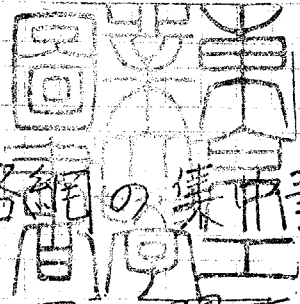


論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	分布定数回路網の集中素子等価表現とその応用に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	國枝博昭
Author(English)	hiroaki kunieda
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第988号, 授与年月日:1978年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: , Report number:甲第988号, Conferred date:1978/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



分布定数回路網の集積素子等価表現と
その応用に関する研究

(昭和53年1月)

(指導教官) 小野田真穂樹助教授

(提出者) 大学院博士課程電気工学専攻

國枝博昭

目次

第1章 序論	
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 研究の概要	2
第2章 無損失均一媒質の多線系線路の等価表現とその応用	
2.1 まえがき	5
2.2 半角のリチャード変数(q)の導入	6
2.3 多線系系の等価表現	13
2.4 応用例	19
2.5 むすび	23
第3章 不等長線路の構成	
3.1 まえがき	25
3.2 不等長線路の変数の近似	26
3.3 リアクタン스関数の連続構成条件	28
3.4 棒状不等長線路フィルタの近似構成	30
3.5 むすび	37
第4章 多巻線線路形変成器の等価表現	
4.1 まえがき	38
4.2 回路の基本式	39
4.3 環状磁心を有する変成器の多端子等価表現	41
4.4 棒状磁心を有する変成器の多端子等価表現	54
4.5 むすび	64

第5章	線路形変成器を用いたハイブリッド回路の設計	
5.1	まえがき	66
5.2	ハイブリッド回路の設計	67
5.3	ハイブリッド回路の特性改善	72
5.4	その他の応用	78
5.5	おまび	81

第6章	無損失不均一媒質の線条線路の等価表現とその応用	
6.1	まえがき	82
6.2	伝搬モード分解と回路行列表示	83
6.3	n 変数の導入と一変数近似	88
6.4	集中定数要素子による一変数近似等価表現	91
6.5	応用例	95
6.6	おまび	105

第7章	結言	106
-----	----	-----

謝辞		108
文献		109

第1章 序論

1.1 研究の背景と目的

分布定数回路は、電信線路や電力線路として古くから用いられている。特に、近年においては、高周波帯での通信機器を構成する各部分に多線条の分布定数回路が用いられ、結合形ストリップ線路、線路形変成器などは、フィルタ、ハイブリッド回路、Balun、電力分配器などの形で広く実用されている。

この種の多線条線路の分布定数回路網の解析、設計は、単線路の場合を拡張した分布定数回路網特有の手法で行われて来ている。その一つとして、リチャードの変数(ρ)を導入して分布定数インダクタンス、キャパシタンス及び単位素子(UE)を基本素子に用いるものが広く使用されるが、このリチャードの変数による手法は、2端子対素子であり、しかも ρ の無理関数を含む行列を有する単位素子を基本素子に用いるため、解析の可能な回路の規模に限界があり、又、集中定数回路網理論の手法と融合しにくい。他方、多線条線路の取り扱いによく用いられるモード分解法は、電信線路などにおいては有効であるが、上記の各種の回路のようなある一つの伝搬モードの伝搬のみを用いない線路にはあまり適当でない。

更に、集積回路との関連において、最近ますます実用性を深めている分布定数回路と集中素子とからなる混在系や、伝搬定数の同一でないモードを含む多線条線路に対しては、すべての素子に同一のリチャードの変数を割当てることかできない。これらの分布定数回路に対しては、近似的にも一つの周波数変数を用いた取り扱いが最良のものとして必要であると思われる。

一方、近年の集中定数回路の分野においては、計算機の利用によって、トポロジ的概念に基づき規模の大きい回路の解析、あるいは最適化による回路設計

などが素子数の多い回路についても容易に行なえるようになっている。

本研究は、このような点からみて、近年完成の度を深めている集中定数回路網の種々の成果を分布定数回路網の解析、設計に適用していくことを目的とし、先ず分布定数回路網の集中定数形素子による等価表現を求める。ついでそれを基に種々の回路に集中定数回路の取り扱い手法を適用して解析、設計を行なおうとするものである。本研究で取り扱う分布定数回路とは、1) 通常の線路方程式が成り立ち、伝搬定数の同一の伝搬モードからなる均一媒質の多線条系、2) 不等長線路、3) 線路形変成器、4) 伝搬定数の異なる伝搬モードからなる不均一媒質の多線条系であり、いずれも無損失系を対象としている。

1, 2 研究の概要

上記の1)~4)の分布定数回路を対象として、まず、それぞれ集中定数素子による等価表現を導いている。それぞれの分布定数回路の等価表現は、2端子素子で表わされ、単子素子 (UE) の現われないものであり、しかも、伝搬モードなる概念を表面的には用いていないため、結合線路の変成器機能等の物理的機能を明確に表わしたもので、いかなる使用条件の下でも適用可能な多端子 (一周波数変数) 回路として表現している。

次に、これらの等価表現を基に、種々の回路に通常の集中定数回路の取り扱い手法を適用して解析、設計を行っている。

具体的に各章ごとの概要についてさらに詳しく述べる。

第2章では、通常の線路方程式の成り立つ均一媒質の無損失多線条線路に対して、半角のリチャード変数 (θ) なる変数を導入して、多線条系を含めた等長線路系に対して、この変数 (θ) による具体的な集中定数等価回路表現を与える。この表現は、 θ 変数の集中素子 (2端子素子) で表わされているため、従来の UE を構成している素子は表面に現われず潜在的に機能している形になって

いる。次に、その応用例として、種々の分布定数回路の等価回路が容易に導かれることを、三の回路例によって示し、従来のUEを含む等価表現に特殊な変換を施して得られるものと対比している。

第3章では、第2章の結果の不等長線路系への応用について述べる。不等長線路系は、線路長の異なる各線路に同一の周波数変数を割り当てることかできなため、多変数回路となる。そこで、 β 変数が実周波数との比例性が良好なことを用いた不等長線路系の多変数の一変数近似法を提案し、さらに、棒状不等長線路フィルタの近似構成法を示す。この近似法は、従来の不等長線路系の一変数近似法と比較して、使用周波数帯域における誤差の小さな近似であり、実際、希望特性と良く一致する伝送特性を有するフィルタの構成例を示している。

第4章では、磁心を有する多巻線線路形変成器について、線路を構成する導体各部の間の電磁結合を有するもの対し、そのモデル化、主要動作特性の算出および集中端子素子を用いた多端子等価表現の導出などを行っている。ここでは、磁心が環状、棒状である場合について、それぞれの多端子等価表現を導き、更に、線路形変成器として両者がほぼ区別なく取り扱う方法も示している。

第5章では、第4章の実際的な応用例として、3巻線ハイブリッドコイルおよびそれに特性改善のために Balun を継続に接続した回路の等価表現を求め、これらの回路の問題点、設計指針を示す。ここでは、従来の分布定数回路特有の解析手法では得ることが難しく、集中素子等価表現の取り扱い手法によって初めて明確になって問題点なども指摘している。また、実験例も示してこれらの理論の有効性を確認している。

第6章では、伝搬定数(周波数変数)の異なる伝搬モードからなる不均一媒質の無損失の線路系線路に対して、第2章で用いた β 変数を導入し、使用周波数範囲(低周波領域)において多変数の一変数近似を行なって、モード分解の変換行列を含まない簡単な回路行列を導き、さらに β 変数による集中定数近似等

価表現を与える。この近似等価表現を得るための操作は、モード分解を必要としないため非常に容易なものである。また、得られた結果の応用として、従来モード分解が複雑なため取り扱いが困難であった $N:1:1$ 変成器がこの等価表現を用いて比較的容易に取り扱えることなどを示している。

Blank grid area for writing.

第2章 無損失均一媒質多線条線路 の等価表現とその応用

2.1 まえがき

整数倍の長さの均一媒質中の無損失線路からなる分布定数回路網(等長線路系)の解析,構成は,従来より,多くの場合,リチャードの変数を導入して分布定数インダクタンス,キャパシタンス及び単位素子(以下 UE と略記)を基本素子に用いて有効に行われてきている。(9)

一方,近年の集中定数回路の分野においては,計算機の利用によって,トポロジ的概念に基づく規模の大きい回路の解析,あるいは最適化による回路設計など,かなり素子数の多い回路についても容易に取扱いができるようになってきている。

このような集中定数回路の取扱手法を分布定数系,特に多線条線路を含む複雑な回路などに適用して効果的に解析,設計を行いたい場合には,リチャードの変数(p)による手法は2端子対素子でありしかも p の無理関数を含む行列を有する UE を基本素子に用いるため,上述の集中定数的手法と適合しにくい。

この難点を解決する一手段として,着目する線路長の半分の長さに対応するリチャードの変数を採用し,等長線路系に現われる回路網関数をすべて有理関数にて表現する着想が,既に幾つかの文献,成書などに見られるが,現在までのところ,その手法を具体的な回路の等価表現,あるいは最近重要となっている多線条分布定数系などの取扱いに拡大,発展させたものは見当たらないと思われる。

そこで,本章では,この半角のリチャードの変数に相当する(乗数は異なる

1) 変数 (q) を用い、また等長線路系、特に双線条線路を集中定数素子にて多端子として等価表現できる具体的な回路を求める。

次いで、この多端子等価表現の応用の一つとして、種々の分布定数回路の等価回路が容易に導びかれることを、三の回路例によって示し、従来のUEを含む等価表現に特殊な変換(1)(2)を施して得られるものと対比する。

更に、この等価表現の物理的機能をよりの確に表している例として、同軸形結合線路の等価表現を与える。

2.2 半角のリチャードの変数 (q) の導入

特性インピーダンス Z_0 、伝搬定数 $\gamma (= j\beta = j\omega/v)^\dagger$ 、長さ l の無損失線路について、従来のリチャードの変数 $p = \tanh \gamma l$ に代って、その半分の長さに対応する変数、

$$q \equiv 2 \tanh \frac{\gamma l}{2} = 2 \tanh \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{S}{\omega_0} \right) \tag{2-1}$$

(但し、 S : 複素周波数変数 ω_0 : $l = \lambda/4$ とする)
角周波数、 λ : 波長

を導入する。

この変数 q は $S (= j\omega)$ が小さいところではリチャードの変数 p に一致するよう係数を選んである。

その結果、線路の方程式や2端子対パラメータに現われる S の超越関数はすべてこの q の有理関数にて表わされ、

$$\cosh \gamma l = \frac{q^2 + 4}{-q^2 + 4}, \quad \sinh \gamma l = \frac{4q}{-q^2 + 4} \tag{2-2}$$

$$\tanh \gamma l = \frac{4q}{q^2 + 4}$$

$\dagger v$: 線路上を伝わる波の速度

となるから、線路 (p 変数の UE) の縦続行列 $(F)_f$, インピーダンス行列 $(Z)_f$, アドミタンス行列 $(Y)_f$ は, †

$$(F)_f = \begin{pmatrix} \frac{4 + f^2}{4 - f^2}, & Z_0 \frac{4f}{4 - f^2} \\ Z_0^{-1} \frac{4f}{4 - f^2}, & \frac{4 + f^2}{4 - f^2} \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

$$(Z)_f = \begin{pmatrix} Z_0 \frac{f^2 + 4}{4f}, & Z_0 \frac{-f^2 + 4}{4f} \\ Z_0 \frac{-f^2 + 4}{4f}, & Z_0 \frac{f^2 + 4}{4f} \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

$$(Y)_f = \begin{pmatrix} Y_0 \frac{f^2 + 4}{4f}, & Y_0 \frac{f^2 - 4}{4f} \\ Y_0 \frac{f^2 - 4}{4f}, & Y_0 \frac{f^2 + 4}{4f} \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

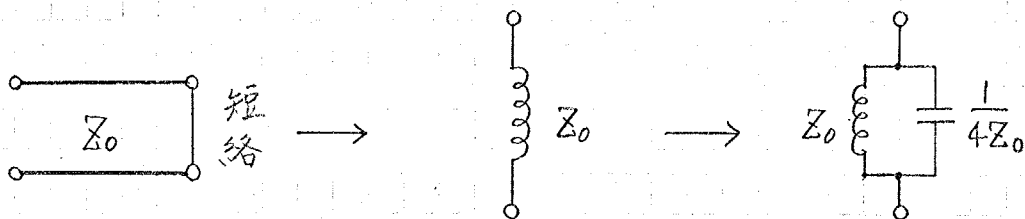
と表わされる。††

図(2-1)には, 従来のリチャードの変数 (p) とこの f 変数による基本素子の表現を比較して示す。

1. 短絡線路

(p 変数)

(f 変数)



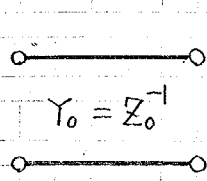
† 本論文では一貫して行列は () 付けて表わす。

†† ただし $Y_0 = 1/Z_0$ である。

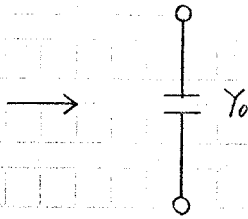
2, 開放線路

(p 変数)

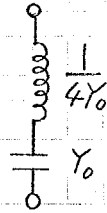
(z 変数)



開放



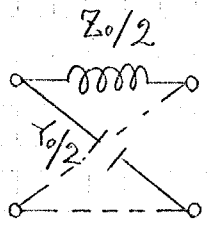
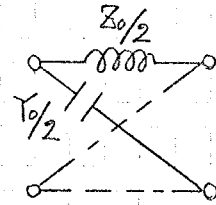
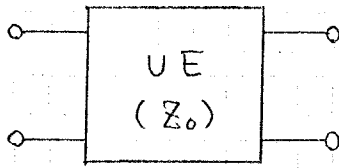
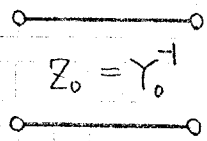
→



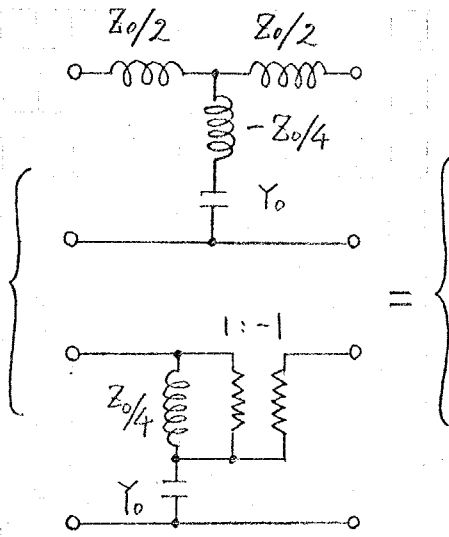
3, 継続素子

(p 変数)

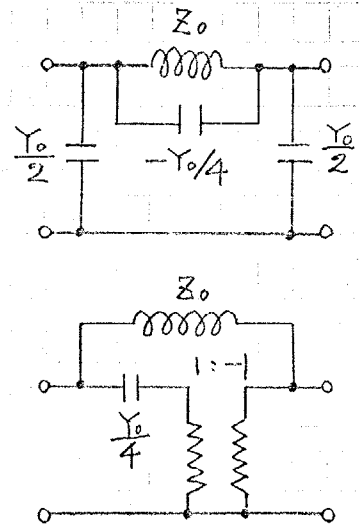
(z 変数)



(3a)
(z 変数)



(3b) (p 変数)



(3c) (z 変数)

図(2-1) 基本素子とその表現

このように z 変数の回路表現では基本素子はすべて 2 端子素子の接続された形にて表わされるが、一方、 p 変数に比べて素子数が 2 倍以上となること、自素子または理想変成器を含む場合もあるなどの欠点も生ずる。

この変数による取扱いの特徴のほかに、分布定数回路の周波数軸上での繰り返し特性 ($-\omega_0 \sim \omega_0$ を基本周期とする) を表現するのに p 変数ではすべて変数変換 ($\tan \beta l$) に依存しているのに対し、 z 変数では式(2-1)より分かるように見掛け上の周期を2倍に選んでいることにより、 $\pm \omega_0$ の点での共振性は回路の接続構造によって表現していることである。その結果、等価表現の素子数が2倍となる反面、実周波数 ω と z との比例性が良好となり、表(2-1)に示すように $0 \leq \omega/\omega_0 \leq 1$ の範囲でほぼ $z \doteq \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}$ とでき、第3章で述べる不等長線路の考察に有効である。

表(1-1) p 及び z 変数と周波数 ω との対応

ω/ω_0	p' ($p \doteq jp'$)	z' ($z \doteq jz'$)	$z'/\frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}$
0.1	0.1584	0.1574	1.002
0.2	0.3249	0.3168	1.008
0.4	0.7265	0.6498	1.034
0.6	1.376	1.0191	1.081
0.8	3.078	1.4531	1.156
0.9	6.314	1.7695	1.2516
1.0	∞	2.0000	1.2732

次に、この変数 z によって表わされた回路の二、三の性質について述べる。図(2-1)に示したように、短絡線路、開放線路、継続素子は z 変数によって正の値のリアクタンス素子によって表わされるので、集中定数回路網と同様な次の定理が成り立つ。

[定理(2,1)]

有限個の短絡線路、開放線路、継続素子、集中定数の抵抗からなる回路網

(N_g) がイミタンス行列を持てば、それは g を変数とする正実行列である。†

定理(1, 1)の逆は、着目する線路の半分の長さの短絡、開放線路 (g 変数におけるインダクタンス, キャパシタンス) を用いれば成り立つが、それは形式論であって意味はない。したがって、定理(1, 1)の逆は一般には成り立たない。

回路網 N_g が通常の回路網と大きく異なる点は、 g 変数が ω_0 の点での共振性を回路の接続構造によって表現しているため、同一の素子値および素子値に関して一定の関係のあるインダクタンス, キャパシタンスが含まれている点である。したがって、例えば、集中定数系においては駆動点および伝達イミタンスが素子値に関して双一次関数となるのに対して、回路網 N_g においては素子値に関して双一次関数にならない。

[定理(2, 2)]

回路網 N_g の駆動点および伝達イミタンスは、素子値に関して双一次関数とはならない。††

分布定数回路の構成論において連続素子に関する基本定理であるリチャードの定理は g 変数に関して次のように書き換えられる。

[定理(2, 3)]

$W(g)$ が有理正実関数であって、しかも、 $\frac{d}{dg} W(g) |_{g=2} = 0$ のとき、

$$W_1(g) = W(2) \frac{W(g) - \frac{4g}{g^2+4} W(2)}{W(2) - \frac{4g}{g^2+4} W(g)} \quad (2-6)$$

†リチャードの変数 p では、駆動点インピーダンスでさえ、一般には、 p の無理関数となる。
(文献(3)参照)

†† p 変数においても UE の特性インピーダンスに関しては双一次関数にならない。

は有理正実関数で、更に

$$\left. \begin{aligned} W(2) + W(-2) &= 0 \\ \frac{d}{dq} W(q) \Big|_{q=-2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

のとき、 $W_1(q)$ は $W(q)$ より 2 次低く、(からおると) 同次である。

(略証)

式(2-6)と等価な式

$$\frac{W_1(q) - W(2)}{W_1(q) + W(2)} = \frac{W(q) - W(2)}{W(q) + W(2)} \cdot \frac{(q+2)^2}{(q-2)^2} \quad (2-8)$$

について考える。

与えられた正実な $W(q)$ に対し、式(2-8)の右辺の分子因子は有界実関数となり、しかも、仮定より $q=2$ に 2 重の零点を有するので、右辺全体は有界実関数となり、したがって、 $W_1(q)$ は正実関数となる。さらに、式(2-7)が成り立つと、式(2-8)の右辺の分子因子は、 $q=-2$ に 2 重の極をもち、 $W_1(q)$ は $W(q)$ より 2 次低くなる。

(略証終)

この定理は、従来の連続分解に関するリチャードの定理を、同一特性インピーダンスの UE 2 区間抽出のための条件に限定したものに相当する。

また、 ρ 変数の任意のリアクタンス関数は、終端を開放または短絡した UE となる棒状回路の入カインピーダンスとして実現できるが、 q 変数においてこれに対応する定理として、

[定理(2, 4)]

γ を変数とする $2n$ 次のリアクタンス関数 $Z(\gamma)$ の終端を開放または短絡した n 個の連続素子よりなる棒状回路 (N_c) によって実現できるための必要十分条件は、

$$\frac{d}{d\gamma} Z(\gamma) \Big|_{\gamma=2} = 0 \tag{2-9}$$

である。

(略証)

(1) 必要性

N_c の駆動点インピーダンスはリチャードの変数 (p) および γ 変数によって、 $Z(\gamma) = \tilde{Z}(p)$ と表わせる。ところで、 $p = 4\gamma / (\gamma^2 + 4)$ であって、 $\frac{dp}{d\gamma} \Big|_{\gamma=2} = 0$ であるので

$$\frac{d}{d\gamma} Z(\gamma) \Big|_{\gamma=2} = \frac{dp}{d\gamma} \Big|_{\gamma=2} \cdot \frac{d}{dp} \tilde{Z}(p) \Big|_{p=1} = 0 \tag{2-10}$$

が成り立つ。

(2) 十分性

式(2-9)を満たすリアクタンス関数 $Z(\gamma)$ に定理(2, 3)が適用できて、特性インピーダンス $Z(2)$ の線路を連続に抽出できる。しかも、 $Z(\gamma)$ が正実奇関数であるので、式(2-7)を満足し、線路を抽出した残りのリアクタンス関数 $Z_1(\gamma)$ は $Z(\gamma)$ より2次下る。また、式(2-6)で与えられる $Z(\gamma)$ と $Z_1(\gamma)$ との関係式において、 $\frac{d}{d\gamma} Z(\gamma) \Big|_{\gamma=2} = 0$ を用いると、このように連続素子の抽出の各段階で $\frac{d}{d\gamma} Z_i(\gamma) \Big|_{\gamma=2} = 0^+$ が成り立ち、次数が2次ずつ低下していき、最後に0または有限インピーダンスに到達する。

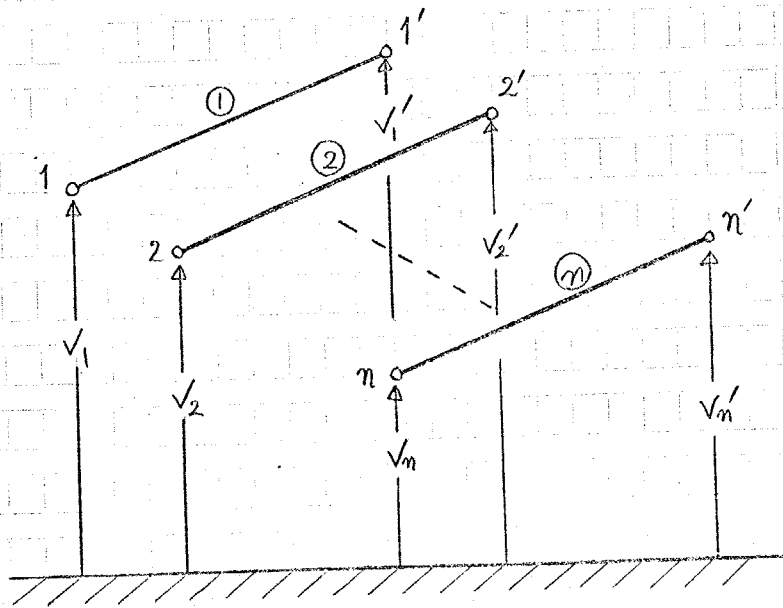
(略証終)

+ $Z_i(\gamma)$: i 回の線路の抽出操作後の残りのリアクタンス関数

2.3 多線条系の等価表現

結合線路, インタデジタル回路などで重要な多線条分布線路の n 変数による表現を考える。

図(2-2)に示すように, n 本の導体と大地とからなる多線条系 ($n+1$ 導体系) を考える。各導体の長さはいづれも l である等長線路系とする。



図(2-2) 多線条 ($n+1$ 導体) 系

従来, 多線条系の等価表現は2種類に大別されて行われてきている。その1つは, 適当な終端条件を (短絡または開放が多い) 与えて得られる2端子対の種々の形に関する等価回路であり, 多くの文献に表として掲げられているものである。(2)(5)(9)

ほの1つは, 多線条系を多端子回路としてそのまま表現するもので, 代表的なものに佐藤の表現⁽⁷⁾があり, 又, 平衡, 不平衡モードに対する線路と理想変成器による表現もあるが, その数は少ない。この場合には種々の使用条件の

下での最終的等価回路を導き出せる便利さがあるが、リチャードの変数を用いている佐藤の回路では負の特性インピーダンスを有するUEが表われ、最終回路の導出には特殊な変換を必要とする。

そこで、次に β 変数によってUEを含まない、集中定数的な素子からなる等価表現を導く。

図(2-2)の多線条系の単位長のインダクタンス行列(L)とキャパシタンス行列(C)をそれぞれ、

$$(L) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & \cdots \\ L_{12} & L_{22} & & \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & L_{nn} \end{pmatrix} \quad (2-11)$$

$$(C) = \begin{pmatrix} C_{11} & -C_{12} & \cdots & \cdots \\ -C_{12} & C_{22} & & \\ \vdots & & & \\ \vdots & & & C_{nn} \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

とし、均一媒質の多線条線路であるため、伝搬モードが単一である関係式†、

$$(L)(C) = (C)(L) = \mu\epsilon(1_n) \quad (2-13)$$

を満足するとすれば、図(2-2)に指定した電圧、電流に関する2n端子対の縦続行列は式(2-3)を形式的に拡張したものであることが知られているから⁽²⁾、 β 変数に対しても、

$$\begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4+\beta^2}{4-\beta^2}(1_n) & , & \frac{4\beta}{4-\beta^2}(Z_0) \\ \frac{4\beta}{4-\beta^2}(Y_0) & , & \frac{4+\beta^2}{4-\beta^2}(1_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V' \\ I' \end{pmatrix} \quad (2-14)$$

† 本論文では、一貫してn次の単位行列を (1_n) と表わす。

で得られる。ここで、特性インピーダンス行列 (Z_0)、特性アドミタンス行列 (Y_0) は互いに逆行列の関係で結ばれ、その要素は、

$$Z_{ij} = \frac{L_{ij}}{\sqrt{\mu\epsilon}}, \quad Y_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2-15)$$

である。(Y_0) の非対角要素は符号を除いてある。

式(2-13)の継続行列を有する回路表現を求めるため、そのインピーダンス行列およびアドミタンス行列に着目して次の2つの方法を考える。

(a) 直列(インピーダンス)表現

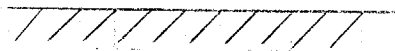
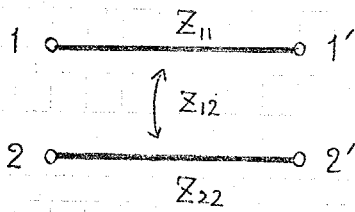
式(2-14)に対応した多端子のインピーダンス行列 (Z)_g を次のように和分解する。

$$\begin{aligned} (Z)_g &= \begin{pmatrix} \frac{g^2+4}{4g} (Z_0), & \frac{-g^2+4}{4g} (Z_0) \\ \frac{-g^2+4}{4g} (Z_0), & \frac{g^2+4}{4g} (Z_0) \end{pmatrix} \\ &= g \begin{pmatrix} \frac{(Z_0)}{2}, & 0 \\ 0 & \frac{(Z_0)}{2} \end{pmatrix} + \frac{-g^2+4}{4g} \begin{pmatrix} (Z_0), & (Z_0) \\ (Z_0), & (Z_0) \end{pmatrix} \quad (2-16) \end{aligned}$$

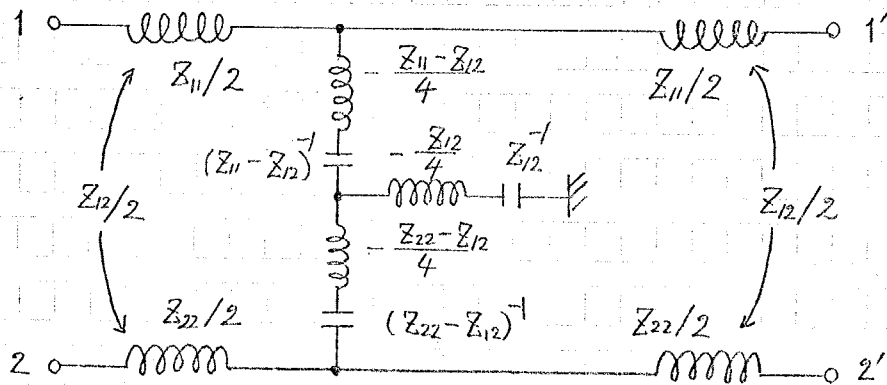
式(2-16)の第1項と第2項に対応した部分2n端子対を多端子的に直列接続することによって、最終的に図(2-3)の回路表現が得られる。図(2-3)では簡単のために $n=2$ の場合を示したが、一般の n でも容易に拡張できることが分かる。

この図(2-3)の表現は、先に図(1-7)の(3b)に示した UE の g 変数表現を多線系に拡張した形に相当している。

図(2-3)の表現においては、一般の n 線系系の等価表現の場合でも n 巻線の



||



図(2-3) 双線条 ($n=2$) の等価表現 (I)

変成器とあべて正值のキャパシタンス以外に、中心部分に負のインダクタンスが現われる点は単一のVEの場合と同様である。

なお図(2-3)の回路のうち、中心部のT形部分をY-Δ変換にてπ形とし、節点数を1個減少させた表現も導くことができる。†

(b) 並列(アドミタンス)表現

初めに述べた直列分解と双対な方法を考える。

式(2-13)より得られる多端子のアドミタンス行列(Y)₂を次のように和分解する。

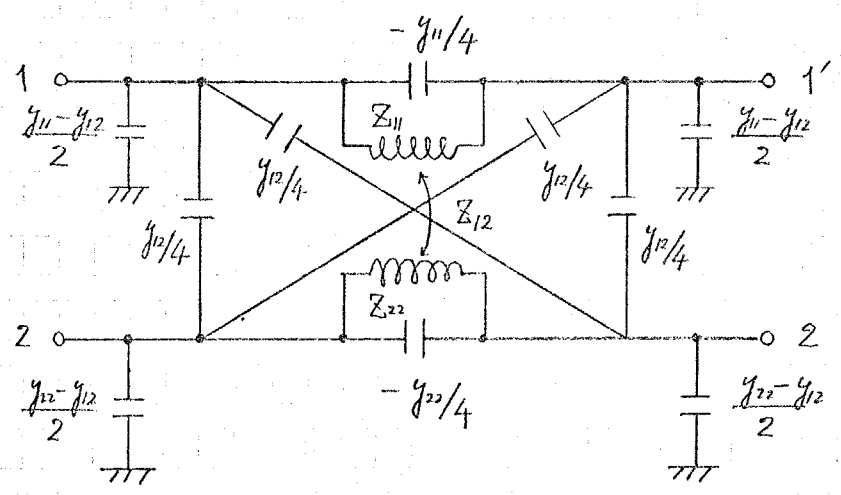
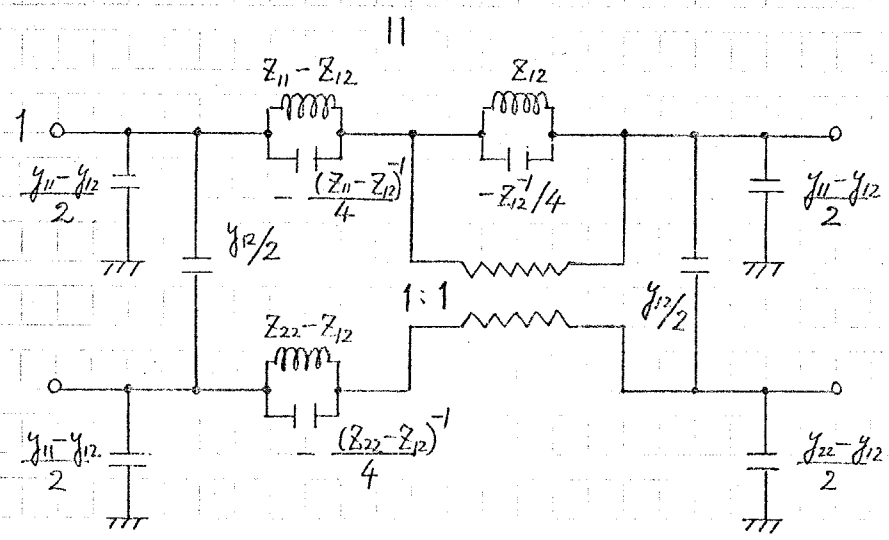
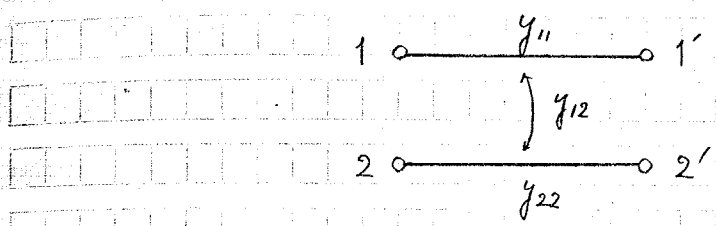
† 詳しくは、本研究に関する発表論文[2]を参照。

$$\begin{aligned}
 (Y)_g &= \begin{pmatrix} \frac{g^2+4}{4g}(Y_0), & -\frac{-g^2+4}{4g}(Y_0) \\ -\frac{-g^2+4}{4g}(Y_0), & \frac{g^2+4}{4g}(Y_0) \end{pmatrix} \\
 &= g \begin{pmatrix} \frac{(Y_0)}{2}, & 0 \\ 0, & \frac{(Y_0)}{2} \end{pmatrix} + \frac{-g^2+4}{4g} \begin{pmatrix} (Y_0), & -(Y_0) \\ -(Y_0), & (Y_0) \end{pmatrix} \quad (2-17)
 \end{aligned}$$

式(2-17)の第1項に対応するキャパシタンス部分回路を並列に抽出した残りの第2項に対応する部分では、先の直列分解の場合と同様な行列の階数は n である。しかもこの場合は非対角部分の符号が負であるから、全体の行列は、行の和、列の和ともすべて零となっていることが分り、いわゆる不定アドミタンス行列⁽⁶⁾の形をしている。従って、大地より浮いた構造であることが知られる。

この第2項の部分は、直列分解の場合と双対で、 $2n$ 個の電流のうち、階数に相当する n 個の独立となり、しかも対応する部分の端子の同一番号(k と k')の電流は同一となるよう退化した構造となっている。このような構造の代表的な場合に n 巻線の理想変成器があり、それを用いて回路表現を求めると、式(2-17)の第1項部分をも並列接続した全体の表現は図(2-4)のように得られる。この場合にも、図(2-3)と同様に $n=2$ の場合を示した。一般の n の場合にも、 n 巻線の理想変成器を導入することによってそのまま拡張されることが明らかである。

図(2-4)の端子等価表現においては、素子値の表現において、特性インピーダンス行列 (Z_0) と特性アドミタンス行列 (Y_0) の要素が用いられているが、ここでは、 $(Z_0)^{-1} = (Y_0)$ の関係(式(2-13), (2-15))が用いてある。



図(2-4) 2線(η=2)の等価表現(II)

図(2-4) (上図) の表現は、1:1の理想変成器と最小素子数での回路であり、図(2-4) (下図) はキャパシタンス部分グラフのみを変成器を用いない形に変換したものである。これらの回路形式は、先に単一の分布線路のUEの表現形の図(2-1) (3C) を多線条に拡張したものと解釈することができる。

この図(2-4)の表現から理想変成器を除去した形の等価表現を導くと、素子数の増大によって完全グラフの形が得られる。その形は、先に述べた多線条表現の佐藤の回路におけるUEを図(2-1) (3C)の表現で置き換えたものになっていることが知られる。

従来の多線条のUEによる等価表現に比べ、図(2-3)及び図(2-4)の表現においては、UEを構成できる素子は潜在的には回路中に分散されており、特定の終端条件を与えることによって初めてUEの機能を呈する形となっている。従って、従来のUEを多数(負の特性インピーダンスのものまで)含ませることによる表現に比べて、物理的機能をより明確に表わしたものと考えられる。

(後述の図(2-6)参照)

そのほか、この表現の特徴として、分布定数系のオー振動モード(最も低い周波数に対応)のみに着目した場合の近似表現では、これらの図(2-1)~(2-4)の表現のインダクタンス、キャパシタンスを直ちに実周波数領域($j\omega$)での L, C と読換えればよいこともあげられ、回路の計算機による解析に都合よい。

2.4 応用例

このようにして得られた集中素子(2端子素子)による分布定数系の多端子等価表現を用いて、幾つかの具体的な使用条件の下での回路表現を求めることを考えてみる。

図(2-3), (2-4)の表現は、多端子等価であるから、いかなる終端条件でも適用できるが、効果的に結果を得るにはこれらの表現形のそれぞれに適合した

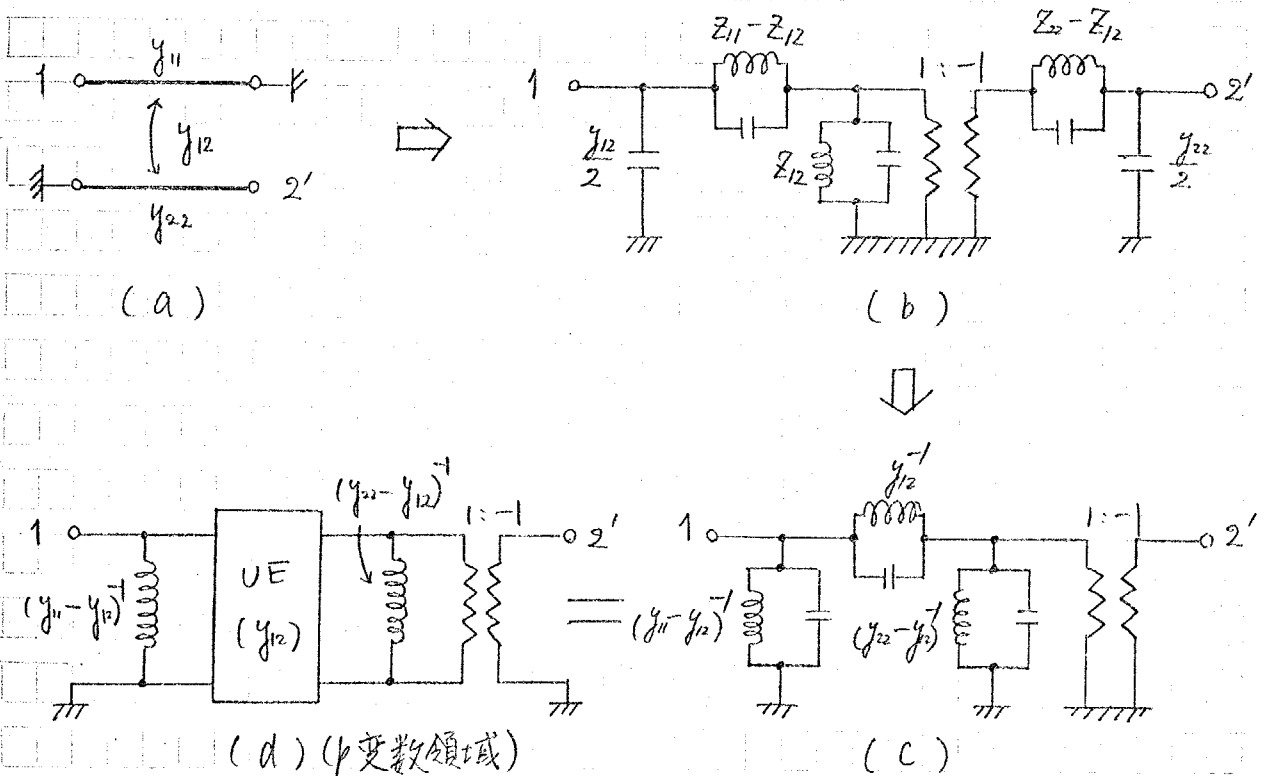
Blank lines for notes or continuation of text.

条件を組み合わせて用いるのが有効である。

2.4.1 1:-1変成器

分布結合回路の代表的使用法の1つである反転変成器の等価回路は既に広く知られているが、ここでは図(2-3), (2-4)の表現から簡単に得られる例の1つとして示す。

図(2-5)(a)のような終端短絡の分布結合線路の等価回路は、端子の短絡に好都合な図(2-4)の表現より直ちに図(2-5)(b)が得られ、ついで、3個の共振回路部分(同一共振周波数)のY-Δ変換によって図(2-5)(c)が簡単に導かれる。これに図(2-1)(3c)を適用して従来のリチャードの変数の表現を求めると、よく知られた図(2-5)(d)の回路が得られる。この場合、 p 変数領域で必要が負の特性インピーダンスのUEを含む変換は用いないですむ。



図(2-5) 1:-1変成器の等価回路の導出

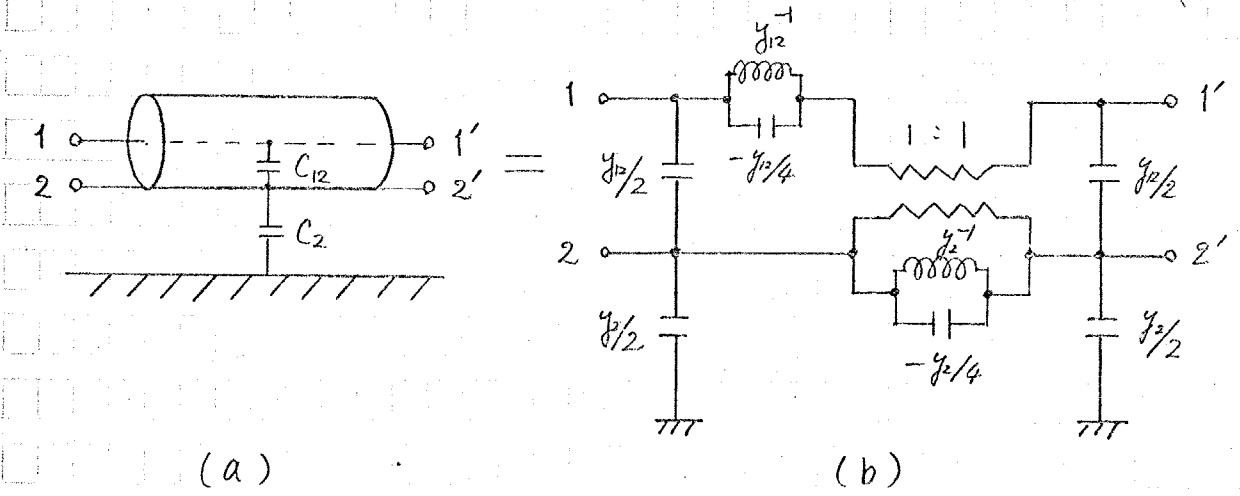
2.4.2 同軸形結合線路

同軸形変成器，平衡-不平衡変換 (Balun) 回路などに用いられる同軸形結合線路の解析は，従来種々の終端条件に応じて得られる2端子対回路の伝達関数，駆動点インピーダンスなどの式の形で扱われることが多かった。(7)ここでは，すべての終端条件に適用し得る2端子等価回路を得ておけば，これに終端条件と標準回路解析法とを組合せて，必要に応じて計算機などを用いて回路計算が行なえるよう等価表現を示しておく。

図(2-6)に示す同軸形結合線路の特性アドミタンス行列は，その構造上から，図示のキャパシタンスに応じて，

$$(Y_0) = \begin{pmatrix} y_{12} & -y_{12} \\ -y_{12} & y_{12} + y_2 \end{pmatrix} \quad (y_{ij} > 0) \quad (2-18)$$

であるから，図(2-4)の回路にこの条件を用いることによって図(2-6)(b)の2端子としての等価表現が得られる。



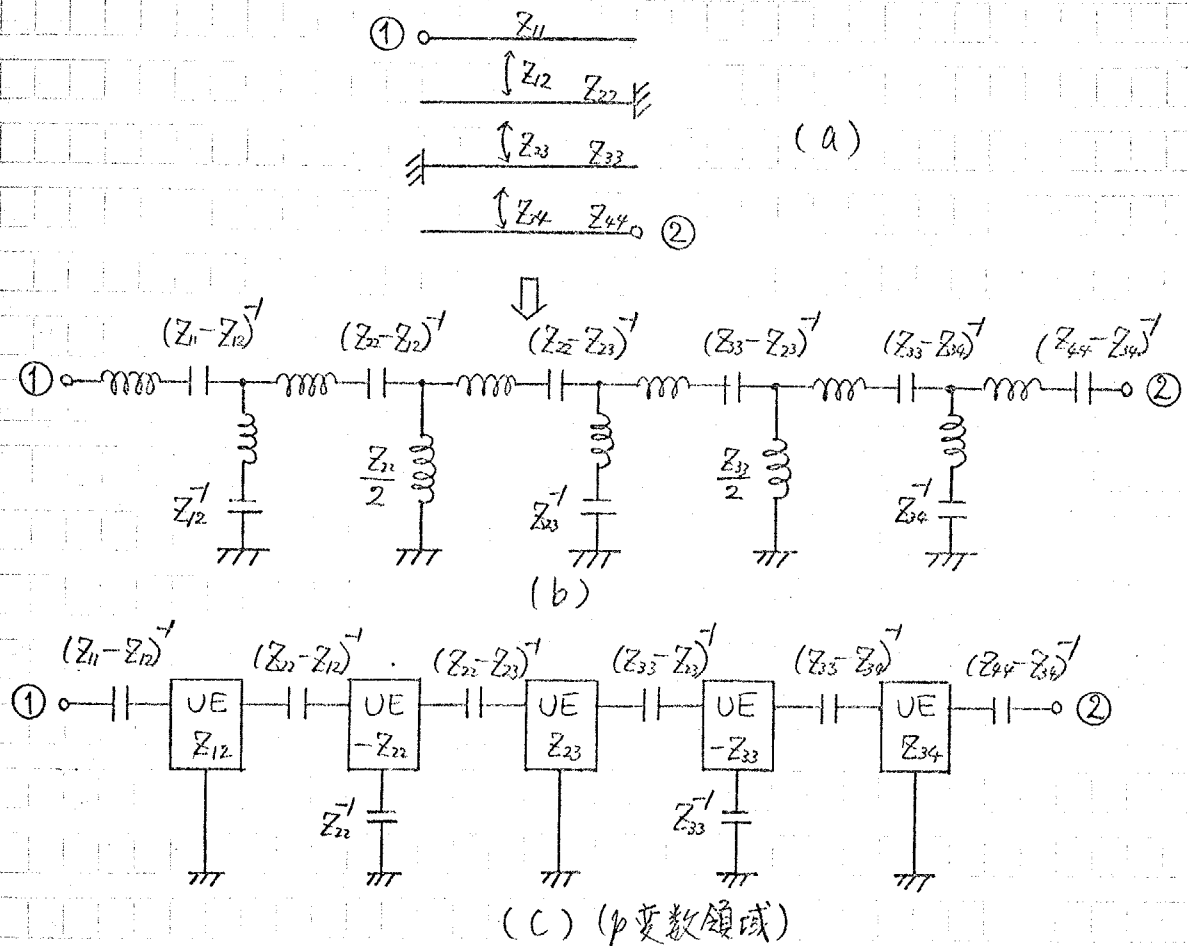
図(2-6) 同軸形結合線路の2端子等価回路

図(2-6)(b)の表現は，回路の平衡モード，不平衡モードのそれぞれに対応したUE (\$y_{12}\$, \$y_2\$ に対応)が理想変成器を介して互いに結合した形となっており，このままの形ではそれぞれのUEを構成する素子は潜在的に機能してい

るに過ぎない。特定の端子条件が与えられて初めてUEが現われる点を比較的に示す例である。

2.4.3 インタデジタル線路

図(2-7)に示すような、隣接線路間のみ結合を有する最も普遍的な多線路を交互に短絡および開放終端して得られるインタデジタル線路の一例($n=4$)について等価表現を求めてみる。このような終端条件については、図(2-3)の表現が適当と思われる、図(2-3)を拡張した4線路の場合から直にはしご形の回路表現、図(2-7)(b)が得られる。図では繁雑を避けるため一部の素子値しか記入してないが、各枝路の素子を適当に振り分けて、更に図(2-1)(3b)の対



図(2-7) インタデジタル線路($n=4$)とその等価表現

定関係から従来の ρ (リチャード) 変数の表現を求めると図(2-7)(c)の形も得られる。図(2-7)(c)の形は棒状回路ではないためやや使いにくい形をしているが、図(2-7)(b)からも分かるように、この回路は分布定数の帯域通過フィルタに適した構造であり、狭帯域近似により図(2-7)(c)の負の UE 部分はインローダンス及転作用(虚ジャイレータ)を呈して回路を棒状形に置換することから可能である。(5)尚、この図(2-7)(a)の回路はアドミタンス表現によって ρ 変数での別な等価回路も求められている。(4)

以上のほか、この ρ 変数を用いて導かれる等価回路が種々考えられ、又、最終的に ρ 変数の UE を用いた表現が望まれる場合にも、途中の段階を ρ 変数の表現と集中定数系の等価変換手法で行なうことにより効果的に結果を導き出せる場合が多いと思われる。

2.5 おまじび

本章では、着目する線路長の半分の長さに対応するリチャードの変数 (ρ) を用い、まず等長線路系、特に多線条線路を集中素子にて多端子として等価表現できる具体的回路を求めた。また、この変数 ρ によって表わされた回路の二、三の関数論的性質についても言及した。

次いで、この多端子等価表現の応用の一つとして、種々の分布定数回路の等価回路が容易に導びかれることを二、三の回路例によって示し、従来の UE を含む等価表現に特殊な変換を施して得られるものとの対比した。

得られた ρ 変数による集中素子等価表現の特徴をまとめると、

- 1) 実角周波数 $\omega = \pm \omega_0$ の点での共振性を回路の接続構造によって表現している。
- 2) ρ 変数に比べて素子数が2倍以上となる。又負素子を含む場合がある。
- 3) 集中定数素子で表わされているので、従来の集中定数回路手法が適用

でき、回路の計算機による解析にも都合よい。

4) 実周波数 ω と β との比例性が良好であり、不等長線路の考察に有効である。

更に、特に多線条線路に関しては、

1) UE を構成している素子は潜在的に機能していて、表面に UE が現われない。

2) そのため、物理的機能を明確に表わしている。

3) 種々の分布定数回路の等価回路が従来の多線条系特有の特殊な変換を用いなくとも容易に導びける。

などの点が考えられている。

今後の課題としては、多線条線路を用いたメアンターライン、インターデイジタル回路などの分布結合形フィルタの構成法への応用、損失を有する多線条線路系への拡張などが考えられる。

第3章 不等長線路の構成

3.1 まえびき

従来、ストリップ線路等によって構成される分布定数回路に関する研究は、主に、線路長がすべて等しい線路(VE)からなる回路を対象として行なわれている。これに対して、構成される線路の特性インピーダンスを実現しやすいものにするとか、回路の小形化の目的等で、不等長線路からなる分布定数回路の研究が行なわれている。不等長線路の取り扱いにおいて問題となるのは、2つ以上の変数をもつ多変数回路となることである。この回路に対する合成法としては、(1) 計算機を用いた設計法、(2) 多変数回路合成法⁽⁵⁾、(3) 多変数を一変数近似する方法⁽²⁾などがある。(2)の方法は、希望する特性関数を多変数関数で近似する問題が未解決である。これに対して、(3)の方法は、多変数回路を近似的に一変数回路として取り扱うので、従来の等長線路系の合成手法を応用できる利点がある。その反面、近似を用いるため誤差が問題となる。小林と横川⁽⁶⁾は、リチャードの変数 ρ を用いて一変数近似を行い不等長線路系の構成法を示した。この近似を用いると得られた回路の特性と希望する特性とが阻止域においてあまり一致しない。

本章では、第2章において述べた線路の半分の長さに対応する変数 $g_i = 2 \tanh(\gamma l_i/2)$ を用いて、線路長の異なる線路からなる分布定数回路の周波数変数を表わし、その中の一つの g 変数で他の g 変数を近似する方法を用いた不等長線路の一構成法について述べる。第2章において述べたように、 g 変数は、通常のリチャードの変数 ρ と比べて実周波数との比例性が良好であるため、 ρ 変数における一変数近似法に比べて、近似の精度が通過域および阻止域において向上する。ここでは、 g 変数で表わされたリアクタンス関数を線路長の

異なる線路の連続接続によって近似的に実現する方法を示し、それを応用して構成できる棒状回路の構成法を示す。

3.2 不等長線路の変数の近似

線路長 l_0 (基準線路長と呼ぶ) の線路の γ 変数 (γ_0) を基準とし、これを用いて線路長の異なる線路の γ 変数を近似的に表わすことを考える。線路長 (kl_0) の線路の γ 変数 (γ_k) は、

$$\gamma_k = 2 \tanh \frac{\gamma}{2} (kl_0) \quad (3-1)$$

で与えられる。ただし、 γ は媒質によって定まる位相定数である。同様に、基準線路長の γ 変数 (γ_0) は、

$$\gamma_0 = 2 \tanh \left(\frac{\gamma l}{2} \right) = 2 \tanh \left(j \frac{\pi}{4} \cdot \frac{f}{f_0} \right) \quad (3-2)$$

であり、 f_0 は線路長 l_0 が $1/4$ 波長となる周波数 (基準周波数と呼ぶ) である。ところで、等長線路系の特性は、 UE の線路長が $1/4$ 波長となる周波数 f_{UE} に関して折り返しの特性となる。したがって、通常、低域通過回路としては、直流から f_{UE} までの周波数範囲の特性が用いられる。不等長線路においては、一般には周期関数とならないが、折り返し的な特性となる。そこで、等長系の場合と同様、低域通過回路としては、直流から基準周波数 (f_0) までの範囲 (使用周波数帯域と呼ぶ) の特性を用いるものとし、この使用周波数範囲において、通過域および阻止域を実現することを考える。

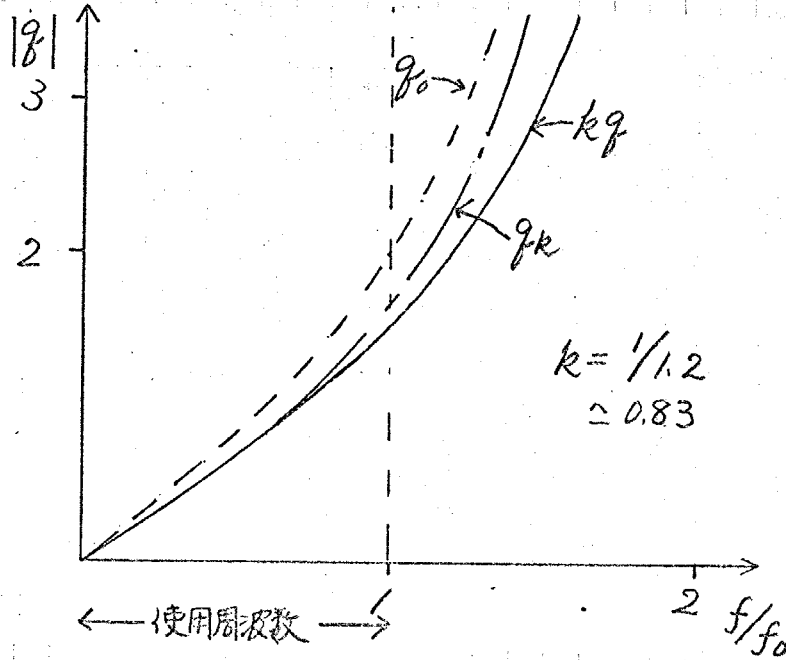
式(3-1)に示した線路長 (kl_0) の線路の γ 変数 (γ_k) は、使用周波数範囲において実周波数との比例性が良好である性質を用いて、基準線路の γ 変数 (γ_0) によって近似的に、

$$\gamma_k \doteq k \gamma_0 \quad (3-3)$$

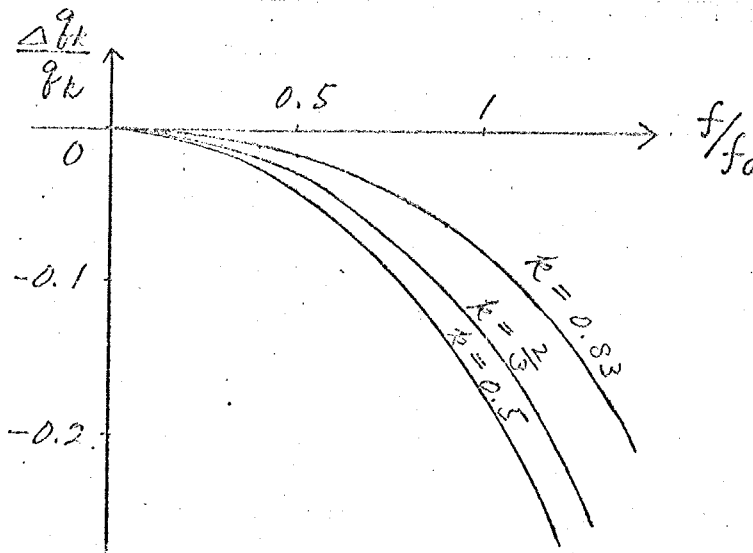
と表わされる。

式(3-3)の近似式における g_k と近似変数 (kg_0) の一例を図(3-1)に示す。

また、図(3-2)にこの近似式の相対誤差を示す。



図(3-2) 変数近似



図(3-3) 近似の相対誤差

図(3-1), (3-2)からわかるように, この近似式は使用周波数帯域内によく一致すると思われる。また, 基準線路長に比べて長さの異なる線路ほど, また周波数が高くなるほど, 近似式の誤差は増大する。しかし, 誤差の増大する周波数範囲は, 低域通帯特性の阻止域となるため問題はないと思われる。

3.3 リアクタンス関数の縦続構成条件

リチャードの変数の任意のリアクタンス関数は, 等長線路の縦続接続によって実現可能なことは周知であるが, ρ 変数の任意のリアクタンス関数は, 等長線路の縦続分解が可能であるとは限らない。†

さらに, 不等長線路系においても, 式(3-3)の置き換えによって共通変数 ρ によって回路を表わせるが, 逆に, 一般に ρ 変数のリアクタンス関数を線路長の異なる線路で縦続構成できない。

以下の議論において, 線路長 kl_0 の線路というときは, 式(3-3)の近似を用いて,

$$(F_k) = \frac{1}{\Omega_k^2 - \rho^2} \begin{pmatrix} \rho^2 + \Omega_k^2 & , & 2\Omega_k \rho R_k \\ \frac{2\Omega_k \rho}{R_k} & , & \rho^2 + \Omega_k^2 \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

ただし, $\Omega_k = 2/k$, R_k : 線路の特性インピーダンス
なる縦続行列を有する回路のことを意味するものとする, ρ 変数のリアクタンス関数の縦続構成条件に関して次の定理が成り立つ。

[定理(3, 1)]

リアクタンス関数 $W(\rho)$ において, 長さ kl_0 の線路を縦続に抽出し, 残りの駆動点関数 $W_1(\rho)$ が $W(\rho)$ に比べて二次低いリアクタンス関数となるための必要十分条件は,

† 第2章で, その条件を述べた。

$$\left. \frac{d}{df} W(f) \right|_{f=\Omega_k} = 0 \quad (3-5)$$

である。このとき、残りのリアクタンス関数 $W_1(f)$ は、

$$W_1(f) = W(\Omega_k) \frac{W(f) - \frac{2\Omega_k f}{f^2 + \Omega_k^2} W(\Omega_k)}{W(\Omega_k) - \frac{2\Omega_k f}{f^2 + \Omega_k^2} W(f)} \quad (3-6)$$

で表される。抽出される線路の特性インダクタンスは $W(\Omega_k)$ である。

(略証)

式(3-6)と等価な式

$$\frac{W_1(f) - W(\Omega_k)}{W_1(f) + W(\Omega_k)} = \frac{W(f) - W(\Omega_k)}{W(f) + W(\Omega_k)} \cdot \frac{(f + \Omega_k)^2}{(f - \Omega_k)^2} \quad (3-7)$$

について考える。

与えられた正実数 $W(f)$ に対し、式(3-7)の左辺は有界実関数。したがって、 $W_1(f)$ が有理正実関数となるためには、式(3-7)の右辺の分子が $f = \Omega_k$ に二重の零点を有することが必要十分であり、式(3-5)が得られる。

さらに、 $W(f)$ がリアクタンス関数としているから、正実奇関数となり、右辺分子は、 $f = -\Omega_k$ にも二重極をもち、 $W_1(f)$ は $W(f)$ より二次低くなる。

(略証終)

この定理は、第2章に述べた等長線路系におけるリアクタンス関数の連続構成条件を、不等長線路系に拡張したものである。

3.4 棒状不等長線路フィルタの近似構成

定理(3, 1)の直接の応用例として, 不等長線路の連続接続によって構成される棒状回路の近似構成法を示す。現在までのところ, 不等長線路系の構成問題では, 線路長はあらかじめ指定されているものとして考察している。ここでもその前提で考える。

上述の定理に述べた抽出手法を実際の棒状(低域)フィルタなどの実現問題に適用することからできるためには, 伝送特性などから導かれるオ一段階の駆動点関数 $W_0(\varphi)$ の定理の条件を満足し, しかも線路の抽出によって順次得られる各段階での $W_1(\varphi), W_2(\varphi), \dots$ もこの条件を満足しなければならない。

このような厳格な制約条件を満足する関数が駆動点関数となるように伝達特性を選ぶのは困難なので, つぎのような近似的手段を考える。

棒状回路の各抽出段階で, 伝送上重要と考えられる周波数帯域(使用周波数帯域と呼ぶ。)での駆動点関数の極, 零点は変化させずに, 多少の自由度を有する帯域(減衰が十分得られる高域部分など)の極, 零点を適当に移動させて, 式(3-5)を満足するように変形する。†

この駆動点関数の変形例を次に示す。いま, 簡単な場合として, 駆動点関数 $W(\varphi)$ が次式のように与えられたとし, 線路長 (kl_0) の線路を抽出する場合について考える。

$$W(\varphi) = H_0 \frac{(\varphi^2 + \omega_1^2)(\varphi^2 + \omega_3^2)}{\varphi(\varphi^2 + \omega_2^2)} \cdot \frac{(\varphi^2 + \omega_5^2)}{(\varphi^2 + \omega_4^2)} \quad (3-8)$$

$$(\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < 2 < \omega_4 < \omega_5)$$

式(3-8)より, $W(\varphi)$ はリアクタンス関数であって, 右辺のオ一項は使用周波数帯域内の零点, 極からなり, オ二項は使用周波数帯域外の零点, 極からなるとする。この駆動点関数 $W(\varphi)$ において, $\varphi = \Omega_k$ における微分係数が零になる† 使用周波数帯域とは, 基準線路長を $1/4$ 波長とする基準周波数 (f_0) まで, φ 変数においては $\varphi = j2$ までとする。

ように、使用帯域外の極と零点 (ω_4, ω_5) を移動する。変形されてできる駆動点関数を $\tilde{W}(s)$ とすると、

$$\tilde{W}(s) = H \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2)}{s(s^2 + \omega_2^2)} \cdot \frac{(s^2 + \omega_5^2)}{(s^2 + \omega_4^2)} \quad (3-9)$$

$(\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < 2 < \omega_4 < \omega_5)$

ただし $\frac{d}{ds} \tilde{W}(s) \Big|_{s=\Omega_k} = 0 \quad (\Omega_k = 2/k)$

$$H = H_0 \left(\frac{\omega_5}{\omega_4} \right)^2 / \left(\frac{\omega_5'}{\omega_4'} \right)^2$$

となる。式(3-9)の係数Hは、 $W(s)$ と $\tilde{W}(s)$ の原点の極の留数を等しくして、インピーダンスレベルが同程度になるように定めている。†

このように変形された $\tilde{W}(s)$ は、定理(3, 1)より線路長(kl_0)、特性インピーダンス $\tilde{W}(\Omega_k)$ の線路を抽出できる。次に、この $\tilde{W}(s)$ と線路を抽出した残りの駆動点関数 $W_1(s)$ との極と零点との関係を一般的に調べてみる。

$W_1(s)$ と $\tilde{W}(s)$ との間の関係式は、式(3-6)によって与えられ††、この式から明らかのように、 $W_1(s)$ の零点は、 $\tilde{W}(s) = \tilde{W}(\Omega_k) \cdot 2\Omega_k s / (s^2 + \Omega_k^2)$ の根であり、 $W_1(s)$ の極は、 $\tilde{W}(s) = \tilde{W}(\Omega_k) \cdot (s^2 + \Omega_k^2) / (2\Omega_k s)$ の根で与えられる。この関係より、 $\tilde{W}(s)$ から $W_1(s)$ への零点、極の移動には次のように二つの場合が考えられる。

(1) 使用帯域内の極又は零点の数が減少する場合

抽出する線路の線路長(kl_0)で定まる周波数 $\Omega_k (= 2/k)$ が、基準周波数($f=j2$)に最も近い使用帯域内と帯域外の極又は零点の間に位置する場合には、 $W_1(s)$ の使用帯域内の極と零点のいずれか一方の数が、 $W(s)$ のに比べて一つ減少する。

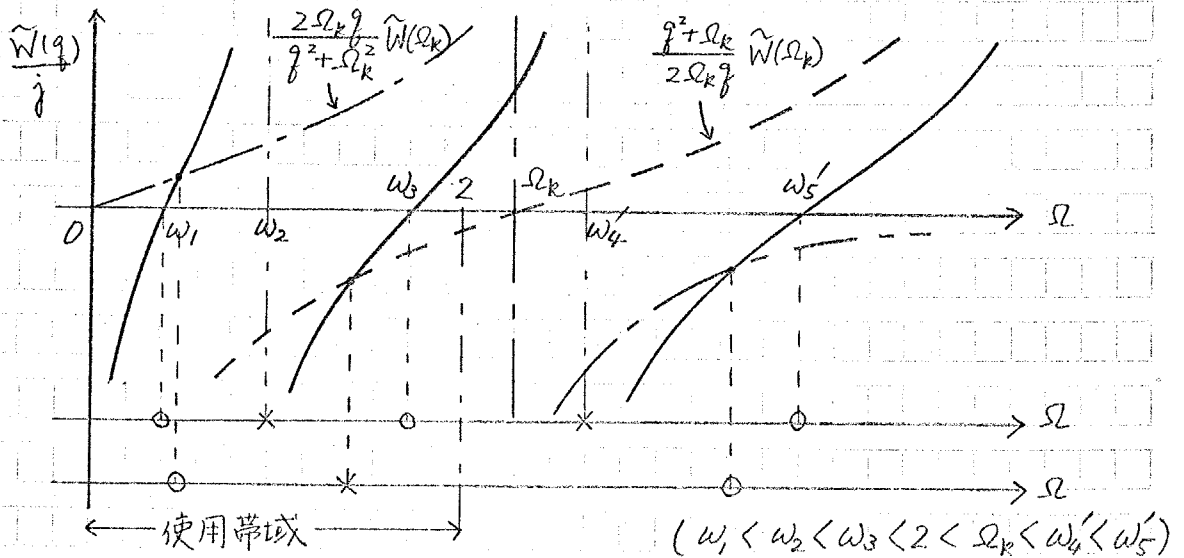
(2) 使用帯域内の極と零点の数が減少しない場合

抽出する線路の線路長(kl_0)で定まる周波数 Ω_k が、使用帯域外の極と零点†: $W(s)$ の無限遠点に極がある場合は、 $W(s)$ と $\tilde{W}(s)$ の無限遠点の極の留数を等しくするように $\tilde{W}(s)$ の係数を定める。

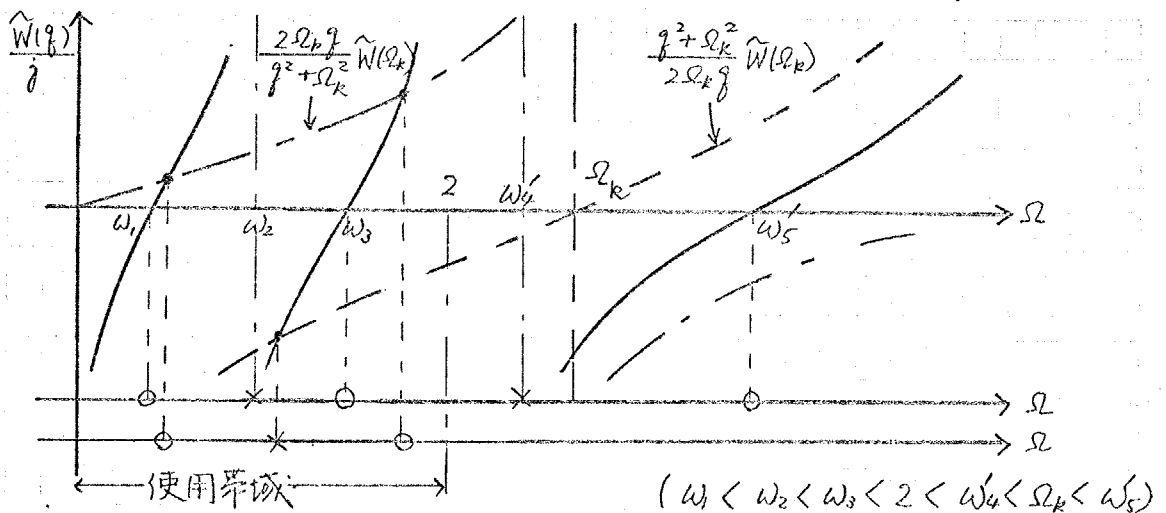
††: 式(3-6)において、 $W(s)$ と $\tilde{W}(s)$ に置き換えた式。

の間に位置する場合には、線路抽出前後の駆動点関数の使用帯域内の極と零点の数は減少しない。

駆動点関数 $\tilde{W}(s)$ が式(3-9)のように与えられたものを例として、線路の抽出による極と零点の移動の様相を図(3-3)、(3-4)に示す。



図(3-3) 使用帯域内の極又は零点の数が減少する例



図(3-4) 使用帯域内の極と零点の数が減少しない例

(2) の場合が起きたときは、与えられた駆動点関数 $W(s)$ から抽出条件を満足する $\tilde{W}(s)$ に変形するとき、使用帯域外の極と零点の選び方を変えるか、又は、抽出する線路の順序を変更して、(1) の場合のような Ω_k と極と零点の

位置関係にたよるように変えればよい。このような工夫を施せば、線路の抽出ごとくに伝送上重要と考えられる使用帯域内の極と零点が一つづつ減少していき、棒状回路の構成できる。

伝送特性として Butterworth 形の低域通過特性を考へ、Horton と Wenzel (5) (6) の考へ方を準用して、動作伝達関数 S_B として、

$$|S_B|^2 = 1 + \prod_{i=1}^n \left(\frac{\sin \beta l_i}{\sin \beta c l_i} \right)^2 \quad (3-10)$$

を考へる。ただし、回路を構成する縦続素子の線路長は、 l_1, l_2, \dots, l_n 、カットオフ周波数を f_c ($f_c < f_0^+$)、 βc はカットオフ周波数 f_c における位相定数とする。

式(3-10)は一変数近似を用いない場合の伝達特性であるが、前述の一変数近似を用いることにより、

$$|S_B(j\Omega)|^2 = 1 + K \prod_{i=1}^n \left(\frac{2\Omega_i \Omega}{\Omega_i^2 + \Omega^2} \right) \quad (3-11)$$

$$K = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\Omega_i^2 + \Omega_c^2}{2\Omega_i \Omega_c} \right) \quad (3-12)$$

を得る。ただし、 $l_i = k_i l_0$ 、 $\Omega_i = 2/k_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$)、 $\Omega_c = 2 \tan \beta c l_0 = 2 \tan(\frac{\pi}{4} \frac{f_c}{f_0})$ である。

式(3-11)、(3-12)より、通常の手法を用いて、棒状回路の駆動点イミタンスが求められる。この駆動点イミタンス関数は、次数 $2n$ のリアクタンズ関数となる。この関数の極と零点のうち主要なものは伝送帯域内に存在する。そこで、前述の方法を用いることにより、Butterworth 形低域通過特性をもつ棒状回路が構成できる。

〔設計例〕

4つの縦続素子からなる Butterworth 形低域通過特性をもつ棒状回路を設計する。設計仕様、設計手順を以下列記する。

† f_0 : 基準周波数。

—設計仕様—

連続素子の線路長: $l_0, \frac{2}{3}l_0, l_0, \frac{2}{3}l_0$ †

遮断周波数 f_c : $f_0/3$

入出力抵抗: $1 [\Omega]$

—設計手順—

伝送特性として,

$$|S_B(j\omega)|^2 = 1 + \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2}\chi}{\sin \frac{\pi}{6}} \right)^4 \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi}{3}\chi}{\sin \frac{\pi}{9}} \right)^4, \quad (\chi = \frac{\omega}{\omega_0}) \quad (3-13)$$

で与えられる。ただし, $\omega_0 = 2\pi f_0$ である。これに式(3-3)の置換を行った,
 $z (= j\gamma')$ の式,

$$|S_B(j\gamma')|^2 = 1 + 1136.6 \left(\frac{4\gamma'}{4 + \gamma'^2} \right)^4 \cdot \left(\frac{9\gamma'}{9 + \gamma'^2} \right)^4 \quad (3-14)$$

より, 終端開放の駆動点インピーダンス $Z_1(z)$ を得る。

$$Z_1(z) = 0.0298 \frac{(z^2 + 0.0826)(z^2 + 0.352)}{z(z^2 + 0.249)} \cdot \frac{(z^2 + 102)(z^2 + 436)}{(z^2 + 6.00)(z^2 + 144)} \quad (3-15)$$

式(3-5)を満たすように使用帯域外の極, 零点を相対して $\tilde{Z}_1(z)$ を導く。

$$\tilde{Z}_1(z) = 0.0211 \frac{(z^2 + 0.0826)(z^2 + 0.352)}{z(z^2 + 0.249)} \cdot \frac{(z^2 + 101)(z^2 + 453)}{(z^2 + 4.38)(z^2 + 144)} \quad (3-16)$$

第1線路の特性インピーダンス $Z_{01} = \tilde{Z}_1(2) = 1.71$ と抽出し, 次段の駆動点インピーダンス $Z_2(z)$ を得る。

† 連続構成順。

$$Z_2(s) = 0.0222 \frac{(s^2 + 0.166)}{s(s^2 + 0.265)} \cdot \frac{(s^2 + 8.64)(s^2 + 231)}{(s^2 + 139)} \quad (3-17)$$

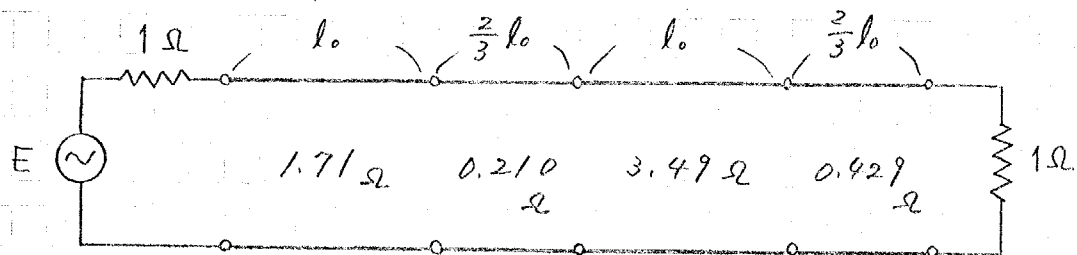
式(3-5)を満たすように変形した $\tilde{Z}_2(s)$ を導く。

$$\tilde{Z}_2(s) = 0.0238 \frac{(s^2 + 0.166)}{s(s^2 + 0.265)} \cdot \frac{(s^2 + 8.64)(s^2 + 215)}{(s^2 + 139)} \quad (3-18)$$

第2線路の特性インピーダンス $Z_{02} = \tilde{Z}_2(3) = 0.210$ を得る。†

以下、同様にして、特性インピーダンスをそれぞれ、 $Z_{03} = \tilde{Z}_3(2) = 3.49$ 、 $Z_{04} = \tilde{Z}_4(3) = 0.429$ と得る。

したがって、式(3-13)で与えられる Butterworth 形低域特性は、図(3-5)に示す回路によって近似構成される。

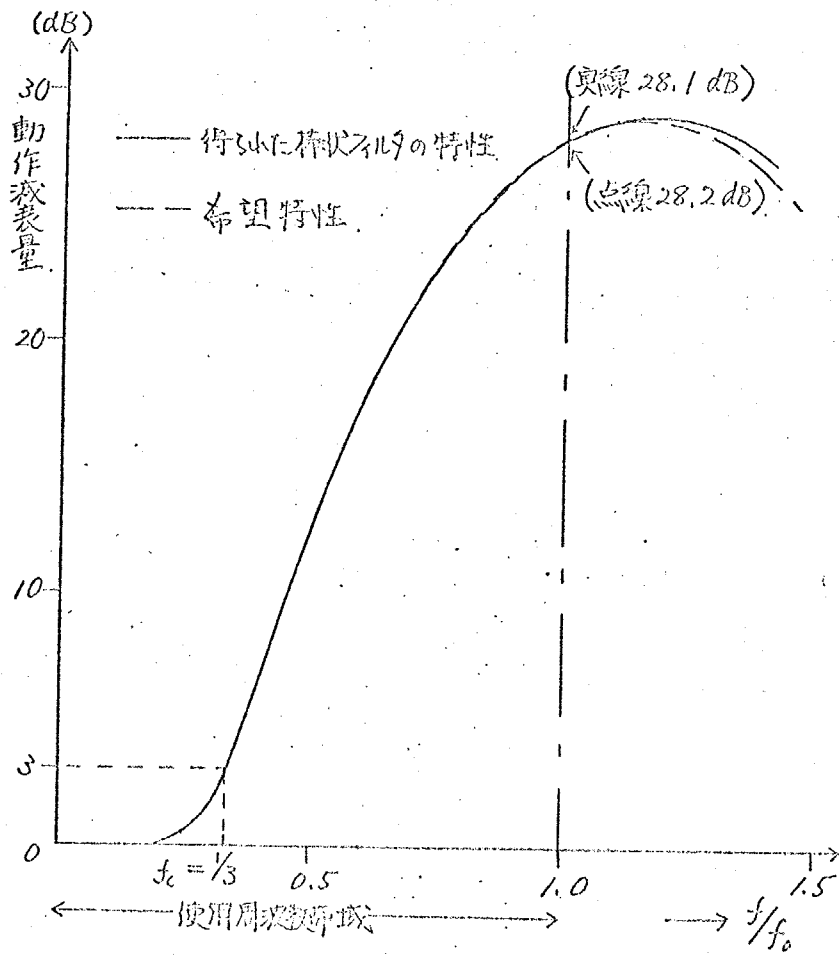


図(3-5) 棒状不等長回路の設計例

図(3-5)に示した棒状回路の動作減衰特性と、式(3-13)で与えられた希望特性とを図(3-6)に示す。図(3-6)からわかるように、得られた棒状回路の減衰特性は、通過域および阻止域ともに、希望特性に十分良く合っている。

尚、この設計例において、 $Z_1(s)$ から $\tilde{Z}_1(s)$ への変形において、使用帯域外の極と零点の移動に関して自由度があるため多少試行錯誤が必要であった。すなわち、まず、第一回目として、適当に使用帯域外の極と零点の移動を行って

† 線路長 $(2/3)l_0$ の線路の抽出なので、 $\Omega_k = 2/k = 2/(2/3) = 3$ にて特性インピーダンスが定まる。



図(3-6) 棒状回路の減衰特性と希望特性

近似構成を進めた。得られた回路から逆に求めた駆動点関数は、実現すべきリアクタンス関数に比べて、使用周波数帯域内の極と零点はわずかに異なるものであった。そこで、 $\omega=0$ 回目として、 $\omega=1$ 回目得られた回路から逆算されたリアクタンス関数の使用周波数帯域外の極と零点を、実現すべきリアクタンス関数の使用帯域外の極と零点の初期の変形操作に用いて近似構成を行なった。このような試行の繰り返しは、電子計算機の利用によって効果的に実行できる。前記した構成過程はこのような繰り返しの三回目の試行過程である。

†: 逆算されたリアクタンス関数
$$W(\omega) = H' \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)(\omega^2 + \omega_3^2)}{\omega(\omega^2 + \omega_2^2)} \cdot \frac{(\omega^2 + \omega_5^2)}{(\omega^2 + \omega_4^2)}$$
 のとき

変形操作は次のように行う。

$$W(\omega) = H \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)(\omega^2 + \omega_3^2)}{\omega(\omega^2 + \omega_2^2)} \cdot \frac{(\omega^2 + \omega_5^2)}{(\omega^2 + \omega_4^2)} \longrightarrow \tilde{W}(\omega) = H' \frac{(\omega^2 + \omega_1^2)(\omega^2 + \omega_3^2)}{\omega(\omega^2 + \omega_2^2)} \cdot \frac{(\omega^2 + \omega_5^2)}{(\omega^2 + \omega_4^2)}$$

3, 5 おすび

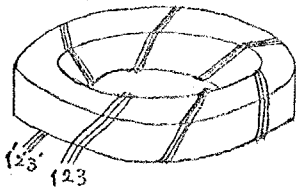
本章では、第2章の ρ 変数による集中素子等価表現の応用として、 ρ 変数の実周波数との比例性が良好なことを用いた不等長線路系の ρ 変数の一変数近似法を提案し、棒状不等長線路フィルタの近似構成法を示した。更に、4つの縦続素子からなる Butterworth 形低域通過特性をもつ棒状不等長線路フィルタの構成例を示し、得られた棒状フィルタの実際の伝送特性と希望特性とが良く一致する結果を得た。

これらの結果は、不等長線路とコンデンサからなる混在系のフィルタ⁽¹⁴⁾ や開放不等長線路スタブの直列共振性を用いた減衰極を有する格技状回路の構成に応用できると思われる。

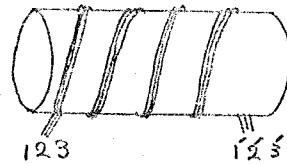
第4章 多巻線線路形変成器の等価表現

4.1 まえがき

線路形変成器は、対称-非対称変換器 (Balun) あるいはハイブリッド回路などの通信用機器として広く用いられているが、この変成器の解析は、従来主として分布定数方程式を用いることにより行なわれている。また、この線路形変成器の中で、使用周波数があまり高くなく (数百メガヘルツまで)、逆に、低い周波数まで伝送帯域を拡張する場合には、図(4-1)に示すような環状、または、棒状の磁心に分布定数線路を巻つけた構造の線路形変成器が用いられている。この種の変成器では、離れた巻線部分間の誘導結合のため、通常の線路方程式は適用できない。



(a) 環状磁心



(b) 棒状磁心

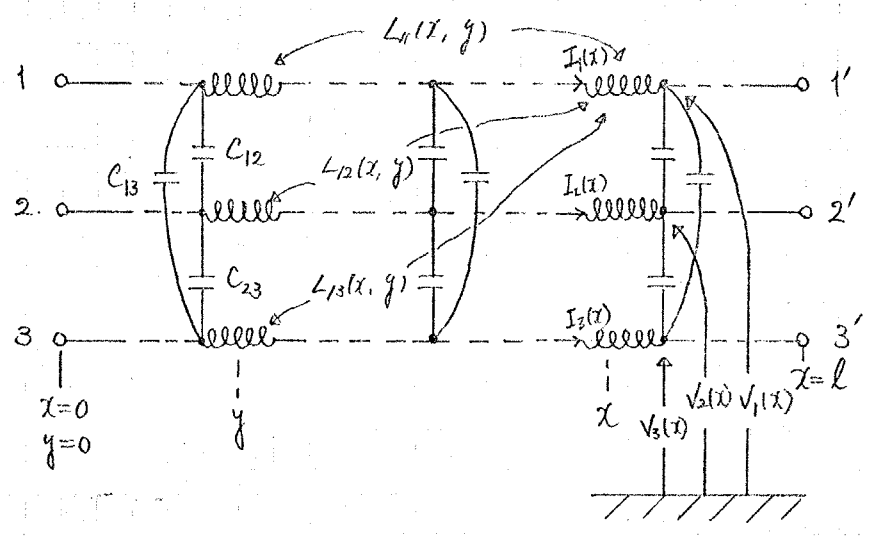
図(4-1) 線路形変成器

また、従来の解析では、各変成器ごとに伝搬モード分解を行ない、各モードごとの等価回路が用いられているが、多巻線線路形変成器の場合には、伝搬モードの分解が容易でなく、しかも、伝搬モードの物理的意味が明確でない。また、実際に使用されるときは、必ずしも一つの伝搬モードだけに着目した使われ方はされない。

そこで、本章では、同軸線を含む一般の導線を束(多くの場合、より線)にして、環状または棒状磁心に巻きつけた構造の、したがって巻線比が一倍の巻線変成器について、それぞれ、一種の複雑な相互誘導を有する結合線路からなるモデルとして扱い、その相互誘導の分布の広がりや伝送特性との関連性を調べ、更に、回路の主要動作を与える伝送特性を導く。ここでは、 n 巻線の送端および受端と大地間を端子対とする2 n 端子対回路のアドミタンス行列を導く。次に、そのアドミタンス行列から、いかなる使用条件の下でも適用できる2 n 端子対としての等価表現を与える。

4.2 回路の基本式

平衡線だけでなく不平衡(同軸線など)などを磁心に巻きつけた場合を含む巻線比がすべて1倍の一般の n 巻線変成器を対象として、図(4-2) ($n=3$ で簡単のため対地容量のない場合)に示すようなモデルを設定する。



図(4-2) 磁心を有する線路形変成器のモデル ($n=3$)
(対地容量を無視した場合)

図(4-2)に示すように、線路の一端を $x=0$ とし、他端を $x=l$ として、導体相互間の分布容量と一つの導体自身の各部の間および他の導体との間の相互誘導分布を有する形にて表現する。

図(4-2)において、 $L_{ii}(x, y)$ ($i=1, 2, \dots, n$)は導体 $i-i'$ 自身の間の結合を表し、場所 x での単位長の導体部分と場所 y での単位長の導体部分との間の相互インダクタンスであり、 $L_{ij}(x, y)$ ($i, j=1, 2, \dots, n$)は導体 $i-i'$ と導体 $j-j'$ に関する同様の量である。また、 C_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$, $i \neq j$)は、導体 $i-i'$ と導体 $j-j'$ 間の単位長あたりの静電容量である。図(4-2)に示していないが、 C_{ii} ($i=1, 2, \dots, n$)を、導体 $i-i'$ と大地間の単位長あたりの静電容量とする。†

このモデルにおいて、相互誘導に関して、相互誘導分布を表わす行列として、 $L_{ij}(x, y)$ を (i, j) 要素とする $n \times n$ のインダクタンス行列($L(x, y)$) (対称行列)を定義する。また、静電容量に関して、通常の単位長あたりの静電容量を表わし、要素が C_{ij} からなる $n \times n$ のキャパシタンス行列(C)を定義する。このキャパシタンス行列(C)は、巻線導体の対地容量を考慮に入れない非正則な行列でもよい。

この線路について、図(4-2)に示すように電流、電圧 $I_i(x)$, $V_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$)を指定する。電圧の基準となる接地点は、外部接続(終端素子など)の接地と考える。また、これらを要素とする n 次の電流、電圧ベクトル $I(x)$, $V(x)$ を定義する。

これらを用いて、線路方程式を作ると、各部の電圧、電流は、角周波数 ω の正弦波として、

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x} V(x) = j\omega \int_0^l (L(x, y)) I(y) dy & (4-1) \\ -\frac{\partial}{\partial x} I(x) = j\omega (C) V(x) & (4-2) \end{cases}$$

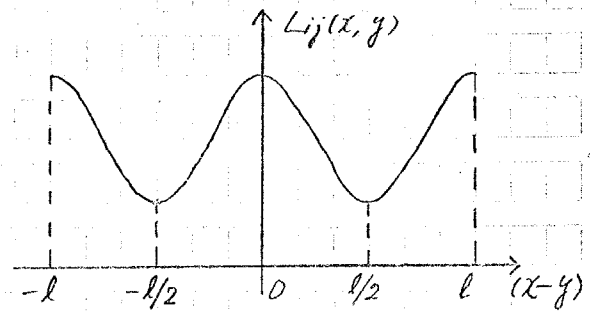
と表わせる。

†: ここで取扱う変圧器は磁心に余り密に巻かれたいとして、離れた巻線導体部分間の静電結合は考慮しない。

□ここで、式(4-2)は従来の線路方程式の場合と同じであるが、式(4-1)は従来の式と異り、各導体の単位長あたりの電圧降下は、その導体自身および他の導体の各場所からの誘導によるものの総和であることを表わしている。

□4.3 環状磁心を有する変成器の端子等価表現

□環状磁心を有する変成器の場合、図(4-2)のモデルにおいて、相互誘導分布はいずれも場所の間の相対距離 $(x-y)$ の関数として変化し、距離の増大によって減少するが、環状磁心に巻きつけるので、半円周 $(l/2)$ で最少となり、以後増大する周期 l の周期関数となると考えられる。したがって、各々の相互誘導分布は、相対距離 $(x-y)$ に関してフーリエ級数展開できる。各相互誘導分布のフーリエ級数展開は、相対距離 $(x-y)$ に関して偶関数となることを考慮すると、全体の行列 $(L(x, y))$ を用いて、



図(4-3) 環状磁心の場合の相互誘導分布

$$(L(x, y)) = \sum_{k=0}^{\infty} (L_k) \cos\left(\frac{2\pi}{l} k(x-y)\right) \quad (4-3)$$

の形に表現できる。ここで、 (L_k) ($k=0, 1, \dots$)は、 (i, j) 要素が $L_{ij}(x, y)$ のフーリエ級数展開の $(k+1)$ 項の係数からなる行列を表わす。[†]

□図(4-3)に示した相互誘導分布の形状は、一般には簡潔には得られない。そこで、相互誘導分布の広がりや伝送特性の関連性を数値解析によって調べた結果、変成器の伝送特性には、角周波数 ω に関して、幾かの固有振動モードが存在するが、そのうち最低次の固有振動モード(主振動モードと呼ぶ)は、式(4-3)において、 $(L(x, y))$ をフーリエ級数展開の第1項(定数項) (L_0) で近[†]
 (L_k) ($k=0, 1, \dots$)は漏れ磁束の存在を仮定して、各々正則な行列として取扱う。

似したときに得られた解とほとんど合致することがわかった。また、この変成器を Balun やハイブリッド回路に用いるときは、この主振動モードの支配的な周波数範囲で用いられ、使用帯域の上限周波数付近およびそれより高い周波数において、主振動モードより高次の振動モードの影響が顕著に現われると考えられる。そこで、まず、式(4-3)で示された相互誘導分布をそのフーリエ級数の定数項のみで考えた解(主振動モード)とオメガ項まで考えた解を導き、それぞれの結果を対比して相互誘導分布の広がりや伝送特性の関連性について検討し、主振動モードが環状磁心を有する変成器の主要な伝送特性であることを示す。さらに、主振動モードに着した夕端子等価表現を導く。

4.3.1 変成器の夕端子対回路行列

まず、図(4-2)に示すモデルに基づく一種の線路方程式において、相互誘導分布 $(L(x, y))$ を式(4-3)に示すフーリエ級数展開の定数項およびオメガ項まで考えた場合について、それぞれ、2端子対回路行列を求めることを考える。巻線導体の対地容量を考慮に入れない場合には、変成器は大地に対して浮いた構造となり2端子対回路としてはインピーダンス行列が存在しない。そこで、ここではその場合にも存在するアドミタンス行列を導く。更に、それぞれの伝送特性に検討を加え、相互誘導分布の広がりや伝送特性との関連性について言及する。

(A) 主振動モードの伝送特性(主要解)

まず、変成器の主振動モードのみに着目した伝送特性を導く。式(4-3)における $(L(x, y))$ を定数項のみで近似する。

$$(L(x, y)) \doteq (L_0) \quad (4-4)$$

式(4-1), (4-2)は、式(4-4)によって変形されて、

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial}{\partial x} v(x) = j\omega(L_0)J \\ -\frac{\partial}{\partial x} I(x) = j\omega(C)v(x) \\ J = \int_0^l I(y) dy \end{array} \right. \quad (4-5)$$

$$(4-6)$$

$$(4-7)$$

となる。式(4-5)は導体の各場所における単位長あたりの電圧降下か、式(4-7)に示したその導体自身および他の導体のすべての場所の電流和ベクトル J による相互誘導によるが、式(4-5)の右辺が x に無関係であることにより、どの場所においてもその電圧降下が一定であると近似することと表わしている。

まず、式(4-5)を x で積分して、

$$v(x) = v(0) - j\omega(L_0)Jx \quad (4-8)$$

を得る。さらに、式(4-8)を式(4-6)に代入して、再び x で積分することにより、

$$I(x) = I(0) - j\omega(C)v(0)x - \omega^2(C)(L_0)J\frac{x^2}{2} \quad (4-9)$$

を得る。次に、式(4-9)を式(4-7)に代入して、電流和ベクトル J について解くことにより、

$$J = \left((1) + \omega^2(C)(L_0)\frac{l^3}{6} \right)^{-1} \left(I(0) - j\omega(C)\frac{l}{2}v(0) \right) l \quad (4-10)$$

を得る。式(4-10)を式(4-8)に代入し、しかも $x=l$ を代入すると、送端における電圧ベクトル $I(0)$ は、送端および受端における電圧ベクトル $v(0)$ 、 $v(l)$ とよって、

$$I(0) = \left(j\omega(C)\frac{l}{3} + \frac{(L_0)^{-1}}{j\omega l^2} \right) v(0) + \left(j\omega(C)\frac{l}{6} - \frac{(L_0)^{-1}}{j\omega l^2} \right) v(l) \quad (4-11)$$

と表わせる。図(4-1)に示す磁心を含む線路形変成器は、左右に関して対称であると考えられるので、式(4-11)より受端における電流ベクトル $-I(l)$ も、送端、受端の電圧ベクトル $V(0), V(l)$ を用いて同様な形で表わされる。したがって、環状磁心を有する線路形変成器の主振動モードに関する2端子対回路のアドミタンス行列として、

$$\begin{pmatrix} I(0) \\ -I(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega \frac{(\hat{C})}{3} + \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^{-1}, & j\omega \frac{(\hat{C})}{6} - \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^{-1} \\ j\omega \frac{(\hat{C})}{6} - \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^{-1}, & j\omega \frac{(\hat{C})}{3} + \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V(0) \\ V(l) \end{pmatrix} \quad (4-12)$$

を得る。ただし、 $(\hat{C}) = (C)l$, $(\hat{L}_0) = (L_0)l^2$ である。

(B) 高次のモードを含む伝送特性

次に、式(4-3)における相互誘導分体の第2項まで考えた場合の伝送特性を導く。おたわら、式(4-3)において、

$$(L(x, y)) \doteq (L_0) + (L_1) \cos\left(\frac{2\pi}{l}(x-y)\right) \quad (4-13)$$

とある。式(4-1)(4-2)は式(4-13)によって変形されて、

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} V(x) &= \sum_{k=0}^1 j\omega (L_k) J_k(x) \end{aligned} \right. \quad (4-14)$$

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} I(x) &= j\omega (C) V(x) \end{aligned} \right. \quad (4-15)$$

$$J_k(x) = \int_0^l I(y) \cos\left(\frac{2\pi}{l} k(x-y)\right) dy, \quad (k=0, 1) \quad (4-16)$$

となる。ただし、 $k=0$ のときは、 $J_0(x)$ は式(4-16)より明らかに様に定数の電流総和ベクトルとなり、 $J_0(x) \doteq J_0$ とおく。まず、式(4-14)を x で積分して

$$V(x) = V(0) - \sum_{k=0}^1 j\omega (L_k) \int_0^x J_k(\xi) d\xi \quad (4-17)$$

更に、式(4-17)を式(4-15)に代入して、再び x で積分することにより、

$$I(x) = I(0) - j\omega(C)V(0)x - \sum_{k=0}^1 \omega^2(C)(L_k) \int_0^x \int_0^\eta J_k(\xi) d\xi d\eta \quad (4-18)$$

式(4-18)を式(4-16)に代入すると、 $k=0, 1$ について各々式を得るが、その式より、 $J_1(x)$ は x の関数として $\cos(\frac{2\pi}{l}x)$ 、 $\sin(\frac{2\pi}{l}x)$ 以外の成分をもたないことがわかる。そこで、 $J_1(x)$ は、

$$J_1(x) = J_a \cos(\frac{2\pi}{l}x) + J_b \sin(\frac{2\pi}{l}x) \quad (4-19)$$

とおける。ただし、 J_a, J_b は係数を表わす n 次の列ベクトルである。

式(4-18)を式(4-16)に代入し、さらに、式(4-19)を代入して係数を比較することにより、

$$((\gamma_n) + \omega^2(\hat{C})(\hat{L}_0)/6) J_0 = (I(0) - j\omega(\frac{\hat{C}}{2})V(0))l - \omega^2(\frac{J_a}{4\pi^2} + \frac{J_b}{4\pi^2}) \quad (4-20)$$

$$((\gamma_n) - \omega^2(\hat{C})(\hat{L}_0)/8\pi^2) J_a = -(\omega^2(\hat{C})(\hat{L}_0)/4\pi^2) J_0 \quad (4-21)$$

$$((\gamma_n) + \omega^2(\hat{C})(\hat{L}_0)/8\pi^2) J_b = -(\omega^2(\hat{C})(\hat{L}_0)/4\pi^2) J_0 - j\omega(\frac{\hat{C}}{2\pi})V(0)l \quad (4-22)$$

を得る。ただし、 $(\hat{C}) = (C)l$ 、 $(\hat{L}_0) = (L_0)l^2$ 、 $(\hat{L}_1) = (L_1)l^2$ である。

式(4-21)、(4-22)を J_a, J_b について解いて、式(4-20)に代入することにより、 J_0, J_a, J_b は $I(0), V(0)$ の関数として表わすことができる。

一方、式(4-17)において、 $x=l$ とおくと、式(4-19)により、 $\int_0^l J_1(\xi) d\xi = 0$ であるので、

$$V(l) = V(0) - j\omega(\hat{L}_0)J_0/l \quad (4-23)$$

となる。そこで、式(4-20)、(4-21)、(4-22)より求まる J_0 を式(4-23)に代入することにより、 $I(0), V(0), V(l)$ の関係を得る。(A)の場合と同様に変成器の左右対称性を考慮して、 $2n$ 端子対回路のアドミタンス行列として、

$$\begin{pmatrix} I(0) \\ -I(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega \frac{\hat{C}}{3} + \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^T, & j\omega \frac{\hat{C}}{6} - \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^T \\ j\omega \frac{\hat{C}}{6} - \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^T, & j\omega \frac{\hat{C}}{3} + \frac{1}{j\omega} (\hat{L}_0)^T \end{pmatrix}$$

$$-j\omega^3 (\hat{C}) (\hat{L}_1) (A)^T (\hat{C}) / 16\pi^2 \begin{pmatrix} (1_n), (1_n) \\ (1_n), (1_n) \end{pmatrix}$$

$$+ j\omega^3 (\hat{C}) (\hat{L}_1) (B)^T (\hat{C}) / 16\pi^2 \begin{pmatrix} (1_n), -(1_n) \\ -(1_n), (1_n) \end{pmatrix} \left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \sqrt{10} \\ \sqrt{12} \end{pmatrix}$$

(4-24)

を得る。ただし、

$$(A) = (1_n) - \omega^2 (\hat{C}) (\hat{L}_1) / 8\pi^2 \quad (4-25)$$

$$(B) = (1_n) + \omega^2 (\hat{C}) (\hat{L}_1) / 8\pi^2 \quad (4-26)$$

である。式(4-24)において、相互誘導分布 $(L(x, y))$ のフーリエ級数のオズ項の係数を零 $(\hat{L}_1 = 0)$ とおくと、得られたアドミタンス行列は、(A)の主振動モードのみのアドミタンス行列に一致する。また、相互誘導分布として、さらに、高次のフーリエ級数項までで近似する場合にも同様な手法で伝送特性を導くことができる。

(C) 相互誘導分布の広がり と伝送特性

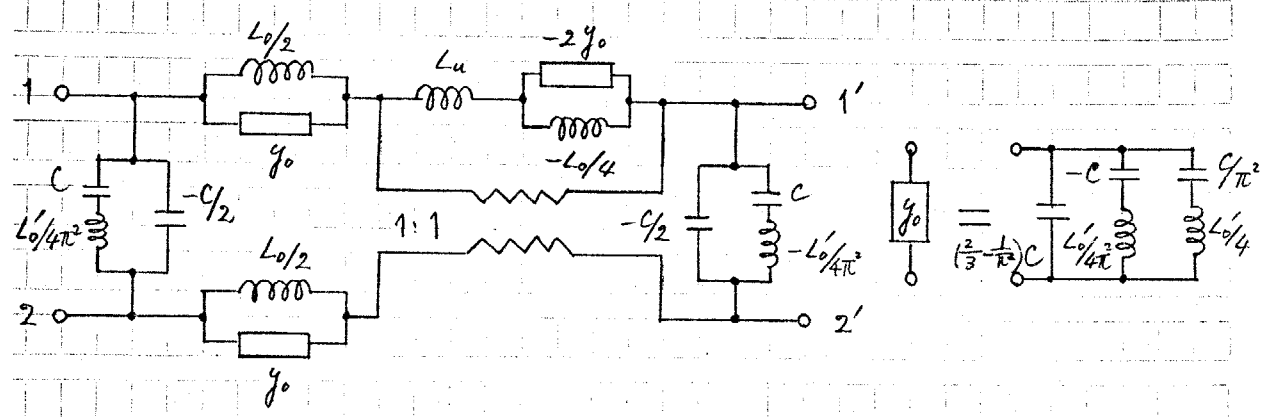
(A) と (B) に示した解析から得られた多端子アドミタンス行列から、相互誘導分布の広がり と伝送特性の関連性を対称二巻線変成器を例にとって調べてみる。対称二巻線変成器の相互誘導分布のフーリエ級数の係数行列として、対称性を考慮して、

$$(L_0) = \begin{pmatrix} L & M \\ M & L \end{pmatrix}, \quad (L_1) = k(L_0) \quad (4-27)$$

にある。式(4-32)のオ2式は、自分自身を含む巻線導体間の相互誘導分布の形が同じであると仮定することに相当する。分布キャパシタンス行列は、対地容量を無視した場合として、

$$(C) = \begin{pmatrix} C & -C \\ -C & C \end{pmatrix} \quad (4-28)$$

与えられるものとし、式(4-27)(4-28)と式(4-24)のアドミタンス行列に代入して等価回路†を導くと、図(4-4)のようになる。ただし、 $L'_0 \equiv 2(L-M)l^2$ 、 $L_u \equiv (L+M)l^2/2$ 、 $C_0 \equiv Cl$ 、 $L'_0 = kL_0$ とする。

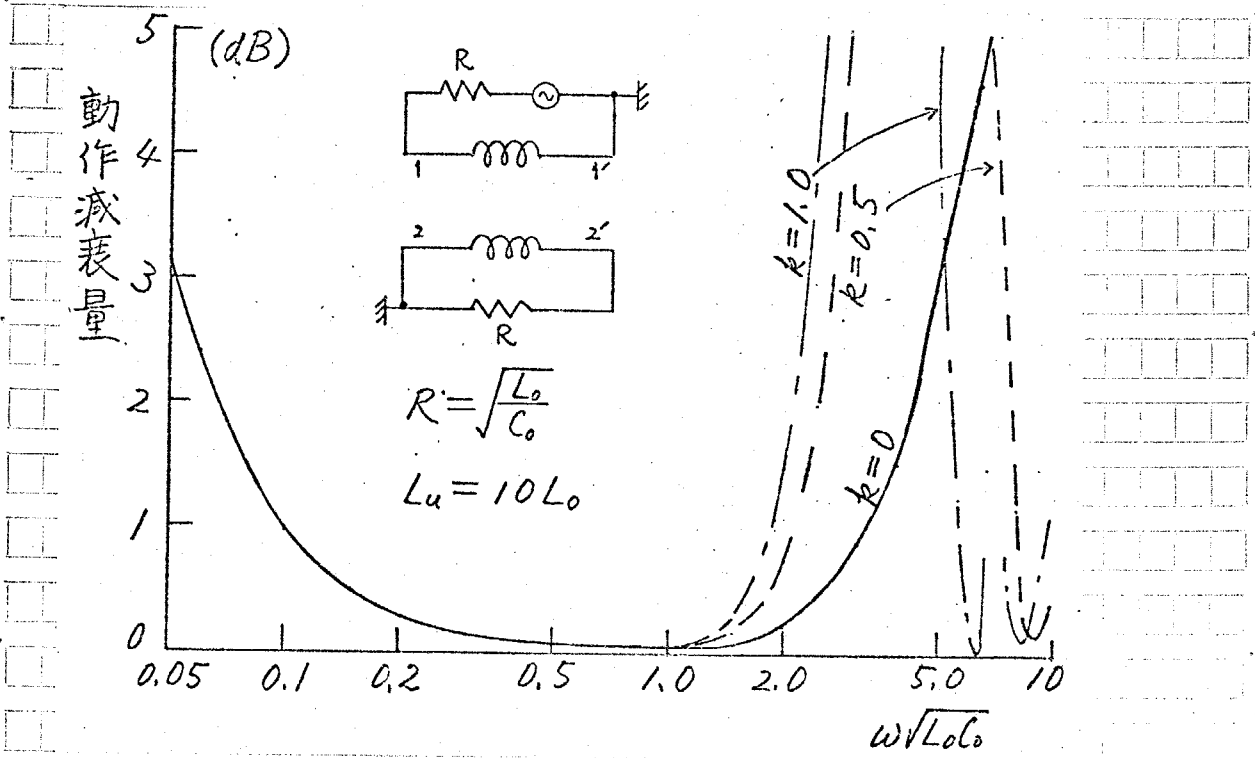


図(4-4) 対称2巻線変成器の等価回路表現(高次モードを含む)

図(4-4)において、式(4-3)の相互誘導分布のフーリエ級数のオ2項の大きさを表わす定数kをパラメータとして変化させると、相互誘導分布の広がりや伝送特性との関連性を調べることができる。(A)に示した主振動モードのみに向けた等価表現は、 $k=0$ とした場合であり、図(4-5)の回路において、すべての直列共振枝のインダクタンスを短絡した回路に対応する。

$k=0$ の主振動モードの等価表現において、平衡モードに対する伝送帯域の一般的な等価回路の導出については、次節で述べる。

上限周波数 ω_c を影響パラメータによって評価すると、 $\omega_c = \sqrt{12}/\sqrt{L_0 C_0}$ となる。これに対して、図(4-4)における直列共振枝の共振周波数 ω_r は、 $\omega_r = \sqrt{2/k} \omega_c$ である。(例えば、 $k=0, 1$ のとき $\omega_r = 4.5 \omega_c$) 実際、平衡2巻線変成器を1:1変成器として用いたときの伝送特性を図(4-4)の等価表現を用いて k をパラメータとして計算した。その結果を図(4-5)に示す。



図(4-5) 相互誘導分布と伝送特性との関係

図(4-5)からわかるように、環状磁心を有する変成器の伝送特性は、図(4-3)の相互誘導分布の広がり形状には余り関係しない。すなわち、相互誘導分布(式(4-1))のフーリエ級数展開の第2項は、高次の振動モードを与え、変成器の使用周波数帯域の上限およびそれ以上の周波数範囲においてその影響が現われる。式(4-3)の第3項以上は、さらに高次の振動モードを表わし、より高い周波数範囲において影響が現われる。このことは一般の環状磁心を有する巻線変成器について言えることである。従って、通常回路解析、設計においては、式(4-3)の第1項(定数項)にのみ着目した基本動作特性(主振動モ

ードで充分であると思われる。又、上限伝送帯域付近の厳密な解析には、 ω 2項以上を用いることが必要であり、図(4-5)に示したように、実際の線路形変成器の上限伝送帯域外に生じる伝送零点の存在などが、高次振動モードの解析によって理論的に確認された。

4.3.2 変成器の等価回路表現

第2章において、通常線路方程式の成り立つ無損失均一多線条分布結合線路について、半角のリチャードの変数 θ を導入して、 θ 変数領域での集中素子と理想変成器を用いてその多端子等価表現を示した。多線条線路と本章で対象としている磁心を含む線路形変成器とは、変成器作用というその基本的動作において類似点をもつ。実際、第2章に示した多線条線路の多端子アドミタンス行列は、式(4-12)に示した主振動モードに関するアドミタンス行列と同様な形をしており、 θ 変数は低い周波数において実周波数 ω との比例性が良好であるので、低周波領域での両者の伝送特性は、同じような性質を呈する。したがって、第2章の場合と同様な手法を用いることによって、図(4-1)(a)に示す環状磁心を有する変成器の主振動モードに関する多端子等価表現を導くことができる。式(4-12)より得られた多端子のアドミタンス行列 (Y) を和分解して、

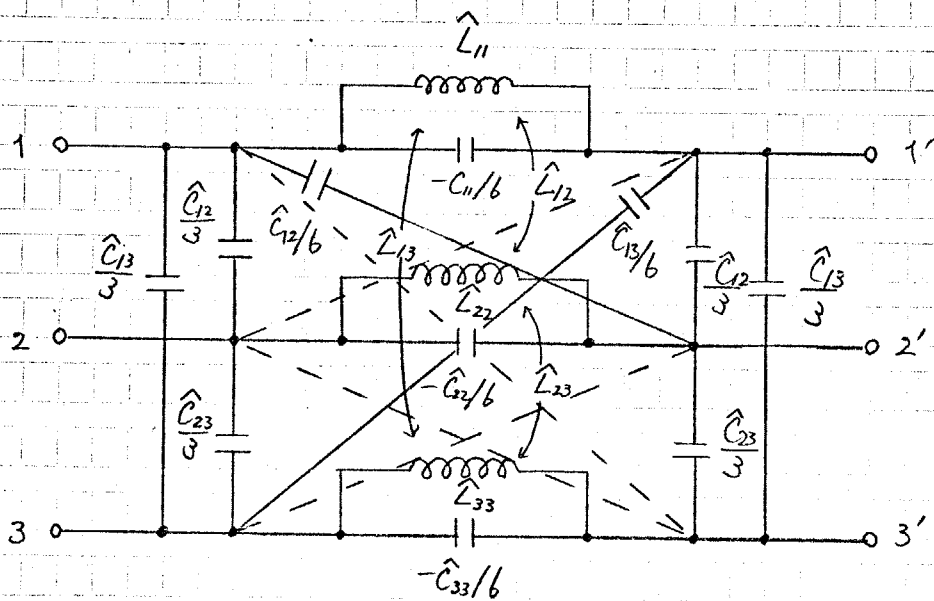
$$(Y) = j\omega \begin{pmatrix} (\hat{C})/3 & (\hat{C})/6 \\ (\hat{C})/6 & (\hat{C})/3 \end{pmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{pmatrix} (\hat{L}_0)^T & -(\hat{L}_0)^T \\ -(\hat{L}_0)^T & (\hat{L}_0)^T \end{pmatrix}$$

(4-29)

を得る。式(4-29)の第1項は、負素子の存在を許せば、キャパシタンスを各端子間に接続した完全グラフの形で表現できる。式(4-29)の第2項は、階数 n の行列であり、しかも、非対角部分の符号が負であるため、全体の行列は行の和、列の和がともに零となっていることがわかり、不定アドミタンス行列の形をしている。したがって大地より浮いた構造であることが知られる。

この第2項の部分には、 $2n$ 個の電流のうち階数に相当する n 個が独立となり

しかも対応する部分の端子の同一番号(たとえ)の電流は共通となるように退化した構造となっている。そこで、巻線線路形変成器の変成器作用を考慮して、端子の変成器を用いて回路表現を求める。式(4-29)のオ1項部分を並列接続した全体の表現は図(4-6)のように得られる。この場合にも、図(4-2)と同様に $n=3$ の場合を示す。ただし、多くの変成器では対地容量を無視して取り扱えることと、図(4-6)の表現を簡単化するために大地から浮いている構造のものを示す。一般の n の場合にも、そのまま拡張されることは明らかである。



図(4-6) 環状磁心を有する変成器の主振モード等価表現($n=3$)
(対地容量のない場合)

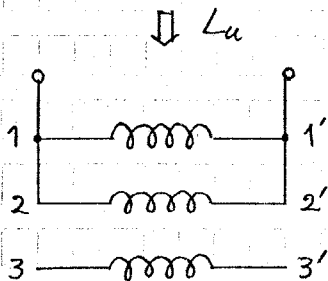
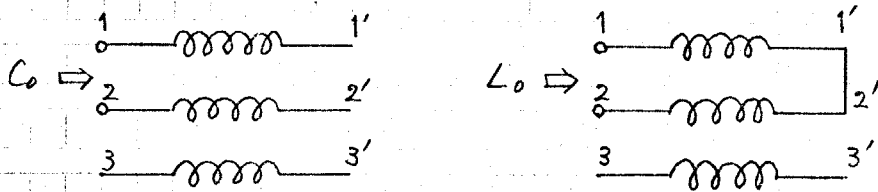
図(4-6)において、 \hat{C}_{ij} ($i=j$), \hat{L}_{ij} は、それぞれ (\hat{C}) , (\hat{L}_0) の (i, j) 要素であり、 (\hat{C}_{ij}) ($i \neq j$) については (\hat{C}) の (i, j) 要素に負の符号をつけたものを表わす。このような \hat{C}_{ij} , \hat{L}_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$) は一般に正の実数である。また、図(4-6)の点線部分はキャパシタンスが接続されるのであるが、図が複雑化するのを避けるため簡略して示している。端子 i と端子 j' (i, j'

$= 1, 2, \dots, n$) の間に接続されるキャパシタンスの値は $\hat{C}_{ij}/6$ である。

さて、現実の設計などの際に好都合となるのは、線路の一次定数あるいは外部から測定できるパラメータである。そこで、図(4-6)に示した環状磁心を有する変成器の等価表現における素子値と外部から測定できるパラメータの関係を導く。ここでは、対称3巻線変成器の場合を例にとりて説明するが、一般の n 巻線変成器にもそのまま類推、拡張できる。

対称3巻線変成器においては、3巻線導体の対称性より、 (\hat{C}) , (\hat{L}) 行列を定めるパラメータは、それぞれ1つと2つであり、変成器の巻線導体各部の電流 I_i ($i = 1, 2, 3$) 一定とみなせる程度の低い周波数において、例えば、図(4-7)に示すように端子を短絡、開放して測定した静電容量 C_0 およびインダクタンス L_0, L_u をパラメータに選ぶ。これらのパラメータを用いると、図(4-6)中の素子値は、

$$\begin{aligned} \hat{C}_{ii} &= 4C_0/3, & \hat{C}_{ij} &= 2C_0/3 & (i, j = 1, 2, 3) \\ \hat{L}_{ii} &= L_u + L_0/4, & \hat{L}_{ij} &= L_u - L_0/4 \end{aligned} \quad (4-30)$$



図(4-7) 線路形変成器の測定パラメータ

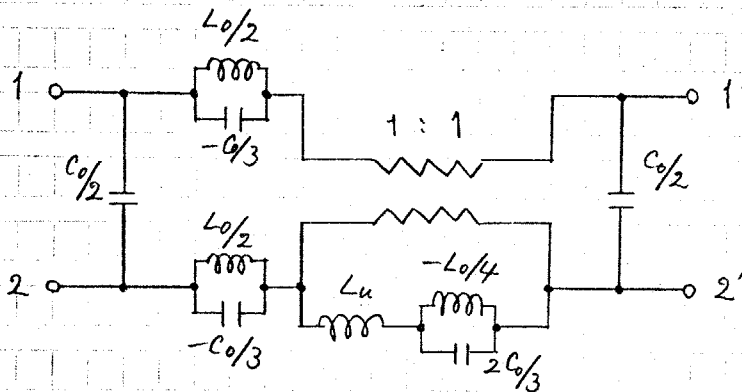
また、図(4-6)の一般的等価表現は、最少素子数の回路で別表現することが出来る。実用上重要な二、三の変成器の等価表現を測定パラメータを用いて表わす。

(1) 対称2巻線変成器

前節の相互誘導分布の広がりや伝送特性の関連性の項で例として示したように、式(4-27), (4-28)†のような $(L_0), (C_0)$ 行列に対して、外部から測定できるパラメータとして、図(4-7)に示した $n=3$ の場合と同様に (C_0, L_0, L_u) なる3つの定数を選ぶ。(図(4-7)において、巻線導体(3-3')がない場合の (C_0, L_0, L_u) である。) この測定パラメータと $(L_0), (C_0)$ 行列の要素との対応は、

$$L_0 = 2(L - M)l^2, \quad L_u = (L + M)l^2/2, \quad C_0 = Cl \quad (4-31)$$

である。これらの測定パラメータを用いた等価表現を図(4-8)に示す。



図(4-8) 対称2巻線変成器の等価表現
(対地容量のない場合)

(2) 同軸線で構成された変成器

巻線の同軸線の内導体を(1-1')巻線, 外導体を(2-2')巻線とすると $(L_0), (C_0)$ 行列として、

$$L_0 = \begin{pmatrix} L & M \\ M & L \end{pmatrix}, \quad C_0 = \begin{pmatrix} C & -C \\ -C & C \end{pmatrix}$$

$$(L_0) = \begin{pmatrix} L & M \\ M & M \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} C_1 & -C_1 \\ -C_1 & C_1 + C_2 \end{pmatrix} \quad (4-32)$$

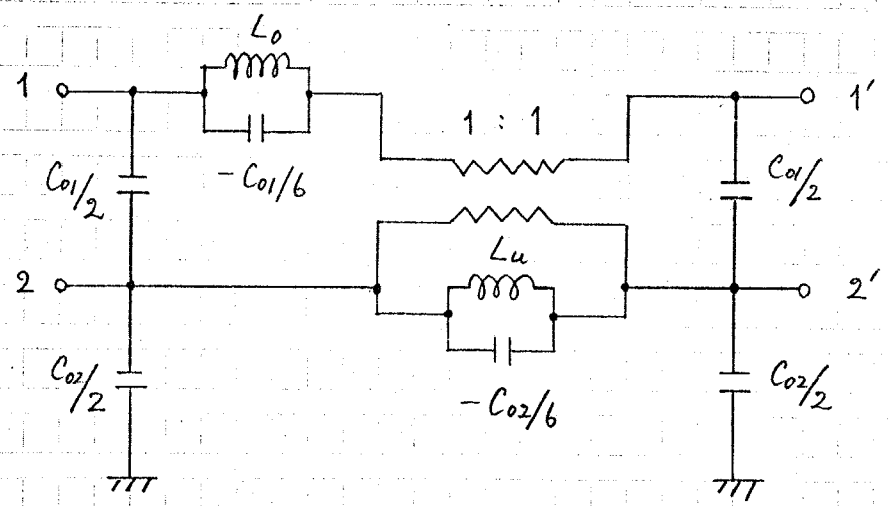
とおける。ただし、 C_2 は外導体と大地間の単位長あたりの静電容量である。ここで対称コイル変成器の場合と同様な測定条件における測定パラメータ(L_0, L_u, C_{01})を定義する。この測定パラメータと(L_0), (C)行列の要素とは、

$$L_0 = (L - M)l^2, \quad L_u = Ml^2, \quad C_{01} = C_1 l \quad (4-33)$$

の関係がある。また、他の端子を開放して、外導体と大地間を端子対として低い周波数において測定した静電容量を C_{02} とすると、

$$C_{02} = C_2 l \quad (4-34)$$

である。これらの測定パラメータ(L_0, L_u, C_{01}, C_{02})を用いた等価表現を図(4-9)に示す。



図(4-9) 同軸線で構成された変成器の等価表現

(3) 対称コイル変成器

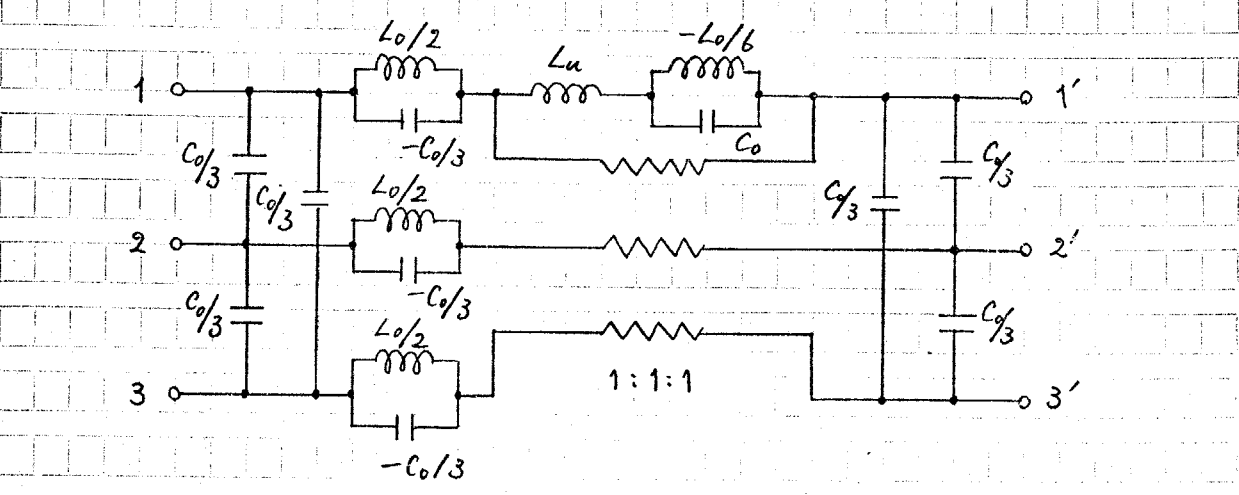
(L_0), (C)行列は、対称性を考慮して、

$$(L_0) = \begin{pmatrix} L, M, M \\ M, L, M \\ M, M, L \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} 2C, -C, -C \\ -C, 2C, -C \\ -C, -C, 2C \end{pmatrix} \quad (4-35)$$

とおける。測定パラメータとして図(4-7)に示した (L_0, L_u, C_0) を用いる。測定パラメータと $(L_0), (C_0)$ 行列の要素との対応は、

$$\begin{aligned} L_0 &= 2(L-M)l^2, & L_u &= (L+M)l^2/2 \\ C_0 &= (3/2)Cl & & \end{aligned} \quad (4-36)$$

である。これらの測定パラメータを用いた等価表現を図(4-10)に示す。



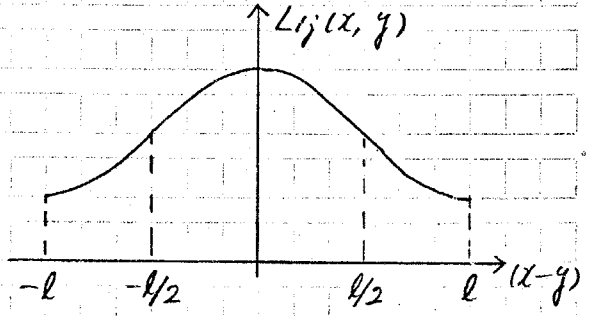
図(4-10) 対称3巻線変成器の等価表現

4.4 棒状磁心を有する変成器の効端子等価表現

棒状磁心を有する変成器の場合、図(4-2)のモデルにおいて、相互誘導分布はいずれも場所の間の相対距離 $(x-y)$ の関数として変化し、相対距離の増大によって、単調に減少するものと考えられる。また、相対距離 $(x-y)$ は $-l$ から l までしか意味をもたないので、区間 $(-l, l)$ においてフーリエ級数展開して考える。環状磁心の場合と同様な形で表現できるが、展開する周期が2倍になる。ただし、環状磁心の場合と異なる。

$$L(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} (L_k) \cos\left(\frac{\pi}{l} k(x-y)\right) \quad (4-37)$$

ここで、 (L_k) ($k=0, 1, \dots$)は、 (i, j) 要素が $L_{ij}(x, y)$ のフーリエ級数展開の $(k+1)$ 項の係数からなる列を表わす。



図(4-11)に示した相互誘導分布の形は、一般には簡単には得られない。

図(4-11) 棒状磁心の場合の相互誘導分布

棒状磁心に分布定数線路を巻いた変成器における相互誘導分布の広がりや伝送特性との関連性に関して、環状の場合

のときの解析結果から式(4-11)の第3項以上の高次の項は基本伝送特性にはほとんど影響を与えないものと類推できる。そこで、ここでは、式(4-37)で示された相互誘導分布をそのフーリエ級数の第2項まで考えた解を導き、第2項と伝送特性との関係を調べて、棒状磁心を有する変成器の主振動モードが、環状磁心の場合と異なり、式(4-37)のフーリエ級数の定数項および第2項によって定まることを示す。さらに、規定パラメータを用いた多端子等価表現を示して、棒状磁心の場所とほぼ同様な取り扱いが可能であることを示す。

4.4.1 変成器の多端子対回路行列

式(4-37)における相互誘導分布の第2項まで考えた場合の伝送特性を導く。なわち、式(4-37)において、

$$L(x, y) \doteq (L_0) + (L_1) \cos\left(\frac{\pi}{l}(x-y)\right) \quad (4-38)$$

とする。

図(4-2)のモデルから成り立つ線路方程式(4-1)、(4-2)は、この式(4-38)によって変形され、次のようになる。

$$-\frac{\partial}{\partial x} V(x) = j\omega(L_0)I_0 + j\omega(L_1)I_1(x) \quad (4-39)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} I(x) = j\omega(C)V(x) \quad (4-40)$$

$$I_k(x) = \int_0^l I(y) \cos\left(\frac{\pi}{l}k(x-y)\right) \quad (k=0, 1) \quad (4-41)$$

式(4-39)~(4-41)の解法は、前節の環状磁心の場合の高次振動モードを含む伝送特性の導出手順とほぼ同様であり、ここでは簡単に記す。

式(4-39), (4-40)より積分, 代入を繰り返すことにより, $I(x)$, $V(x)$ に関して, †

$$V(x) = V(0) - \sum_{k=0}^1 j\omega(L_k) \int_0^x I_k(\xi) d\xi \quad (4-42)$$

$$I(x) = I(0) - j\omega(C)V(0)x - \sum_{k=0}^1 \omega^2(C)(L_k) \int_0^x \int_0^\eta I_k(\xi) d\xi d\eta \quad (4-43)$$

を得る。

式(4-43)を式(4-41)に代入すると, $k=0, 1$ について各々式を得るが, その式より, 環状磁心の場合と同様な観点から, $I_1(x)$ は x の関数として $\cos(\frac{\pi}{l}x)$, $\sin(\frac{\pi}{l}x)$ 以外の成分をもたないことがわかる。そこで,

$$I_1(x) = J_a \cos\left(\frac{\pi}{l}x\right) + J_b \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) \quad (4-44)$$

とおく。ただし, J_a, J_b は, 係数を表わす2次の列ベクトルである。

式(4-43)を式(4-41)に代入し, さらに, 式(4-43)を代入して係数を比較することにより,

$$\left((1_n) + \omega^2(\hat{C})(\hat{L}_0)/6\right)J_0 = \left(I(0) - j\omega\frac{\hat{C}}{2}V(0)\right)l - \omega^2(\hat{C})(\hat{L}_1)(2a_2J_a + (a_1 - a_3)J_b) \quad (4-45)$$

† 環状磁心の場合と同様 $J_0(x) \equiv J_0$ (定数)である。

$$((1_m) - a_2 \omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_1)) J_a = j\omega (\hat{C})(4a_2 V(0)) l + \omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_0) 2a_2 J_0 + \omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_1) a_3 J_b$$

(4-46)

$$((1_m) + a_2 \omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_1)) J_b = (I(0) 4a_1 - j\omega (\hat{C})(2a_1 V(0))) l - \omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_0) (a_1 - a_3) J_0 - \omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_1) a_3 J_a$$

(4-47)

を得る。ただし、 $(\hat{C}) = (C)l$, $(\hat{L}_0) = (L_0)l^2$, $(\hat{L}_1) = (L_1)l^2$, $a_1 = 1/2\pi$, $a_2 = 1/2\pi^2$, $a_3 = 2/\pi^3$ である。

式(4-45)~(4-47)は、環状磁心の場合と違って非常に複雑な式となっている。そこで、この J_0, J_a, J_b に関する線形連立方程式を行列の次の性質を利用して解く。

(性質) 任意の正方行列 K から生成される二つの行列

$$(A) = a_0(1_n) + a_1(K) + \dots + a_m(K)^m$$

$$(B) = (b_0(1_n) + b_1(K) + \dots + b_n(K)^n)^{-1}$$

(ただし、 m, n は 0 および自然数、 a_i, b_i 等は複素数) は互いに可換である。($(A)(B) = (B)(A)$)

式(4-45)~(4-47)において、自分自身を含む巻線導体間の相互誘導分布の形が同じであると仮定して、 $(\hat{L}_1) = k(\hat{L}_0)$ において、さらに、 $\omega^2 (\hat{C})(\hat{L}_1)$ に関して上記の性質を用いると、通常のスカラー演算と同様な演算が行なえて、 J_0, J_a, J_b は、 $I(0), V(0)$ の関数(線形結合)として求まる。

一方、式(4-42)において、 $x = l$ とおくと、

$$V(l) = V(0) - j\omega (\hat{L}_0)(J_0/l) - j\omega (\hat{L}_1) 4a_1 (J_b/l) \quad (4-48)$$

より、この式に式(4-45)~(4-46)より求まる J_0, J_b を代入することにより、 $I(0), V(0), V(l)$ の関係として、

$$\mathbb{I}(l) = (Y_1) \mathbb{V}(l) + (Y_2) \mathbb{V}(l) \quad (4-49)$$

$$(Y_2) = (P)^T \left\{ (l_m) + \gamma_1(K) + \gamma_2(K)^2 + \gamma_3(K)^3 \right\} \frac{(\hat{L}_0)^T}{j\omega}$$

$$(Y_1) = -(Y_2) + (P)^T \left\{ \gamma_4(l_m) + \gamma_5(K) + \gamma_6(K)^2 \right\} j\omega(\hat{C})$$

ただし, $(K) = \omega^2(\hat{C})(\hat{L}_1)$, $(P) = ((l_m) - a_2(K))(t_1(l_m) + t_2(K))$

$$t_1 = 1 + k(4a_1)^2, \quad t_2 = 8a_1a_3 - \frac{5}{3}a_2$$

$$\gamma_1 = 1/6k$$

$$\gamma_2 = a_3^2 - a_2^2 - \frac{1}{k}(a_1^2 - 3a_1a_3 + a_3^2)$$

$$\gamma_3 = (2a_2^2 - 30a_2a_3 - \frac{11}{4}a_3^2) / 6k$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2} + 8a_1^2k, \quad \gamma_5 = k8a_1a_2(2a_3 - a_1) + \frac{8}{3}(9a_2^2 - a_1^2)$$

$$\gamma_6 = \frac{1}{2}(a_3^2 - a_2^2) + \frac{8}{3}a_2(a_1^2 + 3a_3^2 - 17a_2^2)$$

を得る。

式(4-49)は、棒状磁心を有する線路形変成器において、図(4-2)のモデルにおける相互誘導分布をそのフーリエ級数展開の第2項まで考えたときのアドミタンス行列を与えている。式(4-49)は非常に複雑な式であり、また、高次の振動モードを含む形になっている。そこで $((l_m) - a_2(K))^T$ を、

$$((l_m) - a_2(K))^T = (l_m) + a_2(K) + a_2^2(K)^2 + \dots \quad (4-50)$$

と展開し、さらに、 $(t_1(l_m) + t_2(K))^T$ の展開式も用いて、式(4-49)に代入して、主振動モードの伝送特性を導く。変成器の左右対称性を考慮すると、棒状磁心を有する変成器のアドミタンス行列として、

$$\begin{pmatrix} \mathbb{I}(l) \\ -\mathbb{I}(l) \end{pmatrix} = \left\{ \frac{1}{j\omega t_1} \begin{pmatrix} (\hat{L}_0)^T & -(\hat{L}_0)^T \\ -(\hat{L}_0)^T & (\hat{L}_0)^T \end{pmatrix} + j\omega \begin{pmatrix} \alpha(\hat{C}) & \beta(\hat{C}) \\ \beta(\hat{C}) & \alpha(\hat{C}) \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \mathbb{V}(l) \\ \mathbb{V}(l) \end{pmatrix}$$

(4-51)

を得る。ただし、

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{k_1} \left(\frac{1}{3} + k(3a_2 + \frac{k_2}{k_1}) \right) \\ \beta = \frac{1}{k_1} \left(\frac{1}{6} + k(a_2 - \frac{k_2}{k_1}) \right) \end{cases}, \quad \begin{cases} k_1 = 1 + k(4a_1)^2 \\ k_2 = 8a_1a_3 - \frac{5}{3}a_2 \end{cases}$$

$$(\alpha + \beta = \frac{1}{2}) \tag{4-52}$$

である。

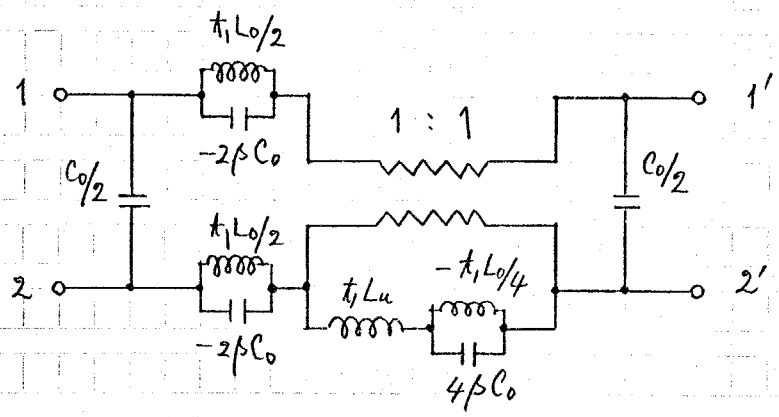
上記の解析から得られた多端子対アドミタンス行列から、図(4-11)に示した相互誘導分布の広がりや伝送特性の関連性を対称二巻線変成器を例にとりて考えてみる。対称二巻線変成器の分布インダクタンス行列として、

$$(L_0) = \begin{pmatrix} L & M \\ M & L \end{pmatrix}, \quad (L_1) = k(L_0) \tag{4-53}$$

とし、分布キャパシタンス行列は、対地容量を無視した場合として、

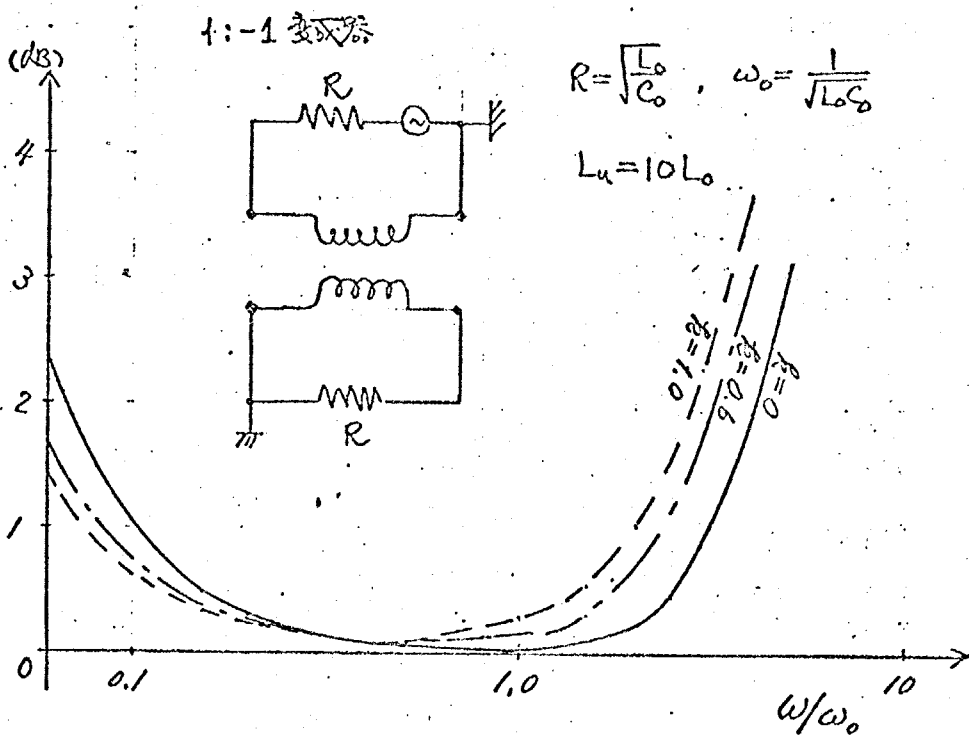
$$(C) = \begin{pmatrix} C & -C \\ -C & C \end{pmatrix} \tag{4-54}$$

で与えられるものとし、式(4-53)、(4-54)と式(4-51)のアドミタンス行列から図(4-12)のような等価表現を得る。ただし、 $L_0 \triangleq 2(L-M)l^2$, $C_0 \triangleq Cl$, $L_u \triangleq (L+M)l^2/2$ とする。



図(4-12) 対称二巻線変成器の等価回路表現

(4-12)において、式(4-38)の相互誘導分布のフーリエ級数の第2項の大きさを表わす定数 k をパラメータとして変化させると、相互誘導分布の広がり特性との関連性を調べることが出来る。環状磁心を有する変成器の場合には、相互誘導分布のフーリエ級数の第2項以降の高次の項は高次の振動モードを与え、等価回路においても直列共振枝として現われた。これに対して磁心を有する変成器の場合は、図(4-12)から明らかなように、相互誘導分布のフーリエ級数の第2項は、直接、基本振動モードのインダクタンス、キャパシタンスとして現われる。↑パラメータ $k=0$ のときは、 $\tau_1=1$ 、 $\alpha=1/3=1/6$ となり、環状磁心の場合の主振動モードの等価回路と一致するがパラメータ $k=1$ のときは、 $\tau_1=1.41$ 、 $\alpha=0.344$ 、 $\beta=0.156$ となり、(4-12)中のキャパシタンスの値はほとんど変化しないが、インダクタンスの大きく変化する。実際、対称2巻線変成器を1:-1変成器として用いたと伝送特性を図(4-12)の等価表現を用いて、 k をパラメータとして計算したの結果を図(4-13)に示す。



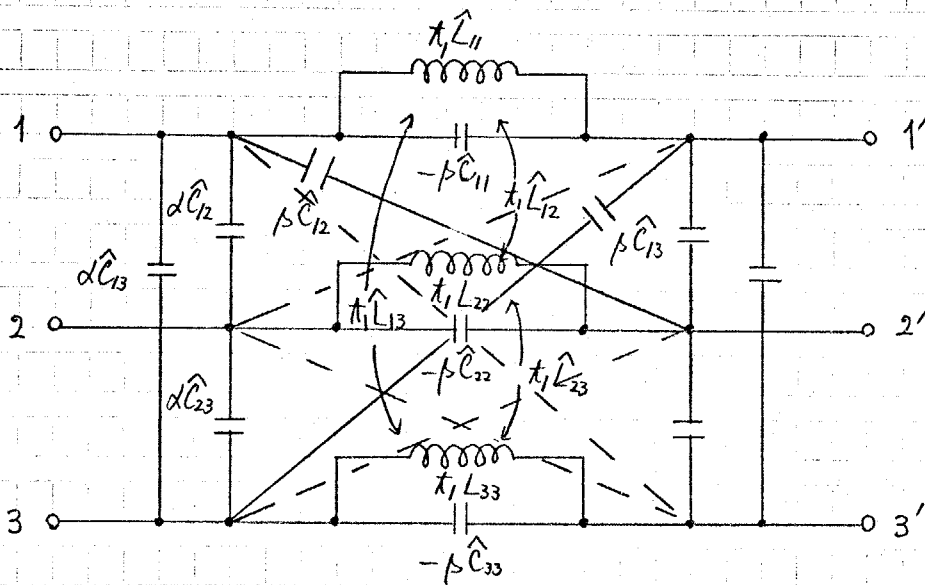
図(4-13) 相互誘導分布と伝送特性の関係

次に、第3項は、環状磁心の相互誘導分布の第2項に對し、高次振動モードとして、直列共振枝として現われると類推される。

図(4-13)からわかるように、相互誘導分布 $(L(x, y))$ の第2項は、変成器の伝送特性に大きく影響を与える。このことは、一般の棒状磁心を有する巻線変成器についても言えることである。すなわち、棒状磁心を有する変成器の伝送特性は、環状の場合と違って、図(4-11)に示した相互誘導分布の広がり、の形状によって異なる。

4.4.2 変成器の等価回路表現

式(4-51)のアドミタンス行列から求まる棒状磁心を有する変成器の一般的等価回路表現は、ほとんど環状磁心の場合と同様であるので、図(4-14)に示すに留まる。図(4-14)において、 \hat{C}_{ij} , \hat{L}_{ij} はそれぞれ (\hat{C}) , (\hat{L}_0) の要素であり、環状磁心を有する変成器の等価表現(図(4-6))と同様な表示を用いている。また、 α , β , τ_i 等は、式(4-52)で与えられる定数である。



図(4-14) 棒状磁心を有する変成器の等価表現
(対地容量のない場合)

ここでは、主に、現実の設計などの際に好都合となる測定パラメータについて、図(4-6)を参照。

言及し、測定パラメータを用いて表わした棒状磁心の変成器の等価回路表現は、環状磁心の場合のそれとほぼ同じになることを示す。

測定パラメータとは、環状磁心を有する変成器の項で述べたように、変成器の巻線導体各部の電流 $I_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 一定とみなせる程度の低い周波数において、各端子を短絡、開放して測定した静電容量およびインダクタンスである。この測定パラメータとキャパシタンス、インダクタンス行列の要素の対応に関しては、静電容量については環状磁心の場合と同様であるが、インダクタンスについては多少異なる。すなわち、測定パラメータのインダクタンスは、式(4-1), (4-2)の基本回路方程式において、 $(C) = 0$ とおいた場合の解に対応する。 $(C) = 0$ とおくと、式(4-1), (4-2)の解は、

$$I(x) = I(0) \quad (\text{一定}) \quad (4-55)$$

$$V(l) - V(0) = - \left(\int_0^l \int_0^l (L(x, y)) dy dx \right) I(0) \quad (4-56)$$

なる。棒状磁心を有する変成器のフーリエ級数展開式において、 $(L) = k(L_0)$ といった式、

$$(L(x, y)) = (L_0) \cdot \left(1 + k \cos \left(\frac{\pi}{l} (x - y) \right) \right) \quad (4-57)$$

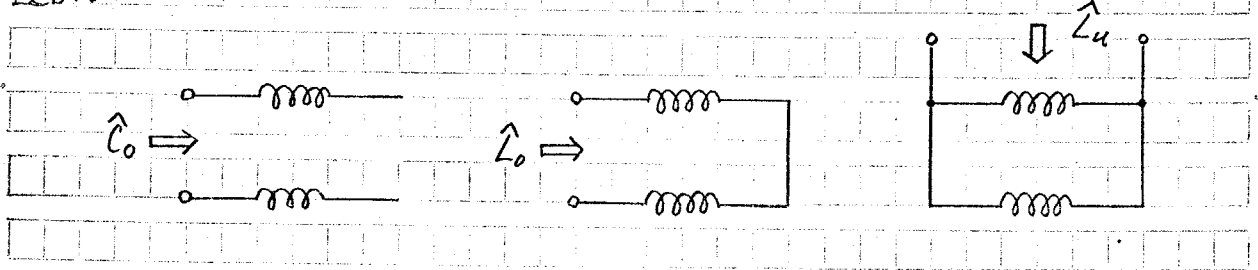
式(4-55)を代入すると、

$$V(l) - V(0) = - \pi_1 (\hat{L}_0) I(0) \quad (4-58)$$

得る。†式(4-58)は、棒状磁心を有する変成器における各端子を開放、短絡して測定したインダクタンスの測定パラメータが $\pi_1 (\hat{L}_0)$ の要素によって表われることを示している。次に、測定パラメータを用いた棒状磁心を有する変成器の等価回路表現は、ほぼ、環状の場合と同じになることを対称2巻線変成器を例にとって説明する。

図(4-12)に示した対称2巻線変成器について、前と同様†(式(4-53))、環状磁心の場合は、 $\int_0^l \int_0^l (L(x, y)) dy dx = (\hat{L}_0)$ と†なり、相互誘導分布の定数項の要素だけにおいて、測定パラメータのインダクタンスが表わされると解釈できる。又 π_1 に関しては、式(4-52)にて定義。

(4-54) 分布インダクタンス, キャパシタンス行列が与えられたとき, T 測定パラメータとして, 図(4-15)に示すように端子を短絡, 開放して低い周波数において測定した静電容量 \hat{C}_0 およびインダクタンス \hat{L}_b, \hat{L}_u をパラメータに選ぶ。



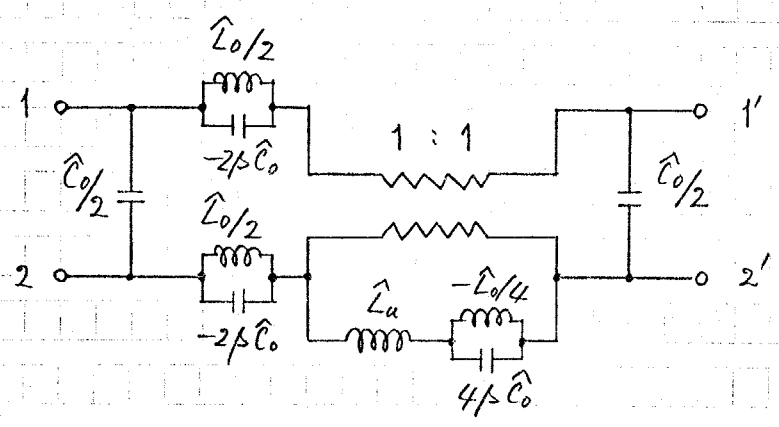
図(4-15) 対称2巻線変成器の測定パラメータ

式(4-58)の結果より, この測定パラメータ ($\hat{C}_0, \hat{L}_b, \hat{L}_u$) と $(C), (L_0)$ 行列の要素との関係は,

$$\hat{C}_0 = Cl, \quad \hat{L}_b = \mu_0 2(L-M)l^2, \quad \hat{L}_u = \mu_0 (L+M)l^2/2$$

(4-59)

となる。図(4-12)に示した対称2巻線変成器の最小素子数による等価回路をこの測定パラメータを用いると図(4-16)のように表わされる。



図(4-16) 測定パラメータを用いた対称2巻線変成器の等価表現

$${}^T C = \begin{pmatrix} C & -c \\ -c & c \end{pmatrix}, \quad {}^T L_0 = \begin{pmatrix} L & M \\ M & L \end{pmatrix}, \quad (L) = k(L_0)$$

図(4-16)には、相互誘導分布の広がり的大小を表わすパラメータ β により、直接決まる β なる定数が含まれている。しかし、この β は、パラメータの β に対してあまり変化せず、ほぼ $\beta \approx 1/6$ とみなせる。このことより、測定パラメータとそれを用いて表わされた等価回路を用いると、棒状磁心を有する変成器も環状磁心を有する変成器と同様な取り扱いが可能であると結論できる。対称2巻線変成器を例にとりて詳述したが、これらのことは一般の棒状磁心を有する多巻線変成器についてもそのまま類推、拡張できる。

4.5 おすび

磁心を有する多巻線線路形変成器について、巻線部分間の相互誘導を有する全線路からなるモデルを基にして解析することにより、主として基本的動作性を導いた。ここでは、一般の n 巻線変成器に対して、あらゆる使用条件にして有効な独立2 n 端子対回路としての多端子回路行列を導き、さらに、集定数素子を用いた等価表現を示した。

環状磁心を有する変成器においては、解析、設計には巻線間の相互誘導分布そのフーリエ級数の定数項のみで考えたときの伝送特性(主振動モード)で分であり、相互誘導分布の細かい形状には余り関係しないことがわかった。

これに対して、棒状磁心を有する変成器においては、巻線間の相互誘導分布性質が環状磁心の場合と異なるため、そのフーリエ級数の定数項および α_2 によって主振動モードが与えられ、伝送特性が相互誘導分布の形状に影響を及ぼすことがわかった。

しかし、変成器を外部から測定することによって得られるパラメータ(測定パラメータ)を用いて表わした変成器の等価表現は、環状および棒状の場合、ほぼ同じとなる。これらの理由として、

- (1) 巻線導体間の相互誘導分布の形状の平均の相互インダクタンスの値 L_{ij} が、変成器の主要動作特性(低次振動モード)を与える。

$(\int_0^l \int_0^l L_{ij}(x, y) dy dx)$ の意。

(2) インダクタンスに関する規定パラメータは、巻線間の相互誘導分布の形状の平均の相互インダクタンスの値として求まる。

考えられる。これらのことより、環状および棒状磁心を有する変成器に対し区別なく取り扱えることが知られた。

今後の課題として、中間タップをもつ変成器の等価回路表現およびその応用などがあられると思われる。

第5章 線路形変成器を用いた

ハイブリッド回路の設計

1 まえがき

線路形変成器は、Balunやハイブリッド回路など、通信機器として広く用いられている。従来、不均一媒質の多線条線路¹として取り扱われ、手法としてモード分解法が用いられている。2巻線変成器においては平衡モードの等性、不平衡モードの低域しゃ断特性を与えるため、各伝搬モードに関する表現が、低域、中高域等価回路となり、その物理的対応が明確である。これに対して、3巻線及びそれ以上の多巻線変成器においては、不平衡モードの低域しゃ断特性を与えることは同じであるが、他の伝搬モードに関する伝送特性との関連が明確でない。更に、多巻線変成器を2個以上組み合わせるなどでは、伝送特性の精確な性質を論じるためには数値解析によるしか

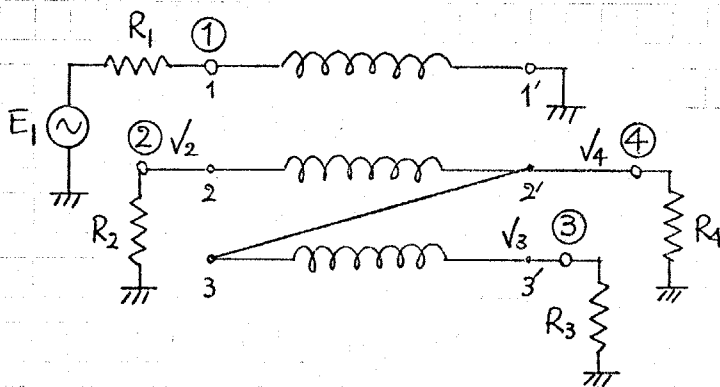
た。近年の同軸伝送方式の広帯域化に伴い、1〜数百MHzの帯域にわたって作る小型ハイブリッド回路が要求されつつある。線路形変成器を用いたブリッドコイルとしては種々の回路があるが、通常良く用いられる回路とる巻線ハイブリッドコイルがある。また、このハイブリッドコイルに、 un を縦続に接続して特性改善する方法などが考えられているが、上述の通りその動作特性、具体的設計指針は余り知られていない。

本章において、使用周波数があまり高くなく(数百MHzまで)、離れた単体部分間の電磁結合も有する多巻線変成器について、いかなる使用条件にも適用可能な集中素子多端子等価表現が得られた。本章では、第4章の

結果の実際的応用として、磁心を有する多巻線線路形変成器を用いて構成されるハイブリッド回路に適用し、実験との対比によって第4章の解析法の有効性及び有効範囲を示すとともに、ハイブリッド回路の等価表現を導いてこの回路の設計について述べる。次に、このハイブリッド回路に Balun を連続接続することによるハイブリッド動作を改善する方法について言及し、その問題点と設計指針を明らかにする。最後に、その他の回路について考察する。

5.2 ハイブリッド回路の設計

線路形変成器を用いて得られるハイブリッド回路としては種々のものが考えられている。従来良く使用されているものに3巻線ハイブリッドコイルがある。そこで、本節では、ハイブリッド回路の原型として図(5-1)に示す対称3巻線変成器を用いた回路を対象とする。



図(5-1) ハイブリッド回路

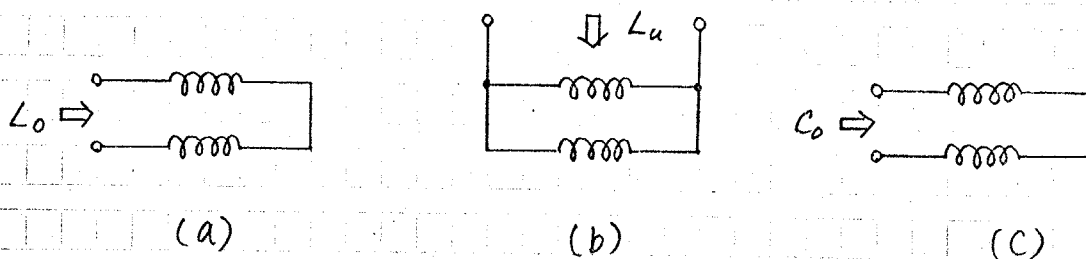
図(5-1)に示すハイブリッド回路において、新たに端子対番号①～④をつけると、この3巻線線路形変成器が理想的とみなしうる場合についてハイブリッド回路となるための条件は、ある基準抵抗 R に対して、始末端抵抗 R_i ($i=1, 2, 3, 4$)として、

$$R_1 = R_4 = R/2, \quad R_2 = R_3 = R \quad (5-1)$$

び与えられる。このとき、端子対①と④および②と③の間がそれぞれ分離され、各端子対は整合かとれ、理想的なハイブリッド動作を行う。ところが実際の分布定数形の3巻線変成器は、周波数特性の中域においては近似的に理想変成器とみなされるが、高域および低域においては、式(5-1)の条件を満足しても分配、分離特性の低下などが生じるので、これらの特性の解析、動作の限界を明らかにする必要がある。

ここでは、磁心として実用上重要な環状磁心を用いるものとし、図(5-1)に示すハイブリッド回路に、第4章において示した集中2端子素子で表現された対称3巻線変成器の等価表現(図(4-10))とその外部から測定できるパラメータ(L_0, L_u, C_0)を用いて特性解析を行う。

対称3巻線変成器の測定パラメータを再び図(5-2)として図示する。この測定パラメータ(L_0, L_u, C_0)に関して、平衡モードインダクタンス L_0 は、図(5-2)(a)よりわかるように線路の往復電流によって磁心内の磁束が打ち消されるため、磁心の透磁率に影響を受けにくく、巻線の太さ、長さによって定まる量である。一方、不平衡モードインダクタンス L_u は、磁心の透磁率、形状寸法、巻き数によって定まる量である。したがって、一般に、 $L_0 \ll L_u$ が成り立つ。

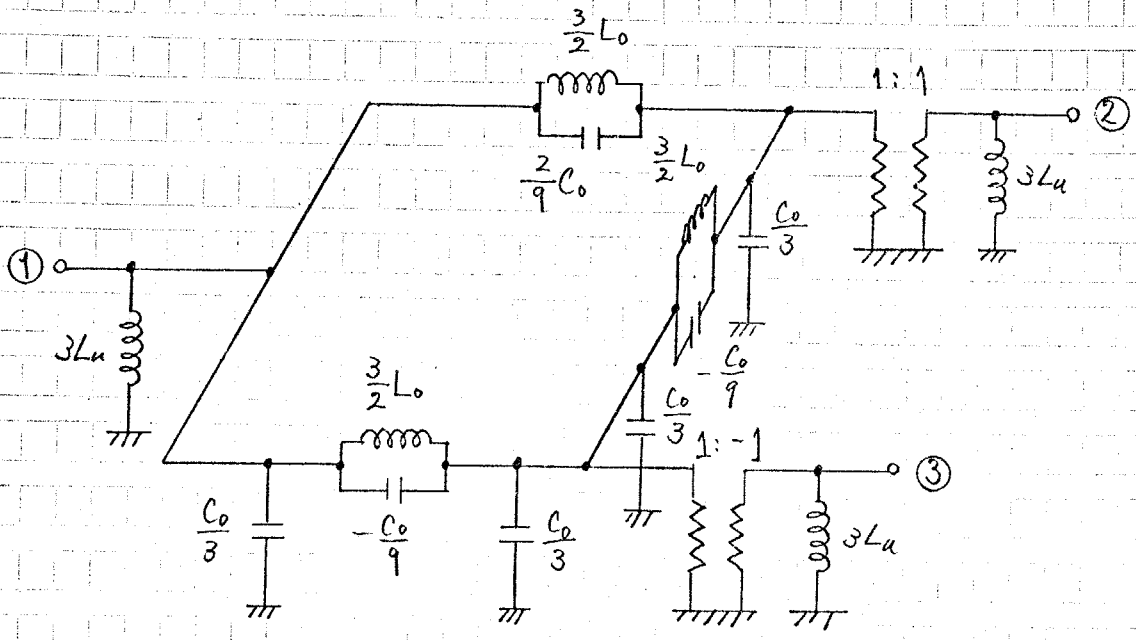


図(5-2) 対称3巻線変成器の測定パラメータ

また、磁心として通常フェライトを用いるが、高周波帯でのフェライトの透磁率は、周波数の高くなるにつれて減少する性質を有する。(フェライトの透

磁率の分散性⁽⁴⁾。平衡モードインダクタンス L_0 は、磁心の透磁率に影響を受けないため、ほぼ一定と考えられるが、不平衡モードインダクタンス L_u は周波数が高くなるにつれて小さくなるものと考えられる。しかし、この L_u は通常透磁率が一定とみなせる周波数範囲において低域シャ断特性として作用するだけなので、 L_u は透磁率の周波数分散性を無視した一定の量として取り扱って問題はない。

まず、精密な計算に先だって、回路の設計上の指針を得るために簡略化した。すなわち、図(5-1)の回路においてここでは端子対①と②、③間の伝送に着目し、端子対①と④の間の分離が完全とみなせる範囲における場合として、端子対④を接地した回路の等価表現を導いた。これを図(5-3)に示す。



図(5-3) ハイパスフィルタ回路の等価表現

設計上の指針として、図(5-3)から知れることとして、

- (1) 伝送帯域の上限は、端子対①から端子対③への伝送路における並列共振回路の共振周波数 $(\sqrt{3} / \sqrt{L_0 C_0})$ の減衰極によってほぼ与えられる。

(2) 端子対①と③の間の伝送、および端子対②と③の間の伝送は、巻線の線路を伝搬しての伝送となるために、遅延回路(全域通過回路)が接続されており、端子対①から②への伝送と、端子対①から③への伝送の平衡度が高域において低下する。

(3) 始末端抵抗を与える基準抵抗としては、厳密には定まらないが、端子対①と③の間の遅延回路の映像インピーダンス $1.5\sqrt{L_0/C_0}$ が相当と思われる。

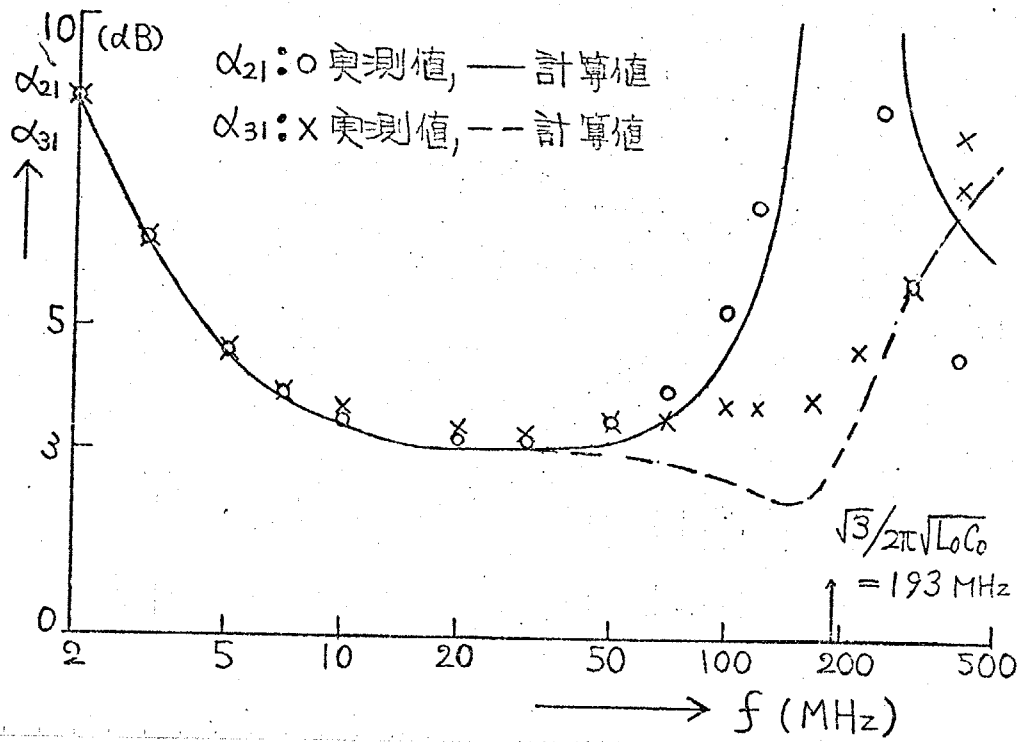
(4) 低域しゃ断は線路の不均衡モードインダクタンス L_u によって与えられる。

、などの考えられる。

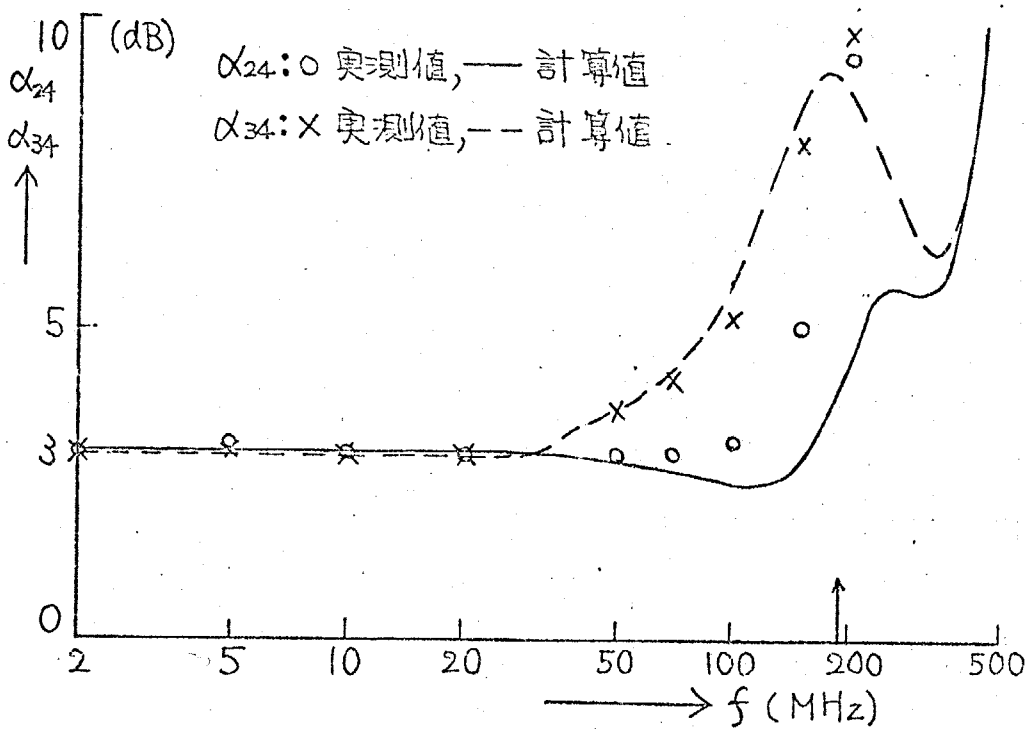
次に、端子対④にも負荷抵抗を接続した図(5-1)の回路に第4章の対称3巻線変成器の等価表現(図(4-12))を適用して導かれる等価回路から算出した計算値(計算手法としては記号解析アルゴリズムを用いた。⁽³³⁾)と現実の環状磁心を有する線路形変成器から構成したハイブリット回路の実測特性との対比を行った。その例を図(5-4)に示す。

実験に使用した磁心は、外径 14mm 、内径 10mm 、高さ 10mm のフェライトの環状磁心である。(Cu-Zn-Mg系, $\mu \approx 50$) この磁心に直径 0.5mm の絶縁(ポリウレタン系)3本より導線を5.5回巻いている。この線路に対する C_0 、 L_0 、 L_u としては、それぞれ 27.0pF 、 75.3nH 、 1.22uH (500kHz) となっている。実測特性としては、図(5-1)のハイブリット回路接続について、基準抵抗 $R = 1.5\sqrt{L_0/C_0}$ を用いて式(5-1)で定まる抵抗にて始末端して、各端子間の動作減衰量 α_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) を測定(YHP 8405A 振幅位相計にて)している。ただし、各端子間の動作減衰量 α_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) は、

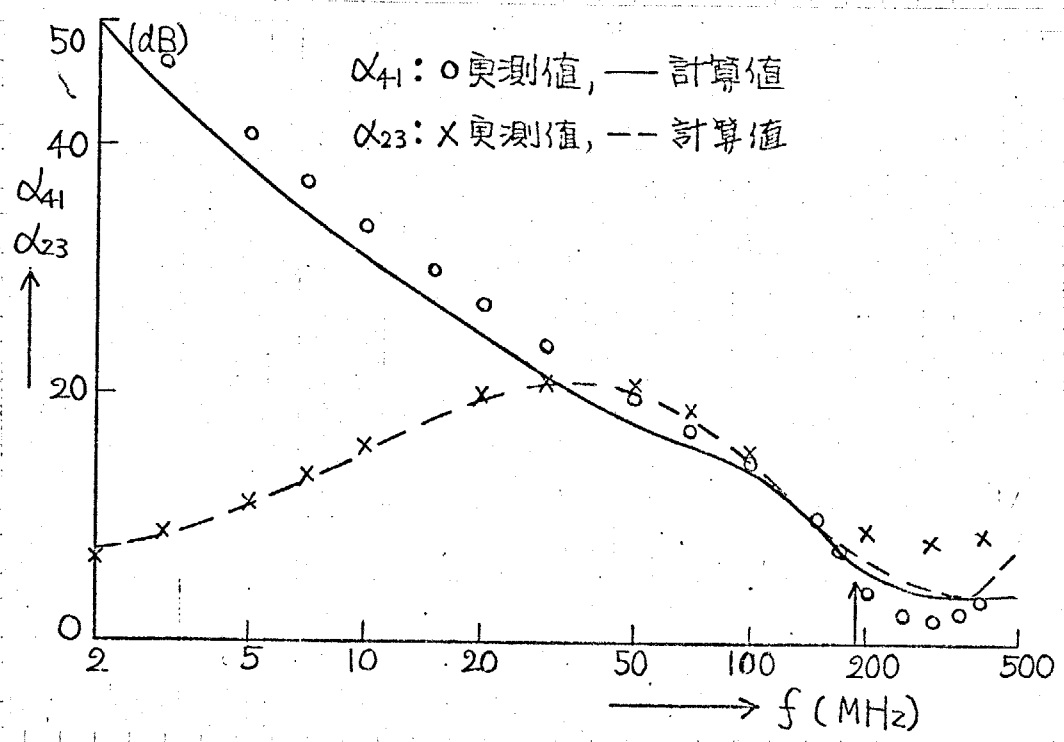
$$\alpha_{ij} = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_j}{R_i}} \left| \frac{E_i}{V_j} \right| \right) \quad (5-2)$$



(a) ①-②, ①-③間の分配特性



(b) ④-②, ④-③間の分配特性



(C) ①-④, ②-③間の分離特性

図(5-4) ハイブリッド回路の実測特性

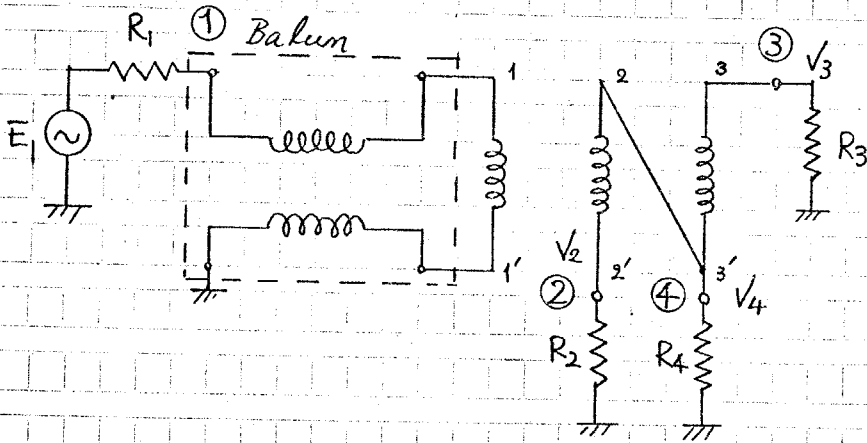
与えられる。

図(5-4)からわかることであるが、外部より測定できる定数 (L_0, C_0, L_u) 等価表現から得られる特性が実測特性とかなり良く一致している (特に、 $\omega = \sqrt{3}/\sqrt{L_0 C_0}$ 以下) ものと認められる。このように第4章に示した線路形変換器 (環状磁心) のモデル化、動作特性の解析、及び、等価表現の有効性が確認できる。

5.3 ハイブリッド回路の特性改善

図(5-5)に示すようにハイブリッド回路に Balun を接続することによって

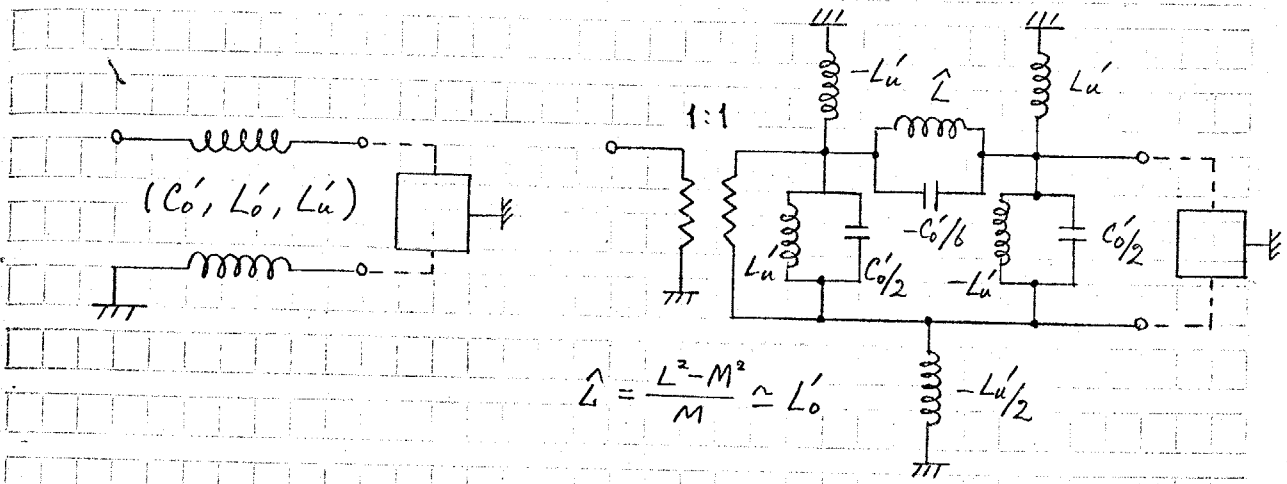
図に示した新たな端子番号に対して、端子対①から②, ③への伝送の平衡度が改善され、端子対①, ④間及び②, ③間の分離度も高くなるなどハイブリッド回路の特性改善がなされることが知られている。しかしその精密な動作特性、具体的設計指針は余り知られていない。



図(5-5) Balun を用いて特性改善されたハイブリッド回路

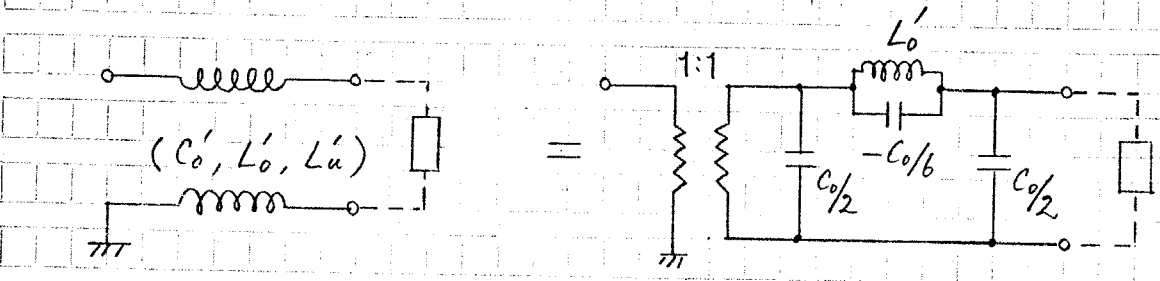
まず、図(5-5)の回路に用いる Balun の等価表現について述べる。Balun としては、環状磁心により線二本を巻いた構造の線路形変成器を用いるものとする。この Balun に用いる対線二巻線変成器の等価表現は第4章の図(4-8)に示され、測定パラメータとしては、式(4-31)に示した (C_0', L_0', L_u') となる3つの定数を置く。図(5-5)の Balun において、出力②, ③に2端子対の負荷回路が接続されたとき、Balun の出力は一般に平衡出力とはならない。したがって、Balun の等価表現は、出力端子②, ③を独立ポートとする端子対回路として取り扱う必要がある。図(4-8)の対称二巻線変成器の等価表現から導かれる3端子対回路としての Balun の等価表現を図(5-6)(a)に示す。

とくに、Balun の負荷回路として、出力端子②, ③間に負荷が接続されたとみなせる場合の等価表現は、図(5-6)(b)のようになる。この回路は、映像上、ハイブリッド回路に用いる対称三巻線変成器の測定パラメータと区別する意味でダッシュをつけて表示する。



$$\Delta = \frac{L^2 - M^2}{M} \approx L_0'$$

(a) 一般の場合



(b) 平衡負荷のとき

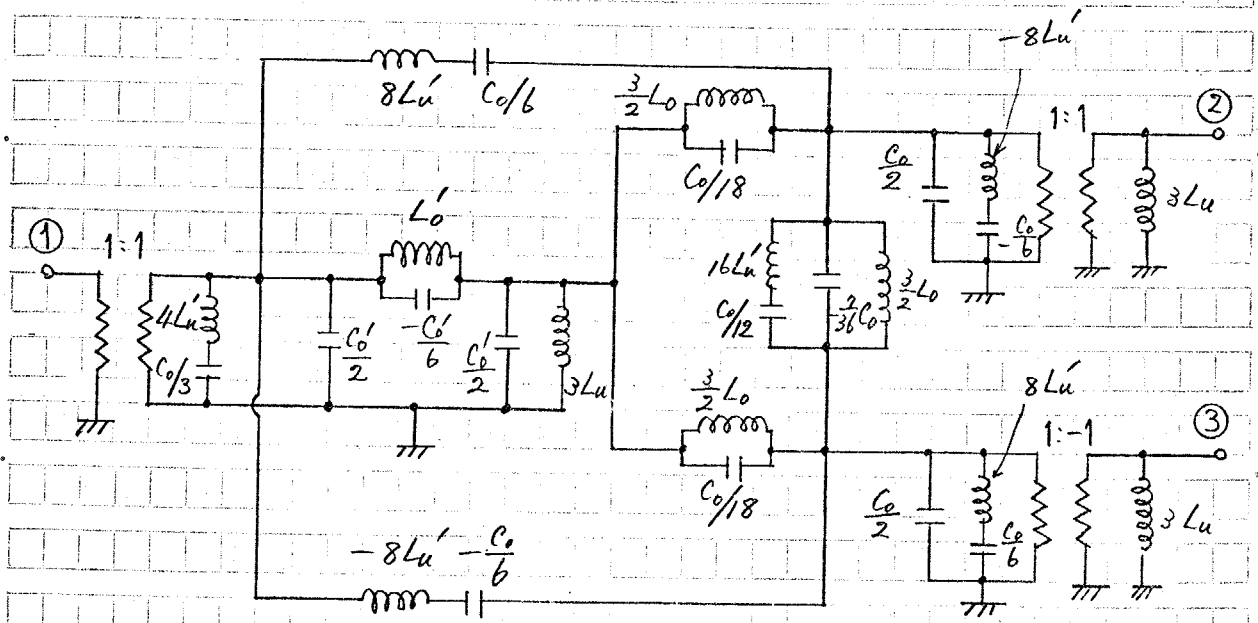
図(5-6) Balunの等価表現

インピーダンス $\sqrt{L_0'/C_0'}$ の遅延回路が Balun 作用の理想変成器に付加された回路となっている。

そこで、Balun については、図(5-6)(a) に示した Balun の一般的等価表現とる巻線ハイブリッド回路については、Balun に接続される端子 1 及び 2 を独立ポートとした等価表現および測定パラメータ (C_0, L_0, L_u) を用いて特性解析を行う。

図(5-5)の Balun を用いて特性改善されたハイブリッド回路において、各変成器が理想的とみなしうる場合のハイブリッド回路としての条件は、前節と同様に式(5-1)によって与えられる。

まず、図(5-5)の回路において、精密な計算に先だて前節と同様に端子対④を短絡した回路の等価表現を導いた。これを図(5-7)に示す。



図(5-7) 特性改善されたハイブリッド回路の等価表現

設計上の指針として、図(5-7)から知られることとして、

(1) 伝送帯域の上限は、端子対①から端子対②および③への伝送路における並列共振回路の共振周波数 $(\sqrt{12} / \sqrt{L_0 C_0})$ の減衰極によって与えられ、Balun を用いない場合と比べて伝送帯域は広がる。

(2) 端子対①から②および③への伝送の平衡度が改善され、分配、分離特性が Balun を用いない場合と比べて改善される。

(3) 始末端抵抗を与える基準抵抗 R としては、端子対①から端子対②および③への伝送路の影響インピーダンス $\sqrt{3} \sqrt{L_0 / C_0}$ が相当と思われる。また、Balun の影響インピーダンス $\sqrt{L_0' / C_0'}$ も $R/2$ に合わせる必要がある。

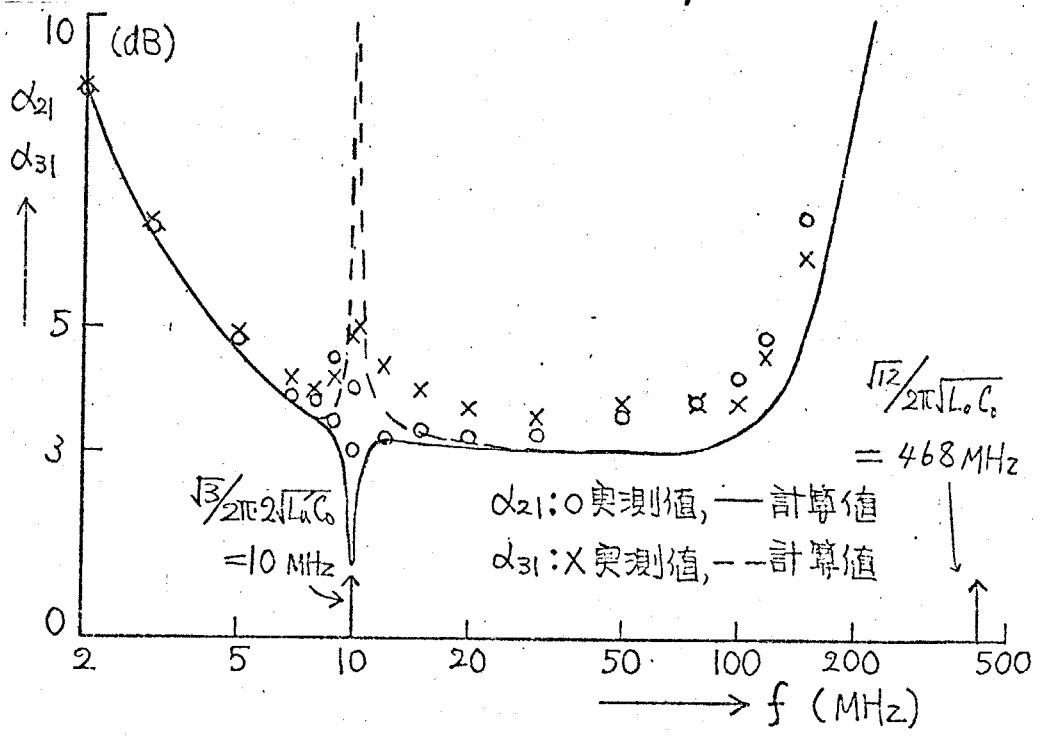
(4) 低域しゃ断特性は、Balun を用いない場合と同様で、3巻線変成器の不均衡インダクタンス L_u によって与えられる。

(5) Balun の出力が完全には平衡出力とならないため大地を通しての伝として、Balun の不平衡インダクタンス L_u と 3 巻線変成器の結合容量 C_0 を持つ角周波数 $(\sqrt{3}/2\sqrt{L_u C_0})$ に減衰極をもつ。この減衰極を伝送帯域 F 限以下にするために、Balun の不平衡インダクタンス L_u が大きくなるように、たとえば、Balun に用いる変成器の磁心には透磁率の大きいものを用いるなどの必要がある。

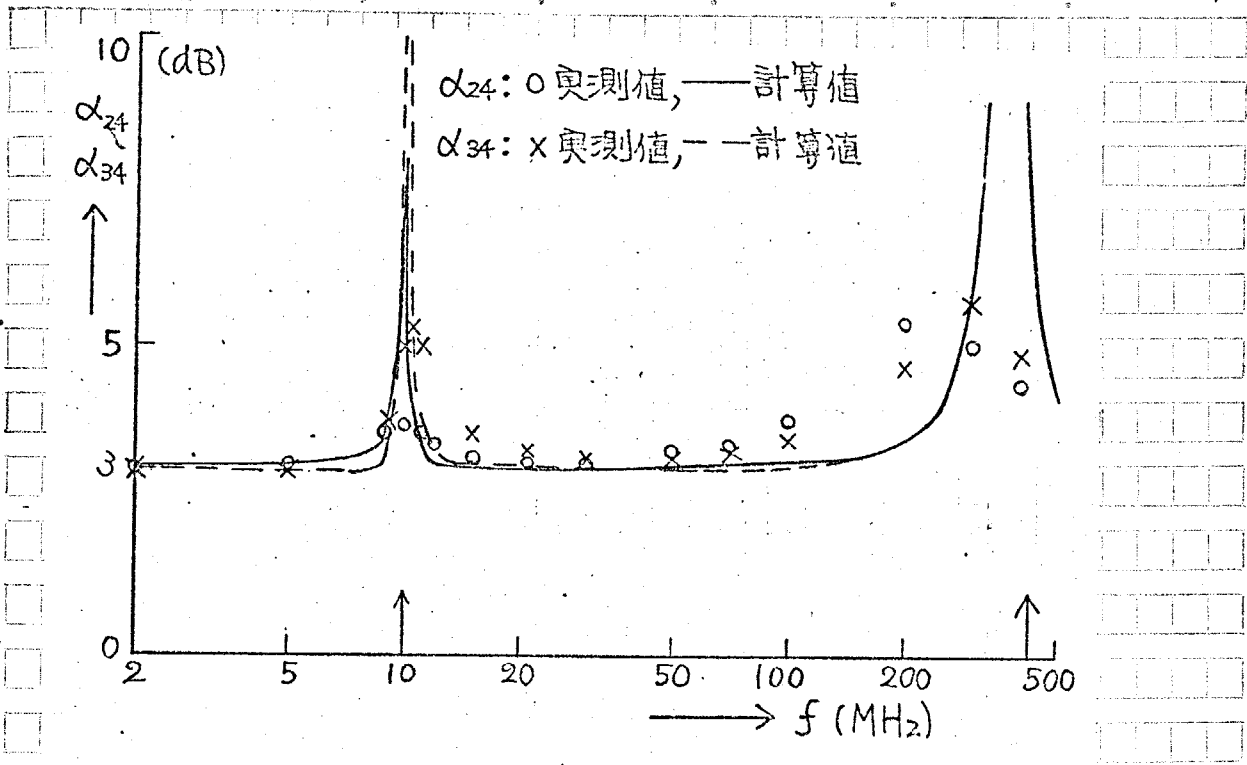
よりの得られた。

次に、これらの結果を確認するために、端子対④にも負荷抵抗を接続した回等価回路を導き、その等価回路から算出した計算値に対して、上述の(1)~設計指針を基に現実の環状磁心を有する変成器を2つ用いて図(5-5)の回を構成し、その実測特性との対比を行った。その例を図(5-8)に示す。

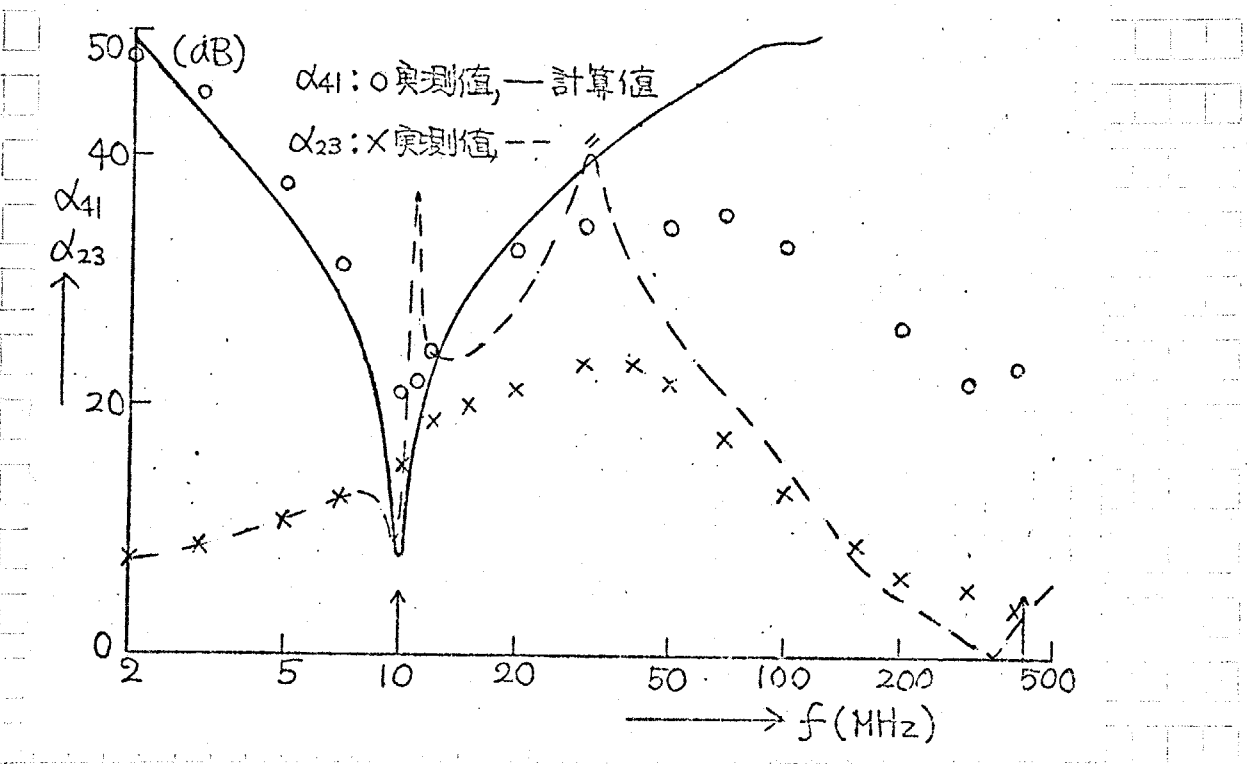
実験に使用した3巻線変成器は前述のものを用いた。他方、Balun に用いる巻線変成器には、磁心として3巻線変成器の磁心と寸法は同じであるが、透磁率の高い環状フェライト磁心 (Cu-Zn-Mg系, $\mu=200$) を用い、これ



(a) ①-②, ①-③間の分配特性



(b) ④-②, ④-③間の分配特性



(c) ①-④, ②-③間の分離特性

図(5-8) 改善されたハイブリッド回路の実測特性

に直径 0.5mm の絶縁(ウレタン系)二本より導線を 6.5 回巻いている。この変成器に対する C_0' , L_0' , L_u としては, それぞれ 26.3pF , 52.5nH , 6.98mH が実測された。これらの定数より算出した伝送帯域の上限を与える減衰極 ($\sqrt{12/\sqrt{L_0 C_0}}$) は 468MHz であり, また Balun の不平衡出力のための減衰極 ($\sqrt{13/2\sqrt{L_u C_0}}$) は 10MHz となっている。実測としては, 図(5-7)のハイブリッド回路接続について, 基準抵抗 $R = \sqrt{L_0/C_0} = 2\sqrt{L_0'/C_0'}$ を用いて, 式(5-1)で求まる抵抗にて始終端して各端子間の動作減衰量 α_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) を測定している。

図(5-8)より, 実測特性においても, L_u と C_0 による減衰極の存在が確認され, また, この減衰極のために分配特性が帯域内で乱れるが, 分離, 分配特性は Balun を用いない場合と比較して改善されることかわかる。また, ここには示していないが, ①-②, ①-③伝送の位相差も, 帯域内ではほぼ 180° となっており, Balun を用いない場合と比較して改善されている。

また, 図(5-8)(a)の分配特性は実測値と計算値の間に約 1dB の一様なずれを生じているが, これは端子の終端条件を変化させても実測特性が殆んど影響を受けなことから, ポート①でのインピーダンス不整合のためではなく, 高透磁率の磁心の損失⁽²³⁾の影響が主要原因と推察される。

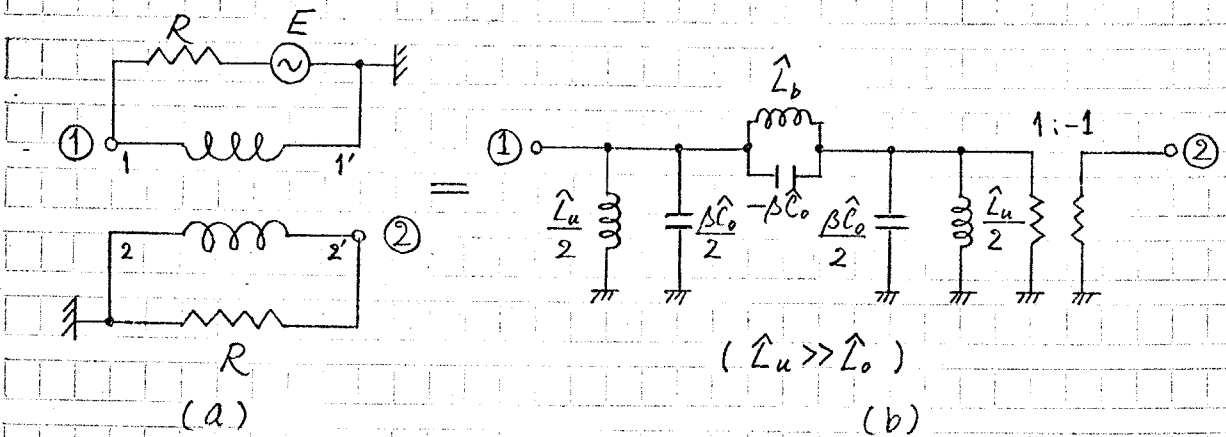
5.4 その他の応用

前節までのハイブリッド回路の設計および実測特性には, 磁心として環状磁心を用いて行なった。第4章において, 棒状磁心を有する変成器に対しても多端子等価表現を導き, 更に, 環状の場合と同様な測定パラメータを導入することにより環状の場合とほぼ同様な取り扱いが可能であることを示した。そこで, ここでは, 棒状磁心を有する変成器を用いた回路の解析, 設計について述べ, 更に実測特性を示す。

対象とする回路は, 対称2巻線変成器を用いて構成される $1:-1$ 変成器と

し、その設計法について述べる。

図(5-9)(a)に示す1:-1変成器に対し、第4章の棒状磁心を有する対称2巻線変成器の測定パラメータ ($\hat{L}_b, \hat{L}_u, \hat{C}_0$) (図(4-15))とそれを用いて表わされる等価表現(図(4-16))とを用いて図(5-9)(a)の等価回路を導くと、図(5-9)(b)に示すようになる。



図(5-9) 1:-1変成器とその等価表現

図(5-9)(b)の等価回路は、1:-1理想変成器と低域シャ断特性を有する不平衡モードインダクタンス \hat{L}_u 、更に、平衡モードインダクタンス \hat{L}_b と結合容量 $\beta\hat{C}_0$ とからなる遅延回路とからなっていると考えられる。ここで、 β なる定数は第4章の式(4-52)で与えられ、相互誘導分布の広がりを与えるパラメータを β に関する関数となるが、 β の変化に対してほぼ不変で $\beta \approx 1/6$ とみなせる。図(5-9)(b)の回路において、 $\beta \approx 1/6$ とおくと、環状磁心を有する変成器の等価表現と測定パラメータから得られる等価回路と一致する。

1:-1変成器の設計指針として、図(5-9)(b)から知れることとして、

(1) 平衡モードの伝送モードの伝送帯域の上限を影像パラメータによって評価すると $\omega_c = \sqrt{12}/\sqrt{\hat{L}_b(\beta\hat{C}_0)}$ となる。

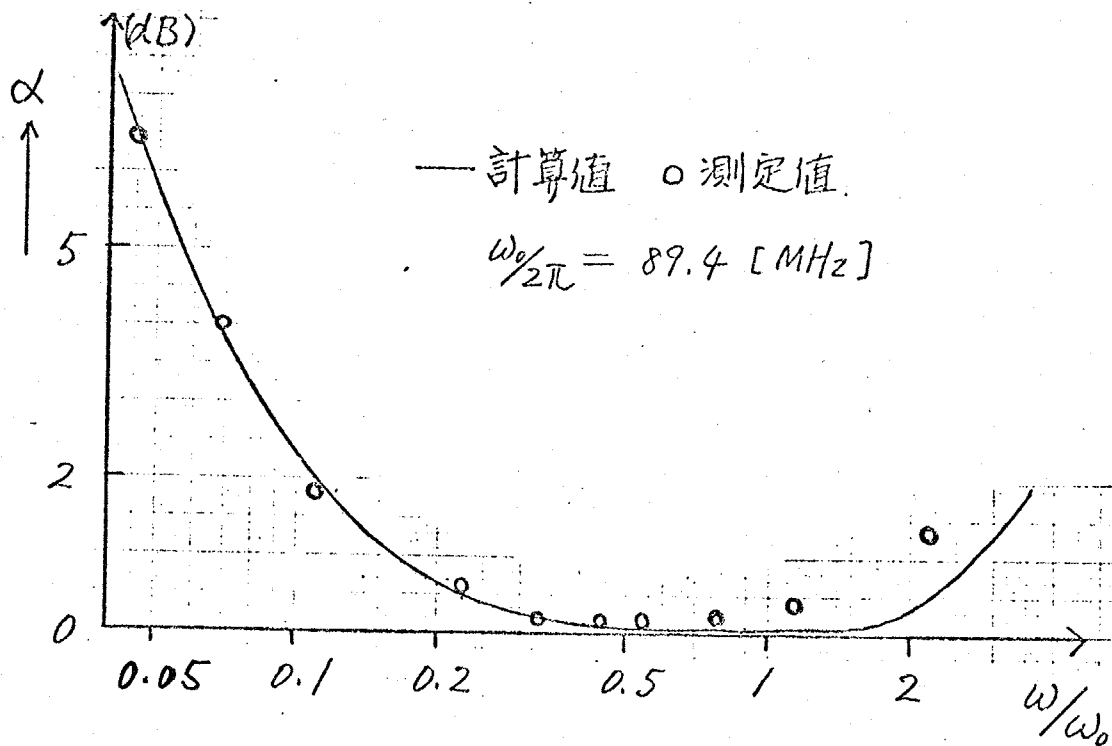
(2) 始終端抵抗としては、遅延回路の影像インピーダンス ($\sqrt{\hat{L}_b/(\beta\hat{C}_0)}$) が適当と思われる。

$$T: \beta = \frac{1}{k_1} \left(\frac{1}{6} + k(0.05 + 0.002/k_1) \right), \quad k_1 = 1 + 0.4/k$$

$$TT: (L(x, y)) = (L_0) \left(1 + k \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}(x-y)\right) + \dots \right)$$

次に、これらの結果を確認するために、図(5-9)(b)の等価回路から算出した計算値に対して、上述の設計指針を基に現実の棒状磁心を有する変成器を用いて図(5-9)(a)を構成し、その実測特性との対比を行った。その例を図(5-10)に示す。

実験に使用した磁心は、直径 10^{mm} 、長さ 15^{mm} のフェライトの棒状磁心である。(Cu-Zn系、 $\mu \approx 400$)この磁心に直径 0.5^{mm} の絶縁(ポリウレタン系)2本より導線を数回巻いている。この線路に対する測定パラメータ $\hat{C}_0, \hat{L}_b, \hat{L}_u$ としては、それぞれ $26.6^{pF}, 0.118^{uH}, 0.731^{uH}$ (500^{kHz})とされている。実測特性としては、図(5-9)(a)の $|1:-1|$ 変成器接続について、 $R = 74.8^{\Omega}$ ($R_0 = \sqrt{\hat{L}_0 / \hat{C}_0} = 66.7^{\Omega}$)なる抵抗にて始終端して動作減衰量 α を測定している。



図(5-10) $|1:-1|$ 変成器の実測特性

図(5-10)からわかることであるが、外部より測定できる定数($\hat{L}_b, \hat{C}_0, \hat{L}_u$)

と等価表現から得られる特性が実測特性と比較的良く一致しているものと認められる。このように、第4章に示した線路形変成器(棒状磁心)のモデル化、動作特性の解析及び測定パラメータによって表わされた等価表現の有効性が確認でき、更に、環状、棒状磁心を有する変成器がほぼ同様に取り扱えることを示した。

5.5 おまじび

本章では、第4章において得られた多巻線線路形変成器の集中素子による多端子等価表現の応用例として、磁心を有する対称多巻線変成器を用いたハイブリッド回路に対して、得られた多端子等価表現を適用してハイブリッド回路の等価回路を導き、設計上の指針を示した。更に、実験を行うことにより、第4章で得られた等価表現の有効性を確認すると共に、ハイブリッド回路の解析との対比を示した。

更に進んで、ハイブリッド回路の特性改善のために、ハイブリッド回路に、Balunを縦続に接続した回路について、第4章で得られた等価表現を適用することにより、従来の解析法では得られないBalunの不均衡インダクタンスと多巻線変成器の結合容量とで定まる減衰極を含む等価回路を導き、その問題点を明らかにして設計上の指針を示した。又、実験例も示した。

これらの結果を進めて、この種の線路形変成器を用いて構成できる回路や巻線として不均衡線(同軸線など)を用いた変成器を含む回路の解析、設計に活用していくことが今後の課題と思われる。

第6章 無損失不均一媒質多線条線路 の等価表現とその応用

6.1 まえがき

無損失多線条線路は、線路の伝搬方向に関しては、通常均一とみなしえるが、伝搬方向に垂直な断面の媒質の透磁率、透電率が均一（一媒質系）なものとは不均一（二媒質系以上）なものとは二分される。前者の線路は、ストリップ線路などに代表され、後者の線路には、高周波領域の磁心を有する線路形変成器などが代表であり、不均一媒質のストリップ線路をフィルタとして積極的に用いようとする試みもある。いずれの多線条線路も電信方程式を満足するが、伝搬モード分解法の観点からみると、均一媒質の場合は、各伝搬モードの伝搬定数の同一となるのに対して、不均一媒質の場合は、各伝搬モードの伝搬定数が一般に異なる点に大きな相違がある。

均一媒質の多線条線路の伝送特性は、単位長あたりの分布インダクタンス、キャパシタンス行列を用いて、リチャードの変数 p ($p = \tanh \gamma l$, γ : 伝搬定数, l : 線路長) によって簡明に表わされる。

また、第2章において、均一媒質の線路に関して、半角のリチャードの変数 θ ($\theta = 2 \tanh(\gamma l/2)$) を用いて線路を集中定数的表現にして取り扱う方法を提案した。そこでは素子数は倍になるが、分布定数理論に特有な単位素子 (UE) がそのままの形では現れない集中定数的リアクタンス回路として表現できるため、通常の集中定数理論的手法が適用できた。また、第2章ではこの考え方を不等長線路にも応用した。不等長線路においては、周波数変数に関して多変数関数となるが、この θ 変数が実周波数との比例性が良好なことを用いて、使

用周波数範囲において一変数近似を行って取り扱い、不等長線路の一構成法を示した。

従来、不均一媒質の多線条線路の回路行列は、モード分解に用いられる変換行列を含む形で表わされる。また、不均一媒質の多線条線路の等価表現に対しても研究がなされているが、モード分解の変換行列を理想変成器網として含む回路表現になっている⁽³¹⁾。したがって、実際に伝送特性、等価回路の導出等には、形状の異なる各多線条線路ごとにモード分解を行い変換行列を求める必要がある。この操作は対称性の少ない線路においては簡単には行なえない。また、等価表現を得ても、伝搬定数や各伝搬モードによって異なるため、多周波数変数関数としての取り扱いとなり、通常の回路理論的手法が適用しにくいなどの難点がある。

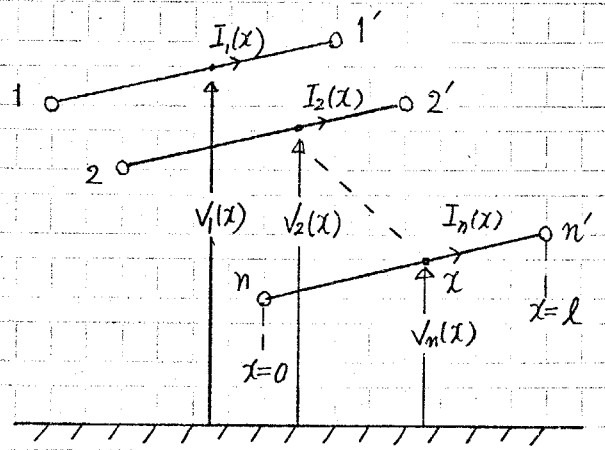
本章は、不均一媒質の多線条線路に半角のリチャードの変数 θ を導入し、不等長線路の場合と同様に使用周波数範囲(低周波領域)において、多変数関数を一変数近似を行なうことにより、従来のモード分解法をさらに進めて、均一媒質の場合と同様に、単位長あたりのインダクタンス、キャパシタンス行列だけによって表わされ、モード分解の交換行列の現われない多端子回路行列を近似的に導く。さらに、本解析法の応用例として、 $N:1:1$ 線路形変成器を3線条線路として取り扱い、その伝送特性について考察する。

6.2 伝搬モード分解と回路行列

不均一媒質の多線条線路の伝搬モード分解に関して、いくつかの研究がなされている。ところで、不均一媒質の多線条線路とみなしうる線路形変成器などでは、大地から比較的離して使用される場合が多く、線路の対地容量を無視して取り扱う場合、伝搬定数や零の伝搬モード(以後、集中定数形伝搬モードと呼ぶ)の存在を仮定しなければならない。そこで、従来のモード分解法とは本質的には同じであるが、集中定数伝搬モードも含むモード分解法について簡単

に述べる。†

図(6-1)に示すように、大地上に n 本の導体が配置された n 線条線路 ($n+1$ 導体系) を考える。各導体の長さはいずれも l である等長線路系とする。各線条の場所 x における対地電圧からなる n 次の列ベクトルを $V(x)$ 、その場所で流れる電流からなる n 次の列ベクトルを $I(x)$ とすると、線路方程式として、



図(6-1) 多線条 ($n+1$ 導体) 系

$$-\frac{\partial}{\partial x} V(x) = j\omega(L) I(x) \tag{6-1}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} I(x) = j\omega(C) V(x) \tag{6-2}$$

が成り立つ。ただし、 (L) 、 (C) は単位長あたりのインダクタンス、キャパシタンス行列を表わし、いずれも、実対称かつ非正值な n 次の正方行列である。均一媒質 (透磁率 μ 、透電率 ϵ) の場合は、 $(L)(C) = (C)(L) = \mu\epsilon(I_n)$ なる伝搬モードの伝搬定数が単一である関係式が成り立つが、本章では、不均一媒質の場合を取り扱うのでこの関係式は成り立たないものとする。

この線路方程式の $V(x)$ 、 $I(x)$ に関する変数変換 (モード分解) として、

$$V(x) = (A) V_m(x) \tag{6-3}$$

$$I(x) = (B) I_m(x) \tag{6-4}$$

を行なう。ここで、実変換行列 (A) 、 (B) として、 $(L)(C)$ 又は $(C)(L)$ を対角化する行列を選ぶものとし、 $(L)(C)$ 又は $(C)(L)$ の固有値をそれぞれ $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ に対して $-\gamma_i^2/\omega^2$ とおく。 (γ_i は各伝搬モードの伝搬定数となる。)

†: 一種の集中定数系と分布定数系との混在系になる。

可なり、

$$(A)^{-1} \cdot (L)(C) \cdot (A) = (B)^{-1} \cdot (C)(L) \cdot (B) = \text{diag}(\gamma_i^2) / (-\omega^2)$$

(6-5)[†]

この実変換行列(A), (B)の存在性についてはすでに証明されている。(28)式(6-5)において, γ_i として等しい値をとるもの(重複度のある伝搬モード), 又, 零のもの(集中定数形伝搬モード)も含まれる。

式(6-3), (6-4)を式(6-1), (6-2)に代入することにより, 伝搬モードの電圧, 電流ベクトル, $V_m(x)$, $I_m(x)$ に関する線路方程式として,

$$-\frac{\partial}{\partial x} V_m(x) = j\omega (L_m) I_m(x) \quad (6-6)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} I_m(x) = j\omega (C_m) V_m(x) \quad (6-7)$$

を得る。ただし,

$$(L_m) = (A)^{-1} (L) (B) \quad (6-8)$$

$$(C_m) = (B)^{-1} (C) (A) \quad (6-9)$$

である。この (L_m) , (C_m) に関する関係式として, 式(6-5), (6-8), (6-9)の簡単な変形より,

$$(L_m) \cdot (C_m) = (C_m) (L_m) = \text{diag}(\gamma_i^2) / (-\omega^2) \quad (6-10)$$

$$(L_m) \cdot \text{diag}(\gamma_i^2) = \text{diag}(\gamma_i^2) \cdot (L_m) \quad (6-11)$$

$$(C_m) \cdot \text{diag}(\gamma_i^2) = \text{diag}(\gamma_i^2) \cdot (C_m) \quad (6-12)$$

が成り立つ。式(6-11)において, $(L_m) = (l_{ij})$ とおくと, $\gamma_i \neq \gamma_j$ ($i \neq j$) なる i, j に対して, $l_{ij} = 0$ となるので, (L_m) は対角行列とほぼ同様な形を有することかわかる。 (C_m) についても $(C_m) = (c_{ij})$ とおくと同様であって,

† $\text{diag}(\gamma_i^2)$ は, γ_i^2 ($i=1, 2, \dots, n$) を対角要素とする対角行列を表わす。

$$(L_m) = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (L_r) \end{pmatrix}, \quad (C_m) = \begin{pmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (C_r) \end{pmatrix}$$

(6-13)

となる。ただし、 (L_r) 、 (C_r) は重複度 r をもつ伝搬モードに対する r 次の正方行列である。 (L_m) 、 (C_m) が式(6-13)に示す形をしていることにより、式(6-6)(6-7)の線路方程式は、各伝搬モードごとの独立な式に分解できる。次に各伝搬モードごとの解を導く。

(I) 通常、伝搬モード ($\gamma_i \neq 0$)

単一モードの場合は、通常のス線(2導体系)の線路方程式となり、重複度 r のあるモードの場合は、対応する (L_m) 、 (C_m) の部分行列 (L_r) 、 (C_r) に関して、式(6-10)より $(L_r) \cdot (C_r) = (C_r) \cdot (L_r) = -(\gamma_r^2 / \omega^2) (1_r)$ が成り立ち、この重複度の伝搬モードに関して、均一媒質の r 線条の線路方程式となる。いずれの場合も、通常、線路方程式の解であって双曲線関数で表わされ、 γ_i は伝搬定数となる。

(II) 集中定数形伝搬モード ($\gamma_i = 0$)

$\gamma_i = 0$ の伝搬モードに対応する (L_m) 、 (C_m) の要素を L_0 、 C_0 とすると(重複度 r のある場合は、 L_0 、 C_0 は r 次の正方行列)、式(6-10)より、 $L_0 C_0 = C_0 L_0 = 0$ となり、重複度の有無にかかわらず、線路方程式の解として、

$$V_0(x) = V_0(0) - j\omega(L_0)I_0(0)x \quad (6-14)$$

$$I_0(x) = -j\omega(C_0)V_0(0)x + I_0(0) \quad (6-15)$$

のような集中定数系として表わされる。

(I) (II)の伝搬モードをまとめると式(6-6)、(6-7)の解として、

$$V_m(x) = (C_h(x))V_m(0) - (Z_m) \cdot (S_h(x))I_m(0) \quad (6-16)$$

$$\mathbf{I}_m(x) = -(\mathbf{Y}_m)(S_h(x))\mathbf{V}_m(0) + (\mathbf{C}_h(x))\mathbf{I}_m(0) \quad (6-17)$$

を得る。ただし,

$$(\mathbf{C}_h(x)) = \text{diag}(\cosh \gamma_i x, 1)$$

$$(\mathbf{S}_h(x)) = \text{diag}(\sinh \gamma_i x, x \cdot 1)$$

$$(\mathbf{Z}_m) = j\omega(L_m) \cdot \text{diag}\left(\frac{1}{\gamma_i^2}, 1\right)$$

$$(\mathbf{Y}_m) = j\omega(C_m) \cdot \text{diag}\left(\frac{1}{\gamma_i^2}, 1\right) \quad (6-18)$$

である。式(6-18)において, $\text{diag}(\cdot, 1)$ 等は, \cdot および1を要素とする対角行列で, 1(重複度のある場合は単位行列)は集中定数形モードに対応する要素の値を表わす。

式(6-16), (6-17)において, $x=l$ を代入し, 式(6-3)(6-4)の変換の逆を用いると, 多線条線路の縦続行列として,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{A})(\mathbf{C}_h(l))(\mathbf{A})^T, & (\mathbf{A})(\mathbf{Z}_m)(\mathbf{S}_h(l))(\mathbf{B})^T \\ (\mathbf{B})(\mathbf{Y}_m)(\mathbf{S}_h(l))(\mathbf{A})^T, & (\mathbf{B})(\mathbf{C}_h(l))(\mathbf{B})^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{pmatrix}$$

(6-19)

を得る。また, 通常の場合, 漏れ磁束の存在のため単位長あたりのインダクタンス行列(L)は正則と仮定できる。このとき, 行列(Z_m)は正則となり, 式(6-19)より多線条線路のアドミタンス行列として,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}(0) \\ -\mathbf{I}(l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{B})(\mathbf{Z}_m)^T(\mathbf{S}_h(l))^T(\mathbf{C}_h(l))(\mathbf{A})^T, & -(\mathbf{B})(\mathbf{Z}_m)^T(\mathbf{S}_h(l))^T(\mathbf{A})^T \\ -(\mathbf{B})(\mathbf{Z}_m)^T(\mathbf{S}_h(l))^T(\mathbf{A})^T, & (\mathbf{B})(\mathbf{Z}_m)^T(\mathbf{S}_h(l))^T(\mathbf{C}_h(l))(\mathbf{A})^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{pmatrix}$$

(6-20)

を得る。対地容量を考慮する場合は, 単位長あたりのキャパシタンス行列は正則となり, 多線条線路のインピーダンス行列も求まる。

6.3 g 変数の導入と一変数近似

式(6-20)に示したように、不均一媒質の多線条線路の伝送特性は、一般に異なる伝搬定数をもつ伝搬モードの合成として表わされ、周波数変数として多変数関数となる。そこで、周波数変数を第2章で定義した半角のリチャードの変数 $g_i (= 2 \tanh(\gamma_{il}/2))$ を導入して置き換え、更に、そのうちの一つの g 変数にて他の g 変数を使用周波数範囲において近似的に表わすことにより、モード変換行列 ((A) , (B) 行列) を含まない多線条線路の回路行列を導く。

式(6-20)のアドミタンス行列には、通常の伝搬モードに関しては、周波数変数として、 $\tanh^{-1} \gamma_{il}$, $\sinh^{-1} \gamma_{il}$ が含まれている。これらは、それぞれ、 g 変数 ($g_i = 2 \tanh(\gamma_{il}/2)$) によって、

$$\left. \begin{array}{l} \tanh^{-1} \gamma_{il} \\ \sinh^{-1} \gamma_{il} \end{array} \right\} = \frac{1}{g_i} \pm \frac{g_i}{4} \quad (6-21)$$

のように表わされる。それぞれの伝搬モードにおいて、線路長 l が $1/4$ 波長となる周波数を f_{oi} とし、実周波数 f を用いて、

$$\gamma_{il} = j \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_{oi}} \quad (6-22)$$

と表わされる。そこで、 g 変数が実周波との比例性が良好であることを利用して、伝搬モードの g 変数 (g_i) の中で f_{oi} の最も小さい伝搬モードの g 変数、($g_0 = 2 \tanh(\gamma_{0l}/2) = 2 \tanh(j \frac{\pi}{4} \frac{f}{f_0})$) を基準に選ぶと、 f_0 よりあまり大きくない周波数までの範囲において、他の g 変数は近似的に、

$$g_i \approx \frac{\gamma_i}{\gamma_0} \cdot g_0 = \frac{f_0}{f_{oi}} \cdot g_0 \quad (6-23)$$

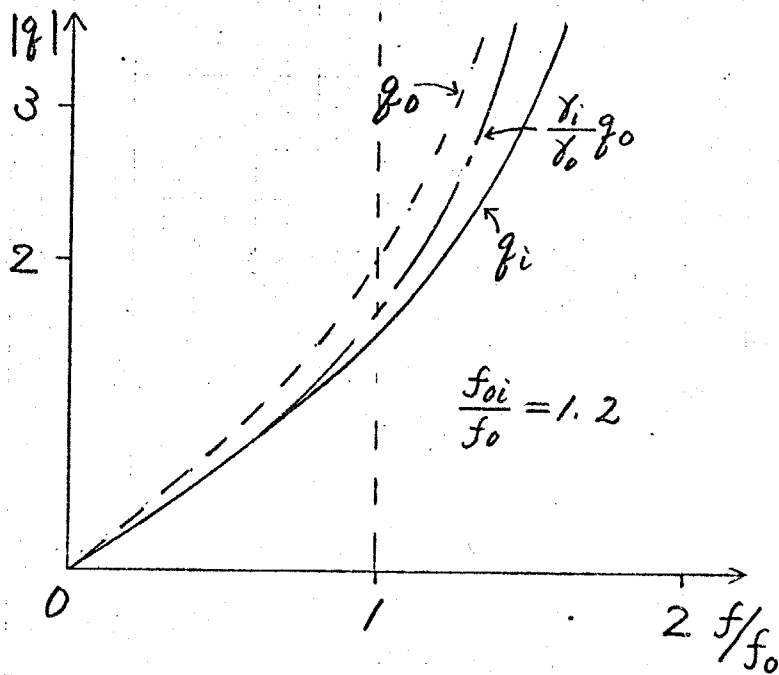
と表わせる。

一方、集中定数形モードは、実周波数 ($j\omega$) の関数として表わされるが、上述

の基準周波数(f_0)を用いて近似的に,

$$s (=j\omega) \simeq f_0 \cdot (4f_0) \quad (\gamma_0 l \simeq f_0) \quad (6-24)$$

と表わせる。†



図(6-2) 一変数近似

式(6-23)において, $f_{oi} = 1.2 f_0$ の場合の近似の様様を図(6-2)に示す。

式(6-23), (6-24)の近似式を用いると, 式(6-20)のアドミタンス行列の $(Z_m)^T (S_h(l))^T (C_h(l))$, $(Z_m)^T (S_h(l))^T$ は, それぞれ,

$$\left. \begin{matrix} (Z_m)^T (S_h(l))^T (C_h(l)) \\ (Z_m)^T (S_h(l))^T \end{matrix} \right\} = \frac{1}{j\omega} (L_m)^T \cdot \text{diag}(\gamma_i, 1) \cdot \text{diag} \left(\pm \frac{\gamma_i}{4} + \frac{1}{\gamma_i}, \frac{1}{l} \right) \quad (\text{式}(6-18), \text{式}(6-21))$$

$$= \frac{1}{j\omega} (L_m)^T \cdot \text{diag}(\gamma_i, 1) \cdot \left\{ \pm \text{diag} \left(\frac{\gamma_i}{4}, 0 \right) + \text{diag} \left(\frac{1}{\gamma_i}, \frac{1}{l} \right) \right\}$$

†: $4f_0 = v_0/l$, v_0 は, 基準伝搬モードの伝搬速度

$$= \frac{1}{j\omega} (L_m)^{-1} \text{diag}(\gamma_i, 1) \left\{ \pm \frac{g_0}{4Y_0} \text{diag}(\gamma_i, 0) + \frac{Y_0}{g_0} \text{diag}\left(\frac{1}{\gamma_i}, 1\right) \right\}$$

(式(6-23), (6-24))

$$= \pm \frac{g_0}{4Y_0} j\omega (C_m) + \frac{Y_0}{g_0} \cdot \frac{1}{j\omega} (L_m)^{-1}$$

(式(6-10))

(6-25)

のように表わされる。ただし、括弧内に示す式番号は、式の誘導の際に用いた式を示している。

式(6-25)を式(6-20)に代入し、式(6-8), (6-9)を用いると、多線条線路の低次振動モードのアドミタンス行列として、

$$(Y) = \begin{pmatrix} \frac{g_0}{4} (Y_0) + \frac{1}{g_0} (Z_0)^{-1}, & \frac{g_0}{4} (Y_0) - \frac{1}{g_0} (Z_0)^{-1} \\ \frac{g_0}{4} (Y_0) - \frac{1}{g_0} (Z_0)^{-1}, & \frac{g_0}{4} (Y_0) + \frac{1}{g_0} (Z_0)^{-1} \end{pmatrix}$$

(6-26)

を得る。ただし、 (Z_0) , (Y_0) は特性イミタンス行列として基準の伝搬モードの伝搬速度 v_0 を用いて、

$$(Z_0) = (L) \cdot l/v_0, \quad (Y_0) = (C) \cdot l/v_0 \quad (6-27)$$

と表わせる。式(6-27)のアドミタンス行列は、第2章の均一媒質の場合を拡張したものであり、実際、単一の伝搬定数の伝搬モードからなる均一媒質の場合における式(6-26)のアドミタンス行列は、 (Z_0) と (Y_0) 行列は逆行列の関係となり、第2章で述べた均一媒質の多線条系の β 変数によるアドミタンス行列と一致する。†

† 式(6-3)のアドミタンス行列は、式(6-20)のアドミタンス行列と異なり、伝
†: 第2章の式(2-17)参照。

搬モード分解の変換行列が含まない式であり、特性イミタンス行列から直接表現されている。したがって、基準の f_0 変数の選定および近似の精度の検討の点から、伝搬モードの伝搬定数を調べる必要があるが、伝搬モード分解する必要なく伝送特性を得ることかできる。

式(6-26)は、単位長あたりのインダクタンス、キャパシタンス行列 (L) 、 (C) を用い、周波数変数を $f_0 \cdot v_0 / l$ として、

$$(Y) = (f_0 \frac{v_0}{l}) \begin{pmatrix} (\hat{C})/4 & (\hat{C})/4 \\ (\hat{C})/4 & (\hat{C})/4 \end{pmatrix} + (f_0 \frac{v_0}{l})^{-1} \begin{pmatrix} (\hat{L})^{-1} & -(\hat{L})^{-1} \\ -(\hat{L})^{-1} & (\hat{L})^{-1} \end{pmatrix} \quad (6-28)$$

と書き換えることができる。ただし、 $(\hat{C}) = (C)l$ 、 $(\hat{L}) = (L)l$ である。式(6-28)は多線条線路とみなせる約巻線線路形変成器を取り扱う場合に適用していると思われる。

また、対地容量を考慮する結合形ストリップ線路などでは、線路の単位長あたりのキャパシタンス行列 (C) が正則となり、多線条線路の約端子インピーダンス行列 (Z) が同様な形で求まる。

$$(Z) = f_0 \begin{pmatrix} (Z_0)/4 & -(Z_0)/4 \\ -(Z_0)/4 & (Z_0)/4 \end{pmatrix} + \frac{1}{f_0} \begin{pmatrix} (Y_0)^{-1} & (Y_0)^{-1} \\ (Y_0)^{-1} & (Y_0)^{-1} \end{pmatrix} \quad (6-29)$$

6.4 集中定数形素子による一変数近似等価表現

式(6-26)、(6-28)、(6-29)の約端子イミタンス行列から導びかれる不均一媒質の多線条線路の一般的な等価表現は、第二章の均一媒質の多線条系および第四章の多線条線路形変成器の等価表現とほぼ同じなので省略する。

本節では、多線条線路の単位長あたりのインダクタンス、キャパシタンス行列：通常の線路方程式の成り立つ範囲での線路形変成器は、一般には伝搬モードの伝搬定数が単一と異なることか知られている。

列 (L_0) , (C_0) が与えられたときの一変数近似等価表現を導く手順を示し、更に、同軸形結合線路を例として、この一変数近似等価表現と従来の等価表現との関係などについて詳述する。

不均一媒質の多線条線路の等価表現を導く手順は次のようになる。

(1) $(L)(C)$ (又は $(C)(L)$) 行列の固有値 $(\alpha_i, (i=1, \dots, m))$ を求める。得られた固有値 (α_i) と各伝搬モードの伝搬定数 (γ_i) との関係は、
 $\gamma_i = j\omega\sqrt{\alpha_i} \quad (i=1, \dots, m)$ である。

(2) 集中定数形伝搬モードを除く伝搬モードの中で、(1)の固有値の最大なものに基づき伝搬モード $(\gamma_0 l = j\omega\sqrt{\alpha_0} l, \quad \rho_0 = 2 \tanh(\gamma_0 l / 2))$ とし、更に、特性インピーダンス行列 $(Z_0), (Y_0)$ を求める。†

$$(Z_0) = (L) / \sqrt{\alpha_0} l, \quad (Y_0) = (C) / \sqrt{\alpha_0} l$$

(3) 特性インピーダンス行列を用いて表わされる ρ 変数 (ρ_0) による不均一媒質の多線条線路の集中素子等価表現を得る。

(4) 近似の誤差および等価表現の適用できる周波数範囲を検討する。(ほぼ $0 \leq \omega\sqrt{\alpha_0} l \leq \frac{\pi}{2}$)

同軸形結合線路は比較的模式分解法が適用しやすく、しかも伝搬モードと物理的対応が明確である。そこで、同軸形変成器に対してモード分解法を適用して、2つの周波数変数によって表わされる等価表現を導き、さらに本章で提案した一変数近似等価表現を上記の手順に基づいて求め、その対比を行う。

同軸形結合線路の単位長あたりのインダクタンス, キャパシタンス行列 (L) , (C) がそれぞれ,

$$(L) = \begin{pmatrix} L & M \\ M & M \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} C_1 & -C_1 \\ -C_1 & C_1 + C_2 \end{pmatrix} \quad (6-30)$$

と与えられたとき、従来のモード分解法を適用すると、4端子対アドミタンス行列 (Y) として、(式(6-20)に対応)

† $(L), (C)$ 行列を用いた等価表現が好ましい場合には、特性インピーダンス行列を求める必要はない。

$$(Y) = \begin{pmatrix} Y_b \tanh \gamma_b l, & -Y_b \tanh \gamma_b l, & -Y_b \sinh \gamma_b l, & Y_b \sinh \gamma_b l \\ -Y_b \tanh \gamma_b l, & Y_b \tanh \gamma_b l + Y_u \tanh \gamma_u l, & Y_b \sinh \gamma_b l, & -Y_b \sinh \gamma_b l - Y_u \sinh \gamma_u l \\ -Y_b \sinh \gamma_b l, & Y_b \sinh \gamma_b l, & Y_b \tanh \gamma_b l, & -Y_b \tanh \gamma_b l \\ Y_b \sinh \gamma_b l, & -Y_b \sinh \gamma_b l - Y_u \sinh \gamma_u l, & -Y_b \tanh \gamma_b l, & Y_b \tanh \gamma_b l + Y_u \tanh \gamma_u l \end{pmatrix}$$

(6-31)

が得られる。ただし、

$$\gamma_b = j\omega \sqrt{(L-M)C_1}, \quad \gamma_u = j\omega \sqrt{MC_2} \quad (6-32)$$

$$Z_b = Y_b^{-1} = \sqrt{(L-M)/C_1}, \quad Z_u = Y_u^{-1} = \sqrt{M/C_2} \quad (6-33)$$

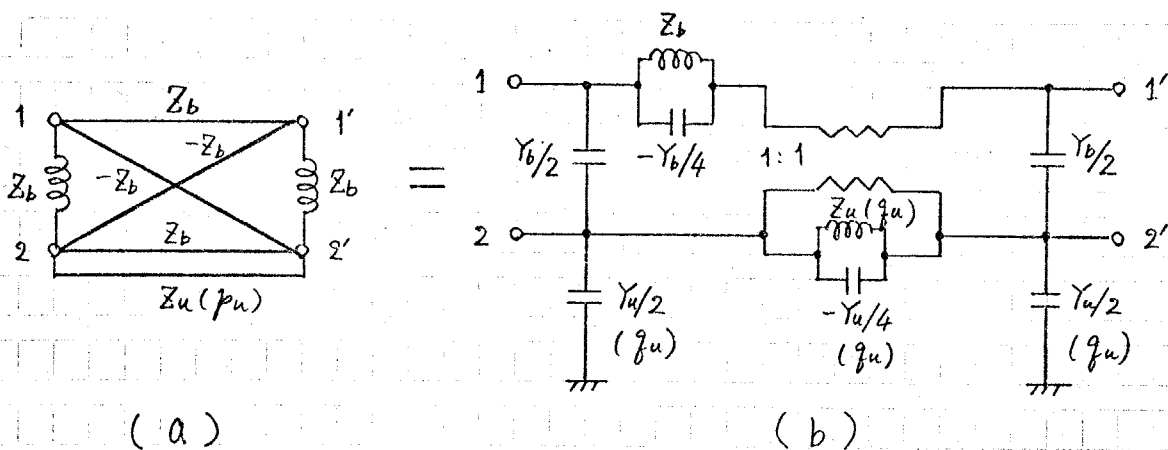
(平衡モード)

(不平衡モード)

である。

式(6-31)において各伝搬モードの周波数変数をそれぞれリチャードの変数 ($p_b = \tanh \gamma_b l, p_u = \tanh \gamma_u l$) によって置き換え、さらに単位素子(UE)を用いて表わされる佐藤の表現法を二変数の場合に拡張すると図(6-3)(a)のような同軸形結合線路の等価表現が得られる。

また、第2章の考え方を二変数に拡張すると、同軸形結合線路は二つの伝搬モードの二変数 ($q_b = 2 \tanh(\gamma_b l/2), q_u = 2 \tanh(\gamma_u l/2)$) を用いて図(6-3)(b)のようにも表わせる。



図(6-3) 同軸形結合線路の二変数等価表現

ただし、不平衡モード (Y_u) に関する素子値に對してのみ周波数変数を示している。図(6-3)(b)において $Y_b = Y_u$ なる関係があるときは第二章において示した均一媒質中の同軸形結合線路の等価表現(図(2-6))と一致する。

次に、同じ同軸形結合線路に對して、本章で提案した一変数近似等価表現を前述の手續に従って求めてみる。

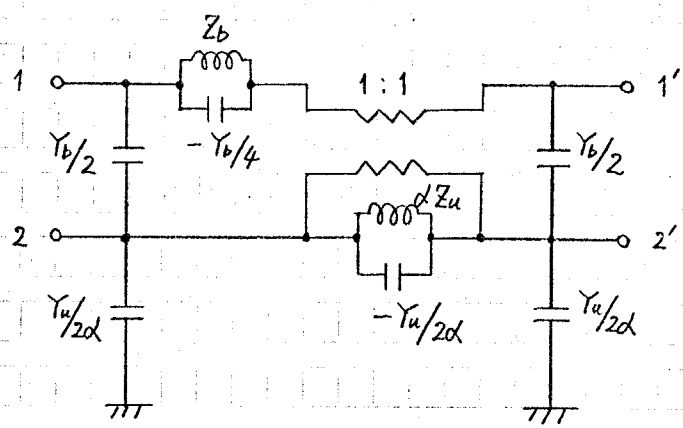
まず、 $(L) \cdot (C)$ (又は $(C) \cdot (L)$) 行列の固有値から伝搬モードの伝搬定数として同様に、 $Y_b = j\omega\sqrt{(L-M)C_1}$, $Y_u = j\omega\sqrt{MC_2}$ を得る。これらの伝搬モードの中で基準伝搬モードとして、伝搬定数 $Y_b = j\omega\sqrt{(L-M)C}$ の平衡モードを選ぶ。† (基準変数 $\beta_0 = 2 \tanh(Y_b l / 2)$) したがって、特性インピーダンス行列 (Z_0) , (Y_0) は、

$$(Z_0) = \frac{1}{\sqrt{(L-M)C_1}} (L) = \begin{pmatrix} Z_b + \alpha Z_u & \alpha Z_u \\ \alpha Z_u & \alpha Z_u \end{pmatrix} \quad (6-34)$$

$$(Y_0) = \frac{1}{\sqrt{(L-M)C_1}} (C) = \begin{pmatrix} Y_b & -Y_b \\ -Y_b & Y_b + \frac{Y_u}{\alpha} \end{pmatrix} \quad (6-35)$$

$$\text{ただし } \alpha \triangleq \frac{Y_u}{Y_b} = \sqrt{\frac{MC_2}{(L-M)C_1}} \quad (6-36)$$

† 同様に、†† の特性インピーダンス行列を用いて表わされた式(6-26)の近似アドミタンス行列より直ちに図(6-4)に示す同軸形結合線路の等価表現が得られる。



図(6-4)
同軸形結合線路の
一変数近似等価表現
(周波数変数 $\beta_0 = 2 \tanh \frac{Y_b l}{2}$)

† 近似の精度の点からは前述したように、固有値の大小関係から基準モードを選定する必要がある。しかし、ここでは伝送上重要なモードという観点から平衡モードを基準に選んだ。
†† $Z_b = Y_b^{-1}$, $Z_u = Y_u^{-1}$ は、式(6-33)で定義した特性インピーダンス。

図(6-4)の近似等価表現の適用範囲は、伝搬定数の値の差にも依存するが、ほぼ、 $0 \leq \omega\sqrt{(L-M)C}$, $l \leq \pi/2$ の範囲と思われる。

図(6-4)の近似等価表現は、図(6-3)(b)の2つの z 変数によって表わされた等価表現において、不平衡モードに関する素子に対して、

$$z_u(z_u) \simeq z_b(\alpha z_u) \quad (6-37)$$

なる式(6-23)の一変数近似式と同値な式によって置き換えた回路と一致する。

この同軸形結合線路の一変数近似等価表現の場合は、特に近似操作を施された素子が表面に現われている例であり、一般の伝搬モード分解の複雑な多線条線路の一変数近似等価表現においては、このような明確な近似の対応を示すことが困難である。

これらのことより、多線条線路において異なる伝搬定数によって定まる周波数変数を有する素子(リアクタンス)は潜在的に分散して機能しているのであるが、この一変数近似等価表現は、これらの素子に対して、周波数変数を基準の周波数変数によって置き換え、それに伴う誤差を素子値を変えて修正して、素子のイミタンスとしての値を不変にする近似法を用い、更に、これらの一変数近似された素子をまとめて物理的機能を明確にした形に再現した表現と解釈することもできる。

6.5 応用例

このようにして得られた集中素子(2端子素子)でしかも一周波数変数によって表わされた不均一媒質の多線条線路の近似等価表現を種々の回路に適用してみる。

不均一媒質の多線条線路とみなされるものの一つに、線路形変成器がある。第4章において通常の線路方程式の成り立たない場合の線路形変成器を対象として、離れた巻線部分間に電磁結合を有するモデルを設定し、伝送特性の算出

、集中素子の等価表現の導出などについて述べ、更に、第5章においてその応用例を示した。線路形変成器として第4章で対象としたものよりもさらに高周波帯まで伝送帯域を広げる場合には、磁心の透磁率の低下などのために離れた巻線部分間の電磁結合が減少し、通常の線路方程式が近似的に成り立つものと考えられる。また、その場合には変成器に含まれる伝搬モードの伝搬速度が異なることも知られている。⁽¹⁶⁾しかも、線路形変成器では通常大地から比較的離れた使われ方がされるため、巻線導体の対地容量を無視できる場合が多く、集中定数形モードを含む多線条系の取扱いか必要となる。このような変成器に本近似等価表現は有効に適用できると思われる。

不均一媒質の多線条線路とみなされる他の一つに、結合形ストリップ線路がある。通常のストリップ線路では各伝搬モードの伝搬速度が同一になるように設計されているが、作製された結合形ストリップ線路の伝搬モードの伝搬速度が多少異なった場合の伝送特性の解析には、本近似等価表現が有効に適用できる。

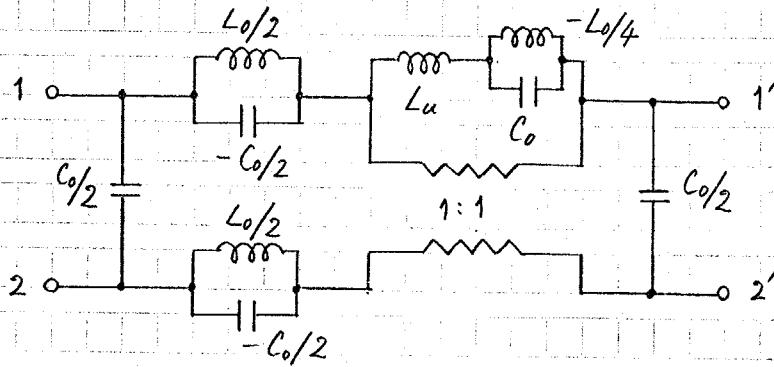
6.5.1 対称2巻線変成器

単位長あたりのインダクタンス、キャパシタンス行列 (L) , (C) が、巻線導体の対地容量を無視できる場合として、

$$(L) = \begin{pmatrix} L & M \\ M & L \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} C & -C \\ -C & C \end{pmatrix} \quad (6-38)$$

で与えられるとする。さらに、 $L_0 \triangleq 2(L-M)l$, $C_0 \triangleq Cl$, $L_u \triangleq (L+M)l/2$ なる量を定義する。これらは第4, 5章で定義導入した測定パラメータに対応する。 $(L) \cdot (C)$ (又は $(C) \cdot (L)$) 行列の固有値から得られる各伝搬モードの伝搬定数は、 $\gamma l = 0, j\omega \sqrt{L_0 C_0}$ となる。線路形変成器においては通常集中定数系(不平衡)モードは低域シャ断特性を与えるだけなので、一変数近似[✓]に用いる基準の周波数変数を $\gamma l = j\omega \sqrt{L_0 C_0}$ に対応する θ 変数 (θ_0) に選ぶ。

($\beta_0 = 2 \tanh(j\omega\sqrt{L_0 C_0}/2)$) のようにして, 式(6-28)の近似アドミタンス行列から図(6-5)に示す近似等価表現が得られる。



図(6-5) 対称3巻線変成器の近似等価表現
(周波数変数 $\beta_0/\sqrt{L_0 C_0}$)

図(6-5)の近似等価表現の適用範囲は, 集中定数形(不平衡)モードが通常低域シャ断特性だけを与えるものであるもので, $0 \leq \omega\sqrt{L_0 C_0} \leq \pi/2$ よりも高い周波数範囲においても正確に成り立つものと思われる。

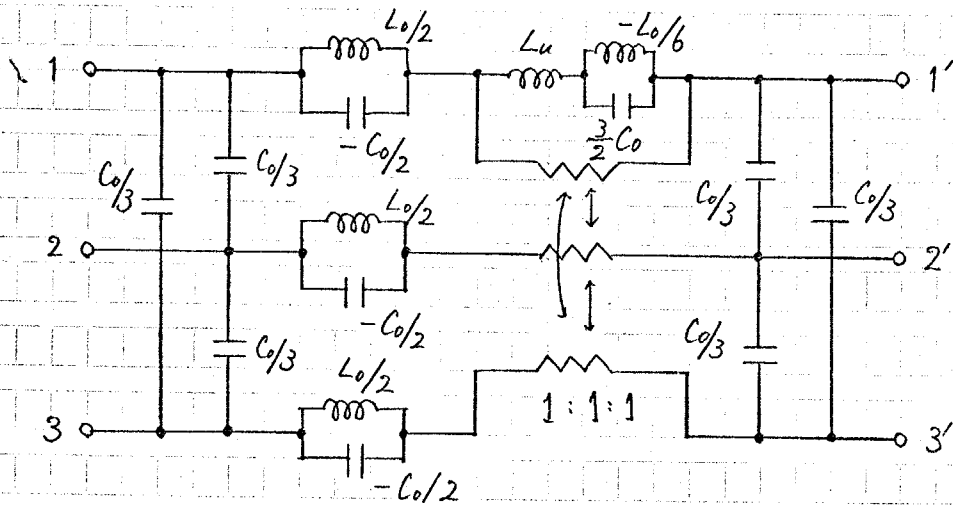
6.5.2 対称3巻線変成器

単位長あたりのインダクタンス, キャパシタンス行列(L), (C)は, 単体の対地容量を無視できる場合として,

$$(L) = \begin{pmatrix} L, & M, & M \\ M, & L, & M \\ M, & M, & L \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} 2C, & -C, & -C \\ -C, & 2C, & -C \\ -C, & -C, & 2C \end{pmatrix} \quad (6-39)$$

で与えられるとする。第4章の測定パラメータに対応する $L_0 \triangleq 2(L-M)l$, $C_0 \triangleq 3Cl/2$, $L_u \triangleq (L+M)l/2$ なる量を定義すると, (L)(C) (又は(C)(L)) 行列の固有値から得られる各伝搬モードの伝搬定数は, $\gamma l = 0, j\omega\sqrt{L_0 C_0}$ (重根) となる。一変数近似に用いる基準の周波数変数を $\gamma_0 l = j\omega\sqrt{L_0 C_0}$ に対応する β 変数 ($\beta_0 = 2 \tanh(j\omega\sqrt{L_0 C_0}/2)$) に選ぶと, 式(6-26)の近似アドミタ

イン行列から図(6-6)に示す近似等価表現を得る。

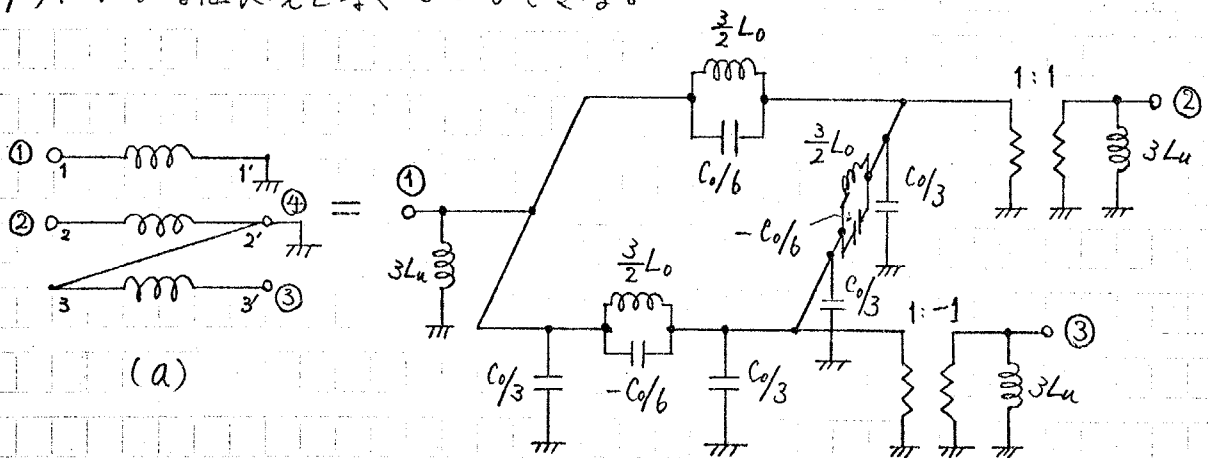


図(6-6) 対称3巻線変成器の近似等価表現

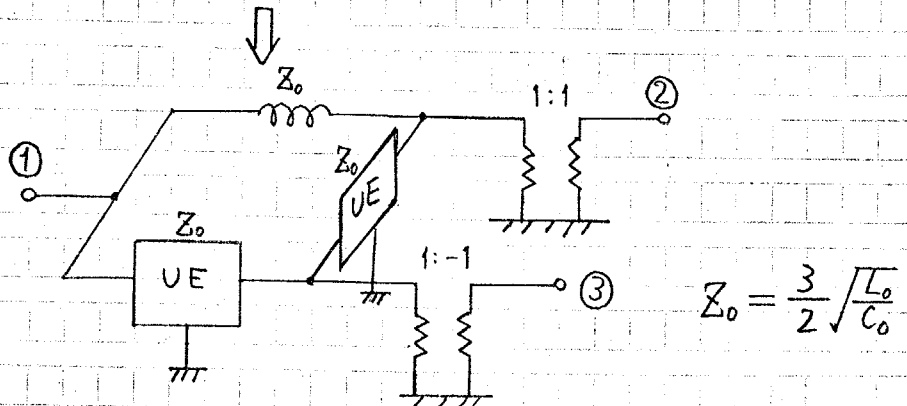
(周波数変数 $\omega/\sqrt{L_0 C_0}$)

図(6-6)の近似等価表現は、対称2巻線変成器の場合と同様な理由によって、 $0 \leq \omega/\sqrt{L_0 C_0} \leq \pi/2$ よりも高い周波数範囲においても正確に成り立つと思われる。

図(6-6)の対称3巻線変成器の近似等価表現を第5章のハイブリッド回路(分離端子対④を接地)に適用してみると、図(6-7)(b)に示す等価表現が得られる。この等価表現において、平衡モードのみ着目し、第2章で示した g 変数と p 変数と対応(図(2-1))を用いると図(6-7)(c)に示すリチャードの変数(p)による等価表現を導くこともできる。



(b) 周波数変数 $\omega/\sqrt{L_0 C_0}$



(C) 周波数変数 $p (= \tanh j\omega\sqrt{L_0C_0})$

図(6-7) ハイブリッド回路の等価表現

6.5.3 $N:1:1$ 変成器

巻線比 $N:1:1$ の線路形変成器の解析は、伝搬モードが非常に複雑であるため従来あまり行われていない。そこで本近似等価表現を適用して $N:1:1$ 変成器の等価表現を導き、さらに、これを用いて構成されたハイブリッド回路の設計、解析を試みる。

まず、 $N:1:1$ 変成器の単位長あたりのインダクタンス、キャパシタンス行列 (L) , (C) は、巻線導体の対地容量を無視した場合として、

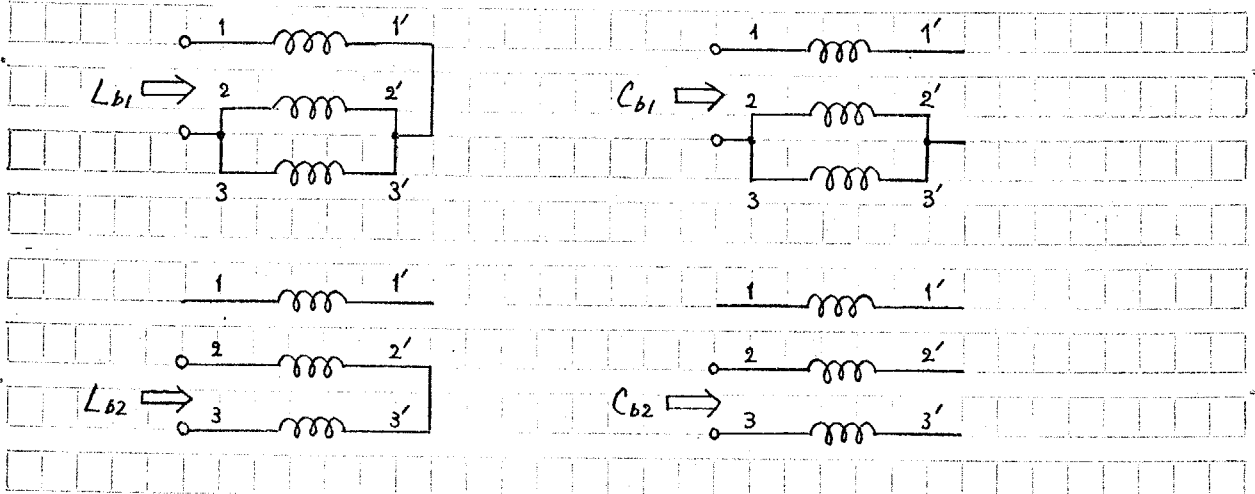
$$(L) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{12} & L_{23} & L_{22} \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} 2C_1 & -C_1 & -C_1 \\ -C_1 & C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_1 & -C_1 & C_1 + C_2 \end{pmatrix} \quad (6-40)$$

で与えられる。 $(L)(C)$ (又は $(C)(L)$) 行列の固有値より求まる伝搬定数は

$$\gamma l = 0, \quad j\omega\sqrt{L_{b1}C_{b1}}, \quad j\omega\sqrt{L_{b2}C_{b2}} \quad (6-41)$$

となる。ただし、 $L_{b1} \triangleq (L_{11} + (L_{22} + L_{23})/2 - 2L_{12})l$, $L_{b2} \triangleq 2(L_{22} - L_{23})l$,

$C_{b1} \triangleq 2C_1l$, $C_{b2} \triangleq (C_2 + C_1/2)l$ である。これらの $L_{b1} \sim C_{b2}$ の量は、各線条の電流が一定とみなしうる低い周波数において、図(6-8)に示すように、各端子を開放、短絡して測定したときのインダクタンス、キャパシタンスである。



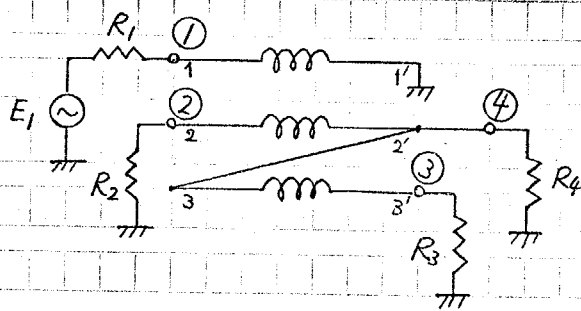
図(6-8) N:1:1変成器の測定パラメータ

巻線比が大きくなると、 L_{b1} は L_{b2} より大きくなり、したがって一般に $\sqrt{L_{b1}C_{b1}} > \sqrt{L_{b2}C_{b2}}$ なる関係が成り立つ。そこで、基準伝搬定数として、 $\gamma_{0l} = j\omega\sqrt{L_{b1}C_{b1}}$ に対応する θ 変数 ($\theta_0 = 2 \tanh(j\omega\sqrt{L_{b1}C_{b1}}/2)$) を選ぶと、この θ 変数による N:1:1 変成器の近似等価表現が得られる。

ところで、N:1:1 変成器の伝搬モードの伝搬定数 $j\omega\sqrt{L_{b1}C_{b1}}$ と $j\omega\sqrt{L_{b2}C_{b2}}$ とを実測した結果(N≠2のとき)、ほぼ2倍程度の大きな差があった。このような場合、得られる N:1:1 変成器の近似等価表現の適用周波数範囲は非常に狭くなってしまふ。そこで、その対策として、次数を上げて近似等価表現の精度を良くすることを考える。すなわち、与えられた多線条線路を二分して半分の長さの多線条系に対してそれぞれ前節の近似等価表現を適用し、それらの継続接続した回路を N:1:1 変成器の等価表現として用いることにする。

次に、このようにして得られた近似等価表現を用いて図(6-9)に示す N:1:1 変成器によって構成されるハイブリッド回路の解析、設計を行う。

† 基準周波数変数は $\theta_0 = 2 \tanh(\gamma_{0l}/4)$ とする。



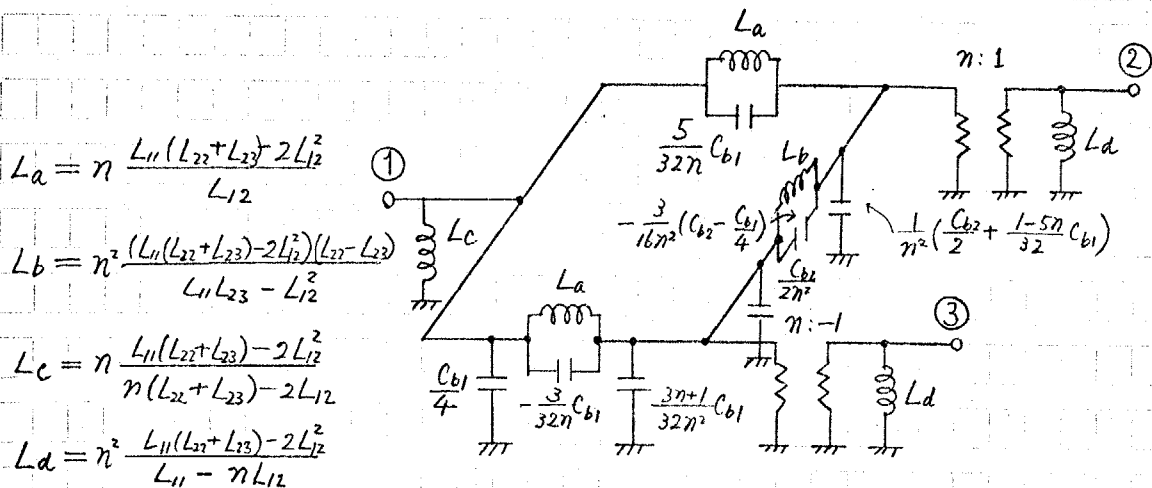
図(6-9) ハイブリット回路

図(6-9)に示すハイブリット回路において、新たに端子番号①～④をつける
と、この $N:1:1$ 変成器が理想的とみなしうる場合についてハイブリット回
路となるための条件は、ある基準抵抗 R_0 に対して、始終端子抵抗 R_i ($i=1, 2, 3$
 $, 4$)、巻線比 n ($=\sqrt{L_{11}/L_{22}}$)として、

$$R_1 = n^2 R_0 / 2, \quad R_4 = R_0 / 2, \quad R_2 = R_3 = R_0 \quad (6-42)$$

と与えられる。

そこで、始終端抵抗としては式(6-42)の関係を満足する抵抗を用いるとして
、まず、精密な計算に先だてて設計検討を得るために回路を単純化した。右



$$L_a = n \frac{L_{11}(L_{22} + L_{33}) - 2L_{12}^2}{L_{12}}$$

$$L_b = n^2 \frac{(L_{11}(L_{22} + L_{33}) - 2L_{12}^2)(L_{22} - L_{33})}{L_{11}L_{23} - L_{12}^2}$$

$$L_c = n \frac{L_{11}(L_{22} + L_{33}) - 2L_{12}^2}{n(L_{22} + L_{33}) - 2L_{12}}$$

$$L_d = n^2 \frac{L_{11}(L_{22} + L_{33}) - 2L_{12}^2}{L_{11} - nL_{12}}$$

図(6-10) ハイブリット回路の等価表現(周波数変数 $\beta_0/\sqrt{L_{b1}C_{b1}}$)

$$\beta_0' = 4 \tanh(j\omega\sqrt{L_{b1}C_{b1}}/4)$$

わす、①-④間の分離が完全とみなせる範囲における場合として、端子対④を接地した回路の等価表現を導いた。これを図(6-10)に示す。ただし、図が複雑となるので主要部分だけに簡略化して示している。

設計上の指針として図(6-10)から知れることとして、

(1) 伝送帯域の上限は、端子対①から端子対②への伝送路における並列共振回路の共振周波数 ($\omega_0/\sqrt{L_{b1}C_{b1}} = 1/\sqrt{L_a \cdot \frac{5}{32\pi} C_{b1}}$) の減衰極によってほぼ与えられる。

(2) 始末端抵抗を与える基準抵抗としては、厳密には定まらないが、端子対①と③の間の遅延回路の影像インピーダンス $\frac{2}{n^2} \sqrt{L_a/C_{b1}}$ が相当と思われる。、なにか考えられる。

次に、端子対④にも負荷抵抗を接続した図(6-9)の回路の近似等価表現から算出した計算値と現実の線路形変成器から構成したハイブリット回路の実測特性との対比を行った。その例の一部を図(6-11)に示す。

実験に使用した線路形変成器は、外径14mm、内径10mm、高さ10mmのフェライトコア ($\mu \approx 200$) により二本線と単線を1:2の巻線比で数回巻いている。この線路に対する測定パラメータとしては、

$$\begin{aligned} L_{b1} &= 8.94 (\mu\text{H}), & C_{b1} &= 9.09 (\text{pF}), & L_{11} &= 8.94 (\mu\text{H}) \\ L_{b2} &= 0.12 (\mu\text{H}), & C_{b2} &= 27.77 (\text{pF}), & (L_{22}+L_{23})/2 &= 2.24 (\mu\text{H}) \end{aligned}$$

(6-43)

(500kHz)となっている。これらより算出した巻線比(n)、結合係数(k, k')、伝搬定数(γ_{b1}, γ_{b2})は、

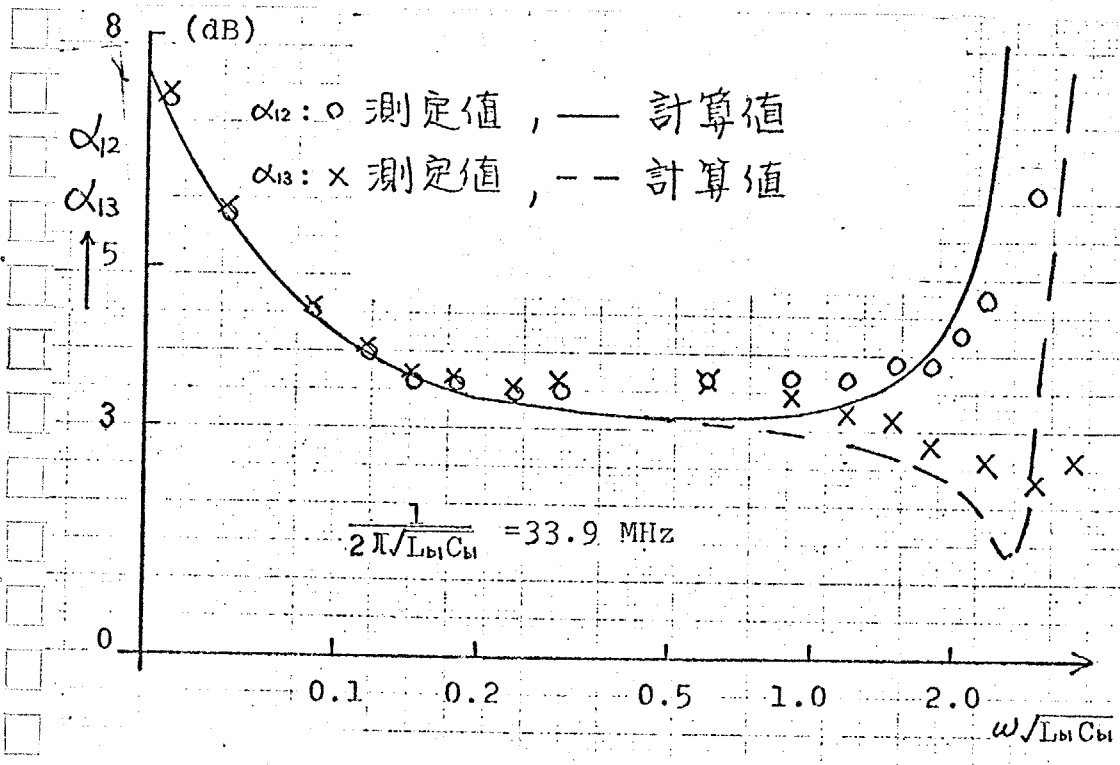
$$n \triangleq \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} = 1.98, \quad k = \frac{L_{12}^2}{L_{11}L_{22}} = 0.94, \quad k' = \left(\frac{L_{23}}{L_{22}}\right)^2 = 0.95$$

$$\gamma_{b1} = j\omega\sqrt{L_{b1}C_{b1}} \quad \left(1/2\pi\sqrt{L_{b1}C_{b1}} = 33.9 \text{ MHz}\right)$$

$$\gamma_{b2} = j\omega\sqrt{L_{b2}C_{b2}} \quad \left(1/2\pi\sqrt{L_{b2}C_{b2}} = 88.3 \text{ MHz}\right)$$

(6-44)

であらう。



図(6-11) N:1:1 変成器と用いたハイブリット回路の
 実測特性(①-②, ①-③間の分配特性)

6.5.4 結合形ストリフ線路

伝搬モードの伝搬定数が同一と異なる場合の結合形ストリフ線路に対して本近似等価表現が有効に適用できる一つの例として図(6-12)(a)に示す回路の等価表現を導く。

単位長あたりのインダクタンス, キャパシタンス行列(L), (C)として,

$$(L) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{pmatrix}, \quad (C) = \begin{pmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{22} \end{pmatrix} \quad (6-45)$$

とすると, (L)(C) (又は(C)(L))行列の固有値から得られる回路の伝搬モードの伝搬定数として,

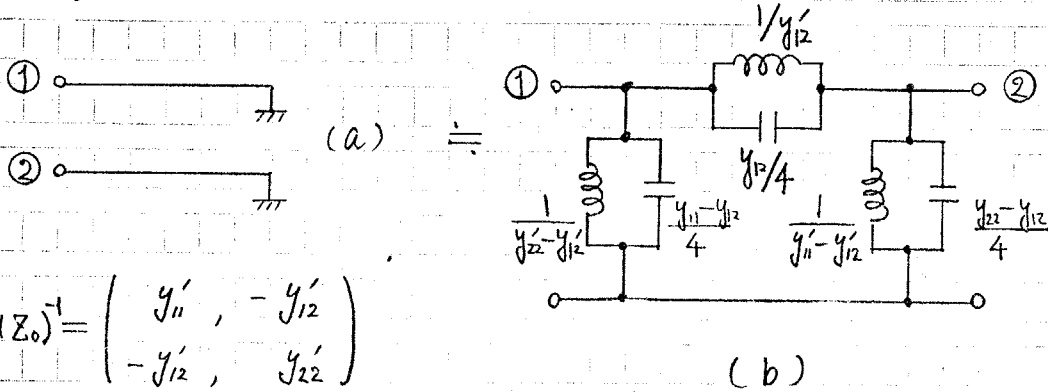
$$\gamma_{\pm} = j\omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \pm \frac{1}{2} \left((a_1 - a_2)^2 + 4b_1 b_2 \right)^{1/2} \right)^{1/2} \quad (\triangleq j\omega \sqrt{\alpha_{\pm}})$$

(6-46)

ただし, $a_1 = L_{11}C_{11} - L_{12}C_{12}$, $a_2 = L_{22}C_{22} - L_{12}C_{12}$
 $b_1 = L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12}$, $b_2 = L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12}$

(6-47)

を得る。ただし, γ_{\pm} , α_{\pm} は, 式(6-46)の才二項の符号に順うものとする。
 この二つの伝搬モードのうちで, α_{+} の伝搬モードを基準に選ぶと, 式(6-27)
 より特性インピーダンス行列 (Z_0) , (Y_0) が得られる。この特性インピーダンス行列を
 用いると図(6-12)(a)の近似等価表現として図(6-12)(b)の回路を得る。図(6-
 12)(b)の等価表現は, $0 \leq \omega \sqrt{\alpha_{+}} \cdot l \leq \pi/2$ の周波数範囲において成り立つ
 のと思われる。



$$(Z_0)^{-1} = \begin{pmatrix} y'_{11} & -y'_{12} \\ -y'_{12} & y'_{22} \end{pmatrix}$$

$$(Y_0)^{-1} = \begin{pmatrix} y_{11} & -y_{12} \\ -y_{12} & y_{22} \end{pmatrix}$$

図(6-12) 結合形ストリフラインの近似等価表現

この他にも, ある基準伝搬モードの $1/4$ 波長周波数までの伝送帯域をもつ結
 合形ストリフラインには同様な適用が可能である。

† 均一媒質の場合は図(6-12)(b)で $(Z_0)^{-1} = (Y_0)$ が成り立つ場合である。

6.6 おまじび

本章では、伝搬定数の異なる伝搬モードを含む不均一媒質の無損失多線条線路に対して、まず、従来のモード分解法の拡張として集中定数形モードも含む多線条系のモード分解法を示し、更に、第2章で用いた β 変数を導入し、第3章と同様に使用周波数範囲(低周波領域)において各伝搬モードの周波数変数とある基準伝搬モードの変数を用いて一変数近似することにより、モード分解の変換行列を含まない簡潔な回路行列を導いた。

更に、得られた回路行列を基に、多線条線路の β 変数による近似集中素子等価表現を与えた。また、得られた結果の応用例として、従来モード分解が複雑であった $N:1:1$ 変成器がこの近似等価表現を用いて比較的簡単に取り扱えることなどを示した。

得られた多線条系の近似等価表現の適用周波数範囲に制限があるため、伝送帯域の広い結合形ストリップ線路フィルタなどの適用できない回路があるが、今後これらの回路にも適用可能な近似等価表現への拡張などが残された問題点である。

又、これと関連して、伝搬速度の異なる伝搬モードを積極的に利用した結合形ストリップ線路フィルタの解析、設計法の確立などが今後の課題である。

第7章 結言

以上、分布定数回路網の集中素子等価表現とその応用について述べたが、ここで各章における概要と得られた結果を要約しておく。

第2章では、通常の線路方程式の成り立つ均一媒質の無損失の線路系に対して、半角のリチャード変数(θ)なる変数を導入して、線路系を含めた等長線路系に対して、この変数(θ)による具体的な集中素子(2端子素子)による等価表現を与え、更に、その結果、種々の回路の等価回路の導出が容易になることなどを示した。

第3章では、第2章の結果の不等長線路系への応用として、 θ 変数が実周波数との比例性が良好なことを用いた不等長線路系の θ 変数の一変数近似法を提案し、棒状不等長線路フィルタの近似構成法を示した。

第4章では、磁心を有する巻線線路形変成器について、線路を構成する導体各部の間の電磁結合を有するものに対し、そのモデル化、動作特性の算出および集中素子による等価表現の導出などを行なった。

第5章では、第4章の応用例として、3巻線ハイブリッドコイルおよびそれに特性改善のために Balun を連続に接続した回路の等価表現を求め、それらの回路の問題点、設計指針を示した。

第6章では、伝搬定数の異なる伝搬モードを含む不均一媒質の無損失の線路系に対して、第2章で用いた θ 変数を導入し、使用周波数範囲(低周波領域)において θ 変数の一変数近似を行なって、モード分解の変換行列を含まない簡単な回路行列を導き、さらに θ 変数による近似集中定数等価表現を与えた。更に、得られた結果の応用として、従来モード分解が複雑であった $N:1:1$ 変成器の等価表現を用いて比較的簡単に取り扱いえることなどを示した。

このように、本論文で提案した分布定数回路網に対する集中定数形素子等価表現による取り扱い手法は、従来の分布定数回路網理論特有の取り扱い手法に比べて、

- 1) 単位素子 (UE), 伝搬モードなどの分布定数回路網理論特有の概念を表面的には用いない。
- 2) 物理的機能が明確に表現されるので回路の解析, 設計が容易になる。
- 3) 従来の手法では取扱いが困難であった回路の解析, 設計にも適用できる。
- 4) 多線条系を含む複雑な回路などに特に有効である。

などの特徴を有し, この手法を用いることにより分布定数回路網に集中定数回路網理論の種々の成果が適用できることが明らかになった。

今後の課題として, 多線条系を用いた回路の構成論など種々の回路の設計, 解析への応用や, 損失のある系への拡張などが考えられる。

謝 辞

本研究を行なうにあたり終始御指導，御激励を頂いた小野田真穂樹助教授に心から感謝します。また，本論文をまとめるにあたり適切な御教示，御討論を頂いた柳沢健教授，藤井信生助教授，並びに，岸源也教授，木田拓郎助教授に厚く御礼申し上げます。また，御討論を頂いた石橋幸男博士を始めとする小野田，柳沢，藤井研究室の皆様にも厚く御礼申し上げます。

本研究に関する発表論文

(1) 國枝, 小野田: "線路長の異なる分布定数回路の一構成法"

信学技報, CST75-66 (1975-10)

(2) 小野田, 國枝: "分布定数回路網の集中素子等価表現とその応用"

信学技報, CST76-87 (1976-10)

(3) 國枝, 小野田, 桜井: "多巻線線路形変成器の等価回路表現とハイブリッド回路設計への応用"

信学技報, CST77-26

(1977-06)

(4) 小野田, 國枝: "分布定数回路網の集中定数形素子による等価表現とその二つの応用"

信学論(A), J60-A, 9, p821

(1977-09)

(5) 國枝, 小野田, 桜井: "多巻線線路形変成器の等価回路表現とハイブリッド回路設計への応用"

信学論(A), J60-A, 11,

p1069 (1977-11)

(6) Onoda.M & Kunieda.H : 'Lumped-Element Equivalent

Representation of Transmission-Line Networks by Half-Angle

Richards' Variable' 1978.IEEE.Symposium on CAS. 採録決定

(参考文献)

- (1) 黒田一之: "分布定数回路網の構成", 電子通信工学講座, 共立出版 (1959)
- (2) 佐藤利三郎: "伝送回路", 電子通信学会編, コロナ社 (1963)
- (3) 斎藤正男: "回路網理論入門", 東京大学出版会, (1967)
- (4) 加藤, 佐藤: "先端開放インテグラル形回路の一設計法", 信学技報, CST76-68 (1976-09)
- (5) E.G.Cristal: "Microwave filters", Modern filter theory and design, John Willey (1973)
- (6) N.Balabanian: "Electrical network theory", John Willey & Sons (1969)
- (7) R.Sato: "A design method for meander-line networks using equivalent circuit transformation", IEEE Trans., MTT-19, 5, p431 (1971)
- (8) E.A.Guillemin: "Synthesis of Passive Networks", John Willey & Sons (1957)
- (9) A.Matsumoto(editor): "Microwave filters and circuits", Academic Press (1970)
- (10) M.C.Horton & R.J.Wenzel: "General Theory and Design of Optimum Quarter-Wave TEM filters", IEEE Trans., MTT, pp316-327 May 1965
- (11) U.H.Gysel: "New Theory and Design for Hairpin-Line Filters", IEEE Trans., MTT-22, May 1974
- (12) 西, 時永: "分布定数素子とコンデンサによる有理リアクチブ関数の近似構成", 信学論(A), 57-A, 8, p. 583 (昭49-08)

- (13) 小林, 横川: "線路長の異なる分布定数回路の一近似法", 信学論 (A), 57-A, 9, p.679 (昭49-09)
- (14) 小林, 横川, 佐藤: "不等長線路とコンデンサからなるフィルタの一設計法", 信学論 (A), 60-A, 7, p.607 (昭52-7)
- (15) 尾崎弘: "多線数正実関数"; 信学誌 1972年12月号
- (16) 島田悠紀: "広帯域線路形変成器に関する基本的考察", 研実報, 17, 12, p.2285 (昭43)
- (17) 島田悠紀: "線路形同軸変成器の解析", 信学論 (C), 56-C, 3, p.141 (昭48-03)
- (18) 小野田, 水越: "磁心を有する線路形変成器の伝送特性", 信学論 (A), 58-A, 10, p.633 (昭50-10)
- (19) 島田悠紀: "多重同軸線路の [F] 行列とその応用", 信学論 (A), 53-A, 11, p.588 (昭45-11)
- (20) 西塚, 佐藤: "巻線比 $n:1$ の変成器の分布定数論的考察およびパルス応答の解析", 電学論, 93-C, p.159 (昭48-7)
- (21) 西塚, 佐藤: "分布結合変成器を用いたハイブリッド回路の構成法", 電学論, 95-C, p.77 (昭50-4)
- (22) 西塚, 佐藤: "同軸線で構成される通信用変成器の広帯域化", 電学論, 96-C, p.141 (昭51-7)
- (23) 佐藤, 内藤: "フェライトコアを用いた線路形変成器", 信学論 (C), 55-C, 10, p.544 (昭47-10)
- (24) 内藤, 藤原, 末武: "フェライト吸収体の厚さについて (2)", 信学技報 MW69-74 (1969)
- (25) 戸島知之: "しゃへい板を有するハイブリッドコイルの動作特性", 信学論 (C), 60-C, p.24 (昭52-1)
- (26) C.L.Ruthroff: "Some broad-band transformer", Proc.IRE, 47,8, p1337 (1959)

- (27) J.L.Garrison, A.Olson, Jr. & T.H.Simmonds, Jr.: "Transmission Networks and Magnetic Components", BSTJ, vol 53, NO.10, Dec. 1974
- (28) 松下重真: "媒質が不均一な多線条線路の伝搬モード", 信学論(A), 53-A, (昭45-10)
- (29) 永井信夫: "無損失多線条線路の伝搬モードの考察", 信学技報 CST-74 (1974-06)
- (30) 永井, 渡辺: "多線条線路の姿態と広帯域電力分割", 信学論(A), 52-A, (昭44-12)
- (31) 永井信夫: "無損失多線条線路の等価回路表示と伝搬モードの考察", 信学論(B), 60-B, (昭52-5)
- (32) K.D.Marx: "Propagation Modes, Equivalent Circuits, and Characteristic Termination for Multiconductor Transmission Lines with Inhomogeneous Dielectrics", IEEE Trans., MTT-21, NO 8, July 1973.
- (33) 佐川, 北沢: "パラメータ抽出操作による線形回路網の記号解析", 信学技報, CST76-56 (1976)
- (34) P.I.Richards: "Resistor-Transmission-Line Circuits", Proc. IRE p 217, Feb. 1948
- (35) H.J.Carlin: "Distributed Circuit Design With Transmission Line Elements", Proc. IEEE, vol. 59, NO 7, p1059. July 1971