

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	血液流動に関する工学的基礎研究
Title(English)	
著者(和文)	大川原真一
Author(English)	Shinichi OOKAWARA
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第3148号, 授与年月日:1996年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第3148号, Conferred date:1996/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

学位論文

血液流動に関する工学的基礎研究

東京工業大学 理工学研究科 化学工学専攻 博士後期課程

93D08012

大川原真一

謝辞

本研究を行うにあたり、終始適切な御指導、御教授を賜りました小川浩平教授、黒田千秋教授および吉川史郎助教授に深く感謝の意を表します。

Leeds 大学留学中に御指導いただきました Professor Dombrowski、Professor Foumeny および Lecturer Riza に深く感謝致します。

また、御多忙のところ論文審査していただく浅野康一教授、神沢淳教授、太田口和久助教授に厚く御礼申し上げます。

血液粘度の測定にあたり御指導をいただき、実験の機会を数多く作って下さいました群馬県立循環器病センターの谷口興一院長に深く感謝致します。また、血液を快く提供して下さいました病院関係者の方、有り難うございました。

さらに本研究に御協力していただいた山浦昭子事務官、卒業生を含む小川・黒田・吉川研究室の皆様、Leeds 大学のスタッフ、採血針の断面写真の撮影に御協力いただいた津田研究室の皆様、エマルジョンの粘度測定に御協力いただいた川崎研究室の皆様から心から感謝致します。

目次

謝辞	i
目次	ii
表目次	vi
図目次	viii
1 緒論	1
1.1 既往の研究	3
1.1.1 粘度測定法	3
1.1.2 血液の流動特性モデル	3
1.1.3 助走区間流れ	8
1.1.4 狭窄管内拍動流	9
1.2 本研究の目的	11
1.3 本論文の構成	11
2 臨床用血液粘度計の開発	14
2.1 測定装置および測定手順	15
2.2 測定原理の確立	19

2.2.1	測定原理	19
2.2.2	標準液による検定	23
2.2.3	血液粘度の測定	23
2.3	他の流体への応用	27
2.3.1	PAA 水溶液の測定	27
2.3.2	エマルジョンの測定	32
2.4	臨床粘度計の開発	32
2.4.1	臨床上の要求	32
2.4.2	プログラムの細分化およびファンクションキーの活用	36
2.4.3	操作手順	38
2.4.4	測定時間およびサンプリング周波数	42
2.4.5	データファイル名の自動決定	47
2.4.6	粘度決定のアルゴリズム	47
2.4.7	流動特性判定のアルゴリズム	49
2.5	臨床応用	50
2.5.1	臨床試験	50
2.5.2	治療薬投与の目安	55
3	血液の助走区間流れ	58
3.1	数値計算法	59
3.1.1	支配方程式	59
3.1.2	数値解法	61
3.1.3	血液の流動特性	63
3.1.4	数値解法の信頼性	64
3.2	結果	64

3.2.1	ニュートン流体の助走距離	64
3.2.2	非ニュートン流体の助走距離	75
3.2.3	ニュートン流体の速度分布	76
3.2.4	非ニュートン流体の速度分布	76
3.2.5	ニュートン流体の圧力分布	83
3.2.6	非ニュートン流体の圧力分布	83
3.3	考察	88
3.3.1	非ニュートン流体の流動特性モデル	88
3.3.2	統一的な助走距離の式	90
4	血液の流動特性	96
4.1	測定アルゴリズムの改良	97
4.2	測定誤差の解析	100
4.2.1	誤差要因	100
4.2.2	圧力補正	102
4.2.3	ニュートン流体による検定	102
4.2.4	数値シミュレーションによる検討	103
4.3	実験	108
4.3.1	補正法	108
4.3.2	血液の流動特性	108
5	ウェーブレットによる狭窄管内拍動流の解析	115
5.1	実験	117
5.1.1	実験装置および測定方法	117
5.1.2	実験条件	120
5.2	ウェーブレット解析	125

5.3	結果および考察	127
5.3.1	速度変動波形	127
5.3.2	時間平均速度分布	134
5.3.3	時空間エネルギー分布	139
6	総括的結論	155
	使用記号	158
	参考文献	161
A	発達した円管内層流	166
A.1	非ニュートン流体	166
A.2	ストークスの式	167
A.3	速度分布	167
A.4	流量	168
A.5	ニュートンモデル	168
A.6	指数則モデル	170
A.7	Bingham モデル	171
A.8	Casson モデル	172
B	見かけの壁面剪断速度と真の壁面剪断速度の関係	173

表 目 次

1.1	Experimental condition of Iida	6
1.2	Results of Iida	6
1.3	Experimental condition of Kimura	7
1.4	Results of Kimura	7
2.1	Analytical error (unit=cP)	52
2.2	With run variation (n=5,unit=cP)	53
2.3	Day-to-day variation (n=12,temp=37°C,unit=cP)	53
2.4	Blood viscosity and plasma viscosity($36.0 \leq Ht \leq 48.0$)	54
3.1	Comparison between this study, Friedmann <i>et al.</i> and Equation proposed by Chen	71
3.2	%Difference between this study, Friedmann <i>et al.</i> and Equation proposed by Chen	72
3.3	Comparison between this study and the proposed equations . . .	73
3.4	%Difference between this study and the proposed equations . . .	74
3.5	Entry length of Power law and Bingham models	77
3.6	Apparent viscosity and correction coefficient of momentum energy	91

4.1	Parameter values used for simulation	106
4.2	Comparison with other works	113

目 次

2.1	Schematic diagram of viscometer	16
2.2	Cross section of capillary needle	17
2.3	Steps of measuring	18
2.4	Results of calibration	24
2.5	Effect of passage through capillary needle on viscosity of blood .	26
2.6	Blood viscosity vs. hematocrit	28
2.7	Temperature vs. viscosity of PAA aqueous solution (0.5 wt%) .	29
2.8	Temperature vs. index n of PAA aqueous solution (0.5 wt%) . .	30
2.9	Viscosity vs. index n of PAA aqueous solution (0.5 wt%)	31
2.10	Emulsion viscosity vs. volume ratio of hexane	33
2.11	Index n of emulsion vs. volume ratio of hexane	34
2.12	Index n of emulsion vs. emulsion viscosity	35
2.13	Menu	37
2.14	Measuring step 1	39
2.15	Measuring step 2	40
2.16	Measuring step 3	41
2.17	Measuring step 4	43
2.18	An example of result printing (1)	44

2.19 An example of result printing (2)	45
2.20 An example of result printing (3)	46
2.21 An example of clinical application	56
3.1 Comparison of axial velocity profile for $Re = 0$	65
3.2 Comparison of radial velocity profile for $Re = 0$	66
3.3 Comparison of developing axial velocity profile along axis for $Re = 0$	67
3.4 A fully developed axial velocity profile of Bingham fluid flow for $\frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} = 0.5$	68
3.5 A fully developed axial velocity profile of Power law fluid flow at same flow rate as Bingham case for $\frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} = 0.5$	69
3.6 Comparison of entry length	78
3.7 Developing axial velocity profile of Newtonian model for $Re = 43.3$	79
3.8 Developing axial velocity profile of Newtonian model for $Re = 43.3$	80
3.9 Developing axial velocity profile of Power law model for $Re = 43.3$	81
3.10 Developing axial velocity profile of Power law model for $Re = 43.3$	82
3.11 Developing axial velocity profile of Bingham model for $Re = 43.3$	84
3.12 Developing axial velocity profile of Bingham model for $Re = 43.3$	85
3.13 Pressure profile of Newtonian model along pipe axes at $Re = 43.3$	86
3.14 Pressure profile of Power law model along pipe axes at $Re = 43.3$	87
3.15 Pressure profile and plug region velocity profiles of Bingham model at $Re = 43.3$	89
3.16 Relation between expanded Reynolds number Re^* and entry length	92

3.17 Relation between expanded Reynolds number Re^* and expanded entry length	94
4.1 An example of inside pressure data	98
4.2 Pressure transducer error against pressure difference between atmospheric pressure and inside pressure	101
4.3 Pressure correction	104
4.4 Characterization of measurement error tendency by simulation (Pressure correction and standardized viscosity change with inside pressure)	107
4.5 Calibrated(open symbols) and raw (solid symbols) viscosity standardized by real viscosity values of standard Newtonian liquids .	109
4.6 Sample results of human blood measurements	111
5.1 Schematic diagram of experimental apparatus	118
5.2 Flow characteristics of non-Newtonian test fluid	119
5.3 Velocity probe	121
5.4 An example of calibration	122
5.5 An example of velocity fluctuation in straight pipe ($Re = 428$, $\alpha = 2.4$)	123
5.6 An example of velocity fluctuation in straight pipe ($Re = 428$, $\alpha = 7.7$)	124
5.7 Wavelet constructed by Daubechies	128
5.8 Mallat's fast wavelet algorithm	129
5.9 An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 464$, Steady)	130

5.10 An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 492$, Steady)	131
5.11 An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 528$, $\alpha =$ 3.0)	132
5.12 An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 475$, $\alpha = 3.0$)	133
5.13 An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 613$, Steady)	135
5.14 An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 612$, Steady)	136
5.15 An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 619$, $\alpha =$ 3.1)	137
5.16 An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 635$, $\alpha = 3.0$)	138
5.17 Time averaged velocity profile (Newtonian, $Re = 310\sim 2015$, Steady)	140
5.18 Time averaged velocity profile (non-Newtonian, $Re = 310\sim 945$, Steady)	141
5.19 Time averaged velocity profile (Newtonian, $Re = 528\sim 855$, $\alpha =$ $3.0\sim 3.1$)	142
5.20 Time averaged velocity profile (non-Newtonian, $Re = 475\sim 1144$, $\alpha = 3.0$)	143
5.21 An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 464$, Steady)	145
5.22 An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 492$, Steady)	146

5.23 An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 528$, $\alpha = 3.0$)	147
5.24 An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 475$, $\alpha = 3.0$)	148
5.25 An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 619$, $\alpha = 3.1$)	149
5.26 An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 635$, $\alpha = 3.0$)	150
5.27 An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 855$, $\alpha = 3.1$)	151
5.28 An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 843$, $\alpha = 3.0$)	152

第 1 章

緒論

序

臨床ヘモレオロジーの観点からの、狭窄管内の血液流動に関する研究は多い。特に狭窄後流に生じる乱流と狭窄後部拡張等の血管障害には密接な関連があるとされており、その乱流の性質に関する基礎的知見を得ることは医用工学的に重要であると考えられる。

そのモデル実験を行うためには血液の流体としての性状を知る必要があるが、血液はアルブミンを主成分とする高分子溶液に体積分率にして約 40%もの有形成分が分散する特殊なサスペンションであり、臨床上重要な因子である血液粘度さえ測定することは困難とされてきた。また、有形成分の大部分は非常に変形性に富む直径 $7\ \mu\text{m}$ 程度の両凹円板形の赤血球であり、この赤血球の存在によって血液が非ニュートン性を示すことは古くから知られているが、非ニュートン性が見られる剪断速度範囲やその程度に関しては結論が得られておらず、血液流動に関するモデル実験では血液をニュートン流体とみなし、試験流体として水、グリセリン水溶液等が用いられることが多かった。しかし、近

年血液のもつ非ニュートン性がその流動状態に大きな影響を与える可能性が指摘され始めており、広い剪断速度範囲における詳細な血液の流動特性の測定が必要と思われる。

本章では、まず血液の流動特性およびその測定法に関する既往の研究、ついで血液流動のなかで本研究に関連の深いものを概観し、その問題点を述べた後に本研究の目的を明らかにする。

1.1 既往の研究

1.1.1 粘度測定法

血液粘度の測定法は、毛細管型と回転型に大別される。毛細管型はさらに圧力差と流量の関係から粘度を算出するタイプと、毛細管部通過時間を測定し、水との比較から相対粘度を算出するものに分けられる。

全血の粘度は剪断速度に依存するので、オストワルド型等に代表される相対粘度を算出するタイプの粘度計はその測定には適さず、血漿粘度の測定に使われる [19, 45]。また、圧力差と流量を測定するタイプは、長さを得るために毛細管部がコイル状のものが考案されている [40]。その他にも毛細管を利用したものとして、ローラポンプ型 [37]、BMAV 型等 [23, 20] がある。また、ポリプロピレン・ホローファイバ人工肺を用いた方法もある [38]。

血液粘度は一般に回転粘度計を用いて比較的低い剪断速度領域で測定されている。回転粘度計には、二重円筒型、コーンプレート型、GDM 型等 [27, 19, 45] があり、どのタイプも回転速度から間隙に満たされた流体の剪断速度を計算し、それとトルクとの関係から粘度を算出するものである。

1.1.2 血液の流動特性モデル

Casson[4] は顔料の流動特性を表わすため、半実験的に次のようなモデルを提出した。

$$\tau^{\frac{1}{2}} = k_0 + k_1 \dot{\gamma}^{\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

Scott-Blair[36] と Copley[12] は、このモデルが牛あるいは人間の血液に適用できることを見いだした。それ以来、血液の流動特性を表わすモデルとしてこの Casson モデルが広く知られ、用いられている。

Merrill ら [28, 27] は自ら開発した Couette 型の粘度計を用いて人間の血液の低剪断速度での粘度測定を行ない、彼らが直接測定した血液の降伏応力は、粘度のデータから Casson モデルに基づいて外挿して求めた降伏応力と $\pm 10 \sim 20\%$ 以内で一致すると報告している。なお、血液の降伏応力を直接測定した報告はこれだけである。

さらに、Merrill ら [29] は人間の血液の降伏応力は、温度とは無関係に次のような式で表わせるとし、

$$\tau_y^{1/3} = A(Ht - Ht_c) \quad (1.2)$$

大部分の血液に対して、パラメータの値は以下の通りであると報告している。

$$A = 0.0008 \pm 0.0002 \text{ Pa}^{\frac{1}{3}}$$

Ht = ヘマトクリット

Ht_c = 臨界ヘマトクリット (通常 $5 \sim 8$ でこれ以下では、降伏応力は現われない。)

また、Merrill ら [30] は剪断速度 $0.1 \sim 2,600 \text{ s}^{-1}$ の範囲で人血粘度の測定を行ない、血液は剪断速度 20 s^{-1} 以下では Casson モデル、 $20 \sim 100 \text{ s}^{-1}$ は遷移領域で、 100 s^{-1} 以上では Newton モデルで表わせるとした。また、 20 s^{-1} 以下で、Casson モデルに基づいて求められた粘度は、高剪断速度で求められるニュートンモデルに基づく粘度にほぼ等しいと報告している。

一方、Charm ら [5] は数種の回転型粘度計を用いて人血粘度を剪断速度範囲 $2 \sim 100,000 \text{ s}^{-1}$ において測定し、 $10,000 \sim 100,000 \text{ s}^{-1}$ の範囲で Casson モデルに基づいて求められたパラメータ値は、 $5 \sim 200 \text{ s}^{-1}$ の範囲で同様に求められるパラメータ値と 5% の範囲で一致するとしており、これは Merrill らの報告とは反する。

また、Walawender ら [40] は、牛の血液とシリカサスペンションを剪断速度範囲 $4 \sim 350 \text{ s}^{-1}$ で測定し、どちらも Casson モデルで良好に表わせるが、シリカサスペンションはニュートンモデルへの遷移を示し、牛の血液は彼らの測定範囲では遷移しないと報告している。このように、血液の剪断速度 100 s^{-1} 以上における流動特性には相反する報告があり結論が得られていないが、血液流動に関する多くの研究において血液はニュートン流体として取り扱えるものとしている [46]。

Iida [17] は Wells-Brookfield 型粘度計を用いて血液粘度を幾つかの剪断速度で測定した。その実験条件および結果を Table 1.1, 1.2 に示す。ちなみに、この粘度計の剪断速度範囲 $1.15 \sim 5.80 \text{ s}^{-1}$ における測定誤差が大きいという理由でその範囲の実験データが示されていないことは注意を要する。また、Kimura et al. [21] は Visconic ELD (コーン-プレート型粘度計) を用いて幾つかの剪断速度における血液粘度を測定した。実験条件および結果をそれぞれ Table 1.3 および 1.4 に示す。なお、本研究における数値計算では、これらのデータを基に流動特性パラメータを決定した。

Table 1.1: Experimental condition of Iida

Worker	Iida[17]
Viscometry	Cone plate viscometer
Sample	$1.2 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
Anticoagulator	Anticlot/et
Temperature	37 °C
Donors	56
Hematocrit \pm SD	$42.62 \pm 3.86 \%$

Table 1.2: Results of Iida

$\dot{\gamma}$ [s^{-1}]	$\overline{\mu_{ap}} \pm \text{SD} \times 10^{-3}$ [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]
11.5	7.42 ± 1.32
23.0	6.48 ± 0.91
46.0	5.27 ± 0.66
115.0	4.28 ± 0.43
230.0	3.88 ± 0.40

Table 1.3: Experimental condition of Kimura

Workers	Kimura <i>et al.</i> [21]	
Viscometry	Cone plate viscometer	
Sample	$1.2 \times 10^{-6} \text{ m}^3$	
Anticoagulator	EDTA-2K	
Temperature	37 °C	
Donors	male 20	female 20
Hematocrit \pm SD	$45.6 \pm 2.28 \%$	$38.6 \pm 1.65 \%$

Table 1.4: Results of Kimura

Shear rate	male	female
$\dot{\gamma} [\text{s}^{-1}]$	$\overline{\mu_{ap}} \pm \text{SD} \times 10^{-3} [\text{Pa} \cdot \text{s}]$	$\overline{\mu_{ap}} \pm \text{SD} \times 10^{-3} [\text{Pa} \cdot \text{s}]$
9.6	9.05 ± 1.28	6.47 ± 1.00
19.2	7.37 ± 0.74	5.45 ± 0.58
38.4	6.27 ± 0.58	4.85 ± 0.40
76.8	5.44 ± 0.43	4.46 ± 0.31
192.0	4.56 ± 0.31	3.76 ± 0.19
384.0	4.14 ± 0.29	3.42 ± 0.17

1.1.3 助走区間流れ

上述のように血液は高剪断速度範囲においてほぼニュートン流体としての性質を示すという知見から、数値流体力学による血液流動の研究の多くは、血液がニュートン流体であるという仮定に基づいてなされている。しかし、体内の特定の部位においては(分岐部、湾曲部、狭窄部、毛細管等)血液の非ニュートン性が流動状態に大きな影響を持つものと思われる。Maurya[25]は血液をニュートン流体(血漿)によって包まれる Casson 流体として扱った。彼は外側の層の粘度が 0.09 から 0.12 に増加すると速度が小さくなることを示したが、これらの数値に単位および Casson モデルに基づく粘度や降伏応力の値は示されていない。Chaturani and Palanisamy[6, 7]は血液を Casson および指数則流体と仮定し、周期的な加速度下における拍動流の計算を行った。彼らは Casson モデルに基づく降伏応力 $\tau_{y,ca}$ 、指数則モデルに基づく指数 n を変化させ、その影響を調べた。しかし、彼らは Casson 粘度 μ_{ca} および指数則モデルの係数 k の値には言及していない。Cho and Kensey[9]は病変を起こした動脈における血液の非ニュートン性の影響を調べた。彼らは多くの構成方程式および実測値に基づいたそれらのパラメータ値を比較検討し、修正 Powell-Eyring モデルを非ニュートンモデルとして用いて、圧力損失、壁面剪断速度、速度分布等の流動状態をニュートン流体の場合と比較したが、他の非ニュートンモデルとの比較は行わなかった。

本研究では粘度計の誤差要因および大動脈中の血液流動に関連して、特に助走区間流れの数値計算を行った。この問題に関する解析的な研究としては以下のようなものがある。Schiller[34] および Campbell[3]は境界層における速度分布を放物線状と仮定することにより解を導いた。さらに、ベルヌーイの式を適用し、Campbellは Schiller の方法を改良するため Macroscopic Momentum

Balance を用いた。Langhaar[22] は運動量方程式を線形化した。Chen[8] は円管内および平行平板間の解析に積分法を用いた。Goldberg[15] はフーリエ変換を用いることによりレイノルズ数の低い領域における時間依存のストークスの式および連続の式に対する解を得た。彼らは周波数が 0 に近づく極限を得ることによりレイノルズ数が 0 とみなせる定常流の解を示した。

それに対して、Hornbeck[16] および Christiansen[10] は境界層近似に基づき差分法を用いて数値解を得た。また、Wang[41], Vrentas[39] および Friedmann[14] はいかなる近似も行わず、しかし渦度および流れ関数の形で運動方程式を解いた。Schmit[35] は差分法を用いて Navier-Stokes の式を完全な形で解き解を得ている。この問題に対する有限要素法の唯一の適用例は粘性散逸を最小にするために用いた Schmidt[35] によるものである。非ニュートン流体に関しては、Collins と Schowalter [11] および Mehrotra と Patience [26] は境界層近似に基づいて指数則流体の解析を行った例があるだけである。

1.1.4 狭窄管内拍動流

狭窄は心臓血管系に関連した疾患のなかでも発生頻度が高く、しかも心臓から末梢動脈に至るあらゆるところに現れる疾患であるので、その流動状態に関する知見を得ることは臨床ヘモレオロジーの観点から重要である。したがって本研究では、狭窄管内流動を主たるターゲットとして選択した。

血液流動に関する狭窄管内流動の研究は古くから非常に多くなされてきているが [46]、それらの大部分は定常流に関するものである。特に拍動流を対象としたものでは、Young and Tsai [47] がホットフィルム流速計を用いて乱流遷移に関する研究を行い、ゆるやかな狭窄では定常流の方が乱流になりやすく、鋭い狭窄では逆の傾向があると報告している。また、Azuma and Fukushima [2]

は狭窄血管モデルにおける流動状態を可視化し、渦の挙動に関して報告している。しかし、その詳しい流動状態は未だ明らかにされていないのが現状である。

拍動流における乱流は、非定常乱流であるのでその速度変動の時系列データの解析には注意が要する。従来、時系列データの解析にはフーリエ解析が主に用いられてきた。フーリエ変換の核関数である三角関数は、周波数領域では一点に局在するものの、時間に対しては無限に広がっているため、時間に対する情報が犠牲になるという欠点がある。それを克服するために、ウィンドウ関数を用いて核関数を時間領域で局在化する短時間フーリエ解析があるが、時間分解能が一定であること、核関数の相似性が崩れるためにデータの自己相似性をスペクトルのべき則として検出できない等の欠点を持っている。

このようなことを理由として、非定常乱流である大動脈内乱流等の解析では、まず非常に多くの心拍サンプルから例外的な変動を示すものを取り除いた後にアンサンブル平均を計算し、さらに変動速度は、生理的な変動を除去するためのアンサンブル平均に対する補正係数を 1 心拍ごとに求める等の煩雑な操作を経てから計算し、乱流の 1 心拍にわたる平均的な性質について論じる手法がとられる [44]。しかしこのような方法では、平均操作によって失われてしまう情報、乱流の発達等に関する重要な情報の消失があると考えられ、適切な方法とは言えない。

上述のような問題を克服するため、本研究では時間および周波数領域で局在し、かつ相似性を検出できるウェーブレット変換を用いて狭窄管内拍動流の解析を行うことを試みた。本研究で用いたウェーブレットは Daubechies [13] によって構成された正規直交ウェーブレットで、時間領域で関数が 0 でない区間が有限であるという優れた特徴を持つものである。既往の研究においては [1, 32]、乱流の微細な構造の解析に適する斜交過剰系のウェーブレットを用いたものが多いが、基底が斜交する場合には展開係数同士が独立ではなく流体

の持つエネルギーについて論じることはできない。乱流解析に正規直交ウェーブレットを用いた例 [42, 43] では、Meyer のウェーブレットを用いたものがある。このウェーブレットは周波数領域で 0 でない区間が有限であるという特徴をもつが、時間領域では急激に減衰するものの無限の広がりを持っており、非定常現象を解析するには不向きであると思われる。

1.2 本研究の目的

本研究では狭窄管内の流動をはじめとする種々の血液流動に関する研究を遂行する上で欠くことのできない広い剪断速度範囲における血液の流動特性に着目し、先ず、簡便・迅速・正確・安価・移動が容易等の臨床上の要求をも満たす新しいタイプの血液粘度計の開発を行うことを最初の目的とする。ついで、その粘度計を応用して血液の流動特性を詳細に測定することを次の目的とし、さらに端末効果に関連して非ニュートン流体の助走区間流れの数値計算による検討、幾何学的要因や圧力変換器の誤差等の測定誤差要因の検討を行う。最後に上記で確定された血液の流動特性と同一の流動特性を有する非ニュートン流体ポリアクリルアミド (PAA) 水溶液を血液疑似流体として用い、狭窄管内拍動流の乱流場の特性をニュートン流体を用いた場合と比較することにより定量的に明らかにし、狭窄管内の血液流動に関する信頼できる基礎的知見を得ることを最終的な目的とする。

1.3 本論文の構成

本論文は以下の 6 章より構成されている。

第 1 章『緒論』では、本研究に関連する既往の研究を概観して問題点を明

らかにし、本研究の目的について述べる。また、本論文の構成を示す。

第 2 章『臨床用血液粘度計の開発』では、両端をゴム栓で閉じた真空採血管、特殊採血針、圧力変換器およびパーソナルコンピュータからなる新しい真空採血管型粘度計の測定原理について述べる。また、特に臨床上の要求を満たすために考案した計算アルゴリズムについて述べ、まず日本工業規格の粘度計校正標準液等を用いてその精度を検討する。さらに病院で採血直後の血液粘度を測定し、既往の研究と比較することにより、血液粘度計としての精度およびその実用性を検討する。さらに、エマルジョン、高分子水溶液等性状が複雑で測定が困難とされてきた流体の測定への応用も試みる。

第 3 章『血液の助走区間流れ』では、大動脈内流動および測定誤差要因の一つである端末効果に関連し、助走区間流れの数値計算を行う。非ニュートン流体としてビンガム流体および指数則流体を選び、ニュートン流体の場合と比較検討する。

第 4 章『血液の流動特性』では、真空採血管型粘度計を応用して広い剪断速度範囲における流動特性を詳細に測定するための新たな計算アルゴリズムを示す。幾何学的要因および圧力変換器の誤差の影響について数値的に検討する。その誤差を補正する方法を示し、標準液を用いた実験により考案した補正法の有効性を確認する。さらに病院で採血直後の血液の流動特性を測定し、本研究で得られた流動特性と既往の研究との比較検討を行う。

第 5 章『ウェーブレットによる狭窄管内拍動流の解析』では、狭窄管内拍動流における乱流場の解析を行う。周波数パラメータ α が 3、時間平均レイノルズ数が約 500 から 1,000 の範囲の正弦波状の振動成分を持つ拍動流を遠心ポンプをコンピュータで制御することによって生じさせ、血液疑似流体としてポリアクリルアミド (PAA) 水溶液を用いて電極反応法により管内局所流速を 100 Hz で測定した。得られた時系列データの解析には非定常乱流の解析に適する

と思われるウェーブレットを用いるを試みる。

第 6 章『総括的結論』では、以上の 2 章から 5 章を総括して、結論とする。

第 2 章

臨床用血液粘度計の開発

序

血液粘度の測定は、疾患の病態診断、治療方針の決定、治療効果の判定、臨床経過の評価等に活用されているが、血液は、採血後の時間経過や添加される抗凝固薬などによって変化するため、採血後可能な限り短時間で測定することが必要である。従来の粘度計では、操作の煩雑さや、精度の問題などから日常の臨床に応用することが困難であった。また、それらの装置が一般に非常に高価であることも、その導入を妨げる原因となっている。そこで、本章では簡便・迅速・正確・安価・移動が容易等の臨床上の要求を満たす新しいタイプの血液粘度計の開発を行うことを目的とした。

2.1 測定装置および測定手順

本研究で開発された真空採血管型血液粘度計は毛細管型粘度計の一種で、Fig. 2.1は、その概略である。

1. 真空採血管：内容積は $1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ 前後、両端がゴムで閉じられており、その内圧は約 $0.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ 程度である。
2. 特殊採血針：長さ約 0.132 m、内径 $0.505 \times 10^{-3} \text{ m}$ の特製注射針で本測定法において毛細管部となる。
3. 試験管：試験流体を満たし、固定台によって恒温装置にセットされる。
- 4.ホルダ：プラスチック製で特殊採血針をネジ式に固定し、固定台にセットされる。
5. 恒温装置：試験流体を所定の温度に保つ。
6. 接続針：真空採血管内の圧力を測定する圧力変換器と真空採血管を接続するための注射針。

Fig. 2.2は、特殊採血針の断面写真である。この写真から特殊採血針は円管と見なせるものとした。また、相対粗度は 10^{-3} のオーダーであるが、本研究では層流範囲で測定しているので問題にならない。

測定は、Fig. 2.3に示される手順で行なわれる。まず、以下に挙げる既知の値はプログラム中に前もって書かれている。

P_A : 大気圧 (実際には、多少の変動があるが本研究では $1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ で一定とした。)

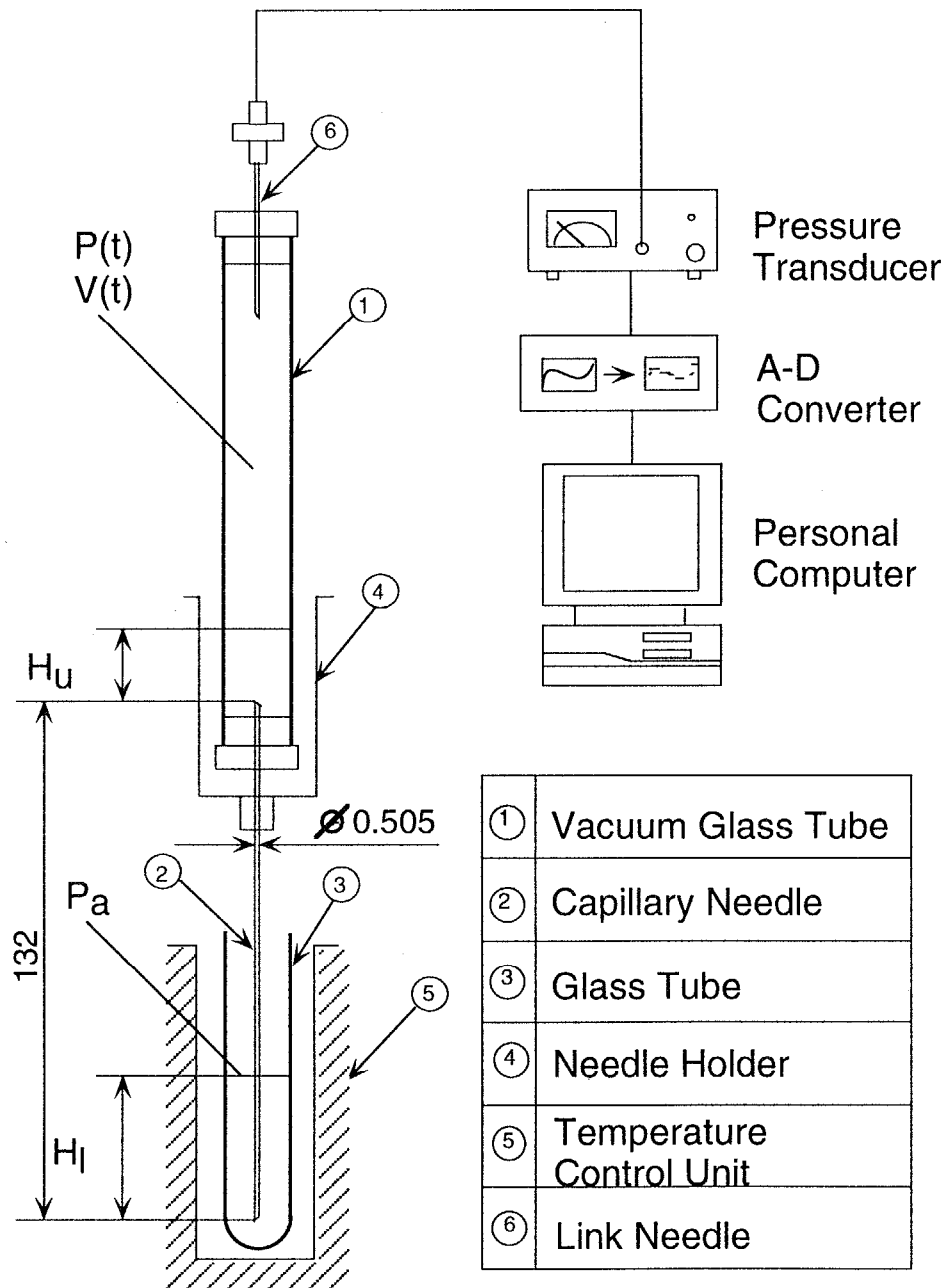


Figure 2.1: Schematic diagram of viscometer

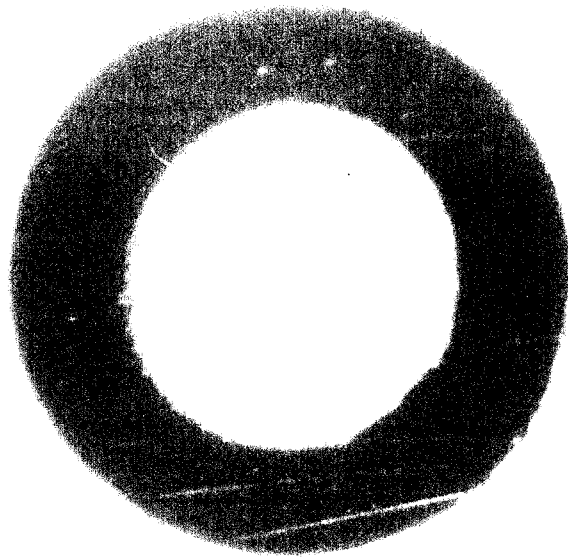


Figure 2.2: Cross section of capillary needle

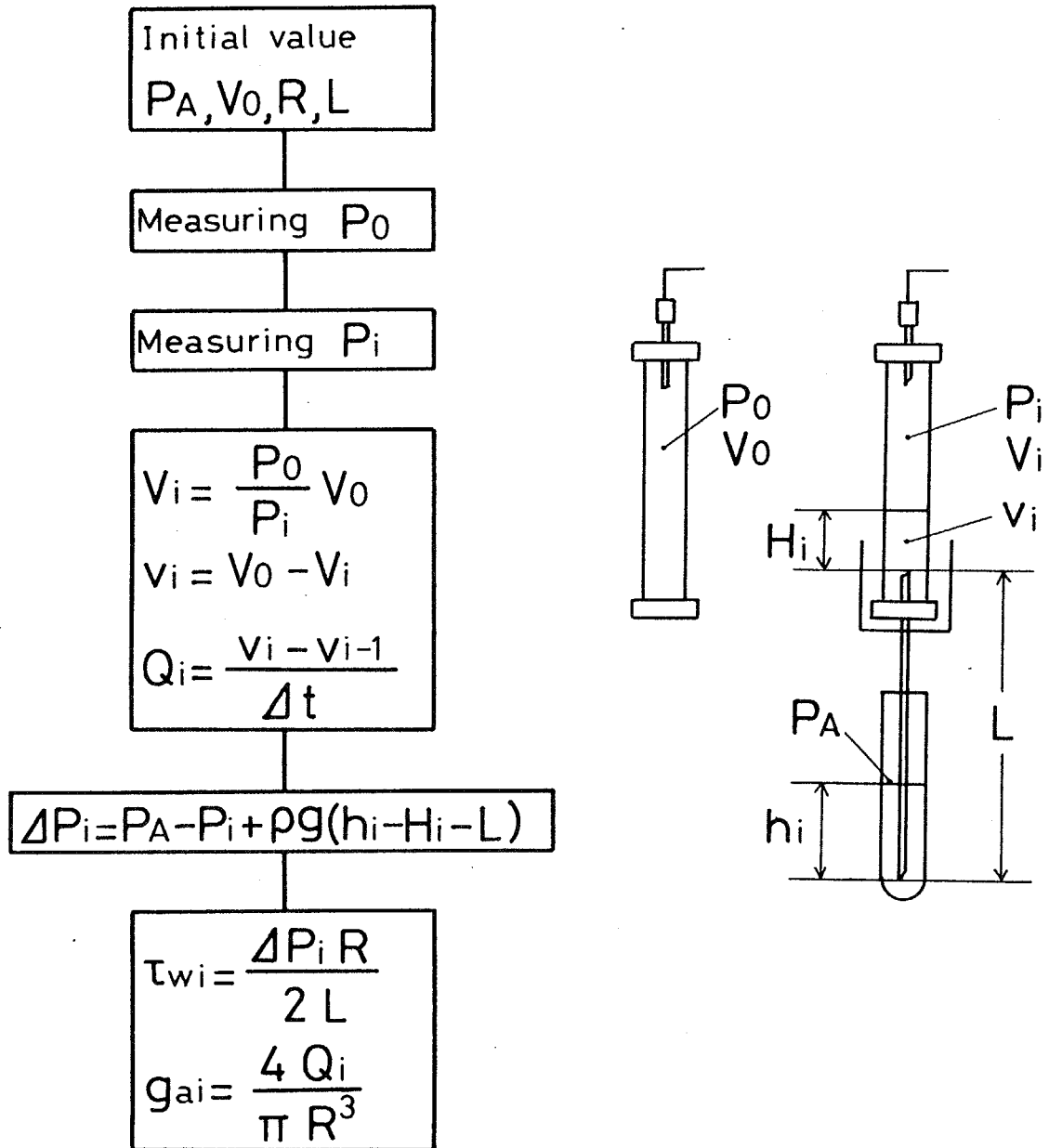


Figure 2.3: Steps of measuring

V_0 : 真空採血管および接続用の針とチューブ、さらに圧力変換器内部を合わせた体積。未知体積は検定によって決定した。

R : 特殊採血針の内半径。

L : 特殊採血針の長さ。

測定手順は以下の通りである。

1. 試験流体の入った試験管を恒温装置にセットし、特殊採血針を浸す。
2. 接続針を真空採血管上端のゴムキャップに突き通して圧力変換器に接続し、管内初期圧力 P_0 を測定する。
3. 真空採血管をホルダに押し込み、下端ゴムキャップを特殊採血針で突き通す。
4. 圧力差によって試験流体が真空採血管内に流入し、それに応じて上昇する管内圧力を一定の時間間隔で測定する。

2.2 測定原理の確立

2.2.1 測定原理

力の釣合の式から、管内を流れるどのような流体でも壁面における剪断応力 τ_w は

$$\tau_w = \frac{\Delta PR}{2L} \quad (2.1)$$

と表わされる。

また、ニュートン流体では壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_w$ は

$$\dot{\gamma}_w = \frac{4Q}{\pi R^3} \quad (2.2)$$

と表わされる。

そこで、非ニュートン流体のときにも、

$$\dot{\gamma}_{wa} = \frac{4Q}{\pi R^3} \quad (2.3)$$

を見かけの壁面剪断速度とする。

本測定法では、これらの量は以下のように計算される。まず、真空採血管内の空気はボイルの法則にしたがい、ある時間 i における採血管内圧力と体積の積は一定値をとる。すなわち、

$$P_0 V_0 = P_i V_i \quad (2.4)$$

このとき、採血管内に流入している試験流体の体積 v_i は

$$v_i = V_0 - V_i \quad (2.5)$$

と表わされ、このときの流量 Q_i は

$$Q_i = \frac{dv_i}{dt} \quad (2.6)$$

と計算される。また、粘性による圧力損失 ΔP_i は、液柱の高さ、および特殊採血針の長さを考慮すると、

$$\Delta P_i = (P_A + \rho g h_i) - (P_i + \rho g H_i) - \rho g L \quad (2.7)$$

となる。ここで、 h_i 、 H_i は、それぞれ試験管、採血管内の液柱の高さである。したがって、ある時間 i における、壁面剪断応力および見かけの壁面剪断速度は、

$$\tau_{w,i} = \frac{\Delta P_i R}{2L} \quad (2.8)$$

$$\dot{\gamma}_{wa,i} = \frac{4Q_i}{\pi R^3} \quad (2.9)$$

となる。

見かけの壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wa}$ と真の壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wr} = \dot{\gamma}(\tau_w)$ の間には、次式の関係がある。(Appendix B参照)

$$\dot{\gamma}_{wr} = \frac{3}{4}\dot{\gamma}_{wa} + \frac{1}{4}\tau_w \frac{d\dot{\gamma}_{wa}}{d\tau_w} \quad (2.10)$$

従来は式(2.10)の第2項を求めるために図微分が行われていたが、本研究では一回の測定で得られる N 個のデータセット

$$(\dot{\gamma}_{wa,i}, \tau_{w,i}) \quad i = 1, \dots, N \quad (2.11)$$

に対し、4つの流動特性モデルに基づいて $\dot{\gamma}_{wa,i}$ と $\tau_{w,i}$ の間に以下のような関係を仮定し、最小二乗法によってパラメータの値を求めた。

1. ニュートンモデル

$$\dot{\gamma}_{wa} = \alpha\tau_w \quad (2.12)$$

2. Bingham モデル

$$\dot{\gamma}_{wa} = \alpha(\tau_w - \beta) \quad (2.13)$$

3. 指数則モデル

$$\dot{\gamma}_{wa} = \alpha\tau_w^{\frac{1}{n}} \quad (2.14)$$

4. Casson モデル

$$\dot{\gamma}_{wa}^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{1}{2}}(\tau_w^{\frac{1}{2}} - \beta^{\frac{1}{2}}) \quad (2.15)$$

これらのパラメータの値が定まると、式(2.10)から、それぞれのモデルの流動曲線と粘度は以下のように求められる。

1. ニュートンモデル

流動曲線

$$\dot{\gamma}_{wr} = \alpha\tau_w \quad (2.16)$$

粘度

$$\mu_n = \frac{1}{\alpha} \quad (2.17)$$

2. Bingham モデル

流動曲線

$$\dot{\gamma}_{wr} = \alpha \left(\tau_w - \frac{3}{4} \beta \right) \quad (2.18)$$

粘度

$$\mu_{bi} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.19)$$

降伏応力

$$\tau_{y,bi} = \frac{3}{4} \beta \quad (2.20)$$

3. 指数則モデル

流動曲線

$$\dot{\gamma}_{wr} = \alpha \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \tau_w^{\frac{1}{n}} \quad (2.21)$$

粘度

$$\mu = \left\{ \frac{4n}{\alpha(3n+1)} \right\}^n \dot{\gamma}_{wr}^{n-1} \quad (2.22)$$

4. Casson モデル

流動曲線

$$\dot{\gamma}_{wr}^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(\tau_w^{\frac{1}{2}} - \frac{7}{8} \beta^{\frac{1}{2}} \right)^2 - \frac{1}{64} \beta^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

ここで、壁面剪断応力 τ_w が十分に大きく $\frac{1}{64} \beta^{\frac{1}{2}}$ が無視できる範囲では、上式は

$$\dot{\gamma}_{wr}^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{1}{2}} \left(\tau_w^{\frac{1}{2}} - \frac{7}{8} \beta^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.24)$$

と書ける。したがって

粘度

$$\mu_{ca} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.25)$$

降伏応力

$$\tau_{y,ca} = \frac{49}{64}\beta \quad (2.26)$$

2.2.2 標準液による検定

粘度計の精度を確認するため、JIS によって定められた粘度計校正標準液 2 種 (JS-5, JS-10) および蒸留水を用いて検定を行なった。これらはニュートン流体であることが確かめられており、その温度に依存する粘性値は既知である。Fig. 2.4において、横軸はその流体の真の粘度 μ_r 、縦軸は本研究で測定された粘度 μ_m を真の粘度 μ_r で除したものである。この図から、約 1×10^{-3} から 1×10^{-2} Pa·s の範囲において誤差 $\pm 5\%$ 以内で測定できることが確認された。

2.2.3 血液粘度の測定

再現性および高剪断速度の血液に対する影響の検討

赤血球の膜が破れ、その内容物が流出することを溶血という。溶血した血液を遠心分離すると血漿部が赤くなり通常比色計でその度合が測定される。溶血が起こると、血液の性状が変わることが予想され、粘度測定には望ましくない。さらに臨床上的観点から、粘度測定後の血漿で血液生化学の測定を行うために溶血を起こさないことが望まれる。したがって、赤血球が長時間均一な剪断場にさらされる回転型の粘度計は溶血を引き起こす可能性があり臨床使用に適さないものと思われる。それに対し、本研究で開発された粘度計では測定初期に非常に高い壁面剪断速度になる。その大きさは、真空採血管内初期圧力 P_0 と試験流体の粘度 μ に依存し、 $P_0 = 60,000$ Pa、 $\mu = 4 \times 10^{-3}$ Pa·s のとき、見かけの壁面剪断速度は $\dot{\gamma}_{wa}$ は約 $10,000\text{s}^{-1}$ 程度になる。

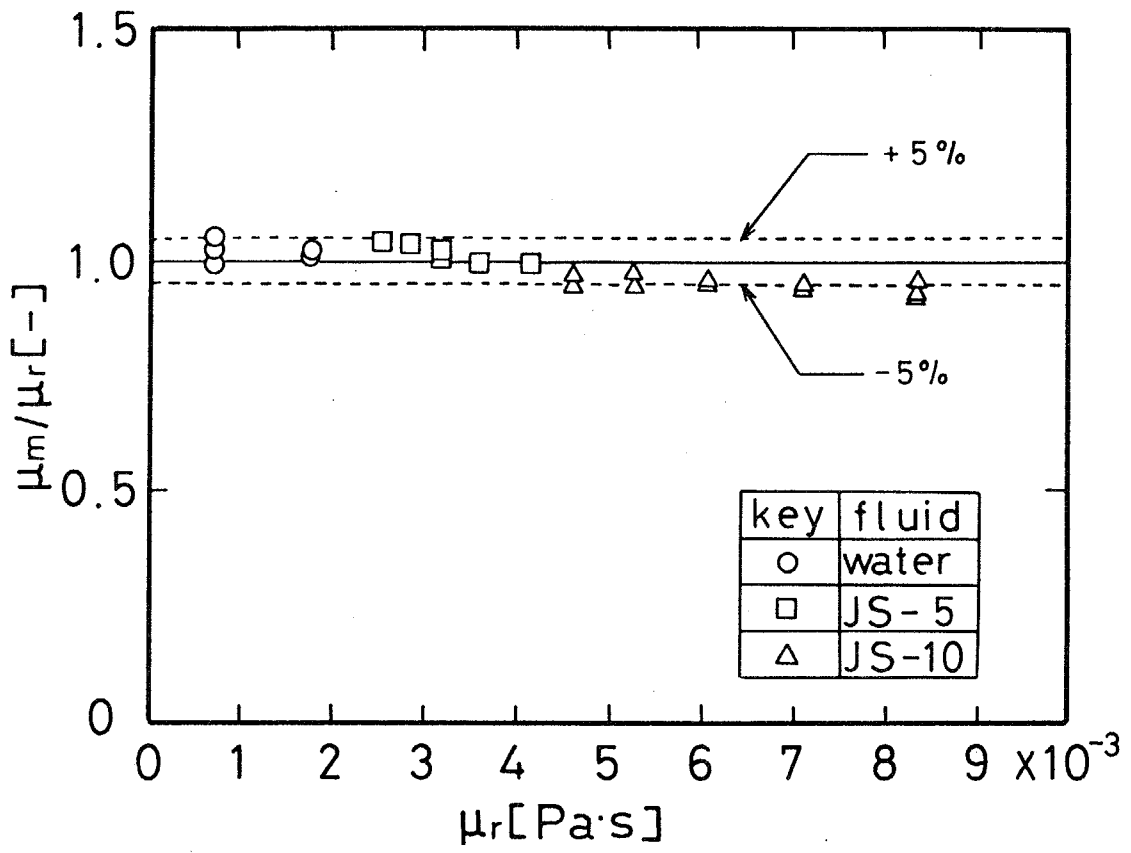


Figure 2.4: Results of calibration

そこで、本研究では同じ試験流体を繰り返し3回測定することによって、高剪断速度の粘度に対する影響と、再現性を同時に調べた。Fig. 2.5において、横軸は測定の回数 N 、縦軸は、 N 回目に測定された粘度 μ_N を1回目に測定された粘度 μ_1 で除したものである。この図から、測定の再現性は標準液に対する測定誤差の範囲内で、血液の物性に変化のないことがわかる。

さらに、3回測定後の血液を遠心分離することによって溶血を調べた。5検体のうち、溶血が確認されたものは、1検体であった。これらの事実から本測定法により、血液にダメージを与えることなく高剪断速度でも正しく粘度を測定できることが確認された。したがって、臨床において粘度測定後の血液を用いてさらに各種検査を行なうことができる。これは本測定法の大きなメリットの一つである。

血液にダメージを与えないのは、本研究で開発された粘度計が毛細管型であるためである。 $P_0 = 60,000 \text{ Pa}$ 、 $\mu = 4 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ のとき、特殊採血針内を流れる流体の平均速度は $u_a = 0.627 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、被剪断時間は約 0.21 s で非常に短い。また、相対半径 $\frac{r}{R} \leq 0.71$ の範囲内の流体はより低い剪断速度でより速く通過し、一方管壁近傍では血漿層が形成されるので、溶血は起こりにくいものと思われる。

臨床応用の可能性の検討

臨床応用の可能性を確認するため、実際に病院内で採血直後の人の血液の測定を行なった。Fig. 2.6において、白丸は健常人のもの、黒く塗られたプロットはヘマトクリットが低く貧血症状を有する人のものである。健常人の血液粘度は、約 $3 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 程度と言われ、本研究の測定結果はそれと良好に一致する。また、貧血患者の血液粘度も健常人のものと有意な差異を持って測定できており、本研究で開発された血液粘度計が臨床での使用に十分耐え得るもの

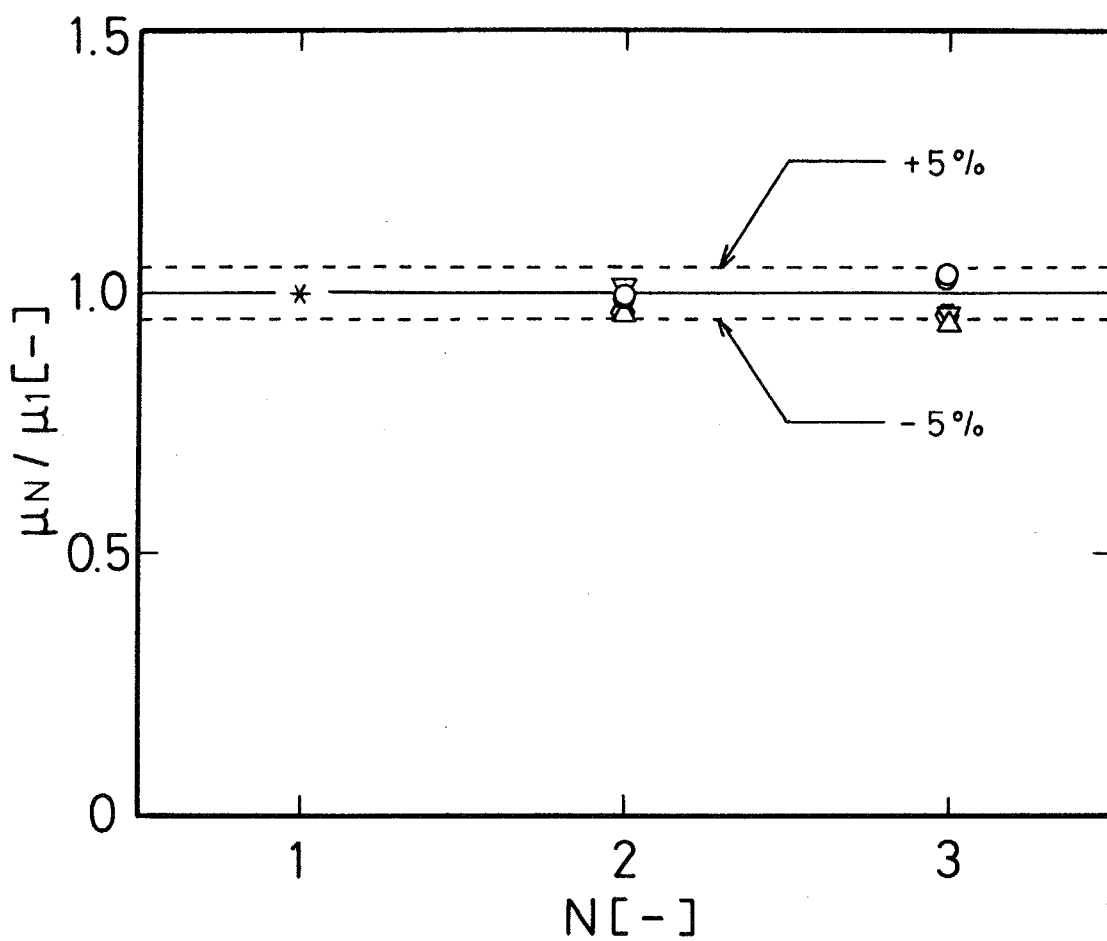


Figure 2.5: Effect of passage through capillary needle on viscosity of blood

であることが確認された。半分黒く塗られたプロットは、ヘマトクリットを調整するために健常人の血液を遠心分離で血漿と血球成分に分けた後、任意の割合で再び混ぜ合わせたものである。広いヘマトクリットの範囲で、粘度が指数関数的に変化することが確認された。

2.3 他の流体への応用

同測定法は基本的な毛細管内流動を利用して粘度を測定するため、単に血液のみでなく他の流体の流動特性測定にとっても有効な方法となり得る可能性がある。そこで本研究では指数則流体として知られるポリアクリルアミド水溶液およびエマルジョンの粘度測定を試み工業的な応用に関する検討を行った。

2.3.1 PAA 水溶液の測定

Fig. 2.7、2.8は、指数則流体として知られる 0.5 wt%の PAA(ポリアクリルアミド)水溶液の測定例である。Fig. 2.7において、横軸は温度 T 、縦軸は測定された粘度 μ_m を表わす。この図から、PAA 水溶液の粘度は温度が上がるにつれて下がるのがわかる。Fig. 2.8において、横軸は温度 T 、縦軸は指数則モデルに基づいて流動特性を決定したときの指数部 n を表わす。さらに、ニュートン流体である蒸留水および粘度計校正標準液との比較を行なった。図 2.9において、横軸は測定された粘度 μ_m 、縦軸は n である。ニュートン流体も粘度が高くなるにつれて n が小さくなる傾向があるが、PAA 水溶液の n はニュートン流体の n よりも有意に小さく、PAA 水溶液の指数則流体としての性質が十分に測定されていることが確認された。また、どの図においても PAA 水溶液の測定が再現性よくなされていることがわかる。

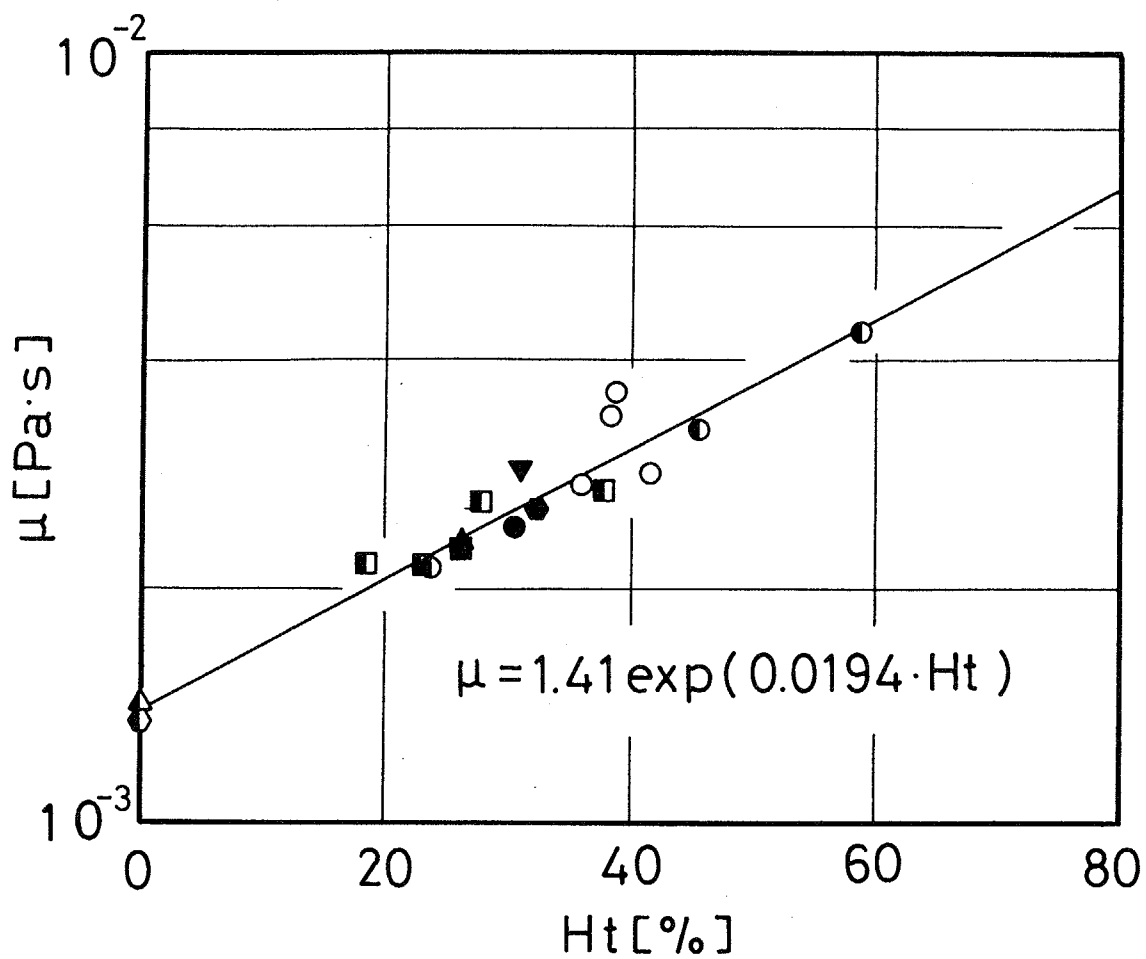


Figure 2.6: Blood viscosity vs. hematocrit

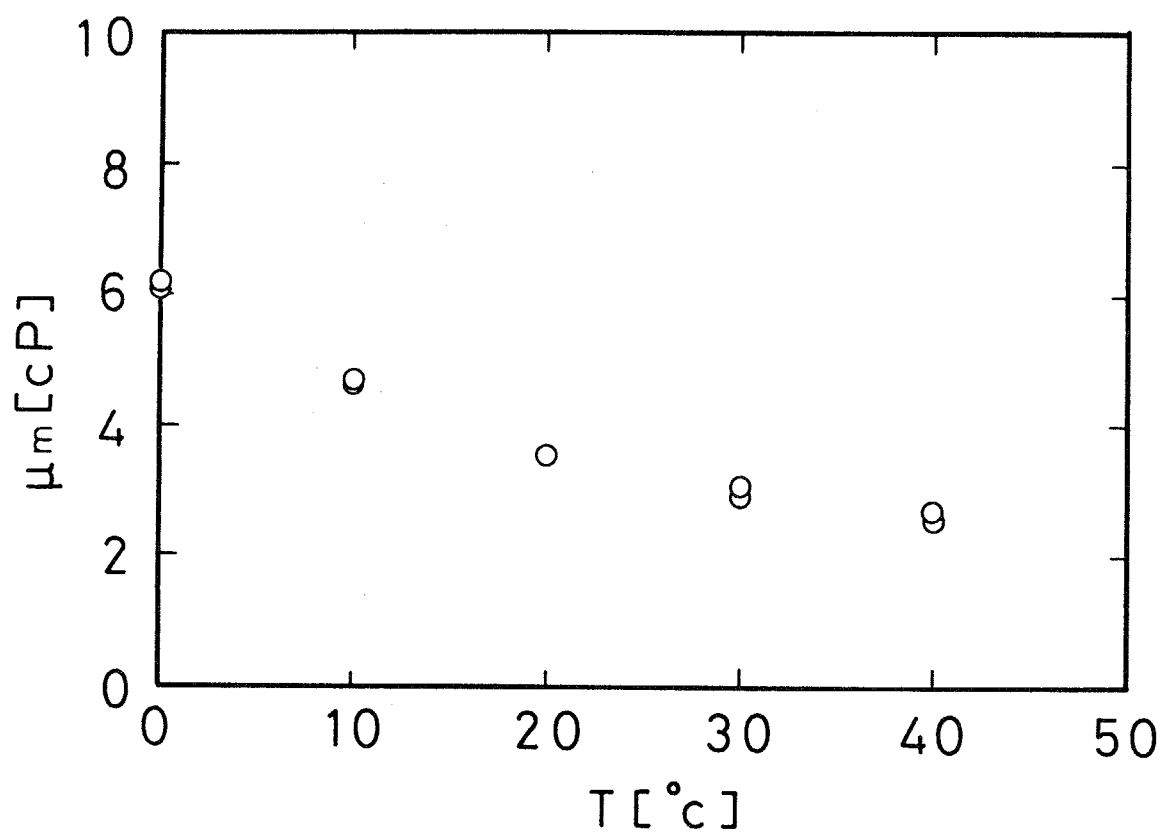
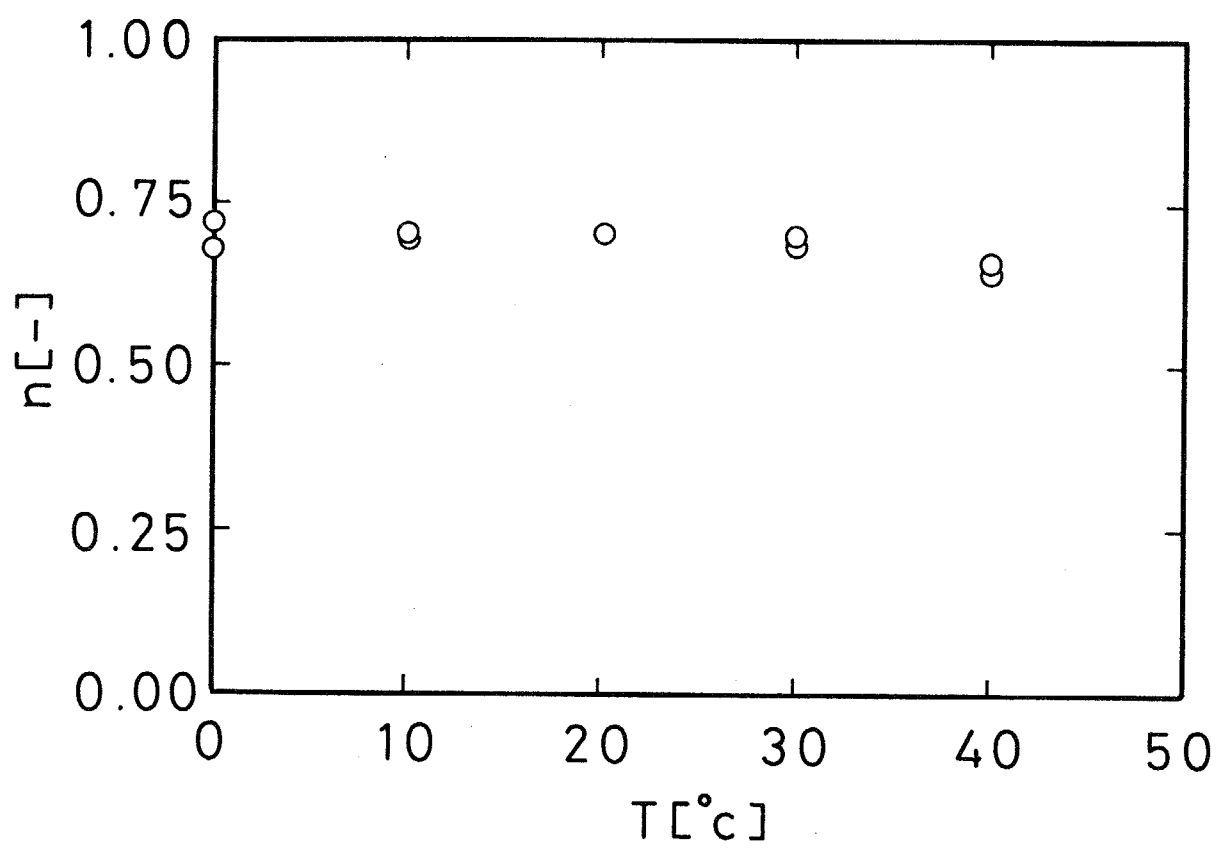


Figure 2.7: Temperature vs. viscosity of PAA aqueous solution (0.5 wt%)

Figure 2.8: Temperature vs. index n of PAA aqueous solution (0.5 wt%)

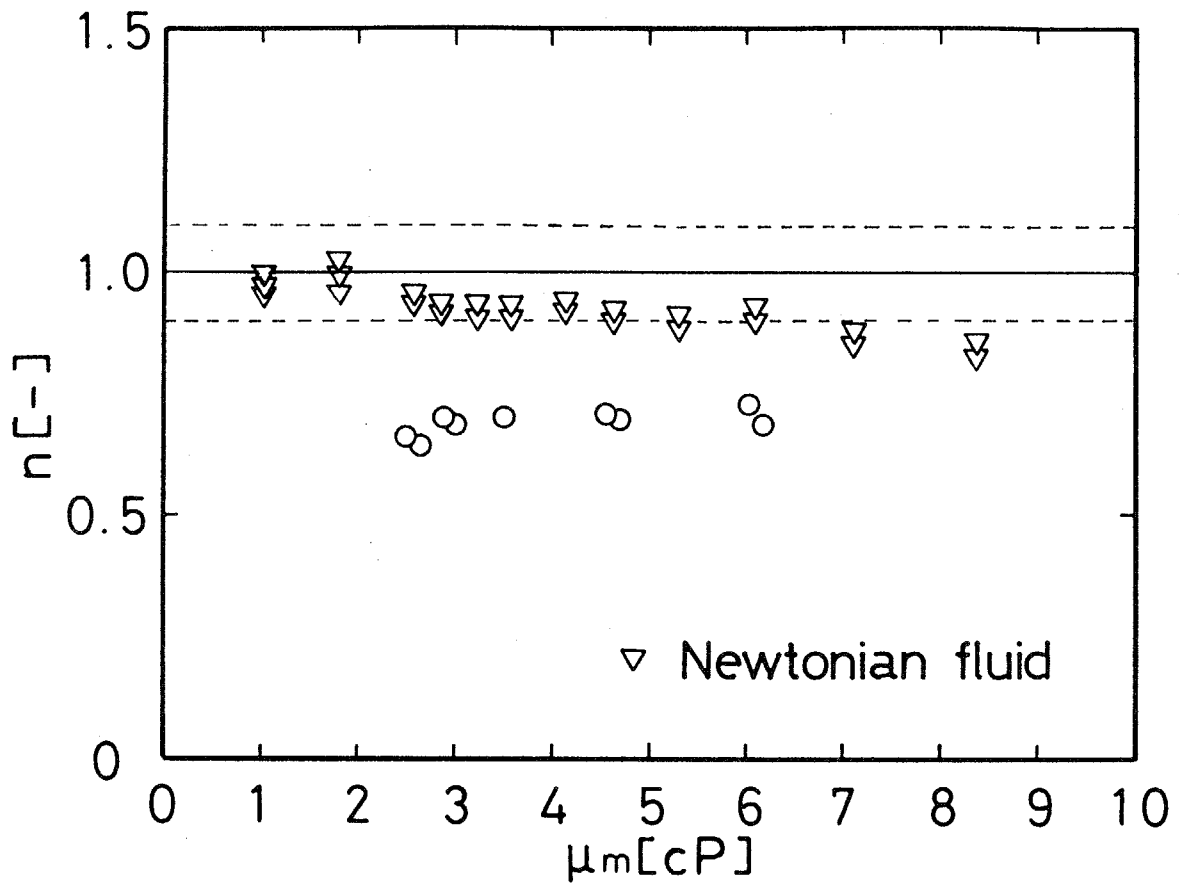


Figure 2.9: Viscosity vs. index n of PAA aqueous solution (0.5 wt%)

2.3.2 エマルジョンの測定

水とヘキサンからなる o/w 型エマルジョンの測定も試みた。実験は 20°C で行い、ヘキサンの体積分率は 12.5、25、33.3、50 % とした。Fig. 2.10 からわかるように、ヘキサンの体積分率が大きくなるにつれてその粘度は指数関数的に増加している。また、エマルジョンの n は、測定した範囲において 1 前後であるが、やや右下がりの傾向があることが、Fig. 2.11 からわかる。また、PAA 水溶液と同様に、粘度と n の関係についてニュートン流体との比較を、Fig. 2.12 のように行なった。この図からは、ニュートン流体との有意差を見ることはできないので、測定されたエマルジョンはニュートン流体として取り扱えることが予想される。また、これらの図から、エマルジョンの測定においても十分な再現性が確認された。

2.4 臨床粘度計の開発

2.4.1 臨床上の要求

臨床用血液粘度計は、以下のような臨床上の要求を満たす必要がある。

1. 測定結果が $1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-2} \text{Pa} \cdot \text{s}$ の範囲において正確で再現性がある。
2. コンピュータの操作が、測定、データ管理、解析の全てにあたって簡単である。
3. 人工透析時に使うことも想定され、測定が迅速に終わらなければならない。また、通常の臨床においても迅速でその場で結果がわかることが強く望まれている。

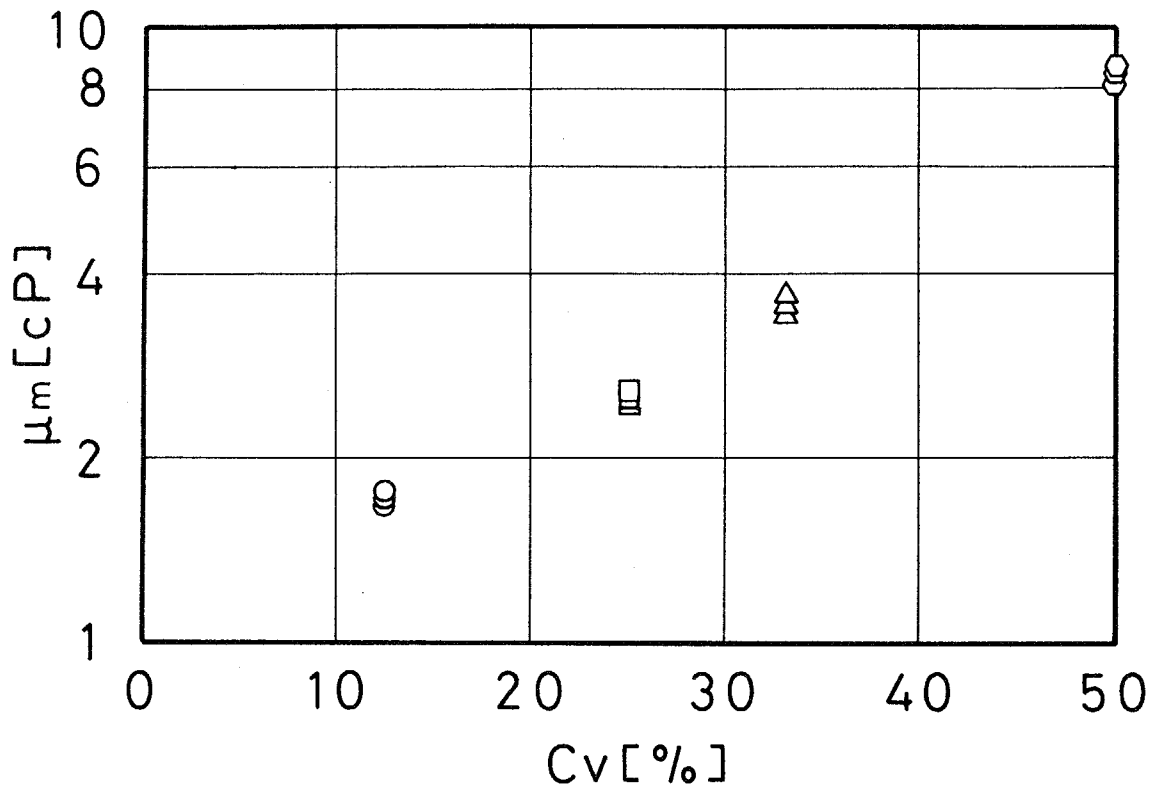


Figure 2.10: Emulsion viscosity vs. volume ratio of hexane

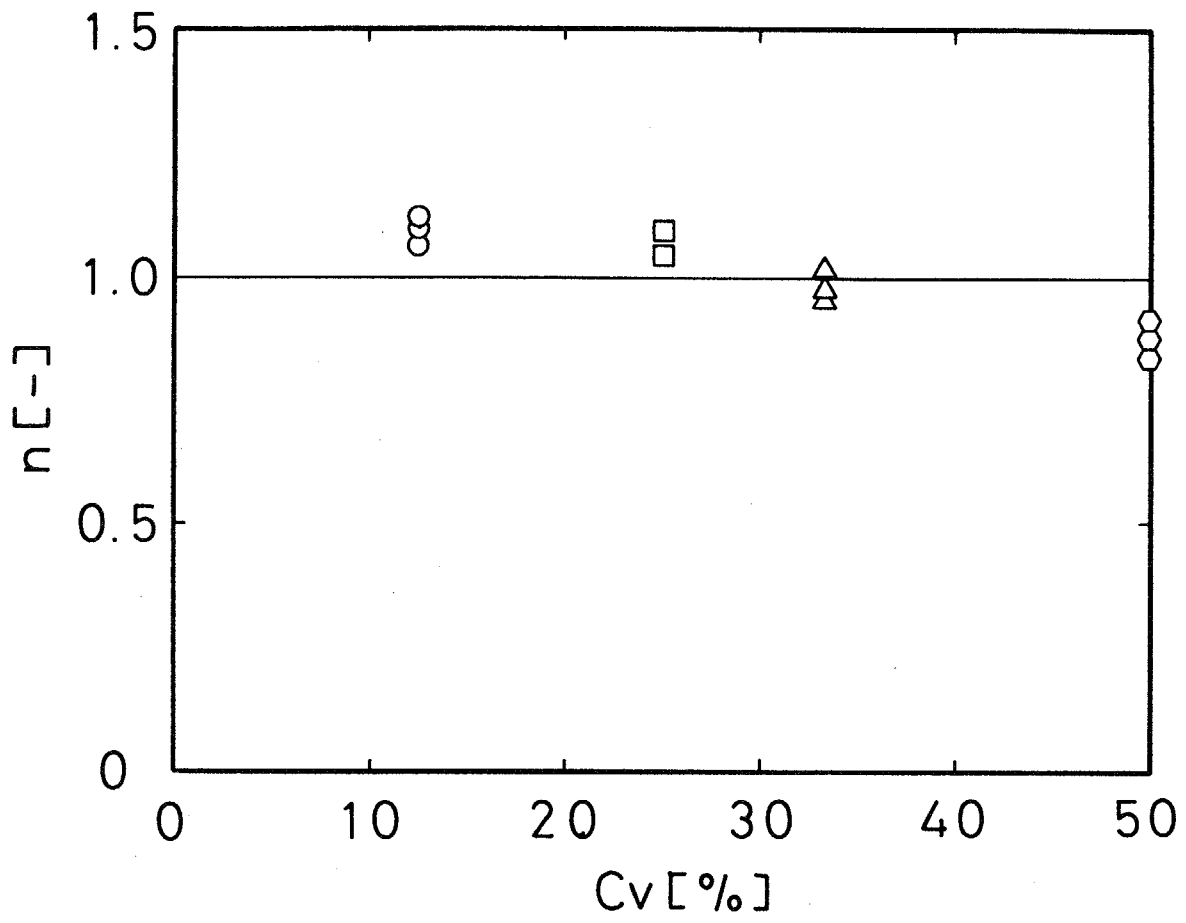


Figure 2.11: Index n of emulsion vs. volume ratio of hexane

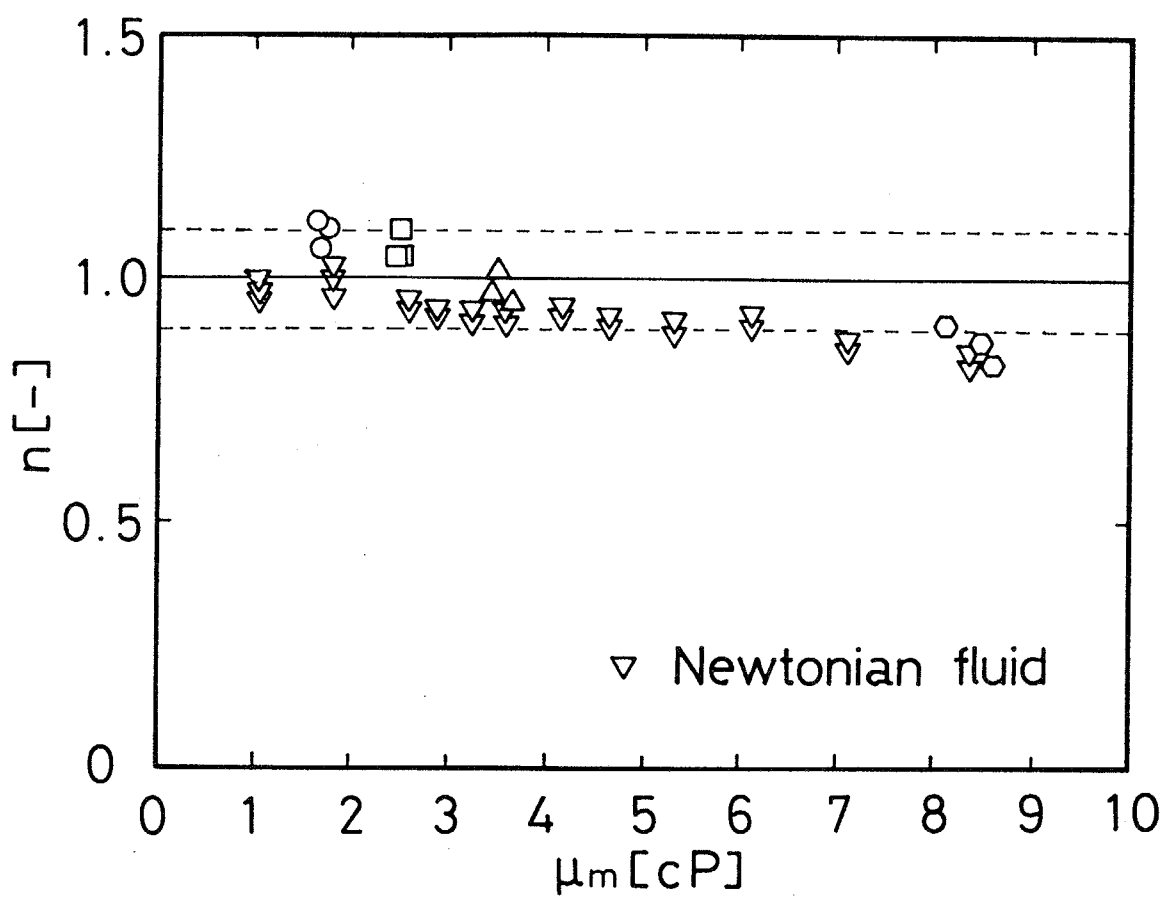


Figure 2.12: Index n of emulsion vs. emulsion viscosity

4. 様々な非ニュートンモデルで粘度が決定できる。
5. 測定した流体がどのような流体であるかを知りたい。

以上のような臨床上の要求を満たすため、測定原理を確立した後、プログラムに様々な改良を加えた。次の節以降、ソフトウェアとしての機能を説明することによってどの様に問題が解決されたかを示す。

2.4.2 プログラムの細分化およびファンクションキーの活用

1つのプログラムで測定・解析・データ管理まで全て行なおうとすると、プログラムが非常に大きく複雑になってしまうとともに、どうしても YES、NO 等を選択しつつ先へ進む対話形式になってしまい、忙しい臨床現場では非実用的である。(実際に、当初プログラムは対話式で、医師にその非実用性を指摘された。) また、一般にコンピュータに馴染みのない医師、検査技師等には MS-DOS 等の知識が最小限で済むようにする必要がある。

そこで、本研究では最初に Fig. 2.13 のようなメニュー画面を立ちあげ、そこからファンクションキーを用いて

1. 測定
2. 流動特性判定
3. ニュートンモデルによる解析
4. 指数則モデルによる解析
5. Bingham モデルによる解析
6. Casson モデルによる解析

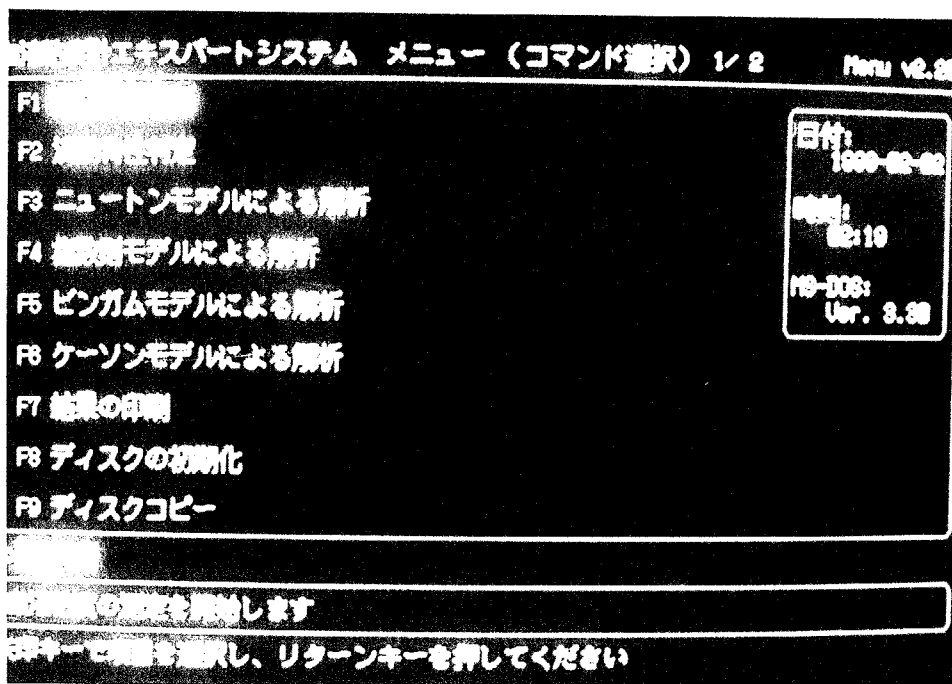


Figure 2.13: Menu

の6つのプログラムに入れるようにした。

また、データディスク上に、ある時点までの測定結果を全て保持するファイルが作られるようになっていて、その内容をプリンタに打ち出す MS-DOS の操作をメニュー画面からファンクションキーで実現できるようにした。さらに、ディスクの初期化、コピー等の MS-DOS の操作も同様になっていて、測定者はコマンドラインからの入力を必要とせず全ての操作が行えるようになっている。

さらに、各プログラムに入った後も、再スタート・終了・結果の印刷等、全ての機能がファンクションキーで実現できるようになっている。

2.4.3 操作手順

測定者に操作方法を的確に伝えるために簡単なアニメーションとメッセージを用いた。

Fig. 2.14は、測定プログラムに入ると最初に現われる画面である。接続の指示を出すとともに、接続針の絵の横で矢印を点滅させている。右の黄緑のバーはそのとき測定されている管内圧力を表わし、採血管に接続される前は大気圧 1.01 bar を表示している。このサブルーチンに IF 文が入っていて、圧力があるしきい値以下に下がると Fig. 2.15のように、絵が動いて接続針が採血管に刺さり、初期圧を測定するために 15 秒間待つようになっている。左下の黄緑の部分が増長くなっていき、その間の経過時間を示す。

15 秒間経過した後に管内初期圧力を測定し、Fig. 2.16のようにその値を左下に表示する。さらに採血管と採血針が接続された状態になるまで絵が動いてその操作を促す。

絵の動きが止まった時点で圧力を測定し続ける次のループに入り、ここに

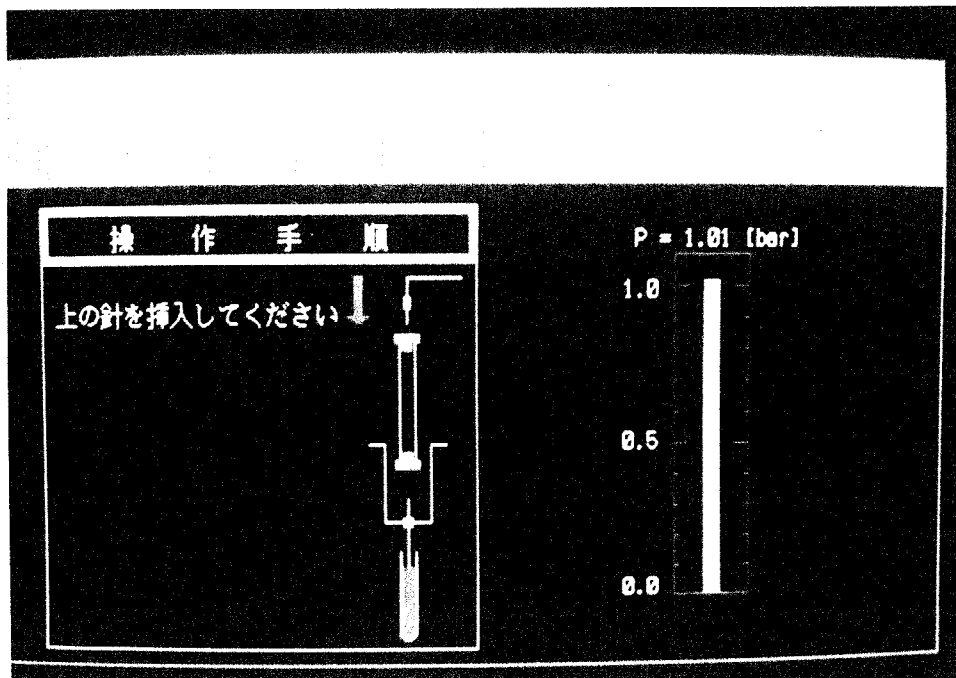


Figure 2.14: Measuring step 1

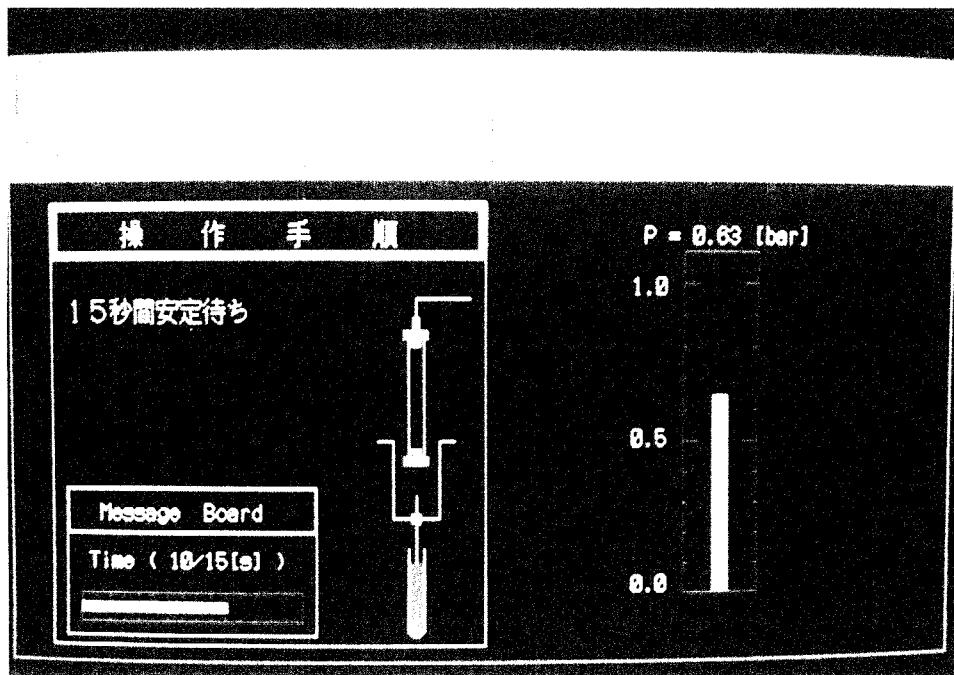


Figure 2.15: Measuring step 2

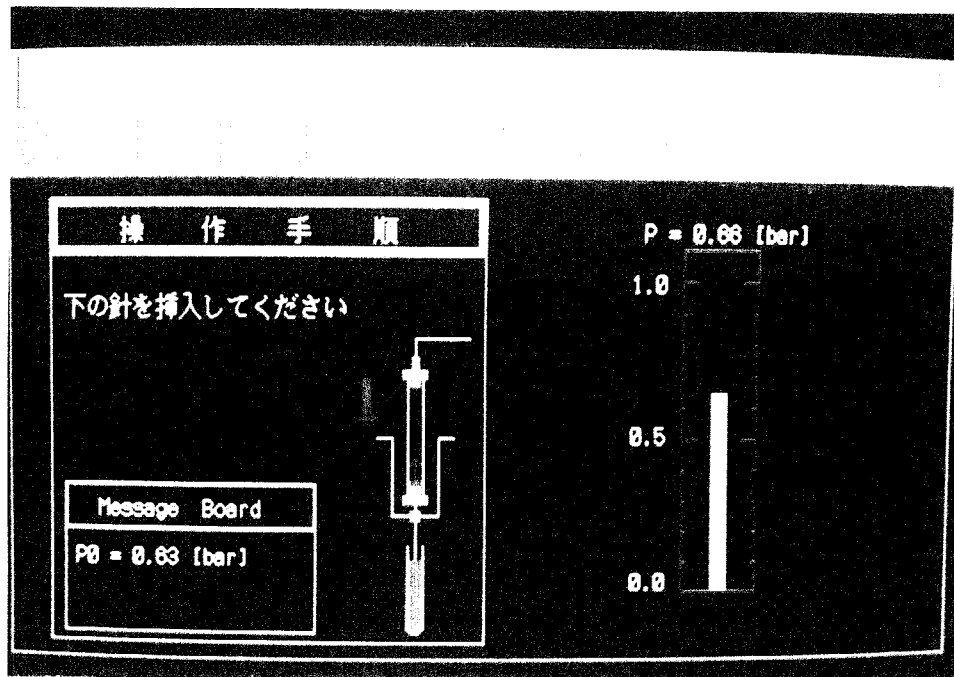


Figure 2.16: Measuring step 3

IF 文が入っていて、管内圧力があるしきい値を越えた時点で 1 秒毎に採血管内の圧力を測定するサブルーチンにはいる。

測定終了後必要なメッセージを入力し、直ちにニュートンモデルに基づいて粘度を決定し、Fig. 2.17 のように、その結果を τ_w と $\dot{\gamma}_{wa}$ の関係のグラフと数値で示す。

この時点でファンクションキーの f.5 を押すとこのプログラムが再スタートする。f.10 を押すとこのプログラムが終了し、Fig. 2.13 のメニュー画面に戻る。また、f.1 を押すと測定結果が数値のみで印刷される。また、f.2 を押すと、画面が Fig. 2.18 のように変わり、ハードコピーされる。f.3 を押すと、画面が Fig. 2.19 のようになり、ハードコピーされる。いずれの印刷を行ってもプログラムの最初の部分に戻る。また、全てのプログラムにおいてもこれらのファンクションキーの定義は同じである。

また、1 つのデータディスク上の測定結果すべてを印刷するときには f.7 を押すと、Fig. 2.20 のように、データファイル名、測定終了時に入力されたメッセージ、粘度が出力される。

2.4.4 測定時間およびサンプリング周波数

測定時間は 40 s に固定した。これは粘度の小さい水等を測定した場合、40 s 程度で流入が終わるためである。それ以上長くすると途中で吸いきってしまう場合もあり好ましくない。また、測定後期には圧力トランスデューサの出力が小さいので誤差が無視できなくなり、精度が落ちるのも理由のひとつである。

サンプリング周波数は 1 Hz とした。これは、臨床用の粘度計では計算時間とフロッピーディスクの容量を節約する必要があるためである。したがって、1 回の測定の生データの数に初期圧力を含めて 41 個となり、1 枚のデータディ

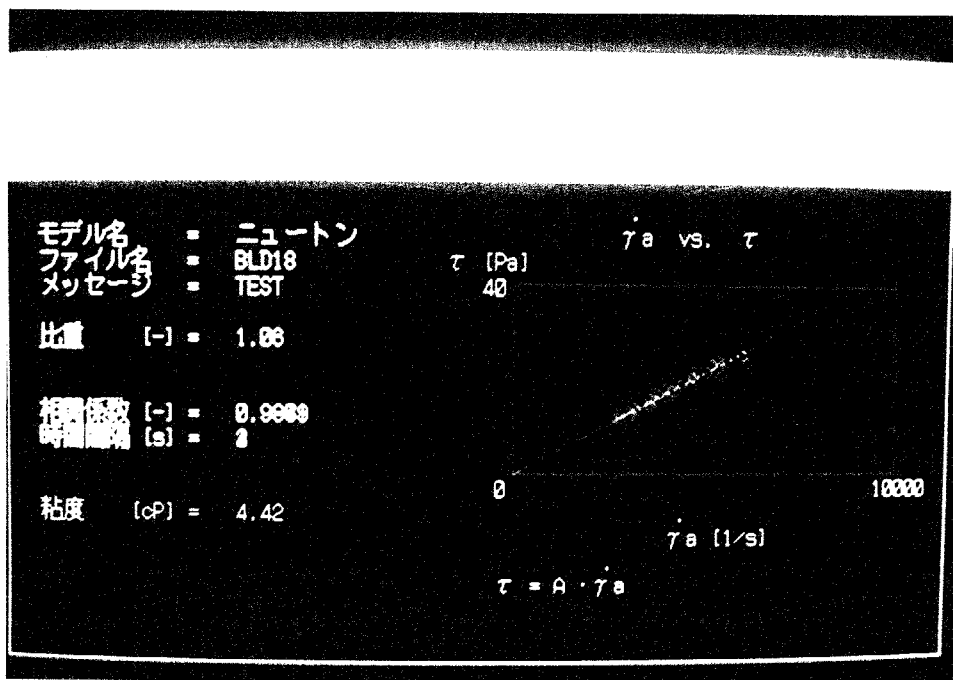


Figure 2.17: Measuring step 4

$\dot{\gamma}_a$ と τ の グラフ (ニュートンモデル)

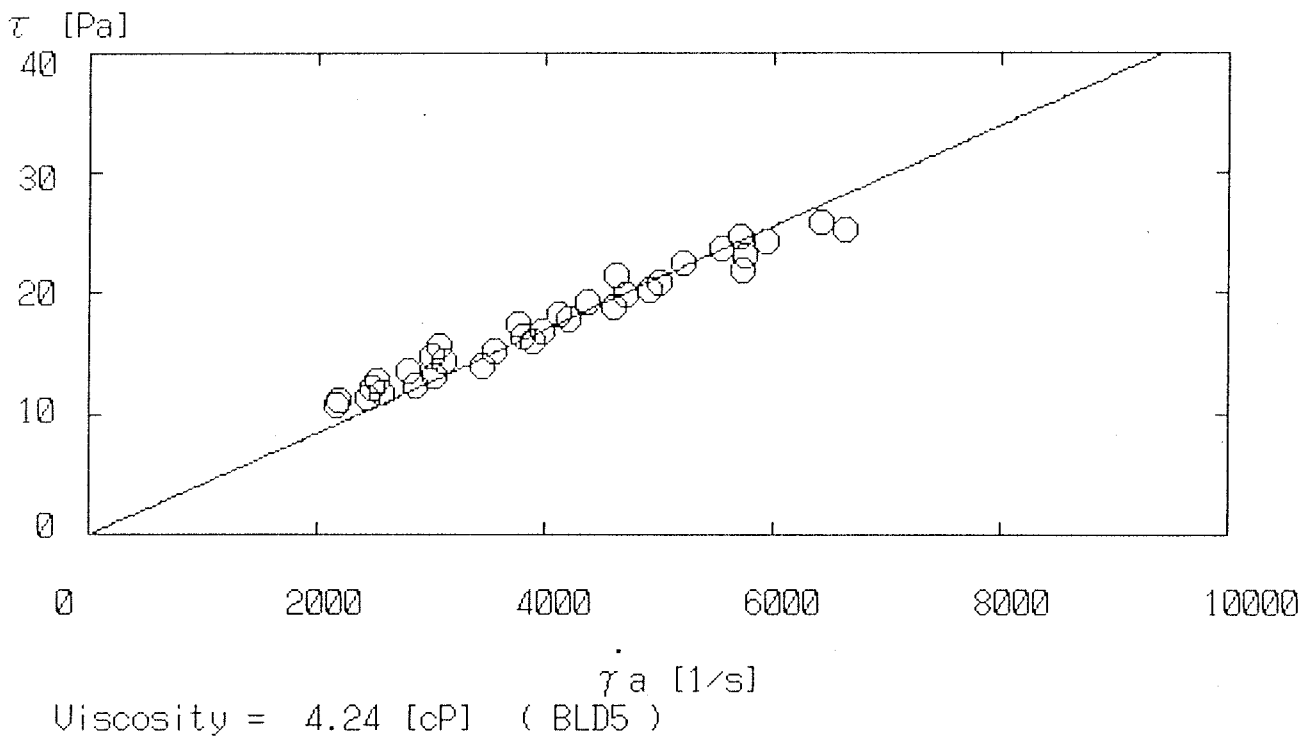


Figure 2.18: An example of result printing (1)

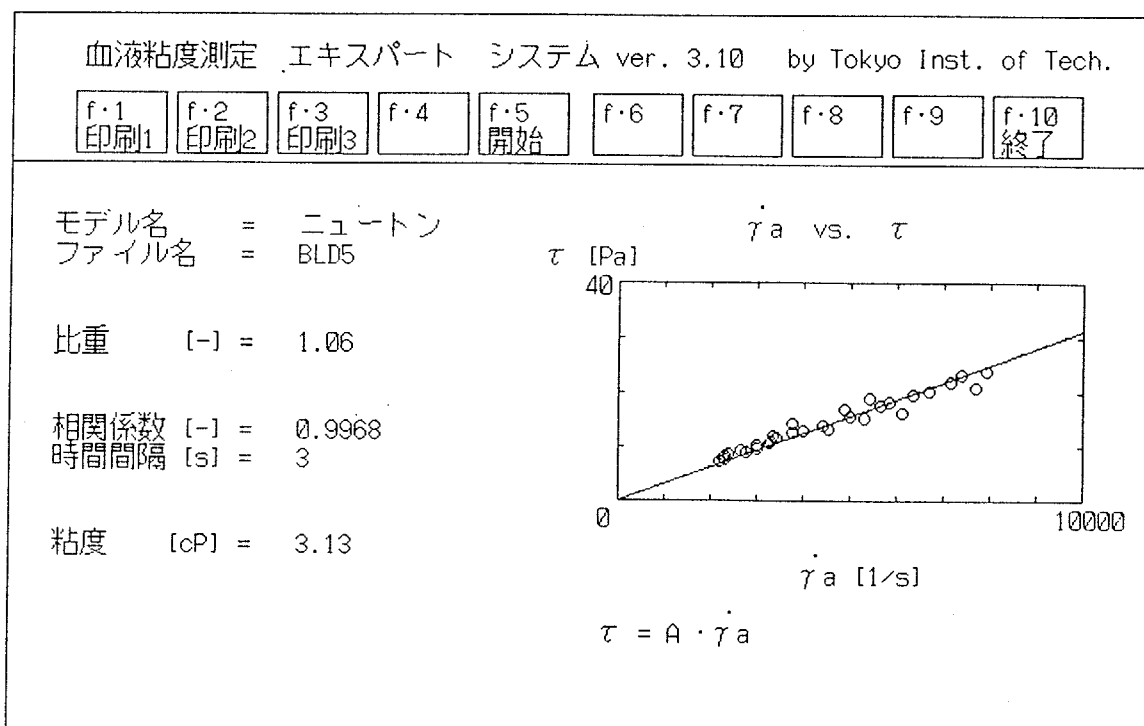


Figure 2.19: An example of result printing (2)

```
"BLD1",2.79095,"GLY37"  
"BLD2",4.26049,"GLY48"  
"BLD3",7.59191,"GLY58"  
"BLD4",17.1476,"GLY70"  
"BLD5",4.24349,"0.09-5-0.42"  
"BLD6",4.26663,"0.09-5-0.42"  
"BLD7",7.49877,"0.09-15-0.42"  
"BLD8",7.66191,"0.09-15-0.42"  
"BLD9",13.5264,"0.09-25-0.42"  
"BLD10",13.4673,"0.09-25-0.42"
```

Figure 2.20: An example of result printing (3)

スクで百数十回分の測定結果を記録できる。

2.4.5 データファイル名の自動決定

測定プログラムではまず B ドライブに入れられたデータディスクを調べ、今回の測定のデータファイル名を自動的に決定し、それを測定終了時に表示する。

まず、プログラムは FOR~NEXT ループで

BLD1.DAT

BLD2.DAT

BLD3.DAT

⋮

の順に番号を大きくしてファイルを入力モードでオープンしていく。ファイルが存在すれば次のファイルをオープンしていくわけであるが、存在しなければそこでエラーが生じる。そこで、このループにはいる前にエラートラップを仕掛けておき、存在しない番号を見つけた時点でこのループから抜け出してエラーを修復し、その番号を用いてファイル名とする。

2.4.6 粘度決定のアルゴリズム

正確に見かけの壁面剪断速度を計算するためには、式 (2.6) のようにその瞬間の流量を知る必要がある。しかし、実際にはデータが連続量ではないので、ある時間間隔 Δt での平均的な流量を求めることになる。つまり、

$$Q_{av}(t) = \frac{v(t) - v(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.27)$$

したがって

$$\dot{\gamma}_{wa,av}(t) = \frac{Q_{av}(t)}{\pi R^3} \quad (2.28)$$

それに対応して、壁面剪断応力も平均を求める。

$$\tau_{w,av}(t) = \frac{\tau_w(t) + \tau_w(t - \Delta t)}{2} \quad (2.29)$$

このとき、壁面剪断応力も見かけの壁面剪断速度も時間に対して線形ではないので、 Δt が大きくなり過ぎるとこれらの平均操作は好ましくない。しかし、あまり Δt が小さくなると、圧力の変化率に対してノイズの大きさが無視できなくなり、特に見かけの壁面剪断速度が大きくばらついて、誤差の原因となる。さらに、試験流体の粘度に応じて圧力の変化率は大きく異なるので、適切な時間間隔を固定して設定するのは非常に困難である。

本研究では、相関係数をしきい値として以下のようなアルゴリズムでこの問題を解決した。

1. サンプリング周波数が 1 Hz なので、まず $\Delta t = 1$ とする。
2. 式 (2.27)、(2.29) に基づいて $\tau_{w,av}(t)$ 、 $\dot{\gamma}_{wa,av}(t)$ を計算する。
3. それぞれの流動特性モデルに応じて、 $\tau_{w,av}(t)$ と $\dot{\gamma}_{wa,av}(t)$ の間の相関係数を求める。
4. 相関係数がしきい値以上であれば、計算を終了する。そうでないときは、5 へ行く。
5. データの個数がしきい値より多いときは、最後のデータを削り、3 に戻る。そうでないときは、 Δt を 1 増やして 6 へ行く。
6. Δt がしきい値以上になったら、計算を終了する。そうでなければ 2 へ行く。

このアルゴリズムでは、圧力の変化率に対するノイズのレベルを相関係数で判定している。そのしきい値としては経験的に 0.995 を用いている。また、5 でデータを最後から削って行くのは水等、粘度が比較的低い流体では測定時間の 40 s より前に流入が終わる可能性があるからである。同じ理由から、2 で相関係数を計算するときに低い方のしきい値として見かけの壁面剪断速度は 50 s^{-1} 、壁面剪断速度は 2 Pa を用いて、流入終了時の不安定なデータをカットした。また、粘度が低いときには測定初期に見かけの壁面剪断速度が $30,000 \text{ s}^{-1}$ を越え、流入速度も極めて高いが、圧力変換器が急激な変化についていけないために結果が不安定になる。そこで、その領域のデータをカットするため、高い方のしきい値として見かけの壁面剪断速度は $10,000 \text{ s}^{-1}$ 、壁面剪断速度は 26 Pa を用いた。また、6 で Δt の上限は 10 とした。これは、本研究の範囲では $\Delta t = 10$ で十分に相関係数が高くなるからである。

2.4.7 流動特性判定のアルゴリズム

対象とする流体がどのような流動特性を持つかは興味をもたれる問題である。そこで、臨床用粘度計に流動特性を判定するプログラムを付加した。それは、以下のようなアルゴリズムに基づいている。

1. $\Delta t = 10$ に固定。
2. 指数則モデルに基づいてパラメータ値を計算する。
3. 指数 n が $0.9 \leq n \leq 1.1$ の範囲にあるとき、その流体はニュートン流体とする。
4. 他の 2 つの非ニュートンモデルに基づいて相関係数を計算する。

5. 指数則モデルも含めた 3 つの非ニュートンモデルの相関係数を比較し、1 番大きい相関係数を持つものを 1 番適切な非ニュートンモデルとした。

2 のように指数 n のしきい値を設定したのは、Fig. 2.9 に示されたように、本研究の範囲ではニュートン流体を測定したときにこの範囲を外れることはないためである。

2.5 臨床応用

2.5.1 臨床試験

本研究で開発された真空採血管型粘度計およびソフトを病院内で検査技師に使用してもらい、装置の測定精度と安定性を調べ、さらに健常者の血液および血漿粘度の測定を行った。

日本工業規格 (JIS) の粘度計校正用標準液 JS-2.5、5、10 の 3 種類を用い、測定誤差、同時再現性、日差変動についての確認実験を行った結果を Table 2.1、2.2、2.3 に示す。表からわかるように、JIS の検定温度における測定誤差は最大 2.9%、同時再現性は、5 回連続測定において変動係数で最大 3.5%、実際の検体温度である 37°C で 12 日間測定した日差変動は、変動係数で最大 3.9% であった。

さらに、健常成人 42 例 (男性 23 例、女性 19 例、平均年齢 43.5 歳) についてヘパリン加採血管に採血後、37°C で 1 分以内に全血粘度 (μ_b) の測定を行った。また、この血液を 3000 r/min で 5 分間遠心後、血漿を分離し同様に血漿粘度 (μ_p) の測定を行った。同時に赤血球の体積分率であるヘマトクリット (Ht) の測定も行った。Ht が正常範囲であった 35 例の結果は Table 2.4 に示すように、 μ_b は 2.61~3.69 cP、 μ_p は 1.19~1.59 cP であった。従来より剪断速度 100

s^{-1} 以上では、血液粘度は 3 cP 程度であると言われており、今回の本装置による測定でもほぼ同様の結果を得た。

Table 2.1: Analytical error (unit=cP)

		JS-2.5	JS-5	JS-10
20 °C	indication value	1.98	4.10	8.41
	measurement value	1.94	4.01	8.48
	analytical error	2.0 %	2.1 %	0.8 %
30 °C	indication value	1.62	3.18	6.11
	measurement value	1.66	3.12	5.95
	analytical error	2.4 %	1.6 %	2.6 %
40 °C	indication value	1.36	2.53	4.62
	measurement value	1.39	2.61	4.51
	analytical error	2.4 %	2.9 %	2.5 %

Table 2.2: With run variation (n=5,unit=cP)

	JS-2.5	JS-5	JS-10
20 °C mean	1.94	4.06	8.39
standard deviation	0.01	0.06	0.05
coefficient of variation	0.8 %	1.5 %	0.6 %
30 °C mean	1.66	3.16	6.03
standard deviation	0.01	0.04	0.05
coefficient of variation	0.8 %	1.4 %	0.9 %
40 °C indication value	1.39	2.59	4.46
standard deviation	0.05	0.01	0.03
coefficient of variation	3.5 %	0.7 %	0.6 %

Table 2.3: Day-to-day variation (n=12,temp=37°C,unit=cP)

	JS-2.5	JS-5	JS-10
20 °C mean	1.41	2.67	4.91
standard deviation	0.05	0.09	0.10
coefficient of variation	3.9 %	3.3 %	2.1 %

Table 2.4: Blood viscosity and plasma viscosity($36.0 \leq Ht \leq 48.0$)

	age	blood viscosity (μ_b)	plasma viscosity (μ_p)
number of sample	35	35	35
maximum	59	3.69 cP	1.59 cP
minimum	26	2.61 cP	1.19 cP
range	33	1.07 cP	0.4 cP
mean	42.8	3.12 cP	1.41 cP
standard deviation	10.1	0.29	0.09

2.5.2 治療薬投与の目安

人工透析患者は、腎臓に疾患があるために十分に赤血球が生成されず慢性的に貧血状態にあり、quality of life の低下がこの疾病の大きな問題になっている。先頃認可された合成エリスロポエチンは赤血球を増加させるため、治療薬として期待されている。しかし、投与が過剰になると血液粘度が急激に増加し、低ヘマトクリット・低粘度になれた血管が耐えきれずに破れたりしてしまう。そこで、投与の目安としてヘマトクリットおよび血液粘度を測定する必要がある。しかし、ヘマトクリットの測定が非常に容易なのに対して、従来の回転型粘度計は、操作が非常に煩雑で処理能力が低いため臨床には利用されてこなかった。そこで、本研究で開発された臨床用粘度計がその投与の目安として使われている。Fig. 2.21はその1例で、慢性透析患者48例の合成エリスロポエチン治療前後(3カ月後)を比較したものである。 H_b 、 Ht 、 μ_B 、 μ_P は、それぞれ、ヘモグロビン濃度、ヘマトクリット、全血粘度、血漿粘度である。

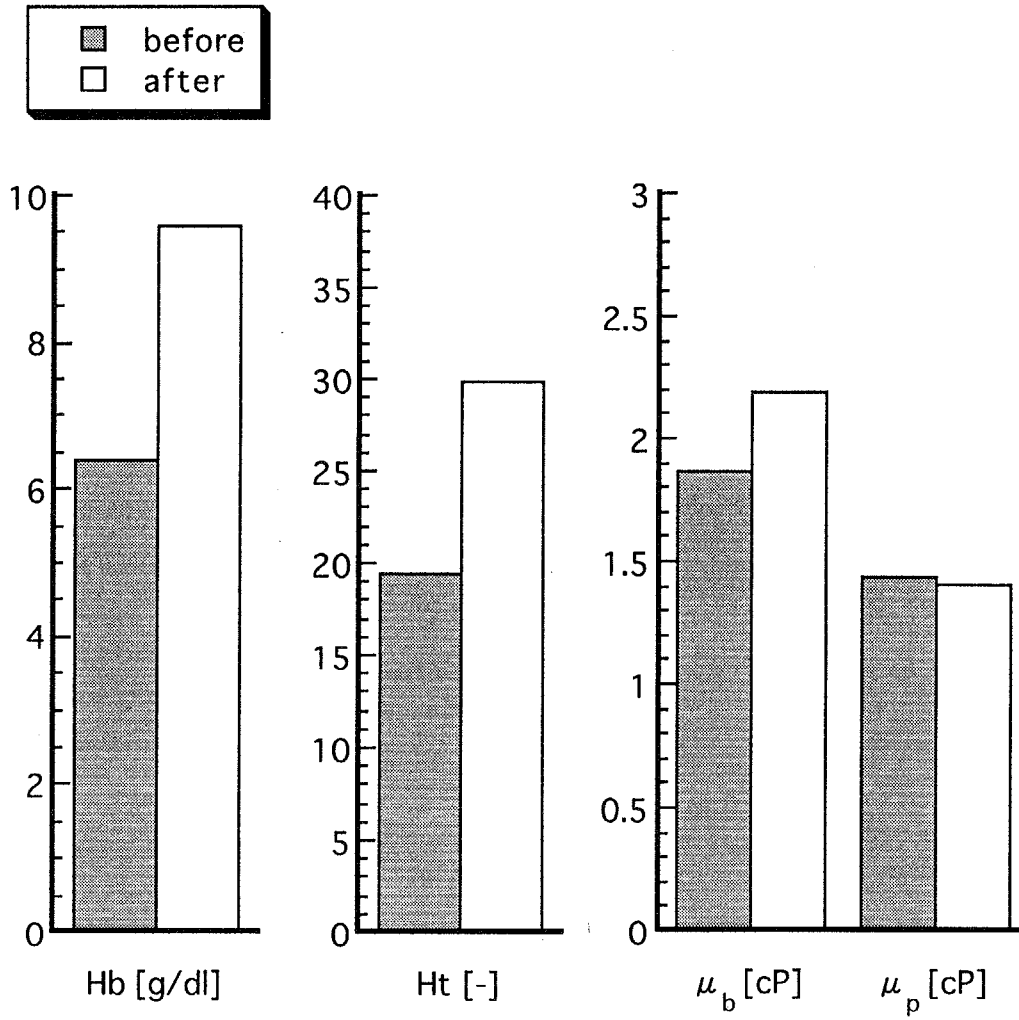


Figure 2.21: An example of clinical application

本章の結論

本章では以下の結論を得た。

1. 真空採血管、特殊採血針、圧力トランスデューサなどからなる新しい臨床用粘度計を用いて、人間の血液の粘度を正確に測定できることを示した。
2. 開発された粘度計を用いて、エマルジョン、PAA 水溶液など複雑な性状をもつ流体の測定にも応用可能であることを示した。
3. 従来法では壁面剪断応力 (τ_w) と見かけの壁面剪断速度 ($\dot{\gamma}_a$) の関係から真の流動特性を求めるために関微分によって微分項を求めていたが、本研究では τ_w と $\dot{\gamma}_a$ がある流動特性モデルに従うと仮定すれば、最小自乗法により求めたそのパラメータ値から真の流動特性にそのモデル式を適用した場合のパラメータ値が計算できることを示した。
4. 簡便・迅速・正確といった臨床上の要求を満たすために、アルゴリズム、プログラムに工夫を凝らし、臨床用粘度計を実用化した。

第 3 章

血液の助走区間流れ

序

本研究で開発された血液粘度計は、毛細管の両端における圧力差と流量の関係から粘度を算出するものである。端末効果が無視できるように管長は管径の 260 倍程度になっており、ニュートン流体の助走距離が層流域で管径の最大 100 倍程度であることから管長は十分であると思われる。しかし、これまで非ニュートン流体の助走距離に関する知見はあまり得られていない。また、左心室から出た直後の血流は助走区間流れと見なせることから、非ニュートン流体のこの区間における挙動も極めて重要である。そこで、本研究では助走区間流れの数値計算により、これらの問題に関する知見を得ることを目的とした。

3.1 数値計算法

3.1.1 支配方程式

本研究では、非圧縮性ニュートン流体および非ニュートン流体の軸対称定常層流の支配方程式を解くために流体力学解析パッケージ FIDAP (Fluid Dynamics International, Inc.) を用いた。FIDAP はガラーキン法により支配方程式を離散化しそれを行列の式に変換する有限要素法に基づいている。ここで、支配方程式は以下に示される連続の式および応力方程式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

ここで、 u_i 、 ρ 、 τ_{ij} および f_i はそれぞれ速度、密度、応力および単位質量あたりの外力とする。

また、非ニュートン流体の構成方程式は応力テンソルと以下のように定義される剪断速度テンソル ϵ_{ij} の関係として書かれる。

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.3)$$

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij} \quad (3.4)$$

ここで、 p および δ_{ij} はそれぞれ圧力およびクロネッカーのデルタである。

ニュートン流体

ニュートン流体の粘度は剪断速度に依存しない定数 μ_n であるから、構成方程式は以下ようになる。

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu_n\epsilon_{ij} \quad (3.5)$$

したがって、非圧縮性ニュートン流体の運動方程式は式 (3.1) および (3.2) より次式となる。

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu_n}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.6)$$

本研究において、ニュートン流体の場合は以下のように上式を無次元化して解いた。

$$\begin{aligned} x_i^* &= x_i/D & u_i^* &= u_i/U & t^* &= tU/D \\ f_i^* &= f_i D/U^2 & p^* &= p/\rho U^2 \end{aligned}$$

よって、無次元化された式 (3.6) は次式となる。

$$u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = f_i^* + \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\mu_n}{\rho U D} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \quad (3.7)$$

無次元パラメータ、すなわちレイノルズ数を

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu_n} \quad (3.8)$$

とすれば式 (3.7) は次式のように書き直せる。

$$Re u_j^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = Re f_i^* + \frac{\partial p^{**}}{\partial x_i^*} + \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \quad (3.9)$$

ここで $p^{**} = Re p^*$ である。

本研究では、各パラメータを以下のようにおくことにより $Re = 0 \sim 500$ の範囲において無次元化された式を解いた。

$$\rho = Re$$

$$\mu_n = 1$$

$$D = 1$$

$$U = 1$$

指数則流体

指数則流体の構成方程式は

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2ke_{II}^{n-1/2}\epsilon_{ij} \quad (3.10)$$

ここで k および n は擬塑性粘度および構造粘度指数である。

また、 e_{II} は ϵ_{ij} の関数であり 2次元の場合には次式のように定義される。

$$e_{II} = 2\epsilon_{ij}\epsilon_{ij} = 2\{(\epsilon_{11}^2 + \epsilon_{22}^2) + 2\epsilon_{12}^2\} \quad (3.11)$$

したがって、式 (3.2) は次式のように書き直される。

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{k\sqrt{e_{II}}^{n-1}}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + 2k\epsilon_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \sqrt{e_{II}}^{n-1} \quad (3.12)$$

Bingham 流体

Bingham 流体の構成方程式は

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2 \left(\mu_{bi} + \frac{\tau_{y,bi}}{\sqrt{e_{II}}} \right) \epsilon_{ij} \quad \text{for } \tau_{ij}\tau_{ij} > 2\tau_{y,bi}^2 \quad (3.13)$$

ここで $e_{II} = 2\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}$ 、また μ_{bi} および $\tau_{y,bi}$ は Bingham モデルに基づく粘度および降伏応力である。

したがって、式 (3.2) は次式になる。

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \left\{ \left(\mu_{bi} + \frac{\tau_{y,bi}}{\sqrt{e_{II}}} \right) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + 2\epsilon_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\tau_{y,bi}}{\sqrt{e_{II}}} \right\} \quad (3.14)$$

3.1.2 数値解法

式 (3.15) で表される非線形代数方程式は先に示された支配方程式にガラーキン有限要素法を適用することによって導かれる。

$$\mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (3.15)$$

ここで、 $\mathbf{K}(\mathbf{u})$ は全体マトリックス、 \mathbf{u} は速度、圧力等の未知数の全体ベクトルであり、 \mathbf{F} は外力、境界条件等を含むベクトルである。

本研究においてニュートン流体の場合にはマトリックスに圧力の未知数を含めたまま解いたため、マトリックスが大きくなり計算時間も長くなるが、収束が早く問題とはならなかった。

非ニュートン流体の場合には、計算時間の節約のために以下のようなペナルティ法を用いて圧力項を消去した。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = -\epsilon p \quad (3.16)$$

ここで $\epsilon = 1 \times 10^{-6}$ 。

本研究では式 (3.15) を以下のような連続置換法を用いて解いた。

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}_i)\mathbf{u}^* = \mathbf{F} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{u}_{i+1} = \alpha \mathbf{u}_i + (1 - \alpha)\mathbf{u}^* \quad ; \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3.18)$$

α は加速因子で、本研究では $\alpha = 0.5$ とした。全体マトリックスに含まれる非線形性はすでに得られている \mathbf{u}_i を用いて評価され、非対称線形方程式として毎回解かれる。本研究における解析領域は単純な円管であるので、9 節点四角形要素を用いた。入り口および壁近傍では速度および圧力の変化が大きいため、これらの領域においてメッシュ密度が大きくなるようにした。また、以下のような境界条件を用いた。

ニュートン流体	boundary	非ニュートン流体
$u = 1, v = 0$	at inlet	$u = Re\mu_n/\rho D, v = 0$
$u = v = 0$	at wall	$u = v = 0$
$u : \text{free}, v = 0$	at center	$u : \text{free}, v = 0$
$u, v : \text{free}$	at outlet	$u : \text{free}, v = 0$

非ニュートン流体のときに出口において v をフリーとすると、出口近傍における圧力および速度が不自然な挙動を示したために、上記の様な設定とした。したがって、この境界条件が上流の流動状態に影響を及ぼさないように円管の長さを十分に長くとした。

3.1.3 血液の流動特性

本研究では、Iida[17] および Kimura[21] らによって与えられた実測データに基づき最小自乗法により以下のようにニュートンモデル、指数則モデル、ビンガムモデルのパラメータ値を決定した。

ニュートンモデル

$$\begin{aligned} \mu_n \text{ [Pa} \cdot \text{s]} \\ 3.93 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

指数則モデル

$$\begin{aligned} k \text{ [Pa} \cdot \text{s}^n] \quad n \quad [-] \\ 1.16 \times 10^{-2} \quad 0.803 \end{aligned}$$

Bingham モデル

$$\begin{aligned} \mu_{bi} \text{ [Pa} \cdot \text{s]} \quad \tau_{y,bi} \text{ [Pa]} \\ 3.65 \times 10^{-3} \quad 6.63 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

3.1.4 数値解法の信頼性

ニュートン流体に関する数値計算の正確さを確認するため、 $Re = 0$ の場合の速度分布を既往の研究 [14, 15] と比較した。

Fig. 3.1 および 3.2 より、本研究の $L/D = 0.02$ における軸方向速度分布 (line) は既往の研究 [15] (plot o) と良好に一致し、半径方向速度分布における差違も許容範囲であると思われる。

さらに、本研究で得られた管中心における発達する軸方向速度の分布と Friedmann *et al.* [14] の結果を比較したところ、Fig. 3.3 のように十分な一致が見られた。

非ニュートン流体の場合には、既往の研究との比較ができないため、完全に発達した流れの速度分布を解析解と比較した。Fig. 3.4 は、Bingham 流体の軸方向速度分布の数値解 (plot o) と解析解 (line) を比較した例である。Fig. 3.5 は Bingham 流体の場合と同じ流量条件下での指数則流体の速度分布に関する同様の比較である。これらの比較によりニュートン流体および非ニュートン流体の数値解の正確さが確認されたものとした。

3.2 結果

3.2.1 ニュートン流体の助走距離

本研究では、助走距離 L_e を管入り口において平坦な速度分布で流入した流体の管中心における速度が完全に発達した値の 99% に達するのに要する軸方向の長さとして定義する。本研究において計算された $0 \leq Re \leq 500$ の範囲における結果を Table 3.1 に示す。

Chen [8] は Friedmann *et al.* [14] の数値計算データに対する近似式として式

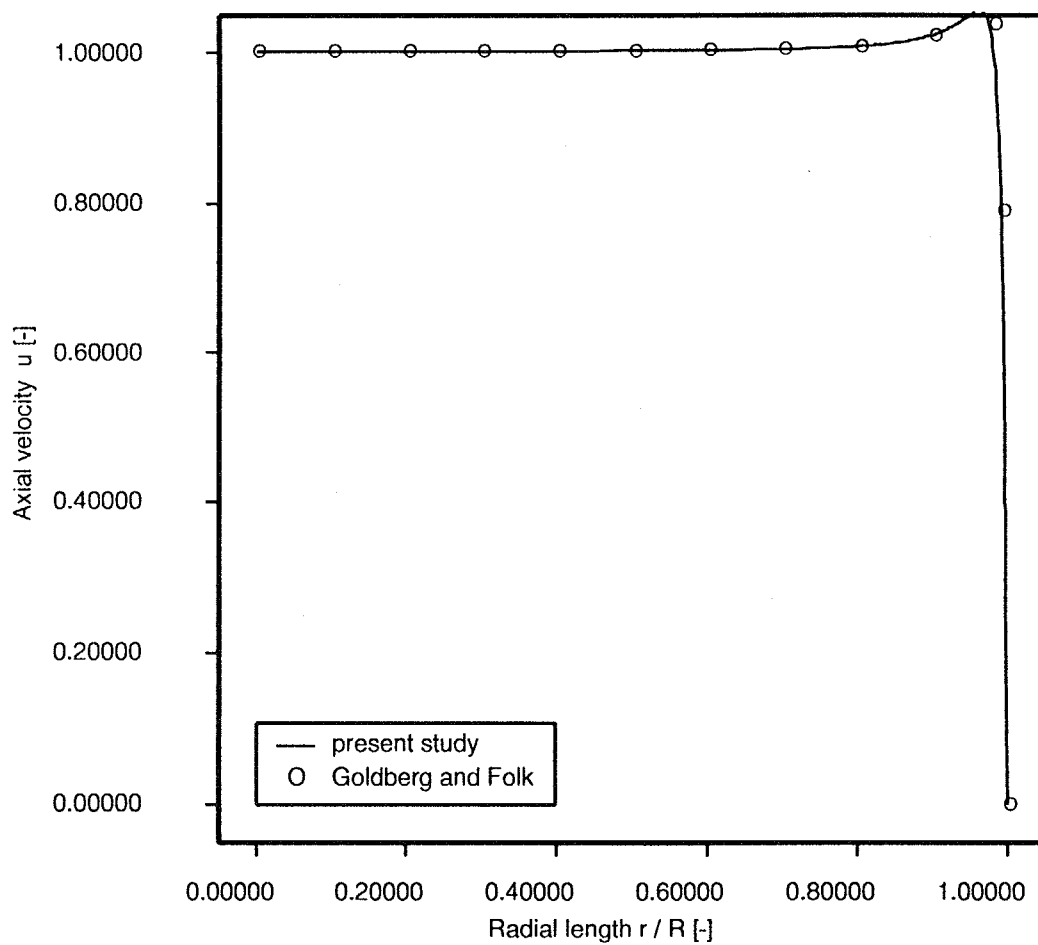


Figure 3.1: Comparison of axial velocity profile for $Re = 0$

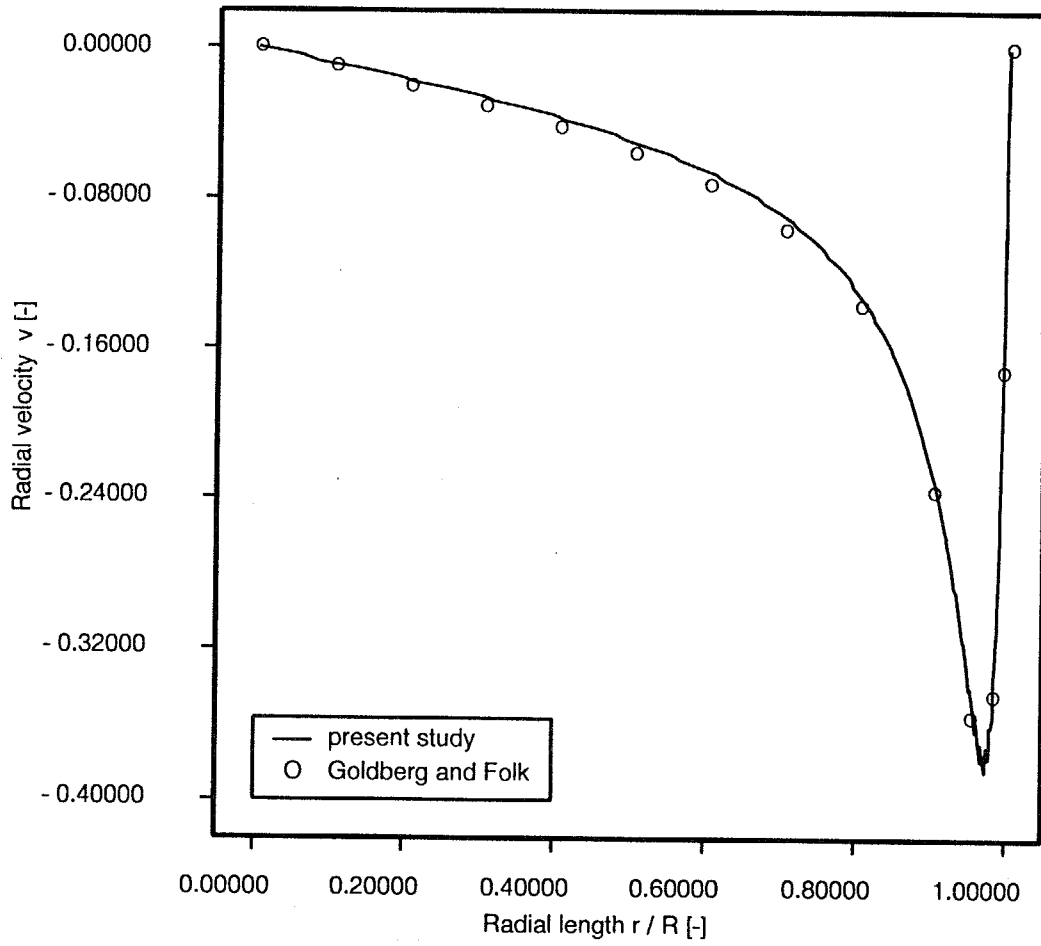


Figure 3.2: Comparison of radial velocity profile for $Re = 0$

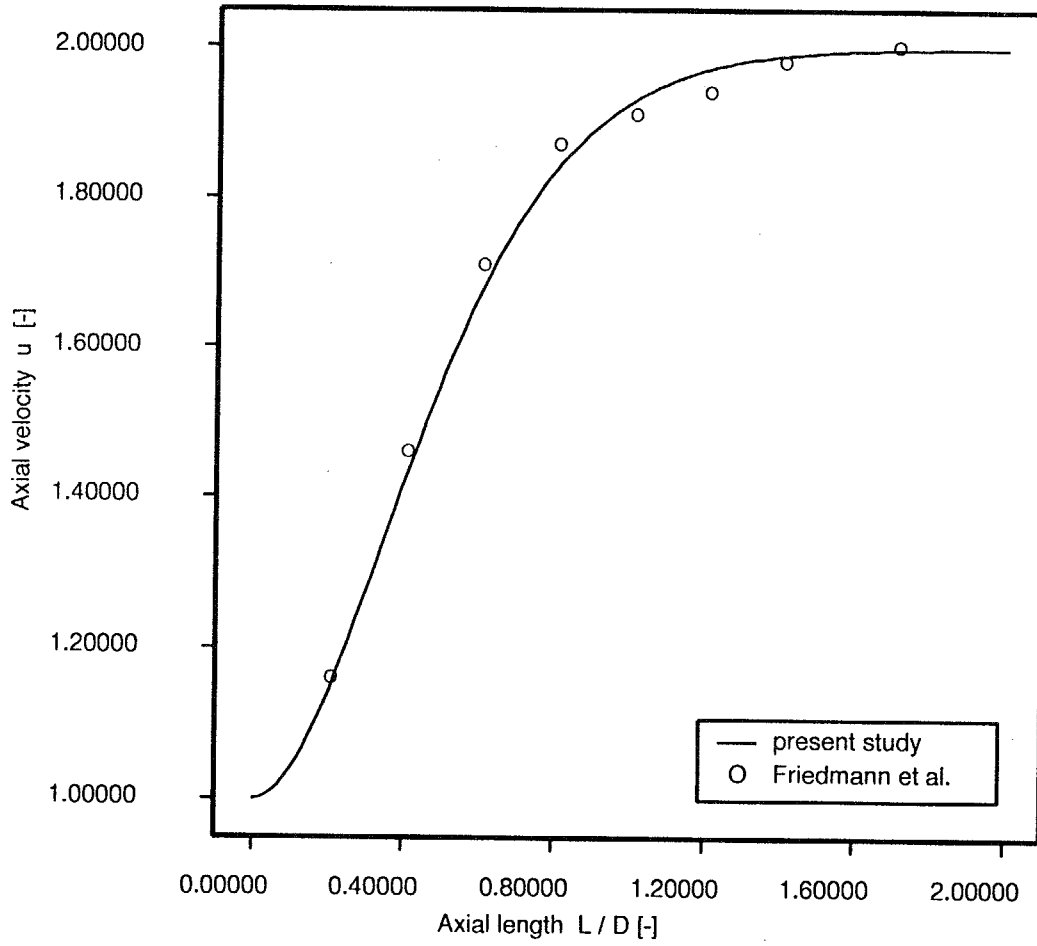


Figure 3.3: Comparison of developing axial velocity profile along axis for $Re = 0$

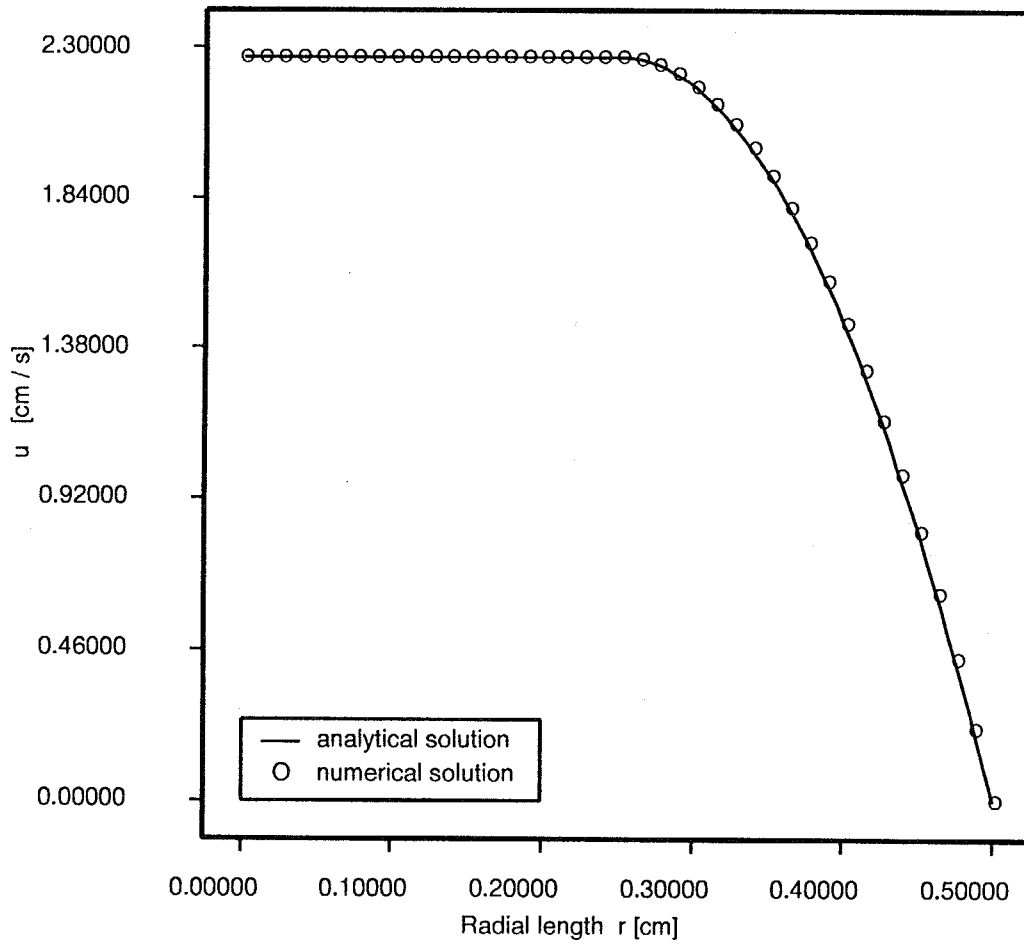


Figure 3.4: A fully developed axial velocity profile of Bingham fluid flow for

$$\frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} = 0.5$$

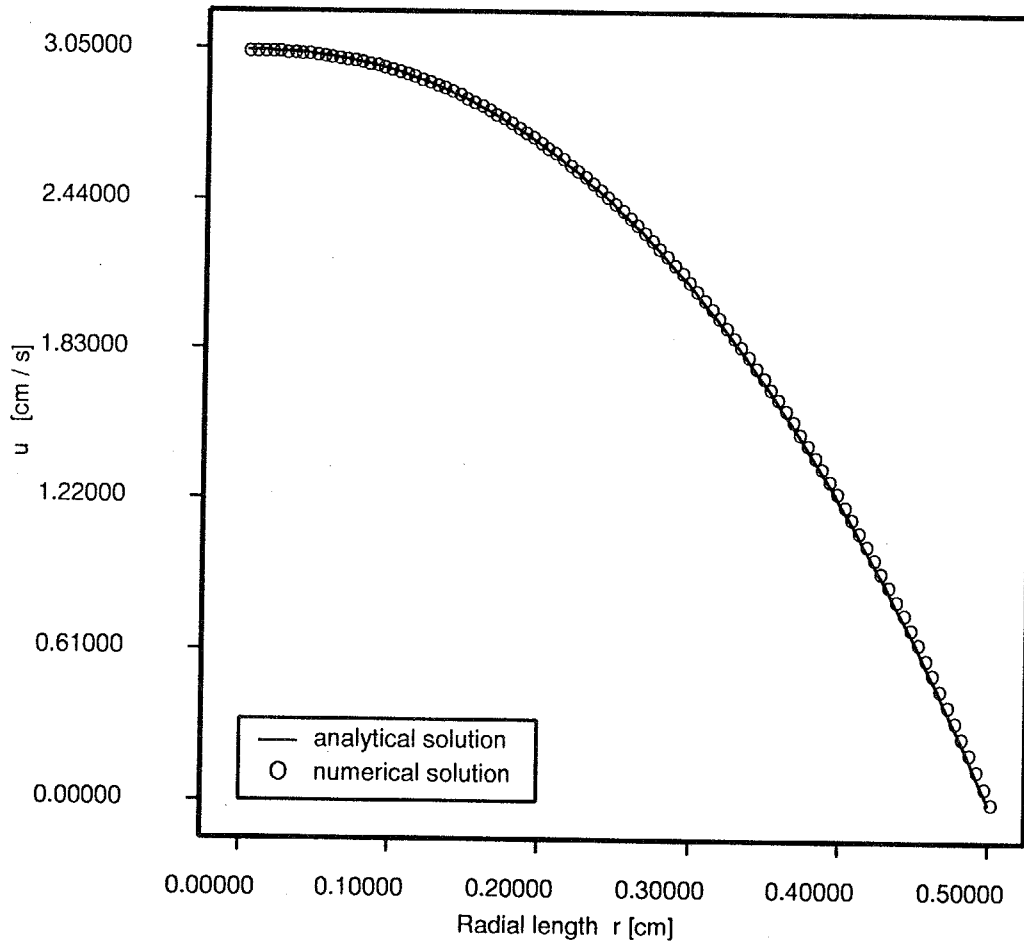


Figure 3.5: A fully developed axial velocity profile of Power law fluid flow at same flow rate as Bingham case for $\frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} = 0.5$

(3.19) を提出している。

$$\frac{L_e}{D} = \frac{0.6}{1 + 0.035Re} + 0.056Re \quad (3.19)$$

Friedmann *et al.* のデータおよび式 (3.19) による値を比較のため Table 3.2 に示した。さらに、本研究を基準にした比率誤差を Table 3.2 に含めた。これらの表から明らかなように、特に $Re \leq 40$ の範囲において式 (3.19) は Friedmann *et al.*[14] のデータに対して良好に一致しているとは言えない。また、本研究における数値解は $Re = 0$ の場合を除いて Friedmann *et al.*[14] の結果と比較的良好な一致を見せていることがわかる。ただしレイノルズ数が0に関して Friedmann *et al.*[14] は解析解および数値解として $L_e/D = 0.6$ を報告しているが、同じ論文中の別の表では両方とも $L_e/D = 0.7$ と書かれている。Goldberg and Folk[15] は、拍動流の周期が無限大という極限を取ることにより解析的に $L_e/D = 0.6$ としている。これらの既往の研究と比較して本研究では得られた結果は妥当なものと考えられる。

本研究の数値解に対して最も良い近似が得られたのは、試行錯誤の結果 (3.20) 式であった。さらにより単純な形で係数が意味を持つ形として式 (3.21) を提出した。ここで、0.0575 は $Re \rightarrow \infty$ のときの傾きであり、0.655 は $Re = 0$ のときの助走距離となっている。

$$\frac{L_e}{D} = 0.379 \exp(-0.148Re) + 0.0550Re + 0.260 \pm 2\% \quad (3.20)$$

$$\frac{L_e}{D} = \sqrt{(0.0575)^2 Re^2 + (0.655)^2} \pm 4\% \quad (3.21)$$

式 (3.20) および (3.21) により計算された値と本研究の数値解を Table 3.3 に示した。また、それらの式による近似値の数値解に対する比率誤差を示した Table 3.4 より、式 (3.20) が本研究で得られた解に非常によく一致していることが解る。

Table 3.1: Comparison between this study, Friedmann *et al.* and Equation proposed by Chen

Re	L_e/D (this study) Data	L_e/D (Friedmann) Data	L_e/D Equation 3.19
0	0.644	0.600	0.600
2	0.644	...	0.673
3	0.665	...	0.710
5	0.714	...	0.791
6	0.755	...	0.832
7	0.774	...	0.874
8	0.831	...	0.917
10	0.883	0.880	1.004
20	1.377	1.350	1.473
30	1.921	...	1.923
40	2.483	2.440	2.490
50	2.984	...	3.018
100	5.745	5.650	5.733
150	8.504	8.475	8.496
200	11.241	11.300	11.275
300	16.685	16.800	16.852
400	22.271	22.400	22.400
500	27.665	28.000	28.030

Table 3.2: %Difference between this study, Friedmann *et al.* and Equation proposed by Chen

<i>Re</i>	%Difference: this study and Friedmann	%Difference: Friedmann and Equation 3.19	%Difference: this study and Equation 3.19
0	-6.830	0.000	-6.830
2	4.470
3	6.770
5	10.860
6	10.270
7	12.920
8	10.350
10	-0.280	14.090	13.760
20	-1.960	9.110	7.180
30	0.130
40	-1.730	2.050	0.280
50	1.156
100	-1.650	1.480	-0.200
150	-0.340	0.250	-0.090
200	0.520	...	0.300
300	0.690	0.310	1.000
400	0.580	0.180	0.580
500	1.210	0.110	1.320

Table 3.3: Comparison between this study and the proposed equations

Re	L_e/D (this study) Data	L_e/D calculated from Equation 3.20	L_e/D calculated from Equation 3.21
0	0.644	0.639	0.655
2	0.644	0.652	0.665
3	0.665	0.668	0.677
5	0.714	0.716	0.715
6	0.755	0.746	0.740
7	0.774	0.779	0.769
8	0.831	0.815	0.800
10	0.883	0.895	0.872
20	1.377	1.378	1.323
30	1.921	1.911	1.845
40	2.483	2.456	2.391
45	2.708	2.730	2.669
50	2.984	3.004	2.949
100	5.745	5.748	5.787
150	8.504	8.491	8.650
200	11.241	11.235	11.519
300	16.685	16.722	17.262
400	22.271	22.209	23.009
500	27.665	27.696	28.757

Table 3.4: %Difference between this study and the proposed equations

<i>Re</i>	%Difference: this study and Equation 3.20	%Difference: this study and Equation 3.21
0	0.746	-1.708
2	-1.198	-3.232
3	-0.457	-1.855
5	-0.287	-0.255
6	1.185	1.882
7	-0.645	0.674
8	1.880	3.683
10	-1.464	1.238
20	-0.040	3.889
30	0.489	3.922
40	1.073	3.687
45	-0.819	1.436
50	-0.697	1.167
100	-0.054	-0.743
150	0.145	-1.721
200	0.056	-2.470
300	-0.221	-3.461
400	0.276	-3.318
500	-0.113	-3.949

3.2.2 非ニュートン流体の助走距離

まず、Bingham 流体および指数則流体の助走距離の定義をニュートン流体の場合と同じものとした。

Bingham 流体の数値計算を行うにあたり、本研究では計算条件として相対栓半径 (a) を用い、その値として 0.5、0.6、0.7、0.8、0.9 を選んだ。 a 、流動特性パラメータ μ_{bi} 、 $\tau_{y,bi}$ および円管の径が既知であれば、完全に発達したときの管中心における速度 u_{max} および平均速度 u_{mean} は式 (A.32) および式 (A.35) より直ちに計算できる。そこでこの u_{mean} を管入り口における境界条件とし、助走距離を管中心における速度が先に計算した u_{max} の 99% に達する距離とする。指数則流体に関しても管入り口において同じ境界条件を用い、式 (A.28) により境界条件から発達した流れの管中心における速度計算し、その速度を助走距離の決定に用いた。

ここでは、Re 数としてニュートンモデルに基づく粘度を用いた。これは 3 種類の流体を同じ流量で流した結果を比較する条件として仮に計算したものである。つまり、本研究の数値計算は流動特性データが測定剪断速度範囲で同程度であった (例えば実験誤差範囲) 3 種類の流体 (それぞれ厳密にニュートンモデル、指数則モデル、Bingham モデルに従う) を、非ニュートン性が小さいという理由でニュートン流体として扱い、同じ流量で流したときの流動状態を調べていることに相当する。

また、Bingham 流体の場合、管入り口で平均速度が最大速度の 99% を越えて助走距離が意味を持たない条件は、式 (A.32) および (A.35) を用いて $0.99u_{max} = u_{mean}$ とおくことにより、 $a > 0.985$ であることを確認した。非ニュートン流体の数値データを Table 3.5 に示し、また、比較のためニュートン流体のデータとともにそれらを Fig. 3.6 に示した。図より、指数則流体の助走距離はニュー

トン流体のものとほぼ同じであるのに対して、Bingham 流体の場合には他の流体と比較してかなり短くレイノルズ数に対する依存性があまり見られないことがわかる。

3.2.3 ニュートン流体の速度分布

レイノルズ数が 43.3 のときのニュートン流体の発達する速度分布を Fig. 3.7 に示す。ライン $z_1 \sim z_{10}$ はそれぞれ管入り口からの軸方向距離 $L/D = 0, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0, 6.0$ における速度分布を表している。図より $z_2 \sim z_8$ における速度分布が局所的なピークを持っていることがわかる。このピークは円管入り口のごく近傍において壁の近くに現れ徐々に管中心に移動する。この現象は平行平板間 [41] および円管内 [14, 15] のどちらでもおこると報告されている。次に、軸方向の速度分布を Fig. 3.8 に示す。ライン $r_1 \sim r_7$ はそれぞれ $r/R = 0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 0.99$ の半径位置における速度分布を示す。

3.2.4 非ニュートン流体の速度分布

指数則モデル

Fig. 3.9 および 3.10 はレイノルズ数が $Re = 43.3$ のときの指数則流体の発達していく軸方向速度の分布の一例である。これらの図において、ラインの定義はニュートン流体の場合と同じである。レイノルズ数はニュートンモデルに基づく粘度を用いて計算されたもので、ニュートン流体の場合と流量が等しくなるように境界条件を定められている。異なったモデルを用いているにも関わらず、定性的に大きな違いが見られないことが解る。

Table 3.5: Entry length of Power law and Bingham models

Re	Power law model	Bingham model
1.269	0.663	0.266
5.336	0.679	0.276
12.804	0.781	0.291
24.765	1.021	0.322
43.277	1.537	0.413

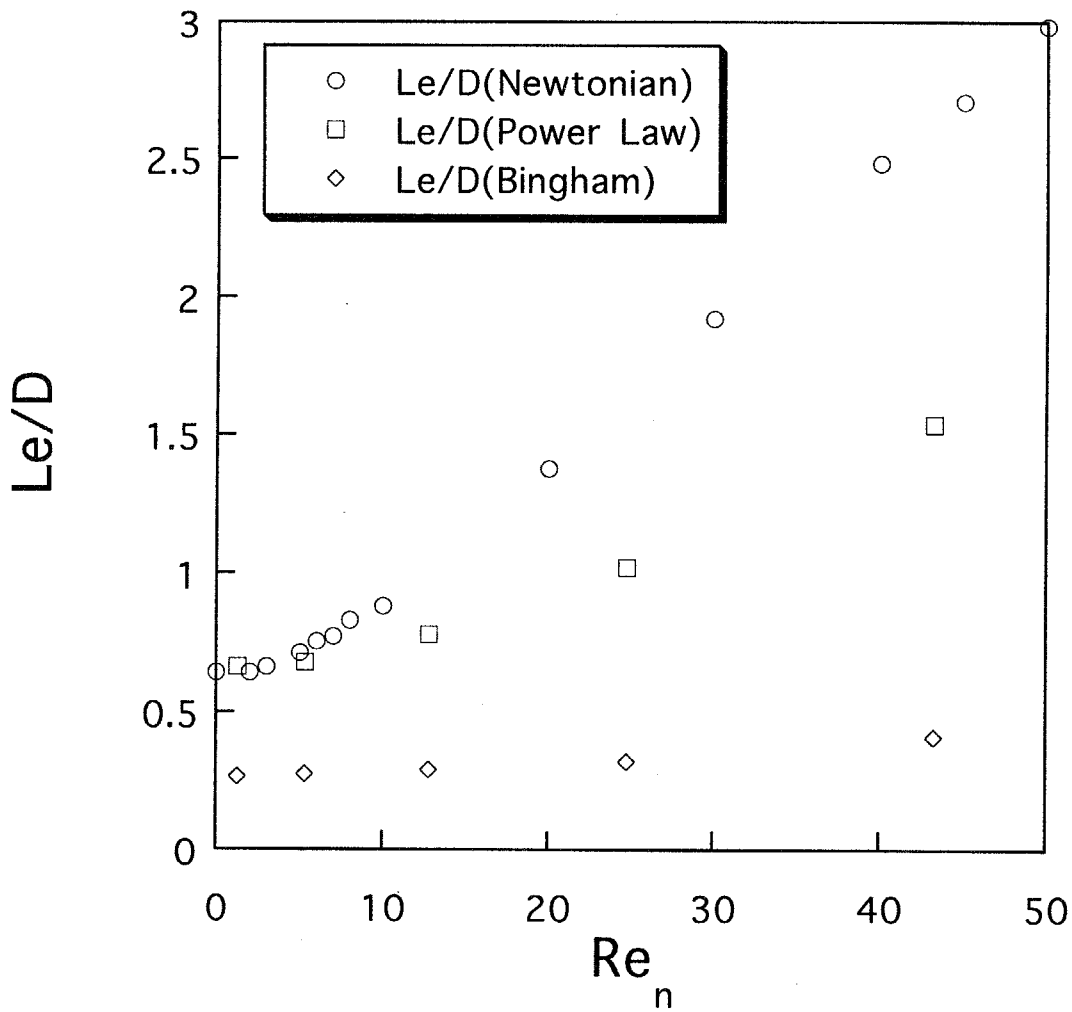


Figure 3.6: Comparison of entry length

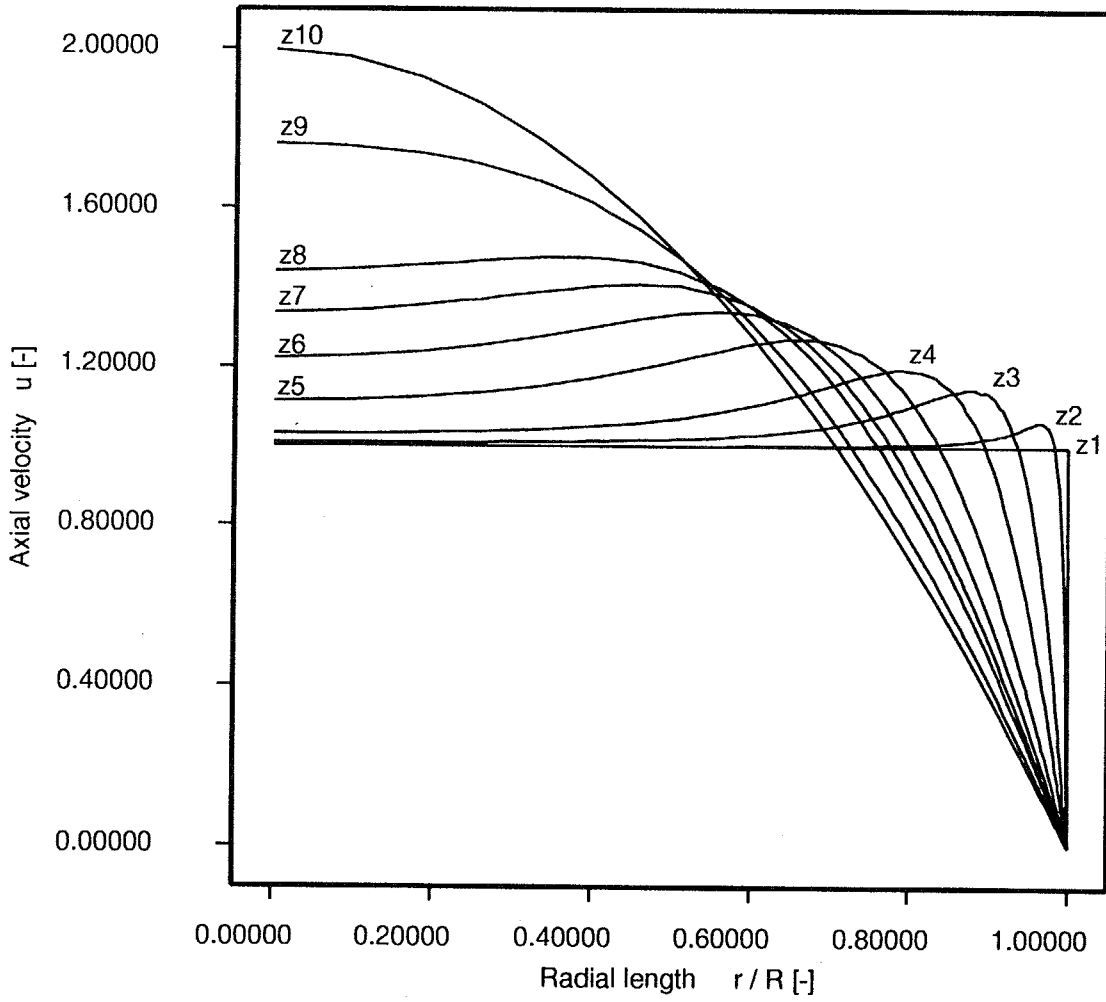


Figure 3.7: Developing axial velocity profile of Newtonian model for $Re = 43.3$

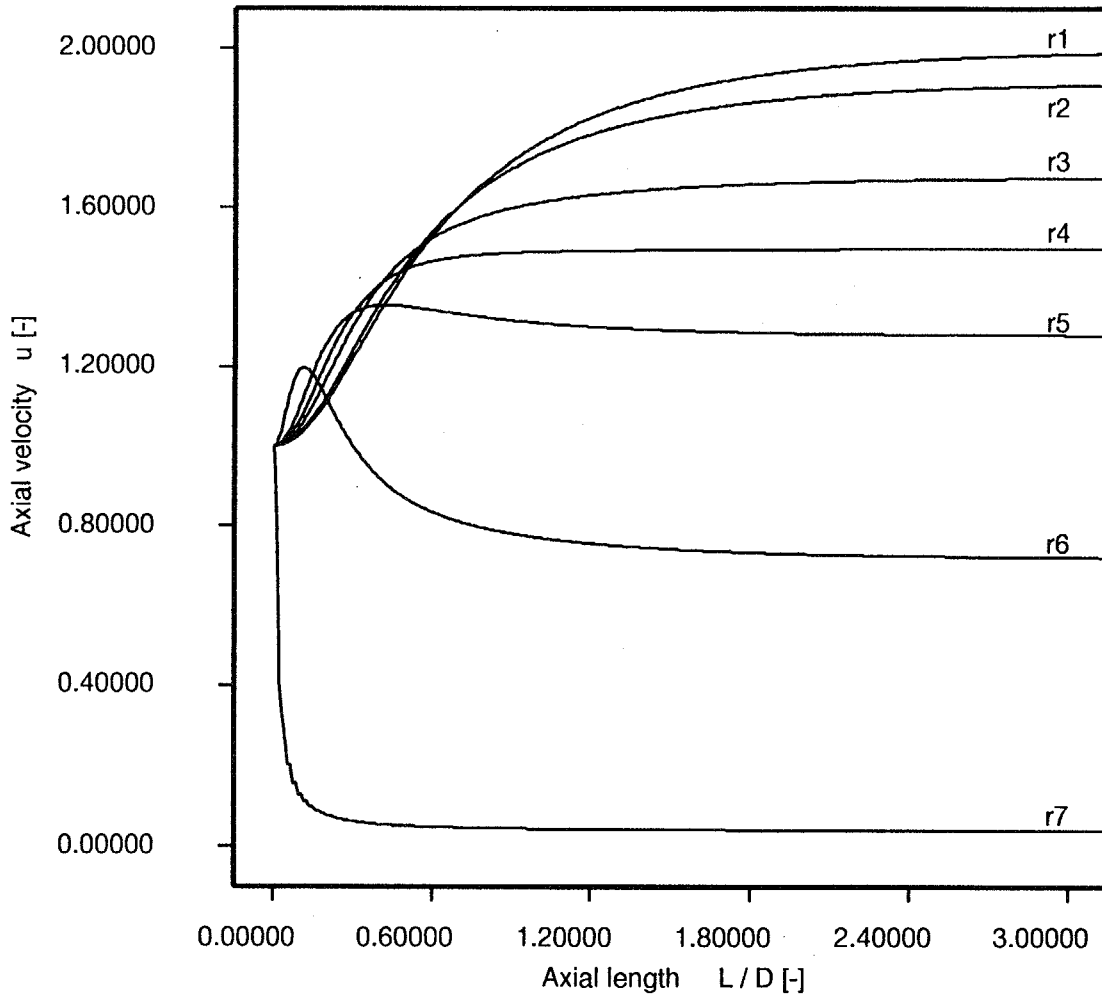


Figure 3.8: Developing axial velocity profile of Newtonian model for $Re = 43.3$

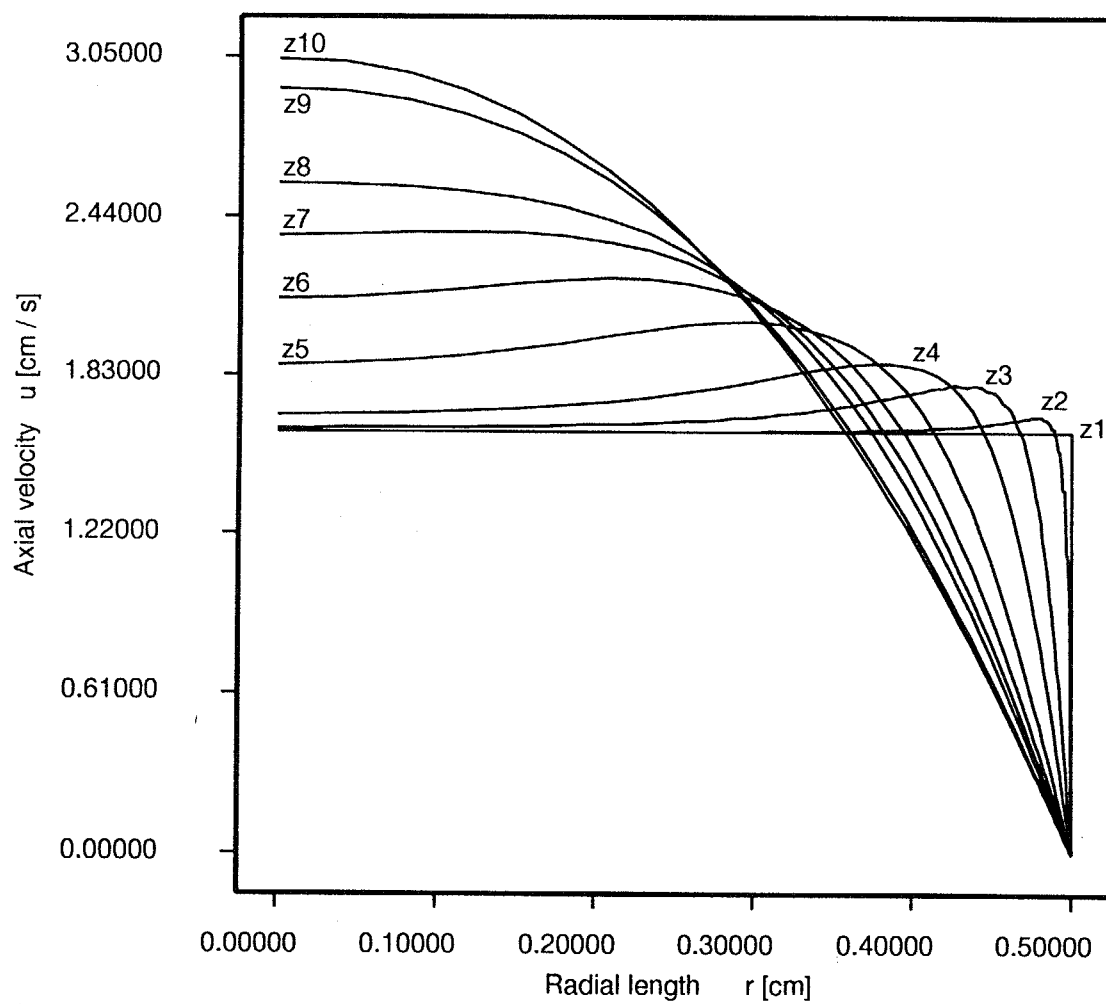


Figure 3.9: Developing axial velocity profile of Power law model for $Re = 43.3$

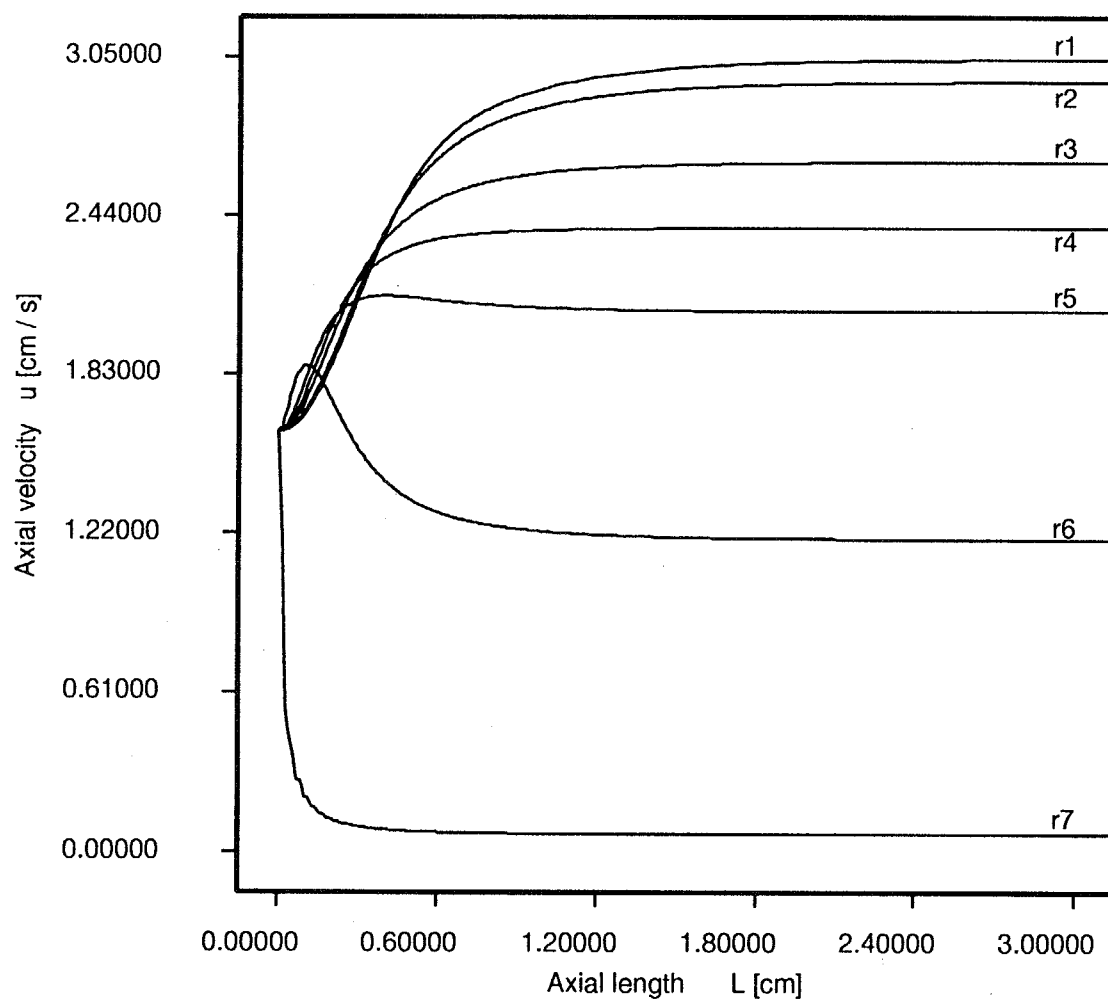


Figure 3.10: Developing axial velocity profile of Power law model for $Re = 43.3$

Bingham モデル

本研究で数値解が得られた範囲における Bingham 流体の助走区間流れにおける速度分布には非常に特徴的な様子が見られた。Fig. 3.11 および 3.12 に $Re = 43.3$ における Bingham 流体の速度分布の一例を示す。ラインの定義は他のモデルの場合と同様である。なお、この条件における相対栓半径は 0.5 である。

図からわかるように、管中心における速度 ($r1$) は最初一定であるが、突然最大速度近くまで上昇する。また、半径位置が管軸から栓部の端にいくにつれ ($r1$ から $r4$ にかけて)、軸方向速度が一定である軸方向の長さが短くなる一方で速度が最終値に達するまでの長さが長くなる。さらに入り口近傍で見られる局所的なピークの大きさが他の 2 つの流体に比較して大きくなっていることがわかる。

3.2.5 ニュートン流体の圧力分布

入り口近傍における管軸上で $Re \leq 50$ の範囲において圧力のピークが見られた。また、この圧力ピークの大きさはレイノルズ数の増加とともに小さくなることがわかった。その圧力分布の例を Fig. 3.13 に示す。

3.2.6 非ニュートン流体の圧力分布

指数則モデル

指数則流体の場合にもニュートン流体の場合と同様の圧力ピークが見られた。Fig. 3.14 にその例を示す。

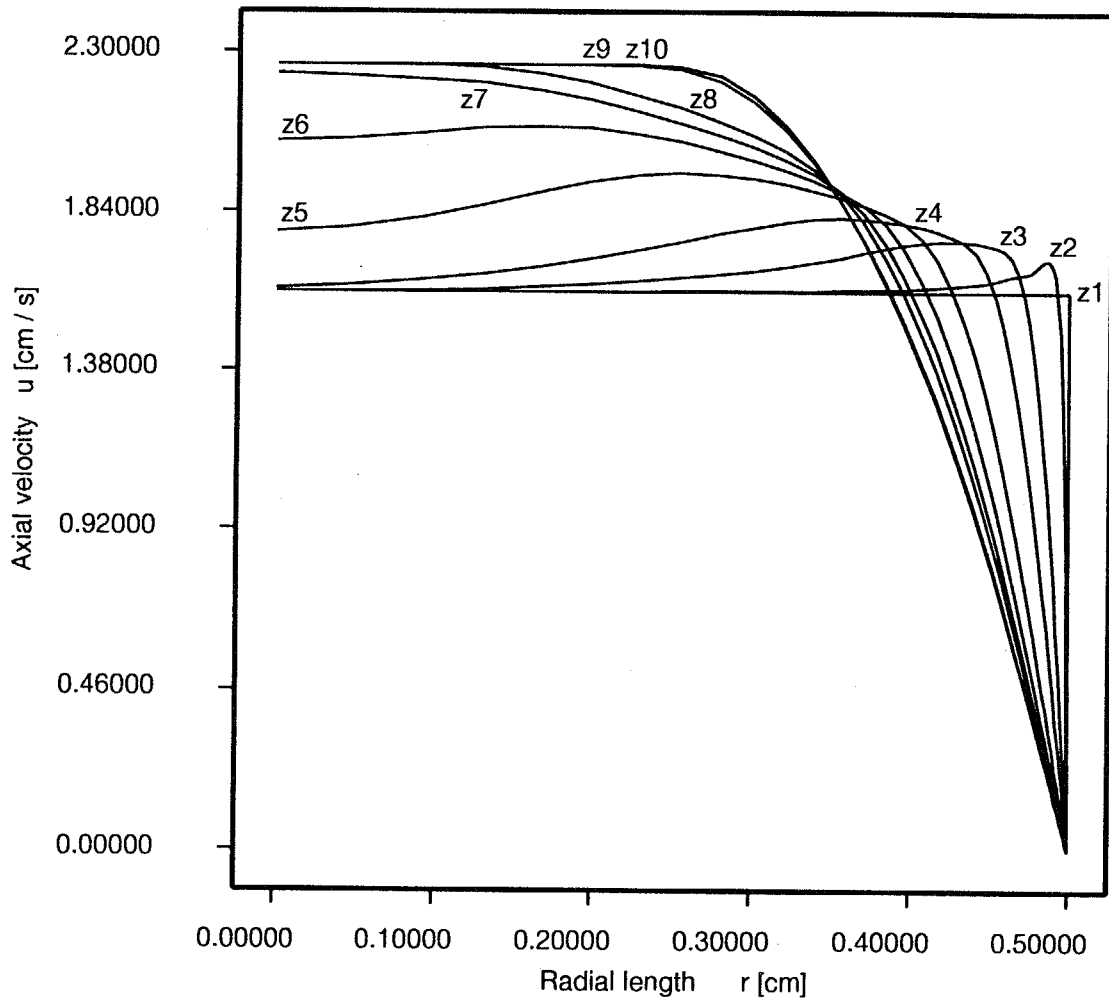


Figure 3.11: Developing axial velocity profile of Bingham model for $Re = 43.3$

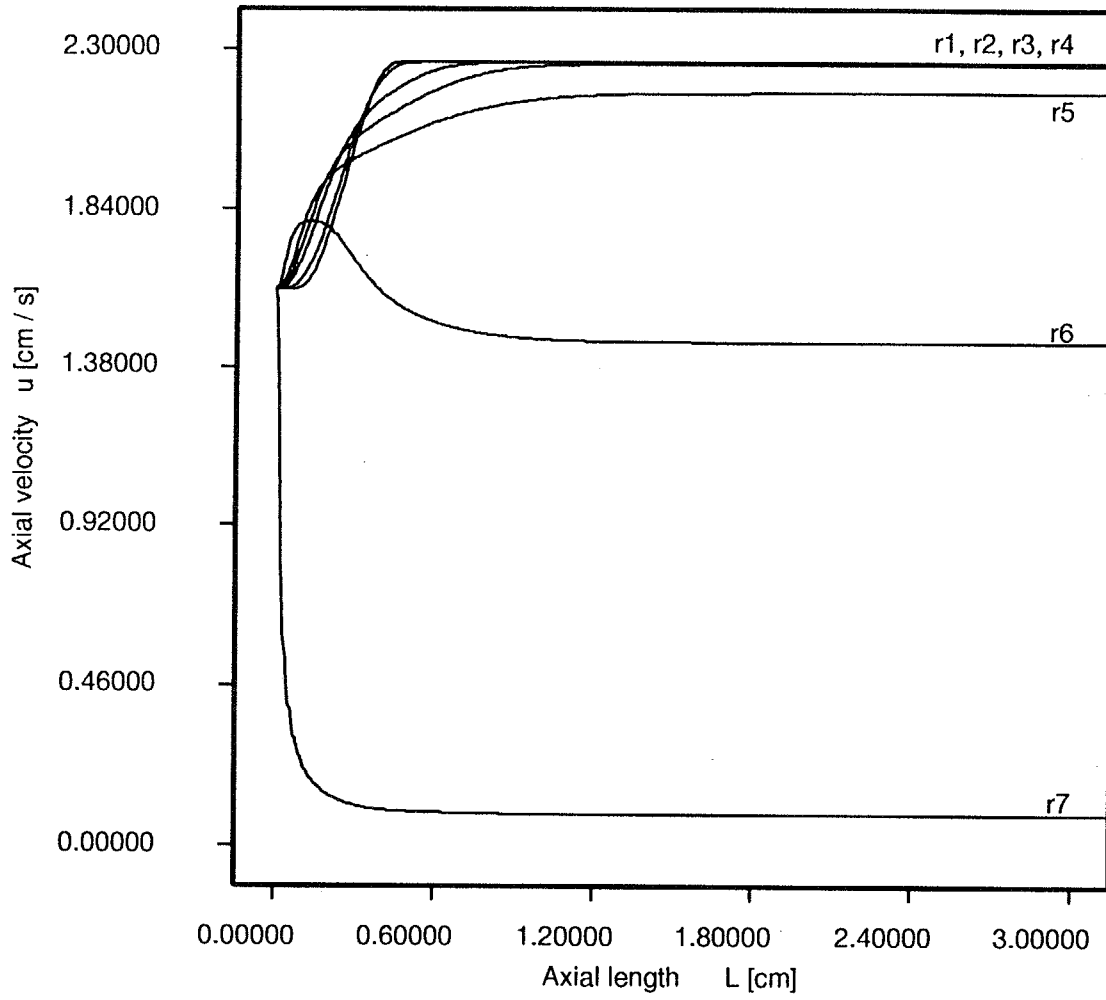


Figure 3.12: Developing axial velocity profile of Bingham model for $Re = 43.3$

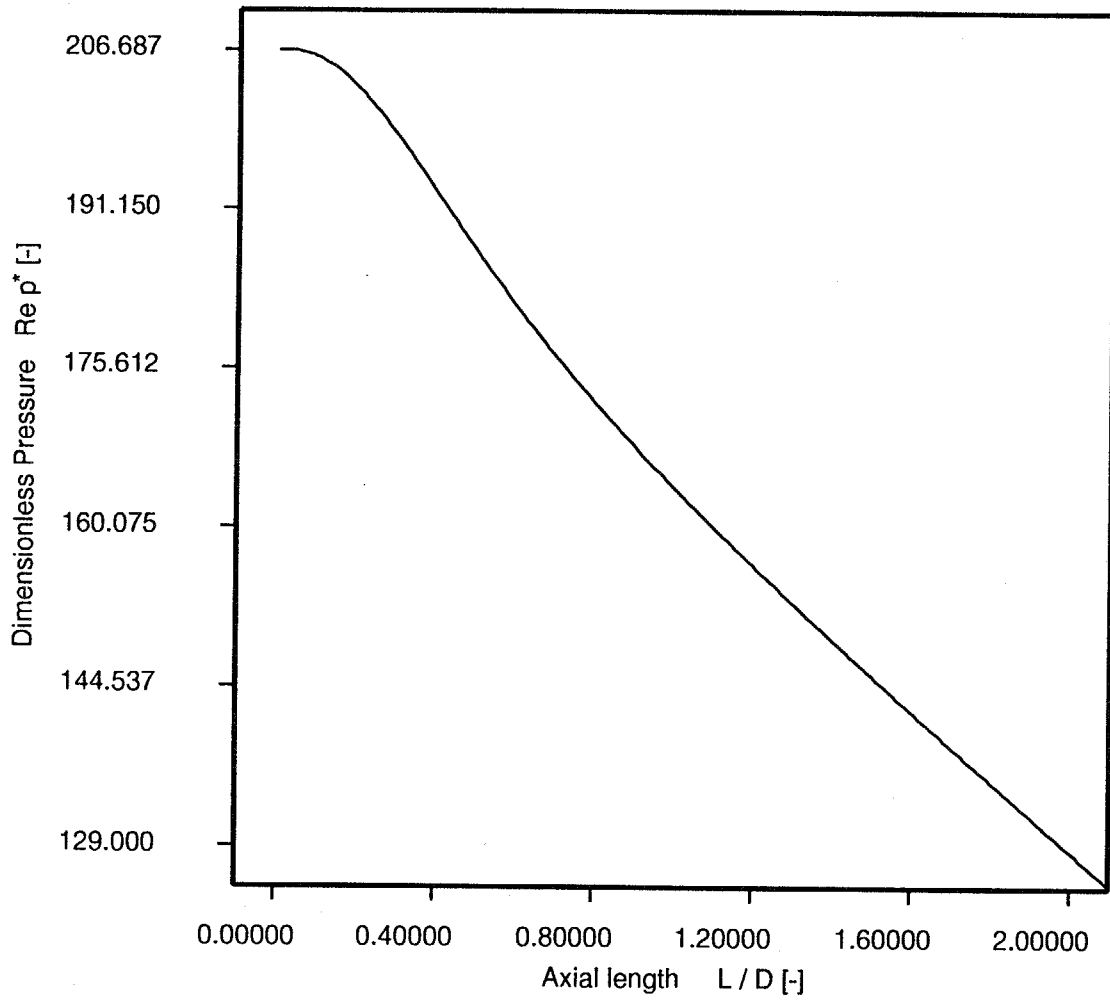


Figure 3.13: Pressure profile of Newtonian model along pipe axes at $Re = 43.3$

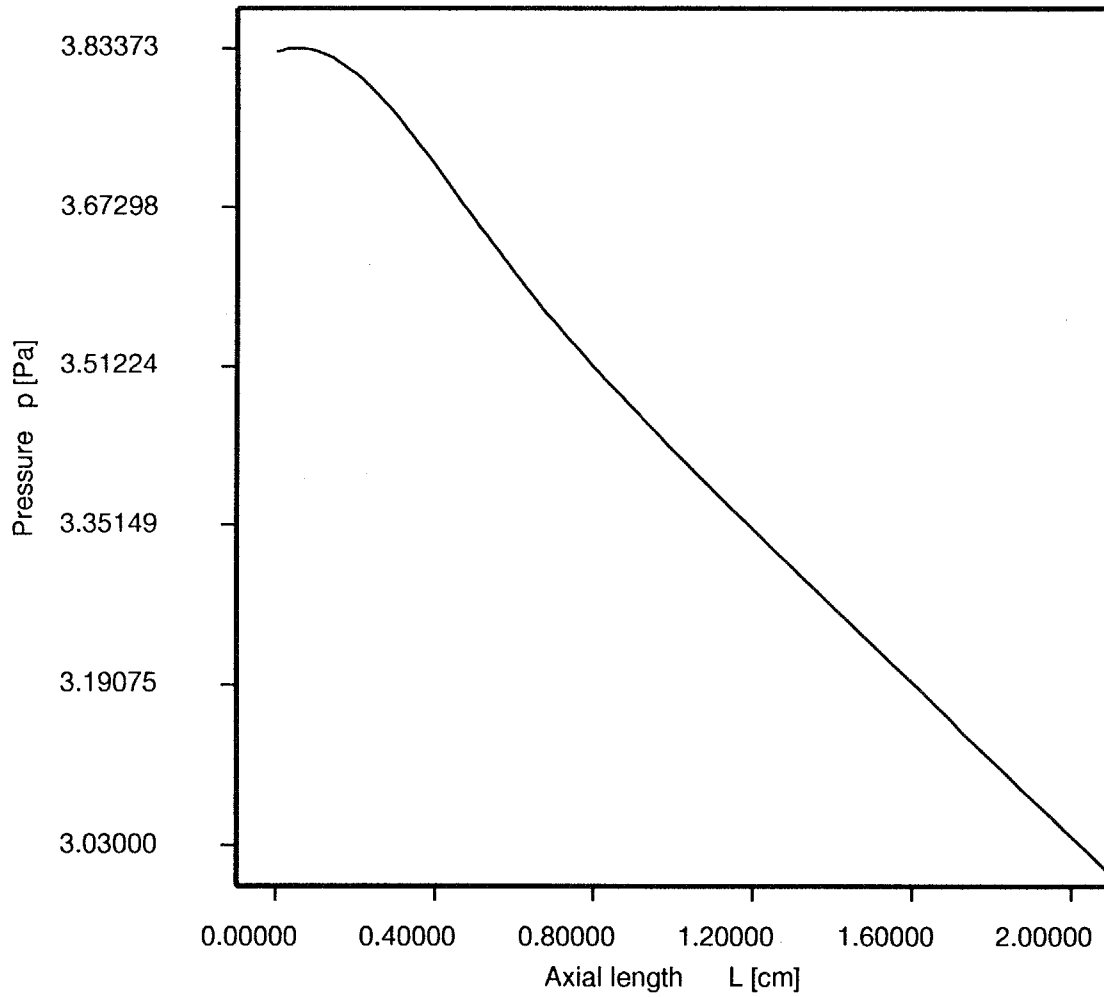


Figure 3.14: Pressure profile of Power law model along pipe axes at $Re = 43.3$

Bingham モデル

Fig. 3.15に示すように、Bingham 流体の場合管軸上に特異な圧力分布 (p_1) が見られた。1 つめの小さなピークが入り口の近傍に見られ、2 つめの大きなピークがその少し後に現れている。この現象は速度分布の特異性に対応しているように思われる。すなわち、栓部が変化しているあいだに圧力のピークが現れている。最初のピークが終わる位置 (点線 A) は管軸における速度が上昇し始める位置に対応している。つまり、栓部が壁から管軸方向へと消えていくときに圧力ピークが起きている。さらに、2 つ目の圧力ピークが始まる位置は、管軸における速度 (r_1) が最大値に達する位置に対応している。また、栓部の端における速度 (r_4) が発達した流れの速度に達する地点 (点線 C) で 2 つ目の圧力ピークが消える。つまり、発達した栓部が管中心から壁方向に形成されている間に、2 つ目の圧力ピークが存在している。

3.3 考察

3.3.1 非ニュートン流体の流動特性モデル

Iida[17] が報告しているように、低剪断速度領域における粘度測定は非常に難しく、ある流体の流動特性モデルを厳密に定めることは困難である。そのため、例えば血液の流動特性モデルは未だ結論が得られていない。このようなときには、本研究のように可測定剪断速度領域の実測データに対していくつかの流動特性モデルを仮定し、ある流動場の数値データと実際の流動場を比較することによって流動特性モデルを推定するのも一つの方法である。左心室からでた直後の血流は 1 心周期中全ての位相で平坦な速度分布となっており、助走区間流れと見なせる。したがって、その区間における速度分布および圧力分布を

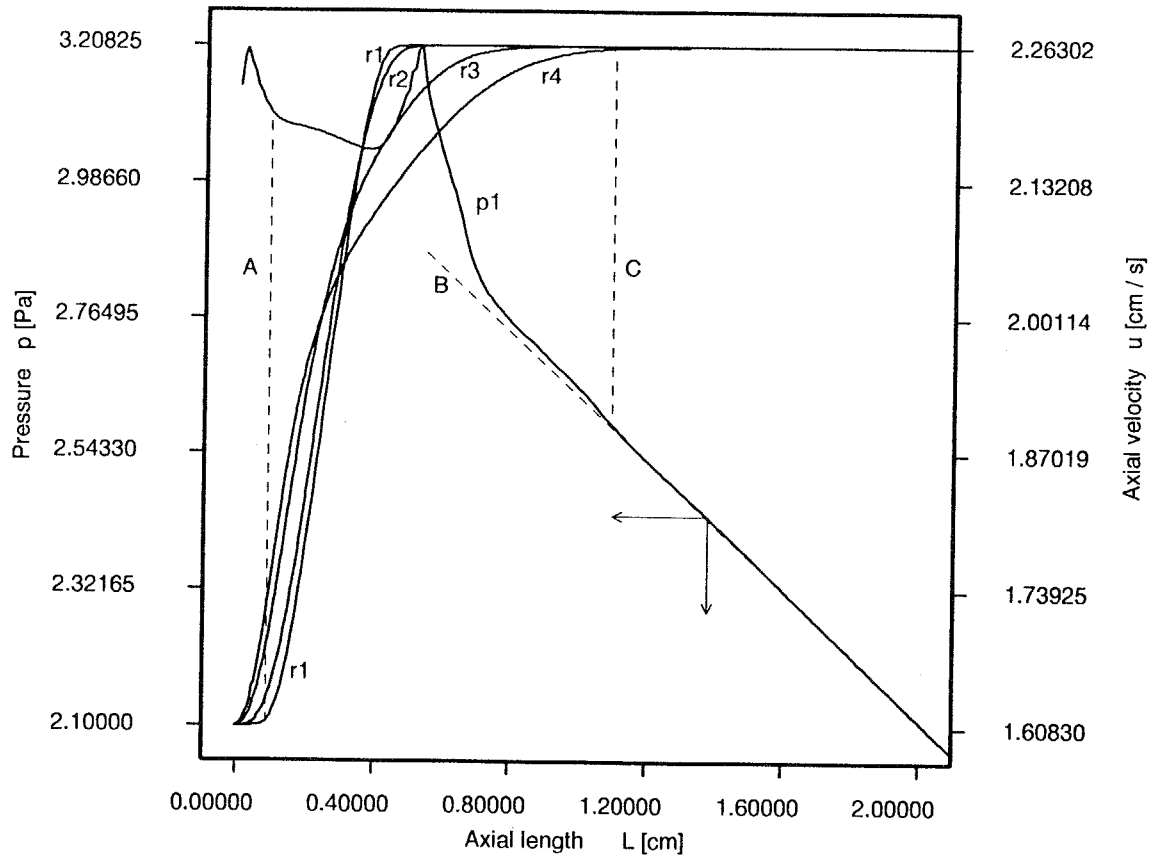


Figure 3.15: Pressure profile and plug region velocity profiles of Bingham model at $Re = 43.3$

詳細に測定することができれば、本研究の結果と比較することにより指数則モデルと Bingham モデルのどちらが血液の流動特性モデルとして適しているかを検討することができるものと考ええる。

3.3.2 統一的な助走距離の式

Fig. 3.6からわかるように、非ニュートン流体の助走距離はニュートン流体のものと大きく異なる。これは、計算した条件において非ニュートン性が無視できない範囲であることに関わらず、レイノルズ数をニュートンモデルに基づいて計算しているためである。そこで本研究では、非ニュートン流体の Re の定義として伊藤 [18] による次式の広義のレイノルズ数 Re^* を用いた。

$$Re^* = \frac{\rho u_a D}{\mu_a} \zeta \quad (3.22)$$

ここで、 μ_a および ζ は、管内流れの見かけ粘度および運動エネルギーの補正係数である。Bingham 流体および指数則モデルの流動特性を以下の用に定義すると、

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau_y}{\mu_b} \quad (3.23)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau^m}{\mu_p} \quad (3.24)$$

管内流れの見かけ粘度および運動エネルギーの補正係数は Table 3.6 に示すようになる。ここで、 a は相対栓半径である。広義のレイノルズ数 Re^* を用いて、本研究の結果を整理すると、Fig. 3.16 に示すように、指数則流体に関してはニュートン流体の場合と一致するものの、Bingham 流体の場合には距離が短く、統一的には扱えないことがわかる。しかし Fig. 3.15 からわかるように、Bingham 流体の場合には管軸上で速度が最終速度の 99% に達しても、他の半径位置では未だ発達途上であり、管軸上の圧力勾配も一定となっていない。そこで本研

Table 3.6: Apparent viscosity and correction coefficient of momentum energy

flow characteristics	Apparent viscosity μ_a	Correction coefficient of momentum ζ
Bingham model	$\frac{3 \mu_B}{a^4 - 4a + 3}$	$\frac{9 (5 + 6a - 11a^2)}{5 (3 + 2a + a^2)^2}$
Power law model	$\frac{\{2 (m+3) u_a \mu_p\}^{1/m} D^{(m-1)/m}}{8 u a}$	$\frac{3 (m+3)}{4 (m+2)}$

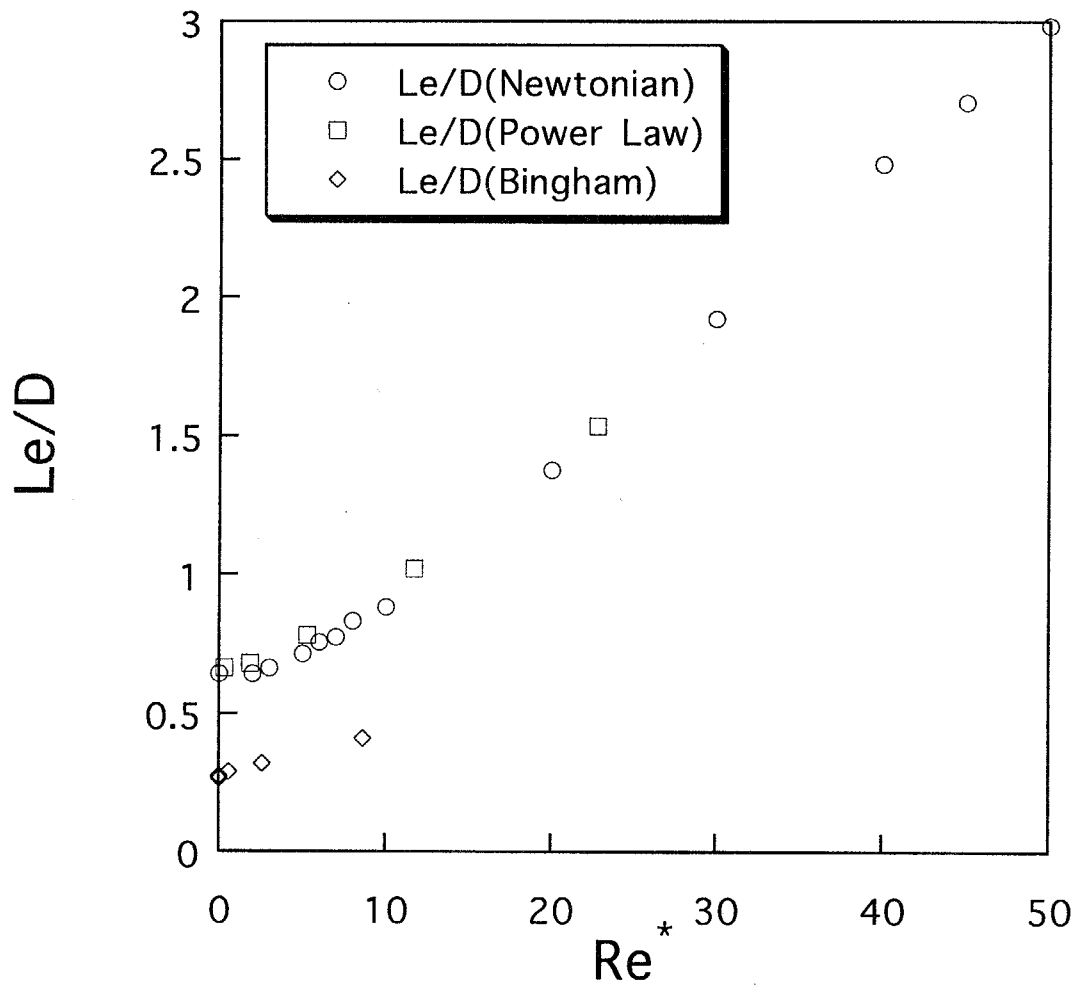


Figure 3.16: Relation between expanded Reynolds number Re^* and entry length

究では、Bingham モデルの新しい助走距離の定義として、十分に発達した流れにおける相対栓半径の 95% の半径位置において軸方向速度が最終速度の 99% に達する距離とする。ここで、新たに定義された助走距離と広義のレイノルズ数の関係を Fig. 3.17 に示す。図からわかるように、全ての流動特性モデルの助走距離が同一曲線上に乗ることがわかる。

したがって、本研究で開発された粘度計で血液などの非ニュートン流体の測定を行う際にも助走距離は針の長さに対して十分に短く、測定精度に支障を及ぼさないものと思われる。また、左心室から出た直後の血流も端末効果は少なく、すぐに発達した流れとなることが予想される。

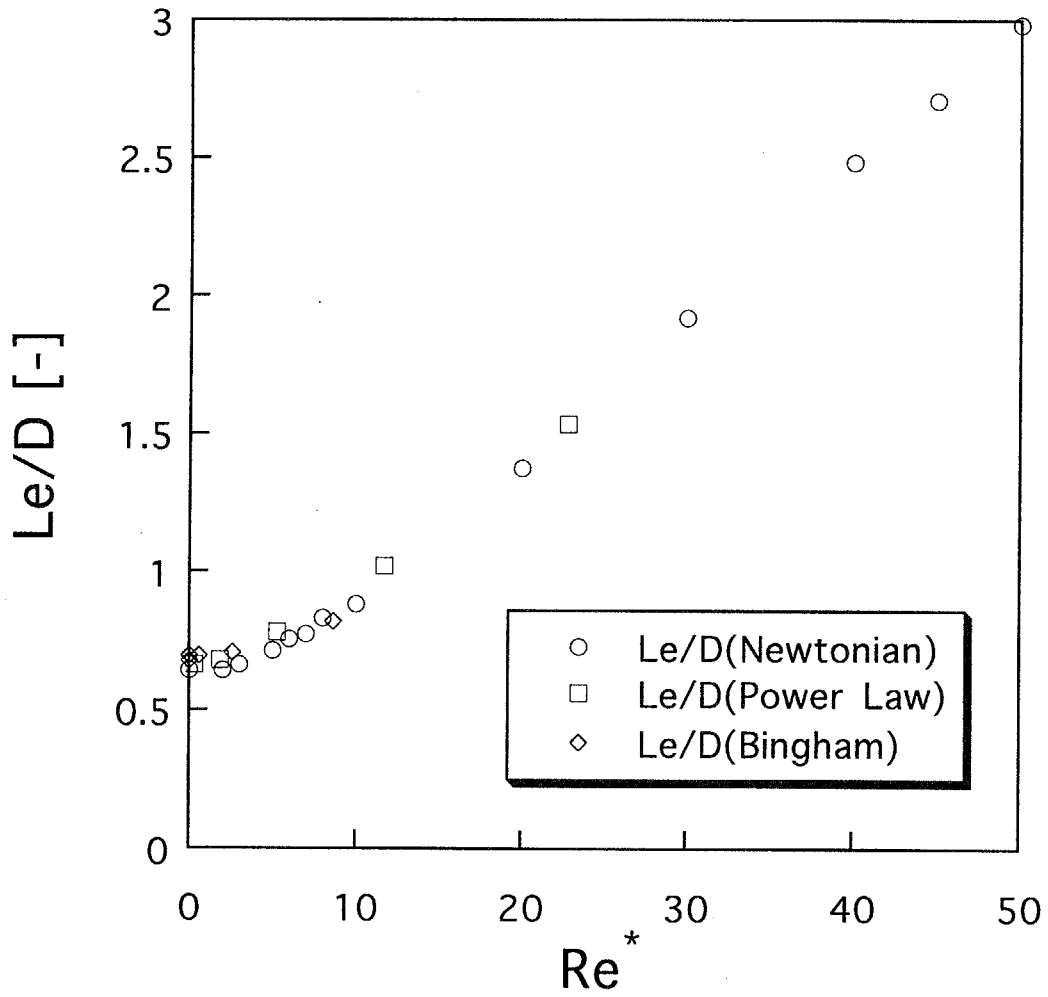


Figure 3.17: Relation between expanded Reynolds number Re^* and expanded entry length

本章の結論

本章では以下の結論を得た。

1. ニュートン流体の助走距離を表す 2 つの式を新たに提出した。
2. ニュートン流体の助走区間流れにおいて、入り口近傍で鈍い圧力ピークが認められた。また、そのピークはレイノルズ数の増加とともに減少し、 $Re \geq 50$ においては見られなくなった。
3. 指数則流体の助走区間流れにおける速度および圧力分布はニュートン流体の場合と同様の傾向を示した。
4. Bingham 流体の速度および圧力分布は他の流体と大きく異なる傾向が見られた。
5. 広義のレイノルズ数および、本研究で定義された Bingham 流体の助走距離を用いることにより本研究で用いた 3 種類の流体の助走距離が同一の式で表しうることを示した。
6. したがって血液などの非ニュートン流体の粘度測定を行う際にも、ニュートン流体の場合と同様に端末効果は無視できるものと思われる。また、左心室から出た直後の血流においても端末効果は少ないことが予想される。

第 4 章

血液の流動特性

序

第 2 章において、両端をゴムで閉じた真空採血管、特殊採血針、圧力変換器、パーソナルコンピュータからなる新しい真空採血管型粘度計の開発について述べ、その粘度計が $1 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 以下の範囲において $\pm 5\%$ 程度の精度で粘度測定が行えることを示した。しかし、その粘度は測定された比較的高い剪断速度範囲全体における平均的な粘度であった。そこで本章では、血液流動に関する研究を遂行する上で欠くことのできない広い剪断速度範囲における血液の流動特性を詳細に測定することを目的とした。

4.1 測定アルゴリズムの改良

本研究で開発された臨床用血液粘度計のサンプリング周波数は 1 Hz であり、流量を計算するための時間間隔は 1 ~ 10 s と比較的大きなものであった。さらに、測定時間は临床上の要求を満たすために 40 s となっている。その結果広い剪断速度範囲に対して測定点は十分でなく、測定剪断速度の下限は試験流体の粘度に依存する。また、真空採血管内圧力変化の非線形性も十分に考慮されているとは言えなかった。

そこで、測定剪断速度範囲を下方に拡げ、より詳細に測定するために測定時間およびサンプリング周波数をそれぞれ 500 s および 20 Hz とした。実際には、本研究で行われた血液の 100 s^{-1} における粘度測定は 110 s 以内に終了した。さらに、試験管内の血液は特殊採血針に吸引されているために静止状態にない。したがって赤血球の沈降は起こりづらいと考えられ、実際に観察されなかった。なお、以下の計算は生データが電氣的ノイズを含むために平滑化処理を施した後に行った。

本測定法では、1 回の測定で Fig. 4.1 のような圧力の時系列データが得られる。この圧力が時間の関数として正確に表現できれば、見かけの壁面剪断速度および流動特性は以下のように導出できる。

圧力が時間の関数 $P(t)$ であるとすれば、ボイルの法則によりその時間における真空採血管内の気体の体積も時間の関数 $V(t)$ となり、

$$P_0 V_0 = P(t) V(t) \quad (4.1)$$

したがって、

$$V(t) = P_0 V_0 \frac{1}{P(t)} \quad (4.2)$$

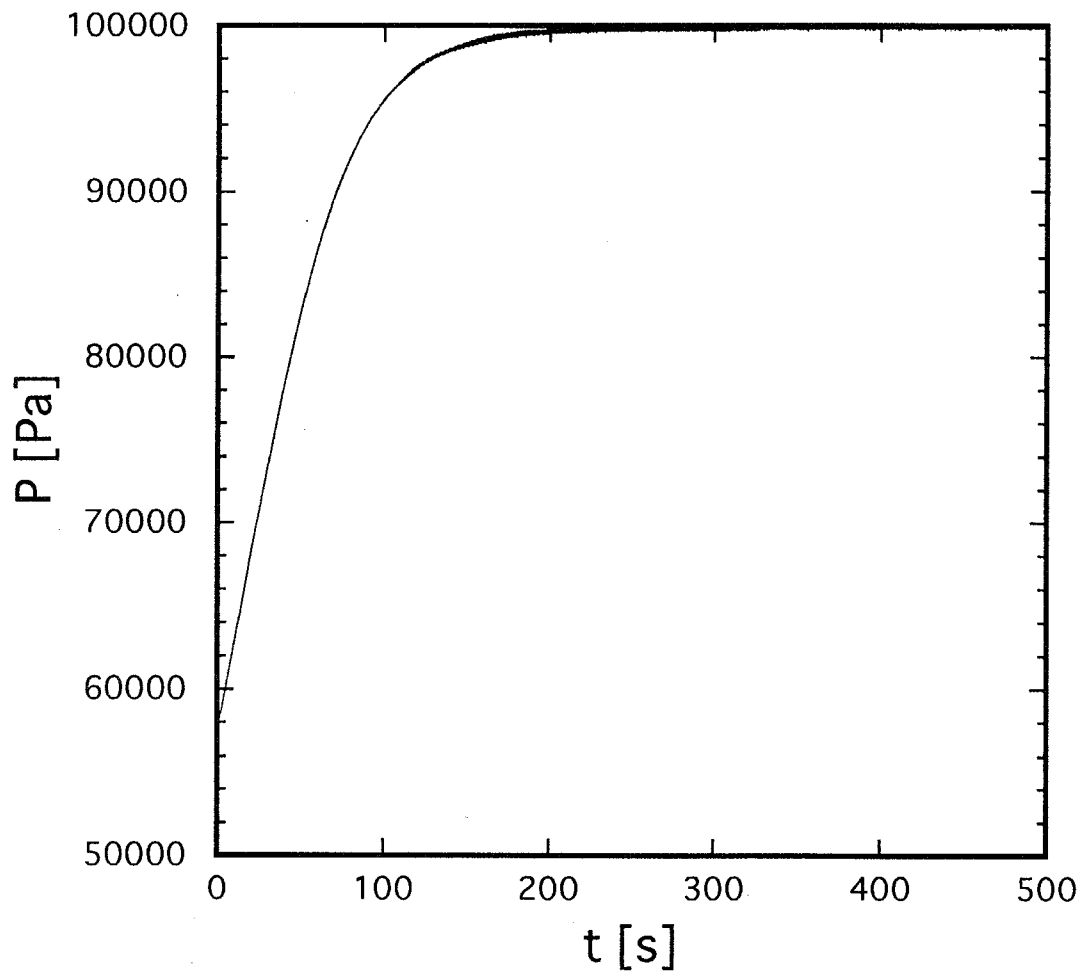


Figure 4.1: An example of inside pressure data

また、真空採血管の中に流入した流体の体積 $v(t)$ は、

$$v(t) = V_0 - V(t) \quad (4.3)$$

となるので、この時間における流量 $Q(t)$ は

$$Q(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -\frac{dV(t)}{dt} = -P_0V_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{P(t)} \right) \quad (4.4)$$

とかける。

したがって、見かけの壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wa}(t)$ は $P^{(1)}(t)$ を $P(t)$ の第 1 次導関数とすれば、

$$\dot{\gamma}_{wa}(t) = \frac{4Q(t)}{\pi R^3} = \frac{4P_0V_0}{\pi R^3} \frac{P^{(1)}(t)}{P(t)^2} \quad (4.5)$$

と導出される。

本研究では、1 秒以内であれば真空採血管内圧力変化は線形と見なせるものとし、1 次関数を用いて 1 秒間毎の圧力変化を全範囲 ($0 \leq i \leq 499$) にわたって近似した。

$$P_i(t) = A_i \cdot t + B_i \quad (t_i \leq t \leq t_i + 1 \text{ s}) \quad (4.6)$$

ここで、 A_i および B_i は各 1 秒間毎に最小自乗法により決定した。

壁面剪断速度および見かけの壁面剪断速度は以下のように計算される。

$$\tau_{w,i} = \frac{\Delta P_i R}{2L} \quad (4.7)$$

$$\dot{\gamma}_{wa,i} = \frac{4P_0V_0}{\pi R^3} \frac{A}{P_i(t_i + 0.5)^2} \quad (4.8)$$

ここで、 ΔP_i は次式で計算される。

$$\Delta P_i = P_a - P(t + 0.5) - \rho g(L + h_{u,i} - h_{l,i}) \quad (4.9)$$

ここで、 ρ 、 g 、 L 、 $h_{u,i}$ および $h_{l,i}$ は、それぞれ試験流体の密度、重力、特殊採血針の長さ、試験管および真空採血管内の液の高さである。これらの液の高さ

は真空採血管内圧力より計算される。端末効果は特殊採血針の長さが内径の約260倍程度あるので、ここでは無視した。

さらに、真の壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wr}$ は次式により計算される。

$$\dot{\gamma}_{wr} = \frac{3}{4}\dot{\gamma}_{wa} + \frac{1}{4}\tau_w \frac{d\dot{\gamma}_{wa}}{d\tau_w} \quad (4.10)$$

4.2 測定誤差の解析

4.2.1 誤差要因

ある時間における粘度は式(4.7)および(4.8)より、

$$\mu = \frac{\pi R^4 \Delta P P^2}{8LV_0 P_0 A} \quad (4.11)$$

となるので、 R 、 L 、 V_0 などの幾何学的な要因によって引き起こされる誤差は直接的に計算できる。14個の真空採血管の体積を水で満たす前と満たした後の重さを計ることによって求めた結果、その比率誤差は $\pm 2\%$ 以内であった。また、10個の特殊採血針の長さの比率誤差は $\pm 0.3\%$ 以内であった。針内径に関しては、その誤差は同じロットであれば非常に小さいものと思われる。

一方、本研究で用いた圧力変換器は大気圧からの差圧を測定するものであり、Fig. 4.2に示されるようなやや温度に依存する誤差を持っている。同図の横軸、縦軸はそれぞれ差圧および出力誤差である。実線は 20°C のデータを近似したものである。このような圧力変換器の誤差は針両端間の圧力差が小さくなる低剪断速度領域においては無視できないものと思われる。

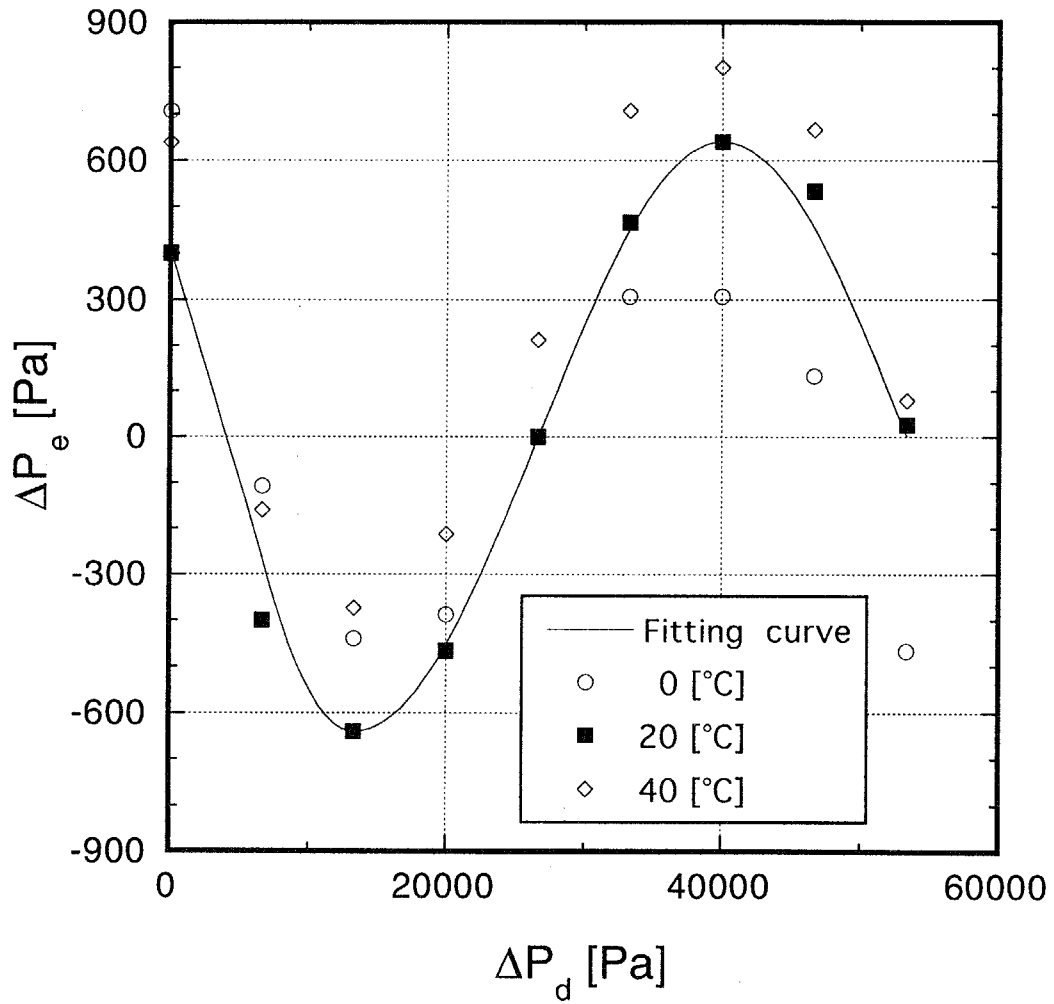


Figure 4.2: Pressure transducer error against pressure difference between atmospheric pressure and inside pressure

4.2.2 圧力補正

実際にニュートン流体である標準液を用いた実験では 100 s^{-1} における誤差が 100 % を越える場合があった。誤差の傾向を直接的に特徴づけることは困難であったので、以下の手順で計算される圧力補正量を導入した。

1. 式 (4.7) および (4.8) に基づき、壁面剪断応力 $\tau_{w,m}$ および見かけの壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wa,m}$ ¹ を計算する。
2. 既知粘度 μ_r を用いて、期待される壁面剪断応力 $\tau_{w,ex}$ を計算する。

$$\tau_{w,ex} = \mu_r \cdot \dot{\gamma}_{wa,m} \quad (4.12)$$

3. 圧力補正量 ΔP_{cr} を計算する。

$$\Delta P_{cr} = \frac{2L(\tau_{w,ex} - \tau_{w,m})}{R} \quad (4.13)$$

4.2.3 ニュートン流体による検定

上述のアルゴリズムに基づき、2 種類のニュートン流体である標準液、JS-5 および JS-10(昭和シェル製) の検定を、病院内で人間の血液を測定する直前に 37°C で行った。その粘度は

Liquids	μ_r [Pa · s]
JS- 5	0.002707
JS-10	0.004998

である。

本研究で測定された血液粘度範囲が上記の粘度間に入ることから、この 2 種類

¹Newton 流体なので真の壁面剪断速度に等しい。

の流体の流動特性を測定することができれば血液の測定も問題なくできるものと考えられる。

Fig. 4.3はその結果で、横軸は真空採血管内圧力、縦軸は圧力補正量である。図より 95,000 Pa 近傍で圧力補正量の傾向に急激な変化があることがわかる。この傾向の変化は、約 1,000 Pa 程度の圧力補正量が粘度に関係なく大きな測定誤差をもたらしていることから、誤差の傾向に対して支配的であると考えられる。

4.2.4 数値シュミレーションによる検討

圧力補正量の急激な変化を検討するために以下に示すような数値シュミレーションを行った。

考えている系の支配方程式はボイルの法則にもとづいており、真空採血管内の圧力 $P(t)$ は以下のように表される。

$$P(t) = \frac{P_0 V_0}{V(t)} \quad (4.14)$$

特殊採血針の端末における圧力損失を円管における急拡大および急縮小に等しいと仮定すると、エネルギーバランスより次式が得られる。

$$P_a - P(t) = \frac{32\mu Lu}{D^2} + \rho g(L + h_u - h_l) + \frac{\rho u^2}{2} \left\{ \left(1 - \frac{D^2}{D_t^2}\right)^2 + 0.4 \right\} \quad (4.15)$$

ここで D_t は真空採血管および試験管の内径である。上式を管内平均速度 u について解くことにより、流量 $Q(t)$ が直ちに計算できる。したがって、 $P(t + \Delta t)$ は

$$P(t + \Delta t) = \frac{P_0 V_0}{V(t + \Delta t)} = \frac{P_0 V_0}{V(t) - Q(t) \cdot \Delta t} \quad (4.16)$$

本研究では Δt を 0.05 s とし真空採血管内圧力を 0 ~ 500 s まで計算した。

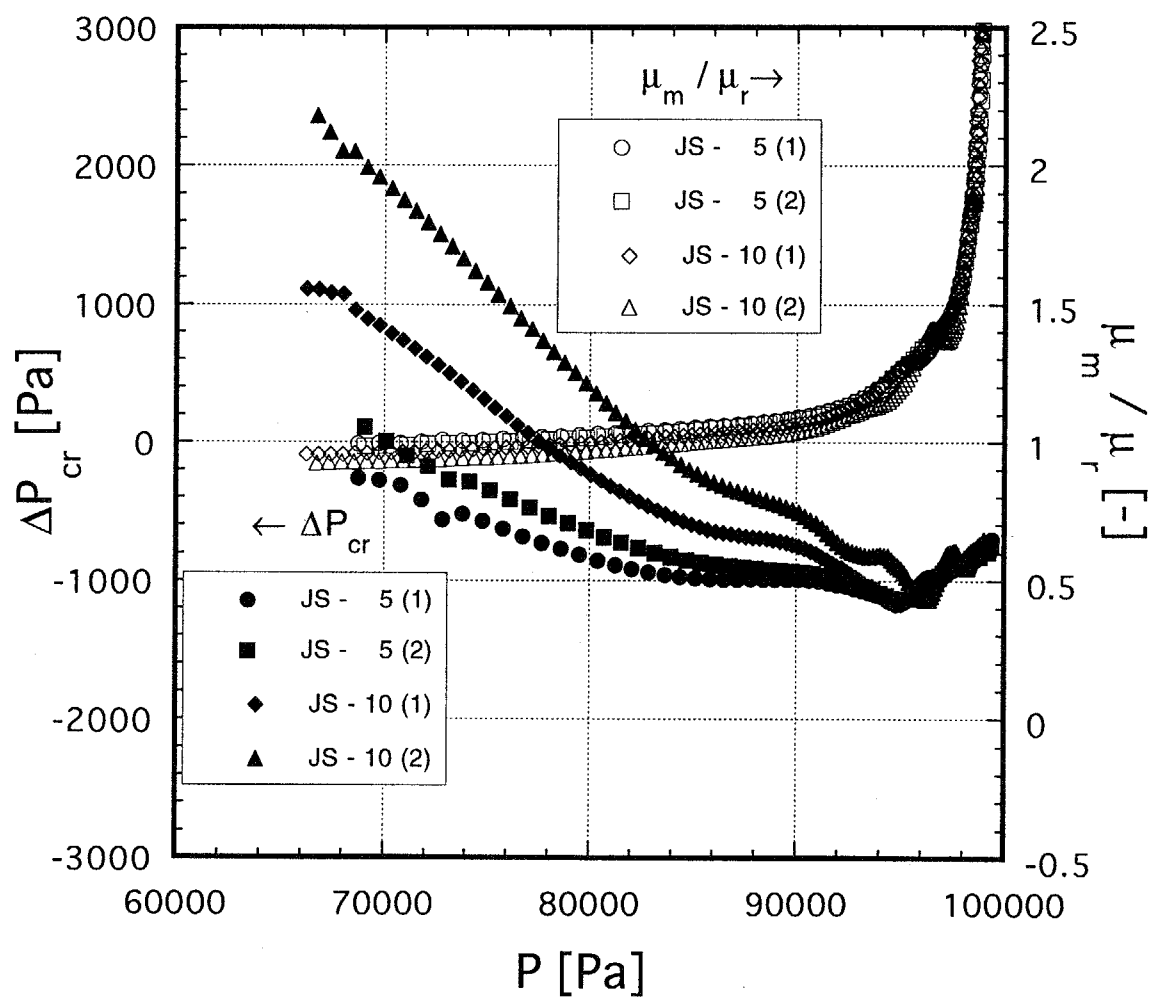


Figure 4.3: Pressure correction

数値シミュレーションの信頼性を確認するために、前述の改良された測定アルゴリズムを用いて数値データから流動特性を求めた。数値シミュレーションにおいて端末効果を考慮したにも関わらず、粘度の誤差は±1%以内であり、測定アルゴリズムで端末効果を見捨てることの妥当性が確認された。なお、この数値計算に用いたパラメータ値を Table 4.1 に示した。 P_0 および μ 以外の値は実際の測定に用いているものである。

数値計算によって得られたデータに対して様々な誤差を加えることによって、Fig. 4.4 に示すように特徴的な圧力補正量の傾向が得られた。Fig. 4.2 に近似曲線で示された圧力変換器の誤差を数値計算データに加えることにより、Plot(A) が得られる。圧力変換器の誤差に加えて、 V_0 に 5% 大きな値あるいは R に 1.5% 小さな値を用いて圧力補正量を計算すると Plot(B) が得られる。Plot(B) は Plot(A) を時計方向に回転させたように見える。対照的に、Plot(C) は 5% 小さな V_0 の値あるいは 1.5% 大きな R の値を用いることによって得られる。ただし、圧力補正量の傾向の急激な変化は圧力変換器の誤差無しでは起こらなかった。また、90,000 Pa 以上では小さな圧力補正量の違いから大きな測定誤差の違いが生じていることがわかる。

これらの計算結果と図 4.3 に示された実験結果を比較すると、図 4.3 に示された曲線が殆ど回転していないことから、 R 、 L 、 V_0 などの幾何学的要因は十分に正確であり、測定した L 、 V_0 に関する誤差の程度から、 R も十分に正確であると考えられる。したがって、圧力変換器の誤差が測定誤差に対して支配的であるという結論が得られる。

Table 4.1: Parameter values used for simulation

Parameter	Value	
P_a	101,325	Pa
P_0	63,000	Pa
V_0	10.85×10^{-6}	m^3
D_t	0.01	m
D	0.505×10^{-3}	m
L	0.132	m
ρ	1.060	kg/m^3
μ	0.003	$\text{Pa} \cdot \text{s}$

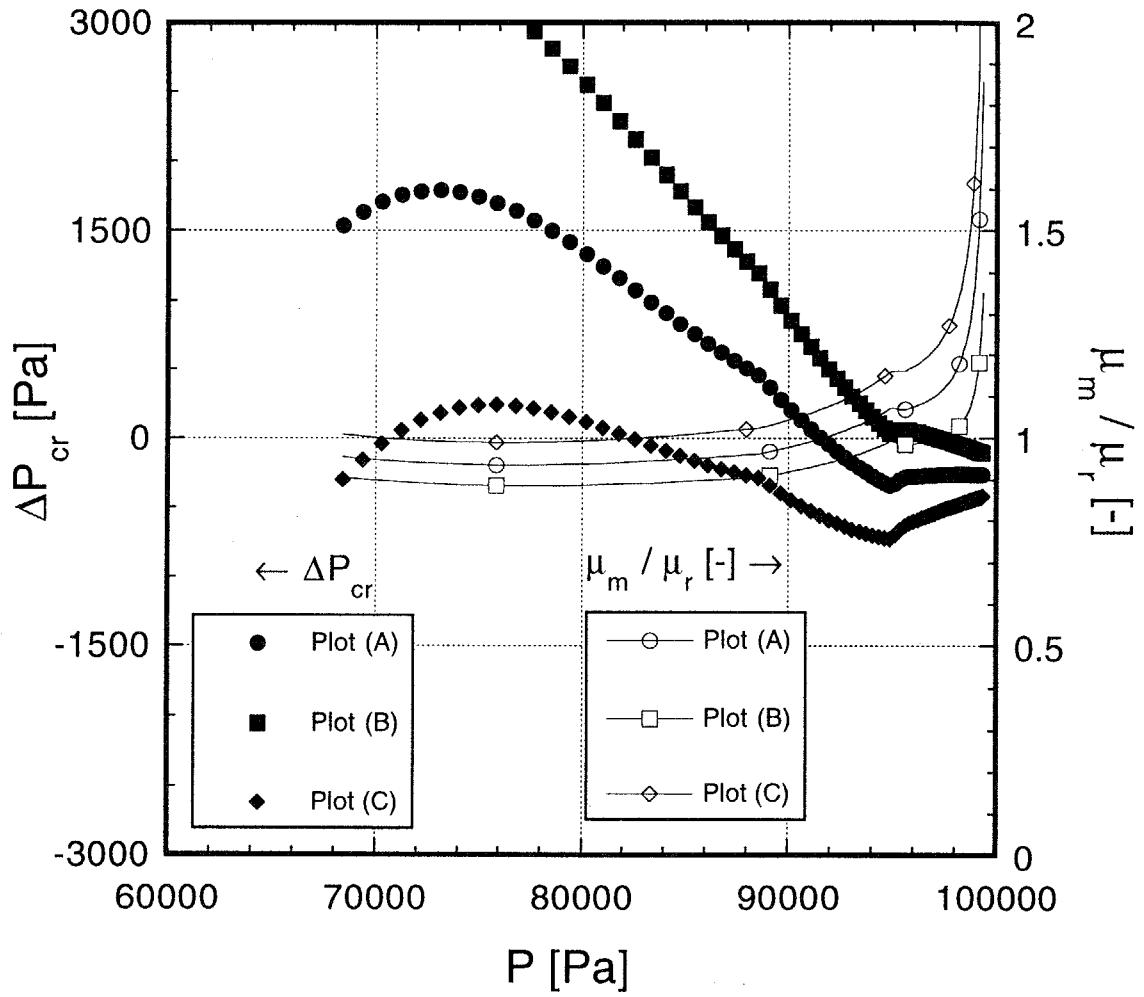


Figure 4.4: Characterization of measurement error tendency by simulation (Pressure correction and standardized viscosity change with inside pressure)

4.3 実験

4.3.1 補正法

Fig. 4.3に示された圧力補正量曲線間に大きな誤差の違いを生じるような違いは見られないので、4本の曲線を以下のような2つの直線で近似した。

$$\Delta P_{cr} = \alpha_1 \cdot P + \beta_1 \quad (P \leq 95,000 \text{ Pa}) \quad (4.17)$$

$$\Delta P_{cr} = \alpha_2 \cdot P + \beta_2 \quad (P \geq 95,000 \text{ Pa}) \quad (4.18)$$

ここで、 α_1 、 β_1 、 α_2 および β_2 は最小2乗法により求められた。そして、式(4.7)に基づいて壁面剪断応力を計算する前に上式を用いて以下のように圧力データを補正する。

$$P(t_i + 0.5) = P(t_i + 0.5) - \Delta P_{cr} \quad (0 \leq i \leq 499) \quad (4.19)$$

Fig. 4.5は補正の結果である。補正前後の粘度は両方とも真の粘度によって規格化されている。図からわかるように、剪断速度範囲 $100 \sim 10,000 \text{ s}^{-1}$ において $\pm 10\%$ の精度で粘度を測定できている。したがって、ここで示された補正法が上記剪断速度範囲において、上記粘度範囲の流体の流動特性の測定に適用できるものとする。

4.3.2 血液の流動特性

人の血液の流動特性の測定は、病院内で採血直後の血液を用い、恒温装置を 37°C に設定して行なった。血液サンプルは病院内で働いている10人の検査技師からヘパリン加採血したのものを用い、全てのサンプルを1時間以内に測定終了した。測定例を Fig. 4.6に示す。図中に示された見かけ粘度は、剪断速度に対

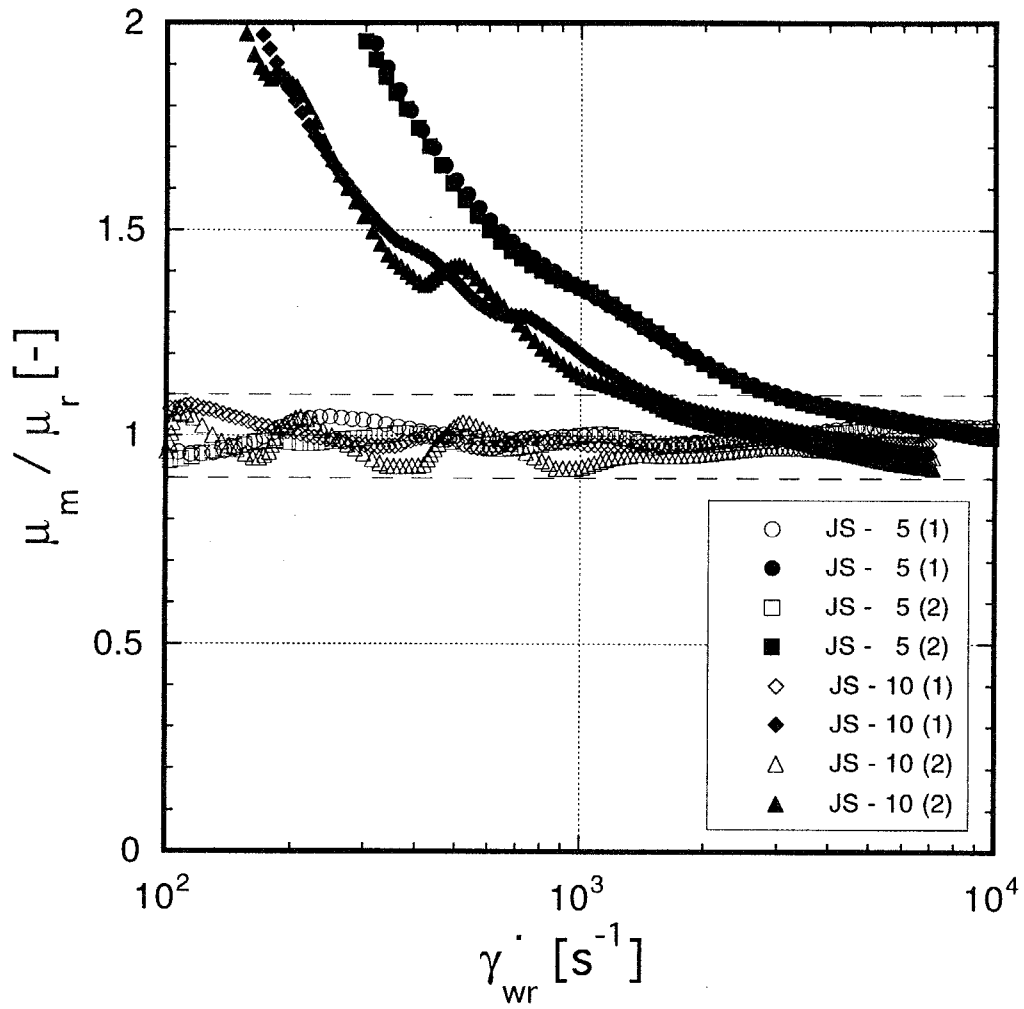


Figure 4.5: Calibrated(open symbols) and raw (solid symbols) viscosity standardized by real viscosity values of standard Newtonian liquids

して見かけ粘度がほぼ一定となる領域の値で規格化されている。図からわかるように、剪断速度 $1,000 \text{ s}^{-1}$ 以下の領域でややプロットがばらついているが、一つ一つのサンプルに注目するとそのばらつきは $\pm 10\%$ 以内に収まっている。このばらつきはニュートン流体を用いた検定におけるものと同程度であることから、血液の流動特性も $\pm 10\%$ の精度で測定できたものと結論できる。また、図より明らかに人間の血液粘度は測定された剪断速度全域で剪断速度の増加につれて減少することがわかる。

Merrill ら [30] は、回転粘度計を用いて血液粘度を 0.1 s^{-1} から 315 s^{-1} まで、さらに Ostwald 型のキャピラリー粘度計を用いて約 $1,000 \text{ s}^{-1}$ から $2,600 \text{ s}^{-1}$ まで測定したうえで、血液は剪断速度 100 s^{-1} まではニュートン性を示し、 20 s^{-1} 以下では Casson 流体とみなせ、 $20 \sim 100 \text{ s}^{-1}$ の範囲はその遷移領域であると報告している。また、Charm and Kurland [5] は数種類の回転粘度計を用いて、剪断速度が $10,000 \text{ s}^{-1}$ から $100,000 \text{ s}^{-1}$ までの範囲で Casson モデルに基づいて求めたパラメータ値は、 5 s^{-1} から 200 s^{-1} までの範囲で求められるパラメータ値と 5% 以内の範囲で一致すると報告しているが、彼らは $1,500 \text{ s}^{-1}$ から $7,000 \text{ s}^{-1}$ の範囲で粘度を測定していない。

本研究で得られた結果は Merrill らの報告と反するが、彼らは $2,600 \text{ s}^{-1}$ 以上では測定していないので、彼らの測定した範囲では、粘度の変化が実験誤差の範囲以内であったことも考えられる。また、本研究では剪断速度 $10,000 \text{ s}^{-1}$ 以上では測定しておらず、それ以上の範囲は議論できないが、高い剪断速度では、降伏応力の項がほぼ無視できるので Charm らの報告は本研究の結果と矛盾はしないものと考えられる。

さらに定量的な比較を行うために Casson モデルに基づく粘度および降伏応力を計算し、他の研究と比較した結果を Table 4.2 に示す。なお、Iida および Kimura et al. の結果は彼らが報告した粘度データから本研究で計算したもの

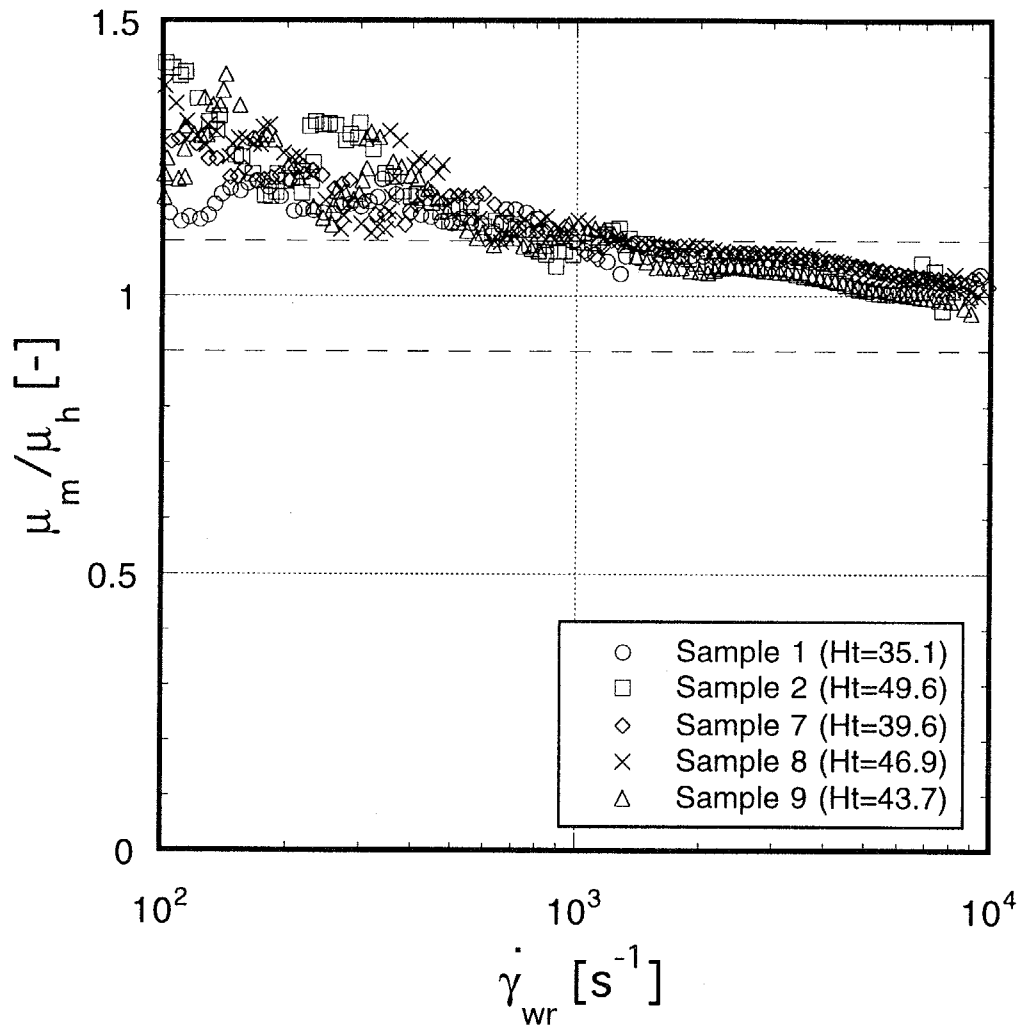


Figure 4.6: Sample results of human blood measurements

であり、Charm and Kuraland および Merrill and Pelletier の結果は単位の変換および平均操作を本研究で行ったものである。本研究の結果は 10 サンプルの平均の値であり、ヘマトクリットの内訳は以下の通りである。

血液提供者	ヘマトクリット [%]
donor 1	35.1
donor 2	49.6
donor 3	36.1
donor 4	41.5
donor 5	47.6
donor 6	46.5
donor 7	39.6
donor 8	46.9
donor 9	43.7
donor 10	38.6

表からわかるように、本研究で得られた粘度の値は他の研究と比較して極めて妥当なものである。降伏応力に関しては、測定した剪断速度範囲が研究毎に異なるので直接的な比較は難しい。しかしながら、降伏応力の直接的な測定は Merrill and Pelletier のみが行っており、彼らの値が最も信頼性が高い。他の研究の値は本研究を含めて外挿によるものであり、本研究の値が直接測定と外挿の中間的な値をとることから、その値は妥当なものであると思われる。

Table 4.2: Comparison with other works

Worker	Ht [-]	μ_{ca} [Pa · s]	$\tau_{y,ca}$ [Pa]
Iida	42.6	0.00300	0.0135
Kimura et al.	42.1	0.00318	0.0119
Merrill and Pelletier	40.0	0.00333	0.0024
Charm and Kurland	-	0.00274	0.0107
present study	42.4	0.00315	0.0051

本章の結論

本章では以下の結論を得た。

1. 本研究で開発された臨床用粘度計の測定アルゴリズムを改良し、ニュートン流体である標準液を用いた補正を行うことにより、剪断速度範囲 $100\sim 10,000\text{ s}^{-1}$ における流動特性を $\pm 10\%$ の精度で測定できることを示した。
2. 病院で採血直後の健常者血液の流動特性の測定を行い、上記剪断速度範囲全域で血液は非ニュートン性を示すことを毛細管型粘度計を用いた例としては初めて確認した。

第 5 章

ウェーブレットによる狭窄管内拍動流の解析

序

古くから、狭窄管内の血液流動に関する研究は多い。その中で拍動流を対象としたものでは、乱流遷移に関するもの、可視化や数値計算による渦の挙動に関するものなどがあるが、非定常乱流の解析の難しさからその詳しい流動状態は未だ明らかにされていない。またそれらの研究の多くは、血液をニュートン流体と見なして水、グリセリン水溶液などを試験流体として用いているものが殆どである。しかし本研究で示したように血液は広い剪断速度範囲において非ニュートン性を示し、また拍動流においては血液の粘弾性が流動状態に大きな影響を持つと言われている。

そこで本章ではウェーブレットを用いて、本研究で確定された血液の流動特性と同程度の流動特性を示す粘弾性流体ポリアクリルアミド水溶液の狭窄管内拍動流の乱流場の特性をニュートン流体の場合と比較することにより定量的

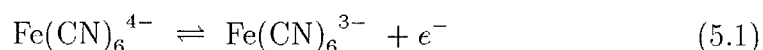
に明らかにし、狭窄管内の血液流動に関する基礎的知見を得ることを第一の目的とした。また工業的にも拍動流が伝熱および物質移動の促進手段として関心が持たれていることから、その基礎的知見を得ることを第二の目的とした。

5.1 実験

5.1.1 実験装置および測定方法

Fig. 5.1に装置概略を示す。試験流路は内径 10 mm のアクリル製円管で、内部に内径 5 mm、長さ 10 mm の狭窄部を設けた。狭窄の上流には 1 m の助走区間を設け、圧力変動はその区間の差圧を測定した。試験流体はオーバーフロータンクから遠心ポンプに流入し、試験流路に送られる。流量は遠心ポンプの回転数をコンピュータで制御することによって調節した。

軸方向局所流速は電極反応を利用してサンプリング周波数 100Hz で測定した。塩化カリウムを支持電解質とするフェロシアン化カリウム、フェリシアン化カリウム水溶液中におかれた白金電極上の次の反応



は拡散律速であり、適当な加電圧において拡散電流は電極付近の液速度の 1/2 乗に比例することが知られている。この原理により速度を測定するために、試験流体としてイオン交換水に $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$ および $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ を各 0.003 mol/l と、支持電解質として KCl を 0.1 mol/l それぞれ加えたニュートン流体である溶液と、それにポリアクリルアミド (PAA)(Bokusui Brown 社、Separan AP-30) を 0.04 wt% 加えたものを粘弾性非ニュートン流体として用いた。ニュートン流体の粘性等の物性は同一温度の水のものとはほぼ等しいことが確認されている。非ニュートン流体である PAA 水溶液の流動特性を本研究で開発された流動特性測定法で測定した結果を Fig. 5.2に示す。図より PAA 水溶液が本研究で測定した血液と同程度の非ニュートン性を示すことがわかる。

測定に用いたプローブは、Fig. 5.3に示すように本研究で用いた特殊採血針にエポキシ樹脂で直径約 0.5 mm の白金球を固定したもので、狭窄から 30 mm

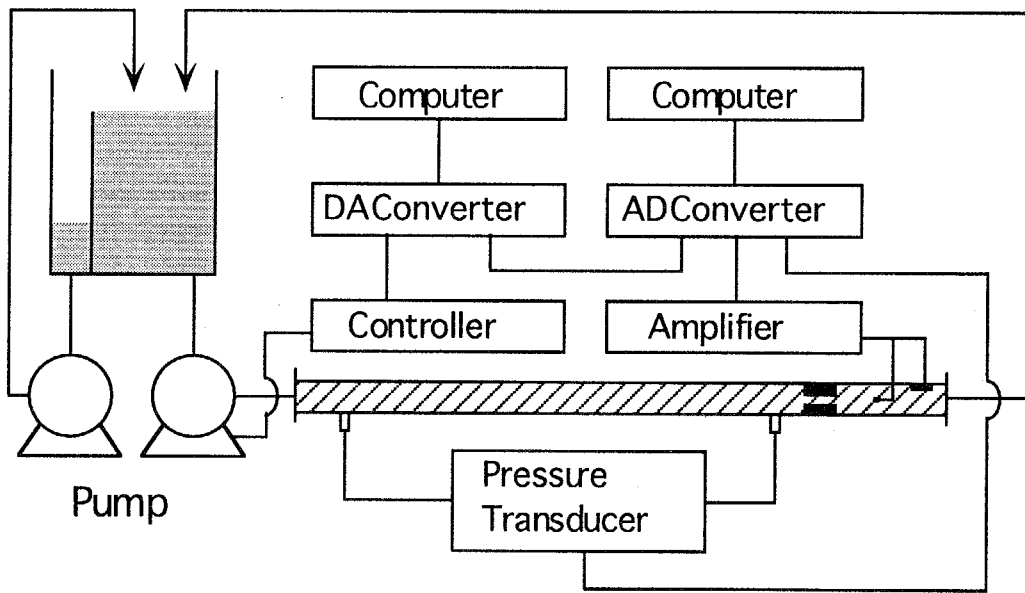


Figure 5.1: Schematic diagram of experimental apparatus

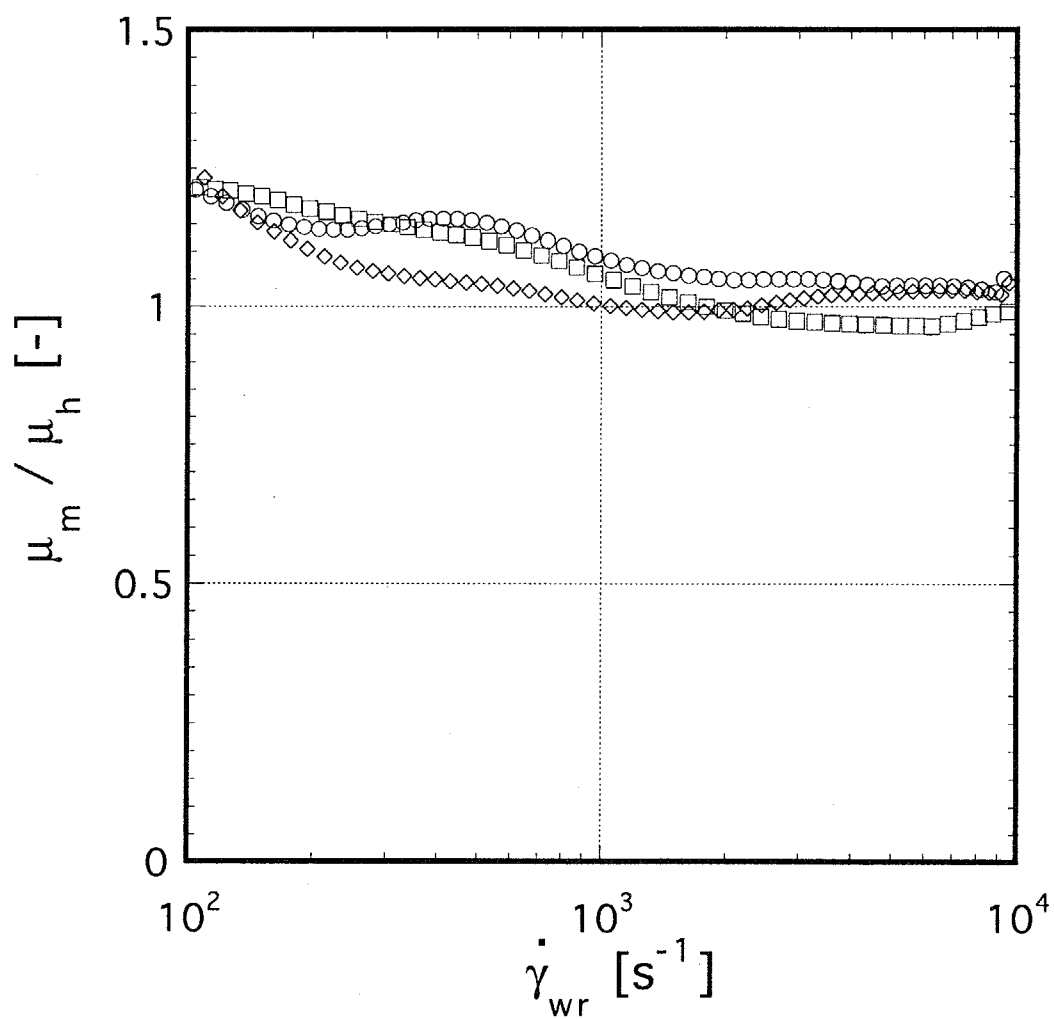


Figure 5.2: Flow characteristics of non-Newtonian test fluid

下流の位置に設置した。

プローブの検定は、流量から理論的に求められる管軸上の速度と、拡散電流を増幅器によって電圧に変換した出力電圧を用いて行った。Fig. 5.4はその検定結果の一例である。図中の V_0 は速度 0 のときの出力電圧である。

Fig. 5.5 および 5.6 に直円管内拍動流のニュートン流体の速度変動の例を示す。 Re_{ave} 数は 428 で、周波数パラメータはそれぞれ $\alpha = 2.4$ および $\alpha = 7.7$ である。どちらの図においても横軸は拍動周期 T で無次元化された時間、縦軸は時間平均された管断面平均速度 U で無次元化された速度で、上から相対半径位置 $r/R = 0.0, 0.4, 0.8$ におけるものを示す。以後、拍動流の速度変動波形は全て同じ形式で示す。どの半径位置でも正弦波状にきれいに速度が振動しているようすが測定できており、本研究の測定・制御系が健全であることがわかる。

5.1.2 実験条件

人間の太い動脈 (直径 0.2~0.6 cm) における Re 数は 110 ~ 850 程度で、周波数パラメータ $\alpha = R\sqrt{\omega/\nu}$ は 1.3~4.0 程度である。ここで R 、 ω および ν はそれぞれ、半径、角速度および動粘度である。 α は振動の 1 周期の間の慣性力と粘性力の相対比に関するもので 1 種の非定常レイノルズ数と見なされ、拍動流の実験条件として使われる。本研究では、太い動脈中の血液流動を想定して周波数パラメータを $\alpha = 3$ と固定し、以下に示すような Re 数範囲においてニュート

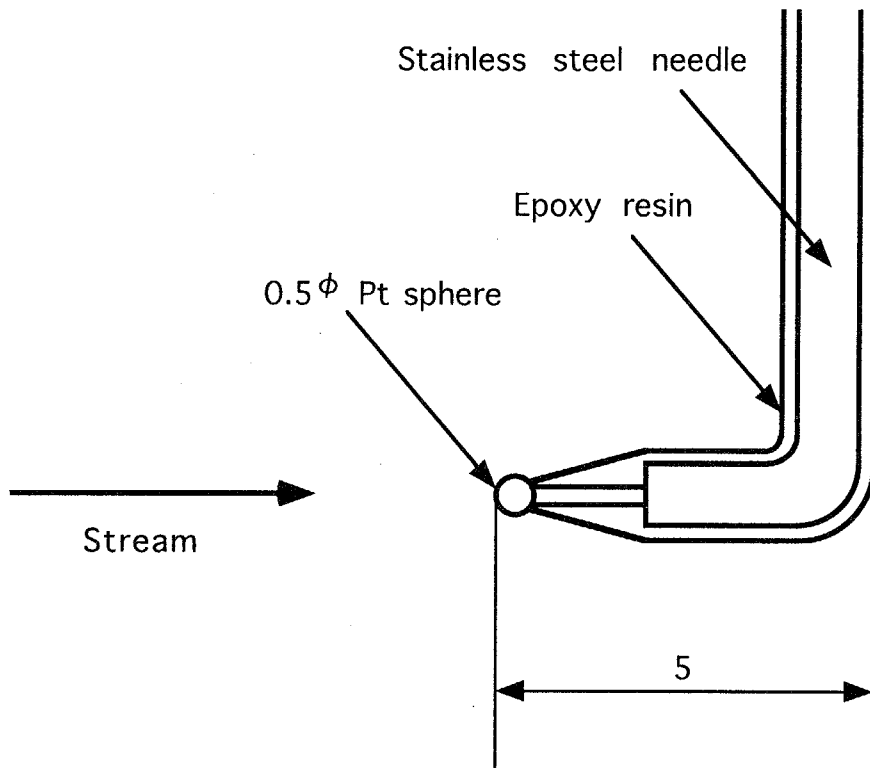


Figure 5.3: Velocity probe

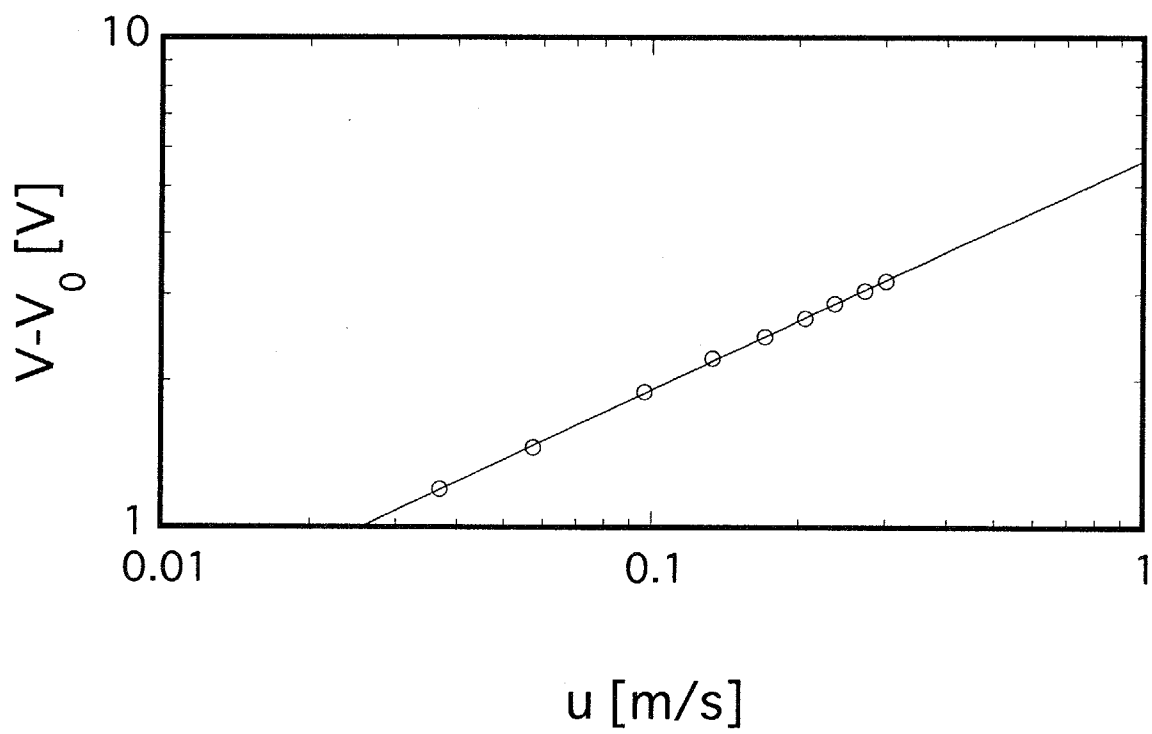


Figure 5.4: An example of calibration

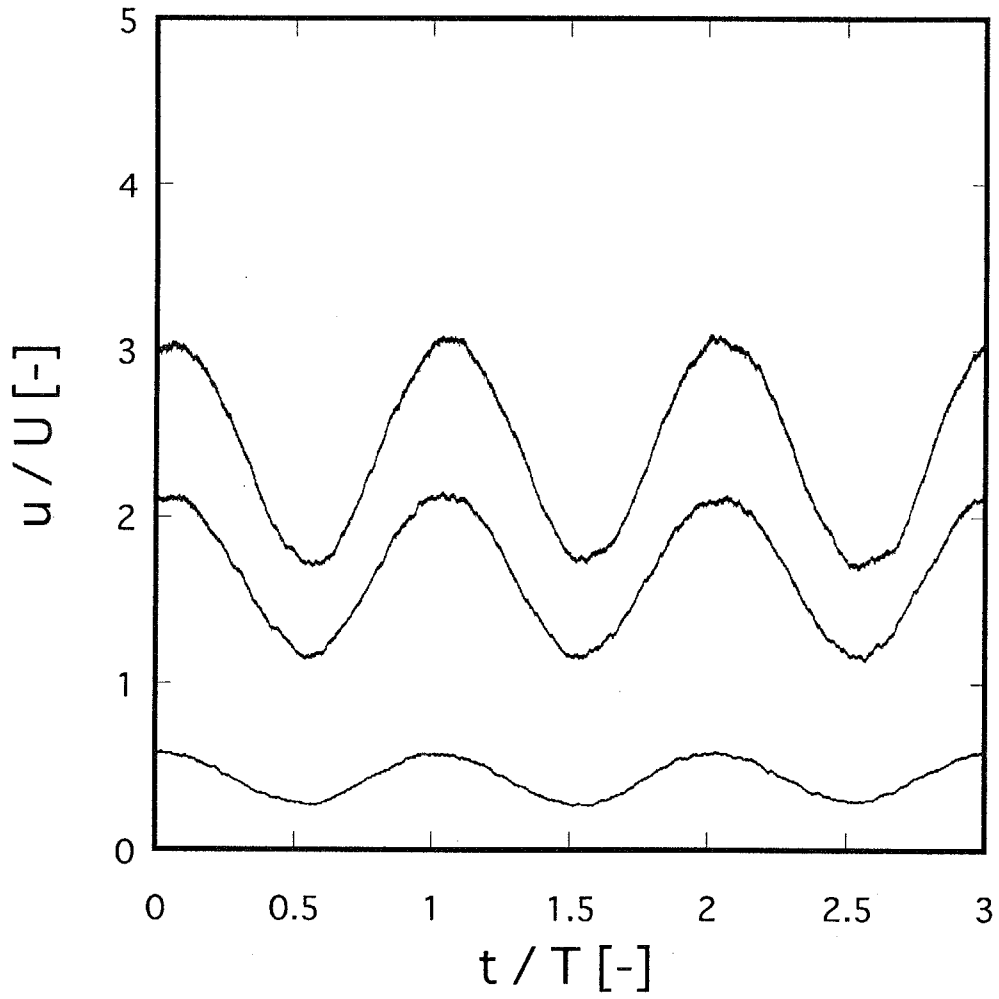


Figure 5.5: An example of velocity fluctuation in straight pipe ($Re = 428$, $\alpha = 2.4$)

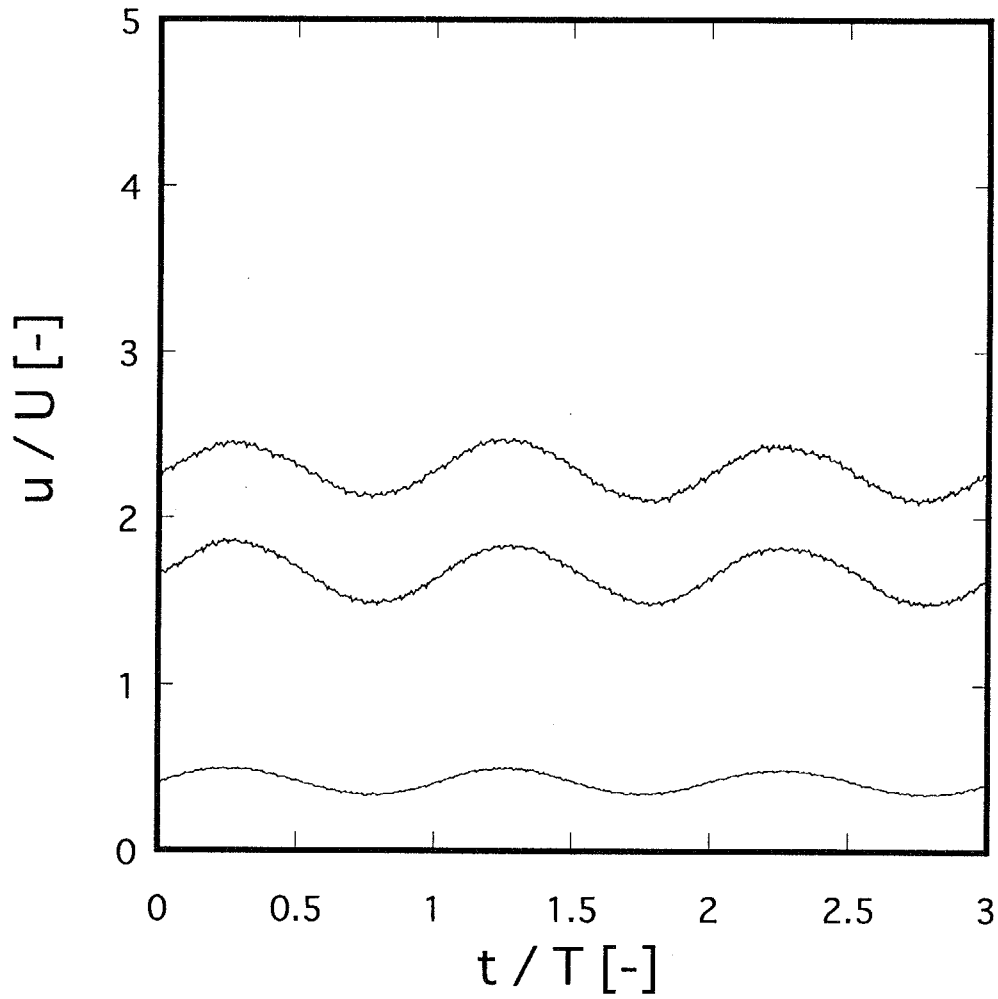


Figure 5.6: An example of velocity fluctuation in straight pipe ($Re = 428$, $\alpha = 7.7$)

ン流体および非ニュートン流体の定常流および拍動流に関する実験を行った。

流体	流動状態	Re 数範囲
ニュートン流体	定常流	310 ~ 2015
	拍動流	528 ~ 855
非ニュートン流体	定常流	310 ~ 945
	拍動流	475 ~ 1144

振動成分は DA ボードからの制御電圧と流量の関係を検定し、平均成分の 20% になるように制御電圧を設定した。また、拍動は平均流量で定常になった後、次の式に従うように与えた。

$$Re = Re_{ave} + Re_{amp} \cos(\omega t) \quad (Re_{amp} = 0.2 Re_{ave}) \quad (5.2)$$

ここで、 Re_{ave} および Re_{amp} は、それぞれ平均流量に基づく Re 数および流量の振動成分に基づく Re 数である。

5.2 ウェーブレット解析

一般に適当な関数 $\psi(x)$ をマザーウェーブレットとして選び、2つのパラメータ $a (\neq 0)$ 、 b を用いて作られる一群の関数、

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (5.3)$$

をウェーブレットと呼ぶ。式から直ちにわかるように、ウェーブレットとはマザーウェーブレットを縦に a を用いて伸縮し、 b を使って左右に移動させることによって得られるものである。 $|a|$ が大きくなり波のスケールが大きくなれば、そのウェーブレットは低い周波数に対応し、 $|a|$ が小さくなれば高い周波数に対応する。また、 b がその波の位置を代表している。

ここで、マザーウェーブレット $\psi(x)$ をうまく選び、パラメータ a, b をうまく離散化すると、ウェーブレット全体が二乗可積分関数の正規直交基底となるようにすることができる。Fig. 5.7に示された $\psi(t)$ は Daubechies [13] によって構成された正規直交ウェーブレットの一例で、区間 $[0, 1]$ 以外では 0 (区間 $[0, 1]$ に局在する) という非常に良い性質を持つ関数である。この $\psi(t)$ をマザーウェーブレットとすることにより、あらゆる二乗可積分関数は、次のようにウェーブレット級数に展開できる。

$$f(t) = \sum \sum d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (5.4)$$

ここで、

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (j, k \text{ は整数}) \quad (5.5)$$

であり、ウェーブレット係数 $d_{j,k}$ は次のように内積で与えられる。

$$d_{j,k} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \quad (5.6)$$

つまり、時系列データ $f(t)$ はあるスケール (周波数) のある時刻に局在する波 $\psi_{j,k}(t)$ の重ね合わせによって表すことができる。正規直交ウェーブレットの場合、

$$\int |\psi_{j,k}(t)|^2 dt = 1 \quad (5.7)$$

であり、直交基底であることから $|d_{j,k}|^2$ はその局在波のエネルギーを表す。離散的な実際のデータに対するこれらの係数を積分計算を経ないで計算するアルゴリズムは Mallat [24] によって与えられており、Fig. 5.8に模式的に示す。図に示される 8 個の時系列データに対しマザーウェーブレットに対応するバンドパスフィルタ係数 $g(n)$ およびマザーウェーブレットと対になるスケーリング関数に対応するローパスフィルタ係数 $h(n)$ を畳み込み演算する。そこで得られた低周波成分に対して再帰的に畳み込みを行い、得られた高周波成分 (図中

色のついた部分)がウェーブレット展開係数となる。本研究のサンプリング周波数は100 Hzでありスケールパラメータをもとの時系列に対して0とすれば、各段階におけるスケールパラメータは上から $j = -1, -2, \dots$ となり、各スケールにおけるウェーブレット係数 $d_{j,k}$ はおおよそ $100 \cdot 2^j$ Hz の周波数成分を表すことになる。

5.3 結果および考察

5.3.1 速度変動波形

Fig. 5.9から5.12は Re_{ave} がおおよそ500のニュートン流体および非ニュートン流体の定常流および拍動流の速度変動を示したものである。全ての条件において乱流成分が含まれていることがわかる。ニュートン流体の定常流と比較すると、非ニュートン流体の定常流の場合、 $r/R = 0.4$ におけるおおきな速度変動および管壁近傍で速度変動が殆ど見られないことが特徴的である。拍動流においては、非ニュートン流体の管中心における速度変動が正弦波状を保っていることおよび管壁近傍で大きな速度変動が起こっている時間が長いことが特徴として挙げられる。

さらに、Fig. 5.13から5.16に Re_{ave} がおおよそ600の場合を示す。定常流の場合、ニュートン流体と非ニュートン流体の間に大きな違いは見られない。それに対して、拍動流の場合、ニュートン流体の管中心における速度変動は位相 0° 付近で山がつぶれたようになり激しい変動を見せているのに対し、非ニュートン流体では細かい変動を含みつつ正弦波状を保っていることがわかる。この傾向は測定した Re 数の上限まで続き、ニュートン流体では定常流と拍動流の区別が速度変動波形から殆どつかないのに対し、非ニュートン流体では $Re = 843$

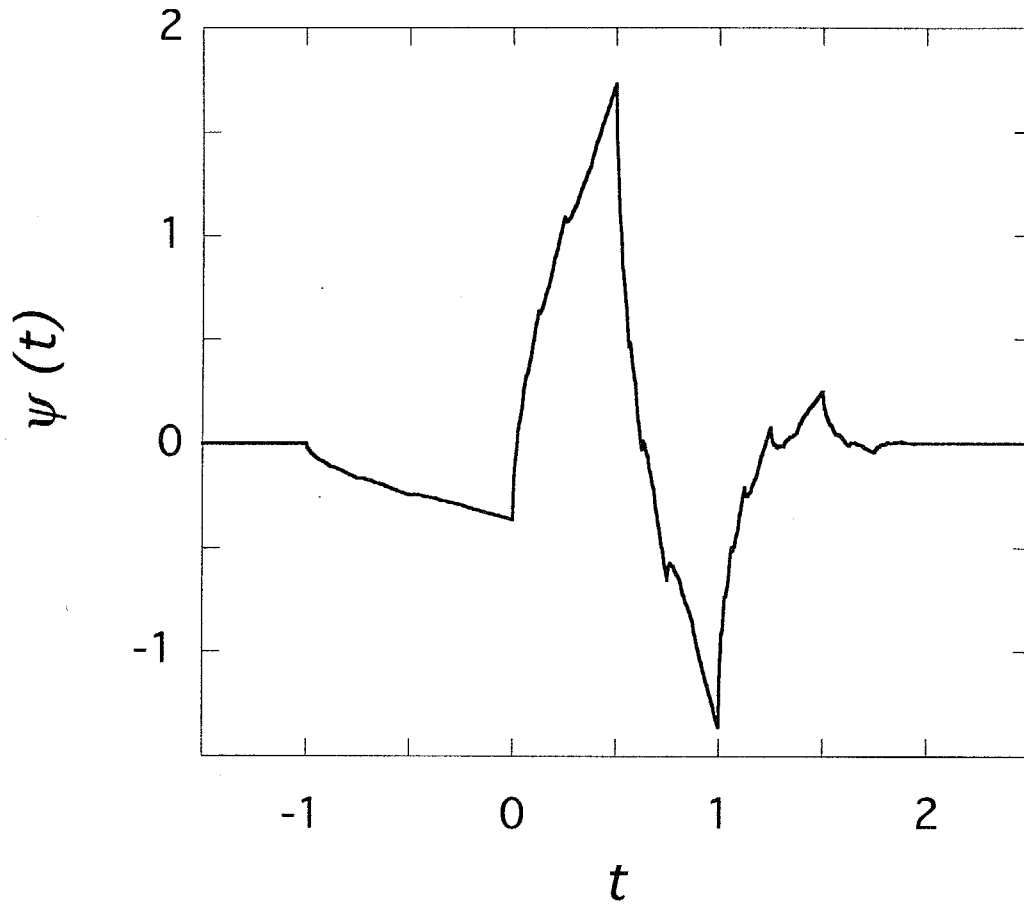


Figure 5.7: Wavelet constructed by Daubechies

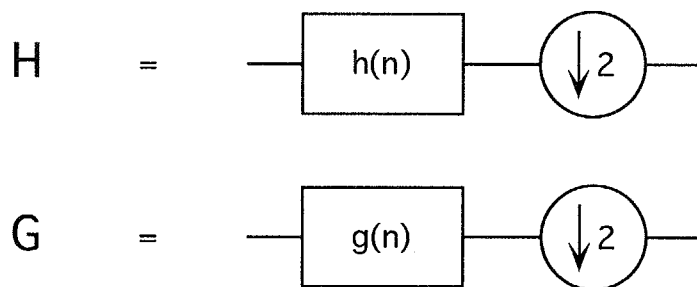
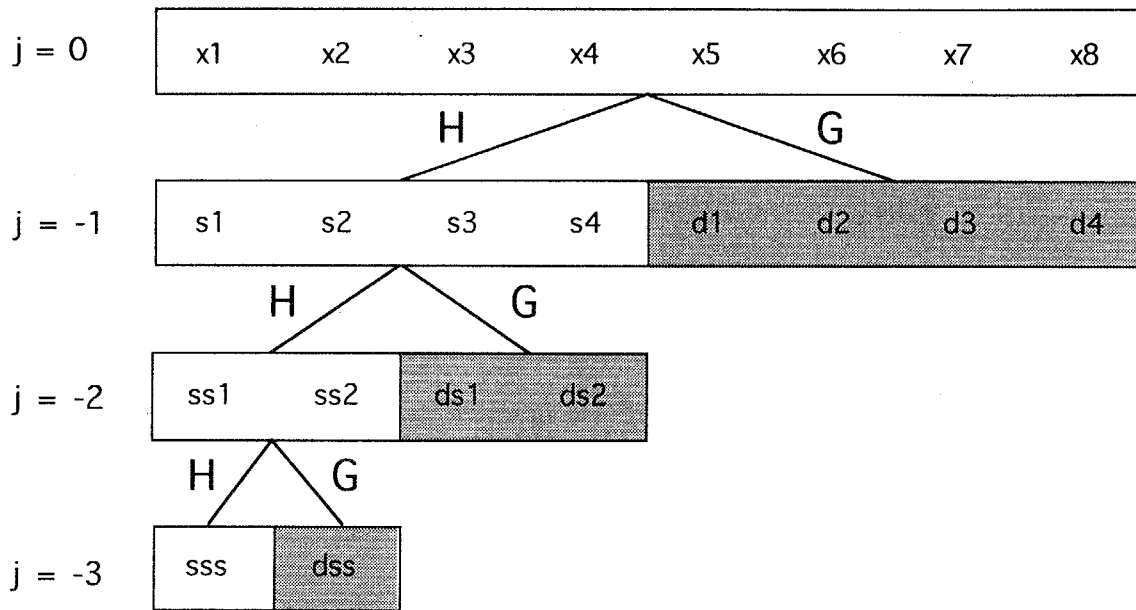


Figure 5.8: Mallat's fast wavelet algorithm

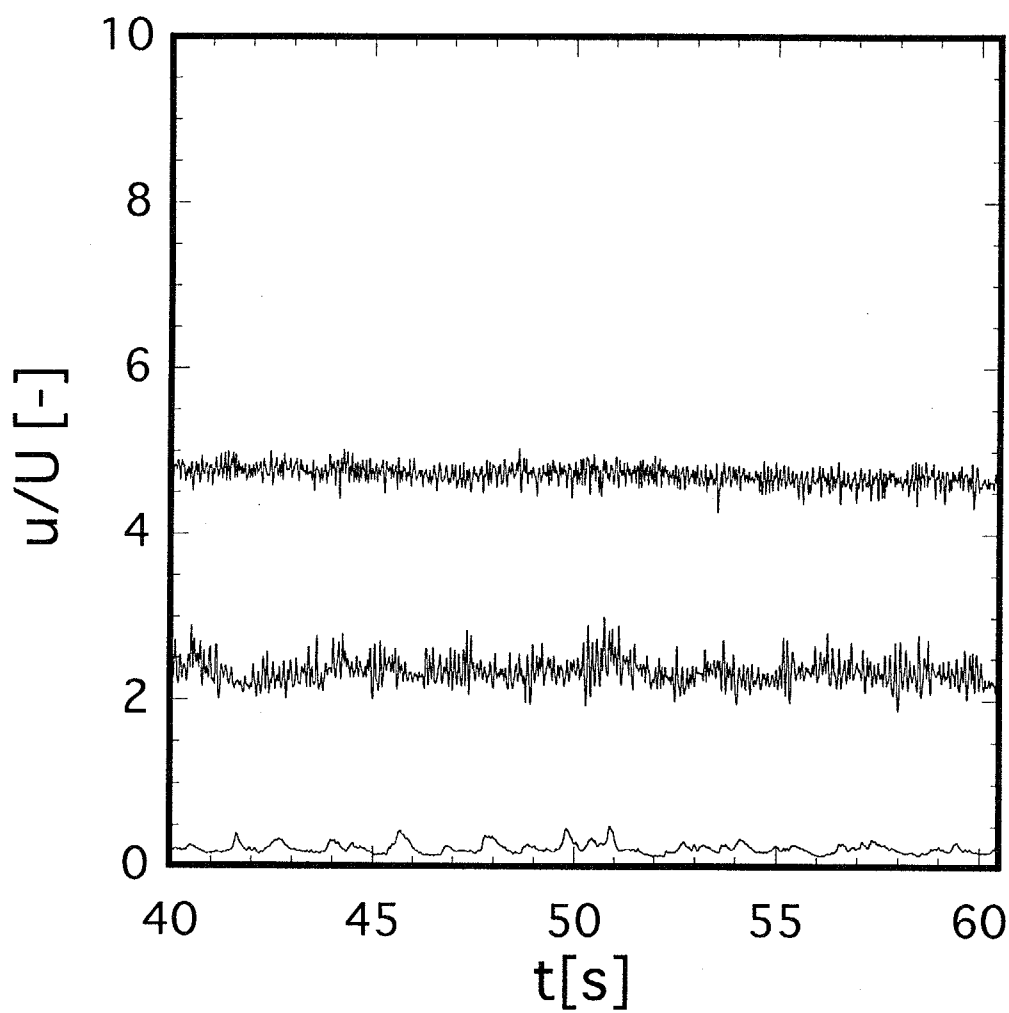


Figure 5.9: An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 464$, Steady)

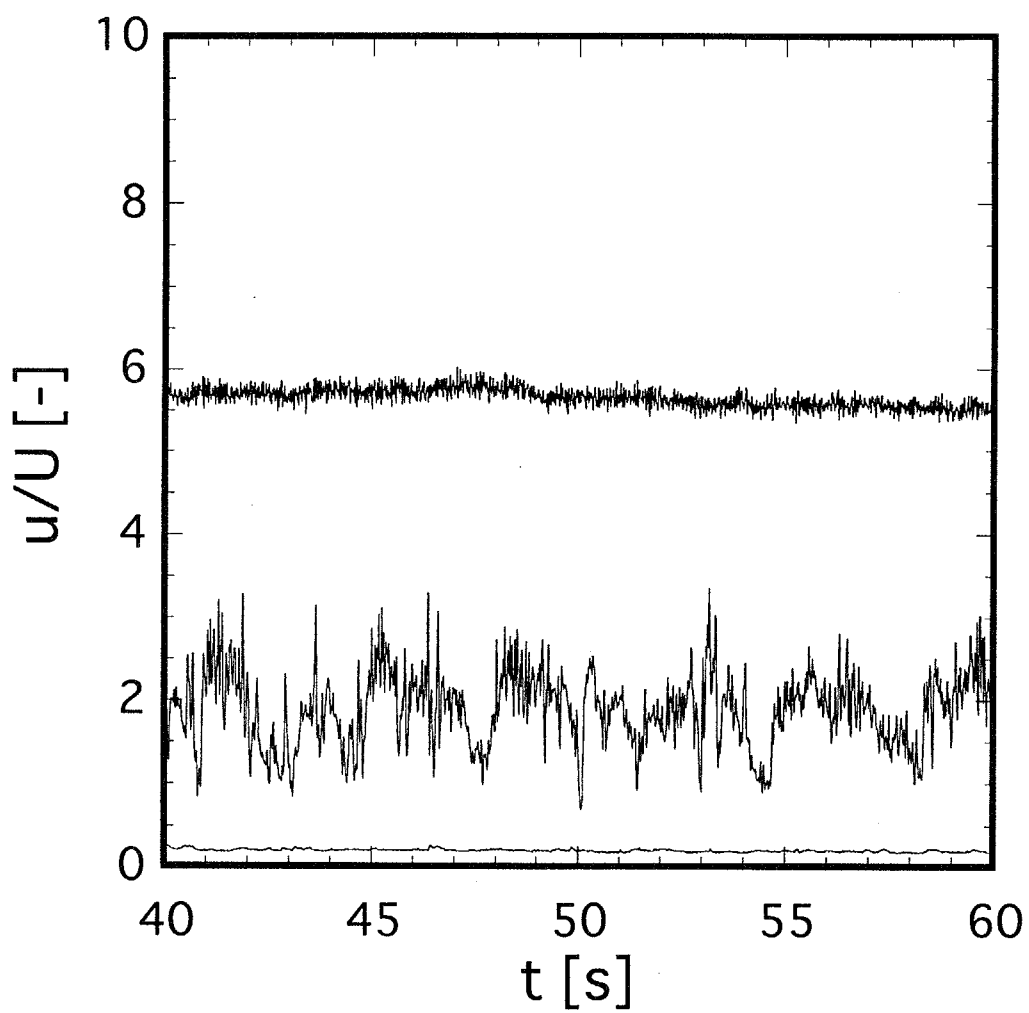


Figure 5.10: An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 492$, Steady)

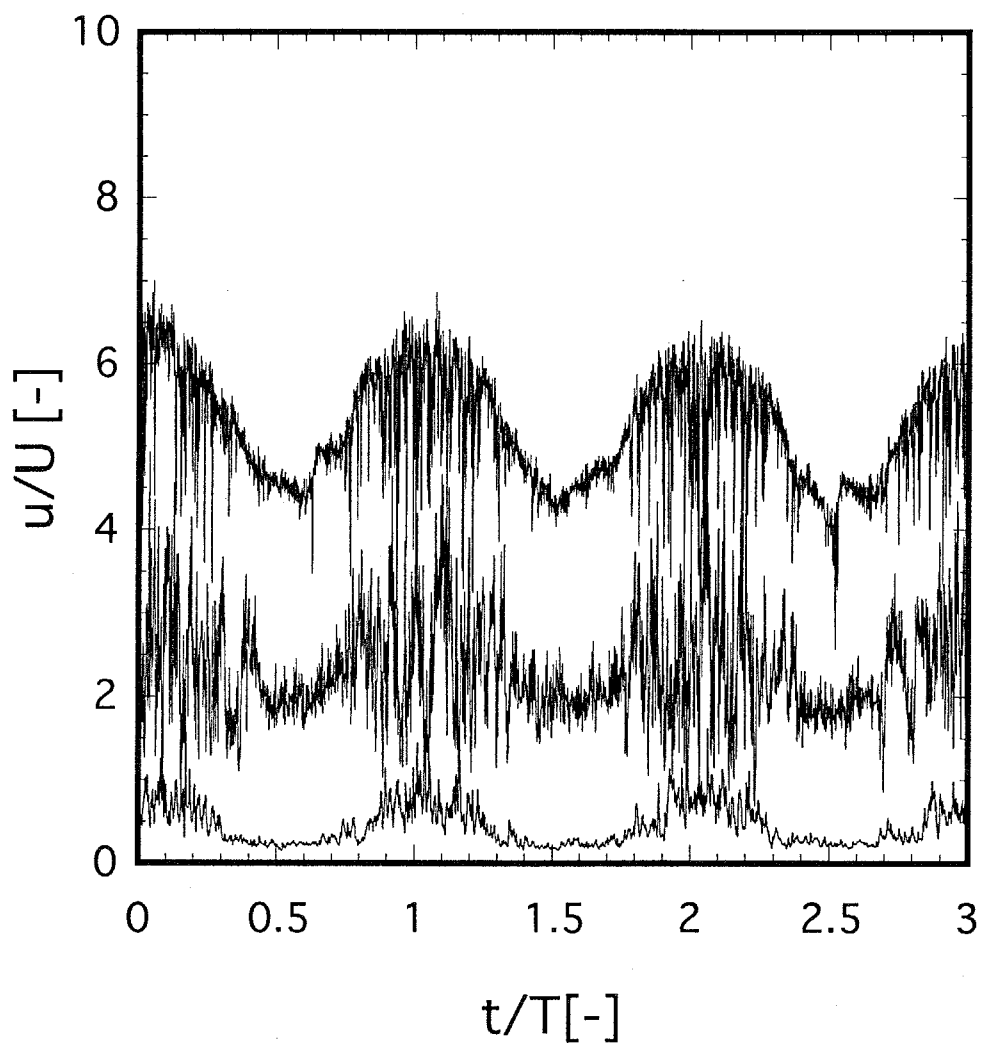


Figure 5.11: An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 528$, $\alpha = 3.0$)

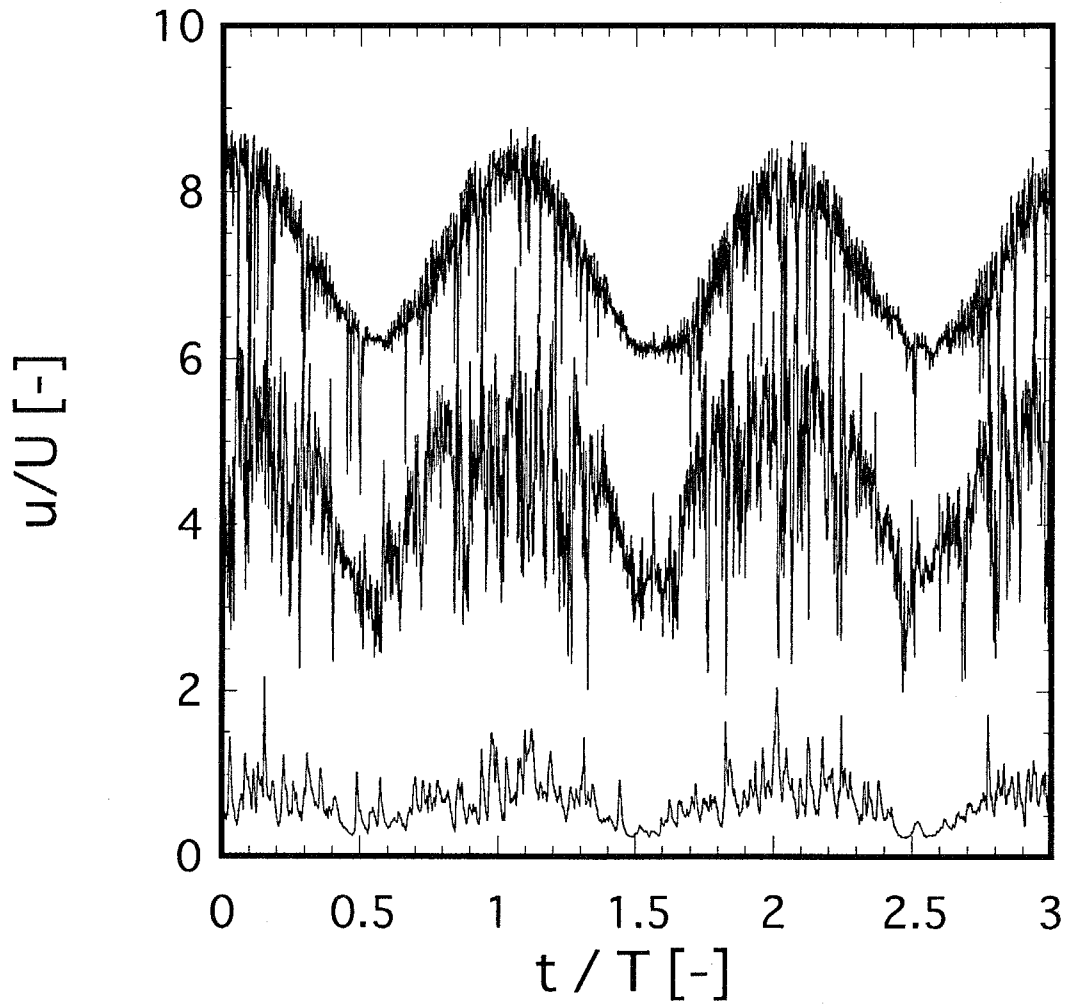


Figure 5.12: An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 475$, $\alpha = 3.0$)

まで明確な違いが確認された。

5.3.2 時間平均速度分布

Fig. 5.17から 5.20に全実験条件の時間平均速度分布を示す。縦軸は最大速度で無次元化された速度、横軸は相対半径位置である。非ニュートン流体・拍動流以外の条件では、 Re が低いときに $r/R = 0.6$ から壁近傍にかけて速度が小さく平坦なところが見られ、これはよどみ領域に対応していると考えられる。ニュートン流体・定常流の場合、 Re が大きくなるにつれて放物線状の速度分布に近づいていき、 $Re \geq 1,000$ ではほぼ変化しなくなる。それに対し、ニュートン流体・拍動流の速度分布は Re 数に対して大きく変化して、より放物線状になる。これは乱流状態が激しくなるにつれてよどみ領域にまで運動量が伝わるためだと思われる。定常流の最大 Re 数は拍動流の瞬間最大 Re 数よりもずっと大きいことから、ニュートン流体では Re 数をあげることによって起こる乱流よりも拍動流による乱流の方が運動量の拡散に有効でよどみ領域を消失させる効果があると言える。

非ニュートン流体・定常流の場合、 Re 数を大きくしても速度分布に大きな変化は見られず、 Re 数 944 における速度分布でも対角線よりかなり左下方にある。これは、非ニュートン流体の場合、ニュートン流体よりも運動量が壁方向に伝わりにくくよどみ領域がなくなることを示唆している。 Re 数の変化に鈍感である傾向は非ニュートン流体・拍動流においても見られる。その速度分布はニュートン流体・定常流における高 Re 数の場合と、非ニュートン流体定常流の中間程度となっている。しかし、 Re 数が低いときにも速度が小さく平坦なところがないことは注目に値する。

以上の結果から、血液のような非ニュートン流体の流動では、定常流のとき

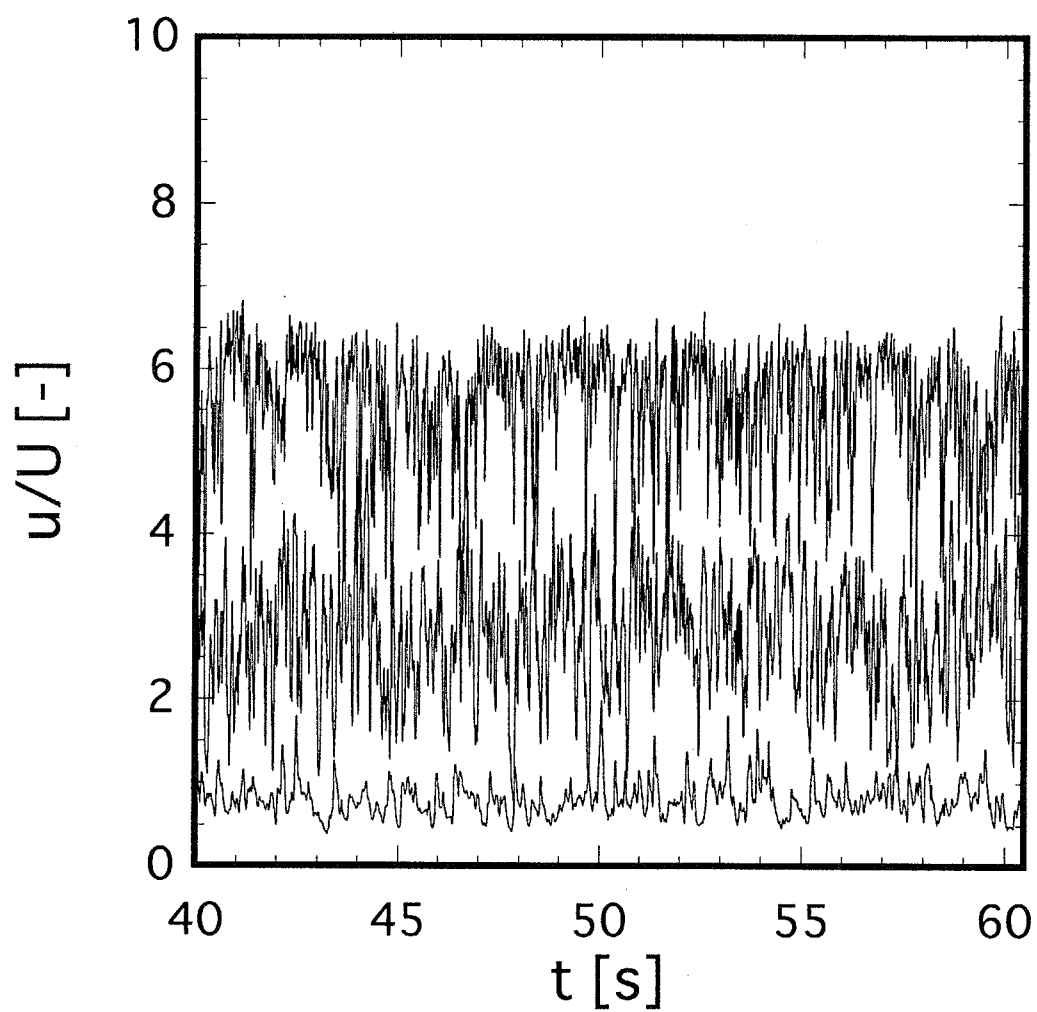


Figure 5.13: An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 613$, Steady)

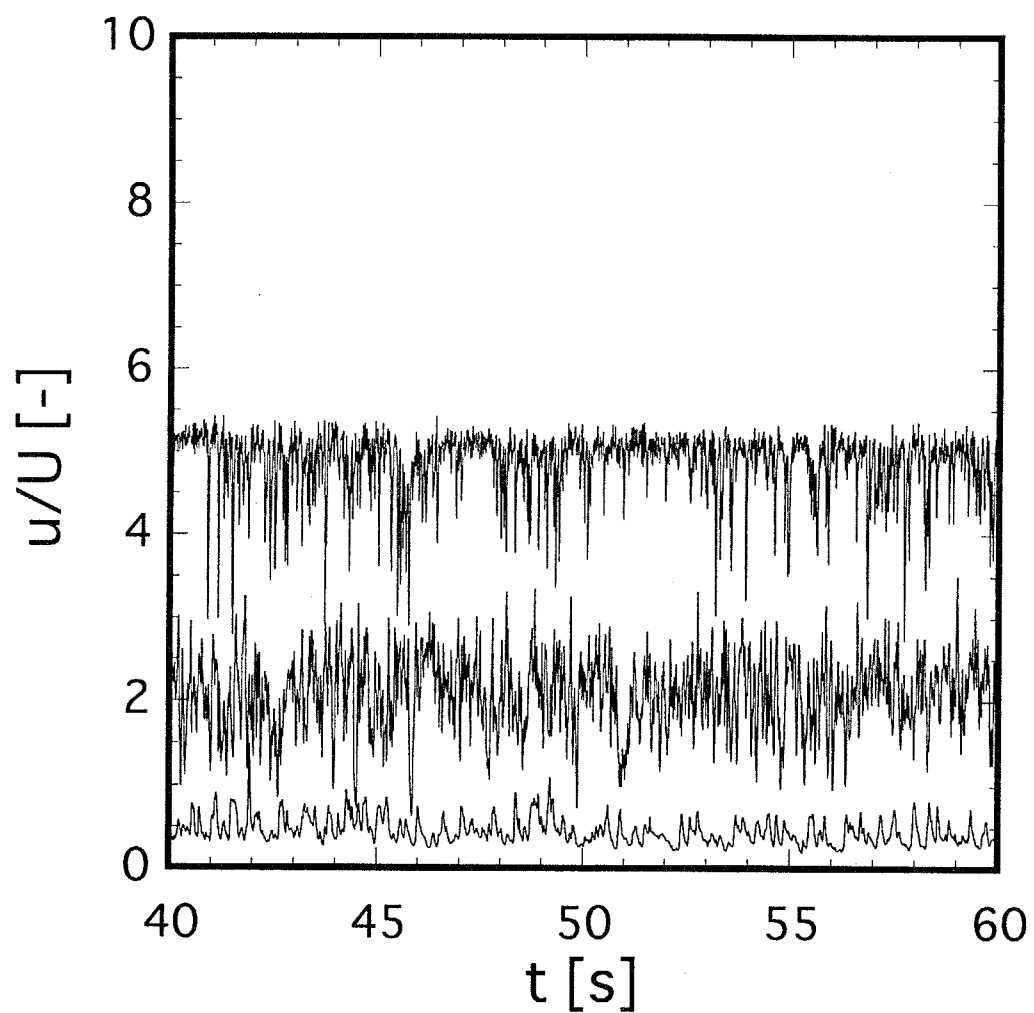


Figure 5.14: An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 612$, Steady)

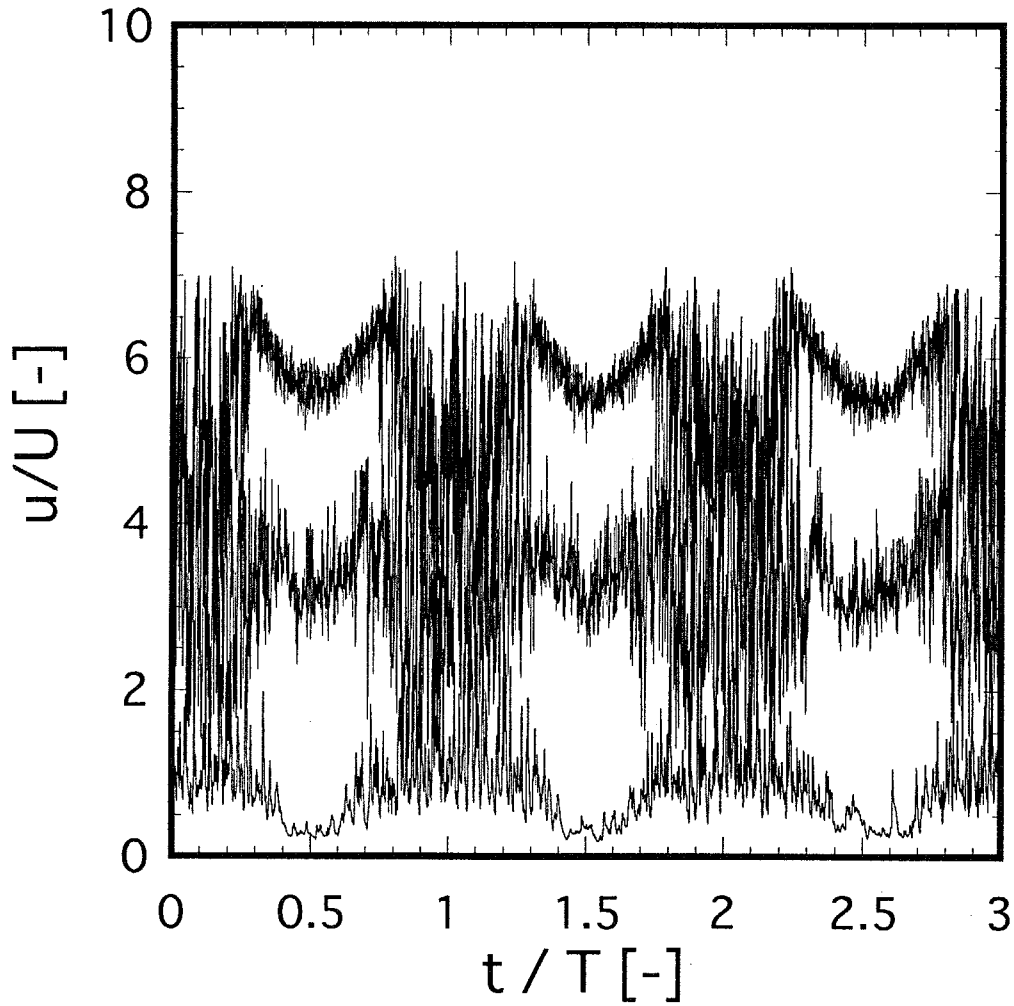


Figure 5.15: An example of velocity fluctuation (Newtonian, $Re = 619$, $\alpha = 3.1$)

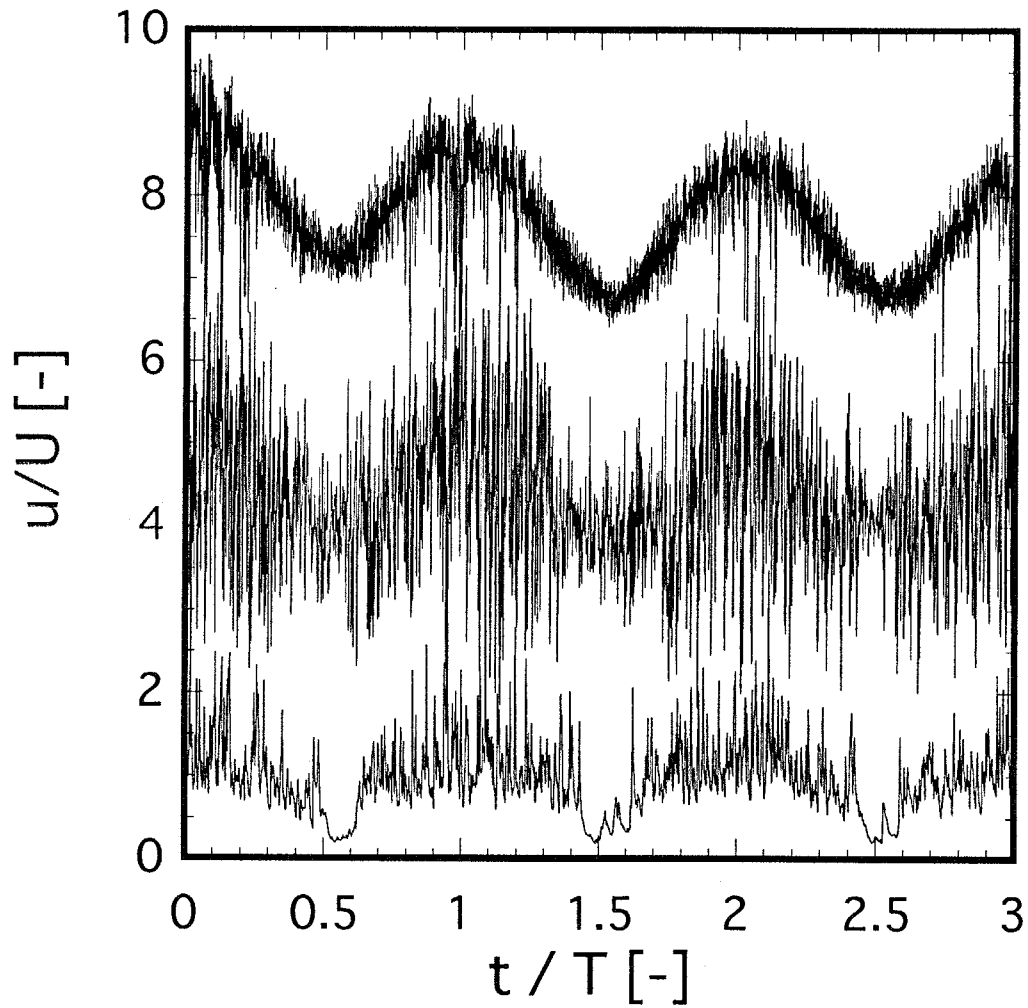


Figure 5.16: An example of velocity fluctuation (non-Newtonian, $Re = 635$, $\alpha = 3.0$)

によどみ領域が生じやすく、その解消には小さな Re 数においてでも拍動流が有効で Re 数を大きくするのはあまり効果が無いということが結論づけられる。

5.3.3 時空間エネルギー分布

Fig. 5.21から 5.24は Re_{ave} がおよそ 500 程度のニュートン流体および非ニュートン流体の定常流および拍動流のスケール別時空間エネルギー分布を示したものである。各図の横軸は相対半径位置、縦軸は時間で、あるスケールのウェーブレット係数の 2 乗の対数の時空間上における分布を示した。エネルギーが大きい方から小さい方へ、赤、黄色、緑、青の順に示した。ニュートン流体・定常流ではスケール 1(スケールパラメータ $j = -1$ の意。以下同様に示す。)の波は強いエネルギーを持たず、以下スケール 2、3、4 と波のスケールが大きくなるにつれて強いエネルギーの占める領域が管軸から管壁にかけて広がっていく。スケール 5 ではほぼ均質になり、スケール 6 では管壁側の方にエネルギーの高い領域が偏っている。これは管軸近傍では通常の乱流による乱れが支配的で、壁近傍では狭窄出口の角から生じた大きな渦が管壁側に広がっているためではないかと思われる。ニュートン流体・拍動流の場合には、各スケールにおいてより高いエネルギーを持っていることがわかる。エネルギーの高い領域がスケールとともに管壁側に広がっていく傾向は同様であるが、スケール 5 から 6 にかけてよりエネルギーの高い領域は管軸と管壁の間やや管軸よりに位置していることがわかる。

それに対し、非ニュートン流体・定常流では全てのスケールにおいて相対半径位置 0.4 近傍でエネルギーが強く、スケールが小さいとき (1~3) には管壁側よりは管軸側にエネルギーが高い領域が広がり、スケールが大きくなると均

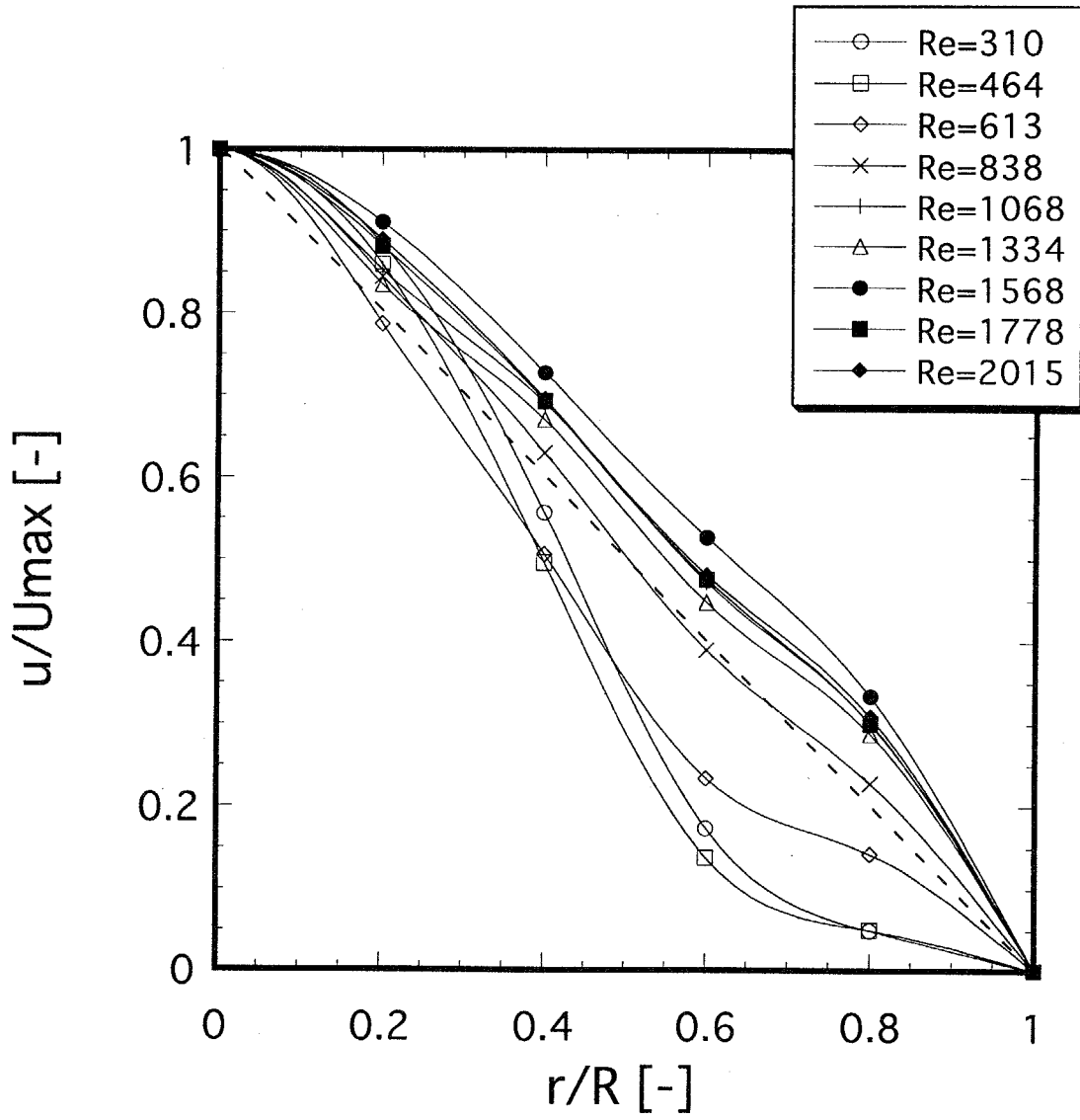


Figure 5.17: Time averaged velocity profile (Newtonian, $Re = 310 \sim 2015$, Steady)

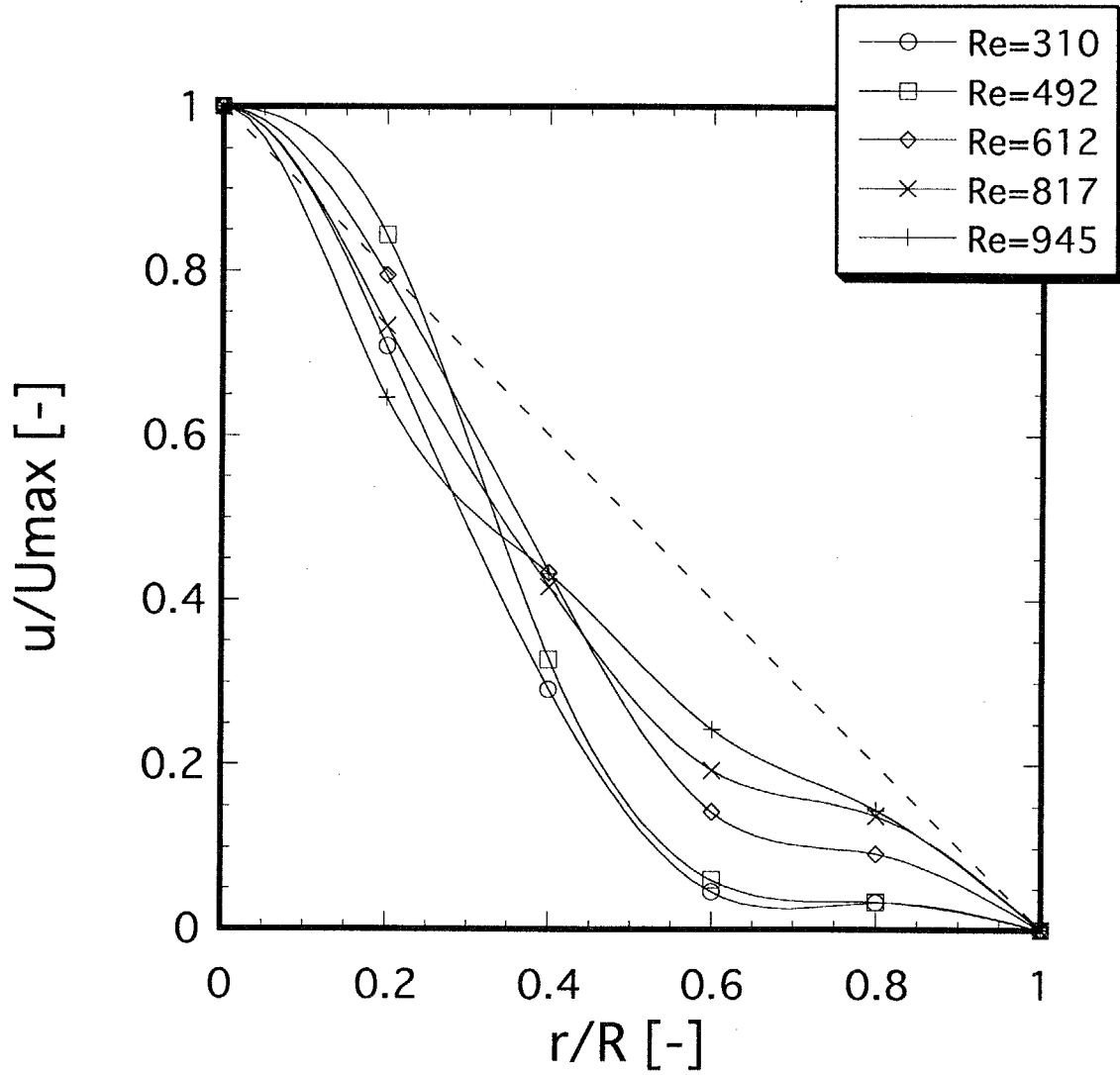


Figure 5.18: Time averaged velocity profile (non-Newtonian, $Re = 310 \sim 945$, Steady)

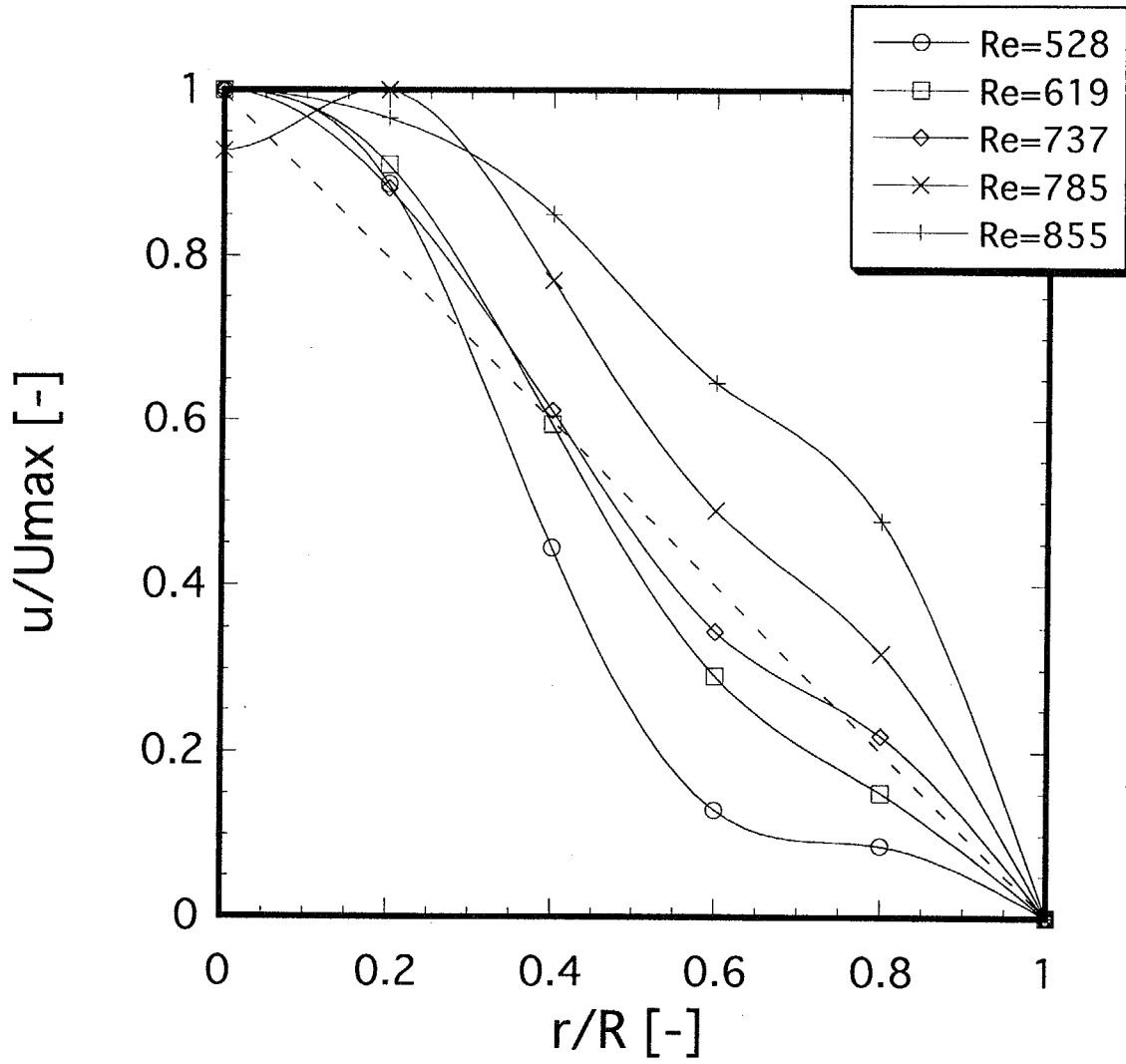


Figure 5.19: Time averaged velocity profile (Newtonian, $Re = 528\sim 855$, $\alpha = 3.0\sim 3.1$)

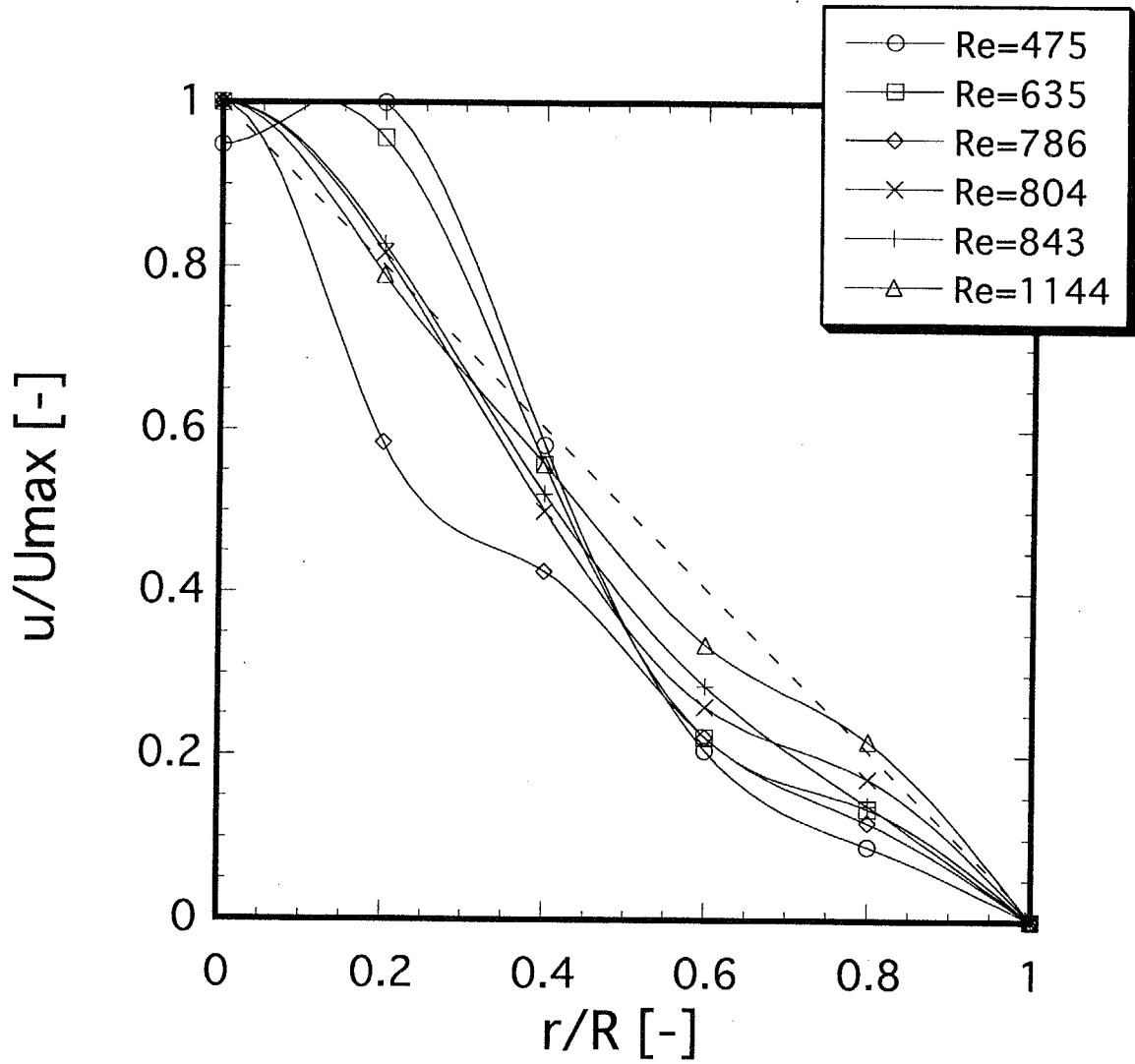


Figure 5.20: Time averaged velocity profile (non-Newtonian, $Re = 475 \sim 1144$, $\alpha = 3.0$)

質になる。非ニュートン流体・拍動流では、各スケールにおいてエネルギーが最も高く、特に大きなスケールでニュートン流体・拍動流と比較すると管壁側のエネルギーが高い状態で継続していることが特徴的である。この特徴は非ニュートン流体・拍動流において最も顕著で、これが Re 数 500 において唯一よどみ領域に相当すると思われる速度分布の平坦の所が無いことに対応しているものと考えられる。乱流によって引き起こされる高い周波数の振動は血管壁の劣化を招くという報告もあり [33]、小さなスケールの波（高周波）が管壁近傍で弱く、強く継続する大きなスケールの波（低周波）によってよどみ領域をなくすという脈動流の性質は生理学上非常に理にかなっている。また、狭窄後流における拍動流は減速期において乱流の上流への拡散を促進する効果があると言われている [2]。本研究ではその現象は振動の時間方向の継続という形で捉えられており、その傾向は非ニュートン流体・拍動流の方が顕著で、ニュートン流体・拍動流では全てのスケールにおいて乱れが極端に減る領域が存在する。

Fig. 5.25 および 5.26 からわかるように、これらの傾向は Re 数がおおよそ 600 になると弱くなり、Fig. 5.27 および 5.28 に示すように Re 数がおおよそ 800 になると非ニュートン流体の方がエネルギーが高いものの半径方向の均質さは同じ程度となり判別は困難になる。

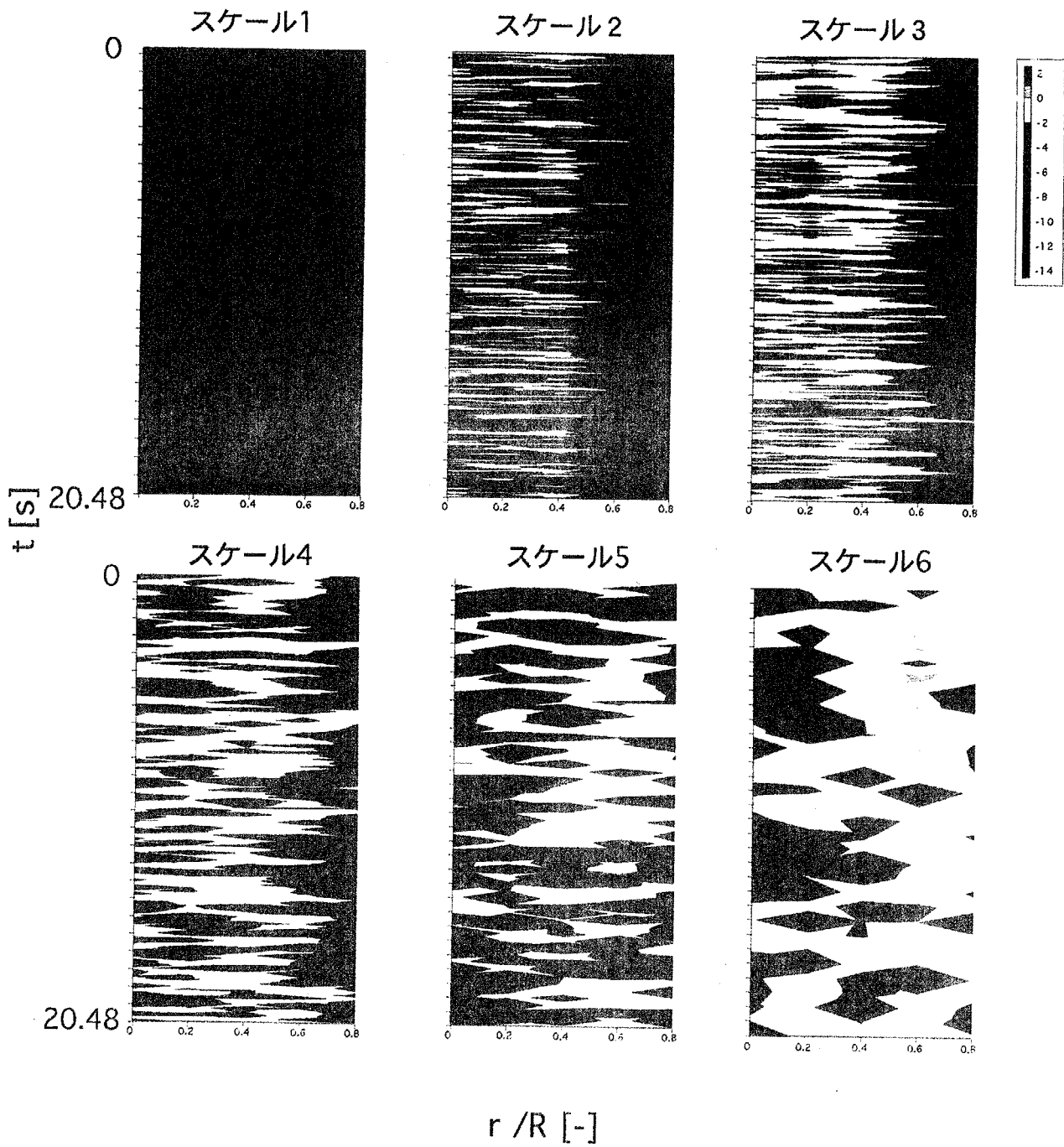


Figure 5.21: An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 464$, Steady)

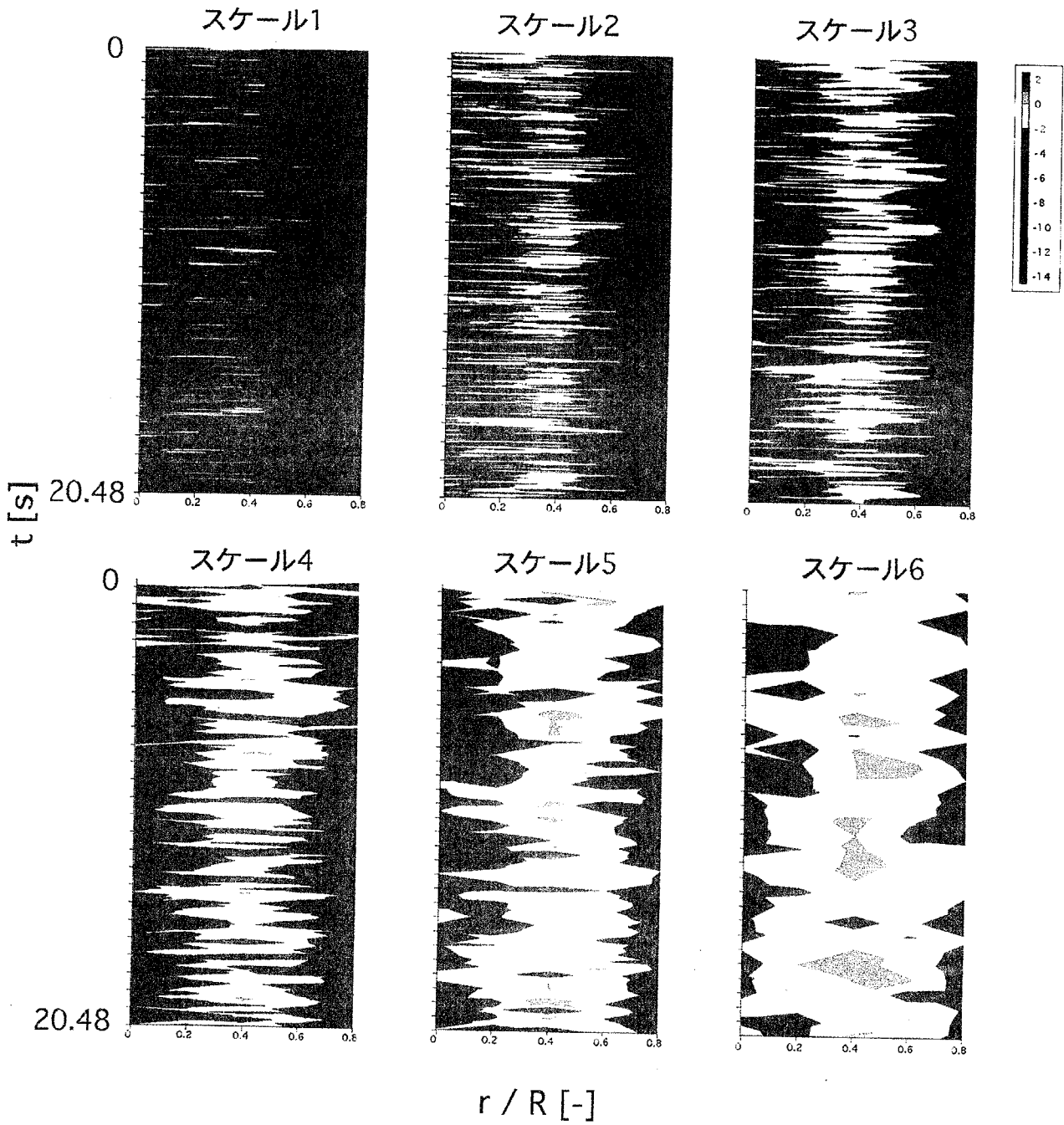


Figure 5.22: An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 492$, Steady)

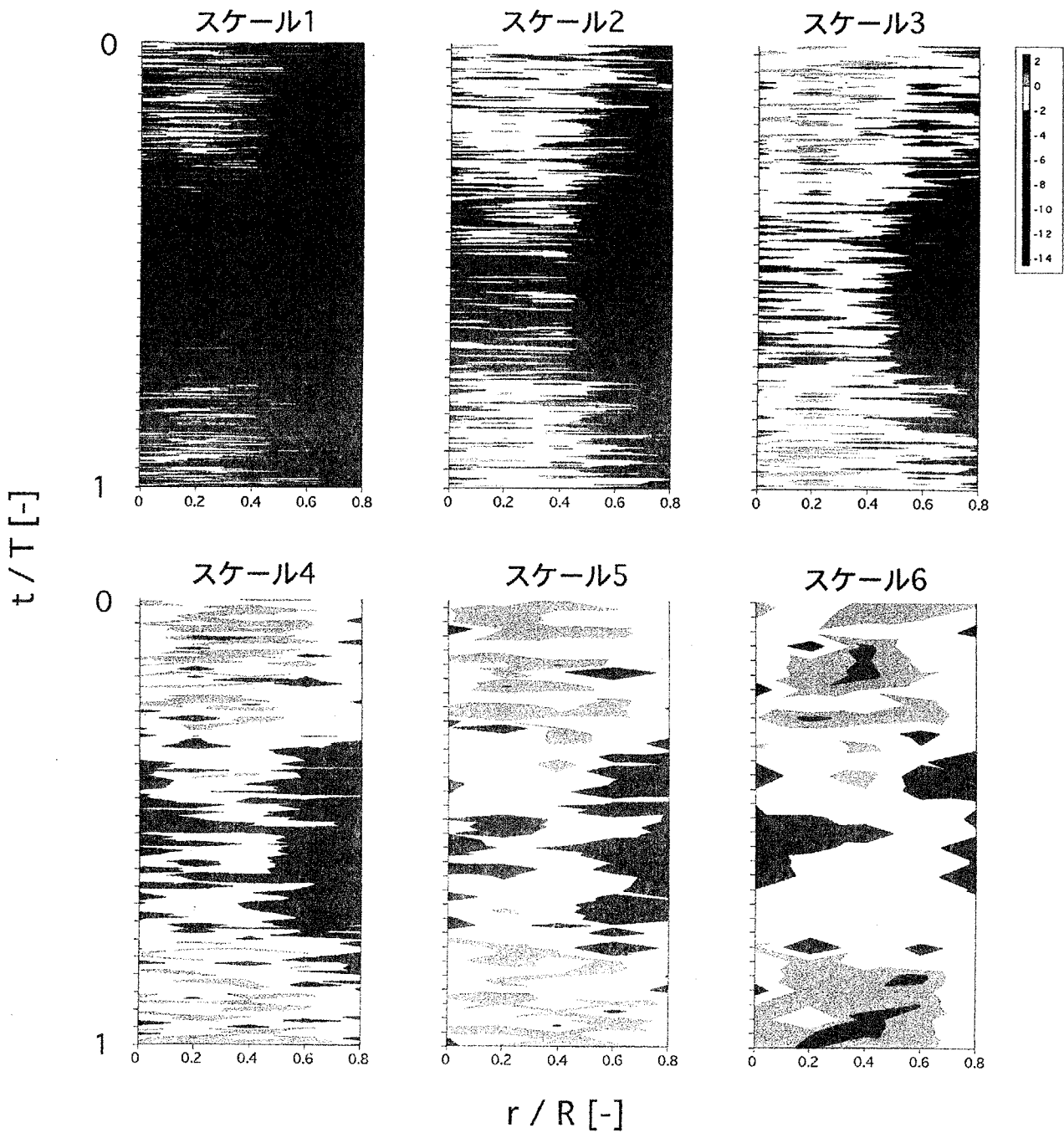


Figure 5.23: An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 528$, $\alpha = 3.0$)

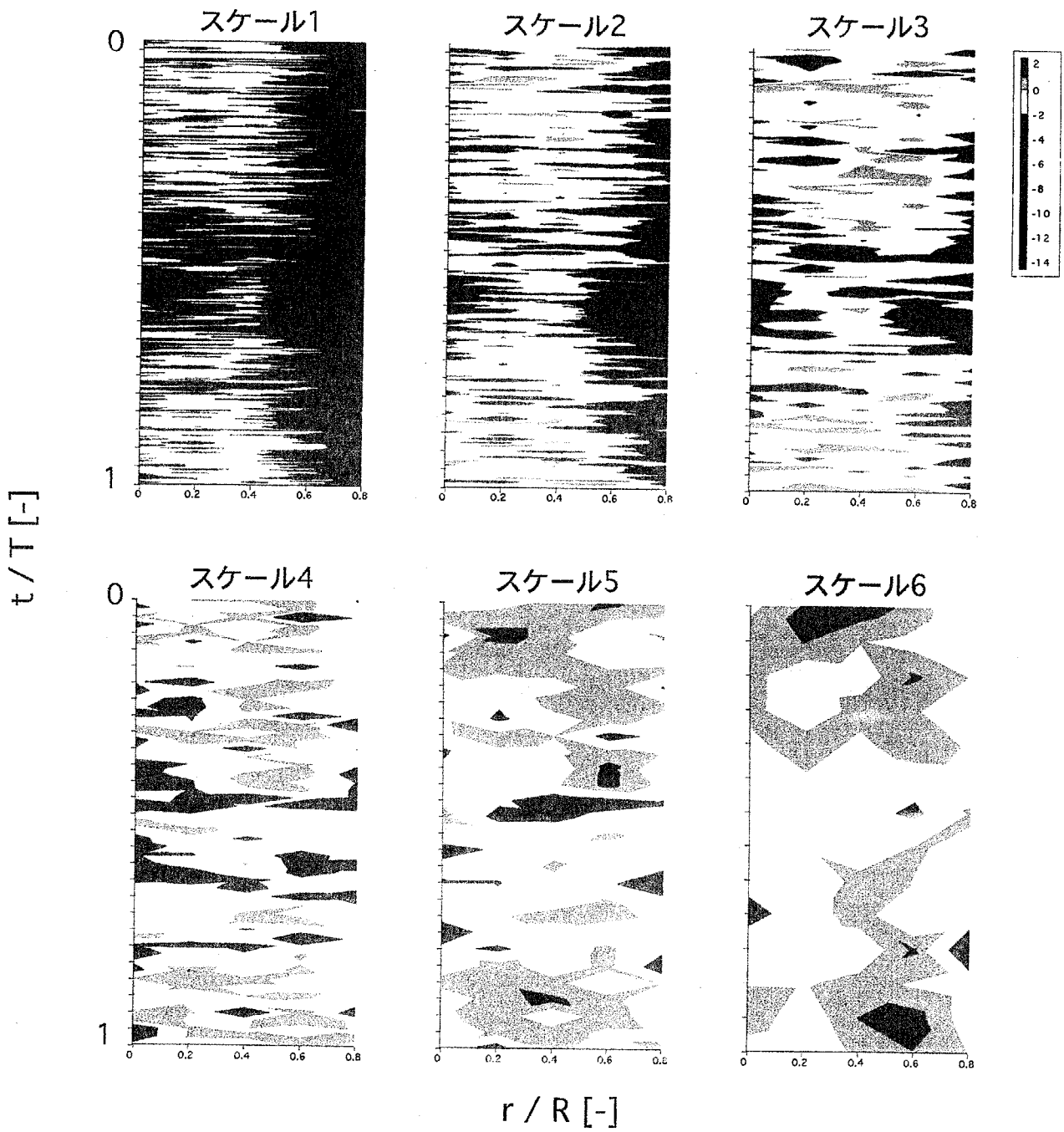


Figure 5.24: An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 475$, $\alpha = 3.0$)

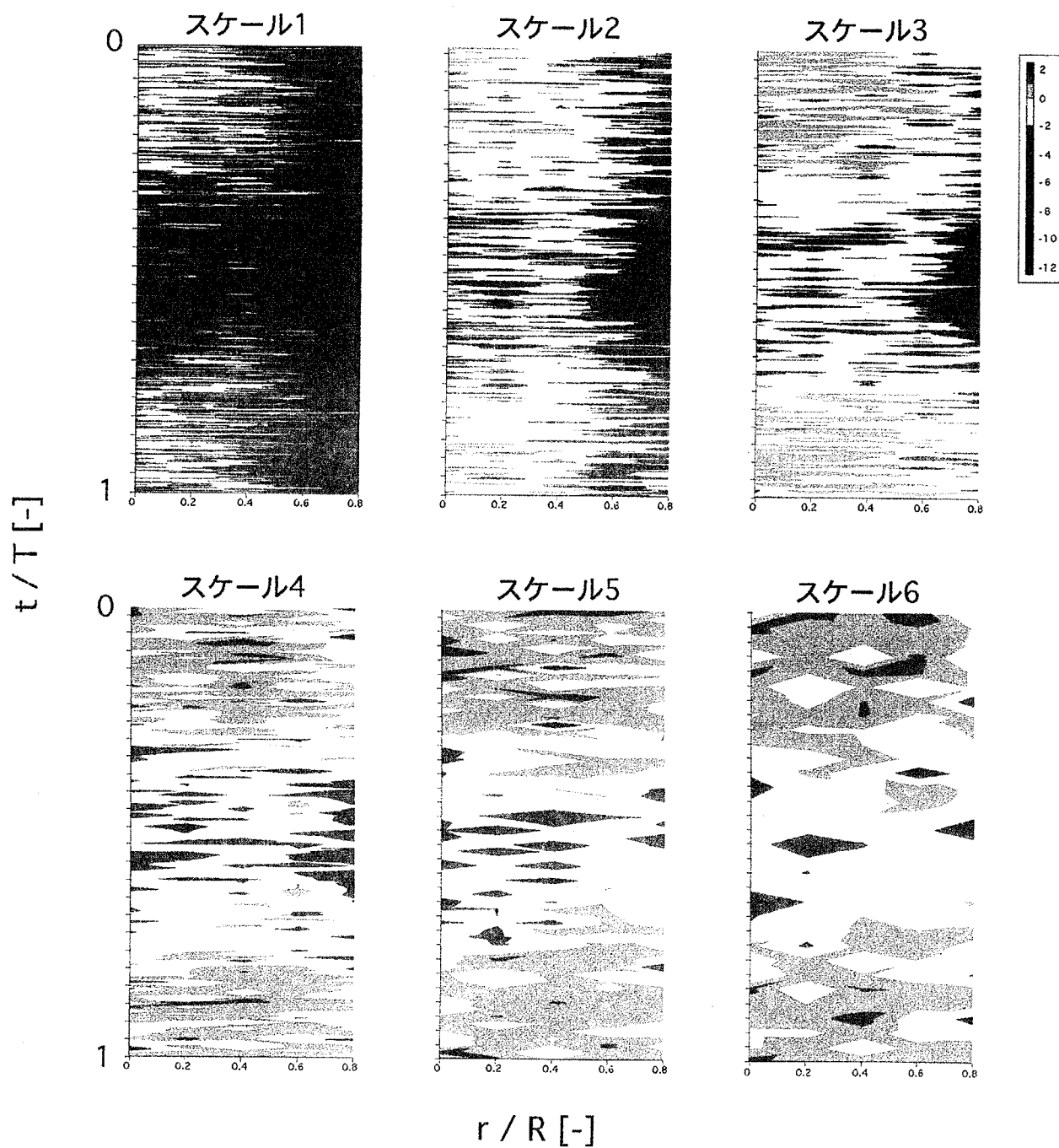


Figure 5.25: An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 619$, $\alpha = 3.1$)

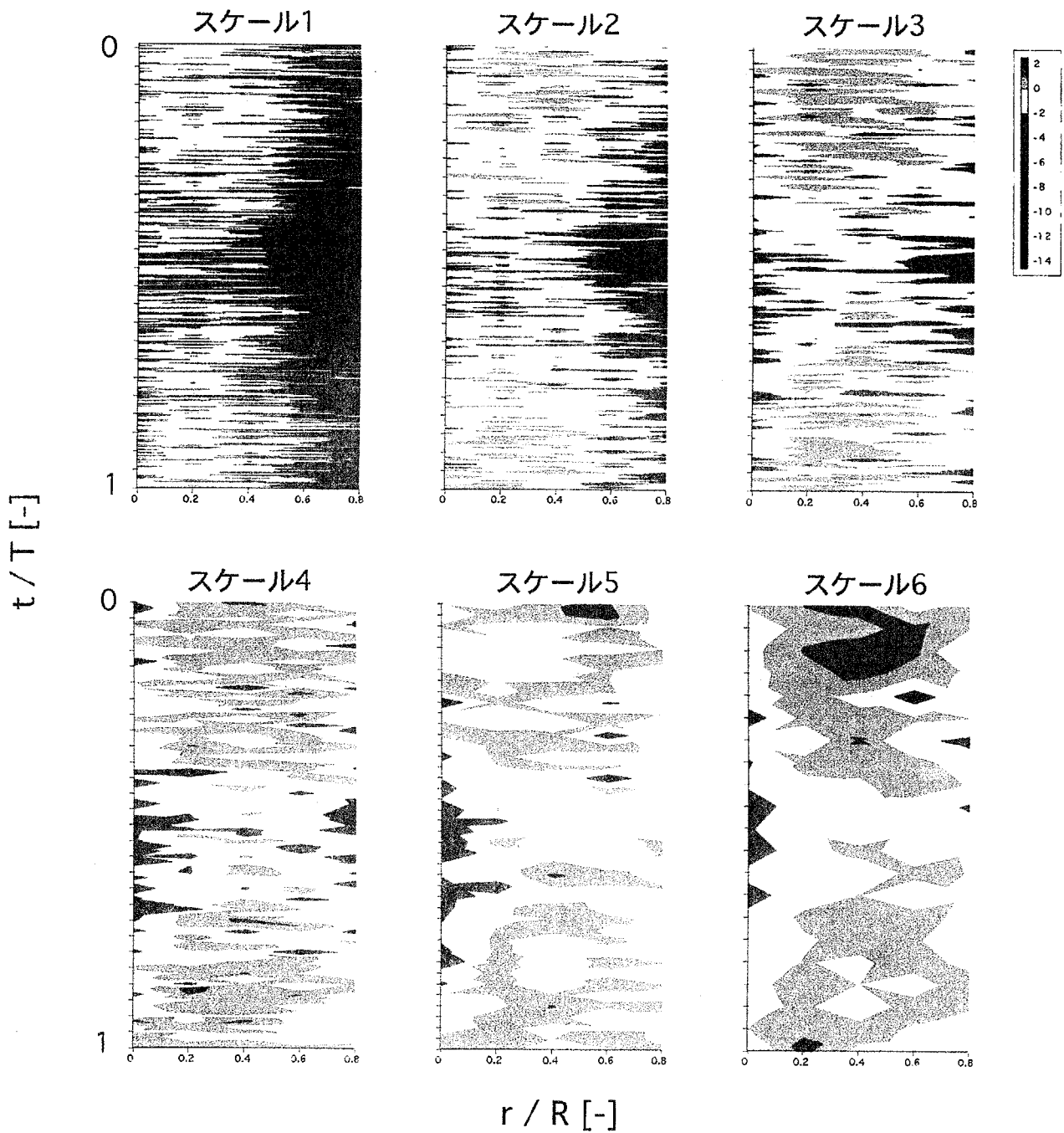


Figure 5.26: An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 635$, $\alpha = 3.0$)

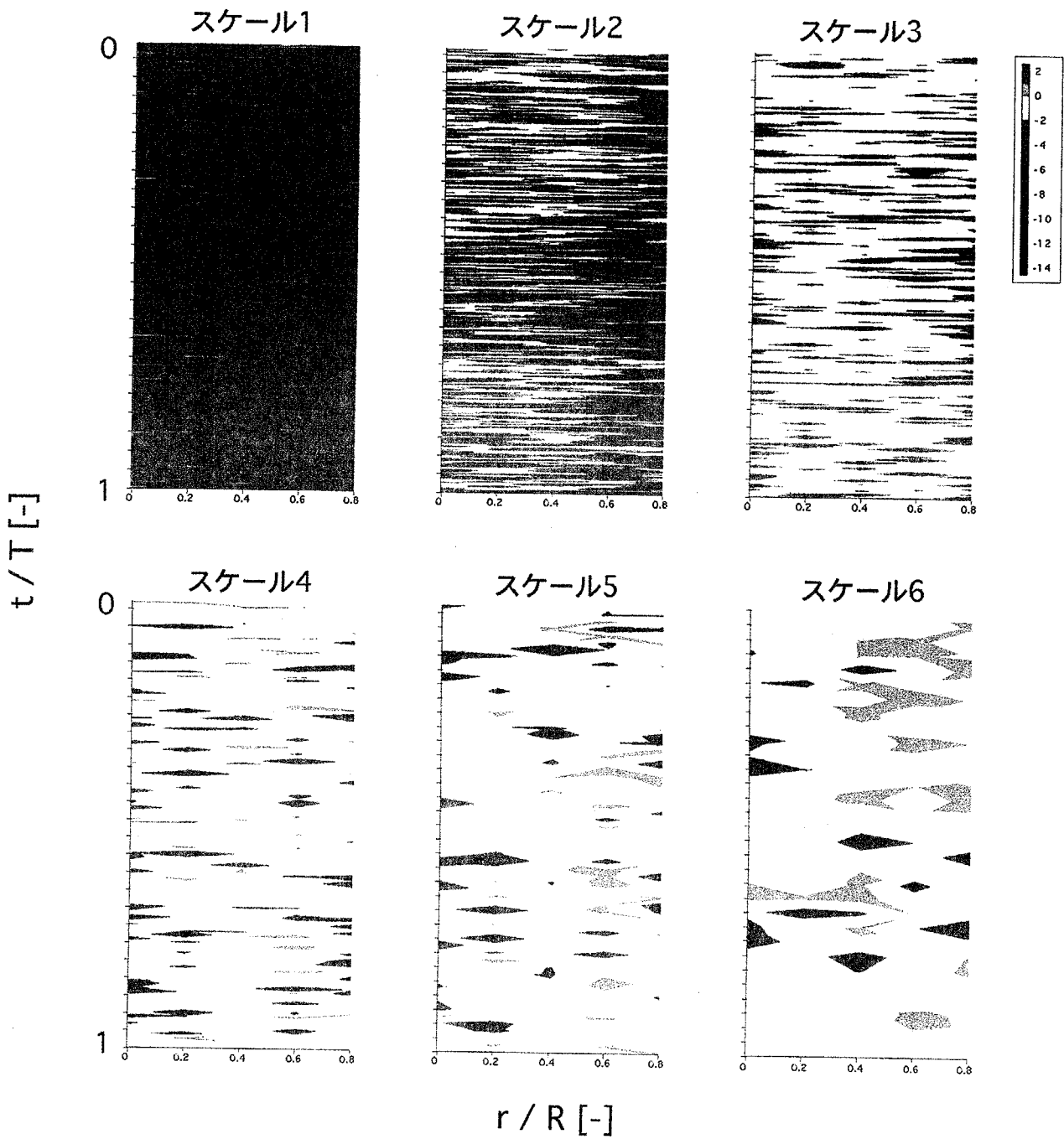


Figure 5.27: An example of energy distribution (Newtonian, $Re = 855$, $\alpha = 3.1$)

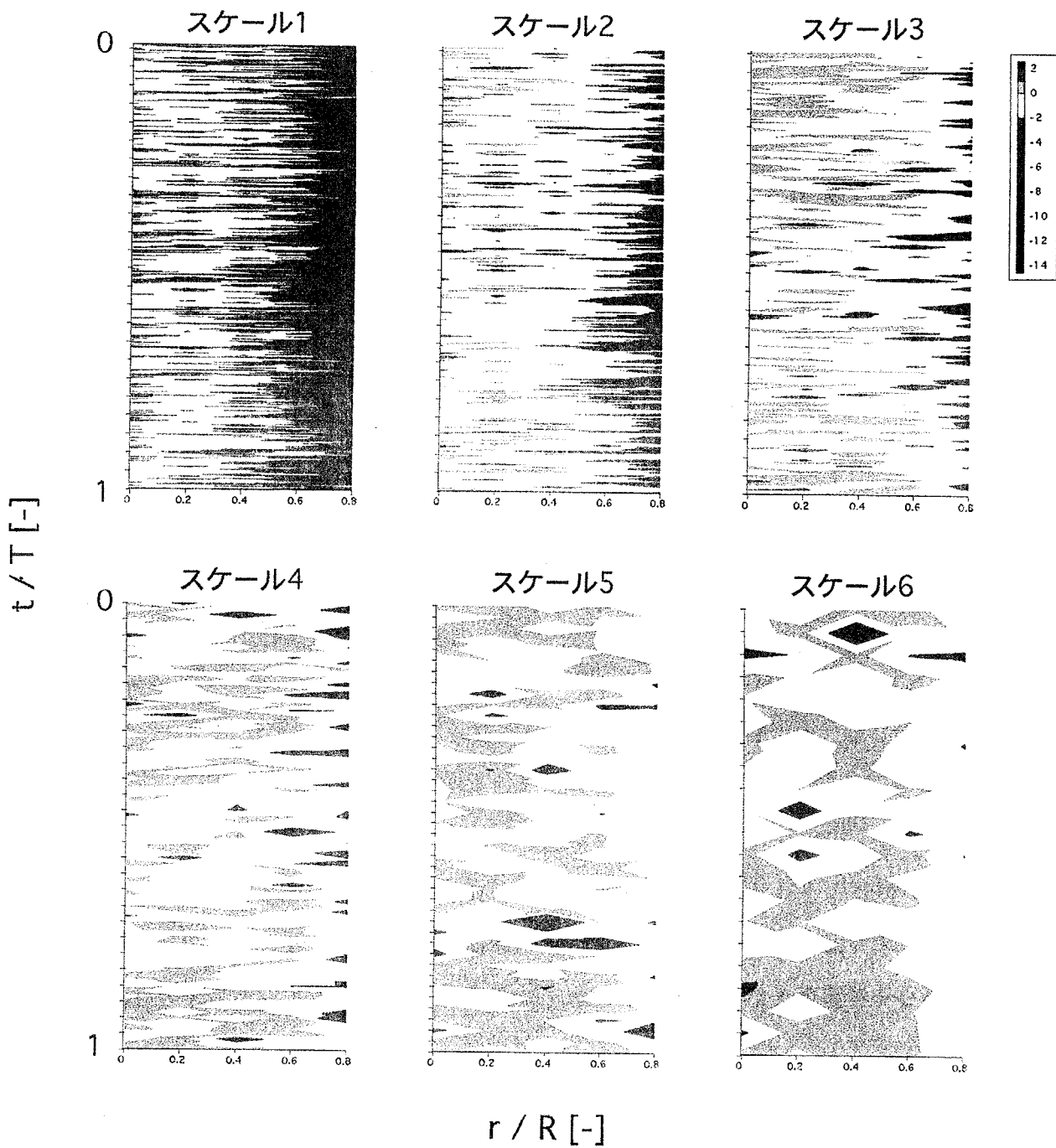


Figure 5.28: An example of energy distribution (non-Newtonian, $Re = 843$, $\alpha = 3.0$)

本章の結論

本章では以下の結論を得た。

1. ニュートン流体・定常流では、時間平均速度分布は Re 数に対して緩やかに変化し、 $Re \geq 1,000$ の範囲では殆ど変化しなくなる。エネルギーの時空間分布も $Re \geq 800$ の範囲でほぼ同じ傾向を示すようになる。
2. ニュートン流体・拍動流では、時間平均速度分布は Re 数に対して非常に敏感に反応し、 $Re = 855$ ではほぼ放物線状となる。エネルギーの時空間分布は Re 数の増加に対して半径方向にも時間方向にも均質となる傾向がある。これらの結果は運動量の十分な拡散を示唆しており、伝熱、物質移動の促進手段としての拍動流の有効性が確認された。
3. 非ニュートン流体・定常流では、時間平均速度分布は平坦な部分を保ったまま Re 数に対して殆ど変化しない。エネルギーの時空間分布も $Re \geq 800$ の範囲でほぼ同じ傾向を示すようになる。エネルギーの時空間分布は Re 数の増加に対して半径方向に均質になる傾向があるものの、管壁近傍の大きなスケールの波 (低周波) が弱い傾向がある。これらの特徴は、例えば人工心臓などによって血液が定常流になると管壁近傍に大きな擾乱が及ばずよどみ領域が生じるなど生理学的に不利になる可能性を示唆している。
4. 非ニュートン流体・拍動流では、時間平均速度分布は Re 数に対して殆ど変化せず、低い Re 数から速度分布に平坦なところがない。エネルギーの時空間分布は Re 数の増加に対し $Re \leq 800$ の範囲では半径方向に均質になっていく傾向があるものの、管軸近傍に高周波、管壁近傍に低周波

の強い領域が現れる傾向がある。これらの特徴は生理学的に理にかなっており、人体内の血液流動における拍動流の優位性を示唆している。

第 6 章

総括的結論

本研究では狭窄管内の流動をはじめとする種々の血液流動に関する研究を遂行する上で欠くことのできない広い剪断速度範囲における血液の流動特性に着目し、先ず、簡便・迅速・正確・安価・移動が容易等の臨床上の要求を満たす新しいタイプの血液粘度計の開発を行った。ついで、その粘度計を応用して血液の流動特性を詳細に測定した。最後に上記で確定された血液の流動特性と同一の流動特性を有する非ニュートン流体ポリアクリルアミド (PAA) 水溶液を血液疑似流体として用い、狭窄管内拍動流の乱流場の特性をニュートン流体を用いた場合と比較し、狭窄管内の血液流動に関する基礎的知見を得た。

以下に本研究の総括的な結論を述べる。

第 1 章『緒論』では、本研究に関連する既往の研究を概観して問題点を明らかにし、本研究の目的について述べた。また、本論文の構成を示した。

第 2 章『臨床用血液粘度計の開発』では、両端をゴム栓で閉じた内圧 0.5 気圧程度の真空採血管、特殊採血針、圧力変換器およびパーソナルコンピュータからなる新しい真空採血管型粘度計の測定原理について述べた。また、特に臨床上の要求を満たすために考案した計算アルゴリズムについて述べ、日本工

業規格の粘度計校正標準液等を用いて $1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ の範囲で簡便・迅速かつ正確に粘度を測定できることを示した。さらに病院で採血直後の血液粘度を測定し、既往の研究と比較して本研究で得られた値が妥当であることを示し、その実用性を確認した。さらに、エマルジョン、高分子水溶液等性状が複雑で測定が困難とされてきた流体の測定にも応用可能であることを示した。

第 3 章『血液の助走区間流れ』では、大動脈内流動および測定誤差要因の一つである端末効果に関連し、助走区間流れの数値計算を行った。非ニュートン流体としてビンガム流体および指数則流体を選び、ニュートン流体の場合と比較した。ニュートン流体および指数則流体の速度分布がほぼ同様の傾向を示すのに対し、ビンガム流体の場合には管中心において速度が発達し始めるのがある距離を要するものの一旦発達を始めると急激に最終値に達し、相対半径位置においては逆の傾向を示すという特異な速度分布が見られた。そこで、ビンガム流体の助走距離を相対栓半径の 95% の位置で最終速度の 99% に達する距離という新しい定義を導入し、かつエネルギー散逸の相似則を用いて広義のレイノルズ数を計算することによりこれらの流体の助走距離を統一的に表し得ることを示した。したがって、血液などの非ニュートン流体の粘度測定に際しても、本研究で用いた特殊採血針は助走距離に対して十分に長く、その端末効果は無視できるものと思われる。また、左心室から出た直後の血流も端末効果は少なくすぐに発達した流れになるものと思われる。

第 4 章『血液の流動特性』では、真空採血管型粘度計を応用して広い剪断速度範囲における流動特性を詳細に測定するための新たな計算アルゴリズムを示した。幾何学的要因および圧力センサの誤差の影響について数値的に検討し、前章とあわせて圧力変換器の誤差が測定誤差に対して支配的であることを確認した。その誤差を補正する方法を示し、標準液を用いた実験により考案した補正法の有効性を確認した。病院で採血直後の血液の流動特性を測定し、本研究

で得られた流動特性が既往の研究との比較により妥当なものであることを確認した。

第 5 章『ウェーブレットによる狭窄管内拍動流の解析』では、狭窄管内拍動流における乱流場の解析を行った。周波数パラメータ α が 3、時間平均レイノルズ数が約 500 から 1,000 の範囲の正弦波状の振動成分を持つ拍動流を遠心ポンプをコンピュータで制御することによって生じさせ、血液疑似流体としてポリアクリルアミド (PAA) 水溶液を用いて電極反応法により管内局所流速を 100 Hz で測定した。得られた時系列データの解析には非定常乱流の解析に適すると思われるウェーブレットを用いることを試みた。時間平均速度分布およびウェーブレット係数によるエネルギー-時空間分布より、ニュートン流体における拍動流の伝熱および物質移動の促進効果を示唆する結果を得た。また、非ニュートン流体の拍動流はニュートン流体のものと大きく異なり、生理学的に理にかなった流動状態になっていることを確認した。したがって、人工臓器等のモデル実験では血液に近い非ニュートン性を持つ試験流体を用いて拍動流で行うことが重要であることを示した。

第 6 章『総括的結論』では、以上の 2 章から 5 章を総括して、結論とした。

使用記号

a	relative plug radius	[-]
D	diameter of pipe	[m]
D_t	diameter of glass tube and vacuum glass tube	[m]
$d_{j,k}$	wavelet coefficient	[-]
f_i	body force	[m/s ²]
g	gravitational acceleration	[m/s ²]
$g(n)$	filter coefficient of band pass filter	[-]
H	height of test fluid in vacuum glass tube	[m]
H_b	concentration of hemoglobin	[-]
h	height of test fluid in glass tube	[m]
$h(n)$	filter coefficient of low pass filter	[-]
Ht	hematocrito	[-]
L	length of capillary	[m]
L_e	entry length	[m]
n	index based on power law model	[-]
P	inside pressure	[Pa]

P_0	initial inside pressure	[Pa]
P_A	atmospheric pressure	[Pa]
Q	flow rate	[m ³ /s]
R	radius of capillary or pipe	[m]
r	radius	[m]
Re	Reynolds number	[-]
Re^*	expanded Reynolds number	[-]
t	time	[s]
U	characteristic velocity	[m/s]
u_i	velocity in i direction	[m/s]
u_{mean}	cross average velocity	[m/s]
V	volume of air	[m ³]
V_0	initial volume of air	[m ³]
v	velocity in radial direction	[m/s]
v_i	volume of test fluids at time i	[m ³]
x_i	coordinate in i direction	[m]

<Greek letter>

α	frequency parameter = $R\sqrt{\omega/\nu}$	[-]
$\dot{\gamma}$	shear rate	[s ⁻¹]
$\dot{\gamma}_w$	shear rate on the wall	[s ⁻¹]
$\dot{\gamma}_{wa}$	apparent shear rate on the wall	[s ⁻¹]

$\dot{\gamma}_{wr}$	real shear rate on the wall	[s ⁻¹]
ΔP	pressure difference	[Pa]
Δt	time interval	[s]
$\delta_{i,j}$	Kronecker delta	[-]
$\epsilon_{i,j}$	shear rate tensor	[s ⁻¹]
μ	viscosity	[Pa·s]
μ_p	plasma viscosity	[Pa·s]
τ	shear stress	[Pa]
$\tau_{i,j}$	shear stress tensor	[Pa]
τ_w	shear stress on the wall	[Pa]
τ_y	yield stress	[Pa]

<subscript>

<i>amp</i>	amplitude
<i>ave</i>	average
<i>bi</i>	Bingham model
<i>c</i>	critical
<i>ca</i>	Casson model
<i>n</i>	Newtonian model

参考文献

- [1] F. Argoul, A. Arnéodo, G. Grasseau, Y. Gagne, E. Hopfinger, and U. Frisch. *Nature*, 338:51–53, 1989.
- [2] T. Azuma and T. Fukushima. *Biorheology*, 13:337–355, 1976.
- [3] W. D. Campbell and J. C. Slattery. Flow in the entrance of a tube. *Journal of Basic Engineering*, 85:41–46, 1963.
- [4] N. Casson. *Rheology of Disperse Systems*, pages 84–102. Pergamon Press, 1959.
- [5] S. Charm and G. Kurland. *Nature*, 206:617–618, 1965.
- [6] P. Chaturani and V. Palanisamy. Casson fluid model for pulsatile flow of blood under periodic body acceleration. *Biorheology*, 27:619–630, 1990.
- [7] P. Chaturani and V. Palanisamy. Pulsatile flow of power-law fluid model for blood flow under periodic body acceleration. *Biorheology*, 27:747–758, 1990.
- [8] R. Y. Chen. Flow in the entrance region at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Engineering*, 15:153–158, 1973.

-
- [9] Y. I. Cho and K. R. Kensey. Effects of the non-newtonian viscosity of blood on flows in a diseased arterial vessel. part 1:steady flows. *Biorheology*, 28:241–262, 1991.
- [10] E. B. Christiansen and L. H. E. Entrance region flow. *A.I.Ch.E. Journal*, 11:995–999, 1965.
- [11] M. Collins and W. R. Schowalter. Behavior of non-newtonian fluids in the entry region of a pipe. *A.I.Ch.E. Journal*, 9:804–809, 1963.
- [12] A. L. Copley, G. W. Scott Blair, F. A. Glover, and R. S. Thorley. *Kolloid-Zeitschrift*, 168:101–107, 1960.
- [13] I. Daubechies. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 41:909–996, 1988.
- [14] M. Friedmann, J. Gillis, and N. Liron. Laminar flow in a pipe at low and moderate reynolds numbers. *Appl. Sci. Res.*, 19:426–438, 1968.
- [15] I. S. Goldberg and R. T. Folk. Solutions for steady and nonsteady entrance flow in a semi-infinite circular tube at very low reynolds numbers. *SIAM J. Appl. Math.*, 48:770–791, 1988.
- [16] R. W. Hornbeck. Laminar flow in the entrance region of a pipe. *Appl. Sci. Res.*, 13:224–232, 1964.
- [17] A. Iida. *Tokyo Jikeikai Ika-daigaku Zasshi*, 93:112–131, 1978.
- [18] S. Ito. *Kagaku gijyutsu-sha no tameno ryuutai kougaku*. Kagaku gijyutsu-sha, 1983.

-
- [19] T. Kanamori, S. Takesawa, K. Sakai, M. Mineshima, and K. Ota. *Jpn. J. Artif. Organs*, 14:491–494, 1985.
- [20] H. Kawai, E. Fukuda, T. Ibe, and H. Shono. *J. Soc. Materials Sci., Jpn.*, 13:313–318, 1964.
- [21] K. Kimura, K. Himei, I. Kawanishi, and J. Mizushina. *Kurashiki Tyuo Nenpo*, 50:25–29, 1981.
- [22] H. L. Langhaar. Steady flow in the transition length of a straight tube. *Journal of Applied Mechanics*, 64:55–58, 1942.
- [23] Y. P. Liu and Y. P. Wu. *Proc. Annu. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc. 9th*, 1:262–263, 1987.
- [24] S. G. Mallat. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11:674–693, 1989.
- [25] R. P. Maurya. Peripheral layer viscosity effects on periodic blood flow through rigid tube of thin diameter. *Journal of mathematical analysis and applications*, 124:43–51, 1987.
- [26] A. K. Mehrotra and G. S. Patience. Unified entry length for newtonian and power-law fluids in laminar pipe flow. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 68:529–533, 1990.
- [27] E. W. Merrill, E. R. Gilliland, G. Cokelet, H. Shin, A. Britten, and R. E. Wells, Jr. *Biophysical Journal*, 3:199–213, 1963.
- [28] E. W. Merrill, E. R. Gilliland, G. Cokelet, H. Shin, A. Britten, and R. E. Wells, Jr. *J. Appl. Physiol.*, 18:255–260, 1963.

- [29] E. W. Merrill, E. R. Gilliland, W. G. Margetts, and F. T. Hatch. *J. Appl. Physiol.*, 19:493–496, 1964.
- [30] E. W. Merrill and G. A. Pelletier. *J. Appl. Physiol.*, 23:178–182, 1967.
- [31] S. Oka. *Biorheology*. Syokabo, 1984.
- [32] T. Otaguro, S. Takagi, and H. Sato. *Dai 21 kai ranryuu shinposium kouensyuu*, 1989.
- [33] M. R. Roach. *American Journal of Cardiology*, 12:802–815, 1963.
- [34] L. Schiller. Die entwicklung der laminaren geschwindigkeitsverteilung und ihre bedeutung für zähigkeitmessungen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 2:96–106, 1922.
- [35] F. W. Schmidt and B. Zeldin. Laminar flows in inlet sections of tubes and ducts. *A.I.Ch.E. Journal*, 15:612–614, 1969.
- [36] G. W. Scott Blair. *Nature*, 183:613–614, 2 1959.
- [37] K. Taniguchi. *Kokyu to Jyunkan*, 37:707–715, 1989.
- [38] T. Tsuji, Y. Kashima, K. Muneoka, H. Kusano, and T. Togawa. *Rep. Inst. Med. Dent. Eng.*, 18:67–74, 1984.
- [39] J. S. Vrentas, J. L. Duda, and K. G. Barger. Effect of axial diffusion of vorticity on flow development in circular conduits: Part 1. numerical solutions. *A.I.Ch.E. Journal*, 12:837–844, 1966.
- [40] W. P. Walawender, T. Y. Chen, and D. F. Cala. *Biorheology*, 12:111–119, 1975.

- [41] Y. L. Wang and P. A. Longwell. Laminar flow in the inlet section of parallel plate. *A.I.Ch.E. Journal*, 10:323–329, 1964.
- [42] M. Yamada and K. Ohkitani. *Prog. Theor. Phys.*, 83:819–823, 1990.
- [43] M. Yamada and K. Ohkitani. *Fluid Dynamics Research*, 8:101–115, 1991.
- [44] T. Yamaguchi and M. Sugawara. *Shinzou kekkan kei no rikigaku to kiso keisoku*, chapter 3, page 207. Koudansha, 1989.
- [45] T. Yokose and Y. Isogai. *Cardioangiology*, 19:251–258, 1986.
- [46] D. F. Young. *J. Biomechanical Engineering*, 101:157–175, 1979.
- [47] D. F. Young and F. Y. Tsai. *J. Biomechanics*, 6:547–559, 1972.

Appendix A

発達した円管内層流

A.1 非ニュートン流体

剪断速度 $\dot{\gamma}$ および剪断応力 τ の関係は流動曲線あるいは流動特性と呼ばれ、次式のように表される。

$$\dot{\gamma} = f(\tau) \quad (\text{A.1})$$

ニュートン流体の場合には原点を通る直線となるが、多くの非ニュートン流体の場合には原点を通らない曲線あるいは直線となる。

ニュートン流体の場合には、粘度は $\tau/\dot{\gamma}$ で表される一定値を取る。非ニュートン流体の場合も同様に次式で表される値が見かけ粘度として定義される。

$$\mu_{ap} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{A.2})$$

A.2 ストークスの式

パイプ内における力のバランスをとると

$$2\pi r L \tau = \pi r^2 \Delta P \quad (\text{A.3})$$

書き直すと

$$\tau = \frac{\Delta P}{2L} r \quad (\text{A.4})$$

壁面における剪断応力 τ_w は

$$\tau_w = \frac{\Delta P}{2L} R \quad (\text{A.5})$$

したがって

$$\tau = \frac{r}{R} \tau_w \quad (\text{A.6})$$

これらの式はニュートン流体の場合、非ニュートン流体の場合、また層流、乱流に関わらず成り立つ。

A.3 速度分布

円管内における十分に発達した層流の場合、その軸方向速度成分 u は半径位置 r のみの関数となる。

$$\dot{\gamma} = -\frac{du}{dr} = f(\tau) \quad (\text{A.7})$$

上式を壁面におけるすべりが無いという条件、すなわち

$$u = 0 \quad \text{at} \quad r = R$$

で、積分すると次式のようになる。

$$u = \int_r^R f(\tau) dr \quad (\text{A.8})$$

式 (A.6) を用いて r から τ へ変数変換すると、上式は次式となる。

$$u = \frac{R}{\tau_w} \int_{\tau}^{\tau_w} f(\tau) d\tau \quad (\text{A.9})$$

A.4 流量

流量 Q は次のような積分を経て計算される。

$$Q = \int_0^R u \cdot 2\pi r dr \quad (\text{A.10})$$

部分積分を行うと

$$Q = [\pi r^2 u]_0^R - \int_0^R \pi r^2 \frac{du}{dr} dr \quad (\text{A.11})$$

すべり無し条件および式 (A.7) に基づき、上式は

$$Q = \int_0^R \pi r^2 f(\tau) dr \quad (\text{A.12})$$

となる。

さらに式 (A.6) を用いて書き直すと、

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} f(\tau) \tau^2 d\tau \quad (\text{A.13})$$

となる。

流動曲線が既知であれば τ_w は式 (A.5) から計算されるので、この式によって圧力損失と流量の関係が導かれる。

A.5 ニュートンモデル

ニュートン流体の流動曲線は粘度 μ_n を用いて

$$f(\tau) = \frac{\tau}{\mu_n} \quad (\text{A.14})$$

と表される。

式 (A.9) は

$$u = \frac{R}{2\mu_n\tau_w}(\tau_w^2 - \tau^2) \quad (\text{A.15})$$

となる。

速度分布は式 (A.5) および (A.4) を用いて

$$u = \frac{1}{4\mu_n} \frac{\Delta P}{L} (R^2 - r^2) \quad (\text{A.16})$$

あるいは

$$u = \frac{\tau_w R}{2\mu_n} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\} \quad (\text{A.17})$$

となる。

流量は式 (A.13) より

$$Q = \frac{\pi R^3}{4\mu_n} \tau_w \quad (\text{A.18})$$

あるいは式 (A.5) より

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu_n} \frac{\Delta P}{L} \quad (\text{A.19})$$

となる。

したがって、ニュートン流体の平均速度は

$$u_{mean} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\tau_w R}{4\mu_n} \quad (\text{A.20})$$

ここで、式 (A.17) は

$$u = 2u_{mean} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\} \quad (\text{A.21})$$

となる。

A.6 指数則モデル

指数則モデルの流動曲線は次式のように書ける。

$$\dot{\gamma} = -\frac{du}{dr} = f(\tau) = \left(\frac{\tau}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{A.22})$$

式 (A.8) および (A.4) より、速度分布は

$$u = \left(\frac{\Delta P}{2Lk}\right)^{\frac{1}{n}} \int_r^R r^{\frac{1}{n}} dr \quad (\text{A.23})$$

となる。したがって、

$$u = \left(\frac{n}{n+1}\right) \left(\frac{\Delta P}{2Lk}\right)^{\frac{1}{n}} (R^{\frac{1}{n}+1} - r^{\frac{1}{n}+1}) \quad (\text{A.24})$$

式 (A.13) および (A.4) より、十分に発達した流量および平均速度は

$$Q = \frac{n\pi R^3}{3n+1} \left(\frac{\Delta PR}{2Lk}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{A.25})$$

$$u_{mean} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{nR}{3n+1} \left(\frac{\Delta PR}{2Lk}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{A.26})$$

となる。

式 (A.26) および (A.24) より

$$u = u_{mean} \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \left\{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right\} \quad (\text{A.27})$$

ゆえに、十分に発達した指数則流体の最大速度は

$$u_{max} = \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) u_{mean} \quad (\text{A.28})$$

したがって ΔP は次式のように表される。

$$\Delta P = \frac{2Lk}{R} \left(\frac{3n+1}{nR}\right)^n u_{mean}^n \quad (\text{A.29})$$

この式は $n=1$ のとき Hagen-Poiseuille 則に一致する。

A.7 Bingham モデル

ビンガムモデルの流動曲線は次式のように表される。

$$f(\tau) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \tau < \tau_{y,bi} \\ (\tau - \tau_{y,bi})/\mu_{bi} & \tau_{y,bi} < \tau \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

ビンガム流体の発達した流れにおいては剪断応力が降伏応力より小さくなる軸近傍に栓部と呼ばれる領域が存在する。円管内の剪断応力分布は式 (A.4) で表されるので、管軸から $\tau = \tau_y$ となる位置まで速度分布は平坦になる。栓部の外側における速度分布は式 (A.8) および (A.30) より次式のように導かれる。

$$u = \frac{\tau_w R}{2\mu_{bi}} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\} - \frac{\tau_{y,bi} R}{\mu_{bi}} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \quad (\text{A.31})$$

$$\begin{aligned} u_{max} &= \frac{\tau_w R}{2\mu_{bi}} \left\{ 1 - \left(\frac{r_c}{R} \right)^2 \right\} - \frac{\tau_{y,bi} R}{\mu_{bi}} \left(1 - \frac{r_c}{R} \right) \\ &= \frac{\tau_w R}{2\mu_{bi}} \left\{ 1 - \left(\frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} \right)^2 \right\} - \frac{\tau_{y,bi} R}{\mu_{bi}} \left(1 - \frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} \right) \\ &= \frac{\tau_w R}{2\mu_{bi}} (1 - a^2) - \frac{\tau_{y,bi} R}{\mu_{bi}} (1 - a) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

ここで

$$\tau_{y,bi} = \frac{\Delta P}{2L} r_c \quad (\text{A.33})$$

$$a = \frac{\tau_{y,bi}}{\tau_w} \quad (\text{A.34})$$

さらに、式 (A.13) および (A.30) より導かれる平均速度は

$$u_{mean} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\tau_w R}{2\mu_{bi}} \left(\frac{a^4 - 4a + 3}{6} \right) \quad (\text{A.35})$$

となる。

A.8 Casson モデル

Bingham モデルの場合と同様に Casson モデルの最大速度および平均速度は以下のように導かれる。

Casson モデルの流動曲線は

$$f(\tau) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \tau < \tau_{y,ca} \\ \frac{\tau - 2\tau_{y,ca}^{\frac{1}{2}}\tau_w^{\frac{1}{2}} + \tau_{y,ca}}{\mu_{ca}} & \tau_{y,ca} < \tau \end{cases} \quad (\text{A.36})$$

であるので、

$$u = \frac{\tau_w R}{2\mu_{ca}} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\} - \frac{4\tau_{y,ca}^{\frac{1}{2}}\tau_w^{\frac{1}{2}}R}{3\mu_{ca}} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} + \frac{\tau_{y,ca}R}{\mu_{ca}} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \quad (\text{A.37})$$

$$\begin{aligned} u_{max} &= \frac{\tau_w R}{2\mu_{ca}} \left\{ 1 - \left(\frac{r_c}{R} \right)^2 \right\} - \frac{4\tau_{y,ca}^{\frac{1}{2}}\tau_w^{\frac{1}{2}}R}{3\mu_{ca}} \left\{ 1 - \left(\frac{r_c}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} + \frac{\tau_{y,ca}R}{\mu_{ca}} \left(1 - \frac{r_c}{R} \right) \\ &= \frac{\tau_w R}{2\mu_{ca}} \left\{ 1 - \left(\frac{\tau_{y,ca}}{\tau_w} \right)^2 \right\} - \frac{4\tau_{y,ca}^{\frac{1}{2}}\tau_w^{\frac{1}{2}}R}{3\mu_{ca}} \left\{ 1 - \left(\frac{\tau_{y,ca}}{\tau_w} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} + \frac{\tau_{y,ca}R}{\mu_{ca}} \left(1 - \frac{\tau_{y,ca}}{\tau_w} \right) \\ &= \frac{\tau_w R}{2\mu_{ca}} (1 - a^2) - \frac{4\tau_{y,ca}^{\frac{1}{2}}\tau_w^{\frac{1}{2}}R}{3\mu_{ca}} (1 - a^{\frac{3}{2}}) + \frac{\tau_{y,ca}R}{\mu_{ca}} (1 - a) \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

ここで

$$\tau_{y,ca} = \frac{\Delta P}{2L} r_c \quad (\text{A.39})$$

$$a = \frac{\tau_{y,ca}}{\tau_w} \quad (\text{A.40})$$

さらに、式 (A.13) および (A.36) より平均速度は

$$u_{mean} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\tau_w R}{2\mu_{ca}} \left(\frac{21 - 48a^{\frac{1}{2}} + 28a - a^4}{42} \right) \quad (\text{A.41})$$

Appendix B

見かけの壁面剪断速度と真の壁面剪断速度の関係

円管内を流れる流体の流量は

$$Q = \int_0^R u \cdot 2\pi r dr \quad (\text{B.1})$$

で与えられる。部分積分を行なうと、

$$Q = \left| \pi r^2 u \right|_0^R - \int_0^R \pi r^2 \frac{du}{dr} dr \quad (\text{B.2})$$

管壁でスリップしないという条件を用いれば、右辺第1項は0となり、

$$Q = - \int_0^R \pi r^2 \frac{du}{dr} dr \quad (\text{B.3})$$

となる。ここで、

$$\dot{\gamma}(\tau) = - \frac{du}{dr} \quad (\text{B.4})$$

とすれば、

$$Q = \int_0^R \pi r^2 \dot{\gamma}(\tau) dr \quad (\text{B.5})$$

また、

$$r = \frac{2L}{\Delta P}\tau, \quad dr = \frac{2L}{\Delta P}d\tau \quad (\text{B.6})$$

の関係を用いて積分変数を r から τ に変えたと、

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \dot{\gamma}(\tau) d\tau \quad (\text{B.7})$$

と書ける。したがって、見かけの壁面剪断速度は、

$$\dot{\gamma}_{wa} = \frac{4Q}{\pi R^3} = \frac{4}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \dot{\gamma}(\tau) d\tau \quad (\text{B.8})$$

となる。このとき両辺を τ_w で微分すると、

$$\frac{d\dot{\gamma}_{wa}}{d\tau_w} = -\frac{3}{\tau_w} \cdot \frac{4}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \dot{\gamma}(\tau) d\tau + \frac{4}{\tau_w^3} \tau_w^2 \dot{\gamma}(\tau_w) \quad (\text{B.9})$$

整理して書き直すと、見かけの壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wa}$ と真の壁面剪断速度 $\dot{\gamma}_{wr} = \dot{\gamma}(\tau_w)$ の間には、次のような関係がある。

$$\dot{\gamma}_{wr} = \frac{3}{4}\dot{\gamma}_{wa} + \frac{1}{4}\tau_w \frac{d\dot{\gamma}_{wa}}{d\tau_w} \quad (\text{B.10})$$