本区間の構造が比較的複雑であるという欠点がある。文献(6)においてはこのうち回路構造の単純化を達成しているが、実現可能な伝達関数の範囲は同じである。なお、

† 東京工業大学大学院総合理工学研究科, 横浜市
The Graduate School at Nagatsuta, Tokyo Institute of Technology, Yokohama-shi, 227 Japan

†† 東京工業大学工学部電子物理工学科, 東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

* 現在, 芝浦工業大学システム工学部

** 現在, ソニー株式会社

Wegener はパイプライン処理とは別の観点から、アナログ領域で散乱行列を因数分解して WDF を構成する方法を提案しているが、実現できる伝達関数が対称形に限定されている⁽⁷⁾。

そこで本論文では、Wegener の方法の拡張として、WDF において用いられる性質のよく知られた直列および並列区間の散乱行列を因数として文献(5)と同様の因数分解を行う方法を提案する。まず、分離される基本区間の散乱行列に課せられる必要十分条件を求める。従来法が、採用する基本区間ごとに条件式を求めて分離可能かどうかを検討していたのに対し、この必要十分条件の存在は用いる区間の選定をより見通し良くする。次いで、WDF の直列および並列区間を用いて構成した各種の基本区間の分離公式をこの必要十分条件を適用して求める。WDF に基づいて基本区間を構成することにより、従来法において残されていた回路構造の単純化と任意の伝達関数の実現という問題が解決される。特に、FIR 伝達関数で代表される分母多項式と分子多項式との間に次数差のある伝達関数も含む、任意の伝達関数を統一的に実現することができることを示す。

2. z 領域散乱行列と T 縦続接続

図 1 に示すデジタル 2 ポート回路において、出力 B_1 と B_2 を入力 A_1 および A_2 により表現したときの表現行列 $S(z^{-1})$ をこの回路の散乱行列と呼ぶ。

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = S(z^{-1}) \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

そして、散乱行列 $S(z^{-1})$ が

$$S(z^{-1})^{-1} = S(z) \quad (2)$$

を満足するとき、すなわち S がパラユニタリ行列であれば、この散乱行列は無損失であると言う。

Vaidyanathan と Mitra⁽⁸⁾ が既に明らかにしているように、無損失な散乱行列を回路実現した場合、その中に含まれる乗算器係数の変動にもかかわらずパラユニタリ性が維持されるならば、通過域内の整合点で係数感度がゼロになる。このような性質のことを構造的

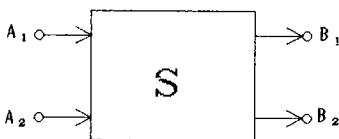


図 1 デジタル 2 ポート回路
Fig. 1 Digital 2-port network.

に無損失あるいは有界であると呼ぶ。従って、構造的に有界な回路は通過域内で低感度であることが期待できる。

式(2)から行列 S の各要素は上限が 1 の有界実関数になることがわかるので、与えられた伝達関数 $H(z^{-1})$ もこのような有界実関数であるとするれば、散乱行列 S の要素としてこれを実現することができる。すなわち、1 行 1 列要素として実現する場合には、 $A_2=0$ とし A_1 を入力、 B_1 を出力とすればよく、その場合の伝達関数は

$$H(z^{-1}) = \frac{B_1}{A_1} \quad (3)$$

となる。このとき、 $F(z^{-1})$ および $G(z^{-1})$ を z^{-1} に関する N 次の多項式として、 $H(z^{-1})$ を

$$H(z^{-1}) = \frac{F(z^{-1})}{G(z^{-1})} \quad (4)$$

のように表現する。ここで散乱行列 S がパラユニタリ行列となるようにその要素を定めると、

$$S = \frac{1}{G(z^{-1})} \begin{bmatrix} F(z^{-1}) & \sigma K(z)z^{-N} \\ K(z^{-1}) & -\sigma F(z)z^{-N} \end{bmatrix} \quad (5)$$

と表される。但し、 σ は +1 または -1 のいずれを選んでもよく、 $K(z^{-1})$ は

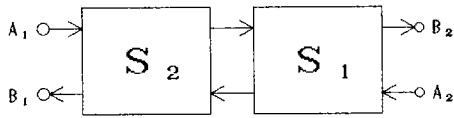
$$K(z^{-1})K(z) = G(z^{-1})G(z) - F(z^{-1})F(z) \quad (6)$$

を満たす N 次の多項式である。ここで $G(z^{-1})$ の零点を S の極とし、 N を S の次数とする。

さて回路合成に際して、構造的に有界な回路を高次の無損失散乱行列からそのまま合成するのは非常に困難である。従って、低次の構造的に有界な回路を基本区間として、その相互接続によって構成するのが妥当である。構造有界性を保持するデジタル 2 ポート回路の相互接続法の中に、図 2 に示す二つの方法が考えられる。図 2 (a) が II 縦続接続であり、同図 (b) が本論文で用いる T 縦続接続である。これら二つを文献(4)のパイプライン処理のための構造のパイプライン化という観点から比べてみる。II 縦続接続は信号の流れが 2 方向であるため、基本区間の間の二つのパスにパイプラインレジスタとしての遅延要素の挿入が不可能であるので、構造のパイプライン化ができない。T 縦続接続では信号の流れが 1 方向のためパイプライン化が容易である。それ故、高速デジタルフィルタの実現のためには T 縦続接続の方が有利である。

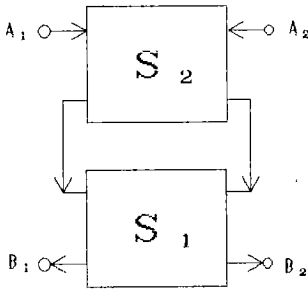
図 2 (b) の回路の散乱行列を各基本区間の散乱行列を用いて表現すると、

$$S = S_1 S_2 \quad (7)$$



(a) II 縦続接続

(a) II -cascade connection.



(b) T 縦続接続

(b) T-cascade connection.

図 2 基本区間の相互接続

Fig. 2 Interconnection of fundamental sections.

となる。\$S_1\$ と \$S_2\$ が式(5)の形式のパラユニタリ行列であれば、式(7)で与えられる散乱行列も式(5)の形式のパラユニタリ行列となることが容易に証明されるので、図2(b)の回路の合成問題は、高次のパラユニタリ行列を低次のパラユニタリ行列の積に因数分解する問題に帰着される。

3. 無損失散乱行列の因数分解

ここでは、散乱行列 \$S\$ から散乱行列 \$S_1\$ を分離することを考える。\$S\$ がそれよりも次数の低い無損失散乱行列 \$S_1\$ と \$S_2\$ により式(7)のように因数分解され、更に \$S\$ の極が \$S_1\$ の極と \$S_2\$ の極とに分離されて含まれているとすると、これらの行列の要素の間には

$$G(z^{-1}) = G_1(z^{-1})G_2(z^{-1}) \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} F(z^{-1}) \\ K(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(z^{-1}) & \sigma_1 K_1(z)z^{-N} \\ K_1(z^{-1}) & -\sigma_1 F_1(z)z^{-N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_2(z^{-1}) \\ K_2(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

のような関係が成立している。式(9)を式(6)を考慮して \$[F_2(z^{-1})K_2(z^{-1})]\$ について解くと、

$$\begin{bmatrix} F_2(z^{-1}) \\ K_2(z^{-1}) \end{bmatrix} = \frac{1}{G_1(z^{-1})G_1(z)z^{-N}}$$

$$\times \begin{bmatrix} F_1(z)z^{-N} & K_1(z)z^{-N} \\ \sigma_1 K_1(z^{-1}) & -\sigma_1 F_1(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(z^{-1}) \\ K(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

となる。\$F_2(z^{-1})\$ と \$K_2(z^{-1})\$ はともに多項式であるので、式(10)の右辺もまた多項式である。従って、\$S\$ から \$S_1\$ が分離されるためには式(10)の右辺の分母の零点が行列の積により生じる分子の零点と打ち消し合うことが必要十分であることがわかる。ここで、\$S_1\$ の分母である \$G_1(z^{-1})\$ の零点を \$z=z_0\$ とすると \$G_1(z)z^{-N}\$ の零点は \$z=z_0^{-1}\$ となるので、\$G_1(z^{-1})\$ に含まれるどの零点についても

$$F_1(z_0)z_0^{-N}F(z_0^{-1}) + K_1(z_0)z_0^{-N}K(z_0^{-1}) = 0 \quad (11)$$

$$\sigma_1 K_1(z_0^{-1})F(z_0^{-1}) - \sigma_1 F_1(z_0^{-1})K(z_0^{-1}) = 0 \quad (12)$$

$$F_1(z_0^{-1})z_0^N F(z_0) + K_1(z_0^{-1})z_0^N K(z_0) = 0 \quad (13)$$

$$\sigma_1 K_1(z_0)F(z_0) - \sigma_1 F_1(z_0)K(z_0) = 0 \quad (14)$$

が成り立つとき、かつそのときに限り式(10)の右辺は約分される。今、特性関数 \$P(z^{-1})\$ を

$$P(z^{-1}) = K(z^{-1})/F(z^{-1}) \quad (15)$$

により定義すると、式(11)~(14)は

$$1 + P_1(z_0)P(z_0^{-1}) = 0 \quad (16)$$

$$P_1(z_0^{-1}) - P(z_0^{-1}) = 0 \quad (17)$$

$$1 + P_1(z_0^{-1})P(z_0) = 0 \quad (18)$$

$$P_1(z_0) - P(z_0) = 0 \quad (19)$$

のように単純化される。また、\$z_0\$ は \$G_1(z^{-1})\$ の零点であり、かつ \$G(z^{-1})\$ の零点でもあるので、式(6)の関係により

$$1 + P_1(z_0^{-1})P_1(z_0^{-1}) = 0 \quad (20)$$

および

$$1 + P(z_0^{-1})P(z_0^{-1}) = 0 \quad (21)$$

が成立している。故に、式(16)、(18)および(19)は式(17)から導くことができる。従って、式(17)すなわち

$$P_1(z_0^{-1}) = P(z_0^{-1}) \quad (22)$$

が成り立てば、他の3式も成り立つ。よって、\$S_1\$ の極がすべて \$S\$ の極に含まれ、かつ \$S_1\$ のどの極においても \$S_1\$ の特性関数の値と \$S\$ の特性関数の値を等しくできることが、\$S\$ が式(7)のように因数分解できるための必要十分条件である。そして、これを繰り返して行うことにより残される散乱行列の次数が低下していき、やがて定数行列すなわちゼロ次の無損失散乱行列が得られて分解は終了する。

3.1 実数極の分離

まず \$z=a\$ (\$a\$ は実数) に極が存在するものとして、この実数極を分離することを考える。そこで、図3(a)に示す直列アダプタ⁽¹⁾に一般化遅延要素⁽⁶⁾ \$W(z^{-1}) = vz^{-1}\$ (\$v = \pm 1\$) を接続した直列区間を1次の基本区間と

して採用し、その散乱行列である

$$S_1 = \frac{1}{1 - (\gamma_1 + \gamma_2 - 1)uz^{-1}} \times \begin{bmatrix} (1 - \gamma_1) + (1 - \gamma_2)uz^{-1} & \sqrt{\gamma_1\gamma_2}(1 - uz^{-1}) \\ \sqrt{\gamma_1\gamma_2}(1 - uz^{-1}) & (1 - \gamma_2) + (1 - \gamma_1)uz^{-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

を分離すべき因数行列とする。この行列の極

$$z = \alpha = v(\gamma_1 + \gamma_2 - 1) \quad (24)$$

における S_1 の特性関数の値は、

$$P_1(\alpha^{-1}) = -\sqrt{\gamma_2/\gamma_1} \quad (25)$$

となる。 S から S_1 が分離されるためには、前節で述べように、 S が S_1 の極を含み、かつこの極における S の特性関数の値が式(25)と等しくなっていなければならない。これから特性関数の値が負の実数の場合に分離が可能であることがわかる。特性関数の値が正の実数の場合には先に

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

を分離することにより特性関数の符号を反転させれば、分離可能となる。そして式(24)と(25)から直列アダプタの乗算器係数 γ_1 と γ_2 を求めると、それぞれ

$$\gamma_1 = \frac{1 + v\alpha}{1 + P(\alpha^{-1})^2} \quad (27)$$

および

$$\gamma_2 = \frac{1 + v\alpha}{1 + P(\alpha^{-1})^2} P(\alpha^{-1})^2 \quad (28)$$

となる。

並列アダプタに先程と同じ一般化遅延要素を接続した並列区間を1次の基本区間とした場合には、同様な議論から、特性関数が正の実数の場合に分離可能となる。このとき並列アダプタの乗算器係数 γ_1 と γ_2 はそれぞれ

$$\gamma_1 = \frac{1 - v\alpha}{1 + P(\alpha^{-1})^2} \quad (29)$$

および

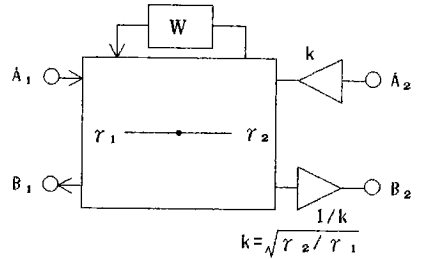
$$\gamma_2 = \frac{1 - v\alpha}{1 + P(\alpha^{-1})^2} P(\alpha^{-1})^2 \quad (30)$$

で与えられる。

原点における極の分離は、実数極の分離の特殊な場合にすぎない。特に、FIR の伝達関数は、すべての極が原点に存在しており、実数極の分離を繰り返すことにより、統一的に構成することができる。

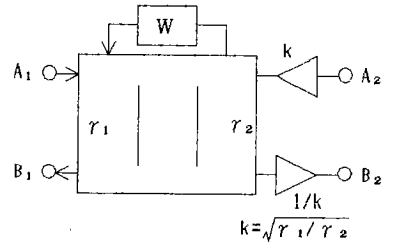
3.2 特性関数が実数である複素極の分離

$z = z_0$ (z_0 は複素数)において極をもつ場合を考える。因数行列として今度は2次の基本区間の散乱行列を用



(a) 直列区間

(a) Series section.



(b) 並列区間

(b) Parallel section.

図3 基本区間

Fig.3 Fundamental sections.

いる。図3(a)の直列区間の一般化遅延要素 $W(z^{-1})$ として

$$W(z^{-1}) = uz^{-1} \frac{\beta + z^{-1}}{1 + \beta z^{-1}} \quad (31)$$

を用いると複素極を有する2次区間が構成され、その散乱行列 S_1 は式(23)における uz^{-1} を式(31)の $W(z^{-1})$ で置き換えたものとなる。但し $v = \pm 1$ である。この $W(z^{-1})$ の実現回路については文献(8)を参照されたい。そして、 S_1 の極が $z = z_0$ であることから

$$\beta = -\frac{2\text{Re}[z_0]}{1 + |z_0|^2} \quad (32)$$

および

$$1 - (\gamma_1 + \gamma_2 - 1)W(z_0^{-1}) = 1 + v(\gamma_1 + \gamma_2 - 1)|z_0|^{-2} = 0 \quad (33)$$

が成り立っている。極 z_0 における S_1 の特性関数の値 $P_1(z_0^{-1})$ は、

$$P_1(z_0^{-1}) = -\sqrt{\gamma_2/\gamma_1} \quad (34)$$

となる。式(22)の関係から、これが極 $z=z_0$ における S の特性関数の値 $P(z_0^{-1})$ に等しいことから、直列アダプタの乗算器係数は次式ようになる。

$$\gamma_1 = \frac{1 - v|z_0|^2}{1 + P(z_0^{-1})^2} \quad (35)$$

$$\gamma_2 = \frac{1 - v|z_0|^2}{1 + P(z_0^{-1})^2} P(z_0^{-1})^2 \quad (36)$$

並列アダプタによる2次の基本区間の場合には、同様な議論から、特性関数が正の実数の場合に分離可能となる。このとき並列アダプタの乗算器係数 γ_1 と γ_2 はそれぞれ

$$\gamma_1 = \frac{1 + v|z_0|^2}{1 + P(z_0^{-1})^2} \quad (37)$$

および

$$\gamma_2 = \frac{1 + v|z_0|^2}{1 + P(z_0^{-1})^2} P(z_0^{-1})^2 \quad (38)$$

で与えられる。また、 β は直列アダプタを用いた場合と同じく式(32)から求められる。

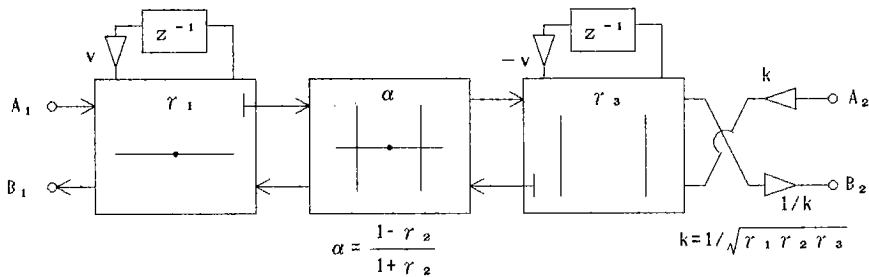
3.1と3.2において、 $\gamma_1 = \gamma_2$ となるときが対称形であり、このとき図3の3ポートアダプタの内部回路は乗算器1個で実現できる。そして、すべての区間が対称形であるときに Wegener の構成法である。

3.3 特性関数値が複素数となる複素極の分離

特性関数の値が複素数である複素極の場合は、1次の直列および並列区間を Π 縦続接続した回路を2次の基本区間として分離する。まずは図4(a)に示すような1次の直列区間と2ポートアダプタと1次の並列区間が Π 縦続接続された回路を考え、この回路をタイプ1区間と呼ぶことにする。タイプ1区間の散乱行列 S_1 が複素共役対極 z_0, z_0^* をもつとき、その分母多項式および極における特性関数はそれぞれ

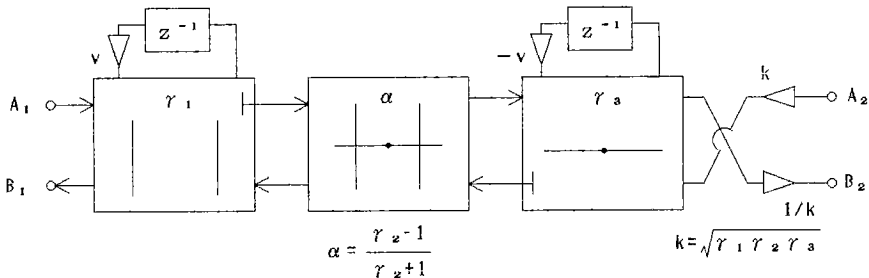
$$G_1(z^{-1}) = (1 + \gamma_2 z^{-1}) - 2v(\gamma_1 + \gamma_2^{-1} + \gamma_3 - 1)z^{-1} + (4\gamma_1\gamma_3 - 2\gamma_1 + \gamma_2^{-1} - 2\gamma_3 + 1)z^{-2} \quad (39)$$

および



(a)タイプ1区間

(a) Type-1 section.



(b)タイプ2区間

(b) Type-2 section.

図4 Π 縦続区間

Fig. 4 Π -cascaded section.

$$P_1(z_0^{-1}) = \frac{1}{\sqrt{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3}} \cdot \frac{\gamma_3(1 - v z_0^{-1})}{1 - (2\gamma_3 - 1)v z_0^{-1}} \quad (40)$$

となる。但し、 $v = \pm 1$ である。そして極における S_1 の特性関数の値が S の特性関数の値と一致するための条件から S_1 の分離公式を求めると、以下の式で示される。

$$\text{sign}[\text{Im}[P(z_0^{-1})]] = -v \text{sign}[\text{Im}[z_0^{-1}]] \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & |P(z_0^{-1})|^2 \\ &= \frac{(|z_0^{-1}|^2 - 1)\text{Im}[P(z_0^{-1})] - 2v \text{Im}[z_0^{-1}]\text{Re}[P(z_0^{-1})]}{2\{(|z_0^{-1}|^2 - 1)\text{Im}[P(z_0^{-1})] + 2v \text{Im}[z_0^{-1}]\text{Re}[P(z_0^{-1})]\}} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{(|z_0^{-1}|^2 - 1)\text{Im}[P(z_0^{-1})] + 2v \text{Im}[z_0^{-1}]\text{Re}[P(z_0^{-1})]}{2\{(|z_0^{-1}|^2 - v \text{Re}[z_0^{-1}])\text{Im}[P(z_0^{-1})] + v \text{Im}[z_0^{-1}]\text{Re}[P(z_0^{-1})]\}} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\gamma_2 = \frac{(|z_0^{-1}|^2 - v \text{Re}[z_0^{-1}])^2 \text{Im}[P(z_0^{-1})]^2 - \text{Im}[z_0^{-1}]^2 \text{Re}[P(z_0^{-1})]^2}{\text{Im}[z_0^{-1}]^2 |P(z_0^{-1})|^2} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \gamma_3 &= \frac{(|z_0^{-1}|^2 - 1)\text{Im}[P(z_0^{-1})] - 2v \text{Im}[z_0^{-1}]\text{Re}[P(z_0^{-1})]}{2\{(|z_0^{-1}|^2 - v \text{Re}[z_0^{-1}])\text{Im}[P(z_0^{-1})] - v \text{Im}[z_0^{-1}]\text{Re}[P(z_0^{-1})]\}} \end{aligned} \quad (45)$$

以上5式のうち、式(41)と式(42)が分離のための条件式であり、極 z_0 における特性関数の値がこれら2式を満足するときタイプ1区間を分離することができて、その係数が式(43)~(45)により決定される。

特に $\text{Re}[P(z_0^{-1})] = 0$ のときには

$$\text{Im}[P(z_0^{-1})] = v \text{sign}[\text{Im}[z_0^{-1}]] \quad (= \pm 1) \quad (46)$$

でなければならず、各係数は

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{|z_0^{-1}|^2 - 1}{2\{(|z_0^{-1}|^2 - v \text{Re}[z_0^{-1}])\}} \quad (47)$$

$$\gamma_2 = \frac{(|z_0^{-1}|^2 - v \text{Re}[z_0^{-1}])^2}{\text{Im}[z_0^{-1}]^2} \quad (48)$$

となる。このときが反対称形である。

図4(b)のタイプ2区間を分離する場合は、タイプ1区間の分離公式において一般化遅延要素の符号パラメータ v を $-v$ に変えただけの式が導かれる。

3.4 ゼロ次区間の分離

極における特性関数の値が式(41)と(42)の条件を満足していないときには、II縦続区間を分離するのに先立って、ゼロ次の無損失散乱行列

$$S_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta & u \sin \theta \\ \sin \theta & -u \cos \theta \end{bmatrix} \quad (49)$$

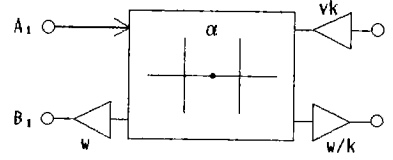


図5 ゼロ次区間
Fig.5 Zeroth-order section.

を分離することにより条件を満足させることを考える。ここでも式(7)のように、 S から S_1 を分離して S_2 が得られるとする。このとき式(7)の両辺に左から S_2 の逆行列を掛けることにより、 S_2 の特性関数 $P_2(z^{-1})$ を S の特性関数 $P(z^{-1})$ を用いて表現すると

$$\begin{aligned} P_2(z^{-1}) &= -u \{ \text{Re}[P(z^{-1})] + (|P(z^{-1})|^2 - 1) \tan \theta \\ &\quad - \text{Re}[P(z^{-1})] \tan^2 \theta \\ &\quad + j \text{Im}[P(z^{-1})] (1 + \tan^2 \theta) \} \\ &\quad / \{ 1 + 2\text{Re}[P(z^{-1})] \tan \theta + |P(z^{-1})|^2 \tan^2 \theta \} \end{aligned} \quad (50)$$

となる。分離すべき極 z_0 における式(50)の実部と虚部を式(42)に代入すると $\tan \theta$ に関する2次方程式が得られるので、これを解くと

$$\tan \theta = \frac{b \pm \sqrt{D}}{a} \quad (51)$$

となる。但し

$$\begin{aligned} b &= -v \text{Im}[z_0^{-1}] \{ |P(z_0^{-1})|^4 - 1 \} \\ &\quad - 2(1 - |z_0^{-1}|^2) \text{Re}[P(z_0^{-1})] \text{Im}[P(z_0^{-1})] \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} a &= (1 - |z_0^{-1}|^2) \{ |P(z_0^{-1})|^2 - 1 \} \text{Im}[P(z_0^{-1})] \\ &\quad - 2v \{ |P(z_0^{-1})|^2 + 1 \} \text{Im}[z_0^{-1}] \text{Re}[P(z_0^{-1})] \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} D &= a^2 + b^2 \\ &= \{ (1 - |z_0^{-1}|^2)^2 \text{Im}[P(z_0^{-1})]^2 \\ &\quad + (|P(z_0^{-1})|^2 + 1)^2 \text{Im}[z_0^{-1}]^2 \\ &\quad \cdot \{ |P(z_0^{-1})|^2 - 1 \}^2 + 4 \text{Re}[P(z_0^{-1})]^2 \} \end{aligned} \quad (54)$$

$$u = -v \text{sign}[\text{Im}[z_0^{-1}]\text{Im}[P(z_0^{-1})]] \quad (55)$$

である。式(51)の複号はいずれを選んでも条件を満たすようになる。

散乱行列 S_1 を2ポートアダプタを用いて回路実現すると図5のようになる。但し

$$w = \text{sign}[\sin \theta] \quad (56)$$

$$\alpha = w \cos \theta \quad (57)$$

$$k = \sqrt{(1+a)/(1-a)} \quad (58)$$

である。

以上はタイプ1区間に対してであるが、タイプ2区間の分離条件に合致させる場合には、 v を $-v$ に変え

ればよい。

なお、分離の最終段階で得られる定数行列も式(49)と同様の形を有していて、図5の回路で実現される。

本章で述べた各種の基本区間の分離法は、極における特性関数の値によって決まるすべての場合に対応しているので、本構成法は任意の与えられた伝達関数が構成可能である。この場合、前述のように原点における極の存在を考慮すれば、伝達関数の分母と分子の次数差に関する制限は完全になくなっている。

4. 構成例

ここでは、与えられた伝達関数から実際に回路を構成し、従来の構成法(1D形継続構成)およびT継続接続でも複雑な基本区間を用いる回路との感度比較を行うことによって、本論文で提案した構成法の有効性を示す。伝達関数として、

$$\begin{aligned}
 H(z^{-1}) &= \frac{F(z^{-1})}{G(z^{-1})} \\
 &= (0.043715465 - 0.072698639z^{-1} + 0.10426128z^{-2} \\
 &\quad - 0.072698639z^{-3} + 0.043715465z^{-4}) \\
 &\quad / (1 - 3.01591969z^{-1} + 3.79651488z^{-2} \\
 &\quad - 2.28796123z^{-3} + 0.559309804z^{-4}) \quad (59)
 \end{aligned}$$

で与えられる4次連立チェビシェフ低域通過関数を採用する。規格は、正規化標準化周波数1[Hz]、遮断周波数0.1[Hz]、通過域リプル1[dB]および阻止域最小減衰量30[dB]で設計してある。構成された区間の乗算器係数は表1のようにになる。区間S₁は複素極z_{1,2}=0.7706701±j0.5596002を分離する区間、S₂は複素極z_{3,4}=0.737289854±j0.2701949を分離する区間である。各区間とも分離の際の極における特性関数の値は純虚数であるが、その絶対値が1に等しくなっているので、反対称形となり、3.4の操作は必要がない。また、S₀は最後に残される定数行列を実現する区間である。図6に得られた回路を示す。

表1 乗算器係数値

S ₀	α = -0.89125122
	k = 5.877859
S ₂	γ ₁ = γ ₃ = 0.7296985
	α = 0.0280846
	k = 8.546022
S ₁	γ ₁ = γ ₃ = 0.2025799
	α = 0.7124102

図7と8にこの回路の通過域および阻止域における

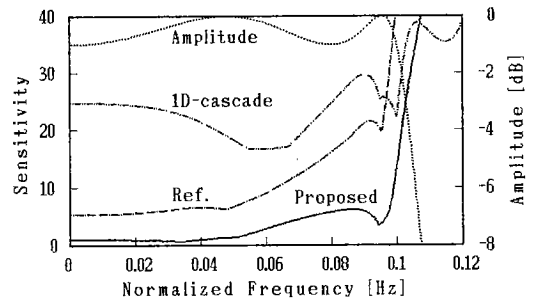


図7 通過域感度特性
Fig. 7 Worstcase sensitivity in the passband.

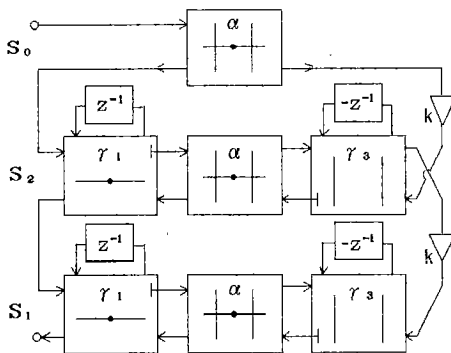


図6 実現回路
Fig. 6 Realized circuit.

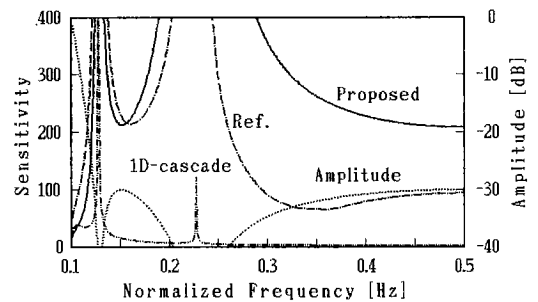


図8 阻止域感度特性
Fig. 8 Worstcase sensitivity in the stopband.

相対係数感度の絶対値和を示す。これらの図には比較用のために、従来の構成法である 1D 形縦続構成法および文献(5)で提案されている構成法(図7と8における Ref.)により構成された回路の感度特性も示してある。図からわかるように、本構成法は、通過域においては他のいずれの回路よりも低い感度となっている。また、阻止域における感度特性は 1D 形縦続接続構成に比べて劣っている。しかし、通常阻止域における感度の影響は小さいので大きな問題ではないと考えられるが、今後の課題ではある。この状況は FIR フィルタの実現に関しても同様で、縦続構成法に比べると阻止域の感度が高くなる。

なお、本構成法も文献(5)の構成法も同じ構造有界性に基づいているのであるが、これらの構成法では厳密に構造有界になるのは無限係数語長のときのみで、有限語長のときには近似的に式(2)が成立している。言うのは、例えば、図3(a)の直列区間において互いに逆数関係にあるべき二つの乗算器係数が、有限語長では厳密には逆数関数にないからである。これが原因で、図7に示されるように、通過域の整合点で係数感度がゼロにはならない。但し、文献(5)より本構成法の方が近似的に式(2)が成立するときの近似度が高いため、通過域での係数感度が低いと言える。阻止域に関しては、この例題では本構成法の方が係数感度が高いが別の伝達関数では低係数感度になっている例もあり、一概にいずれが阻止域で低感度であるかは言えない。

図6の回路をパイプライン処理を用いて実現するときのクリティカルパスは区間 S_1 あるいは S_2 の 1 区間を実現するときのクリティカルパスに等しい。これは 2 次のラダー WDF のクリティカルパスにも等しい。加えて、図3の基本区間のみで構成できる場合は 1 次のラダー WDF と同じ長さのクリティカルパスとなる。従って、本構成法でパイプライン処理を行えば高次の伝達関数が 1 次あるいは 2 次のラダー WDF と同等の処理速度で動作可能となる。また、T 縦続接続による回路は各区間が完全に並列に動作しながらパイプライン処理を行うので、本構成法は処理のオーバーヘッドが文献(3)の回路に比べ少ないという特長がある。また、同じ T 縦続接続でも文献(5)の回路は 4 次の伝達関数を実現するのに回路次数が 8 次であるため、ハードウェア量的にも本構成法の方が有利である。

5. む す び

本論文では、従来の WDF と同様な低感度性を有しながら、パイプライン処理可能かつ簡単な構造のデジタルフィルタを、アナログフィルタを一切参照することなく与えられた z 領域の伝達関数から位相特性も含めて直接合成する方法を提案した。まず、基本区間の T 縦続接続による構造的に有界な回路構造が要求に合致していることを述べた。そして、この構造の合成において必要なパラユニタリ性を有する z 領域散乱行列の因数分解に関して、分離される基本区間の散乱行列に課せられる必要十分条件を求めた。これにより用いる区間の選定が見通しよく行えるようになった。次いで、WDF の直列および並列区間を用いて構成した各種の基本区間の分離公式をこの必要十分条件を適用して求め、従来法において残されていた回路構造の単純化と任意の伝達関数の実現という問題を解決した。最後に例題により本構成法の有効性を確認した。

今後の課題は、阻止域の感度を低下させることが可能かどうかの検討である。

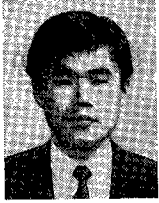
謝辞 日ごろ適切な御助言御指導頂く東京工業大学木田拓郎教授ならびに黒沢馨助教授に深く感謝する。

文 献

- (1) Fettweis A.: "Wave digital filters: Theory and practice", Proc. IEEE, **74**, 2, pp. 270-327 (Feb. 1986).
- (2) Vaidyanathan P. P. and Mitra S. K.: "Low passband sensitivity digital filters: a general view points and synthesis procedures", Proc. IEEE, **72**, 4, pp. 404-423 (April 1984).
- (3) Kikuchi H., Watanabe H., Nishihara A. and Yanagisawa T.: "Pipelined low-sensitivity digital filters based on the localization of transmission zeros", Trans. IEICE, **E71**, 5, pp. 493-504 (May 1988).
- (4) Crochiere R. E. and Oppenheim A. N.: "Analysis of linear digital networks", Proc. IEEE, **63**, 4, pp. 581-595 (April 1975).
- (5) 渡部英二, 村越信雄, 西原明法: "T 縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法", 信学論(A), **J70-A**, 3, pp. 491-499 (1987-03).
- (6) 渡部英二, 皆川健二, 西原明法: "T 縦続接続を用いた通過域低感度デジタルフィルタの一合成法—ウェーブデジタル格子形フィルタ区間の引き抜きによる", 信学論(A), **J72-A**, 7, pp. 1030-1037 (1989-07).
- (7) Wegener W.: "Synthesis of wave digital filters by scattering matrix factorization", Proc. 1981 ECCTD, pp. 877-882 (Aug. 1981).
- (8) 渡部英二, 西原明法: "ウェーブデジタルフィルタの等価変換と感度について", 信学論(A), **J69-A**, 6, pp. 723-

730 (1986-06).

(平成2年11月20日受付, 3年1月29日再受付)



渡部 英二

昭56 電通大・電気通信・電波通信卒, 昭58 同大大学院修士課程了, 昭61 東工大大学院理工・電子物理博士後期課程了, 工博. 同年同大大学院総合理工・物理情報助手. デジタルフィルタを中心に離散時間回路網の構成と実現の研究に従事, IEEE 会員.



茂木 良明

昭62 東工大・工・電子物理卒, 現在, 同大大学院修士課程在学中, デジタル信号処理に関する研究に従事.



西原 明法

昭48 東工大・工・電子物理卒, 昭53 同大大学院博士課程了, 工博, 同年より同大勤務. 現在, 同大工学部電子物理工学科助教授. 回路理論, 電子回路, 信号処理等の研究, 教育に従事. 信号処理用プロセッサのソフトウェアにも興味をもつ. IEEE 会

員.