論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	偶数次だ円フィルタを実現する複素全域通過回路の一構成法
Title(English)	A Synthesis of Complex Allpass Circuits Realizing Even-Order Elliptic Filters
著者(和文)	村越信雄, 渡部英二, 西原明法
Authors(English)	AKINORI NISHIHARA
出典(和文)	電子情報通信学会論文誌(A), Vol. J76-A, , pp. 1638-1640
Citation(English)	, Vol. J76-A, , pp. 1638-1640
発行日 / Pub. date	1993, 11
URL	http://search.ieice.org/
権利情報 / Copyright	本著作物の著作権は電子情報通信学会に帰属します。 Copyright (c) 1993 Institute of Electronics, Information and Communication Engineers.

ショートノート

偶数次だ円フィルタを実現する複素全域通過回路の一構成法

正 員 村越 信雄†　　正 員 渡部 英二††
正 員 西原 明法†††

A Systhesis of Complex Allpass Circuits Realizing Even-Order Elliptic Filters

Nobuo MURAKOSHI†, Eiji WATANABE†† *and* Akinori NISHIHARA†††, *Members*

† 防衛庁技術研究本部第2研究所，東京都
Technical Research and Development Institute, Japan Defense Agency, Tokyo, 154 Japan

†† 芝浦工業大学システム工学部電子情報システム学科，大宮市
Faculty of System Engineering, Shibaura Institute of Technology, Oomiya-shi, 330 Japan

††† 東京工業大学工学部電子物理工学科，東京都
Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152 Japan

あらまし　複素全域通過回路を用いたIIRフィルタ実現法が知られている．筆者らは，バタワース，チェビシェフフィルタについて，s 領域で直接的に極を選択することによる簡単な複素全域通過回路の構成法を既に提案している．本論文は，だ円フィルタについて同様に s 領域からの複素全域通過回路構成法を提案している．

キーワード　偶数次伝達関数，だ円フィルタ，複素全域通過回路，s 領域

1. まえがき

低係数感度，乗算器数の低減を目的として，二つの全域通過回路の並列接続によりIIRフィルタを実現する方法が提案されている[(1),(2)]．この方法により実現可能な特性はバタワース，チェビシェフ，だ円特性などに限られ，奇数次の場合には二つの実全域通過回路によりフィルタが実現される．また，奇数次の場合には s 領域からの設計公式も提案されている[(3)]．一方，偶数次の場合に，その回路構造は共役な複素全域通過回路の並列接続となる．しかしながら，二つの出力信号も複素共役となっているので，実際は一つの複素全域通過回路だけでそれらの特性が実現できる．

ところで文献(1)で扱われている特性は，偶数次のバタワース，チェビシェフ，だ円特性などのアナログ伝達関数を双1次変換して得られる特性に限定されている．しかしながら，提案している複素全域通過回路の構成法は，z 領域の伝達関数からのものであり，本来の s 領域の伝達関数からは回路構成できない．

一方，アナログフィルタ理論から複素全域通過回路を構成する方法[(2)]も提案されているが，複素全域通過関数にかかる複素定数を求める方法が z 領域の文献(1)を参照したものであり，s 領域のみからの回路構成は不可能である．また，文献(2)は s 領域の伝達関数の極を二つのグループに分けているだけなので，文献(1)の参照による方法では正しい複素定数を一意に定めることができない．

筆者らは，無損失散乱行列の因数分解の考えに基づいて，文献(3)と同様に，偶数次のバタワース，チェビシェフ特性についての s 領域での設計公式を導き，s 領域のみからの複素全域通過回路の構成法を提案している[(4)]．本論文は，s 領域のみから偶数次のだ円フィルタを実現する複素全域通過回路の構成法，すなわち文献(4)と同様の s 領域での設計公式について述べている．

2. 複素全域通過回路によるフィルタ構成

まず最初に文献(4)の方法の概要を述べる．偶数次バタワース，チェビシェフ，だ円特性の N 次伝達関数 $H(z)=F(z)/G(z)$ より

$$G(z)G(z^{-1})=F(z)F(z^{-1})+K(z)K(z^{-1}) \qquad (1)$$

を満たす $K(z)$ を求め，

$$\frac{K(z)}{G(z)}\equiv Q(z) \qquad (2)$$

と定義すると，$N/2$ 次複素全域通過関数 $A(z)$ は

$$A(z)=H(z)+jQ(z) \qquad (3)$$

と書くことができる．式(3)を無損失散乱行列 $\boldsymbol{A}(z)$ として示すと

$$\boldsymbol{A}(z)=\begin{bmatrix} H(z) & \sigma Q(z) \\ Q(z) & -\sigma H(z) \end{bmatrix} \qquad (4)$$

となる．但し，σ は $+1$ または -1 である．式(4)の散乱行列により，図1に示す複素全域通過回路の入力 X_R+jX_I と出力 Y_R+jY_I の関係は

$$\begin{bmatrix} Y_R \\ Y_I \end{bmatrix}=\boldsymbol{A}(z)\begin{bmatrix} X_R \\ X_I \end{bmatrix} \qquad (5)$$

と書くことができる．伝達関数 $H(z)$ は図1において $X_I=0$ として

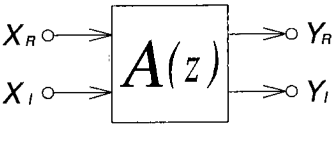

図1　複素全域通過回路
Fig. 1 Complex allpass circuit.

$$\frac{Y_R}{X_R}=H(z) \tag{6}$$

により実現できる．

複素全域通過関数 $A(z)$ の $N/2$ 個の極は伝達関数 $H(z)$ の N 個の極に含まれている．従って，$H(z)$ の極から $N/2$ 個の極を選択することにより，$A(z)$ を求めることができる．極の選択の方針は，特性関数 $P(z)=K(z)/F(z)$ に代入したときの値が $-j$ となる極を選択することである．この方針は，式(4)の散乱行列 $\mathcal{A}(z)$ を因数分解する考え方に基づいている．極の選択により，z 領域での回路構成が可能である．

ところで，s 領域におけるフィルタの伝達関数 $S(s)$ は

$$S(s)S(-s)=\frac{1}{1+\varepsilon^2U(s)U(-s)} \tag{7}$$

と定義される．ここで，ε はリプルを制御するパラメータであり，$U(s)$ は $S(s)$ に対する特性関数である．$\varepsilon U(s)$ の双1次変換が z 領域の特性関数 $P(z)$ と等しいので，$\varepsilon U(s)$ に s 領域の極を代入した値と $P(z)$ に z 領域の極を代入した値は一致する．

文献(4)では，$\varepsilon U(s)$ の値が $-j$ となる s 領域の極を選ぶという考えをもとに，バタワース，チェビシェフ特性での選択すべき極の公式を求め，これにより，s 領域のみからの回路構成法を示している．

次章では，だ円特性において同様の公式を求める．

3. だ円特性の s 領域における極の選択

N 次のだ円特性における ε を含めた特性関数 $\varepsilon U(s)$ は，ヤコビのだ円関数 $sn(u, k)$ を用いて，$\varepsilon sn(v, L_N)$ と書ける[5]．従って，式(7)より

$$1+\varepsilon^2 sn^2(v, L_N)=0 \tag{8}$$

を解くことによりだ円特性の伝達関数の極が得られる．ここで，v，L_N は

$$v=\frac{\overline{K'}}{K'}u+\overline{K} \tag{9}$$

$$s=jsn(u, k) \tag{10}$$

$$L_N=\frac{\varepsilon}{\sqrt{A_N-1}} \tag{11}$$

であり，k は阻止域端周波数の逆数，A_N は阻止域最小減衰量である．また，K は第1種の完全だ円積分で

$$K=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}} \tag{12}$$

より与えられ，k は母数と呼ばれている．$\overline{K}$ は母数を L_N とした第1種完全だ円積分であり，式(12)の右辺の k を L_N に置き換えた式により与えられる．また，K'，$\overline{K'}$ はそれぞれ，

$$\sqrt{1-k^2}=k' \tag{13}$$

$$\sqrt{1-L_N{}^2}=L'_N \tag{14}$$

により求められる k'，L'_N を母数とした第1種完全だ円積分である．四つの第1種完全だ円積分は

$$\frac{\overline{K'}}{K'}=N\frac{\overline{K}}{K} \tag{15}$$

の関係を満たしている．

ところで，だ円関数 $sn(u, k)$ は u が純虚数ならばその値も純虚数となるという性質をもつ．従って，式(8)において

$$v=\pm j\xi\overline{K'} \tag{16}$$

と置き換えることができ，

$$sn(\pm j\xi_0\overline{K'}, L_N)=\pm\frac{j}{\varepsilon}\quad（複号同順） \tag{17}$$

を満足する ξ を求め，これを ξ_0 とする．ところで，L_N を母数とした sn 関数は，$4\overline{K}$ と $j2\overline{K'}$ の周期をもつので，求めた ξ_0 から式(17)を満たす v は

$$v=\pm j\xi_0\overline{K'}+4r\overline{K}+j2q\overline{K'}\quad (r, q：整数) \tag{18}$$

と表せる．

式(9)，(15)，(18)より

$$u=\frac{4r-1}{N}K+j(2q\pm\xi_0)K' \tag{19}$$

が求められ，式(10)と式(19)より式(8)の解である s_A は

$$s_A=jsn\left\{\frac{4r-1}{N}K+j(2q\pm\xi_0)K', k\right\} \tag{20}$$

となる．ここで k を母数とする sn 関数は $4K$ と $j2K'$ の周期をもつので，式(20)において r に関しては $r=0, 1, \cdots, N-1$ の N 個の値を考えればよい．また，q に関しては任意の値でも s の値は変化しない．以上より，式(20)は $q=0$ として

$$s_A=jsn\left\{\frac{4r-1}{N}K\pm j\xi_0K', k\right\}\quad 0\leqq r\leqq N-1 \tag{21}$$

と書き直すことができる．安定性の条件を考慮することにより左半平面に存在する式(21)の N 個の s_A が，だ円フィルタの伝達関数の極となる．

だ円フィルタを実現する複素全域通過回路を構成するために必要な極 s_r は，N 個の s_A の中で

$$\varepsilon sn(v, L_N)=-j \tag{22}$$

の条件を満足する極である．式(22)は式(17)において－の符号をとった場合と一致しているので，式(22)の解は

$$s_r=jsn\left\{\frac{4r-1}{N}K-j\xi_0K', k\right\}\quad 0\leqq r\leqq N-1 \tag{23}$$

となり，左半平面に存在する $N/2$ 個の s_r が選択すべ

き極となる．

式(23)より求められた極を双1次変換することにより z 領域での選択すべき極が求められる．また複素定数については文献(4)の方法により決定できる．以上により複素全域通過回路のすべての乗算器係数値が決定できる．なお，双1次変換により得られるフィルタは通過域遮断周波数が $\pi/2$ の低域通過フィルタとなる．その以外の特性を必要とする場合には周知の周波数変換を用いればよい．

4. 構 成 例

提案した構成法を用いて，二つの6次だ円フィルタを実現する複素全域通過回路をシミュレーションにより構成した．それらの仕様は，標本化周波数1 Hz，通過域遮断周波数0.25 Hz，通過域リプル3 dB ($\varepsilon=1$)で，阻止域最小減衰量 −30 dB と −60 dB の低域通過フィルタである．二つのフィルタの阻止域端周波数はそれぞれ0.252812 Hz と 0.285625 Hz である．それらの振幅特性を図2に示す．図2より提案した構成法の有効性が確認できた．

なお阻止域最小減衰量 −30 dB と −60 dB の場合の選択すべき極と複素定数はそれぞれ

$$\begin{cases} z_1=0.00277644394+j0.994242283 \\ z_2=0.0668200896-j0.948123399 \\ z_3=0.393548869+j0.573700203 \\ \beta=0.75691510514-j0.653513216109 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1=0.0128852589+j0.976764377 \\ z_2=0.191426693-j0.877351588 \\ z_3=0.58064446+j0.446199921 \\ \beta=0.72723795333-j0.686385430538 \end{cases}$$

である．

5. む す び

本論文では，文献(4)では述べられていなかった，s 領域から偶数次だ円特性のフィルタを複素全域通過回路で実現する場合の極の選択公式を求めた．これによりだ円特性の場合でも s 領域からの簡単な回路構成が可能となった．

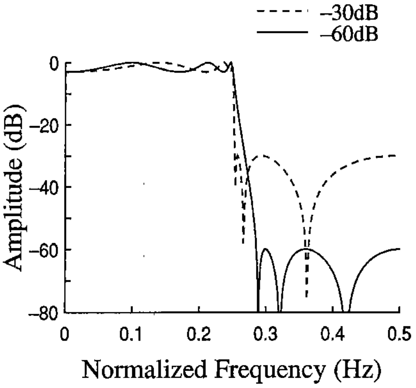

図2 6次だ円フィルタの振幅特性

Fig. 2 Frequency responses of sixth-order elliptic filters.

謝辞 日ごろ適切な御指導を頂き，本研究に対しても有益な御助言を頂いた芝浦工業大学の柳沢健教授，東京工業大学の藤井信生教授，高木茂孝助教授に感謝する．

文 献

(1) Vaidyanathan P. P., Regalia P. A. and Mitra S. K.: "Design of double-complementary IIR digital filters using a single complex allpass filter, with multirate applications", IEEE Trans. Circuits & Syst., **CAS-34**, 4, pp. 378-389 (April 1987).

(2) 池原雅章，井上 啓，豊嶋久道，高橋進一："アナログフィルタ理論に基づくIIRディジタル直交ミラーフィルタの設計法"，信学論(A)，**J73-A**, 4, pp. 801-808 (1990-04).

(3) Gazsi L.: "Explicit formulas for lattice wave digital filters", IEEE Trans. Circuits & Syst., **CAS-32**, 1, pp. 61-88 (Jan. 1985).

(4) Murakoshi N., Watanabe E. and Nishihara A.: "A synthesis of complex allpass circuits using the factorization of scattering matrices —Explicit formulas for even-order real complementary filters having Butterworth or Chebyshev Responses", IEICE Trans. Fundamentals, **E76-A**, 3, pp. 317-325 (March 1993).

(5) 川上正光，柴山 博："近似と構成"，第2章，共立出版 (1960).

(平成5年4月15日受付，6月15日再受付)