

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	神経系の情報処理機序とそのモデル化に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	小杉幸夫
Author(English)	YUKIO KOSUGI
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第795号, 授与年月日:1975年9月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:内藤喜之
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: , Report number:甲第795号, Conferred date:1975/9/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

神経系の情報処理機序と

そのモデル化に関する研究

昭和50年5月

指導教官 内藤喜之助 助教授

提出者 大学院博士課程 電子工学専攻  
小杉幸夫

新井大学 388390

## 目次

第1章	緒論	1
1-1	本研究の背景と目的	1
1-2	本研究の概要	5
第2章	痛みの情報伝達と痛覚阻止法	7
2-1	はじめに	7
2-2	痛みの伝達とGate Control Theory	8
2-3	生体内外のインターフェース	12
2-4	Dorsal Column Stimulator の試作	16
2-5	臨床結果	24
2-6	むすび	28
第3章	層状ランダム神経素子回路のパターン分類能力	29
3-1	はじめに	29
3-2	小脳皮質の神経構造	31
3-3	ランダム結合によるパターンの分離	36
3-4	0,1ランダムパターンに対する分離能力	42
3-5	ノイズを含んだ連続値パターンの分離	47
3-6	樹状突起感受性の局限化モデル	57
3-7	むすび	63
第4章	連想記憶の諸形式	64
4-1	はじめに	64
4-2	{0,1}モデルと{±1}モデルの差	66

4-3	3入力型連想記憶,	70
4-4	記憶数と適切な冗長性	76
4-5	むすび	82
第5章	小脳皮質の連想記憶モデル	83
5-1	はじめに	83
5-2	小脳皮質の教師付学習	84
5-3	連想記憶モデルの構成	86
5-4	想起率の評価	91
5-5	抑制性ニューロンの役割	98
5-6	巨視的に見た小脳の役割	100
5-7	むすび	103
第6章	結語	105
謝辞		108
この研究に関する発表		109
文献		110
付録	1. Dorsal Column Stimulator 装置1回路図	114
	2. 緩和法によるダイポール電界分布の計算	115
	3. Dorsal Column Stimulator 装置2回路図	117
	4. 層状神経回路電子回路モデル各ユニットの回路図	118
	5. 1-0信号線形連想記憶の想起率	121
	6. 1-0信号非線形連想記憶の想起率	125
	7. $a \circ b$ を用いた連想記憶の想起率	130
	8. 式(5-8)の誘導	134

# 第1章 緒論

## 1-1 本研究の背景と目的

科学技術の急速な進歩の中で、身近な問題でありながら、今尚神秘的ベールをめぐり去る事ができないものの一つに“生体”がある。この中で神経系は生体を生体らしく見せる主要な機能を担っているものと考えられる。現在工学的に用いられている計算機的能力と人間の神経系的能力に差のある事は周知の事実である。この差が量的な差に帰因するものか、あるいは本質的な情報処理形態の質的な差に帰因するものかは意見の分れたところである。ここでは後者の立場をとり、生体の情報処理形態を解明する事を目標とする。

進化論的立場に立ち、生体が長い年月のうちに最適化されてきた事を認めるとすれば、その情報処理形態およびこれをささえる構造についても有利に生きるための合理性、経済性が導入されているものと思われる。従って、神経系の情報処理機序<sup>注)</sup>を解明する事は、それ自体大きな目的であるばかりでなく、生体の持つ情報処理方式を工学分野に導入する可能性をも内在するものである。さらに現実的な問題としては神経系に起因する種々の疾患の治療法を示唆するという意味でも、今後大きな期待が持てる課題である。

神経系を構成する個々の神経細胞が初めて図示されたのは1836年オランダのエーレンベルグの事になると言われる。以後、神経細胞の形態がゴルジ法、ナウタ法をはじめとする染色法の出現とともに次第に明らかにされてきたが、神経系の中で個々の神経細胞が果たす基本的な機能——樹状突起および細胞体<sup>(1)</sup>が他の神経細胞からの刺激を受け、これによって細胞体に起こった興奮を軸索が他の神経細胞へと伝達する——は19世紀末にスペインのカハールによって初めて説明された。

注) 機序: どのようなしくみ、機構のもとに行われたかという意味で、医学書で良く用いられた表現。

神経細胞の機能が明らかになるとともに、神経細胞を1つのスイッチング素子と考えた扱いが開始される。Rasherskyは1934~1938年にかけて入力を連続量、出力をデジタルで表現した神経細胞のモデル“neuroelements”を提案した。次いで1943年、入出力ともにデジタルで表現するMcCullochとPittsのモデルが提案されるに至り、情報処理システムの構成要素としての神経細胞の役割が脚光を浴びようになった。<sup>(2)</sup>

構造の固定された神経系のモデルによっても多くの心理現象等を説明する事ができるが、<sup>(3)</sup>生体の持つ情報処理機能の最大の特徴は、その自己組織能力にある。<sup>(4)</sup>自己組織化の概念は、N.Wienerによって論じられ、Von Neumanによって数学的考察が行われたが、それ以前にHebb(1949)はシナプス伝導度の変化を仮定し、神経系の自己組織機能を示唆した。以来学習を含んだ生体の情報処理機能を神経素子モデルからなるシステムで説明しようとする試みが数多く行われた。中でもコーネル大のRosenblatt(1958)によって提案されたパーセプトロン(教師付のパターン学習モデル)は工学的にも意味のある情報処理機構を神経細胞モデルによって構成したもので高く評価された。最近では神経系という枠からは離れ、学習機械<sup>(5,6)</sup>およびパターン認識機械<sup>(7)</sup>としての研究も数多く行われ、工学に於ける独自のジャンルが確立されて了。

ところが実際の生体内の神経系を重視した立場から考えると、今尚不明な点が多い。脊椎動物の神経系は脳および脊髄から成る中枢神経系と運動、感覚、交感、副交感の各神経を総称する末梢神経系とに大略分けられるが、この中で高度の情報処理能力を担っていると考えられる中枢神経系について議論する場合には、必ずや“記憶”という事が問題になる。これが如何なる生理学的機序のもとに行われているかについては諸説混在とし、定説が得られていない。考えられている主な記憶機構を記すと、次のようになる。

1. リバベレーション(短期記憶)
2. シナプス伝導度の変化---Hebbの仮説(1949)
3. RNAの関与したタンパク合成---2とも関係ある(Hydén)

#### 4. 記憶物質?

この中で工学的モデルに良く用いられるのは2のHebbの仮説であるが、中枢神経系のシナプス伝導度が増加するという事実は残念ながら見出されておらず、(末梢神経-筋肉間の終板部では見られる。)

このような生理学的基盤の不備にもかかわらず、工学的モデルは数多く提案され、それぞれに興味ある結果が多々得られている。モデルの形式は時間: (Continuous or Discrete), 信号の値: (Continuous or Discrete) の面から4つに大別されるが、多くのモデルでは時間、値ともにDiscreteなものを採用している。モデルの中にはCrane (1962) の neurist- $\pi$ のように全ての論理演算の可能性を証明して、神経回路でコンピューターが構成できると主張するようなモデルも見られるが、生体の情報処理をコンピューターと同一視する考え方は多くの理由から否定的であり、先にも述べたように、質的に異なる情報処理の究明が望まれている。

モデル解析面での手法としては電磁気に対するMaxwell's equ.のように信頼に足る基本式はないが、McCulloch Pitzのモデルに改良を加え、記憶、忘却、条件づけの性質を含ませたCaianielloの神経方程式(1961)からリバレーション等いくつかの現象が説明される。多数の神経細胞の集合を1つの神経回路場と見る考え方もあるが、いずれにしても神経の興奮様式が非線形の要素を含んでいる事が障害となり、系の安定性を論じる以上の成果は余り期待できない。従ってモデルの性質は主に計算機シミュレーション或いはハードウェアモデルを用いて検討される場合が多い。

実験面での手法に関しては例えば記憶については、学習に際しての神経細胞内のRNAの定量分析あるいはタンパク合成阻害剤を用いた研究が生化学者の手によって行われている。神経相互の接続関係については組織学的方法の他に、微小電極による細胞内誘導が用いられている。今後、多数の神経細胞の入出力を同時に取り出したり、或いは神経系を刺激したりする所謂Man-Machine Interfaceを考える場合、神経の興奮状態を光物性の変化として捉える方法も

有望と思われる。

以上述べてきたように生体の情報処理、特に中枢神経系の情報処理機序を解明していくのには、礎となるべき生理学的データは限られ、方法論も確立されていない状況にある。このような段階では神経系全体の動作の把握以前の問題として、個々の神経核や皮質の構造がどのような情報処理機能を支えているかをモデル化によって考察し、複雑な機序を理解しやすい形に整理しておく事が重要であると考えられる。



## 1-2 本研究の概要

生体内での広義の意味での情報媒体には神経を伝達されるパルス列、遠伝情報を担う核酸の他に、微妙な生体の調整機能を司る内分泌系などがあるが、本研究ではパルス伝達を基本とする神経系を主に扱う。

神経系の情報処理機序の解明は全般的に未だかなり低いレベルにあり、いくつかの例外を除いては実際の医療に役に立つ段階にまで至っていない。この数少ない例外として、近年痛覚情報の伝達機構に於る抑制性ニューロンの機能を利用し、生体外から選択的な刺激を加える事によって不要な痛覚を除去する方法が試みられている。

本研究第2章では末梢系と中枢系の両者が関与する痛覚情報の伝達機序を概説し、生体内の神経系に刺激パルスを送り込む場合のインターフェースの問題を論じる。続いて微小ダイポール挿入によるDorsal Column Stimulationおよび多点刺激による痛覚阻止法を提案し、装置の試作、臨床実験の結果について述べる。

工学的応用を考えた時、最も興味を持たれるのは大脳の情報処理機序であるが、大脳皮質の構造は構成細胞の形態が多岐にわたる事、3次元的なニューロン配置が支配的である事が障害となって解明が遅れ、2,3の細胞を除いてはニューロン相互の接続関係を論じる段階にまで至っていない。一方小脳の皮質については、大脳に比して構成ニューロンが支配的である事、皮質全面にわたってほぼ同一の微視的構造を有する事などから生理学的な解明が進みニューロン相互の接続関係についてかなり定量的な扱ひが可能になってきている。現在の生理学的研究成果から考えて、小脳皮質についての考察が脳の情報処理機構を解明していくうえでの一つの糸口になるのではないかと思われる。第3章では小脳皮質に見られるような層状のランダム神経回路を取り上げ、この回路網の中に樹状突起の感受性の局限化という形で記憶機能を導入する事によって、

回路網が教師ナシのパターン分類器として動作する事を示すとともにその分類能力を評価する。

神経系の情報処理の中で重要な機能の1つに“記憶”があるが、その記憶形態は極めて冗長性の高い、分散型の形式をとっているものと考えられる。Steinbuch (1961) の学習行列に端を発する“連想記憶”は生体の記憶形式と類似している事から注目を集め、特に国内ではアソシアトロン (中野1969) を契機に多くの報告がなされていく。第4章では連想記憶と神経回路との対応関係を明確にするために  $\{0, 1\}$  信号を用いた場合と  $\{\pm 1\}$  信号を用いた場合の能力の差異を論じ、Coincidence 演算を用いた連想記憶の表現形式を提案する。続いて、Key Vector が幾つかのカテゴリーの組合せで表現されている時に有利なる入力型の連想記憶形式を提案する。この記憶形式は単に生体のモデルとしてだけでなく、工学的に利用する場合にも有利な形式である。さらに連想記憶を1つの通信路とみなし、これを伝送される相互エントロピーから連想記憶の使用効率  $\eta$  を定義する。最後に記憶数と入力素子数が与えられている場合に有利な記憶形式について考察し、ある条件下では現在提案されている形式よりも有利な 2-step アソシアトロンおよびム分割法を提案する。

巨視的に見た小脳は運動機能を円滑に制御する役割を担っていると考えられているが、最近、運動制御系の中に於て、小脳が動作の結果を予測し、実際の動作が終了する以前にその結果の情報を大脳運動領に提供するのではないかという考え——小脳を動作のシミュレーターとみなす——がなされていく。このような動作は小脳に連想記憶能力を仮定する事によって実現する事ができる。一方 D. Marr は小脳皮質を教師付の学習機械とみなす仮説を立てている。第5章では D. Marr の提案した小脳パーセプトロン説を連想記憶という形で表現し、その能力を評価するとともに小脳をシミュレーターとみなした時の巨視的な動作をこの連想記憶モデルによって説明する。

## 第2章 痛みの情報伝達と痛覚阻止法

### 2-1 はじめに

痛覚情報は、生体が自己を防禦していく上で重要な役割を果しているものと考えられるが、痛覚が無意識のうちにも情動と深く結びついていて、数量的な評価が容易でないという事もあって生体情報の中では比較的解明が遅れている。従来から痛みに対する治療としては薬理的除痛法が主流を占めているが、近年痛覚情報の伝達機構に於ける抑制性ニューロンの役割が重要視されるようになり、<sup>(8)</sup>痛みを伝達する神経系に対して外部から選択的に刺激を加える事によって不要な痛覚を除去する方法(Dorsal Column Stimulation)が試みられている。<sup>(9)</sup>このように生体内の神経系に対し外部から刺激を加える場合、生体内外のインターフェースの良し悪しは療法の成否を大きく左右する要因となる。

本章では痛覚情報の伝達機構を概説し、新たに試作したDorsal Column Stimulatorの概要および臨床実験結果について述べるとともに生体内外のインターフェースの問題を論じる

## 2-2 痛みの伝達と Gate Control Theory

痛覚には末梢神経が刺激されて起こる「末梢性疼痛」、心理的要因によつて起こる「心因性疼痛」、切断されたあとに出現する四肢に体験する痛み等の「中枢痛」に大きく分けられる。<sup>(11)</sup>この中で末梢性疼痛はa)皮膚痛覚、b)深部痛覚、c)内臓痛覚及び、内臓の異常に対してその内臓の求心性神経と同じ分節に属する皮膚に感じる痛み---d)関連痛などであるが、a) b)といふれも自由神経終端が直接、受容器として働いているものと考えられている。<sup>(10)</sup>

痛みの情報を伝える末梢神経線維には有髄のA $\delta$ 線維と、無髄のC線維が有り(表2-1参照)。前者は主に刺痛などの鋭い痛みの伝達に寄与するが、その伝達能力は機械的圧迫や酸素不足によつて容易に阻害される。一方C線維は主に鈍痛の伝達に寄与し、機械的な圧迫等に対しても最後まで伝達能力を維持し、侵害に対する警戒の役割を果たすが、逆に局所麻酔剤による伝達遮断は受けやすい。

痛覚の末梢路はいずれも後根より脊髄に入り中枢へ伝達されるが、その伝達経路は痛みの部位によつて異なる。皮膚痛覚では、脊髄後角に入った末梢線維は線維を換えて直ちに、または2~3分節のうちに左右交叉して他側の脊髄視床路を形成し、延髄で内側毛帯に加つて視床に至る。深部痛覚の場合は脊髄で線維を換えず、そのまま後索を形成し、延髄の後索核に至り、ここで線維を換えてから左右交叉が行われ、内側毛帯に加つて他側の視床腹側核に入る。(図2-1参照) 内臓痛覚の場合は末梢路は主として交感神経(食道、気管、直腸、外陰部は副交感神経)と一緒に走り、後根から脊髄に入り、以後は体性系痛覚(皮膚痛、深部痛)同様の経路を経て視床に至る。体性系痛覚、内臓痛ともに視床で再び線維を換え、最終的には大脳皮質の感覚領に至る。

痛みの経路はほぼ上述のごとくであるが、痛みの信号の伝達様式については相異なる2つの説に分かれ、古くから論争が展開されてきた。<sup>(8)</sup>その1つは、

神経線維の種類	機能	直径 ( $\mu$ )	伝導速度 (m/sec)	髄鞘
A	$\alpha$ 運動感覚 (自己受容性)	12~20	60~120	有
	$\beta$ 触・圧覚	8~14	30~80	
	$\gamma$ 筋紡錘 (運動性)	2~8	15~55	髄
	$\delta$ 痛・温度覚	1.5~3	6~30	
B	交感神経節前線維	<3	3~15	
C	d.r. 痛覚	0.4~1.2	0.5~2	無
	s. 交感神経節後線維	0.3~1.3	0.7~2.3	髄

表2-1  
 神経線維の分類  
 (相川<sup>(12)</sup>による)  
 d.r.: dorsal root  
 s.: sympathetic

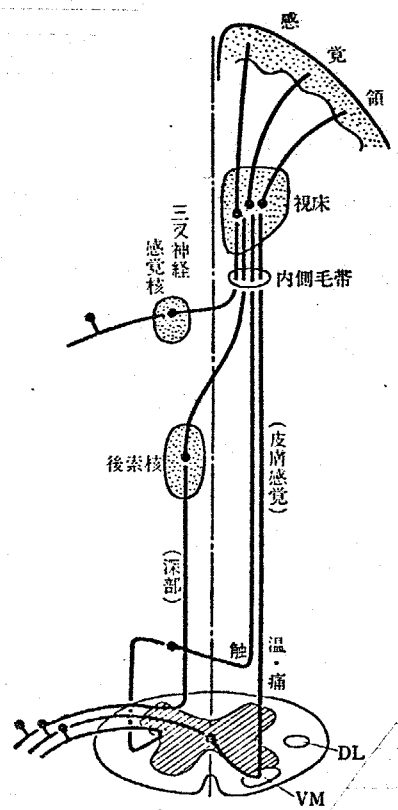


図2-1 体性感覚の経路  
 (真島「生理学」より)  
 VM: 腹内側脊髄視床路  
 DL: 背外側脊髄視床路

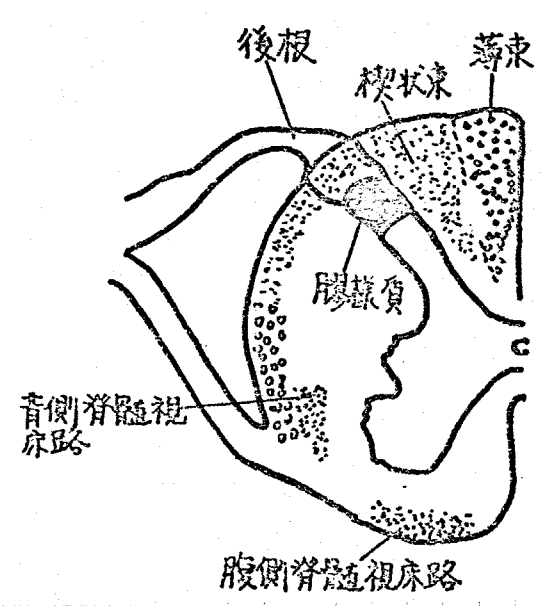


図2-2 脊髄の断面

Specificity Theory で、痛覚専用の受容器に発する痛覚信号はそのまま 1:1 の関係で痛覚専用の中枢で知覚されるとするものであるが、この考え方は幻肢痛等の事実を説明できないばかりか、痛覚を除去すべく行われた切断手術がかえって痛覚を助長する結果に終るなど痛覚伝達の機序を説明するのには不十分なものとされている。もう一つの考え方は、痛みというものは種々の刺激、精神的な要因がかさみあって痛みのパターン（空間的及び時間的）が中枢に形成される事によって知覚されるものだとするパターン理論で、痛みの心理的な効果をも説明できるが生理学的な事実との対応、具体性に欠けるものであった。

Gate Control Theory<sup>(8)</sup> は 1965 年に Melzack と Wall によって提案された痛覚の伝達機序に関する仮説で、図 2-3 のモデルによつて説明される。図 2-3 の T は first central transmission cells を表し、Aβ 等の太い線維(L)からの信号、及び Aδ, C 線維等の細い線維からの信号を中継して Action System へ送る。SG は脊髄中の膠様質(Substantia Gelatinosa)で、太い線維 L からは興奮性のシナプス結合を、また、細い線維 S からは抑制性のシナプス結合を受ける。SG の出力は T に対する L からの入力、及び S からの入力を pre-synaptically に抑制する。今、刺激が L からのみ与えられた場合を考えると、はじめは Gate が開いた状態にあるので L の入力は T を介して Action System へと伝達される。ところが、この L 入力は SG をも興奮させるので、この SG からの抑

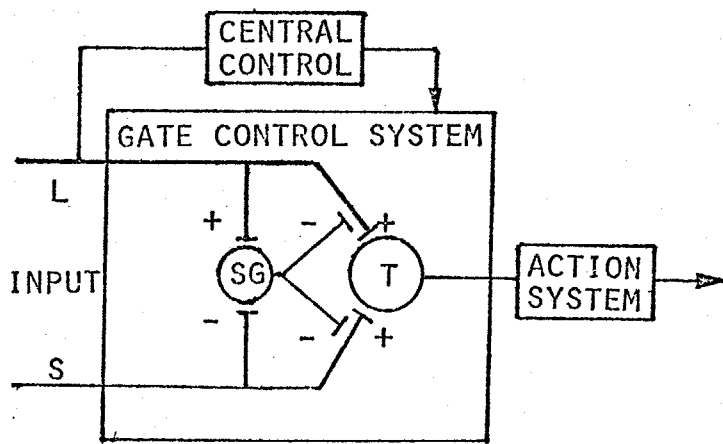


図 2-3 Gate Control Theory の模式図 (Melzack 等<sup>(8)</sup>による)

制によってL→T間のGateは閉じられ、刺激の伝達は阻がされた。一方Sだけに刺激が加った場合には、Sの入力はSGを抑制しS→T間のGateを一層開く方向に作用する。従って、痛みを生じるためには単に刺激の総量が大きいだけでなく、SとLに与えられた刺激の比が大きい事が必要となる。

図中の“Central Control”の経路は脊髄後索を上向するA線維の一部がGateを経ずに直接視床に至り、この刺激に対する脳の反応---これは条件反射や精神的要因等も含む---が下行性の経路を経てGate Control Systemに至り、Gate開閉の閾値等に影響を及ぼす事を示す。又、図中の“Action System”は痛覚によって引き起こされる一連の反応、動作---血圧の上昇、痛みの原因の確認、退避、或いは危険要因の排除等を含む---を表わしたもので、痛みが脳の特定の部位：痛覚中枢だけで感知されるという考え方を排除している。

以上のGate Control Theoryは必ずしも完全な生理学的裏付けを得ているものではないが、混沌としていた痛みの概念を明確にしたものとして注目される。

## 2-3 生体内外のインターフェース

神経系内のインパルスを取り出す事は神経系を生理学的に解明していくうえで重要な手段であると同時に診断のうえから有力な手法として用いられてきた。また、神経系の機序が次第に明らかになるとともに生体外から神経系に対して信号を送り込む操作が治療の面で重要な役割を果たすようになりつつある。

ここでは生体外から、神経系に信号を送り込む際のインターフェースの問題——主に痛覚阻止法(後述)を対象——について述べる。尚、神経系への刺激としては通常の感覚器を介さない人工的な刺激だけを扱う。生体に電気的な刺激を加える方法は1770年代のGalvaniのカエルの神経筋標本を用いた実験以来数多く行われてきたが、長期間にわたって生体内の神経系を刺激する際に先ず問題となるのは如何にして皮膚を通して生体内に信号(或いは信号発生のためのエネルギー)を送り込むかという事である。生体内に電気的なエネルギーを送り込む方法として現在考え得る方法を形態別に列挙すると次のようになる。

### I. Implanted Power Source<sup>(13)</sup>

- (a) 化学電池
- (b) 原子力電池
- (c) 生体電池

### II. Conduction Coupling

- (a) 貫通端子<sup>(14)</sup>
- (b) Bio Carbon
- (c) Trans Cutaneous Stimulation<sup>(15)</sup>

### III. Magnetic Coupling

- (a) Inductive Stimulation<sup>(16)</sup>
- (b) Coil Coupling



## IV. Electromagnetic Coupling

### (a) Implanted Diode

### (b) RF + Ultrasonic

Iは電池とともにパルス発振器を生体内に植込む方法で、神経系の刺激とはやや異なるが、多くの心臓ペースメーカーにこの方式が採用されている。<sup>(13)</sup> (a)の化学電池では水銀電池、ニッケル・カドミウム電池、リチウム電池が臨床使用されている。(b)の原子力電池は<sup>238</sup>Puからの $\alpha$ 線を熱電変換する方法、Promethium 147からの $\beta$ 線をシリコンPN接合で受ける方法が臨床使用されているが、破損の際の汚染などに注意を要する。(c)の生体電池は陰極に白金を用い、酸素と炭化水素、アミノ酸等の反応によって発電する方法について研究が行われている。また心臓や血管の拍動、呼吸運動のエネルギーをピエゾ効果で取り出し、利用する方法も考案されている。

IIは信号電流が直接皮膚を通過するもので、リード線を直接引き出す方法も含む。(a)はプラスチックと金属で皮膚貫通用の端子を作り埋め込むものであるが、傷口からの細菌感染等の問題があり、動物実験以外は長期の使用に適さない。(b)のbio Carbonは純度の高いcarbon製の針(ホチキス状)を直接皮膚に刺すもので、周辺の皮膚との接合も良好で、長期間の臨床例がある。(c)は皮膚に面状の電極を密着させ、2点間に刺激電流を流し、体内の神経系との結合を行うものであるが、皮膚のインピーダンスが非線形性を持つうえ、電極-皮膚間の接触抵抗は発汗等の影響をも大きく受けるので、刺激には定電流源を用いた方が安定な特性が得られる。<sup>(15)</sup>

IIIは交番磁界によってエネルギーを送り込む方法である。(a)は生体外のコイルに急激な電流変化を与える事によって生体内の神経に渦電流を流し刺激を加えるもので電極挿入等の手術を必要としない点有利であるが、エネルギー効率が悪く、比較的大規模な電源を必要とする。犬および人間について横隔膜神経、大腿骨神経等の刺激成功例が報告されている。<sup>(16)</sup> (b)は皮膚の内外にそれ

それぞれ個づつのコイルを置いてエネルギーを送り込む方法であるが、この中にも — b-1) 刺激波形を直接コイル結合で送り込む方法と、b-2) 一旦高周波のCWで電力だけを送り込み、刺激波形はこの電力を用いて生体内に埋め込まれた発振器によって発生させる — の2通りの方法がある。いずれの場合も磁路に磁性体を配する事によって効率を高める事ができる<sup>(17)</sup>。b-2)は大電力用に適している。大に於いての実験例では420 KHz で1 Kwの電力を1時間にわたって伝送したという報告がある<sup>(18)</sup>。

IVは電磁波によってエネルギーを送り込む方法であるが、電磁波は直接には神経系に興奮を与える事はできない<sup>(19)</sup>ので、(a)刺激を与えない神経の近傍にダイオードを埋め込み、生体外から変調のかかっている電磁波を印加し、ダイオード近傍に生じる低周波電界で神経を刺激する方法<sup>(20)</sup>、(b) RF fields を印加するとともに、これと同期のとれた超音波を、刺激を要する神経部分に集中照射し、熱を介して媒質の電気的特性の周期的変動を与えて、RF field を同期検波しようという考え等がある<sup>(21)</sup>。

上述の方法の中で、II-b, c, III-a, IV a, b以外では刺激を神経に印加するための電極を必要とする。電極の材料としては大きく分けて金属性のものと、絶縁膜を介した容量性電極<sup>(22)</sup>があり種々の形状が考案されているが、金属部分が直接神経に接触する構造の場合、神経の化学的、機械的変性によって、刺激に必要なしきり値が上昇し、長くても2~3年が限度であると言われている。用いる金属は金属イオンの流出を防ぐべく安定な金属(イリジウム, 白金, 金, ステンレススチール)等が用いられるが、長期間通電による電極重量の変化測定によるとステンレススチールは適当でない<sup>(23)</sup>という報告もある。

この点容量性電極の場合、神経に与える悪影響が少なく長期の使用に適するものと期待されるが、小容量を介して通電を行うので刺激に要する電圧が大きくなる。又、この容量を確保するために形状が大きくなる等の短所もある<sup>(22)</sup>。

この他、今後は多数の神経細胞と生体外を結ぶ多重チャンネルのインターフェースの問題が生じてくると思われるが、IC技術を用いた微小配列電極や、神

注) この「電磁波」は狭義の電磁波で光領域を含まない。尚、神経系に対する電磁波の障害についても議論がなされているが、その多くが熱を介している<sup>(19)</sup>と考えると、直接的なCouplingについては否定的な見方が強い。

神経細胞の興奮時に現われた光物性的変化をoptical fiberの束で観測する方法などが有望と思われる。

## 2-4 Dorsal Column Stimulator の試作

2-2で触れた Gate Control Theory は痛覚阻止の一方法として、脊髄後索を上行する A $\beta$  線維を外部から刺激する事の有効性を示唆するものであり、米国では幾つかの Dorsal Column Stimulation の臨床報告がなされている。<sup>(9)(15)(24)(25)</sup>

治療装置には、一般的に言って確実な効果と安全性が要求されるのは言うまでもないが、特に痛みの治療を考える場合には治療の為に行われる施術自体が患者に対して精神的、肉体的になさるべく苦痛を与えないものでなくてはならない。これらの点を考慮し、またには Cost performance という事も考え合せたうえで最良の刺激法が模索されるべきものであり、

このような観点から、ここでは前節 III-b の Coil Coupling による方法と、II-c の Trans Cutaneous Stimulation の2法について新しい術法および刺激法を提案し、装置の試作を行った。

### □ Coil Coupling による刺激法(装置1)

装置1では、特殊な針(内径1.5mm)を用いて脊髄後索近傍に挿入した微小ダイポール電極に体内コイルを接続し、皮膚をはさんで体外から刺激パルスを送り込む方法を用いた。(図2-4参照)

刺激用パルス発生器は、二次コイルの出力電圧が、神経の活動電位の波形に近くなるように、図2-5のような電流をコイルに流すように電流出力型の発振器になっている。回路図は付録1に、全景を図2-6に示す。パルス巾は約0.3mSec.、パルス頻度は40~800PPS可変、出力は二次コイル開放電圧で0.1~1.0V可変となっている。但し、1次、二次コイルとも平均直径約45mm、巻数各700Tで、コイル間隔は10mmとなっている。

図2-7は二次コイルの出力電圧波形を、図2-8は、体内用にコーティングをほどこした二次コイルを示す。

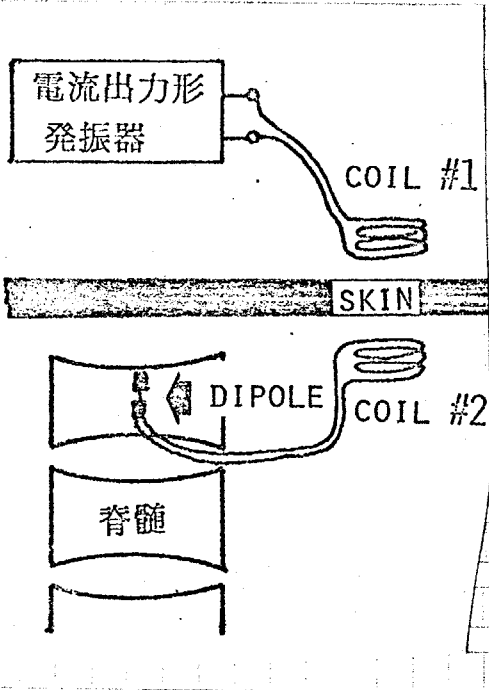


図2-4 装置1の概略

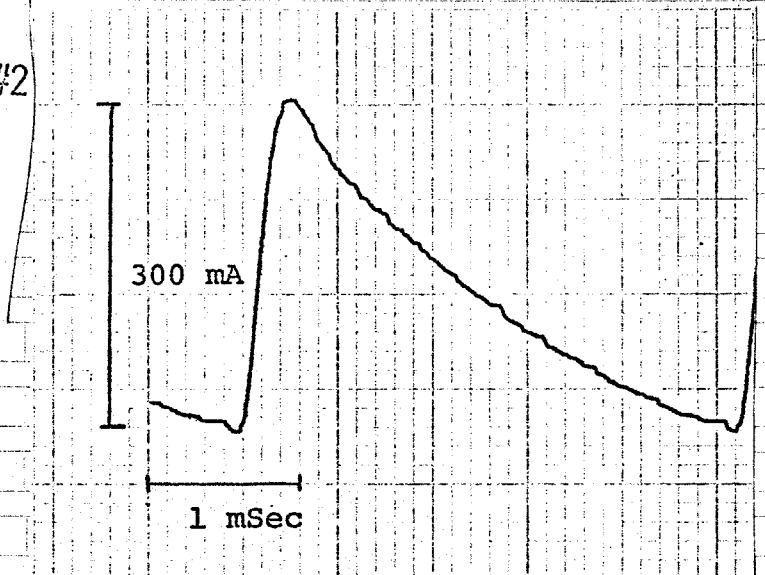


図2-5 コイル#1の電流波形

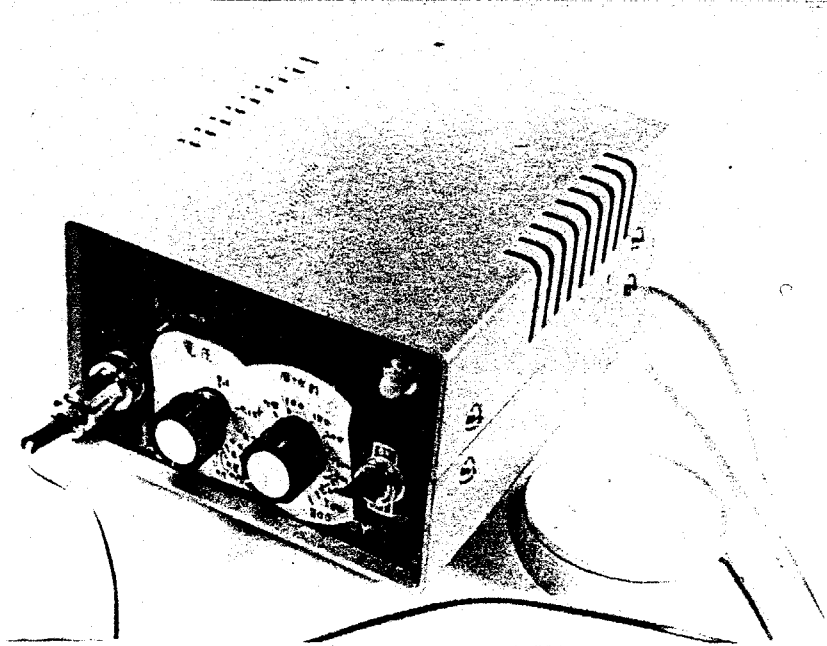


図2-6  
装置-1 全景

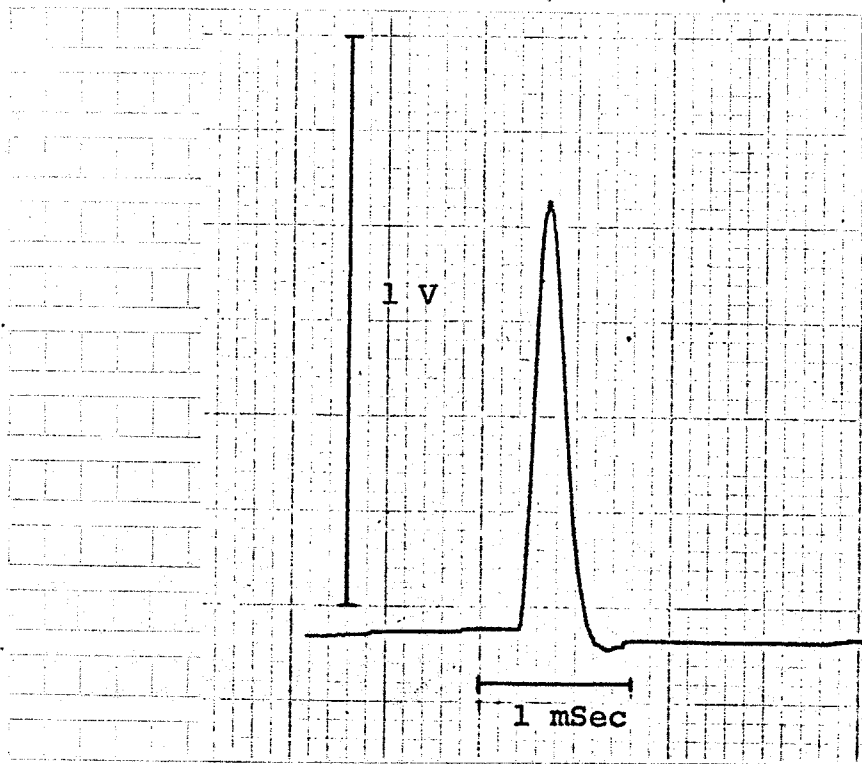


図2-7  
コイル#2の開放電  
圧波形

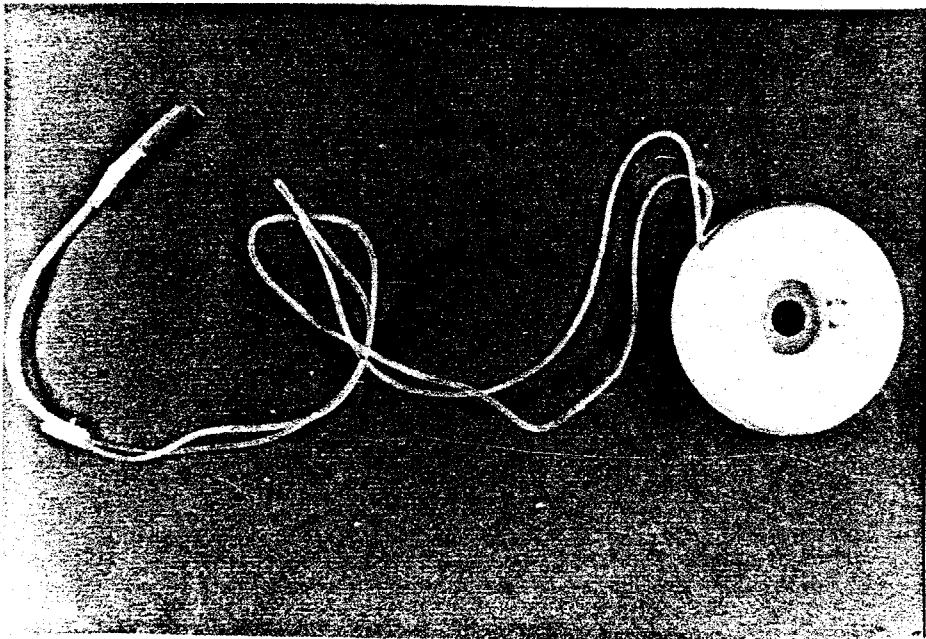


図2-8  
コーティングを  
ほどにした2次コ  
イル。

脊髄内に挿入するダイポール電極は直径約0.7mmで、リード線の皮覆を兼ねた絶縁チューブの表面に固定されている。(図2-9参照)

電極の形状と電界強度分布の関係を明らかにするために、脊髄の一節を、直径15mm長さ25mmの絶縁体で囲まれ導電率の様な液体で満たされている円柱にモデル化して考え、この中心部分に図2-9のダイポールが円柱

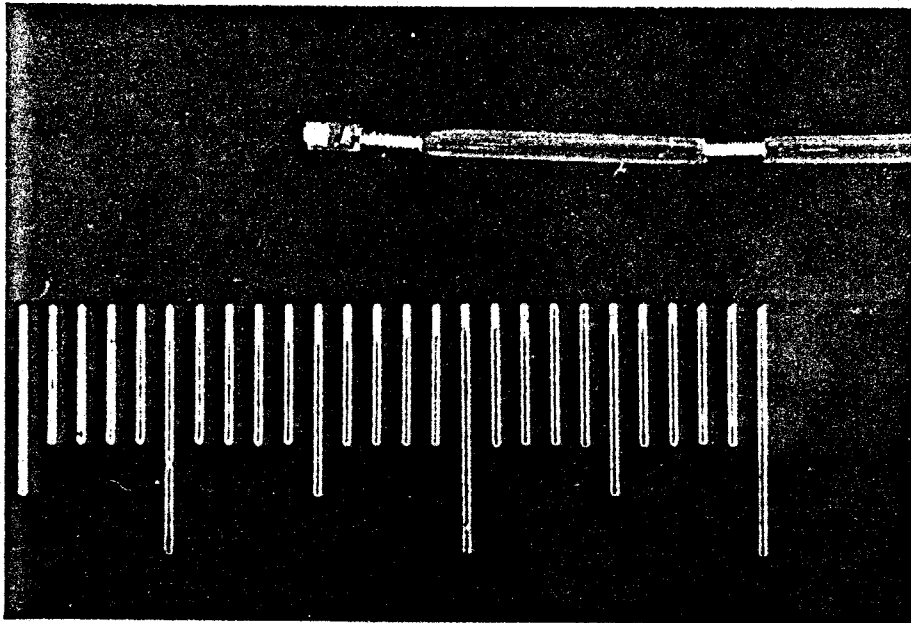


図2-9  
脊髄内挿入用  
ダイポール電極

の軸と平行に置かれてゐる場合を想定して、緩和法による計算を行った。



ダイポールの作る界は2つの電極を2等分する平面と円柱の軸に関して対称なので、図2-10(a)の面を、電極の軸を中心、に360度回転させたものとして解析する事ができる。図2-10(a)の斜線部分  は電極に相当し、 は電

図2-10中の番号	W(mm)	T(mm)	入力抵抗( $\Omega$ )
a	2.7	0.90	747
b	2.7	1.98	429
c	2.7	3.60	277
d	4.5	0.90	762
e	4.5	1.98	438
f	4.5	3.60	283
g	6.3	0.90	777
h	6.3	1.98	442
i	6.3	3.60	290

表2-2 図2-10の  
電極の形状及び  
入力抵抗値。

(電極直径: 0.72 mm,  $\rho = 0.67 \text{ mhos/m}$ )

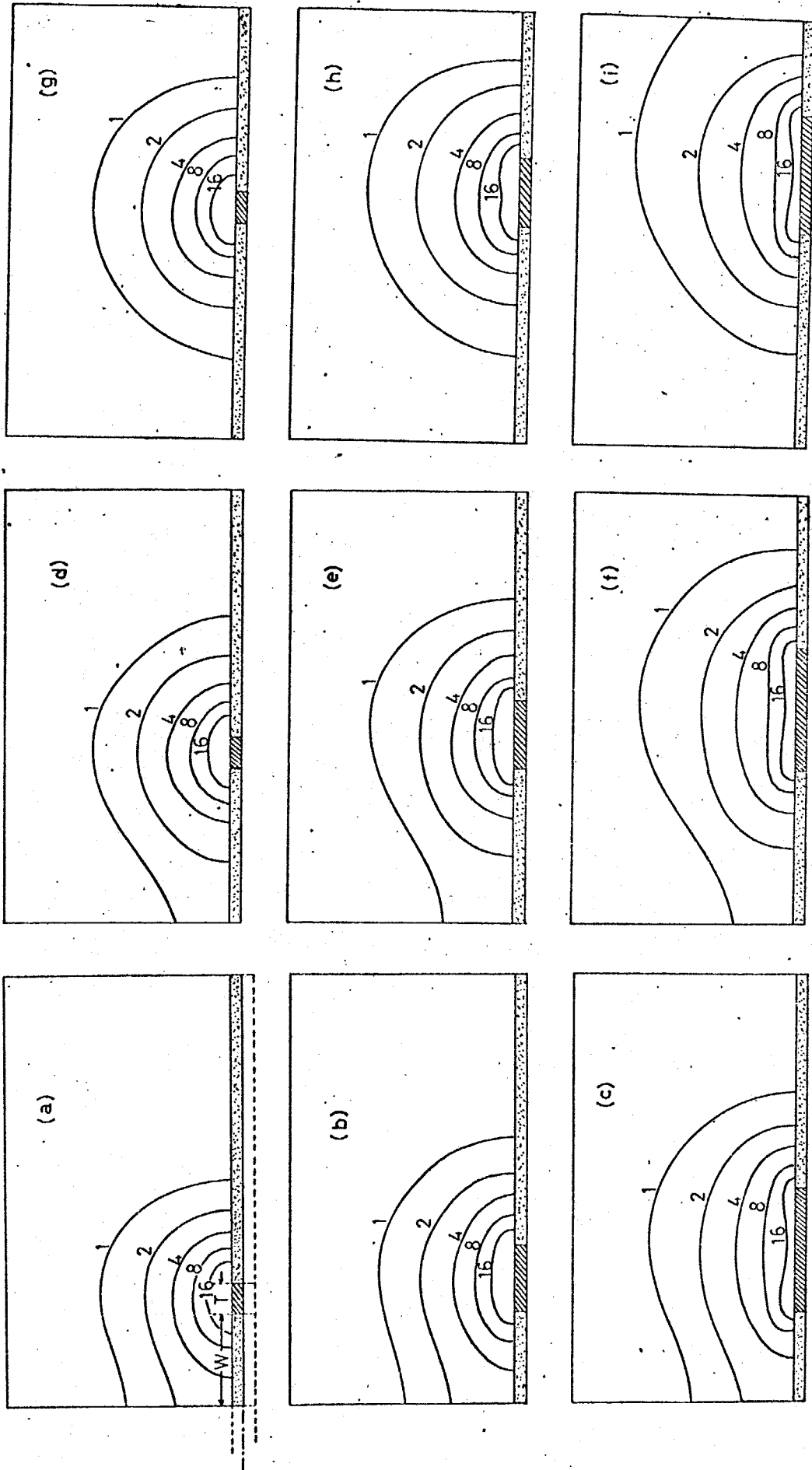


図2-10. 脊髓内に置かれたダイポール周辺の静電界強度分布 (ダイポールへの供給電圧が一定の時の相対値)



極を支える絶縁体を表わす。同図左境界は完全導体、上部及び右側境界は絶縁体とみなす。(右側は実際には次の節との連絡が有り、完全な絶縁体ではないが、界分布には大きな影響を与えない部分なのでこの仮定は結果に大きくは響かない。)

電極の形状を変えると入力抵抗も変化する。図2-10(a)~(i)はパラメータ $W, T$ (図2-10(a), 表2-2 参照)を変えた時に、供給電力が一定になるように印加電圧を変えた時の、電界の強度分布(相対値)の概略を示す。但し、電極の直径は $0.7\text{mm}$ 一定とする。(計算方法の詳細は付録2参照)

図2-10(a)~(i)を比較すると、(a)、(d)、(g)のように電極の表面積が小さいと、電界は電極の極近傍で特に強くなり、大部分の電力がこの領域で消費されてしまう。また、(g)、(h)、(i)のように電極間隔が大きいと当然の事ながら2つの電極の中間部分の電界強度が低下する。

神経細胞または神経線維にパルス状の電界を加えてこれを興奮させる時のしきい値は、細胞或いは線維と、電界の方向によって異なると考えられるが簡単のために電界強度 $|E|$ だけで評価するならば、本刺激法では切開手術を行わずに電極を脊髄内に挿入するので電極位置を正確にコントロールする事が困難であるから、電界強度分布がある程度広い領域に及ぶものが好ましい。実際に用いた電極(図2-9)は図2-10(e)に相当する。

脊髄内は髄液で満たされているが、髄液と電気的特性の類似していると思われ、血液についての導電率 $\sigma = 0.67\text{mhos/m}$ を用いた各電極(図2-10(a)~(i))の入力抵抗値を表2-2に附記する。尚、臨床実験での測定値では、(e)の電極について、入力抵抗は約 $500\Omega$ で、計算値の $438\Omega$ に近い値である。

## ☐ Trans Cutaneous Stimulator (装置2)

装置2で用いているTrans Cutaneous Stimulationは皮膚に密着させた電極を通じ、体内に電流を流してDorsal Columnを刺激する方法で、

治療に際して電極埋込み等の手術を必要とせず、患者の心理的負担も少ない方法であるが、電気的には不安定な皮膚を通じ、かなり大きな電流を流すので、安全性に対する注意、皮膚障害防止のための配慮が必要である。

本装置では1ヶ所の刺激点に流す電流の実効値をなるべく低く抑え、その代りに多数点から刺激を加える方法：多点刺激法を用いるために4チャンネルの独立した出力（パルス頻度の調整のみ共通）を持っている。パルス頻度は45~400 PPS可変である。

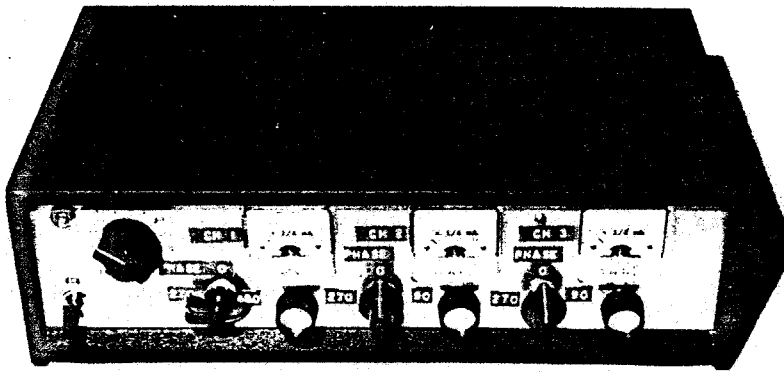


図2-11

装置2の全景

試作装置の全景を図2-11に、回路図を付録3に示すか、各4チャンネルの刺激パルス間の位相差の影響をも調べられるように各4チャンネルの位相を独立にコントロールできる回路構成となっている。皮膚の抵抗値（数 $k\Omega/cm^2$ ~数 $10k\Omega/cm^2$ ）、容量（数 $4PF/cm^2$ ）とも非線形性を持つばかりでなく、発汗等皮膚の表面状態によって時々刻々変化する。従って安定な刺激を与えるためには刺激用発振器は定電流的な動作をする事が望ましい。本装置では基本的には電圧出力の構成となっていて、尖頭電圧0~50V可変であるが、（波形は図2-12参照）高抵抗とコンデンサー（0.1 $\mu F$ ）を介して出力されているので、定電流源に近い動作をする。皮膚の非線形性とパルスの非対称性によって電極から体内に流入する電流の時間平均が零になる。体内での電気分解によって障害が

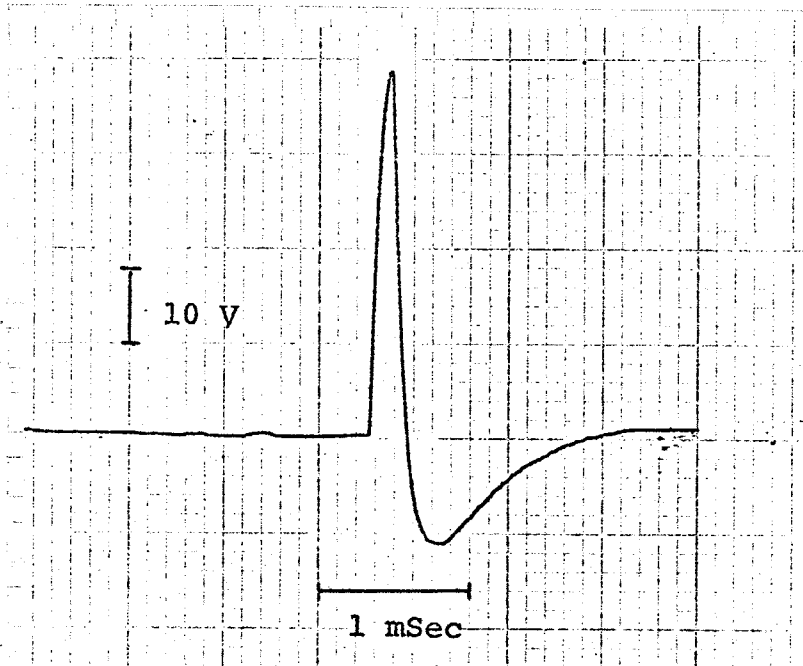


図2-12

装置2の出力開放電圧波  
形

起る恐れが有るが、出力端に直列に入っているコンデンサー(0.1 $\mu$ F)はこれを防止するのためにも作用する。

安全性の面で最も問題に存するのは感電事故であるが、60Hzの正弦波の場合、上肢から反対側の下肢に流れる電流が100mAを越すと Ventricular Fibrillation (心室細動)を起す危険があるとされている<sup>(26)</sup>。また、心筋部分での電流密度にして300 $\mu$ A/cm<sup>2</sup>という報告もある<sup>(27)</sup>が、このしきい値は刺激の周波数が上昇すると高くなる傾向にある。又、Fibrillationを起すしきい値は刺激電流のpeak値よりもむしろ実効値が関係するものと考えられていて、Trans Cutaneous Stimulationの場合のように duty cycleの小さい場合には、しきい値はパルスのピーク値で500mA程度ではないかとされている<sup>(28)</sup>。

本装置では出力端短絡の場合にもピーク値で15mA程度の電流しか流れないようになっていて、安全性は十分確保されている。(米国で試みられている例では最大ピーク値85mAのものも使用されている<sup>(29)</sup>)。また、100V電源からのリークによる感電事故を未然に防ぐために、電源には乾電池を使用している。

## 2-5 臨床結果

## □ Coil Couplingによる刺激法——

図2-13は内径約1.5mmの特殊な針を用いてダイポール電極(図2-9)を脊髄(T<sub>10</sub>)に挿入する所を示す。本刺激法は現在までに2名の患者について行った。各患者の病名、痛みの部位、刺激点、痛覚阻止の効果を表2-3に示す。痛覚阻止の効果は、非常に良く効く---(++), 効果有り--(+), 効果ナシ---(-)の3段階で表示してある。

本来Coil Coupling法は皮膚を通して磁気的なCouplingで刺激電流を送り

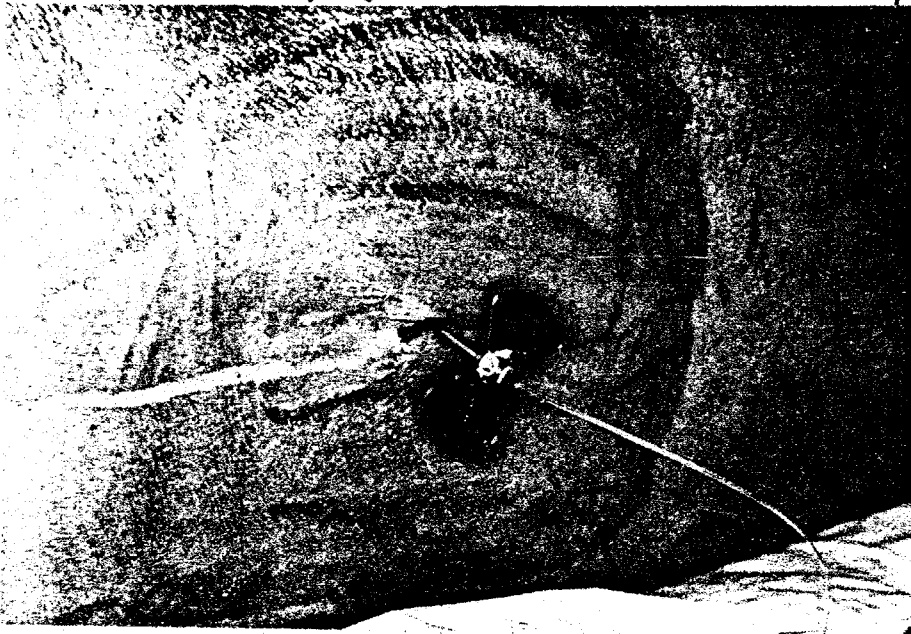


図2-13

特殊な針を用いてダイポール電極を脊髄内に挿入する所。

症例No.	病名	性別	痛みの部位	刺激点	効果
1.	子宮癌	♀	左臀部~下肢	T <sub>10</sub> ~11	++
2.	直腸癌	♀	左幻肢痛, 右下腹部~下肢	T <sub>10</sub> ~11	+

表2-3 Coil Couplingによる刺激法臨床結果

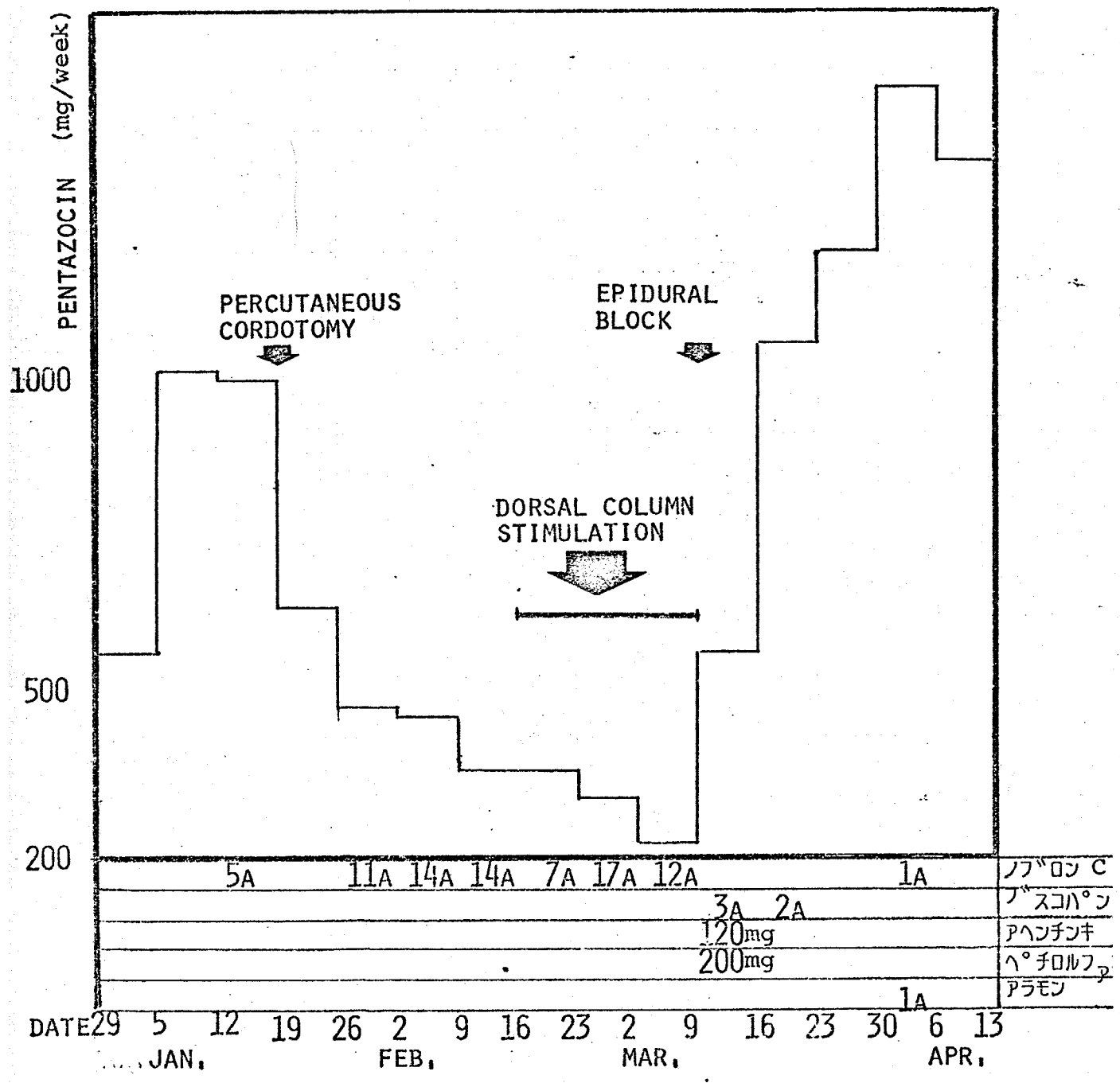


図2-14 表2-3症例2の鎮痛剤使用量変化

込むもので、体内用コイルは弾力性のある腹部に埋め込み、皮下のリード線で刺激点の脊髓へ導くものであるが、今回は予備的な実験であるために、リード線および、体内用コイルは体外に固定した状態で刺激を行った。症例1の場合にはリード線に余裕を持たせなかったため埋込2回後にダイポールからの引出し線が切断してしまった。症例2の場合には3週間にわたって間歇的に刺激を行い、刺激を行っている間の痛みの減少が見られた。パルス頻度、電圧は患者の好みによって変えるようにしたが、パルス頻度300~800pps、尖頭電圧0.7~0.9V (電流値にして1.4~1.8mA)が適当であった。又、極性については、頭に近い方に(-)を加えた方が効果が大きかった。

痛みの感覚は多分に主観的な要因を含むので、定量的に評価することはむずかしいが、図2-14は表2-3症例No.2の患者に対する鎮痛剤の使用量を各週ごとに集計したもので、Dorsal Column Stimulationを行っている間の鎮痛剤の使用量の減少を見ることができた。

#### □ Trans Cutaneous Stimulationの結果 —

図2-15は試作装置2を用いてDorsal Column Stimulationを行っている所を示す。皮膚に密着させる電極は電極表面積約1cm<sup>2</sup>の円型、disposableな心電図用電極を用いた。この電極には皮膚との接触抵抗を低くす

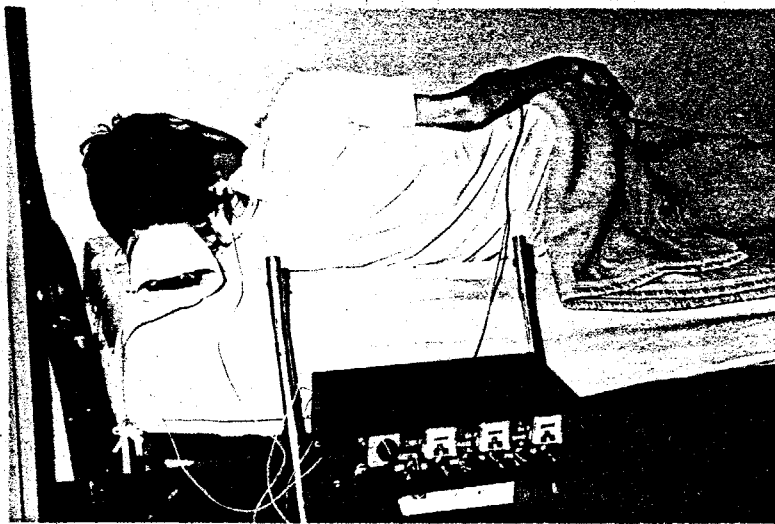


図2-15

Trans Cutaneous  
Stimulatorを用いてい  
る所。

るための Electrode paste が付着されている。現在までに10名の患者に対して臨床使用を行い、良好な結果を得たが、その成績を表2-4に示す。

刺激電流はいずれも4~8mA (peak値)で、パルス頻度は300Hz程度が良好であった。症例2の患者の場合には右上肢に激しい痛みがあった。Dorsal Column Stimulationを行う以前は約半年間痛みのために食欲不振、睡眠不足等の症状が続いたが1回/1~2時間づつ4~5回のDorsal Column Stimulationを行った結果、刺激停止後も痛覚阻止の効果が継続し、もはや刺激を必要としない程の効果をあげることができた。

症例No.	病名	性別/年齢	痛みの部位	電極取付位置	効果
1	直腸癌	♂ 35	左下肢(足先)	T <sub>10</sub> ~L <sub>4</sub> (3ヶ所)	++
2	肺癌	♂ 51	右上肢	C <sub>3</sub> -C <sub>5</sub> , radial nerve (2ヶ所)	++
3	肉腫	♂ 47	左胸壁から左下腹部	C <sub>7</sub> ~L <sub>2</sub> (3ヶ所)	+
4	肺癌	♂ 50	腰部より背部にかけて	T <sub>4</sub> ~L <sub>5</sub> (3ヶ所)	+
5	乳癌	♀ 44	左胸壁	C <sub>7</sub> ~T <sub>7</sub> (3ヶ所)	-
6	神経線維腫	♂ 26	左下腹部より左下肢	T <sub>8</sub> ~L <sub>5</sub> (3ヶ所)	+
7	上咽頭癌	♂ 50	右側頸部	C <sub>1</sub> ~C <sub>4</sub> (3ヶ所)	++
8	肺癌	♂ 60	左胸壁背部	T <sub>1</sub> ~T <sub>4</sub> (3ヶ所)	+
9	腹部腫瘍	♀ 12	右上腹部	T <sub>6</sub> ~T <sub>10</sub> (3ヶ所)	+
10	脳腫瘍	♀ 33	左上下肢(半身の痛み)	C <sub>4</sub> ~T <sub>7</sub> (3ヶ所)	+

表2-4 Trans Cutaneous Stimulation の臨床結果。

## 2-6 むすび

以上、Gate Control Theory を中心とする痛みの情報処理機序について概説し、Gate Control Theory にもとずいて、体外から  $A\beta$  を中心とする太い線維を刺激して不要な痛みを阻止する方法 Dorsal Column Stimulation を行う時の問題点——全体内外のインターフェースの問題を論じた。続いて Coil Coupling による方法については、電極埋込手術の簡素化を計るべく微小タイプ—挿入法を開発し、その装置を試作し、良好な臨床結果を得た。さらに Transcutaneous Stimulation では皮膚障害などが起らないように、1点から加える電流を少なく押え、そのかわり複数個の点から刺激を加える多点刺激法を提案し、これに適した3チャンネルの Stimulator を試作し、満足な臨床結果を得る事ができた。臨床実験の結果では、Dorsal Column だけでなく、Peripheral nerves に対しての刺激をも併用して、より良い結果を得る場合があった。(表2-4 症例2) Peripheral nerves の刺激を主とする中国はり師の研究も最近、痛覚の機序の生理学的研究を進めているようである。今後の成果が期待される<sup>(28)</sup>。

本章では痛覚を主に Gate Control Theory にもとずいて扱ってきたが、痛みの中にはこれだけでは説明のできないものもある。例えば視床痛に関しては、視床外側の特殊感覚核と内側の非特殊核群の間の視床内反響回路によって、異常なインパルスが増大されて起るのではないかという考え方もある<sup>(29)</sup>。

今後 Central, Peripheral 両面での痛みの機序のさらなる解明と、総合的な療法の開発が望まれる。



## 第3章 層状ランダム神経素子回路の パターン分類能力

### 3-1 はじめに

生体は外的刺激、自発的意志などに基づいてさまざまな行動(反応)を行うが、複雑な刺激を行動に結びつける過程で刺激のパターンを分類する作業が何等かの形で含まれているものと思われる。このようなパターン分類機能が或る神経回路によって担われていると仮定するならば、その構造は個体の発生過程で容易に実現される程度一様で、単純なものである事が予想される。この点、構造の上ではかなりの自由度を持ちつつ高度の情報処理能力を目標に最適化されてきた工学的な分類機械とは若干その様相を異にする。

生体の行動(反応)をSkinner流に分類すると、<sup>(38)</sup> respondent行動とoperant行動とに分けられる。前者に対しては、受容器→反射中枢→効果器という基本的構成で説明されるが、その神経構造はほとんど遺伝的、生得的に与えられていて、パターン分類機能を含んでいるとしても大きな可塑性を持たない固定化されたものである。これに対してoperant行動の場合には環境のさまざまな側面についての刺激と内部状態によって行動が決定されるものであって、高度のパターン分類能力、しかも後天的に学習によって得られる部分を持つているものと考えられる。この学習方法については、教師付のもの、生体内の一部が教師となって他の部分の学習を助けるもの、そして全く教師のない学習などが考えられるが、いずれの場合にも学習の過程にどのような形で可塑性が導入されているかによってモデルの形態は全く異なったものとなる。

高等動物の行動の多くの部分は何等かの形で大脳の神経系が関与するものであり、工学的応用面を考えた場合にも大脳の情報処理こそが最も解明を望まれた課題である。しかしながら大脳皮質の構造は構成細胞の形態が多岐にわた

る事、3次元的なニューロン配置が支配的である事が障害となって説明が遅れ、<sup>(30)</sup> 2,3の細胞を除いてニューロン相互の接続関係を論じる段階にまで至っていない。

一方小脳の皮質については、大脳に比して構成ニューロンの種類が少ない事、2次元的なニューロン配置が支配的である事、そして皮質全面にわたってほぼ同一の微視的構造を有する事などから生理学的な説明が進み、<sup>(31)</sup> ニューロン相互の接続関係についてかなり定量的な扱ひが可能になってきている。小脳の動作の多くは大脳の運動領とも関係を持っているので、小脳のみを全く切り離して考えた事はできないが現在の生理学的な研究成果から考えて、小脳皮質についての考察が脳の情報処理機構を説明していくうえでの糸口になるのではないかと思われる。

D. Marr<sup>(32)</sup> (1969)は、小脳皮質がパーセプトロン——教師付の学習機械——として働いているのではないかという仮説を提案したが、Eccles, Marr等の実験では仮説の骨格をなす部分——登上線維入力が教師となってシナプスの伝導度を変化させ——に関して肯定的結論は得られていない。<sup>(32)</sup>

小脳の教師付学習モデルについては第5章で詳しく触れるが、本章では、小脳皮質に見られる層状の神経構造を模した、層状ランダム神経素子回路モデルに、樹状突起の感受性極限化という、生理学的に妥当性のある形で可塑性を導入する事によって、この回路が低品質な教師ナシのパターン分類器として動作する事を示し、その分類能力を評価するとともに、モデルのハードウェア化を試みる。

### 3-2 小脳皮質の神経構造

主に運動の統合器官としての役割を果たす小脳は、系統発生的には前庭神経核の上位中枢として延髄の一部が隆起したもので、種の進化につれて虫部が<sup>(32)</sup>くち、さらに四肢の発達につれて半球部がこれに付け加わった。

哺乳類の動物の小脳は皮質部および小脳核(室頂核, 球状核, 栓状核, 歯状核)とその間にある髄質から成るが、この中でシナプス結合が有って本質的な情報処理に関係するのは灰白質から成る核および皮質の部分である。特に広い表面積(人間では10cm x 100cm)を有する皮質部は大量の情報処理、ないしは蓄積に大きな役割を果たしているものと思われる。<sup>(30)</sup>

小脳皮質には中数mmのfoliumと呼ばれるうねがあり、その各々のfoliumの中には、図3-1に示すようにPK:ポルキンエ細胞, Ba:バスケット細胞, mf: 苔状線維, Cl: 登上線維, St: 星状細胞, Go: ゴルジ細胞で占められている。(但し、実際のfoliumでは細胞の密度は図よりはるかに大である)

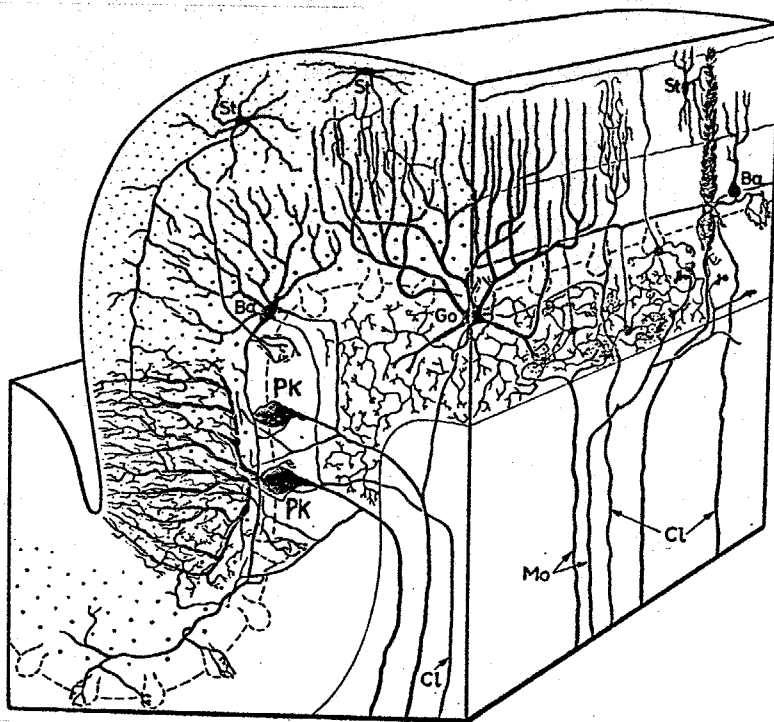
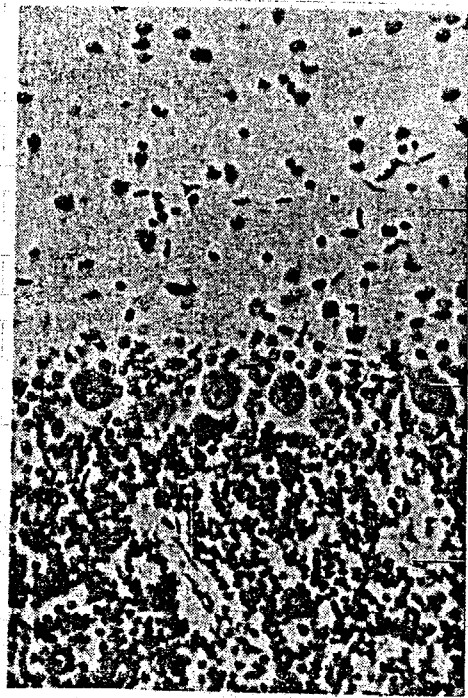


図3-1  
foliumの断面  
(J. C. Eccles<sup>(31)</sup>による)

これを組織学的に観察すると、図3-2(a)に示すように表面に平行した3層が区別される。(染色法によって見える細胞、部位は著しく異なる。)



分子層

フオルキンエ細胞

顆粒細胞

(a) 皮質断面 (ニッスル染色)



(b) フオルキンエ細胞 (ゴルジ染色)

図3-2 小脳皮質のニューロン (勝木<sup>1)</sup>による。)

表面から(図3-2(a)では上から)第1層は分子層で細胞核はほとんどなく、第2、第3層の細胞から多数の軸索、突起が上ってきて、ここでシナプス結合を起こす。第2層にはフオルキンエ細胞が1列に並んでいて、第1層に向かってみごとな樹状突起(図3-2(b))を伸ばしている。小脳に入ってくる情報は最終的に

にはプルキンエ細胞に集まり、その出力は軸索を通して小脳核に至り、全て抑制性のシナプス結合をする。(小脳皮質から直接小脳の外部へ出て行く線維はない。) 第3層は多数の小さな顆粒細胞からなる。この顆粒細胞の軸索は第1層に入り込み、2つに分かれ、表面に平行、フォリウムの縦方向に両方向へ伸び、この間多数、プルキンエ細胞の樹状突起と結合する。

今までに知られている小脳皮質中の各神経細胞の個数、発散数(その細胞の出力が何個の細胞の入力端と結合しているか)、集束数(その細胞の入力には何個の細胞からの出力が接続されているか)を表3-1に示す。(最近これら他に“青斑”と言われた第3の入力経路が発見されたという報告もあるが、<sup>(38)</sup>その詳細については不明である。)

NUMBERS	DIVERGENCE NUMBER	CONVERGENCE NUMBER
(EXCITATORY)		
4.8x10 <sup>6</sup> Mossy fibers	↓ 460	4.2
2.2x10 <sup>9</sup> Granule cells		
Parallel fibers	↓ 45	80,000
1.2x10 <sup>6</sup> Purkyne cells	↓*	20-50
1.2x10 <sup>6</sup> Nuclear cells		
-----		
1.2x10 <sup>5</sup> Inferior olivo cells		
Climbing fibers	↓ 10	1
1.2x10 <sup>6</sup> Purkyne cells		
-----		
(INHIBITORY)		
Mossy fibers	↓ 460	4.2
Granule cells		
-----		
Parallel fibers	↓ 20	20,000
7 x 10 <sup>6</sup> Basket cells		
-----		
Basket cell axons	↓ 8	50
Purkyne cells		

\*inhibitory

表3-1 小脳皮質ニューロンの接続関係 (Eccles<sup>(32)</sup>による)

小脳皮質への主要な入力経路は苔状線維と登上線維の2種類で、出力はフォルキンエ細胞の軸索だけである。これに顆粒細胞、バスケット細胞、ゴルジ細胞、星状細胞がどのように接続されているかを略記すると図3-3のようになるが、小脳皮質のニューロン配置は各細胞が層をなし、その層内での結合は比較的乏しく、主要結合は面から面へと行われている。

橋核、前庭核等から苔状線維を通して入ってくる入力について考えると、1本の苔状線維は皮質近くで400~600に分枝し、その1つ1つの終端は、Rosetteと呼ばれる。次に情報を受け継ぐ顆粒細胞は平均4.2個のclaw(入力端に相当)を出しているが、このclawとRosetteはグロメルルスと呼ばれる構造を作っている。1つのグロメルルス内では約20個のclawと1つのRosette、ゴルジ細胞の軸索終末、樹状突起がコンパクトにからみ合って相互にシブアス結合を作っている。顆粒細胞は4個ないし5個のグロメルルスに

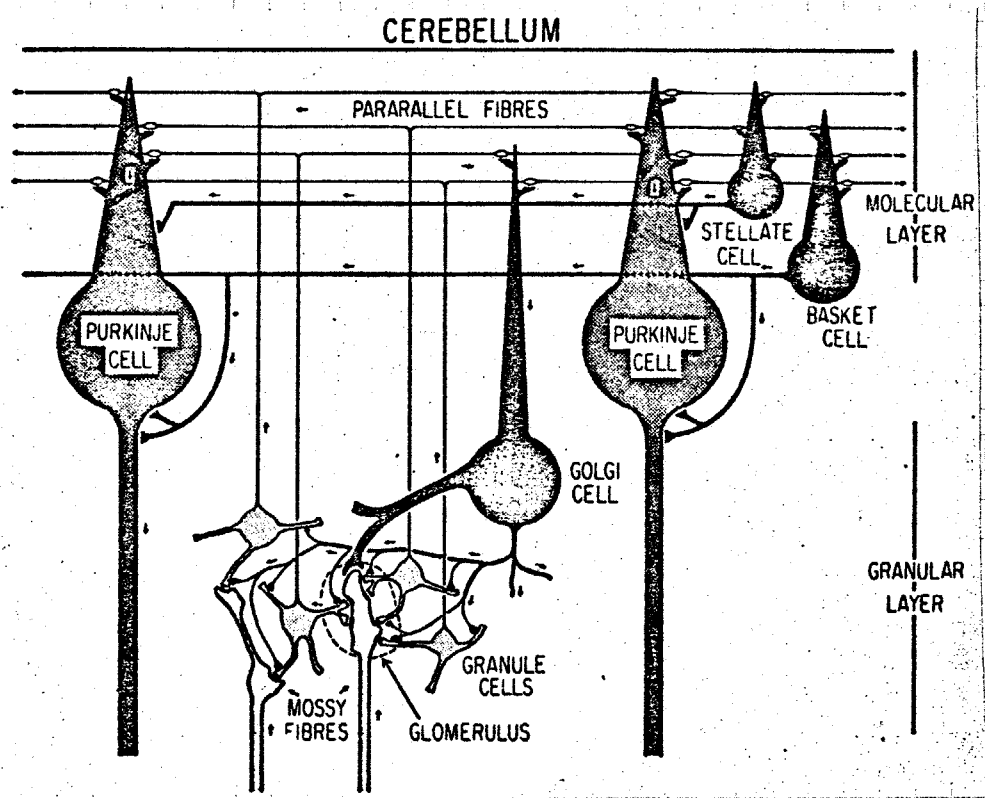


図3-3 小脳皮質部のニューロン接続関係 (Eccles等<sup>81)</sup>による)

claw を伸ばし入力を受けると、この顆粒細胞の出力は軸索を経て分子層の平行線維に伝えられ、西方向に約1mm 進む間にプルキンエ細胞の樹状突起と西方向で約200箇所て接触する。(実際にシナプス結合を行っているのは約45箇所)。一方1個のプルキンエ細胞から見ると約8万個の平行線維からシナプス結合を受けている事になる。プルキンエ細胞の樹状突起と顆粒細胞の平行線維の作り出すこの構造は大きな発散、集束のために極めて命令の良い配置である事はよくから指摘されている。

他の1つの入力経路、下オリブ核からの登上線維はプルキンエ細胞の樹状突起にからみつきながら興奮性の強固なシナプス結合を作り、1つの登上線維を上行するインパルスはプルキンエ細胞を確実に発火させる。

この他プルキンエ細胞とはほぼ同数のバスケット細胞はプルキンエ細胞同様平行線維から入力を受けると、その出力は抑制性でフォリウムを横断する方向に約±1mm 伸びている軸索を通じ、周囲のプルキンエ細胞を抑制する。

以上の様に主要な結合は面から面へ行われていて、特に莖状線維—顆粒細胞—プルキンエ細胞の3層に関しては Rosenblatt の単純パーセプトロンとの類似が指摘されている。

## 3-3 ランダム結合によるパターンの分離

前節で述べた小脳皮質の神経構造の中で、主要な入力経路である苔状線維 (mf) → 顆粒細胞 (gr) → プルキンエ細胞 (PK) 間の興奮性入力経路だけを考えて、この経路を1個のプルキンエ細胞に着目して模式的に示すと図3-4の層状構造で表わされる。

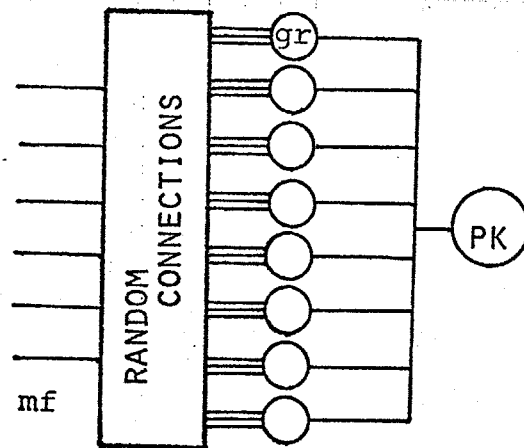


図3-4 小脳皮質苔状線維入力経路

ここで図3-4 mf層に与えられたパターンが gr層ではどのように変換されるかを明らかにするために grの入力端数  $R$  を2として考えてみる。  $n$ 本の mf入力を  $x_1, \dots, x_n$  とすれば、  $x_i$  および  $x_j$  を入力に持つ grの出力状態を  $(i, j)$  要素とした  $n$ 次正方行列  $G$  を作る事ができ、 mfとランダム接続されている任意の grの出力状態は  $G$  の中に見出される。今、 mfの入力として一部分重複した  $A, B$  2つの  $n$ 次元2値パターンを与え、 grのしきい値は  $R (=2)$  個の入力がともに "1" である時に限り grが "1" を出力するように定められていると仮定すると、 grの各パターンに対する出力に従って、行列  $G$  を図3-5に示すように、領域 I ~ IV の4つの領域に分割して考える事ができる。



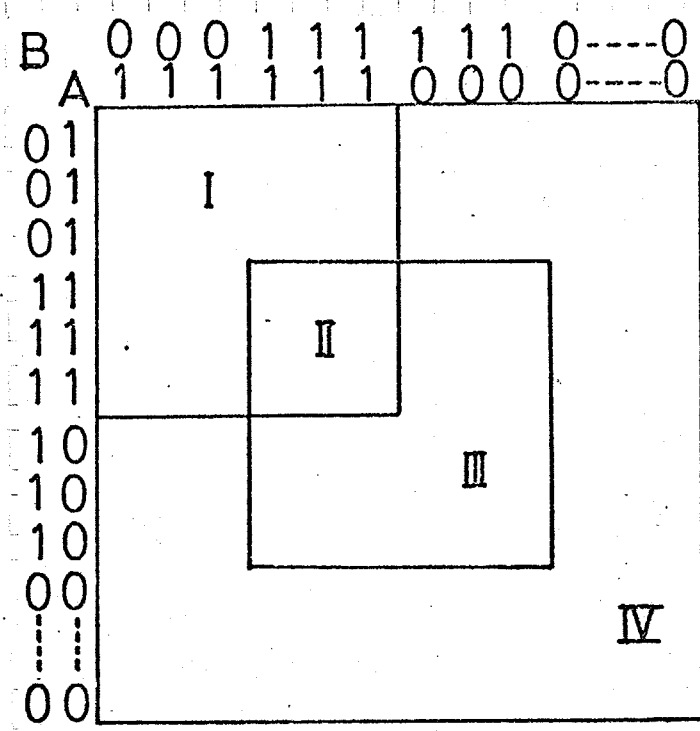


図3-5  
顆粒細胞の入出力関係

領域IはパターンAに対してのみ“1”を出力するgrを含む領域、IIはA、B両者に“1”を出力するgrを、IIIはBにのみ選択的に“1”を出力するgrを、そしてIVはA、Bどちらに対しても“0”を出力するgrをそれぞれ含む領域を示す。mf-gr間の接続がランダムな場合、図3-5の領域I~IVにある要素は、それぞれの領域の面積に比例した確率で無作為に選ばれる。選ばれるm個のgr出力はm次元のパターンを形成するが、このm個の中に領域I、IIIのgrが多数含まれている場合には、mf層からgr層への変換は、2つのパターンを分離する働きを示す。

D. Marr<sup>(33)</sup>はパターンA、Bの少なくとも一方には“1”を出力するmfおよびgrにだけ着目するとmf→grの変換によってパターンA、Bの分離が改善されると主張した。すなわち、パターンAに対して“1”を出力するmfの本数をL、A、B両者に“1”を示すmfの本数をWとした時、 $X_{mf} \equiv W/L$ はmfレベルでのパターンの重複を示す指標の1つと考えられる。一方grレベルではパターンAに対して“1”を出力するgr数と、A、B両者に対して“1”を

出力する gr の比  $X_{gr}$  は式(3-1)で与えられる。

$$X_{gr} \approx \frac{S_{II}}{S_I + S_{II}} = \left(\frac{W}{L}\right)^2 \quad (3-1)$$

ここで  $S_I$  は領域 I の面積を示す。  $W/L < 1$  を考慮すると  $X_{gr} < X_{mf}$  なるので、パターンの重複が減少するとしている。式(3-1)の評価は  $R > 2$  の場合にも拡張され、式(3-2)が成立して  $R$  の増加とともにパターンの分離は改善される。

$$X_{gr} \approx (W/L)^R \quad (3-2)$$

小脳皮質では gr 数は mf 数の約  $2 \times 10^3$  倍程度有り、パターンは次元数の拡大された gr 層の中では大きく分離される。大きな次元の中で分離されたパターンはそれが効果器へ与えらる過程では整理統合され、一般にはより小さい次元のパターンに変形されるが、この変形の過程では元とたび gr 層で分離されたパターンの分離の良さを損わらない工夫が必要である。Marr の小脳パーセプトロン説では PK 細胞が多数の gr から信号の荷重和を取り事によって出力は mf 数の約 1/4 程度の PK に整理統合される。この場合荷重は小脳への他の入力経路である登上线維によって調整されると仮定している。興味深いものではあるが、Marr, Eccles 等の実験では現在のところ否定的な結果が得られている<sup>(32)</sup>。また、一部の生理学者からは登上线維入力の本質的な情報伝達に関する事にも疑問が持たれている<sup>(36)</sup>。

そこで、ここでは登上线維入力を教師として考えなくても、より単純な生理学的仮定の導入によって gr 層で得られたパターン間の分離の良さをなるべく損わらずに出力の次元数を低減させる事が可能であり、この事によって層状ラングム神経素子回路が教師なしのパターン分類器として動作する事を示す。

図3-5のように A, B 少くとも一方には "1" を出力する gr は常に零出力の多数の gr 中に散在する。そこで次元の拡大された gr 層でのパターンの分離をなるべく損わらないようにして出力次元数を低減するのは図3-5の G

の中から領域Ⅰ～Ⅲに相当する  $gr$  だけを取り出す選択作業が一つの方法と考えられる。本来このような選択作業は多数の  $gr$  をあらかじめ用意しておいて、領域Ⅰ～Ⅲに入るものを並列的に取り出していくべきものであろうが、考察を容易にするために、次のように逐次試行を重ねて、領域Ⅰ～Ⅲ内にあつた  $gr$  を選定する事を仮定する。

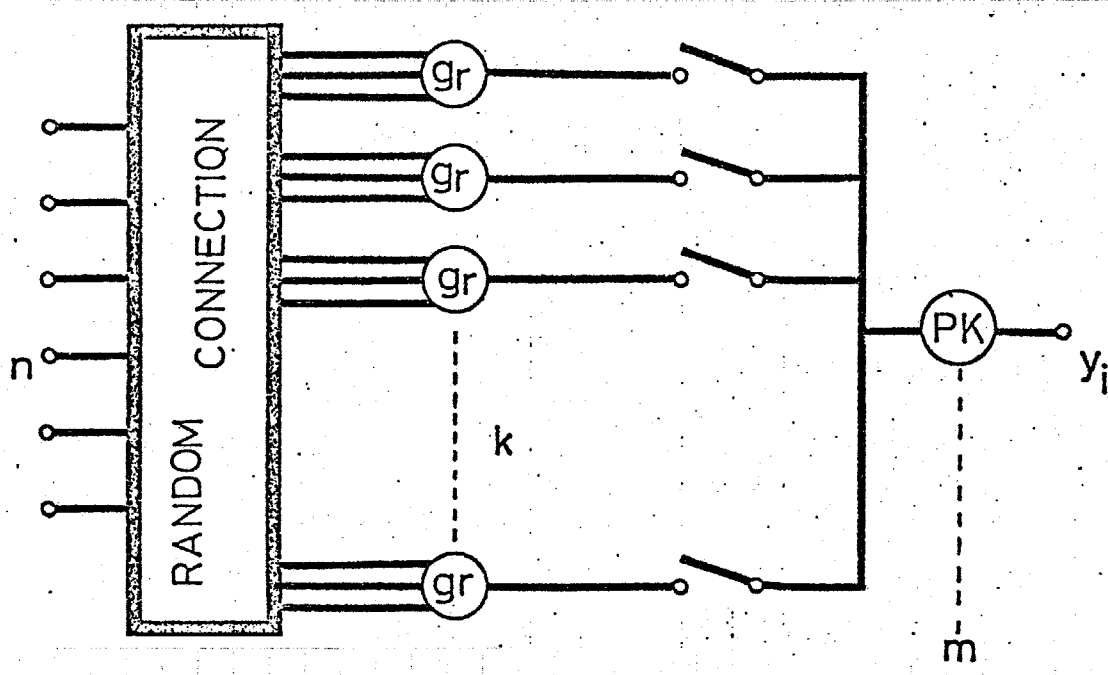


図3-6 モデル1の構成

図3-6 に示すように十分に多くの  $gr$  がそれぞれ  $m$  からランダムに  $R$  個の入力を受けているものとする。また、入力パターンは全て0, 1の2値パターンとして、 $gr$  のしきい値は入力が全て1'の時に限つて  $gr$  出力が1'になるように定める。

$m$  に或るパターンを提示した状態で、はじめに図3-6 の一番上の  $gr$  が1'を出力するかどうかを調べ、この  $gr$  の出力が1'でない場合には逐一他の  $gr$  の出力を調べていく。そしてじめて出力が1'の  $gr$  を見出したとき、その  $gr$  の出力側のスイッチを導通状態にして、以降この  $gr$  の出力だけが意味ある信号として外部に出力されるものとする。

図3-6に示すユニットはこのようにして図3-5の領域I~IIIにお、grを1個選出する事ができる。この時“1”の出力を示すgrにはじめて遭遇するまでの平均的な試行回数:  $N_{\text{trial}}$  は、ほぼ式(3-3)で与えられる。

$$N_{\text{trial}} \approx 1/\alpha^R \tag{3-3}$$

但し、入力mfの次元数nはRに比して十分大、パターンの中の任意のビットに着目した時、これが“1”である確率を $\alpha$ とする。

パターンの提示方法は、試行ごとに幾つかのパターンの中から1回に1個づつランダムな順序で与える方法と、特定のパターンだけを最後まで提示し続ける方法が考えられるが、前者の場合にはどのパターンに対して“1”を出すようにgrが選定されるかは全くランダムに決まる。図3-6のユニットをm個用意するとm次元の出力パターンが得られて、mfレベルでのn次元パターンXからgrレベルでのm次元パターンYへの変換が行われる。この変換を行列表示すると式(3-4)が得られる。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 2 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix}}^{U_R} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$= [A] U_R \{ [R] X \} \tag{3-4}$$

但し  $U_R \{ X \}$  は、XがR以上の時に“1”、他は“0”とするしきい値操作で、Xが行列、又はベクトルの時には各要素についてしきい値操作をする事を意味す

る。ℓ行m列(ℓ>>n, m)の行列[R]はn個の入力からR個を無作為抽出する行列で、要素 $r_{ij}$ は“0”又はR以下の自然数となって、任意のi行については $\sum_{j=1}^m r_{ij} = R$ が成立つ。[A]はgrの選択過程で採用されたgrを示すℓ行m列の行列で、要素 $a_{ij}$ は“0”又は“1”をとるが、任意のi行について“1”は唯一回現われる。

図3-6のモデル-1では入力量は連続量として扱ってある。しかし刺激の入力は通常介在ニューロンを介して中枢へ達する。そこでこの介在ニューロンのパルス頻度に関するしきい値効果を考慮して、図3-7のように、入力側にしきい値素子を加えたモデル-2についても併せて考察する。この場合の入出力関係は式(3-5)で表わされる。

$$Y = [A] U_R \{ [R] U_n \{ X \} \} \tag{3-5}$$

但し、 $U_n$ は入力側介在ニューロンのしきい値動作を、 $U_R$ は顆粒細胞のしきい値動作を表わす。

以上のようなgrの選択過程の生理学的モデルについては3-6で述べるが、次節では、一たびgrの選択が行われた場合に、この層状神経回路がどの程度のパターン分離能力を持てるかを評価する。

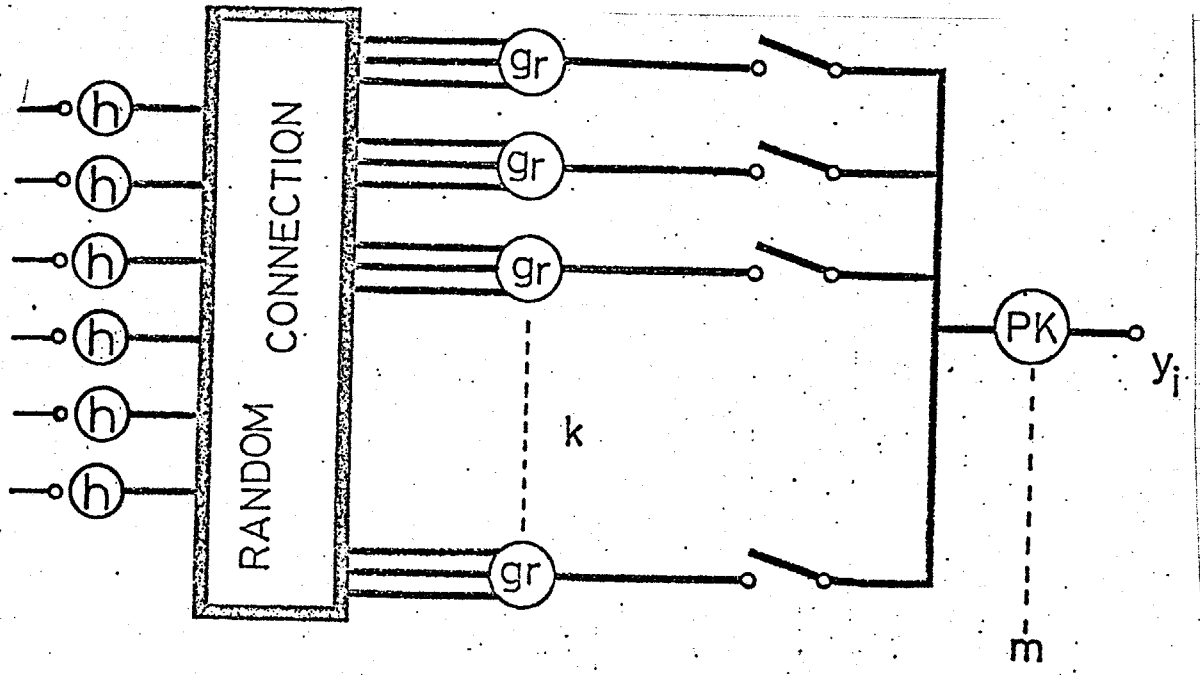


図3-7 モデル2の構成

## 3-4 0,1ランダムパターンに対する分離能力

層状ランダム神経回路の入カパターンと出カパターンの関係は、式(3-4)又は(3-5)で与えられるが、出カパターンの各bitに相当する $g_r$ はそれぞれ全く独立に選出される。そこで、 $g_r$ の選択が終了した段階で、出カパターンの一つのbitにだけ着目してみる。このbitの出力が複数個のパターンの中で特定のパターン1個に対してだけ"1"である確率を $R$ として、以下の確率を評価する。

先ず入カパターン数を $N_p$ とし、各パターンは"1"の出現確率が $\alpha$ で、それぞれ確率的に独立な0,1乱数列とする。前節では各々の $g_r$ について $R$ 個の入力はランダムに復元抽出( $R$ 個の入力の中の2つ以上が同一の $m_f$ からの入力を受ける場合も有り得る)されると仮定したが、ここでは非復元抽出として計算する。両者の差は $n \gg R$ の時には無視される。このような条件のもとで、或る提示パターンが $g_r$ 選択の試行を終了させた場合、このパターンとは確率的に全く独立な任意の1個のパターンに対して、 $g_r$ が"1"を出力しない確率、すなわち $R$ 個の入力中に1つ以上"0"が含まれる確率は $1 - \alpha^R$ で与えられる。よってこのような事象の $N_p - 1$ 項の積として $P_s$ は式(3-6)のように与えられる。

$$P_s = (1 - \alpha^R)^{N_p - 1} \quad (3-6)$$

小脳皮質の顆粒細胞では、 $R = 4 \sim 5$ であるが、いま、 $R$ が任意に変わり得るとすれば、次のように式(3-3), (3-6)から $R$ を消去する事ができる。

$$P_s = \left(1 - \frac{1}{N_{\text{trial}}}\right)^{N_p - 1} \quad (3-7)$$

又は、

$$N_{\text{trial}} = \frac{1}{1 - P_s^{1/(N_p - 1)}} \quad (3-7)'$$

この時のRは式(3-8)で決定する。

$$R \approx \ln \left\{ 1 - P_s \frac{1}{N_p - 1} \right\} / \ln \alpha \quad (3-8)$$

式(3-7)は次のような意味を持っている。すなわち、Rの値を調整することによって、確率 $P_s$ はいくらでも1に近づける事ができる。しかもこの時に要するgr選択の試行回数の期待値 $N_{\text{trial}}$ はパターン数 $N_p$ と設定した $P_s$ だけで決まり、パターン中の'1'の出現確率 $\alpha$ には依らない。

図3-8には、式(3-7)から得られる $N_{\text{trial}}$ と $P_s$ の関係を、 $N_p$ をパラメータとして示してある。gr選択の際にあらかじめ用意するgrの数は $N_{\text{trial}}$ よりも大でなければならぬ。従ってパターン数 $N_p$ が大なる時に高い $P_s$ を得るには非常に多くのgrを必要とする事が分る。

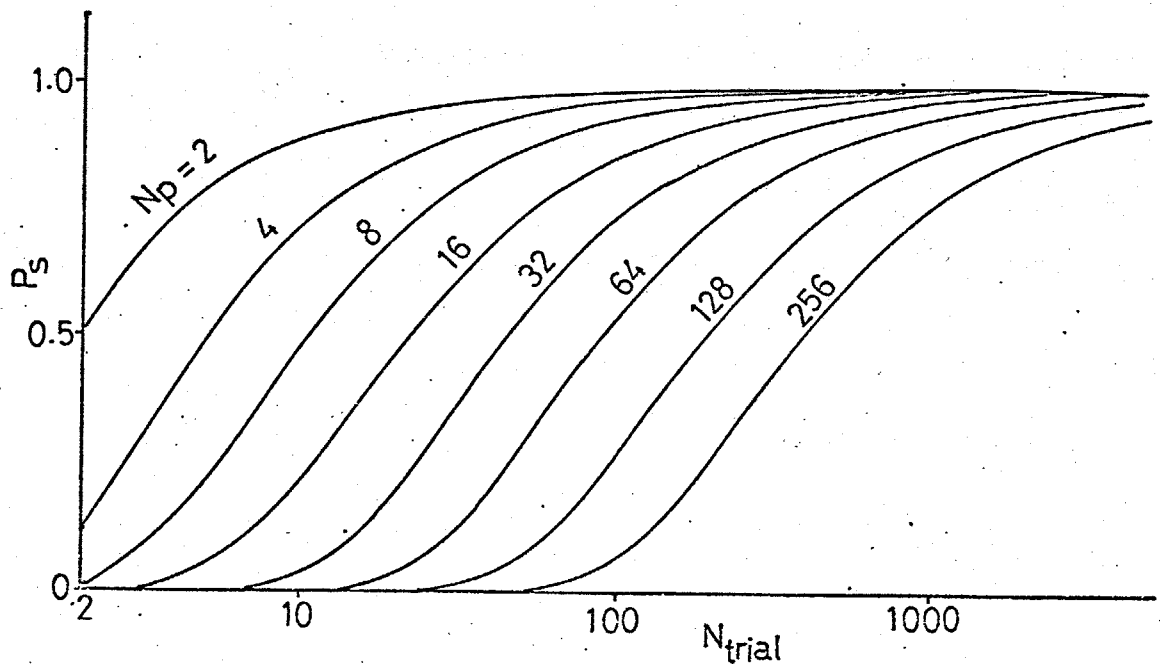


図3-8 ランダム2進パターンに対する分離能力

## □ 計算機シミュレーション

上記の考察では、1bit分の出力に着目して、パターン分類の成功確率  $P_s$  を評価したが、 $g_r$  の選択過程を多数回用いて得られた  $n$  次元の出力パターンはどのようなものになるかという問題を明らかにするために、次のような計算機シミュレーションを行った。

入力パターンは 10 次元の 2 進パターンとして、パターンクラスは A, B, C の 3 クラス、それぞれのクラスの cluster point を  $A_0, B_0, C_0$  で表わす事にする。 $g_r$  の入力端子数  $R$  は 5 とし、モデル 1 の構造を用いる。 $g_r$  のしきい値  $\theta$  は、 $4 < \theta < 5$  に選ぶ。 $g_r$  選択 (訓練に相当) に用いる訓練パターンは表 3-2 (a) に示すように各クラスの cluster point を用いる。 $R$  個の入力選択は 1~10 の疑似乱数を  $R (=5)$  個づつ発生させて行う。訓練パターンは 3 個のパターンを何回も使用するが、乱数の使用効率を高めるために、 $R$  個の乱数 1 組に対しては 3 個の訓練パターンを順次提示、3 回とも  $g_r$  選択の終了条件を満たさない時だけ、この乱数の組を捨てる。

表 3-2 (b) は訓練過程で選ばれた  $R$  個づつの入力の組、10 組を示す。例えば、未知のパターン  $X$  を提示すると、出力の第 1 番目 bit は  $X$  の  $\theta$ , 6, 6, 1, 5 番目の各 bit の入力を評価して、これらが全て "1" であった時に限り "1" を出力する。同様に 2~10 番目の各 bit の出力も決定され、10 次元の出力パターン  $Y$  が形成される。

表 3-2 (c) はこのようにして得られた出力パターン  $Y$  と、入力パターン  $X$  との関係を示す。入力側の 3 つの cluster points は、それぞれ Hamming 距離が 2 つつしか離れていないものを用いたが、出力側では  $d(A'_0, B'_0) = 6$ ,  $d(A'_0, C'_0) = 7$ ,  $d(B'_0, C'_0) = 7$  と大きく分離されたパターンとして現われている。(但し  $A'_0, B'_0, C'_0$  は、それぞれ cluster points  $A_0, B_0, C_0$  に対応する出力パターンを表わす。) この他、それぞれのクラスの cluster points  $A_0, B_0, C_0$  から Hamming 距離 1 以内のパターン計 30 個を提示



TRAINING PATTERNS		OUTPUT INDEX	ADOPTED-INPUT INDICES				
1001101100		1	8	6	6	1	5
1000111100		2	1	5	8	1	5
0001111100		3	4	8	1	7	5
(a)		4	5	4	1	7	4
		5	7	6	6	8	7
		6	6	8	5	1	6
		7	7	1	5	1	1
		8	4	6	7	5	5
		9	1	7	8	8	7
		10	5	5	4	4	8
							(b)

	INPUT X	OUTPUT Y	HAMMING DISTANCES					
			(A <sub>0</sub> , X)	(B <sub>0</sub> , X)	(C <sub>0</sub> , X)	(A <sub>0</sub> , Y)	(B <sub>0</sub> , Y)	(C <sub>0</sub> , Y)
A <sub>0</sub>	1001101100	0111001011	0	2	2	0	6	7
B <sub>0</sub>	1000111100	1100111010	2	0	2	6	0	7
C <sub>0</sub>	0001111100	0000100101	2	2	0	7	7	0
CLASS-A	1001101101	0111001011	1	3	3	0	6	7
	1001101110	0111001011	1	3	3	0	6	7
	1001101000	0001001000	1	3	3	4	6	5
	1001100100	0100000001	1	3	3	4	6	3
	1001111100	1111111111	1	1	1	4	4	7
	1001001100	0000000010	1	3	3	5	5	4
	1000101100	0100001010	1	1	3	3	3	6
	1011101100	0111001011	1	3	3	0	6	7
	1101101100	0111001011	1	3	3	0	6	7
	0001101100	0000000001	1	3	1	5	7	2
CLASS-B	1000111101	1100111010	3	1	3	6	0	7
	1000111110	1100111010	3	1	3	6	0	7
	1000111000	0000001000	3	1	3	5	5	4
	1000110100	1100010000	3	1	3	7	3	6
	1000101100	0100001010	1	1	3	3	3	6
	1000011100	0000100010	3	1	3	6	6	3
	1001111100	1111111111	1	1	1	4	4	7
	1010111100	1100111010	3	1	3	6	0	7
	1100111100	1100111010	3	1	3	6	0	7
	0000111100	0000100000	3	1	1	7	5	2
CLASS-C	0001111101	0000100101	3	3	1	7	7	0
	0001111110	0000100101	3	3	1	7	7	0
	0001111000	0000000100	3	3	1	7	7	2
	0001110100	0000000001	3	3	1	5	7	2
	0001101100	0000000001	1	3	1	5	7	2
	0001011100	0000100000	3	3	1	7	5	2
	0000111100	0000100000	3	1	1	7	5	2
	0011111100	0000100101	3	3	1	7	7	0
	0101111100	0000100101	3	3	1	7	7	0
	1001111100	1111111111	1	1	1	4	4	7
							(c)	

表3-2 計算機シミュレーションの結果

し、これらの出力パターンと、 $A'_i, B'_i, c'_i$  間の Hamming 距離を示してある。  
 同表から明らかになるように30個のパターン中、40%が cluster points の出力  $A'_i, B'_i, c'_i$  に集束し、しかも集束先は入力パターン  $A, B, c$  と完全に一致している。かなりの例外も有るが、全般的に見て、入力側では区別しにくいパターンが出力側では入力側の属性に従って大きく分れて現われている事が分る。

このように上記分類器は、入力パターンを split させて出力する事から、ある種の符号化法とも見させるが、このパターン分類器が理想的な分類を行った場合でも出力側各次元は特定の1パターンに対してのみ '1' を出力するので、 $m$  個の出力次元で、 $N_p$  個のパターンを符号化した場合、任意の2つの出力符号間の Hamming 距離はたかたか  $d_H \approx 2m/N_p$  となる。表3-2の例では、 $d=6$  又は7がこの限界値となっている。

## 3-5 ノイズを含んだ連続値パターンの分離性

前節では入力パターンを0, 1の2値として扱ったが、実際の神経系では個々のパルスの有無よりも、むしろパルスの頻度が情報伝達の本質的な役割を果たしていると考えられている。そこで、ここでは入力が連続量で与えられる場合について、図3-6のモデルに修正を加え、そのパターン分類能力を評価する。

図3-6, 3-7の各モデルの入力を連続量とする。入力パターンはA, B 2クラスからなる場合を扱い、分類器の出力は0, 1の2値とする。入力にはノイズが含まれていて、 $n$ 次元パターン空間内で各々のクラスごとに正規分布をしているものと仮定する。同一クラス内での各次元ごとの分散は $\sigma^2$ 、各次元に含まれるノイズは各々確率的に独立とする。よって $j$ 番目の次元の入力 $x_j$ の分布は次式で与えられる。

$$f_A(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x_j - m_{Aj})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (3-9)$$

---- for class A

$$f_B(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x_j - m_{Bj})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (3-10)$$

---- for class B

前節のように0, 1入力でノイズのないパターンの場合には特定のパターンに対してだけ完璧に"1"を出力する確率 $P_s$ は妥当な評価基準であった。ところがノイズを含む入力に対してはいかに好ましい入力構成を持つ $g_{tr}$ が選ばれてもノイズのために分類の完璧を期することはできない。従ってここでは教師なし2クラス分類器が正しい分類を行う確率 $P_c$ を定義して、これを評価する。

$g_t$  の選択が教師ナシである事を考えると、 $g_t$  選択終了後の分類器の出力が A, B 両パターンに関して、mode-I ( $A \rightarrow 1, B \rightarrow 0$ ) および mode-II ( $A \rightarrow 0, B \rightarrow 1$ ) のどちらであっても、それが首尾一貫して行われる限り正しい分類を行っているともみなさなければならぬ。但し、 $A \rightarrow 1$  はクラス A に属する入力パターンに対して分類器の出力が "1" であることを示す。

式(3-4)で用いた行列  $[R]$  の  $i$  行目で指定される  $R$  個の入力構成を  $y_i$  で表わすとすれば、このような入力の構成によって分類器の分類様式が mode-I, あるいは mode-II になるかは次式で判定される。

$$T \triangleq P(1|A \cap y_i) - P(1|B \cap y_i) \geq 0$$

----- mode-I

$$T < 0$$

----- mode-II

(3-11)

但し  $P(1|A \cap y_i)$  は  $y_i$  なる入力構成によって特徴づけられる分類器にパターン  $x$  ( $x \in$  クラス A) を提示した時に、分類器が "1" を出力する条件付き確率を示す。

一度  $g_t$  が選定されると、分類器の分類様式は mode-I 又は mode-II のどちらかに定まる。このように mode が定まった状態では、或るパターン 1 個を与えた時に分類器が自分の属する mode として正しい分類 (例えば分類器の分類様式が mode-I ならば、本来 A に属するパターンに対しては "1", B に属するパターンに対しては "0" を出力する) を行う確率を  $P_c$  で表わす。

$$P_c \triangleq \sum_{y_i \in \text{mode I}} P(y_i | \text{End}) \{ P(A)P(1|A \cap y_i) + P(B)P(0|B \cap y_i) \}$$

$$+ \sum_{y_i \in \text{mode II}} P(y_i | \text{End}) \{ P(A)P(0|A \cap y_i) + P(B)P(1|B \cap y_i) \}$$

(3-12)

なお、入力パターンの統計的性格は  $g_t$  選択の前後で変らないものとする。

$P(A)$ はクラスAに属するパターンの提示確率、 $P(y_i | \text{End})$ はgrの選択が終了した時にそのgrの入力構成が $y_i$ であった確率を表わす。いま、 $P(A) = P(B) = 0.5$ で、ノイズの小さい場合を考えると、前出の $P_s$ との間に次のような関係がある。<sup>注1)</sup>

$$P_c = \frac{1}{2} (1 + P_s) \quad (3-13)$$

モデル1のgr選択は次のように行われる。mfの入力端に式(3-9)、(3-10)で規定されたクラスA又はBに属するノイズを含んだ $n$ 次元パターン1個を提示する。ここでサンプルパターンとしてA又はBのパターンが提示される確率をそれぞれ $P(A)$ 、 $P(B)$ とする。提示されたパターン中の $R$ 個の要素( $y_i$ で指定)の総和が0以上の時、対応するgrは"1"を出力し、同時にこのgrの出力側スイッチを導通状態にして、gr選択を終了する。終了条件が満たされない時は、サンプルパターンを固定して、他のgrに相当する $R$ 個づつの組を逐一調べていく。<sup>注2)</sup>

$R$ 個の要素中のノイズ独立性より $R$ 個の和には分散 $R\sigma^2$ の正規ノイズが含まれる。従って、サンプルパターンとしてAが提示された時に $y_i$ なる入力構成で、gr選択が終了する確率は次式で表現される。

$$P(\text{End} | y_i \cap A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x - \sum_{i,j} r_{ij} m_{Aj})^2}{2R\sigma^2}\right\} dx$$

(3-14)

但し、 $r_{ij}$ は式(3-4)の $[R]$ の $(i, j)$ 要素である。この他次の関係が成立つ。

$$P(y_i) = R! / n^R \prod_{j=1}^n r_{ij}! \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} P(y_i | \text{End}) &= P(\text{End} | y_i) P(y_i) / P(\text{End}) \\ &= \frac{\{P(A)P(\text{End} | y_i \cap A) + P(B)P(\text{End} | y_i \cap B)\} P(y_i)}{P(\text{End})} \end{aligned} \quad (3-16)$$

注1) mode I では  $P(A \rightarrow 1) = 1.0$ ,  $P(A \rightarrow 0) = 0.0$ ,  $P(B \rightarrow 1) = 1 - P_s$ ,  $P(B \rightarrow 0) = P_s$ .  
mode II では  $P(A \rightarrow 1) = 1 - P_s$ ,  $P(A \rightarrow 0) = P_s$ ,  $P(B \rightarrow 1) = 1.0$ ,  $P(B \rightarrow 0) = 0.0$ .

$$\therefore P_c = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot P_s \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \cdot P_s + \frac{1}{2} \cdot 1 \right\} = \frac{1}{2} \{1 + P_s\} //$$

注2)  $P(A)$ ,  $P(B)$ が不変ならば各試行ごとに提示パターンを変更しても以下の評価は変らない。

$$P(\text{End}) = P(A)P(\text{End}|A) + P(B)P(\text{End}|B)$$

$$= \sum_i P(\gamma_i) \{ P(A)P(\text{End}|\gamma_i \cap A) + P(B)P(\text{End}|\gamma_i \cap B) \}$$

(3-17)

$$P(0|\gamma_i \cap A) = 1 - P(1|\gamma_i \cap A)$$

(3-18)

$g$  の選択を終了させた時のしきい値と、 $g$  選択終了後この  $g$  が "1" を出かすしきい値は等しい。すなわち、次式が成立つ。

$$P(1|\gamma_i \cap A) = P(\text{End}|\gamma_i \cap A)$$

(3-19)

モデル 2 について式 (3-15, 16, 18, 19) はそのまま成立つが、この他式 (3-20) ~ (3-22) が加わる。

$$P(\text{End}|\gamma_i \cap A) = \prod_{j=1}^n (P_{A_j})^{\lambda_{ij}}$$

(3-20)

$$P(\text{End}) = P(A) \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P_{A_j} \right\}^R + P(B) \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P_{B_j} \right\}^R$$

(3-21)

$$P_{A_j} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\lambda}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x - \mu_{A_j})^2}{2\sigma^2}\right\} dx$$

(3-22)

$\lambda$  の次元数  $n$  が大なる場合には式 (3-13) ~ (3-23) を直接用いると計算量が増大し、 $P_c$  の評価が困難になる。そこで、 $\lambda$  の次元数  $n \gg 1$  の場合には  $\lambda$  の次元の添字を次元数  $n$  で正規化した値を連続変数とみなして  $\xi$  で表ゆし、式 (3-12) ~ (3-22) を積分形で書き換える。なお  $g$  の  $R$  個の  $\lambda$  の指定は、 $\{\xi_1, \dots, \xi_R\}$  で行う。すなわちモデル 1 については、

$$P_c = \int_0^1 \cdots \int_0^1 \frac{P(A)P(\text{End} | \{\xi_1, \dots, \xi_R\} \cap A) + P(B)P(\text{End} | \{\xi_1, \dots, \xi_R\} \cap B)}{P(\text{End})} \\ \times \left[ U_0(T') \{P(A)P(1|A \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\}) + P(B)P(0|B \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\})\} \right. \\ \left. + U_0(-T') \{P(A)P(0|A \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\}) + P(B)P(1|B \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\})\} \right] \\ d\xi_1 \cdots d\xi_R \quad (3-23)$$

但し、

$$T' = \sum_{i=1}^R \{F_A(\xi_i) - F_B(\xi_i)\} \quad (3-24)$$

$$P(\text{End}) = \int_0^1 \cdots \int_0^1 \left\{ P(A)P(\text{End} | A \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\}) \right. \\ \left. + P(B)P(\text{End} | B \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\}) \right\} d\xi_1 \cdots d\xi_R \quad (3-25)$$

$$P(1|A \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\}) = P(\text{End} | A \cap \{\xi_1, \dots, \xi_R\}) \\ = \frac{1}{\alpha \sqrt{2\pi R}} \int_0^\infty \exp \left[ -\frac{\left\{ x - \sum_{i=1}^R F_A(\xi_i) \right\}^2}{2R\alpha^2} \right] dx \quad (3-26)$$

但し、 $F_A(\xi)$ 、 $F_B(\xi)$ は $\xi$ 番目のビットの $\lambda$ パターン $A$ 、 $B$ に対する各々の平均値。

モデル2について7は次式が成立つ

$$P_c = \frac{1}{P(\text{End})} \int_0^1 \cdots \int_0^1 g(\xi_1, \dots, \xi_R) d\xi_1 \cdots d\xi_R \quad (3-27)$$

但し

$$g(\xi_1, \dots, \xi_R) = (S_A P(A) + S_B P(B)) \times \left\{ u_0(T'') \{ P(A) S_A + P(B) (1 - S_B) \} + u_0(-T'') \{ P(A) (1 - S_A) + P(B) S_B \} \right\} \quad (3-28)$$

$$T'' = S_A - S_B \quad (3-29)$$

$$S_A = \prod_{k=1}^R P_{A \xi_k}, \quad S_B = \prod_{k=1}^R P_{B \xi_k} \quad (3-30)$$

$$P_{A \xi_k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ - \frac{\{ x - F_A(\xi_k) \}^2}{2\sigma^2} \right] dx$$

$$P_{B \xi_k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ - \frac{\{ x - F_B(\xi_k) \}^2}{2\sigma^2} \right] dx \quad (3-31)$$

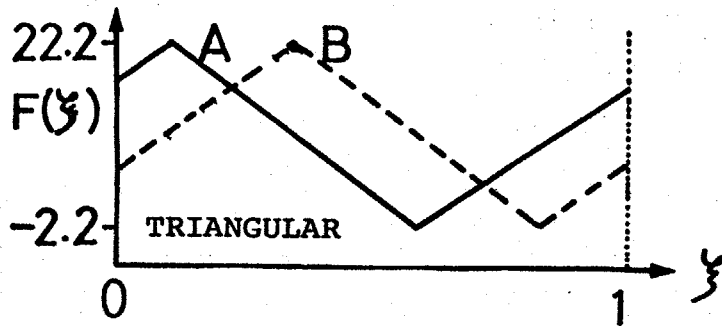
入力パターン平均値の分布が入力を一次元的に配列した時に、位置に関して三角波状分布になる場合(図3-9(a))、正弦波状分布になる場合(図3-9(b))、台形状分布になる場合(図3-9(c))について計算を行った。パターンA, Bは三角波と正弦波については $\pi/2$ の位相差を、台形状分布については $\pi/6$ の位相差を位置に関して持つものとする。j番目のビットの入力は $F(j/n) = F(j/n)$ を平均値として、 $\sigma$ を分散とする正規分布をなすものとする。

図3-10は三角波状分布パターンに対する分類能力 $P_c$ を、図3-11は正弦波状分布パターンに対して、図3-12は台形状分布パターンに対する $P_c$ を示し、各(a)(b)はいずれもモデル1について、(a)はノイズのほとんどない場合( $\sigma = 0.01$ )、(b)はノイズの比較的大きい場合( $\sigma = 1.0$ )、各(c)(d)はいずれもモデル2について、(c)は $\sigma = 0.01$ の場合、(d)は $\sigma = 1.0$ の場合を示す。(正弦波分布については(b)と(d)のみ)

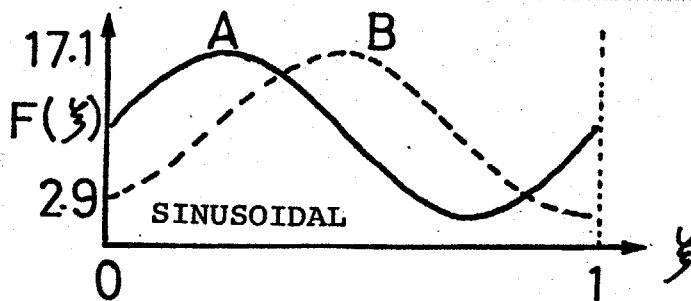


図3-10, (a)~(d)で見ると限りではノイズの少ない入力の場合には、適当なしきい値を与える事によって、パターン分類はほぼ確率1で行われるが、ノイズの増大に伴って  $P_c$  は減少する事が分る。モデル1, 2を比較した場合、ノイズが小さく、 $R$ が大なる時にモデル-2の方が、広いしきい値範囲にわたって、 $P_c \approx 1$ を得られる事のはか、大きな差は現れていない。

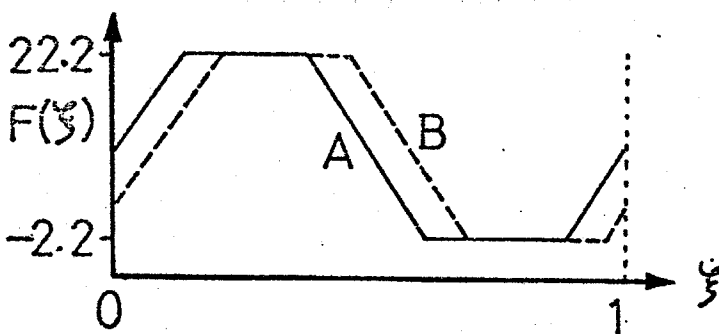
ところが図3-9(c)のように入力平均値が大なる部分で2つのパターンの重なりが大きいようなパターンに対しての計算結果: 図3-12では、 $R$ の増大によって  $P_c$  が上昇する事が確認できた。



(a) 三角波形



(b) 正弦波形



(c) 台形波形

図3-9 各種パターンの入力平均値分布

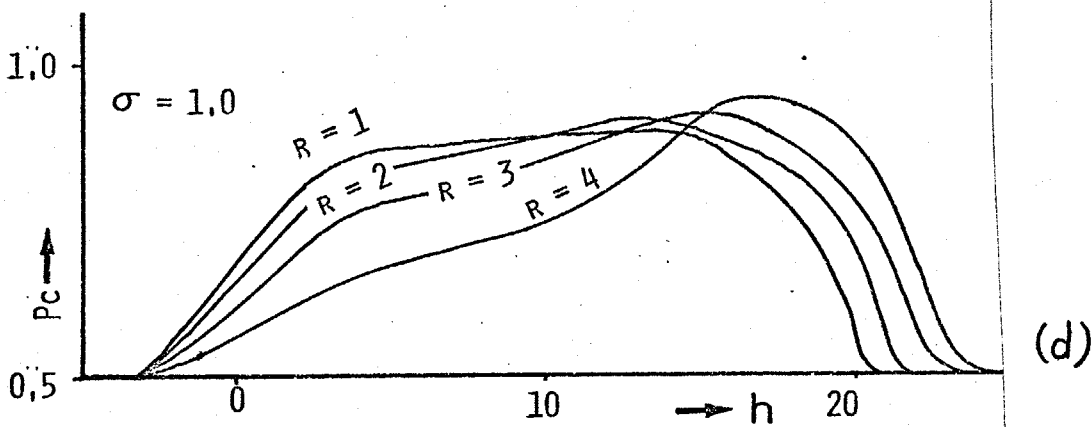
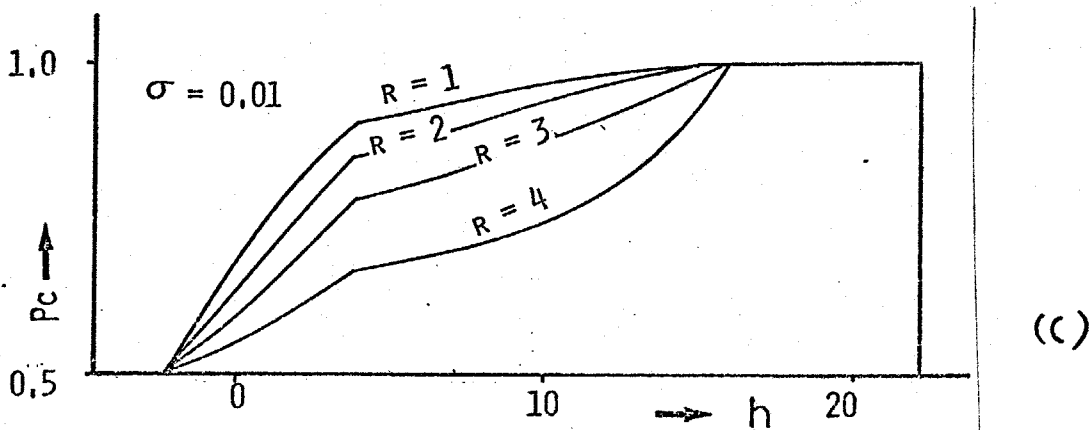
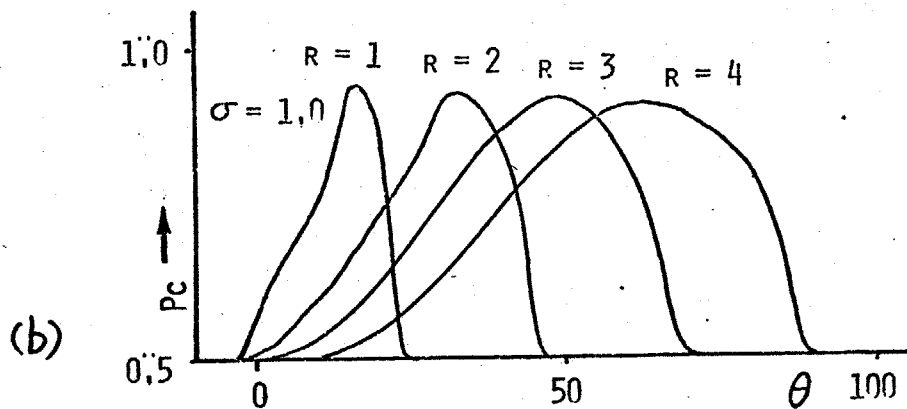
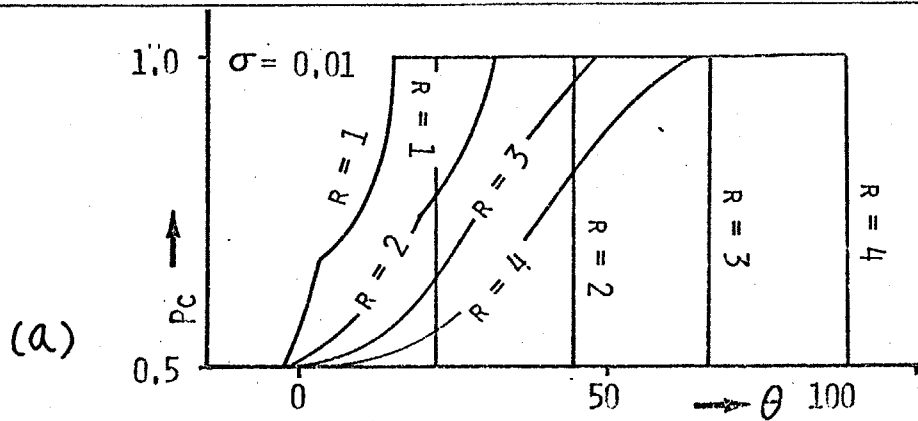


図 3-10 三角波形分布パターンに対する分類能力  
 (a) モデル1,  $\sigma = 0.01$ , (b) モデル1,  $\sigma = 1.0$   
 (c) モデル2,  $\sigma = 0.01$ , (d) モデル2,  $\sigma = 1.0$

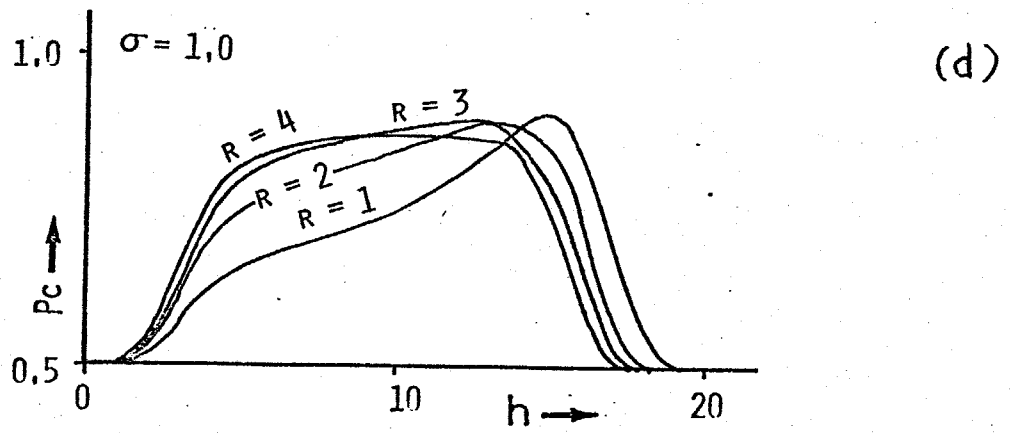
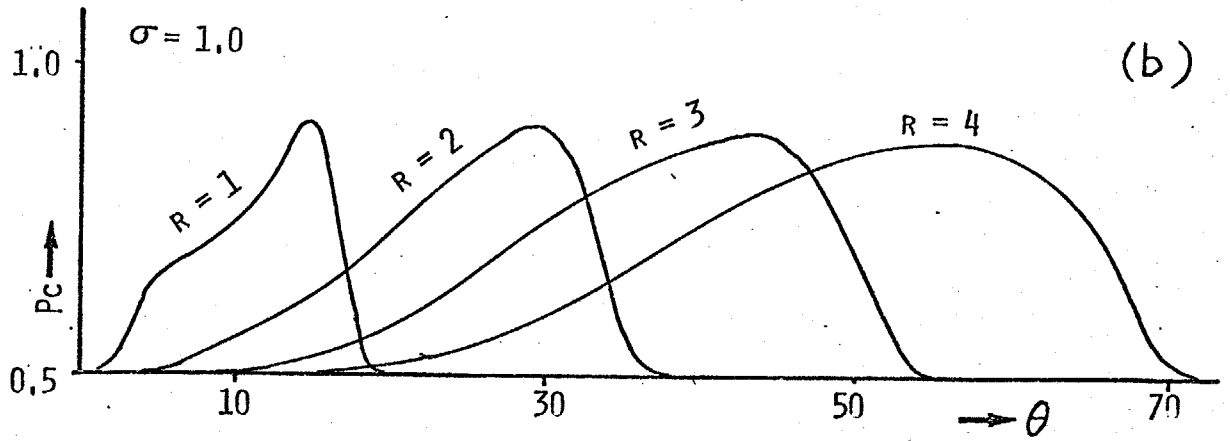


図3-11 正弦波分布パターンに対する分類能力  
(b) モデル1,  $\sigma=1.0$   
(d) モデル2,  $\sigma=1.0$

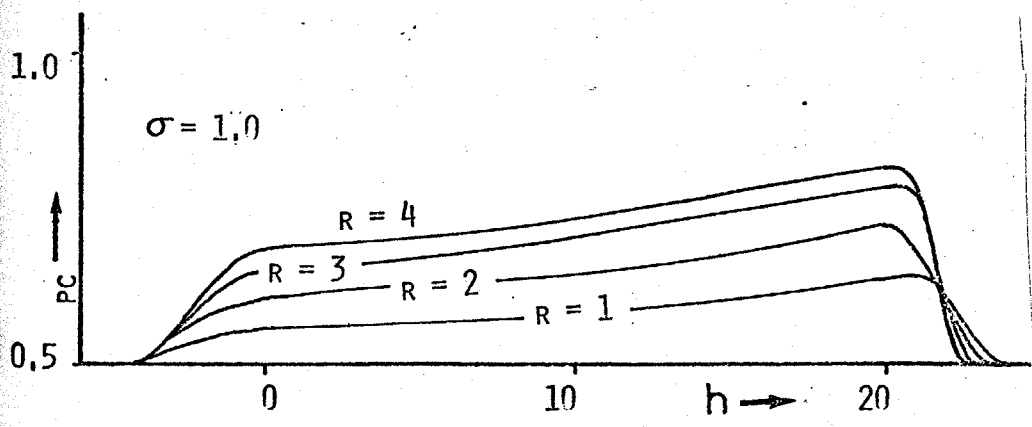
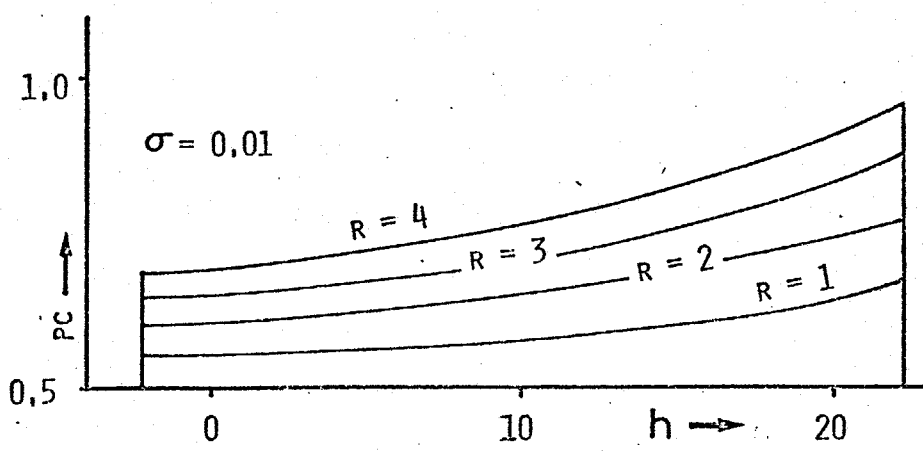
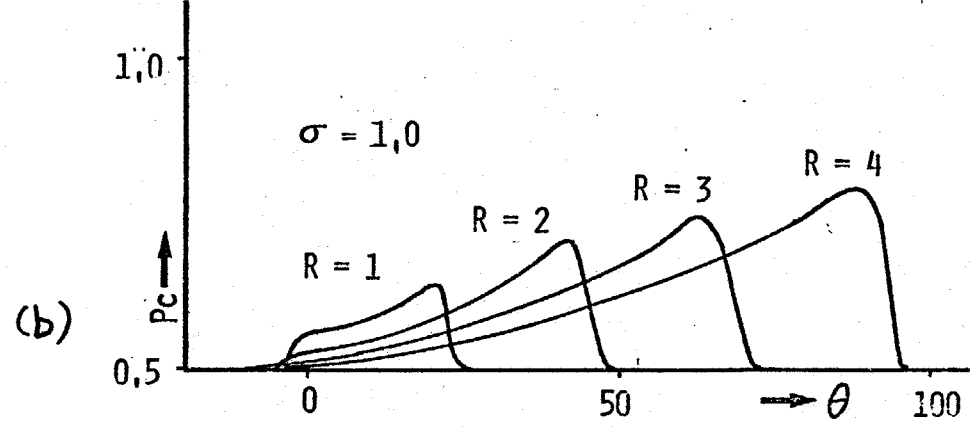
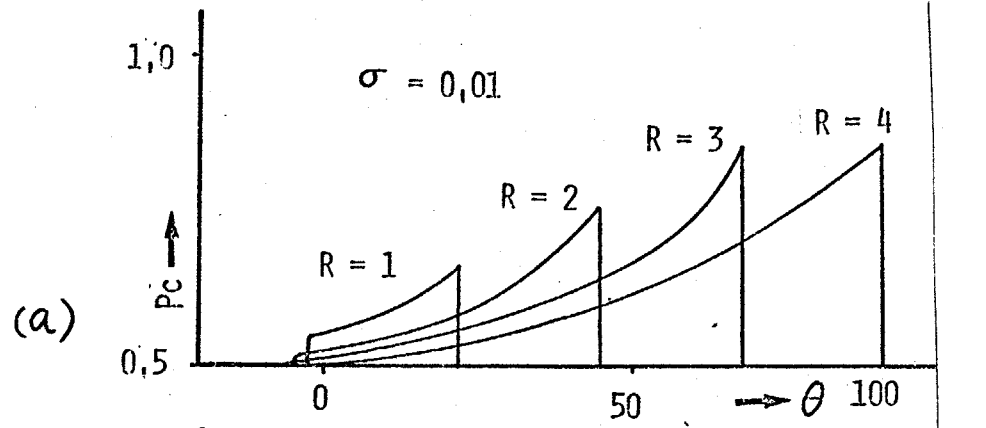


図 3-12 台形状分布パターンに対する分類能力  
 (a) モデル1,  $\alpha = 0.01$ , (b) モデル1,  $\alpha = 1.0$   
 (c) モデル2,  $\alpha = 0.01$ , (d) モデル2,  $\alpha = 1.0$

### 3-6 樹状突起の感受性局限化モデル

前節までの議論では、提示されたパターンのいずれかに対して「1」を出力する  $g_t$  だけを選択する操作を仮定しているが、このモデルでは、1個のPKは最終的に1個の  $g_t$  からだけ入力を受けし事になる。これを従来広く考察されてきた多数入力との荷重を調整する方法(多くの場合は教師付き)と比較すると、1. 分離の判別関数が非常に単純なもの( $R$ 個の入力からなる和マスク)に限定されてしまう。2. 試行回数増加によって正解率を逐次向上させていく能力がない、等の能力上の欠点が挙げられる。

一方、記憶のメカニズムという面から考える時、従来からの荷重和を取る方法では各シナプスの伝導度が広い範囲にわたって連続的に、しかも独立に変わり得るとしているが、神経細胞のタンパク合成等ほとんどどの生産機能が核の部に集中しているという状況を考える時、各シナプスごとに独立に伝導度に変化するモデルよりも、1個の細胞の感受性がある一部分に局限化されると考えた方が単純で生理学的に実現されやすいと思われた。

事実、運動神経と筋肉の接合部:終板につりては次のような興味ある実験結果が報告されている。すなわち、生まれたばかりのネズミでは、筋肉ははじめは多数の神経の支配を受けていて、シナプス伝達物質(アセチルコリン等)に対する感受性は全面に広がっているが、次第に特定の神経からシナプス結合を受けている部分に感受性が局限化される<sup>(34)(35)</sup>。

このような感受性の局限化作用が中枢神経系の神経細胞に有るか否かは明らかではないが、図3-4のアルキンエ細胞(PK)の樹状突起に  $g_t$  からの入力に対する感受性の局限化を仮定してモデルを構成してみる。この場合、前出図3-6とほぼ同様の構造が考えられる。但し、どの  $g_t$  からの入力だけに感受性を限定するかの選択は  $g_t$ 、1個づつについて逐次試行を重ねるのではなく、多数の  $g_t$  が並列的に競い合って、最も早く条件を満足した  $g_t$  が選択される

という形式を採用する。

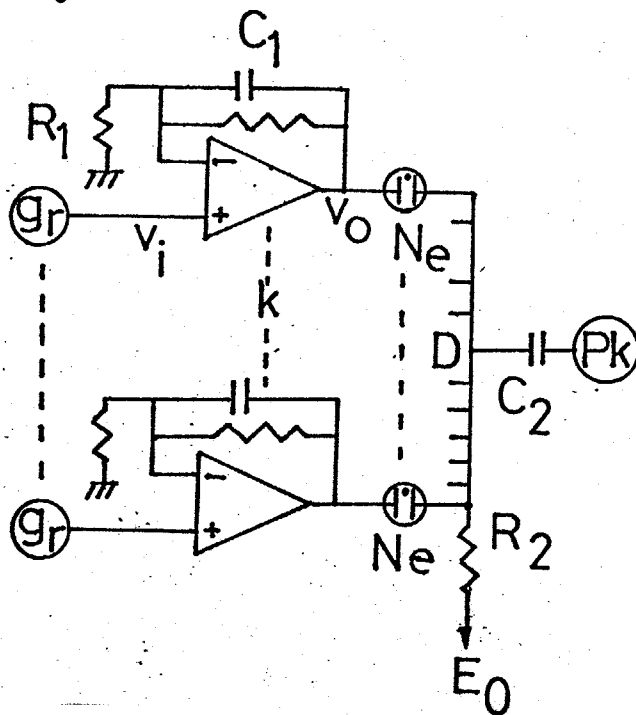


図3-13  
樹状突起感受性局限化の  
ハードウェアモデル

図3-13は感受性の局限化作用を持つ樹状突起のハードウェアモデルを示す。基本的な回路は1個のアルケンエ細胞出力に関して1個のネオン管Ne, 非反転積分器から構成される。各Giからの入力信号  $v_i$  は図3-14(a)に示すように正のパルス列で、信号の大小はパルス頻度で表現される。このような入力を積分器の非反転入力に印加すると、積分器の出力  $v_o$  は、

$$v_o = v_i + \frac{1}{C_1 R_1} \int v_i dt \quad (3-32)$$

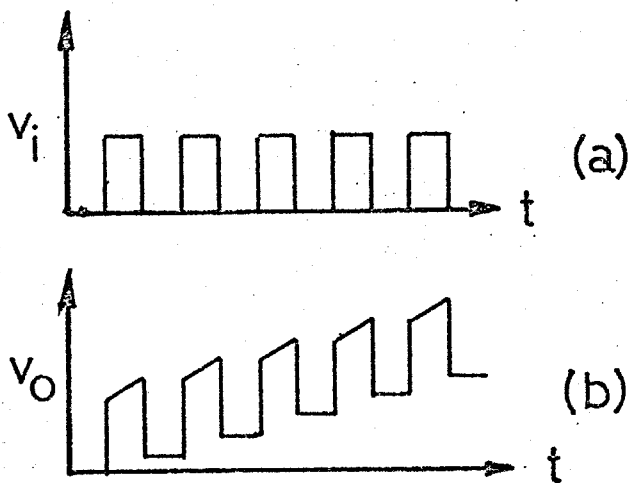


図3-14  
積分器の入(a), 出(b)カ  
浪形。

と成って、図3-14(b)のように階段状に上昇する。一方、ネオン管の他端D点には $R_2$ を介して負の電圧 $E_0$ が印加されている。そこで、 $V_0$ の尖頭値と $E_0$ の電位差がネオン管の放電開始電圧 $V_s$ を越えるとネオン管は放電を開始する。放電開始前はD点の電位は $E_0$ に保たれているが放電開始とともにネオン管の端子電圧は放電維持電圧 $V_h$ にクランプされる。従ってD点の電位は、 $V_s - V_h$ だけ上昇し、もはや他のネオン管の放電開始に必要な電位差を与える事ができなくなる。このようにして入力パルス頻度が長期間にわたって大なる入力のネオン管だけが点灯し、 $V_0$ に含まれている交流成分は内部抵抗の低下したネオン管と $C_0$ を介してPKに加えられる。以降PKの感受性はネオン管の点灯している部分に限定される。

上述の樹状突起モデルを神経回路の中に組み込んだ時に全体のシステムとしてどの程度のパターン分離が可能かを明らかにするために総合的な電子回路シミュレーションを行った。システムは図3-15に示すように10次元のmf入力、25個のgr、1個のPKから成り、grとPKの間には25個のネオン管を持つ樹状突起モデルが挿入されている。

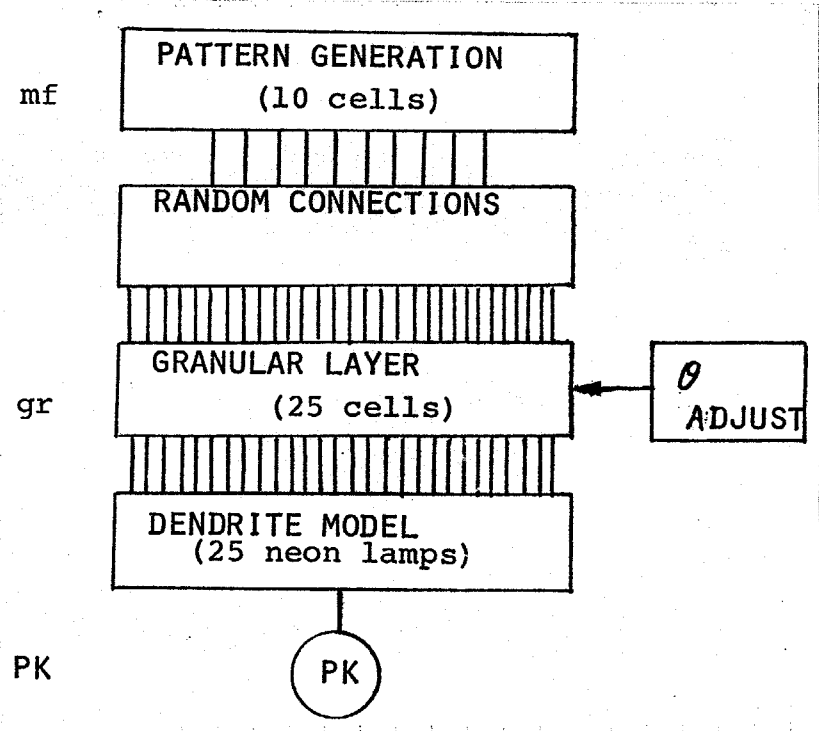


図 3-15  
層状神経回路電子回路モデルの構成。

システムの全景を図3-16に、また、各ユニットの回路図を付録4に示す。各 cell モデルの入出力ともパルス頻度(100~1000 PPS) で信号の強弱を表現する。図3-17は1個の神経細胞に相当する電子回路モデルを示す。

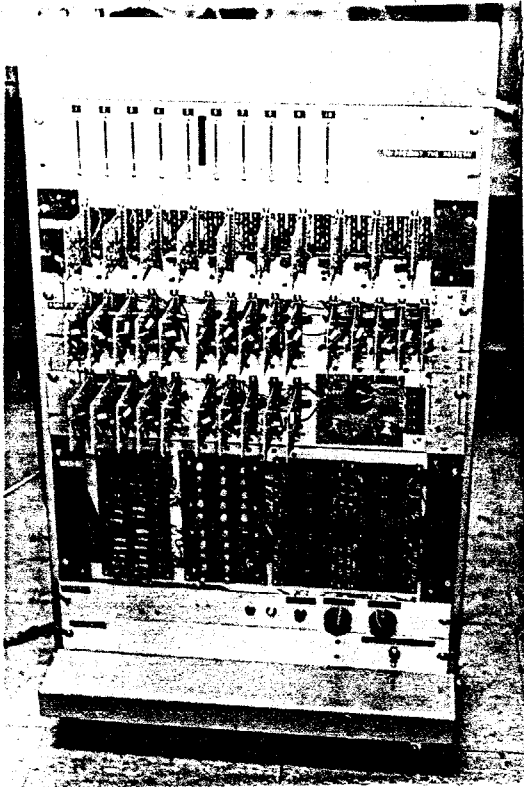


図3-16 電子回路モデルの全景

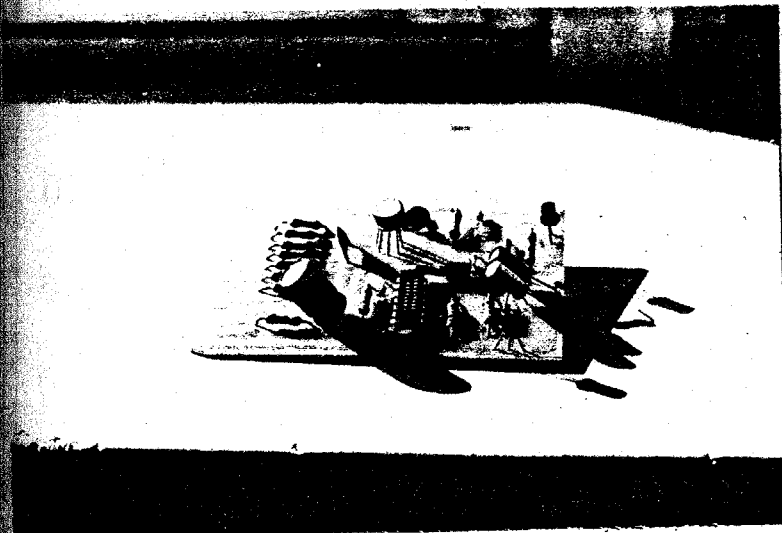


図3-17 神経細胞の電子回路モデル



Means of input patterns

DIMENSION INDEX	$m_{Aj}$	$m_{Bj}$
1	300	600
2	450	450
3	600	300
4	750	300
5	900	450
6	900	600
7	750	750
8	600	900
9	450	900
10	300	750

(noise:  $\sigma = 10.0$ )

表3-3  $\lambda$ カパターンの平均値

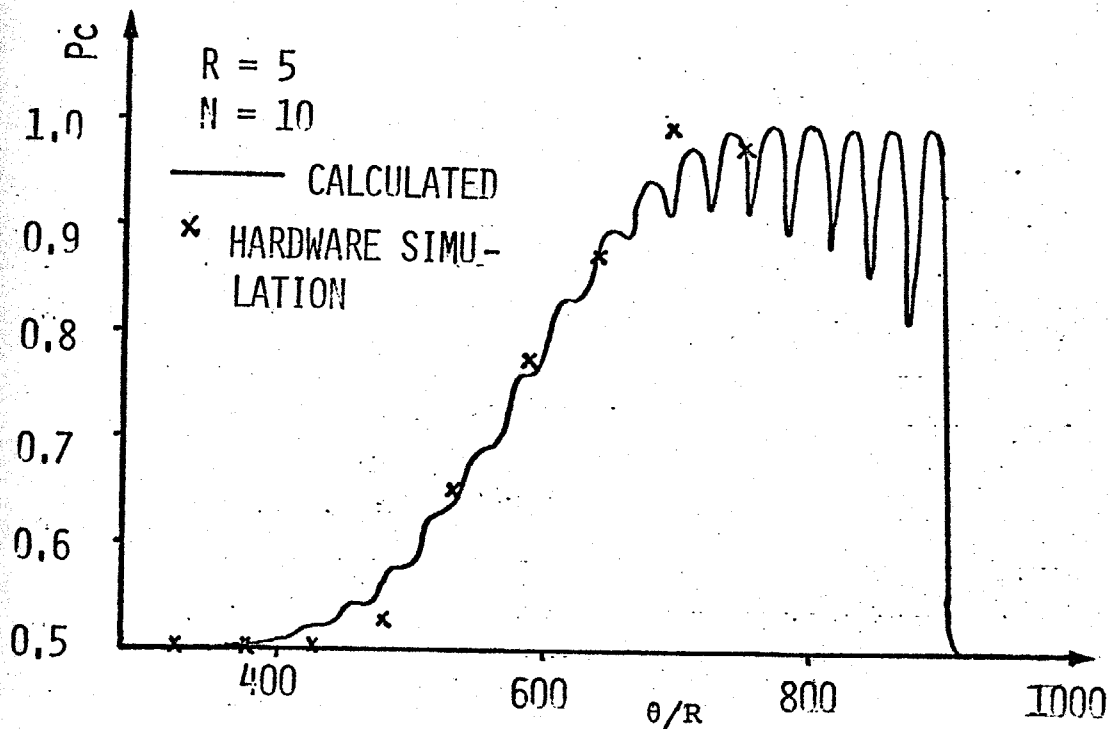


図3-18 表3-3のパターンに対する分離の成功確率

表3-3のように10次元のパターンA, Bを用意して、各しきり値ごとに20回づつの試行を行い、ネオン管の点灯したものについて、分類の成功率を求めた。結果は図3-18に示すが、計算値との比較のためにPcの形で表現した。一方計算値は式(3-12)~(3-22)を用いて算出した。計算に用いたモデルでは前述のようにgの選択を逐次的に行っているのに対し、電子回路モデルでは25個のネオン管が競い合って点灯する並列的な選択法を用いているが、図3-18の結果では両者の間には大きな差異は現われていない。

## 3-7 むすび

以上、小脳皮質を模した比較的単純な神経回路によって教師ナシのパターン分類作業がなされる事を示し、その中に含まれる選択過程については感受性が局限化される樹状突起のモデルで近似できる事、およびその電子回路モデルを示した。考察は主に1個のPK出力に着目して行ったが、多数個のPKの出力を1つのパターンとみなした時には、入力側では近い距離にあるパターンクラスが出力側では大きく分離されて出力されるという結果が、0,1の離散的信号についての計算機シミュレーションから得られた。

本考察では小脳皮質の一部の神経回路、すなわち苔状線維→顆粒細胞→プルキンエ細胞間の接続関係を模した神経素子回路について考察を行い、情報伝達はこれらの細胞間の興奮性の伝達だけを問題にした。小脳にはこれらのほかにも登上線維からの興奮性入力、バスケット、星状、ゴルジ細胞による抑制性結合も存在する。これらの細胞がどのように働きをするか、そして分類されたパターンが合目的な行動とどのように結びつけられるか等、解決を待たれる問題は多い。ここで考察したモデルは、これから未知の情報処理機構へ提示されるパターンの予処理機能を想定したものである。

## 第4章 連想記憶の諸形式

### 4-1 はじめに

連想記憶は、記憶事項を $n$ 次元のVectorで表現した $b$ と、これに関連のあるKey Vector  $a$ との相関行列 $[M] = a^T b$ を記憶させる記憶方法で、記憶内容 $b$ を呼び出す時には $a$ を $b' = a[M]$ の形で作用させ、 $b$ に比例するVector  $b'$ を呼び出す。この記憶方式の原形は1961年Steinbuch<sup>(39)</sup>によって提案された学習行列に見る事ができる。

生体の記憶形式は一部分の素子が破壊されても、特定の記憶だけが失われるという事はなく、記憶内容は広い範囲に分布して貯えられるものと思われる。又、記憶内容が増加した時に、ある時点からは記憶容量をoverして急激に記憶が行えなくなるという事もない。連想記憶は以上の生体特有の記憶形式と類似して、心理学面での連想作用をも良く説明できる事から注目を集め、特に国内ではアソシエトロン(中野1969)を契機に多くの報告がなされ、<sup>(41)-(42)</sup>連想記憶の持つ基本的な性質が明らかにされてきた。

記憶内容を広い領域に分散させて記憶する連想記憶は、アドレス方式のように記憶内容を正確に読み出す事は必ずしも得意とはしない。しかしながら、メモリーの一部が破壊されても記憶内容に致命的な誤りをきたさない事と、書き込み、読み出し方法の特殊性を生かせば、工学的な記憶装置としての利用も期待できる。例えば、文献検索は情報過多の現在非常に重要な作業であり、数々のシステムが考案されているが、データの書き込み探索にはかなりの手間を要している。<sup>(48)</sup>文献検索では、呼び出されたデータは人間が見て、最終的な取捨選択を行うので、多少関係のない文献が入っていたとしても大きな問題にはならない事、そしてキーワードから内容を検索するという利用方法が多い事

を考えると、連想記憶方式を適用できる有力な分野と考えられる。

本章では、連想記憶モデルを神経回路との対応及び工学的応用面から考えた時のいくつかの問題点について考察し、これらを解決するための提案を行う。

### 4-2. {0, 1} モデルと {±1} モデルの差

Steinbuch によつて提案された Lern Matrix<sup>(39)</sup> では、神経回路との関連から信号の値としては {0, 1} が用いられたが、最近の多くのモデルでは信号の値として {±1} 或いはこれに '0' も加えた 3 値の信号が用いられるようになっていた。+1 を興奮性、-1 を抑制性の信号と考えられ、事もないが、実際の生体内の神経では 1 つの神経が興奮性、抑制性両方の働きをする事はなく、中野氏がアソシアトロン導入の際触れているように、<sup>(41)</sup> 実際の神経回路網とはかなり異なっている。

神経系の情報伝達は個々のパルスの有無よりもパルス密度が情報伝達に於て支配的な役割を持つものと考えられ、2 値信号を用いてモデル化を行う場合にもパルス密度の密状態を '1' に、疎状態を '0' に対応させて考える方が自然であると思われる。このような立場から、本節では連想記憶に用いる信号形式に目を向け、{0, 1} を用いる場合と {±1} を用いる場合の機能上の差異を明らかにし、{0, 1} を用いた場合にも {±1} と同等の機能を持つ得る連想記憶の表現形式を提案し、神経回路との対応を明確にする。

{0, 1} モデルについての計算(付録 5, 6 参照)の結果 {0, 1} モデルと {±1} モデルの間には表 4-1 の差がある事が明らかになった。

	しきい値の設定	想起率 $P_s$
{0, 1} モデル	0, 1 の出現確率が等しい場合でも、パターン数に応じて変化させる必要有り。	線形 <sup>(40)</sup> --- $P_s \approx \pi \left( \frac{\sqrt{5}}{K} \right)$
		非線形 --- $P_s \approx \pi \left( \sqrt{\frac{5}{3\pi K}} \right)$
{±1} モデル	パターン中の +1, -1 の出現確率が等しければ常に '0' で良い	線形 --- $P_s \approx \pi \left( \sqrt{\frac{2\sqrt{5}}{\pi K}} \right)$
		非線形 --- $P_s \approx \pi \left( \sqrt{\frac{2}{\pi K}} \right)$

表 4-1 {0, 1} モデルと {±1} モデルの機能上の差

但し、 $\pi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2) dt$

注) 個々のメモリー素子に store されている内容を想起の際そのまま使用する方式を線形、メモリー内容の正負に従つて +1 又は -1 とするしきい値操作をほどこしてから使用する方式を非線形と称する。<sup>(42)</sup>

表4-1より明らかのように{0,1}モデルは{±1}モデルよりも低い想起確率しか得られない。特に線形モデルではKの増大とともにP<sub>3</sub>は急激に低下する。

連想記憶から特定のパターンを想起する時には、他のパターンによるノイズが重畳されてくる。もしこのノイズの量が常に一定ならば、しきり値操作によってこのノイズを除去する事ができる。ところがこのノイズの値は個々のパターンに含まれる+1の量(±1モデルで) 或いは1の量(0,1モデルで)のバラツキの影響で変動する。そこで記録の際の演算は、+1の量あるいは1の量のバラツキを減少させる方向で行われる事が望ましい。符号化の際の積の演算が1, 0 あるいは ±1の信号のバラツキに対してどのように作用するかを考えるために、{a}に含まれる1あるいは+1の割合を $\frac{1}{2} + \epsilon$ , {b}に含まれる1あるいは+1の割合を $\frac{1}{2} + \delta$  ( $\epsilon, \delta \ll 1$ ) として a・bの演算結果がどの程度偏位するかを表4-2で検討してみる。但し{a}, {b}は独立とする。

a	b	a・b	出現確率	a・bが1'又は+1になる確率
1	1	1	$(\frac{1}{2} + \epsilon)(\frac{1}{2} + \delta)$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}(\epsilon + \delta) + \epsilon\delta$
1	0	0	$(\frac{1}{2} + \epsilon)(\frac{1}{2} - \delta)$	
0	1	0	$(\frac{1}{2} - \epsilon)(\frac{1}{2} + \delta)$	
0	0	0	$(\frac{1}{2} - \epsilon)(\frac{1}{2} - \delta)$	
+1	+1	+1	$(\frac{1}{2} + \epsilon)(\frac{1}{2} + \delta)$	$\frac{1}{2} + 2\epsilon\delta$
+1	-1	-1	$(\frac{1}{2} + \epsilon)(\frac{1}{2} - \delta)$	
-1	+1	-1	$(\frac{1}{2} - \epsilon)(\frac{1}{2} + \delta)$	
-1	-1	+1	$(\frac{1}{2} - \epsilon)(\frac{1}{2} - \delta)$	

表4-2 {±1}, {0,1} 信号に対する積演算の効果

表4-2から明らかのように{±1}モデルでは入力パターン中の+1の割合が変動しても符号化後の変動量は2次の微小量になる。一方{0,1}モデルでは $\frac{1}{2}(\epsilon + \delta)$ が残っており、大きな変動を含む事になる。この差が{0,1}モデ

ルでの想起率を低下させる原因と考えられる。そこで  $\{0,1\}$  モデルについてもバラツキの効果を減少させる演算を用いれば  $\{\pm 1\}$  モデルと同等の想起率が期待される。このような演算は16個の論理演算中2個:  $a \odot b$  と  $a \oplus b$  があ

る。この中で  $a \odot b$  は  $\{\pm 1\} \leftrightarrow \{1,0\}$  なる対応関係をつけた時に  $\{\pm 1\}$  内の積の演算に相当する。そこで  $a \odot b$  を用いた連想記憶の表現形式を提案する。

入力は Key  $a$ , data  $b$  とともに  $\{1,0\}$  ランプ信号とする。通常のアソシアトロン中の掛算の演算は (Coincidence:  $a \odot b = \bar{a}b + ab$ ) で置き換える。memory は非線形とする。記録は式(4-1), 想起は式(4-2)により行う。

$$m_{ij} = U_h \left[ \sum_{\gamma=1}^K a_i^{(\gamma)} \odot b_j^{(\gamma)} \right] \tag{4-1}$$

$$z_j^{(\eta)} = U_\theta \left[ \sum_{i=1}^S a_i^{(\eta)} \odot m_{ij} \right] \tag{4-2}$$

但し、
$$U_h(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \geq h \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

今、 $K, S: \text{Odd}$ ,  $h = (K+1)/2$ ,  $\theta = (S+1)/2$  と仮定すると想起率  $P_S$  は  $\{\pm 1\}$  アソシアトロンと同様、式(4-3)で与えられる(付録A参照)

$$P_S = \sum_{t=\frac{S+1}{2}}^S {}_S C_t P_r^t (1-P_r)^{S-t} \tag{4-3}$$

但し、
$$P_r = \frac{1}{2} + \frac{(K-1)!}{2^K \left\{ \left( \frac{K-1}{2} \right)! \right\}} \tag{4-4}$$

$a \odot b$  の演算を神経素子回路で構成すると例えば図4-1の回路で実現される。



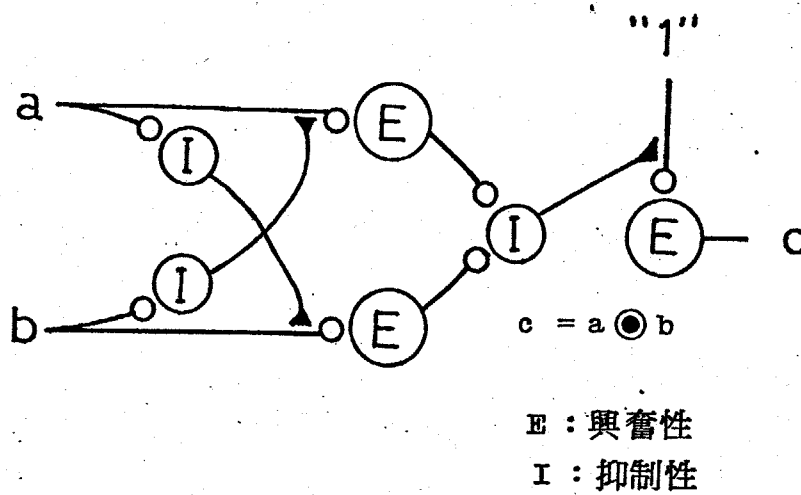


図4-1

$a \odot b$  を行う神経素子回路の1例。

以上のように1,0信号を用いてアソシアトロンの機能を実現する事により神経素子回路との対応関係が明確になる。また  $\odot$  演算は抑制性ニューロンの介入を意味するもので、この介入ニューロンが{1,0}モデルで単なる積を用いた場合よりも高い性能を与えるために大きな役割を演じている事が明らかになった。

## 4-3 3入力型連想記憶,

ここでは生理学的な立場を離れ、工学的な記憶装置という見方で連想記憶を取り扱う。

ある記憶事項を連想記憶に記録する時、作用させる Key Vector としては記憶事項の属するカテゴリーに相当する Vector が用いられる。記憶事項が複雑になるに伴い、カテゴリーは通常いくつかの“属性”に分割され、記憶事項が属するカテゴリーは各属性から取り出される Sub category の組合せで構成される。例えば記憶事項としてリンゴを考えた時、Key Vector としては色の属性(赤, 黄, 青等)から取り出される Sub category “赤”と形の属性(丸い, 四角い, 長い等)から取り出される Sub category “丸い”の組合せが用いられる。

アソシアトロン<sup>(41)</sup>(中野)では Key Vector の field は各属性に分割して与えられている。従って多くの属性について同じ Sub category を共有する2つの記憶事項を分離するのに有効な Key field が減少するのみならず、ノイズの性格も悪化し、両パターンの分離は不完全になる。このようなモデルは類似した事項を混同するという“人間らしい”面を持っていて、心理現象を説明するには適しているかもしれない。ところが工学的な記憶装置として考えた時、多くの場合異ったパターンはあくまでも異ったパターンとして扱われる方が望ましい。

ここではカテゴリーがいくつかの属性に分けられ、Sub category の組合せで表現される場合にも想起率の低下しない連想記憶形式を提案する。

カテゴリーは2つの属性 A, B に分かれ、各々の属性は  $m$  個の sub category を含むものとする。従ってこれらの組合せによって得られる category 数は  $m^2$  個となる。今、記憶事項の数を  $K = m^2$  個とする。

と番目の記憶事項は  $\pm 1$  の乱数 Vector  $\mathbf{c}^{(s)} = (c_1^{(s)}, \dots, c_j^{(s)}, \dots, c_n^{(s)})$  と。

各属性ごとの key Vector  $a^{(s)} = (a_1^{(s)} \dots a_i^{(s)} \dots a_s^{(s)}) \dots$  属性A,  
 $b^{(s)} = (b_1^{(s)} \dots b_l^{(s)} \dots b_s^{(s)}) \dots$  属性Bによって特徴づけられるものとする。

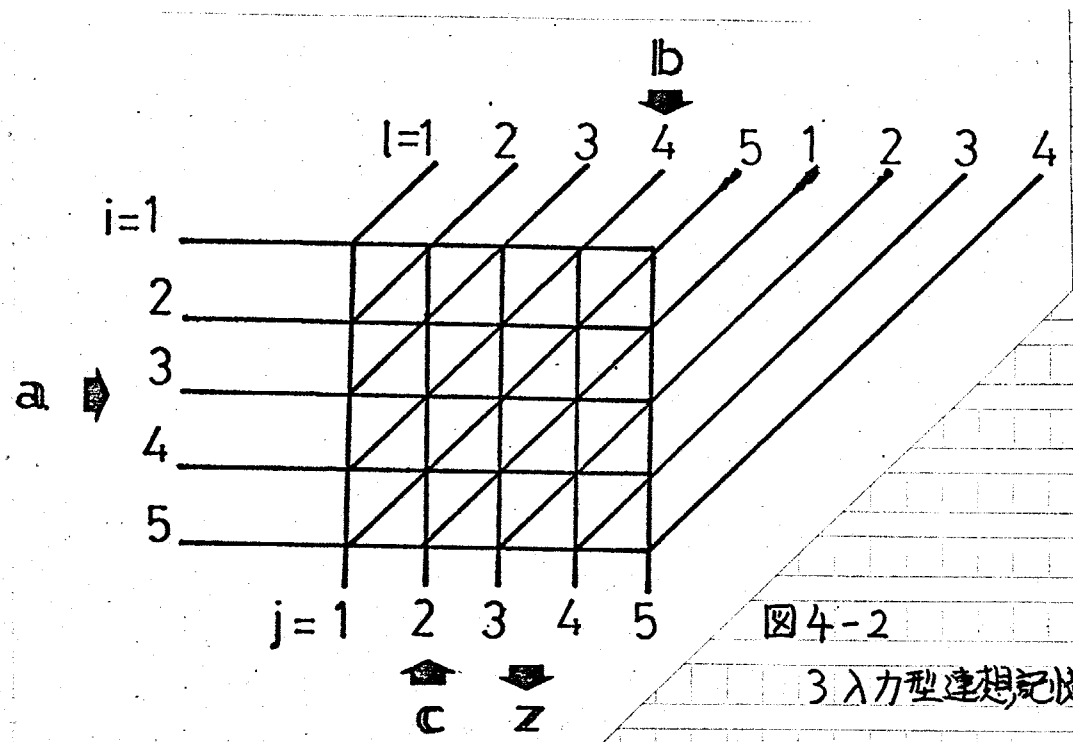


図4-2

3入力型連想記憶の構成

記憶行列は図4-2の構成を持ち、各nodeには  $a_i, b_l, c_j$  を入力とする演算器  $\phi$  と、この出力を  $K$  個のパターンについて加算記憶するメモリーが配されている。但し演算  $\phi$  は次のように定義する。

$$\phi(a, b, c) = U[a \cdot b \cdot c]$$

$$U(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x = 0 \\ -1 & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

各添字間には式(4-5)が成立する。

$$l = i + j - \left[ \frac{i+j-2}{n} \right] n - 1 \quad (4-5)$$

但し、 $n$ : data vector の次元数

$[ ]$ : Gauss 記号

上記モデルの記録・想起は次のように行われる。

$$m_{ij} = \sum_{\varphi=1}^K \varphi (a_i^{(\varphi)}, b_l^{(\varphi)}, c_j^{(\varphi)}) \quad (4-6)$$

$$z_j^{(q)} = \bigcup \left[ \sum_{i=1}^S \varphi (a_i^{(q)}, b_l^{(q)}, m_{ij}) \right] \quad (4-7)$$

$z_j^{(q)}$  は  $S$  個の多数決で決まるが、 $i$  番目の投票値  $y_{ji}^{(q)}$  は式(4-8)で与えられる。

$$\begin{aligned} y_{ji}^{(q)} &= \bigcup \left[ a_i^{(q)}, b_l^{(q)}, \sum_{\varphi=1}^K a_i^{(\varphi)}, b_l^{(\varphi)}, c_j^{(\varphi)} \right] \\ &= \bigcup \left[ a_i^{(q)2}, b_l^{(q)2}, c_j^{(q)} + \sum_{\varphi \neq q} a_i^{(\varphi)}, a_i^{(q)}, b_l^{(\varphi)}, b_l^{(q)}, c_j^{(\varphi)} \right] \end{aligned} \quad (4-8)$$

$y_{ji}^{(q)}$  が正しい投票であるためには

$$\text{sign} \left[ \sum_{\varphi \neq q} \right] = \text{sign} \left[ c_j^{(\varphi)} \right] \quad (4-9)$$

又は

$$\sum_{\varphi \neq q} = 0 \quad (4-10)$$

であれば良い。

ここで  $K-1 = \text{Even}$  の場合を考えると、 $a_i^{(\varphi)}, a_i^{(q)}, b_l^{(\varphi)}, b_l^{(q)}, c_j^{(\varphi)}$  のラビタム性より次式が成立つ。

$$P \left( \sum_{\varphi \neq q} = 0 \right) = {}_{K-1} C_{\frac{K-1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{K-1} \quad (4-11)$$

よって個々の投票が正しい確率  $P_R$  は式(4-12)で与えられる。

$$P_R = \frac{1 - P(\sum_{i=1}^k \eta_i = 0)}{2} + P(\sum_{i=1}^k \eta_i = 0)$$

$$= \frac{1 + P(\sum_{i=1}^k \eta_i = 0)}{2} \tag{4-12}$$

$k-1 = \text{Odd}$  の場合には、個々の投票が正しい確率  $P_R$ , 保留の確率  $P_Q$  は次式で与えられる。

$$P_R = 1/2 \tag{4-13}$$

$$P_Q = P(\sum_{i=1}^k \eta_i = -\zeta_j) = \frac{1}{2} P(|\sum_{i=1}^k \eta_i| = +1)$$

$$= \binom{k}{k-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \tag{4-14}$$

確率  $P_R, P_Q, P_W$  で個々の投票が与えられ、これを  $S$  個集計して  $z_j^{(s)}$  が得られる。(但し誤った投票の確率:  $P_W = 1 - P_R - P_Q$ )  $S$  個の投票は、各々、式(4-8)の  $\zeta_j$  項に相当するノイズ成分を含んでいる。もし、このノイズ成分が、各投票間で、何等かの相関性を持っている場合には、<sup>注)</sup> せつかく  $S$  個の多数決を行

注) 通常のアソシエトロンで 2つの属性のカテゴリの組合せからなる key vector を用いた場合を考えると、式(4-8)に対応する個々の memory の出力は、次のようになる。

$$y_j^{(q)} = U \left[ \zeta_j^{(q)} + \sum_{i=1}^k a_i^{(s)} a_i^{(q)} \zeta_j^{(s)} \right]$$

一方の属性に相当する  $S/2$  個の投票についてのみ考えると、 $k$  個の key vector 中、 $w-1 (= \nu k - 1)$  個は  $a^{(q)}$  と全く同じ key vector である。従って、

$$y_j^{(q)} = U \left[ \zeta_j^{(q)} + \sum_{w-1 \text{ 個の和}} \zeta_j^{(s)} + \sum_{k-w \text{ 個の和}} a_i^{(q)} a_i^{(s)} \zeta_j^{(s)} \right]$$

上式第1, 2項は、 $S/2$  個の多数決を行う際に各々同一の投票を行うので、投票のノイズ成分の独立性から得られた多数決の効果 --- 本来の信号成分については  $S$  倍になるが、ノイズの標準偏差は  $\sqrt{S}$  倍程度にとどまることが消失してしまう。(第3項についても  $w$  個つつ同じ事が言える。)

一方式(4-8)では  $\sum_{i=1}^k \eta_i$  の内部は各項とも  $a_i b_i$  を積に含んでいるので、各パターンが与えるノイズ成分相互の確率的独立性が保障されるとともに、 $S$  個の投票の中のノイズの独立性も保障されている。この事が  $\varphi(a, b, c)$  の演算を  $U[a \cdot b \cdot c]$  に選んだ理由である。

っても、その効果は十分に発揮されないが、式(4-8)第2項の表現は、 $S$ 個の投票が全く独立なノイズを含む事を保障している。

$S$ 個の中で正解に寄与する投票数が $\alpha$ 、保留 $\beta$ 、誤投票 $\gamma$ となる確率 $P_{dpr}$ を求める。 $(\alpha + \beta + \gamma = S)$  この場合をさらに保留投票数 $\beta$ だけに着目して分ける。 $S$ 個の中で $\beta$ 個が保留である確率は式(4-15)で、

$$P_{\beta} = {}_S C_{\beta} P_0^{\beta} (1 - P_0)^{S - \beta} \quad (4-15)$$

残りの $S - \beta$ 個について、 $\alpha$ 個が正解に寄与する投票である確率は式(4-16)で与えられる。

$$P(\alpha, \gamma | \beta) = {}_{S - \beta} C_{\alpha} \left( \frac{P_R}{P_R + P_W} \right)^{\alpha} \left( \frac{P_W}{P_R + P_W} \right)^{S - \beta - \alpha} \quad (4-16)$$

$$\therefore P_{dpr} = P_{\beta} \cdot P(\alpha, \gamma | \beta)$$

$$= {}_S C_{\beta} {}_{S - \beta} C_{\alpha} P_0^{\beta} (1 - P_0)^{S - \beta} \left( \frac{P_R}{P_R + P_W} \right)^{\alpha} \left( \frac{P_W}{P_R + P_W} \right)^{S - \beta - \alpha} \quad (4-17)$$

よって最終結果が $Z_j^{(q)} = z_j^{(q)}$ となる確率は、式(4-18)のようになる。

$$P_{eg} = \sum_{\beta=0}^{S-1} \left( \sum_{\substack{\alpha \\ \alpha = \frac{S-\beta+1}{2}}}^{S-\beta} P_{dpr} + \sum_{\substack{\alpha \\ \alpha = \frac{S-\beta}{2}}}^{S-\beta} P_{dpr} \right) \quad (4-18)$$

但し、 $\sum_{od}$ は $S - \beta$ がOddの時の和を、 $\sum_{ev}$ は $S - \beta$ がevenの時の和を表わす。

最終結果=0(保留)の確率は、式(4-19)で表現される。

$$P_{amb} = \sum_{\beta=0}^S \sum_{ev} (P_{dpr})_{\alpha=r=\frac{S-\beta}{2}} \quad (4-19)$$

但し、 $\sum_{ev}$ は $S - \beta$ が偶数又は0の時の和を示す。保留投票も考慮して、

$$P_S = P_{eg} + \frac{1}{2} P_{amb} \quad (4-20)$$

をもちて「想起確率」とする。

想起確率  $P_s$  の計算例およびシミュレーションの結果を表4-3に示す。

記憶数 K	3入力型 (計算)	3入力型 (シミュレーション)	アソシアトロン (シミュレーション)
9	0,864	0,874	0,759
25	0,735	0,749	0,621
49	0,668	0,676	0,551
必用メモリー数	15 x 15	15 x 15	15 x 30

表4-3  $s = 15$  の時の想起率  $P_s$  (シミュレーション数:  $15 \times K$ )

尚、式(4-8)を式(4-21)のように書き換えれば4入力型の、さらには一般に  $N$  入力型の連想記憶を構成することもできる。

$$r_{ji}^{(p)} = U \left[ a_i^{(p)} b_i^{(p)} c_i^{(p)} d_j^{(p)} + \sum_{s \neq p} a_i^{(s)} a_i^{(s)} b_i^{(s)} b_i^{(s)} c_i^{(s)} c_i^{(s)} d_j^{(s)} \right] \quad (4-21)$$

## 4-4 記憶数と適切な冗長性

連想記憶を評価するうえで想起確率  $P_s$  は直観的ではあるが、 $P_s$  には加算性がないので、パターン数が増えた時に連想記憶がどの程度の情報を扱っているのかを明確には表現してこない。また連想記憶を他の形式の記憶装置と比較する場合にも  $P_s$  だけでは不十分である。ここでは図4-3のように連想記憶を通信路とみなし、この通信路によって伝送される相互エントロピーを用いて memory の使用効率  $\eta$  を定義する。

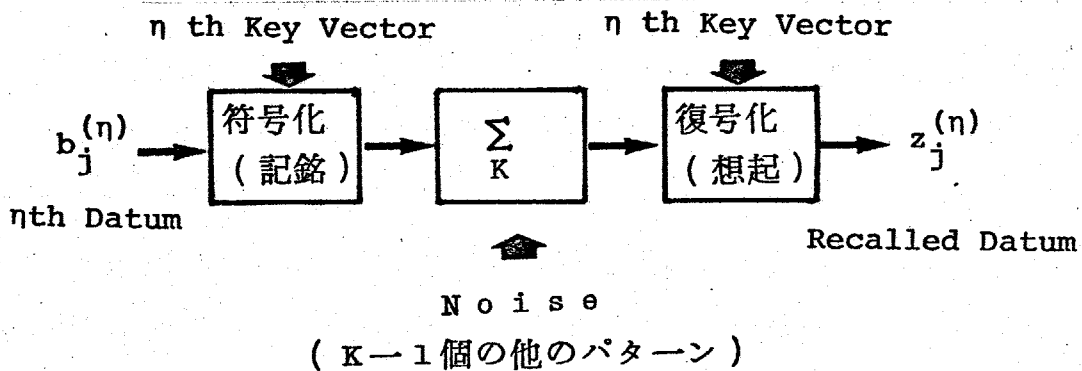


図4-3 連想記憶の通信路モデル

保留投票を無視すると連想記憶の記憶内容の1 bit分が記録、想起される過程は、図4-4に示すようなBSC (Binary Symmetric Channel) と考える事ができる。BSCによって伝送される相互エントロピーは、周知のように式(4-23)で与えられる。<sup>(49)</sup>

$$\begin{aligned} I(X;Y) &= 1 + P_e \log_2 P_e + (1 - P_e) \log_2 (1 - P_e) \\ &= 1 + (1 - P_s) \log_2 (1 - P_s) + P_s \log_2 P_s \end{aligned} \quad (4-23)$$



但し  $P_e$  は誤り率で  $1 - P_e = P_s$  の関係にある。又、 $P(x_+) = P(x_-)$  と仮定した。

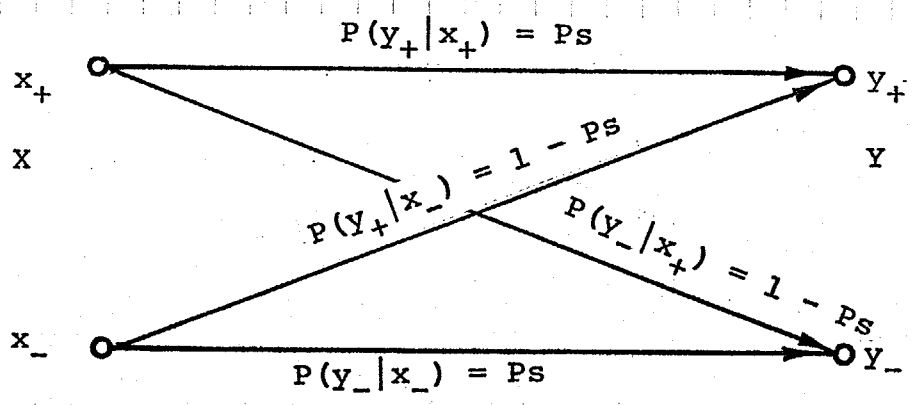


図4-4 連想記憶のBSCモデル

相互エントロピーには加算性が有るので  $K$  個のパターンを全て想起させた時、各々のパターンが確率的に独立ならば、伝達されるエントロピーの総量は  $K \cdot I(X; Y)$  で与えられる。

一方記憶行列の中で記憶内容の1次元分の記憶に関する記憶素子全ての記憶容量は  $S$  bit であるが、これを今  $H_{max}$  で表わし、式(4-24)によって memory の使用効率  $\eta$  を定義する。(  $K$  個のパターンは完全に独立と仮定する。 )

$$\eta = \frac{K \cdot I(X; Y)}{H_{max}} \tag{4-24}$$

記憶行列を介して伝達される情報量の総和は  $H_{max} = S$  bit を越える事はない。従って  $0 \leq \eta \leq 1$  である。

尚、 $H_{max}$  が  $S$  bit で与えられる連想記憶では当然の事ながら次の関係が成立つ。

$$K \cdot I(b; z) \leq H_{max} = S \tag{4-25}$$

式(4-23)(4-25)を用い、 $P_s > 0.5$ を考慮すると、非線形離散値形の連想記憶の想起確率 $P_s$ は図4-5の斜線内に限定される。

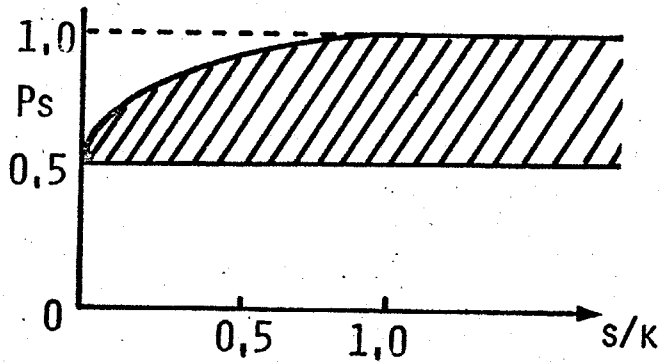


図4-5

$P_s$ の取り得る範囲

K	$P_s$	$\eta$
3	0.983	0.175
5	0.937	0.220
9	0.864	0.256
15	0.798	0.274
25	0.739	0.286
49	0.675	0.295
71	0.646	0.296
101	0.623	0.297

表4-4

アソシエトロンの $\eta$ 計算例

表4-4は  $S=15$  のアソシエイトロニについて  $\eta$  の計算値を示す。アドレス方式の記憶装置では  $k=2^5$  の時に  $\eta=1$  となるが、これに比するとアソシエイトロンの memory 使用効率は比較的低いのである。

連想記憶は 1 bit の符号を  $S$  bit の符号に符号化し、冗長性を持たせ、ノイズの影響を低減しているものと考えられる事ができるが、入力パターン次元数と記憶パターン数の関係によっては、必要以上に多くの memory を占有し、上述の使用効率  $\eta$  を低下させる事になる。また、逆に入力次元数に対し記憶数が多過ぎれば十分正確な想起が行えなくなる。

表4-5は記憶数と Key Vector の bit 数が与えられた時に有効な記憶の諸形式を示す。

記憶数	適切な記憶形式	必用メモリー数
$k=2^{S_a}$	アドレス方式	$S_b \times 2^{S_a}$
⋮	ランダムイズド・ファイル	
⋮	2 step アソシエイトロン	$S_b \cdot S_a (S_a - 1) / 2$ (key のみ 2 乗次元)
⋮		
$k=S_a/10$	アソシエイトロン (中野)	$S_a \cdot S_b$ (相互想起)
⋮	L 分割	$(S_a + S_b)^2 / 2L$
⋮	ICMM (Kohonen 1972)	
⋮	分散型記憶 (藤井 他 1973)	
⋮		
$k=1$	単一メモリー	$S_b$

$S_a$  : number of bits for the key-field  
 $S_b$  : number of bits for the data-field  
 $k$  : number of patterns

表4-5 記憶数と入力素子数が与えられた時適切な記憶形式

Address 方式では  $2^{S_a}$  個のパターンを 100% の正確さで扱おうが、メモリー数は Key field の bit 数  $S_a$  の増加に伴い、指数的に増加する。Address 方式とアソシアトロンの中間に属す 2-step 方式については後述するが、反対に Key field の bit 数  $S_a$  が記憶パターン数  $K$  に比して十分大きく、使用効率  $\eta$  の低い場合には、図 4-6 のように記憶行列の対角線上の  $L$  個の正方形の部分だけにメモリーを配して、想起確率を多少犠牲にして memory の使用効率を上げる事ができる。この方式は入力 Vector をあらかじめ  $L$  等分して置き、それぞれの小 Vector ごとに通常のアソシアトロンを配するのと等価である。

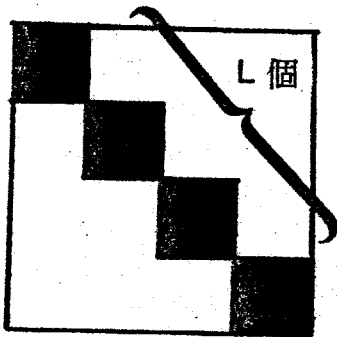


図 4-6 L 分割法

この他パターン<sup>(49)</sup>の性格に応じて重要な部分だけを残す ICMM (Kohonen 1972)、対角線に平行な帯状領域を除去する分散型記憶 (藤井 1973) 等がある。

2-step 方式 --- 入力次元数  $S$  が比較的少なく、しかも記憶数の比較的多い場合、通常のアソシアトロンの操作を 2 回繰り返して  $S^4$  の空間内に記憶内容を保持する事ができる。このような自己想起型の 2-step 方式では膨大な量の memory を必要とする。これに対し、Key vector のみの相関行列をとり、これを 1 次元に並べた  $S^2$  次元の vector を新たな key vector として用い、データとの相関行列 ( $S^3$  空間) 内に記憶を保持する相互想起型では、必要な記憶素子の数をわざわざ増やさないので、自己想起型よりも有利である。表 4-6 には 2-step アソシアトロンのシミュレーション結果を示す。

Address 方式では 100% の正確さを持って想起が行われるので公平な比較とは言いがたいが、参考のために 15 bit の Address 符号を用いてアド

方式の記憶を行った場合で、記憶数 $K$ が比較的低い場合についても $\eta$ を計算し、表4-7に示す。表4-6, 4-7を比較すると、余り正確な想起を必要とせず、Key fieldのbit数が大きく、しかも少ない個数のパターンだけを貯えたい場合には2-step方式が有利である事が分る。

k	Ps	$\eta$
3	1.0	0.0019
5	1.0	0.0032
9	1.0	0.0057
15	1.0	0.0095
25	1.0	0.0159
49	0.969	0.0249
71	0.930	0.0286
101	0.923	0.0390

表4-6 2-step方式のシミュレーション結果

( $S_a = 15, H_{max} = 1575 \text{ bit}$ )

シミュレーション数  $15 \times K$ )

K	Ps	$\eta$
3	1.0	0.0000916
5	1.0	0.000153
9	1.0	0.000275
15	1.0	0.000458
25	1.0	0.000763
49	1.0	0.00150
71	1.0	0.00217
101	1.0	0.00308

表4-7 Address方式計算値

( $S = 15, H_{max} = 32768$ )

bit.)

## 4-5. ますび

本章4-2ではアソシアトロンで得られる想起率を低下させないで、実際の神経回路との対応関係がつかような記憶形式を目的として考察を行い、神経回路内でのハルス密度の密状態を'1'に、疎状態を'0'に対応させてモデルを表現した。この時に想起率を低下させないためには、アソシアトロンでの積の演算はCoincidenceの演算で置き換える。

4-3ではKey vectorのカテゴリが、いくつかの属性に属すSub categoryの組合せとして表現される場合にも想起確率が低下しない入力型のアソシアトロンを提案した。

4-4では連想記憶を通信路モデルという形で表現して、連想記憶に貯えられる情報量を具体的に評価し、これを用いて連想記憶の使用効率 $\eta$ を定義した。最後に記憶数と入力素子数が与えられている場合に有利な記憶形式について考察を行い、ある条件下では、今まで得られている形式よりも有利な2-stepアソシアトロンおよび分割法を提案した。

## 第5章 小脳皮質の連想記憶モデル

### 5-1 はじめに

第3章でも述べたように、運動の制御を司る小脳、特にその皮質部の神経構造については解培学的、生理学的解明が進み、<sup>(\*)</sup> 定量的な扱、が可能で段階にまで至っている。

一方、小脳の動作を巨視的に見た場合、大脳が手足等の効果器を制御する時に、小脳が手足等のシミュレーターとして働き、効果器の動作の結果を予測して、実際の行動が行われるより先に大脳にフィードバックし、敏捷な動作をスムーズにコントロールするのではないかという考えもなされている。<sup>(2)(50)</sup>

そこで、今までに得られている小脳の微視的な構造に関するデータと、巨視的な小脳の動作の両者を含めて説明がなされる事が望まれている。

本章では小脳皮質の神経構造に対して連想記憶のモデルを適用し、その連想記憶としての能力を評価するとともに、「小脳連想記憶モデル」によって巨視的に見た小脳の動作の一部が説明できる事を示す。

## 5-2 小脳皮質の教師付学習

先にも述べたように、生体は外界から与えられた刺激や、神経系自身の作り出した興奮パターンを何等かの形で分類する能力を持っていると考えられる。このような clustering を行いうる神経回路の自己組織化モデルについては第3章で触れたが、このような刺激と合目的的な行動(反応)とを結びつけるためには、どのような行動をすべきかを、何等かの形で教え込む必要がある。このような教師付の学習には、大きく分けて強制学習と誤り訂正学習の方法がある。強制学習は、サンプルパターンを与えると同時にどのような行動をとるべきかの正解をも同時に教え込む方法であるが、誤り訂正学習では、サンプルパターンを与えた時に自発的に行われる行動が正しければ訂正を行わず、誤った行動であった場合には内部状態を変更するという方法である。

連想記憶は key vector  $a^{(k)}$  と data vector  $b^{(k)}$  を覚え込ませ、想起の時は  $a^{(k)}$  のみを印加する事によって  $b^{(k)}$  に近い  $z^{(k)}$  を呼び出すというものであるが、この  $a^{(k)}$  を神経系に与えられる刺激、 $z^{(k)}$  をそれに対する反応として考えるならば、 $a^{(k)}$ 、 $b^{(k)}$  の組を記憶させる事は強制学習とみなす事ができる。

ところで、小脳の皮質には第3章、表3-1に示すように mossy fiber と climbing fiber の2つの主な入力経路がある事が知られている。D. Marr<sup>(33)</sup> は climbing fiber が、小脳皮質の唯一の出力細胞である Purkinje 細胞と1対1の関係に有り、1本の climbing fiber から1つの Purkinje 細胞を確実に発火させる事に注目して、この climbing fiber からの入力が教師の役割を果たすのではないかという仮説をたてた。即ち、1つの Purkinje 細胞は granule cell とその軸索である parallel fiber を介して与えられる mossy fiber からの入力と、climbing fiber からの入力、以上2つの興奮性入力を受けているが、この climbing fiber からの入力によって、Purkinje cell が興奮している時に、mossy fiber からの入力が増えられ



ると、その部分の parallel fiber - Purkinje cell の樹状突起間のシナプスが強化されるという仮説である。これに対して J. S. Albus<sup>(5)</sup> もほぼ同様な仮説をたてているが、Marr と大きく異なる点はシナプスが強化されるのではなく、シナプス伝導度が減少するという仮定を置いている点にある。いずれにしてもこのようなシナプス伝導度の変化が実際に起るか否かは明らかではないが、興味ある仮定である。

そこで、本章では登上新維入力を「教師」とみなす小脳皮質での学習を強制学習の様式である連想記憶という形で表現し、その能力評価を行う。

## 5-3 連想記憶モデルの構成

モデルの説明に入る前に小脳皮質内の主な信号の流れについて振り返ってみる。四肢の筋錐錐等、運動に関与する各部の受容器や、大脳皮質運動領に端を発する種々の信号は興奮性の線維 mossy fiber を介して小脳皮質の granular layer に与えられる。granular layer には多数の granule cells が有り、それぞれ4~5本の入力端を有し、mossy fiber にランダムに接続している。granule cell の出力は興奮性で、平行線維となって上行し、Purkinje Cell の樹状突起に接続している。Purkinje cell には他の入力経路: inferior olivary nucleus (下オリブ核) に端を発する climbing fiber が興奮性の強固なシナプス結合を行っている。

以上の結合様式を連想記憶という形で表現したモデルを図5-7に示す。mossy fiber (mf) 入力端には  $n$  次元の Key Vector  $X^{(k)}$  が、又 climbing fiber (cl) 入力端には  $L$  次元の data Vector  $Y^{(d)}$  が与えられる。ここで  $n$  はパターンにつけたラベル、 $n$  は mf 入力端の本数、 $L$  は考えている皮質領に含まれる Purkinje cells の個数を示す。また、考察を容易にするために Vector  $X$  および  $Y$  の要素は "1" 又は "0" と考える。この場合 "1" はパルス頻度の大きな状態に、"0" は頻度の低い状態に対応する。

granular 層 ( $gr$ ) には  $S$  個の  $gr$ -cell があって、各々  $R$  個の入力端を持つ。各入力端は mf にランダムに接続されている。ここで言う "ランダム" とは相互の接続関係に規則性がないという意味で、個体発生の過程で一度与えられた接続関係は時間的に変動しない。

$gr$ -cell のしきい値は、 $R$  個の入力が全て "1" であった時にのみ  $gr$ -cell が出力 "1" を出すように定める。  $i$  番目の  $gr$ -cell の出力と、 $j$  番目の  $gr$ -PK-cell の入力が交わる各 node には最大  $S \times L$  の記憶行列が形成される。  $j$  番目の PK-cell には  $Y^{(d)}$  の  $j$  番目の要素に相当する cl-fiber が  $S$  の

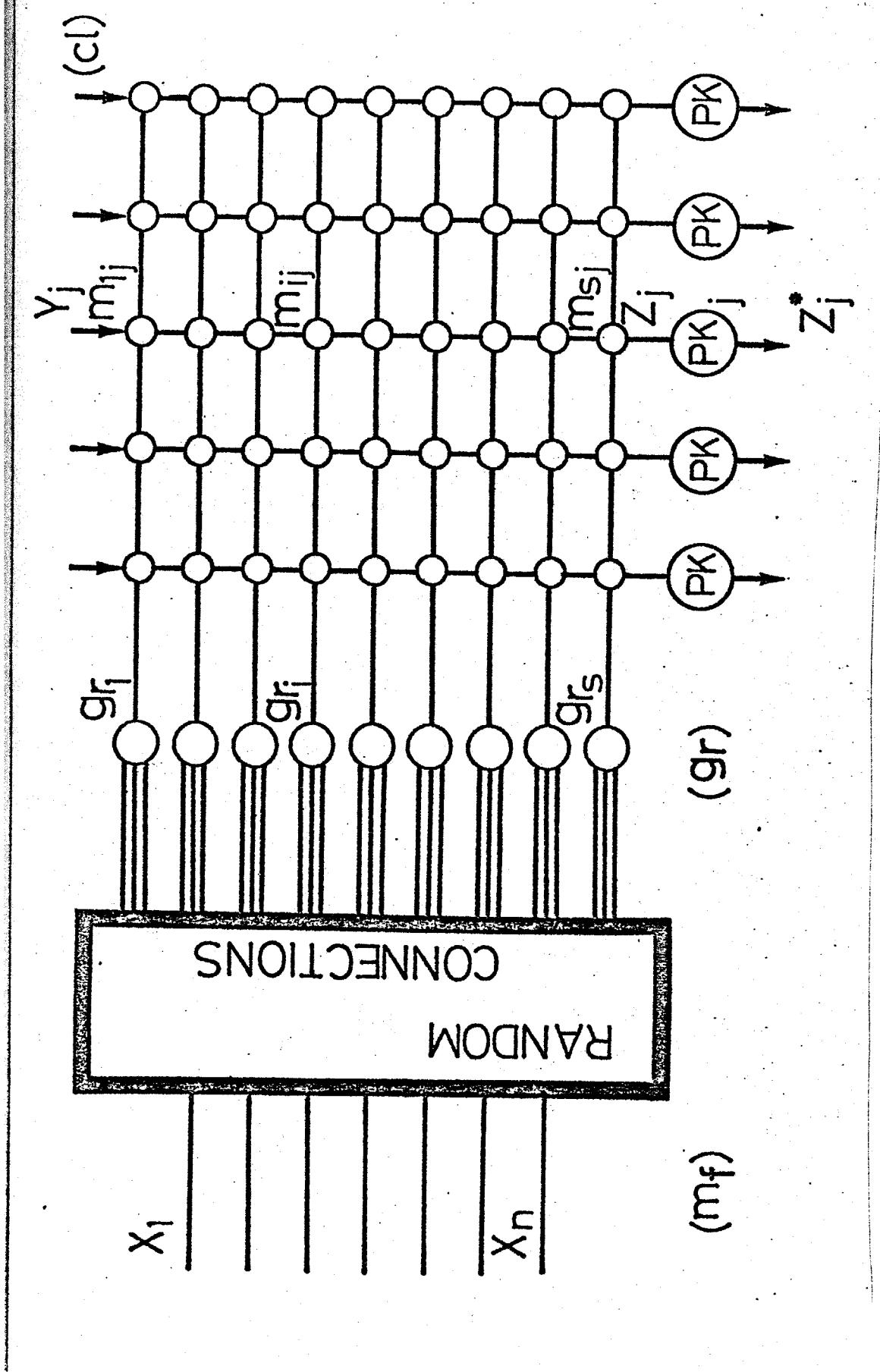


图5-1 小脳皮質の連想記憶モデル

入力が与えられる。この入力が“1”であった場合には相当するPK-cellは確実に興奮する。i番目のgr-cellの出力が“1”であつて、しかもその時のj番目のcl-fiberの入力が“1”であつた時に限りメモリ-素子 $m_{ij}$ には“1”が加えられる。パターン数がK個存つた場合には、それらの和が $m_{ij}$ に保持される。

即ち、連想記憶動作の“記録”は式(5-1)で行われる。

$$m_{ij} = \sum_{s=1}^K g_{ri} (X^{(s)}) \cdot Y_j \quad (5-1)$$

但し、

$$g_{ri} (X^{(s)}) = \begin{cases} 1; & i\text{番目のgr-cellが}j\text{番目のKey Vectorに対して興奮した時.} \\ 0; & \text{“興奮しない時.} \end{cases} \quad (5-2)$$

記録動作が完了後、想起はKey Vector  $X^{(s)}$  を印加する事によつて行なわれる。この時 $Y^{(s)}$ は印加しない。i番目のgr-cellの出力が“1”であつた時、 $m_{ij}$ に記憶されてつた内容はj番目のPK-cellに送られる。j番目のPK-cellは記憶行列の縦方向につつて、これらの和を取る。つまりj番目のPK-cellはj列目のメモリ-素子の中で、Key Vector  $X^{(s)}$  に対して興奮するgrが接続されている素子だけを選んで、その内容の和 $Z_j^{(s)}$ を入力にする。

$$Z_j^{(s)} = \sum_{i=1}^S g_{ri} (X^{(s)}) \cdot m_{ij} \quad (5-3)$$

$Z_j^{(s)}$ があるしきり値を超えた時にPK-cellは興奮し、 $Z_j^{(s)*}$ で表わされるPK-cellの出力は“1”になる。 $Z_j^{(s)}$ がしきり値以下の場合には“0”である。つまりPK-cellは出力を2値化する。このPK-cellのしきり値は、gr-cellから信号を受け、PK-cellを抑制するBasket-cellによつて調整されるものと仮定する。

s番目のパターンを想起する時、 $Z_j^{(s)}$ の期待値は、あらかじめ記録が行われたdata Vector  $Y^{(s)}$ のj番目の要素が“0”であつたかあるいは“1”であつたかによつて異なる。 $Z_j^{(s)}$ にはNoiseも重畳されているが、その定量的な評価に

ついでに次節で触れる。

もし、Key Vector  $x$  および data Vector  $y$  の全ての要素が  $\{0, 1\}$  の乱数集合から成っている場合には、 $z_j^{(s)}$  は確率変数として扱う事ができる。ここで  $w_1(z_j^{(s)})$  および  $w_0(z_j^{(s)})$  をそれぞれ、 $y_j$  が "1" であった場合、および "0" であった場合の  $z_j^{(s)}$  の確率密度関数とする。 $w_1$  および  $w_0$  の典型的な分布を図5-2に示す。

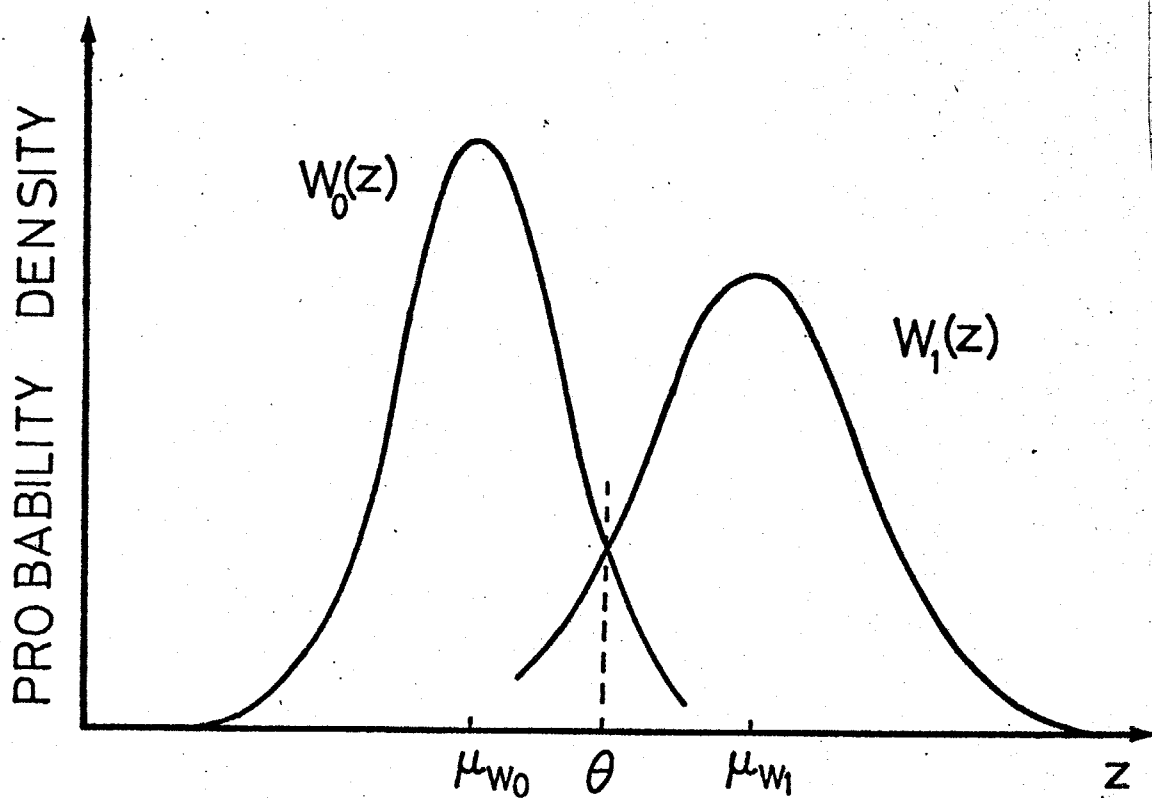


図5-2 PK-cell 入力期待値  $z$  の確率分布

もし両者の平均値の差が、各々の分布の標準偏差に比して十分大きければ、  
 j番目のPK-cellのしきい値を適切に選ぶ事によって、j番目のPK-cellの  
 出力  $y_j^{(t)*}$  は  $y_j^{(t)}$  に一致する事が期待される。同じ事がL個のPK-cellにつ  
 いても言え、これらの出力はL次元のVector  $Y^{(t)*}$  を構成し、先に記憶させた  $Y^{(t)}$   
 とほぼ一致する事が期待できる。今、変換行列  $[T]$  を  $Y^{(t)*} = [T] Y^{(t)}$  のように  
 定義すると、Key Vector  $X^{(t)}$  を提示して  $Y^{(t)*} \approx Y^{(t)}$  を想起する過程は変換  
 行列  $[T]$  の操作を実行する事に相当する。そしてこの変換行列が小脳皮質の連  
 想記憶モデルによって学習されたと考えられる事ができる。

## 5-4 想起率の評価

小脳皮質を連想記憶モデルとして扱った場合に、ある確かまで記憶、想起され得る最大のパターン数を求めるために、以下  $W_1(z)$  および  $W_0(z)$  の分布を求める。考察を簡単にするために  $j$  番の PK-cell のみに着目することにして、添字  $j$  は省略して書く。又、 $n$  を Key Vector の次元数、 $S$ : 1 個の PK-cell に接続されている gr-cells の数、 $K$ : 記憶されるパターン数、 $R$ : gr-cell の入力端の数とする。

Key Vector の各要素は、1 の比率が  $\alpha$  である  $\{0, 1\}$  の乱数集合から取り出すものとする。 ( $0 < \alpha < 1$ )。又、 $K$  個の data vector の  $j$  番目の要素は  $\{0, 1\}$  の乱数からなり、この  $K$  個の内の "1" の割合は  $\beta$  であると仮定する。 ( $0 < \beta < 1$ )。従って、Key Vector  $X^{(k)}$  と data vector  $Y^{(k)}$  の間、及び  $K$  個の Key Vector 相互、さらには各 Key vector の各要素間についても確率的独立が保障されている。

先の仮定のように gr-cell は  $R$  個の入力が全て "1" であった時に限り興奮する。各々の gr-cell の入力  $mf$ -fiber にランダムに接続されているので、もし仮に  $mf$  層に与えられる全てのパターンについて、"1" の bit 数  $n_1$  が固定されていたとしても、興奮する gr-cells の数  $S_1$  はパターンごとに変動する。この  $S_1$  の変動量は次のように評価される。

今仮に、 $mf$  層に与えられた或るパターンに含まれる "1" の数が  $n_1$  であったとすると、gr-cell の各々の入力端は  $1/n$  の確率で "1" を受ける事になる。従って各々の gr-cell は確率  $(n_1/n)^R$  で興奮し、 $S$  個の gr-cell の中で丁度  $S_1$  個だけが興奮する確率は二項分布:  $B(S_1 | S, (n_1/n)^R)$  で与えられる。  $S \gg 1$  の場合には、この二項分布は式 (5-4) の正規分布で近似される。

$$f(S_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_f} \exp \left\{ -\frac{(S_1 - \mu_f)^2}{2\sigma_f^2} \right\} \quad (5-4)$$

但し、

$$\sigma_f^2 = S \cdot \left(\frac{n_1}{n}\right)^R \left\{1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^R\right\}$$

$$\mu_f = S \cdot \left(\frac{n_1}{n}\right)^R \quad (5-5)$$

一方、 $\gamma'$  を受けるmf端子の数 $n_1$ 自身も変動し、その分布は式(5-6)で近似される。

$$g(n_1) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} \exp\left\{-\frac{(n_1 - \mu_g)^2}{2\sigma_g^2}\right\} \quad (5-6)$$

但し、

$$\mu_g = \alpha n$$

$$\sigma_g = \alpha(1-\alpha)n \quad (5-7)$$

よって、或るパターンに対して興奮するgr-cellsの数の変動は式(5-8)の分布で与えられる。(詳しい誘導は付録Bに示す。)

$$F(s_1) = \text{const} \int_0^n f(s_1) g(n_1) dn_1$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_F} \exp\left\{-\frac{(s_1 - \mu_F)^2}{2\sigma_F^2}\right\} \quad (5-8)$$

但し、

$$\mu_F = S \alpha^R$$

$$\sigma_F^2 = S \alpha^R \left\{1 - \alpha^R + \frac{SR^2}{n} \alpha^{R-1} (1-\alpha)\right\} \quad (5-9)$$

想起の際に、 $j$ 番目のKey Vector  $X^{(j)}$  がmf端に加えられたとすると、 $s_1^{(j)}$  個のgr-cellsが興奮し、 $s_1^{(j)}$  個のメモリーの内容が加算され、 $j$ 番目



の PK-cell に加えられる。この場合、1つの PK-cell に加えられる入力は、 $S_1^{(s)}$  個のメモリーに蓄積されている他のパターンによるノイズと、 $S_1^{(s)}$  自身の変動に起因するノイズとによって、あるゆらぎを持つ。

そこで先ず、 $S_1^{(s)}$  個のメモリーの中に蓄積されているノイズの量を求めるために、記録の段階に立ちかえり、 $s$  番目の key vector が加えられた時に  $S_1^{(s)}$  個の gr-cells の中の何個が興奮するかを考えてみる。

仮定により、 $K$  個のパターンは mf レベルでは相互に確率的に独立であるが、 $n \gg R$  の時にはこの独立性は gr レベルでも保たれている。今、 $S_1^{(s)}$  個の gr-cells の中で、 $s$  番目と  $s$  番目の両方のパターンに対し興奮する gr-cells の数を  $S_{11}^{(s)}$  とすれば、この  $S_{11}^{(s)}$  の分布は式 (5-8) (5-9) の  $S_1$  を  $S_{11}^{(s)}$  で、 $S$  を  $S_1^{(s)}$  で置き換える事によって、式 (8-10) (8-11) のように与えられる。

$$Q(S_{11}^{(s)}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left\{-\frac{(S_{11}^{(s)} - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right\} \quad (5-10)$$

但し、

$$\mu_0 = S_1^{(s)} \alpha^R$$

$$\sigma_0^2 = S_1^{(s)} \alpha^R \left\{ 1 - \alpha^R + \frac{S_1^{(s)} R^2}{n} \alpha^{R-1} (1 - \alpha) \right\} \quad (5-11)$$

以下では、 $s$  番目の datum  $y$  が '1' であった場合と '0' であった場合に従って、PK-cell に与えられる入力の分布  $w_1(z)$  と  $w_0(z)$  を別個に求める。

$y^{(s)} = 0$  の場合) この場合には  $y^{(s)}$  に関する本来の信号分は PK-cell の入力  $z^{(s)}$  には入っていないので、 $z^{(s)}$  は  $S_1$  個のメモリーに蓄積された  $\beta K$  個のパターンのノイズだけから成る。 $\beta K$  個のパターンは確率的に相互に独立なので、 $\beta K$  個のパターンによって与えられるノイズの総量  $z_N$  は式 (12) の分布に従う。

$$N_0(z_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{N_0}} \exp\left\{-\frac{(z_N - \mu_{N_0})^2}{2\sigma_{N_0}^2}\right\} \quad (5-12)$$

但し

$$\mu_{N_0} = \beta K \mu_a$$

$$\sigma_{N_0}^2 = \beta K \sigma_a^2 \quad (5-13)$$

式(28)に従う  $S_i^{(s)}$  の変動を考慮すると、 $W_0(z)$  は次のようになる。

$$W_0(z) = W_0(z_N) = \text{const} \int_0^S F(S_i) N_0(z) dS_i$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{W_0}} \exp\left\{-\frac{(z - \mu_{W_0})^2}{2\sigma_{W_0}^2}\right\} \quad (5-14)$$

但し

$$\mu_{W_0} = \alpha^{2R} \beta K S$$

$$\sigma_{W_0}^2 = K^2 \beta^2 \alpha^{2R} \left\{ 1 - \alpha^R + \frac{SR^2}{n} \alpha^{R-1} (1 - \alpha) \right\}$$

$$+ K^2 \beta^2 \alpha^{2R} \left\{ 1 - \alpha^R + \frac{SR^2}{n} \alpha^{2R-1} (1 - \alpha) \right\} \quad (5-15)$$

$y_i^{(s)} = 1$  の場合) ノイズの分布は式(5-12)と同様に求める事ができるが、この場合には  $\beta K$  ではなくて、 $\beta K - 1$  個のパターンによるノイズだけを考えれば良い。

$$N_1(z_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{N_1}} \exp\left\{-\frac{(z_N - \mu_{N_1})^2}{2\sigma_{N_1}^2}\right\} \quad (5-16)$$

但し

$$\mu_{N_1} = (\beta K - 1) \mu_a$$

$$\sigma_{w_1}^2 = (\beta K - 1) \sigma_0^2 \quad (5-17)$$

さらには、今度の場合には  $z^{(s)}$  に関する本来の信号  $z_v^{(s)}$  も  $z^{(s)}$  の中に含まれている。即ち  $z^{(s)} = z_N^{(s)} + z_v^{(s)}$ 。与番目のパターンが  $s_1^{(s)}$  個の各々のメモリーにもたがす増加量は1づつであり、 $z_v^{(s)}$  というのは  $s_1^{(s)}$  個のメモリーに蓄えられている本来の信号の和であるから  $z_v^{(s)} = s_1^{(s)}$  となる。従って、 $s_1^{(s)}$  を固定した時に、 $s_1^{(s)}$  個のメモリーの中に蓄積されているノイズと本来の信号の総量  $z^{(s)}$  は分布  $N_1(z^{(s)} - s_1^{(s)})$  に従う。よって  $s_1^{(s)}$  自体が変動する事を考慮して、式(5-14)と同様に、式(5-18)を得る事ができる。

$$W_1(z) = \text{const.} \int_0^S F(s_1) N_1(z - s_1) ds_1$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{w_1}} \exp\left\{-\frac{(z - \mu_{w_1})^2}{2\sigma_{w_1}^2}\right\} \quad (5-18)$$

但し

$$\mu_{w_1} = S \alpha^R (\alpha^R \beta K - \alpha^R + 1)$$

$$\sigma_{w_1}^2 = S \alpha^R (\alpha^R \beta K - \alpha^R + 1)^2 \left\{ 1 - \alpha^R + \frac{S R^2}{\pi} \alpha^{R-1} (1 - \alpha) \right\}$$

$$+ S \alpha^{2R} (\beta K - 1) \left\{ 1 - \alpha^R + \frac{S R^2}{\pi} \alpha^{2R-1} (1 - \alpha) \right\} \quad (5-19)$$

$S \gg n \gg R$  で、かつ  $\alpha = \beta = 0.5$  とした時には式(5-15)(5-19)で与えられる標準偏差は式(5-21)で近似される。

$$\sigma_{w_1} \approx \sigma_{w_0} \approx \frac{RSK}{2^{(2R+1)} \sqrt{\pi}} \quad (5-20)$$

分布  $w_0$ ,  $w_1$  に対してしきい値操作による最尤決定法を適用して、想起を行う時、その成否を左右する最も重要な量は  $(\mu_{w_1} - \mu_{w_0}) / \sigma_{w_0}$  である。この比は次のように近似する事ができる。

$$\frac{\Delta\mu}{\sigma_{w_0}} = \frac{\mu_{w_1} - \mu_{w_0}}{\sigma_{w_0}} \approx \frac{2^{R+1} \sqrt{n} (1 - \frac{1}{2^R})}{RK}$$

(5-21)

特に  $K \gg 1$  の場合には想起確率  $P_s$  は  $\Delta\mu/\sigma$  を用いて  $P_s \approx \Phi(\Delta\mu/2\sigma)$  となる。(付録6参照) 但し  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2}) dx$ .

以上のようにある確かさて記憶、想起する事のできるパターンの数は  $mf$  入力の次元数  $n$  と  $gr$ -cell の入力端数  $R$  だけに依存して決まり、 $S \gg n$  が満足される限り、 $gr$ -cells の個数  $S$  には依らない事が分る。又、 $R$  の増加は多くのパターンの記憶を有利にする。この傾向は第3章でも触れた  $mf \rightarrow gr$  間の変換によってパターン間の重複部分が増加する事によるものである。もし  $R$  が1よりもある程度大きい数だった場合には、あるパターンに対して興奮する  $gr$ -cell の割合はかなり少ないものになる。従って一つのメモリーを共有するパターンの数も減少し、パターン共有によるノイズが減少し、正しい想起の確率が高くなる。

哺乳類の小脳皮質では、 $S \approx 80,000$ 、 $n \approx 7,000$ 、 $R = 4 \sim 5$  というデータが得られている。<sup>(32)</sup> これらのデータを用いて、この連想記憶モデルがどの程度の能力を有するかを評価する事ができる。但し、7000本の  $mf$  入力の中で、独立なものは約1500本と考えられているので、<sup>(33)</sup>  $n = 1500$  として扱う。

これらのデータを式(5-14, 15, 18, 19)に代入し、式(5-22)を用いる事によって想起率  $P_s$  は  $PK$ -cell のしきい値  $\theta$  の関数として計算される。

$$P_s = \beta \int_{\theta}^{\infty} w_1(z) dz + (1-\beta) \int_{-\infty}^{\theta} w_0(z) dz$$

(5-22)

図5-3は、最大決定が行われるようにしきい値  $\theta$  を最適化し、 $P_s$  を最大にした時の想起率  $P_{s \max}$  の変化を示す。但し、 $\alpha = \beta = 0.5$  と仮定した。ある確かさて記憶想起できるパターンの数は、図5-3から明らかになるように、 $R$  の増加とともに増加する。

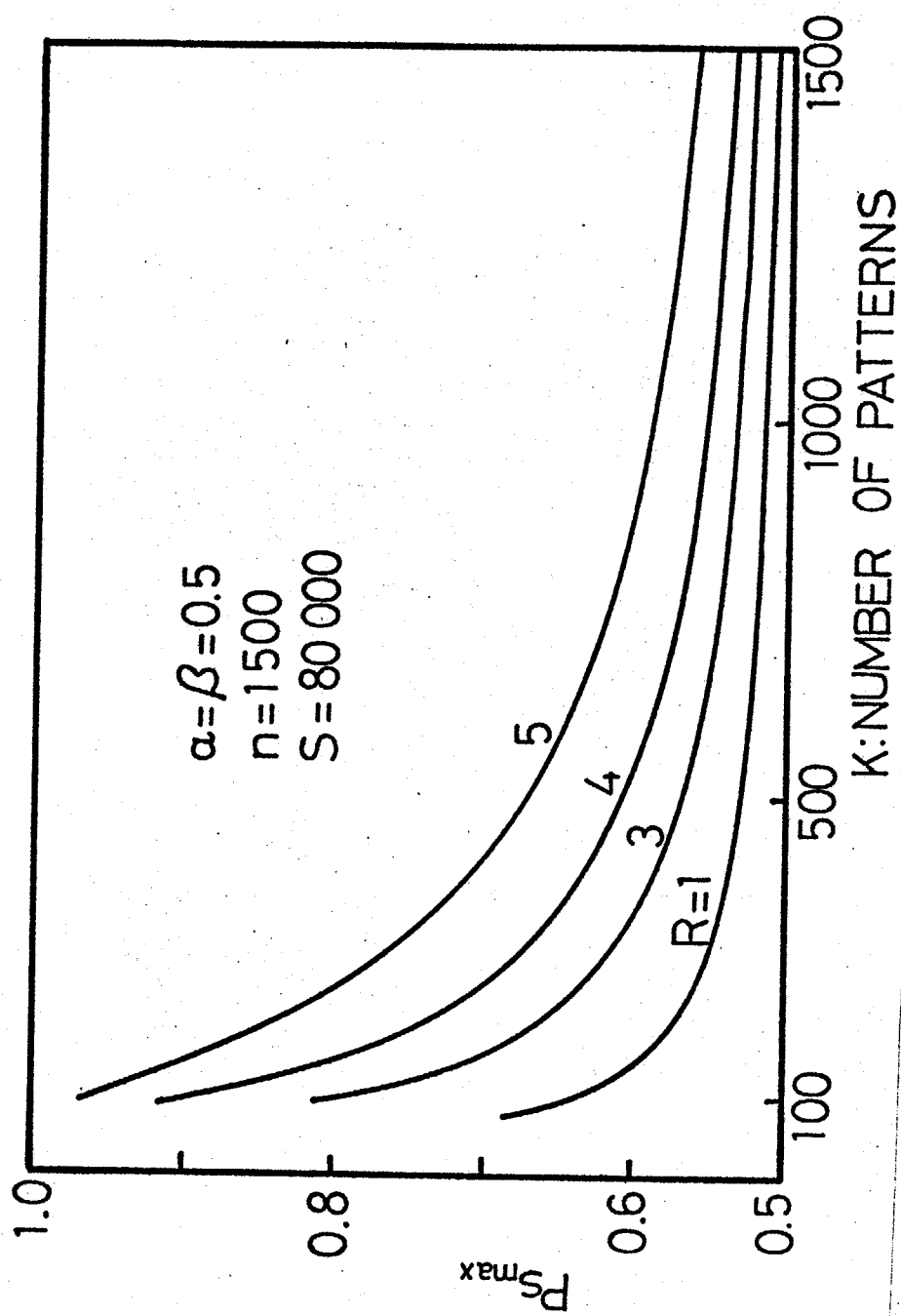


図5-3 パターン数の増加に対する  $P_{S_{max}}$  の変化

## 5-5 抑制性ニューロンの役割

$\{1, 0\}$ の信号と、積の演算を用いた連想記憶では、入力Vector中に含まれる“1”の割合の変動が想起率を低下させる大きな原因になる事は既に第4章、4-2で述べたが、小脳皮質の連想記憶モデルについても同じ傾向が現われ、図5-3のようにパターン数が或る程度増加すると  $P_{\text{max}}$  は急激に低下する。これは式(5-15)、(5-19)の第1項によるものである。この第1項はパターンごと異なる active な gr-cells の数の変動に起因する項である。

第4章、4-2では、積の演算の代りに Coincidence 演算 $\odot$ を用いる事によって想起率の低下を回避できる事を述べたが、本モデルの場合には記憶行列の各nodeでの $\odot$ の演算は考えにくい。ところが小脳皮質の場合には Basket Cell が gr-cells から信号を受け Purkinje-cell を抑制している。そこで、この Basket Cell が active な gr-cells の数に応じて Purkinje-cell に抑制をかけ、active な gr-cells 数の変動分を補償していると仮定する事ができる。今この補償が式(5-23)のように行われたと仮定する。

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\bar{S}}{S_1} Z \quad (5-23)$$

但し、 $Z_{\text{eff}}$  は想起の際に Purkinje 細胞に与えられる実効的な (Basket-cell の抑制効果を含んだ) 入力の値、 $\bar{S}_1$  は  $K$  個のパターンについての  $S_1$  (Active な gr-cells の数) の平均値を示す。このような補償を行うと式(5-15)、(5-19)の第2項のみが残り、式(5-21)の  $\Delta\mu/\alpha_{w_0}$  なる比は式(5-24)のように書き換えられる。

$$\frac{\Delta\mu}{\alpha_{w_0}} \approx \frac{\sqrt{2}(2^R - 1)}{R} \sqrt{\frac{n}{K}} \quad (5-24)$$

式(5-24)の表現を見ると、ある確かまで記憶、想起できるパターン数  $K$  は、入力素子数  $n$  に比例するようになり、想起率は改善される。(式(5-20)では  $\sqrt{n}$

に比例)

図5-4は、式(5-23)の補償を行った場合の  $P_{S_{max}}$  を示す。図5-3と比較すると、かなり多くのパターン数を扱える事が分る。

第4章、4-2では入力に含まれる“1”の割合の変動を補償するために、記憶行列の各nodeに抑制性ニューロンを配してCoincidenceの演算を行わせる事を仮定したが、本章では1つのPk-cellに1個の割合で抑制性ニューロンの働きを導入する事によって同様な目的を達する事ができた。

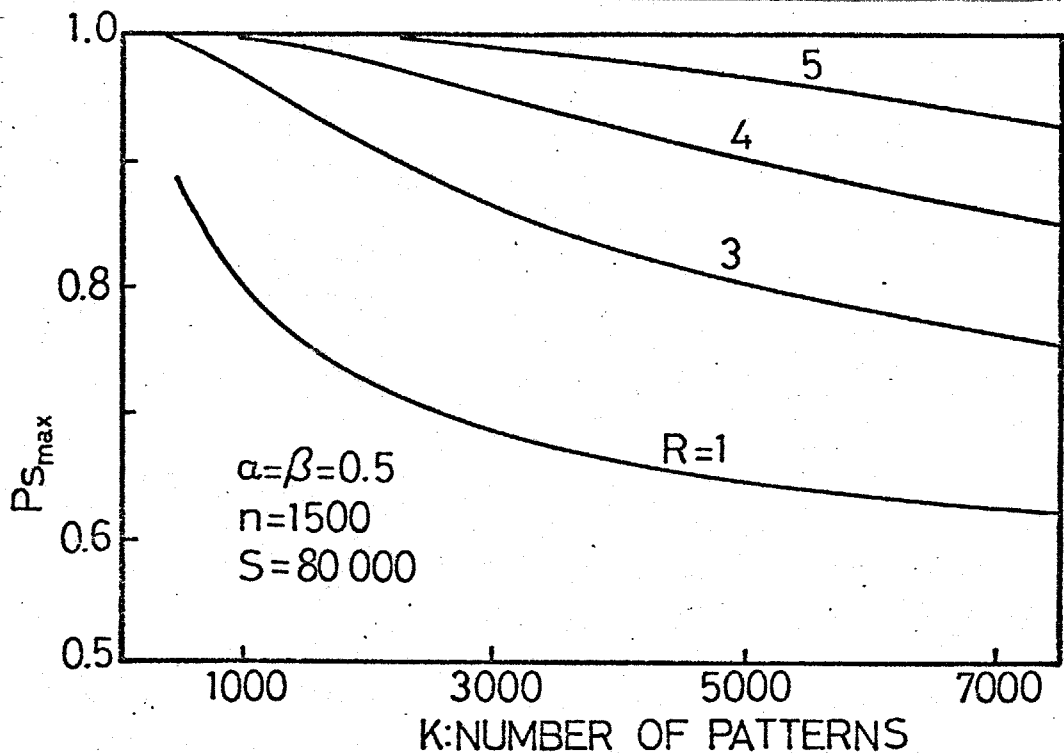


図5-4 式(5-23)の補償後の  $P_{S_{max}}$  の変化

## 5-6 巨視的に見た小脳の役割

小脳を全て除去すると著しい運動障害(推尺異常, tremor, 緊張減退, 運動解離)が起る事から、小脳は運動の制御に重要な役割を果たしていると考えられるが、局所的な破壊・実験の結果、次の様な機能局在が認められている。<sup>(30)</sup>

- 1) 虫部皮質、室頂核を含む内側部 ----  
筋の緊張、姿勢、歩行、走行、体全体の平衡。
- 2) 傍虫部皮質、中位核を含む中間部 ----  
空間的に組織だてられた熟練した運動と関連する同側肢の筋緊張、姿勢制御。
- 3) 小脳半球と歯状核を含む外側部 ----  
2)と同様、同側肢の熟練した空間的に組織だてられた運動、  
但し姿勢、緊張とは関係ナシ。
- 4) 前庭小脳(系統発生的には最も古い部分) ----  
眼位、体位の保持、運動に関与。

破壊実験による方法は、破壊した部位が、それによってそこなわれた機能と何等かの関係を持つ事は示唆するが、破壊された部位がその機能をささえる本質的な役割を持つとは限らず、巨視的な意味でも小脳の機能は今尚明らかではない。

この様な中で Eccles, 伊藤等は、主に電気生理学的な実験結果を手がかりに大脳の運動領、小脳半球を含んだ運動制御系の動作の説明を試みている。ここでは Eccles 等の考えている小脳の巨視的な機能の一部が、先に述べたように微視的な皮質構造にもとづいた連想記憶モデルで説明し得る事を示す。

先ず、小脳半球が関与する運動制御系に対して Eccles 等が提案している



巨視的な説明を概説する。

図5-5に制御系のモデルを示す。

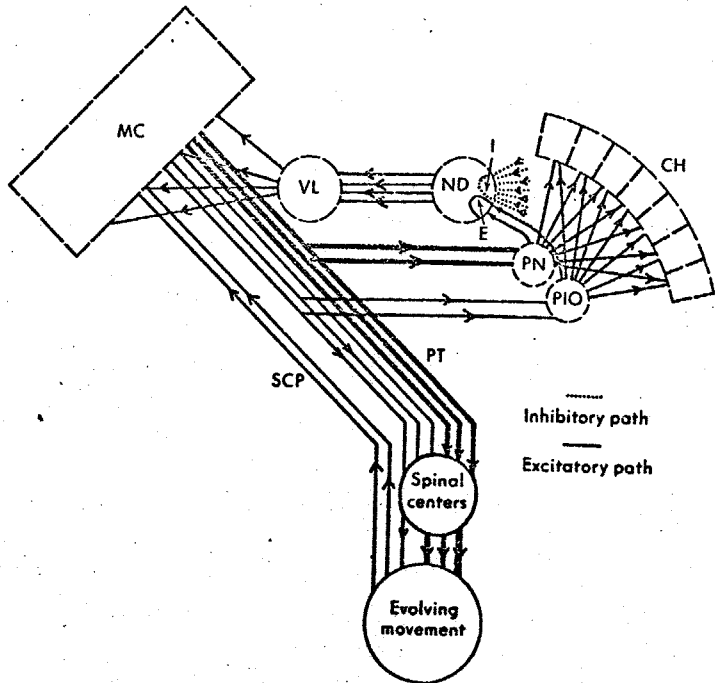


図5-5 小脳半球—大脳皮質の関与する運動制御系(Eccles<sup>(2)</sup>による)

大脳皮質運動領MCから発せられ錐体路PTを下降するインパルスの一部は橋核PN又は下オリブ核PIOを介して小脳半球へ送られる。小脳半球の抑制性出力と橋核からの興奮性インパルスは歯状核NDで統合され、視床外腹側核VLを経て大脳皮質運動領へ feed back される。

この制御系では、新しく行う行動はPT-SCPループを通過して、大脳皮質のコントロールで行われるが、それと同時にPT信号の一部が小脳を“訓練”し、その動作に習熟した時点では、小脳はPT信号に対するSCP応答を予測する能力を有し、SCP応答が来る前に大脳皮質運動領に対して動作指令が適切なものであるか否かの情報を提供する。このような段階では小脳は謂わば筋肉系の simulator として働く事で、PT信号に従って筋肉が実際の動作を開始して動作の結果が受容器から発せられ、SCPを経て feed back されてくる

よりもはるかに早く動作結果の情報を大脳に与える事ができ、敏捷な運動がスムーズに遂行される。

これを「小脳皮質の連想記憶モデル」という立場から考えてみる。先ず大脳良質運動領からPTを通り、PNを介して小脳皮質苔状線維(mf)に与えられる信号を連想記憶のkey vectorと考える。図5-5には書いてないが、受容器からSCPを通して上向する信号の一部は下オリブ核PIOを介して登上線維として小脳皮質に入る<sup>(31)</sup>。これをdata vectorと考える。記録の段階では、運動領からの指令と、これによって筋肉が動いた結果とを組にして記憶する。動作に習熟した段階ではPT→mfのkey vectorだけが与えられ、data vectorに対応する信号がプルキンエ細胞-ND-VLを経てMCへfeed backされる。

以上のモデルは主に、小脳半球部、錐体路の関与する随意運動に於ける小脳の機能を連想記憶という形で表現したものであるが、小脳虫部、錐体外路が主に関与する不随意運動に対しても連想記憶のモデルを適用する事ができる。

姿勢保持などの不随意運動は姿勢の状態を知覚する受容器からの信号に対して謂わば反射的に、小脳が指令を出し、筋肉をコントロールしているものと考えられているが、その反射の様式は先天的に与えられているものではなく、後天的に得られるものとする見方が強い。この場合、姿勢保持を学習する段階では大脳運動領が関与し、それがroutine workとなるに従って、今度は大脳が教師となって小脳を訓練し、routine workを小脳に受け渡すのではないかとと思われる。この過程は、受容器から苔状線維を通って小脳皮質に至る信号をkey vectorと考える。大脳運動領からPT-PIO-登上線維を介して小脳皮質に至る信号をdata vectorとみなし記録(訓練)を行うものとする。訓練終了後は、時々刻々の姿勢の状態等が受容器-苔状線維を経てkey vectorとして与えられ、姿勢等を維持するために必要な指令がプルキンエ細胞からタイテルス核、前庭核等を介して脊髄を下行し、筋肉をコントロールするものと考えられる事ができる。

## 5-7 むすび

以上、小脳皮質の神経構造を考慮した連想記憶モデルを提案し、小脳の機能の一部がこの連想記憶動作によって説明し得る事を示した。

このモデルでは Marr の小脳パーセプトロンモデル<sup>(33)</sup>と同様、登上線維信号と苔状線維信号の同時入力によって、顆粒細胞とプルキンエ細胞間のシナプス伝導度が強化されると仮定した。残念ながらこれを裏付ける生理学的データは今までのところ得られていないが、<sup>(32)</sup>小脳で教師付学習が行われていると仮定するならば、きわめて自然な仮定と思われる。

小脳連想記憶モデルの想起率は顆粒細胞の入力端数  $R$  の増加とともに上昇するが、 $R$  の増大は、この他にも次のような利点をもたらす。図 5-2 の分布に関して最適決定を行うには PK-cell のしきり値が適切に調整されなければならず、事は 5-5 で触れたが、この調整の際に要求される精度は大きくは言って式 (5-21) で定義した  $\Delta\mu$  に比例する。本モデルのように、しきり値の調整をバスケット細胞が行うと仮定するならば、バスケット細胞の負担は、式 (5-25) に比例する量: *relative allowable error* の増大とともに軽くなるものと考えられる。

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_{w_0}} = \frac{(1-\alpha^R)}{\alpha\beta K} \quad (5-25)$$

式 (5-25) の表現から分るように、 $R$  の増大とともに *relative allowable error* は増大し、バスケット細胞に要求される精度が少なくて済むようになる。

図 5-3, 図 5-4 を比較すると active な gr-cells の数の変動が如何に想起率の低下を緩和するか分かるが、この変動を補償する細胞としては 5-5 で仮定したバスケット細胞だけでなく、ゴルジ細胞をも考える事ができる。何故ならばゴルジ細胞は苔状線維と顆粒細胞からの信号によって興奮し、多数個

の顆粒細胞を抑制するから。もしこれらの抑制性ニューロンの働きによって、図5-4のように active な顆粒細胞数の変動が完全に補償された場合、抜くパターン数はおよそ数千のオーダーになる。この値は Mann<sup>(33)</sup> の主張する 200 よりも多いが、Albus<sup>(51)</sup> の主張する 200,000 より小さい値である。

本モデルの欠点の一つは記憶パターン数の増加とともにシナプス伝導度が無制限に増加するという点にある。この点に関しては Albus<sup>(52)</sup> の主張するよう、シナプス伝導度を減少させてゆくモデルを考える事もできよう。

## 第6章 結語

本研究は神経系各部の情報処理がどのように行われているかという問題の基礎的研究として、特に小脳皮質のモデルを中心に、いくつかのモデル化を通じて複雑な機能を理解しやすい形に整理するとともにその能力評価を行った。他方現実的な問題として神経系に起因する疾患の治療に対しても検討・実験を行い、良好な結果を得た。

以下、各章で述べた研究の要点を示す。

第2章では、末梢系と中枢系の両者が関与する痛覚の問題に治療という立場から取り組み、Gate Control Theoryにもとづいて体外からAβを中心とする太い線維を刺激して不要な痛みを阻止する方法としてDorsal Column Stimulationを行う時の問題点——生体内外のインターフェースの問題を論じた。続いて具体的なインターフェース2例、Coil Coupling法とTrans Cutaneous Stimulationを実際に行った。Coil Couplingによる方法については、電極埋込手術の簡素化を計るべく微小ダイポール挿入法を開発し、その装置を試作し、良好な臨床結果を得た。Transcutaneous Stimulationでは、皮膚障害などが起らないように、1点からの刺激電流の実効値を低く抑え、そのかわり複数個の点から刺激を加える多点刺激法を提案し、それに適した3チャンネル刺激装置を試作し、臨床使用の結果、満足な結果を得る事ができた。

第3章では、なるべく生体内に実在するような神経構造で、どのような情報処理が可能かという問題を考えるために、小脳皮質を模した比較的単純な神経回路モデルを構成し、この回路によって教師なしのパターン分類作業がなされる事を示した。モデルの中に必要な自己組織化機能は感受性が局限化される樹状突起モデルで実現できる事、およびその電子回路モデルを示した。パターン分類の能力評価は主に1個のPK出力に着目して行ったが、多数個のPK出力を1つのパターンとみなした時には、入力側では近い距離にあるパターンク

ラスが出力側では大きく分離されて出力されるという結果が、0,1の離散的信号についての計算機シミュレーションの結果得られた。

第4章では生体の記憶形式と類似していると思われる連想記憶を取り上げ、単に生体のモデルとしてだけでなく、このような記憶形式を工学面で使う場合の問題点に対しても解答を与えた。先ず、4-2では連想記憶の一モデルであるアソシアトロンの記憶装置としての能力をもとめるうえで、かつ生体との対応関係の明確な表現形式を提案した。この表現では、神経回路内でのパルス密度の密状態を“1”に、疎状態を“0”に対応させ、アソシアトロンでの積の演算は Coincidence の演算で置き換える。4-3では記憶内容を呼び出すための key が幾つかの sub category の組合せで表現される場合にも能力の低下しない入力型のアソシアトロンを提案した。4-4では連想記憶を通信路モデルという形で表現して、連想記憶に貯えられる情報量を具体的に評価し、これを用いて連想記憶の使用効率  $\eta$  を定義した。最後に記憶数と入力素子数が与えられている場合に有利な記憶形式について考察を行い、ある条件下では今まで得られている形式よりも有利な 2-step アソシアトロンおよび分割法を提案した。

第5章では、小脳皮質の神経構造を考慮した連想記憶モデルを提案し、小脳の巨視的な機能の一部がこの連想記憶動作によって説明し得る事を示した。このモデルに対する能力評価の結果、小脳皮質の同一領域に重ね合わせて記憶することができるパターン数は、たかたか数千個である事が推測された。

以上本研究の大半の部分は神経回路の基本的な情報処理能力をモデル化によって考察するという方法をとっている。モデル化は混沌とした現実の機能の中から本質的な部分を抽出し、理解しやすい形に整理し、問題点を明確化するという利点を持つが、ともすれば仮定の変更によって幾つものモデルが可能となり、かえって問題の方向性をぼかしてしまわないとも限らない。第3章と5章では同じ小脳皮質からスタートした神経回路モデルに対して(3章は小脳皮質の動作自体を説明しようとしたものではないが)異った自己組織化機能を

仮定している。このようにある仮定の導入によってモデルの形式が大きく変る  
という事は、その仮定の重大さをも示す訣で、この部分の生理学的データを明  
らかにすべきだという形で発展的な問題提起がなされる。

神経系、特に中枢神経系についてはその多くが未だ科学の手の及ばぬ所に  
ある。この未知の部分明らかにするためのたゆまざる研究とともに、明らか  
にされた知識を常に人間社会の幸福のために用いる努力、人間社会を破滅させ  
るために用いる努力が望まれる。

## 謝 辞

この研究を終るに当り、常日頃から暖かく御指導、御助言いただいた内藤喜之助教授に心から感謝申し上げます。また、修士課程在学中からいそいそとお世話になりました末武国弘教授、清水康敬助教授 および、マイクロ波グルーブの諸先生方、そして本論文をまとめるに当り貴重な御助言をいただきました榎本肇教授、飯島泰蔵教授、山口昌一郎教授、今井聖助教授、河原田弘助教授に深く感謝します。

日頃から医学的立場より御助言いただき、特に第2章については協同研究の機会を与えていただいた国立ガンセンター脳神経外科医長、高倉公朋博士に感謝致します。

公私とも惜しめない御協力、御激励をいただいた、五十嵐氏、佐藤氏、Mr. Chung、荒木氏、彼末氏、および内藤研究室、末武研究室の皆様的心から御礼申し上げます。



## この研究に関する発表

論文誌

- (1) 小杉, 内藤, "層状ランダム神経回路のパターン分離能力", 信学論(D), (1975年10月以降掲載)
- (2) Y. Kosugi, Y. Naito, "An Associative Memory as a Model for the Cerebellar Cortex" IEEE Trans. on SMC (投稿中)

電子通信学会研究会 (医用電子・生体工学研究会)

- (1) 小杉, 内藤, "神経回路のパターン分類能力に関する一考察", 医用電子・生体工学研資MBE74-4. (1974-5)
- (2) 小杉, 高倉, 内藤, "電気刺激による痛覚阻止法" (1975年7月発表予定)
- (3) 小杉, 内藤, "連想記憶の諸形式" (1975年8月発表予定)

電子通信学会全国大会

- (1) 小杉, 内藤, "神経回路のパターン分類能力に関する一考察" 16/2 (昭49-8)
- (2) 小杉, 内藤, "小脳皮質を模した連想記憶" 1253 (昭50-3)

医学関係

- (1) 高倉, 小杉, "Dorsal Column Stimulationの2法", 定位脳手術研究会, (1975年10月発表予定)
- (2) 高倉, 河野, 設楽, 小山, 水口, 小杉, "癌の痛みに対する脊髄レベルでの除痛法の検討", 日本脳神経外科学会 (1975年10月発表予定)

## 参考文献

- (1) 勝木保次「中枢神経系制御I」情報科学講座B・8・1 共立出版(1968)
- (2) K.N.Leibovic, "Information Processing in the Nervous System", Springer-Verlag, 1969.
- (3) 樋渡清二「生体情報工学」情報工学講座11, コロナ社
- (4) 木村正行「自己組織系構成論」情報科学講座E・18・2 共立出版(1973)
- (5) N.J.Nilsson, "Learning Machines", McGraw-Hill, 1965.
- (6) M.ミンスキー, S.パパート著. 斎藤正男訳「パーセプトロン」, 東京大学出版会(1971).
- (7) 飯島泰蔵, 「パターン認識」, 電気・電子工学大系43, コロナ社.
- (8) R.Melzack, P.D.Wall, "Pain Mechanism: A New Theory", Science, vol. 150, pp. 971-978, Nov. 1965.
- (9) W.H.Sweet, J.G.Wepsic, "Stimulation of the Posterior Columns of the Spinal Cord for Pain Control: Indications, Technique, and Results", Proc. congress of Neurological Surgeons (Honolulu 1973), pp. 278-310.
- (10) 真島英信「生理学」文光堂
- (11) 水口公信, 「痛みの概要—心理学的立場から」, 治療 Vol. 56, No. 11, pp. 1955-1966 Nov. 1974.
- (12) 相川貞男, 「痛みの概要—生理学的立場から」, 治療 Vol. 56, No. 11, pp. 1943-1954. Nov. 1974.
- (13) 須磨幸蔵, 「心臓ペースメーカー—過去から現在まで」, 医用電子と生体工学, Vol. 12, No. 5, pp. 269-276, Oct. 1974.

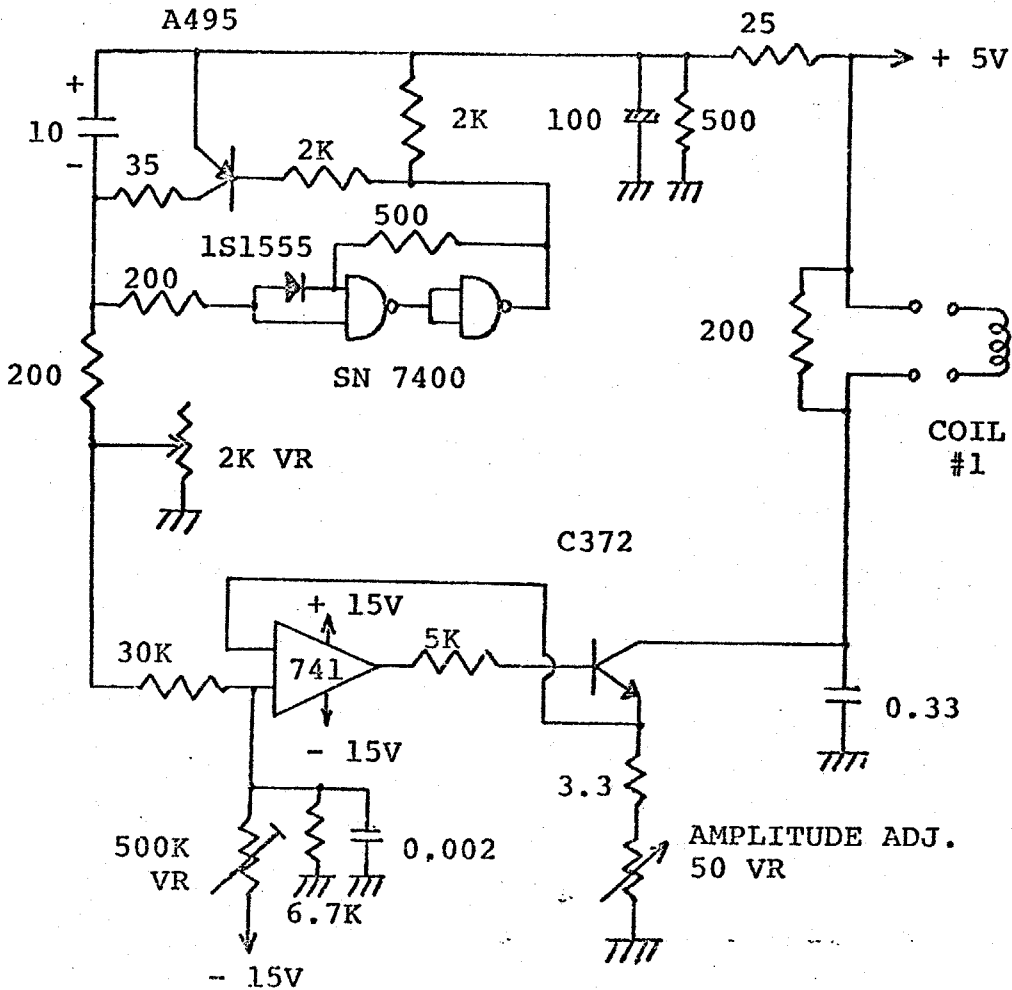
- (14) R.A.Gertler, A.G.Adler, J.T.Mortmer, "An Interface for passing Lead Wires Through the Skin of Laboratory Animals", IEEE Trans.BME, vol.BME-18 pp.72-73, Jan.1971.
- (15) C.Burton, D.D.Maurer, "Pain Suppression by Transcutaneous Electronic Stimulation", IEEE Trans.BME, vol.BME-21, No.2, pp.81-88, Mar.1974.
- (16) R.Hallgren, "Inductive Neural Stimulation", IEEE Trans.BME, vol.BME-20, pp.470-472, Nov.1973.
- (17) F.W.Frain, F.N.Huffman, "Performance of a Tuned Ferrite Core Transcutaneous Transformer", IEEE Trans.BME, vol.BME-18, No.5, Sep.1971.
- (18) J.C.Schuder, "An Inductively Coupled RF System for the Transmission of 1KW of Power through the Skin", IEEE Trans. BME, vol.BME-18, No.4, July 1971,
- (19) 齐藤正男, 山浦逸雄, "電磁界と生体", 医用電子と生体工学, Vol.12, No.6, pp.341-349, Dec.1974.
- (20) J.C.Schuder, J.H.Gold, "Localized DC Field Produced by Diode Implanted in Isotropic Homogeneous Medium and Exposed to Uniform RF Field", IEEE Trans.BME, vol.BME-21, No.2, Mar.1974.
- (21) W.J.Fry, "Electrical Stimulation of Brain Localized without Probed-Theoretical analysis of a Proposed Method", J.Acoust. Soc.Amer., vol.44, pp.919-931, 1968.
- (22) 宮崎信次, 池田謙一, "有機フィルムを用いた神経慢性刺激用容量性電極", 電子通信学会医用電子-生体工学研資MBE74-16, 1974.
- (23) R.L.White, T.J.Gross, "An Evaluation of the Resistance to Electrolysis of Metals for Use in Biostimulation Micro-probes" IEEE Trans.BME, vol.BME-21, pp.487-490, Nov.1974.

- (24) C.Norman et al "Dorsal Column Electroanalgesia", J.Neurosurg. vol.32, pp.560-564, May.1970.
- (25) P.D.Wall, W.H.Sweet, "Temporary Abolition of Pain in Man", Science, vol.155, pp.108-109, Jan.1967.
- (26) C.F.Dalziel, "Electric Shock Hazard" IEEE Spectrum, pp.41-50, Feb.1972.
- (27) D.B.Geselowitz, "Comments of "Threshold 60-Hz Current Required for Ventricular Fibrillation in Subjects of Various Body Weights" IEEE Trans.BME, pp.493-494, Nov.1974.
- (28) 杜煥基他, "猫的針刺鎮痛作用的观察" 科学通報(中国) Vol.19, No.6, pp.277-280 Jun.1974.
- (29) 佐野圭司, "定位視床手術からみたたみの中枢機構", 第17回日本医学後, 会学術講演集Ⅲ 952-956 (1967)
- (30) 伊藤正男, "ニューロンの生理学" 岩波
- (31) J.C.Eccles, M.Ito and J.Szentagothai, "The Cerebellum as a Neuronal Machine", Springer-Verlag (1967)
- (32) J.C.Eccles, "The Cerebellum as a Computer", J.Physiol., 229, pp.1-32, (1973).
- (33) D.Marr, "A Theory of Cerebellar Cortex", J.Physiol., 202, pp.437-470, (1969).
- (34) P.A.Redfern, "Neuromuscular Transmission in New-born Rats", J.Physiol., 209, pp.701-709, (1970).
- (35) T.Lomo and J.Rosenthal, "Control of Ach Sensitivity by Muscle Activity in the Rat", J.Physiol., 221, pp.493-513, (1972).
- (36) 伊藤, "神経網の解析について", 生物物理, Vol.10, No.3, pp.101-105, (1970).

- (37) R.R.Linás, "The Cortex of the Cerebellum", Scientific American, vol. 232, No. 1, pp. 56-71, Jan. 1975.
- (38) 佐藤「講座心理学 6. 学習」第4章 刺激の弁別・般化 東京大学出版会.
- (39) K. Steinbuch, "Technische Modelle Organischer Funktionen", Keramische Zeitschrift 13, NR. 10, pp. 558-562, 1961.
- (40) T. Kohonen, "Correlation Matrix Memories", IEEE Trans., C. vol. C-21, Apr. 1972.
- (41) 中野馨, 南雲仁一, "連想記憶の工学的モデル", 医用電子と生体工学, Vol. 10, No. 2, pp. 58-65, Apr. 1972.
- (42) 上坂吉則, 尾関和彦, "連想記憶の二, 三の性質", 電子通信学会論文誌, Vol. 55-D, No. 5, pp. 323-330 May. 1972.
- (43) 藤井克彦, 森田龍弥, 鷹田寛久, "分散型記憶モデルについて", 電子通信学会医用電子・生体工学研究 MBE 73-24, Oct. 1973.
- (44) 中野. "アソシアトロンとその応用" 信学会インホメーション理論研究 IT 69-27 (1969-09)
- (45) 磯道義典, "変換機能の学習", 電子通信学会論文誌, Vol. 56-D, No. 12, pp. 708-713, Dec. 1973.
- (46) 内藤誠一郎, 永野俊, "逆方向相互結合をもつ連想記憶の一モデル", AVIR 4, Dec. 1972.
- (47) 中野. "アソシアトロンに関する新しい試み", 電子通信学会オートマトン・学習研究 AL 74-7 (1974)
- (48) 長谷川寿彦, 梨山修, 「情報検索システム入門」, オーム社, 1972.
- (49) 関英男, 「情報理論」 オーム社
- (50) 千原国宏, 繁田政則, 格井良文, "連想形記憶による手動制御系の連想動作モデル", 電子通信学会全国大会 1570 (昭. 49)
- (51) J.S. Albus, "A Theory of Cerebellar Function", Math. Biosci., vol. 10, pp. 25-61, 1971.

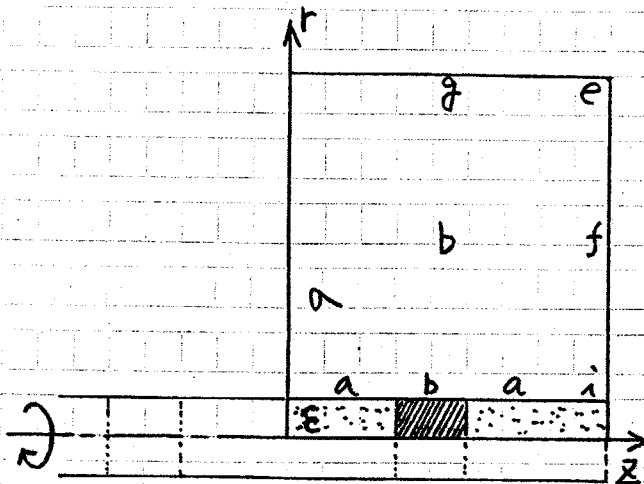
付録 1.

Dorsal Column Stimulator 装置 1 の回路図



## 付録2. 緩和法によるダイポール付近の電界分布の計算

ダイポールの作る電界分布は、界の対称性が右半分のみについて計算を行えば良い。考察の対象とする円筒内の領域を、図付2-1の長方形を回転した



図付2-1

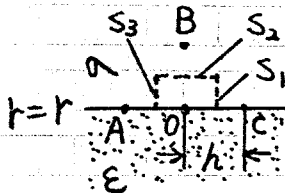
ものとして表現する。図の長方形を  $70 \times 80$  のメッシュで切り、各微小平面を回転して得られた微小体積に関して Laplace's eqn.

$$\nabla^2 V = 0$$

を適用する。

各領域ごとに具体的な表現式を示すと以下のようになる。但し微小平面は  $h \times h$  の正方形とする。

境界aについて)



$$S_1 E_{n1} = \pi h \left(r + \frac{h}{4}\right) \cdot \frac{V_C - V_0'}{h}$$

$$S_2 E_{n2} = 2\pi h \left(r + \frac{h}{2}\right) \cdot \frac{V_B - V_0'}{h}$$

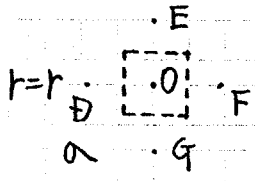
$$S_3 E_{n3} = \pi h \left(r + \frac{h}{4}\right) \cdot \frac{V_A - V_0'}{h}$$

$$\text{div } \mathbf{J} = (S_1 E_{n1} + S_2 E_{n2} + S_3 E_{n3}) \approx$$

$$= 0 \pi \left\{ \left(r + \frac{h}{4}\right) (V_C - V_0') + 2 \left(r + \frac{h}{2}\right) (V_B - V_0') + \left(r + \frac{h}{4}\right) (V_A - V_0') \right\} = 0$$

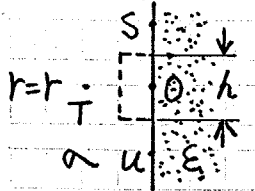
$$\therefore V_0' = \frac{\left(r + \frac{h}{4}\right) (V_C + V_A) + 2 \left(r + \frac{h}{2}\right) V_B}{4r + \frac{3}{2}h}$$

領域 b について)



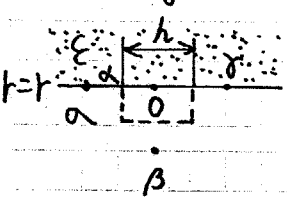
$$V_0' = \frac{V_D + V_E + V_F + V_G}{4} + \frac{h(V_E - V_G)}{8r}$$

境界 f について)



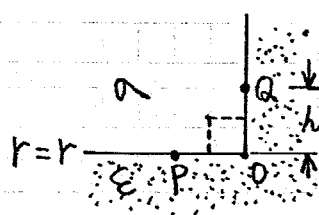
$$V_0' = \frac{2rV_T + (r + \frac{h}{2})V_S + (r - \frac{h}{2})V_u}{4r}$$

境界 g について)



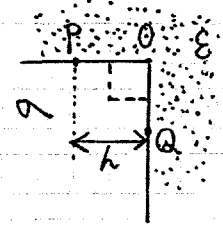
$$V_0' = \frac{(r - \frac{h}{4})(V_x + V_r) + 2(r - \frac{h}{2})V_\beta}{4r - \frac{3}{2}h}$$

Corner-d について)



$$V_0' = \frac{(r + \frac{h}{2})V_Q + (r + \frac{h}{4})V_P}{2r + \frac{3}{4}h}$$

Corner-e について)



$$V_0' = \frac{(r - \frac{h}{2})V_Q + (r - \frac{h}{4})V_P}{2r - \frac{3}{4}h}$$

以上の境界条件を満足するように  $40 \times 80$  のマトリクスの各要素ごとに、

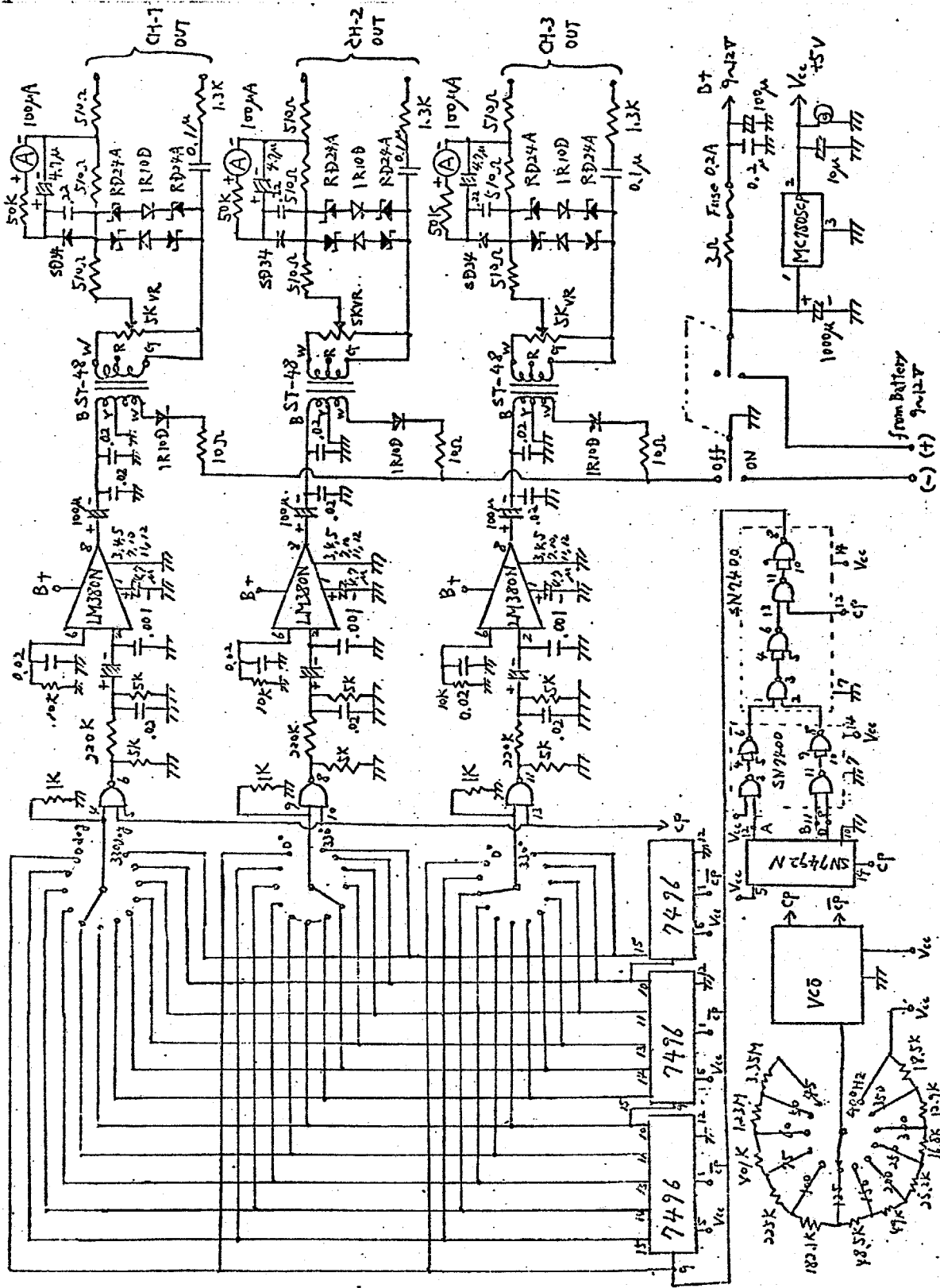
$$V_{0(new)} = 1.94382 (V_0' - V_{0(old)}) + V_{0(old)}$$

を適用して、逐次修正をくり返していく。

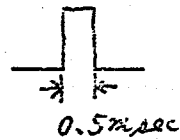
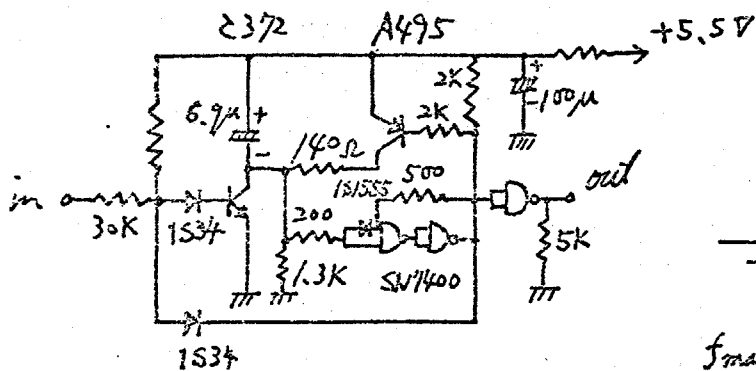
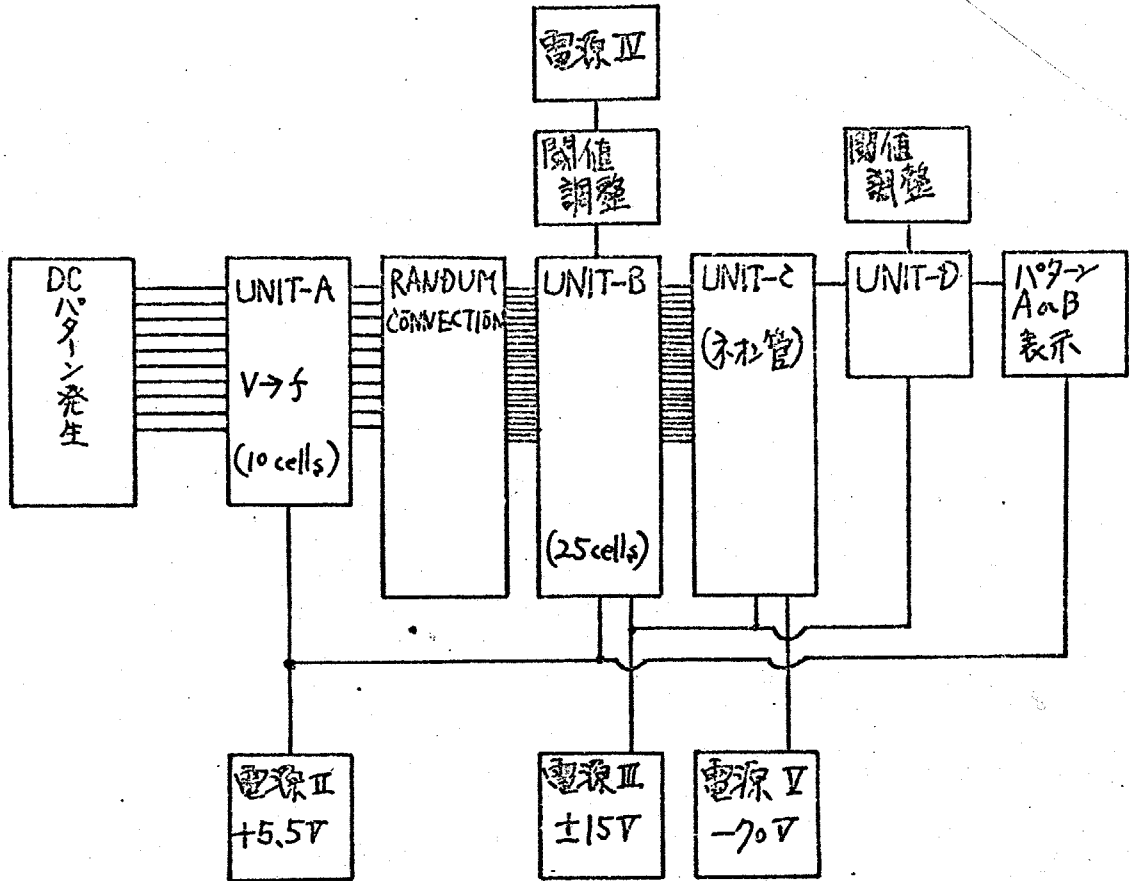


# 付録 3.

## Dorsal Column Stimulator 装置 2 の回路図



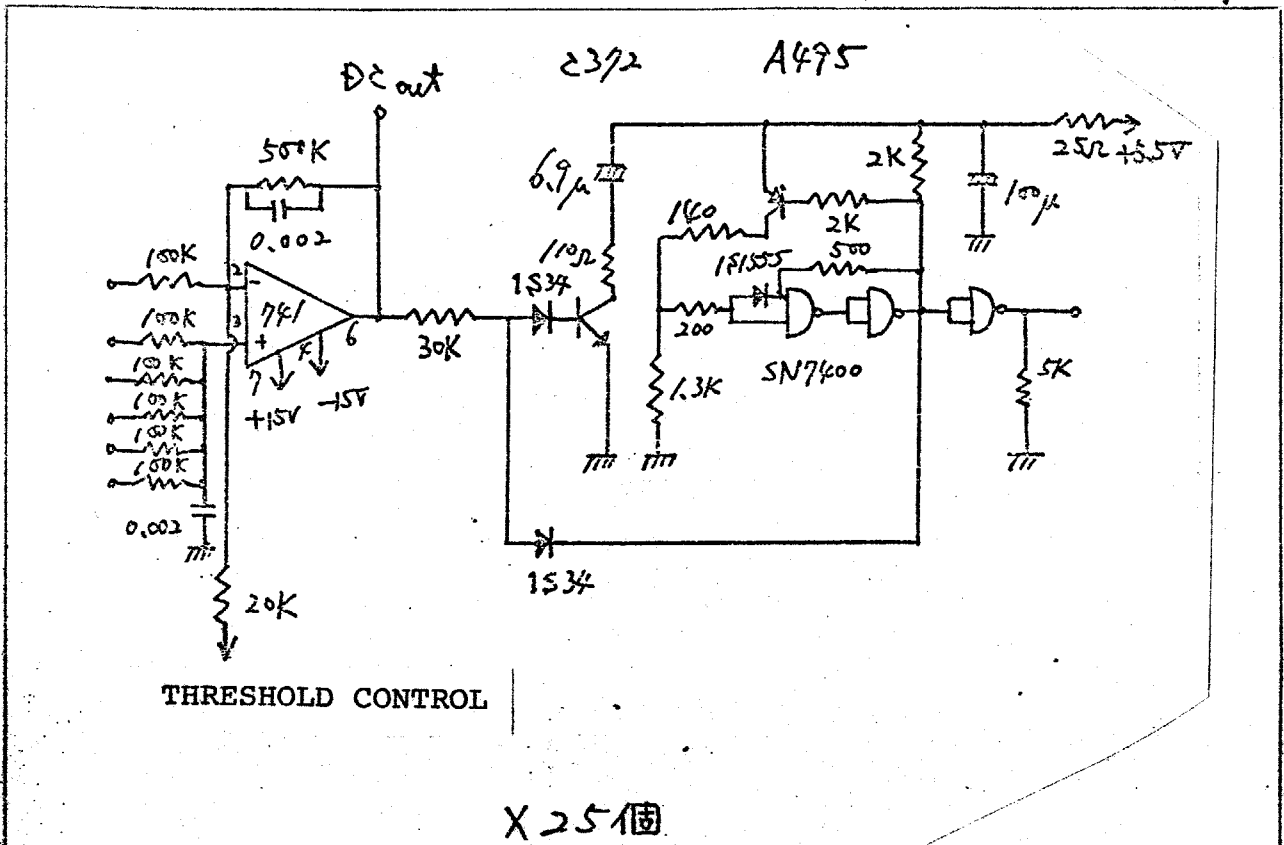
付録4. 層状神経回路 電子回路モデル  
各ユニットの回路図.



$f_{max} = 1\text{KHz}$   
 $f_{min} = 100\text{Hz}$   
(at 25°C)

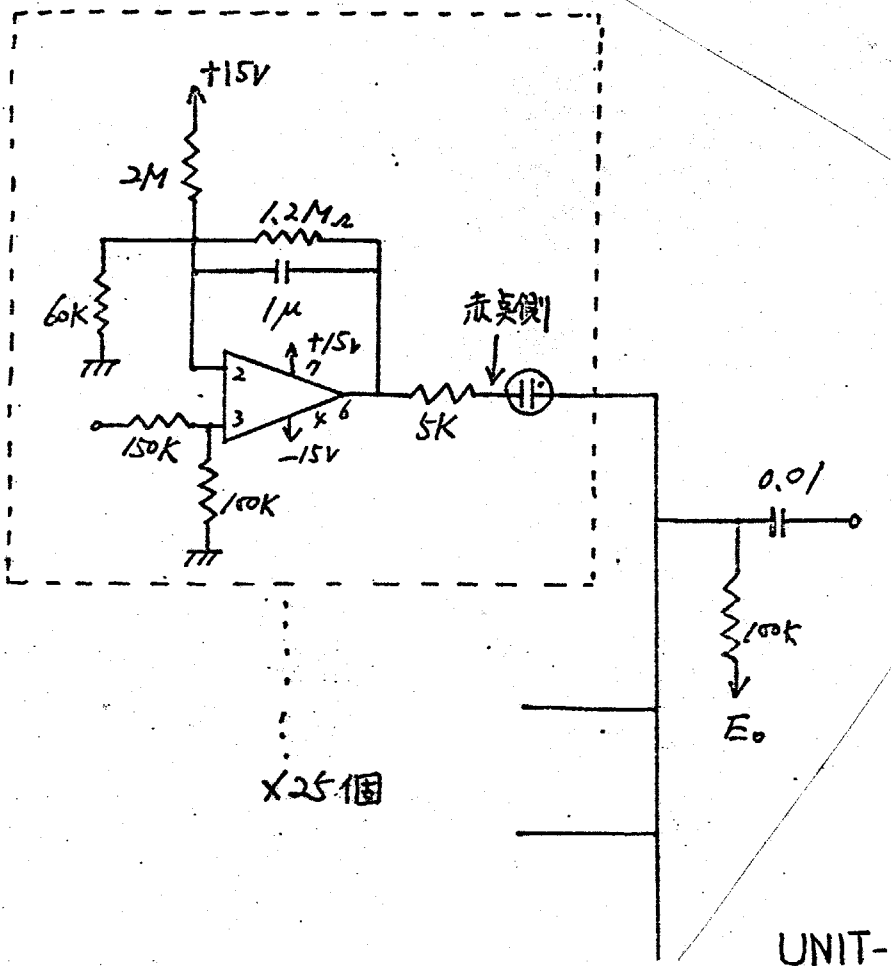
X 10 個

UNIT-A 回路図

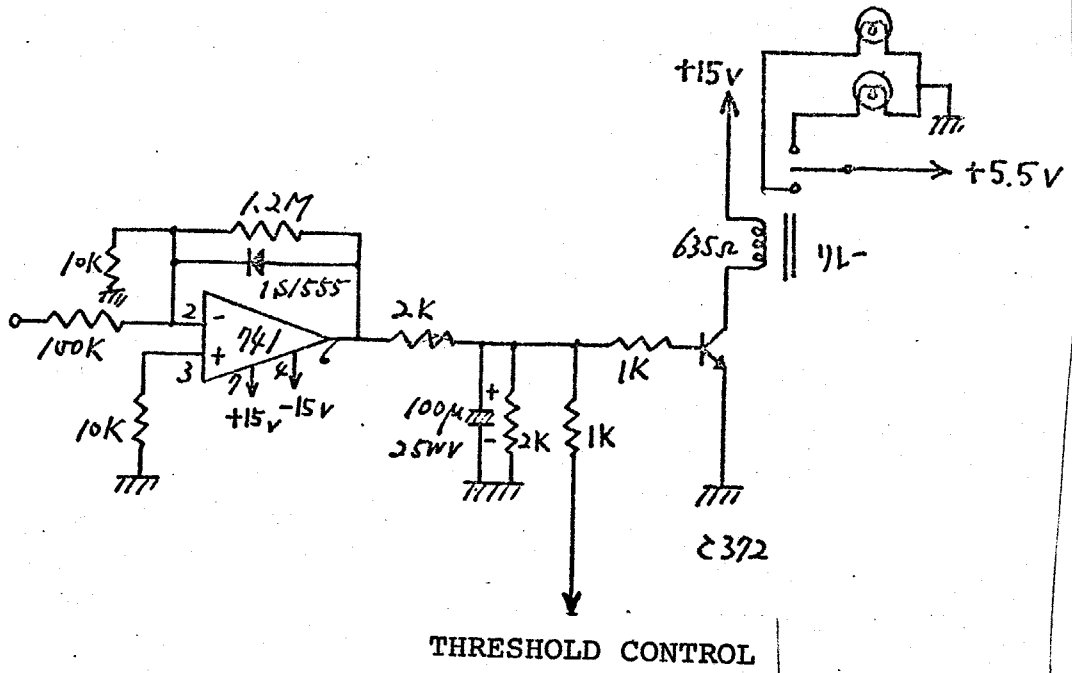


X 25 個

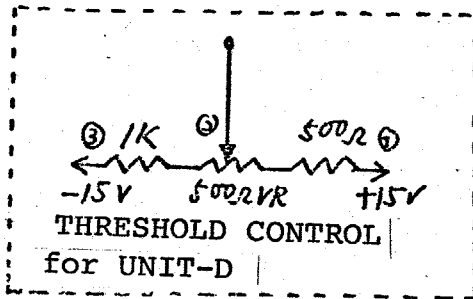
UNIT-B 回路圖



UNIT-C 回路圖



THRESHOLD CONTROL



UNIT-D 及びパターン表示部回路図

### 付録 5. 1-0 信号線形連想記憶の想起率

S次元の Key Vector を  $a^{(s)}$ , data Vector を  $b^{(s)}$  で表わす。各 Vector の要素は相互に独立な 1-0 の乱数から成るものとし、記憶すべきパターンの数を K 個とする。

記憶は式 (1) で行う。

$$m_{ij} = \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \cdot b_j^{(s)} \tag{1}$$

但し、 $a_i^{(s)}$  は Key Vector  $a^{(s)}$  の i 番目の要素を、 $b_j^{(s)}$  は  $b^{(s)}$  の j 番目の要素を表わす。

j 番目の Key Vector  $a^{(j)}$  による  $m_{ij}$  の投票出力を  $y_j^{(j)}$ 、S 個の投票の結果想起される data Vector の j 番目の要素を  $z_j^{(j)}$  とすれば、想起は式 (2) で表わされる。

$$\begin{aligned} z_j^{(j)} &= U_0 [y_j^{(j)}] \\ &= U_0 \left[ \sum_{i=1}^S a_i^{(j)} \cdot m_{ij} \right] \\ &= U_0 \left[ b_j^{(j)} \|a^{(j)}\|^2 + \sum_{s \neq j} b_j^{(s)} a^{(s)t} a^{(j)} \right] \end{aligned} \tag{2}$$

但し、

$$U_0(y) = \begin{cases} 1; & y \geq 0 \\ 0; & y < 0 \end{cases}$$

ここで、パターン数および入力次元数 S が 1 に比して十分大であるとし、要素 "1" を S<sub>i</sub> 個含る Key Vector  $a^{(j)}$  を印加して想起を行う場合を考える。

之に K 個の data =  $b_j^{(s)}$  ( $s=1 \dots K$ ) の中に含まれる "1" の数を j 度々個であると仮定する。<sup>注)</sup>  $b_j^{(s)}$  が "1" であったか "0" であったかによって、 $y_j^{(j)}$  の期待値は異なる。以下  $b_j^{(j)} = 1$  と  $b_j^{(j)} = 0$  の場合に分けて、それぞれの場合の

<sup>注)</sup> 厳密には  $K/2$  を中心として変動する。それぞれの場合ごとには  $b_j$  を求め、それぞれの事象の生起確率を荷重として平均化操作を行う必要があるが、大略の傾向には差はない。

もとでの  $y_j^{(q)}$  の分布を求めた。

$b_j^{(q)} = 1$  の場合

$a^{(q)}$  中の  $S$  個の要素の中に、“1” が丁度  $S_1$  個含まれている場合を考えているので、式(2)第1項については、

$$b_j^{(q)} \| a^{(q)} \|^2 = S_1 \quad (3)$$

次に式(2)の第2項を考える。 $a^{(s)}$  の各成分は確率  $\frac{1}{2}$  で“1”である。従って、 $x$  の確率密度関数を  $f(x)$  と書く事にすると、

$$f(a^{(s)} \times a^{(q)}) = B(S_1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad (4)$$

但し、 $B(N, p, \delta)$  は二項分布を表わすものとする。

仮定により、 $S_1 \gg 1$  なので、式(4)は正規分布  $N(\mu, \sigma^2)$  で近似する事ができる。

$$f(a^{(s)} \times a^{(q)}) \simeq N(\mu, \sigma^2) \quad (5)$$

但し、

$$\begin{aligned} \mu &= N \cdot p \\ &= \frac{S_1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= N \cdot p \cdot \delta \\ &= \frac{S_1}{4} \end{aligned}$$

$b_j^{(q)} = 1$  の場合を考えているので、 $k \neq q$  なる  $K-1$  個のパターンについて、

$b_j = 1$  となるパターンは  $K/2 - 1$  個有るが、各々について  $a^{(s)} \times a^{(q)}$  に含まれるノイズ分は独立なので、 $k-1$  個の和の分布は次のようになる。

$$f\left(\sum_{s \neq q} b_j^{(s)} a^{(s)} \times a^{(q)}\right)$$

$$\simeq N\left(\left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{2}, \left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{4}\right) \quad (6)$$

従って、式(4)の第1, 2項を合わせると、式(3), (6)より、

$$f(y_j^{(q)})_{\substack{b_j=1 \\ S_1=S_1}} \simeq N\left(\left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{2} + S_1, \left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{4}\right) \quad (7)$$

とこが、 $a^{(q)}$ の各要素は"1", "0"の乱数を仮定しているのだから、 $S_1$ 自身も2項分布に従うが、この2項分布を正規分布 $N\left(\frac{S_1}{2}, \frac{S_1}{4}\right)$ で近似する事ができる。この $S_1$ の変動分を考慮すると $b_j^{(q)}=1$ の時の $y_j^{(q)}$ の分布 $f(y_j^{(q)})_{b_j=1}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f(y_j^{(q)})_{b_j=1} &\simeq \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{S_1/4}} \exp\left\{-\frac{(S_1 - \frac{S_1}{2})^2}{2 \cdot \frac{S_1}{4}}\right\} \\ &\times \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{4}}} \exp\left\{-\frac{(y_j^{(q)} - \left(\frac{k}{2} + \frac{1}{2}\right)S_1)^2}{2 \cdot \left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{4}}\right\} dS_1 \\ &\simeq N(\mu_1, \sigma_1^2) \end{aligned} \quad (8)$$

但し、

$$\mu_1 = \left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{2}$$

$$\sigma_1^2 = \left(\frac{k}{2}-1\right)\frac{S_1}{4}$$

$b_j^{(q)}=0$ の場合

$$b_j^{(q)} \parallel a^{(q)} \parallel^2 = 0 \quad (9)$$

$$f\left(\sum_{s \neq j} b_j^{(s)} a^{(s)} \neq a^{(q)}\right) \simeq N\left(\frac{kS_1}{4}, \frac{kS_1}{8}\right) \quad (10)$$

$$\therefore f(y_j^{(n)})_{b_j=0} \approx N(\mu_0, \sigma_0^2) \quad (11)$$

但し.

$$\mu_0 = \frac{S}{2} \cdot \frac{K}{4}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{S}{4} \left(\frac{K}{4}\right)^2 + \frac{KS}{76}$$

$f(y_j^{(n)})_{b_j=0}$  と  $f(y_j^{(n)})_{b_j=1}$  の分布の差から、しきい値  $\alpha$  を適切に設定する事により、 $z_j^{(n)} = b_j^{(n)}$  とする事が期待される。

$\alpha_1 \approx \alpha_0$ ,  $P(b_j=1) = P(b_j=0)$  のしきい値が最も適切に選ばれた場合には想起率  $P_S$  は次式で与えられる。(付録6参照)

$$P_S \approx \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_0}{2\sigma_0}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{\sqrt{3}}{K}\right) //$$

(12)

但し.

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$



## 付録 6. 1-0 信号非線形連想記憶の想起率

S次元 Key Vector を  $a^{(s)}$ , data Vector を  $b^{(s)}$ ,  $\gamma$  を パターンの添字とする。各 Vector の要素は相互に独立な 1-0 の乱数から成るものとし、記憶すべきパターンの数を  $K$  個とする。

記録は式(1)で行う。

$$m_{ij} = U_h \left[ \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \cdot b_j^{(s)} \right] \quad (1)$$

但し、 $U_h(y) = \begin{cases} 1 & ; y \geq h \\ 0 & ; y < h \end{cases}$

$a_i^{(s)}$  は Key Vector  $a^{(s)}$  の  $i$  番目の要素を、 $b_j^{(s)}$  は  $b^{(s)}$  の  $j$  番目の要素を表わす。

$\eta$  番目の Key Vector  $a^{(\eta)}$  による  $m_{ij}$  の投票出力を  $y_{ij}^{(\eta)}$ 、 $S$  個の投票の結果想起される data Vector の  $j$  番目の要素を  $z_j^{(\eta)}$  とすると、想起は式(2)で表わされる。

$$\begin{aligned} z_j^{(\eta)} &= U_0 \left[ \sum_{i=1}^S y_{ij}^{(\eta)} \right] \\ &= U_0 \left[ \sum_{i=1}^S a_i^{(\eta)} \cdot m_{ij} \right] \\ &= U_0 \left[ \sum_{i=1}^S a_i^{(\eta)} \cdot U_h \left\{ \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \cdot b_j^{(s)} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Key Vector  $a^{(\eta)}$  を加えて想起を行う時、 $y_{ij}^{(\eta)}$  は  $a_i^{(\eta)} = 1$  の時に限って、"1" になる可能性があるが、確率  $P(y_{ij}^{(\eta)} = 1)$  は  $b_j^{(s)} = 1$  or  $0$  によって異なる。今、 $K$  個の data:  $b_j^{(s)}$  ( $s=1 \dots K$ ) の中に 1 が丁度  $K_1$  個含まれていると仮定する。

$a_i^{(\eta)} = 1$  かつ  $b_j^{(s)} = 1$  の場合

$$y_{ij}^{(\eta)} = a_i^{(\eta)} \cdot U_h \left( \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \cdot b_j^{(s)} \right) = U_h \left( \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \cdot b_j^{(s)} \right)$$

であるが、

$$\begin{aligned} \sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} b_j^{(j)} &= a_i^{(\eta)} \cdot b_j^{(\eta)} + \sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} \cdot b_j^{(j)} \\ &= 1 + \sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} \cdot b_j^{(j)} \end{aligned}$$

を考慮すると、 $y_{ij}^{(\eta)} = 1$  であるためには

$$\sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} \cdot b_j^{(j)} \geq h-1 \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore P_1 &\equiv P(y_{ij}^{(\eta)} = 1 | a_i^{(\eta)} = 1, b_j^{(\eta)} = 1) = P\left(\sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} \cdot b_j^{(j)} \geq h-1\right) \\ &= \sum_{r=h-1}^{k_1-1} \binom{k_1-1}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{k_1-1-r} \\ &= \frac{1}{2^{k_1-1}} \sum_{r=h-1}^{k_1-1} \binom{k_1-1}{r} \end{aligned} \tag{4}$$

$a_i^{(\eta)} = 1$  かつ  $b_j^{(\eta)} = 0$  の場合

$$\sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} \cdot b_j^{(j)} = \sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} - b_j^{(j)}$$

よって  $y_{ij} = 1$  であるためには

$$\sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} - b_j^{(j)} \geq h \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore P_0 &\equiv P(y_{ij}^{(\eta)} = 1 | a_i^{(\eta)} = 1, b_j^{(\eta)} = 0) = P\left(\sum_{j \neq \eta} a_i^{(j)} - b_j^{(j)} \geq h\right) \\ &= \frac{1}{2^{k_1}} \sum_{r=h}^{k_1} \binom{k_1}{r} \end{aligned} \tag{6}$$

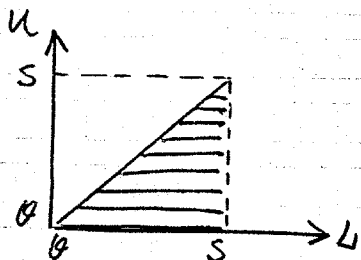
従って、 $b_j^{(\eta)} = 1$  かつ、 $a_i^{(\eta)}$  の中での "1" の要素の数が  $u$  個の場合  $\sum_{i=1}^L y_{ij} = u$  となる確率は  $\binom{L}{u} P_1^u (1-P_1)^{L-u}$  である。よって、 $a_i^{(\eta)}$  の要素が 0, 1 の乱数である事から

$$F_1(u) = P\left(\sum_{i=1}^L y_{ij}^{(\eta)} = u | b_j^{(\eta)} = 1\right) = \sum_{\Delta=u}^L \binom{L}{\Delta} \left(\frac{1}{2}\right)^\Delta \binom{L}{u} P_1^u (1-P_1)^{L-u} \tag{7}$$

$$F_0(u) = P\left(\sum_{i=1}^S y_{ij}^{(q)} = u \mid b_j^{(q)} = 0\right) = \sum_{L=u}^S s \binom{S}{L} \left(\frac{1}{2}\right)^S \binom{L}{u} P_0^u (1-P_0)^{L-u} \quad (8)$$

式(2), (7), (8)より

$$\begin{aligned} P(z_j^{(q)} = 1 \mid b_j^{(q)} = 1) &= \sum_{u=0}^S \sum_{L=u}^S s \binom{S}{L} \left(\frac{1}{2}\right)^S \binom{L}{u} P_1^u (1-P_1)^{L-u} \\ &= \frac{1}{2^S} \sum_{L=0}^S s \binom{S}{L} \sum_{u=0}^L \binom{L}{u} P_1^u (1-P_1)^{L-u} \quad (9) \end{aligned}$$



$$P(z_j^{(q)} = 0 \mid b_j^{(q)} = 0) = 1 - \frac{1}{2^S} \sum_{L=0}^S s \binom{S}{L} \sum_{u=0}^L \binom{L}{u} P_0^u (1-P_0)^{L-u} \quad (10)$$

K個のパターンの中で、 $K_1$ 個が  $b_j = 1$  となる確率は二項分布で与えられる。従って最終的な想起確率  $P_S$  は、

$$P_S = \sum_{K_1=0}^K \binom{K}{K_1} \left(\frac{1}{2}\right)^K \left\{ \frac{K_1}{K} P(z_j^{(q)} = 1 \mid b_j^{(q)} = 1) + \frac{K-K_1}{K} P(z_j^{(q)} = 0 \mid b_j^{(q)} = 0) \right\} \quad (11)$$

$S, K \gg 1$  の場合、

$$\begin{aligned} \text{式(7)} \rightarrow F_1(u) &\simeq \text{const} \sum_{L=u}^S \exp\left\{-\frac{(L-S/2)^2}{S/2}\right\} \exp\left\{-\frac{(u-LP_1)^2}{2LP_1(1-P_1)}\right\} \\ &\simeq \text{const} \int_u^S \exp\left\{-\frac{(L-S/2)^2}{S/2} - \frac{(u-LP_1)^2}{2LP_1(1-P_1)}\right\} dL \\ &\simeq \text{const} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u-LP_1)^2}{S/2} - \frac{(L-S/2)^2}{S/2}\right\} dL \\ &\simeq \text{const} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u-\mu_f)^2}{2\sigma_f^2} - \frac{(L-\mu_g)^2}{2\sigma_g^2}\right\} dL \quad (12) \end{aligned}$$

但し、

$$\sigma_g = \sqrt{S}/2, \quad \mu_g = S/2$$

$$\sigma_f = \sqrt{LP_1(1-P_1)} \simeq \sqrt{SP_1(1-P_1)}/2 : \text{independent of } L$$

$$\mu_f = LP_1$$

$$\therefore L - \frac{S}{2} = \xi$$

$$\frac{u}{P_1} - \frac{S}{2} = \xi$$

$$\frac{\alpha_f}{P_1} = \sigma_f$$

と置く。

$$\frac{(u - \mu_f)^2}{2\alpha_f^2} + \frac{(L - \mu_g)^2}{2\alpha_g^2} = \frac{(\xi - \xi)^2}{2\sigma_f^2} + \frac{\xi^2}{2\alpha_g^2}$$

と等しい。

$$\begin{aligned} F_1(u) &\approx \text{const} \cdot \exp \left\{ -\frac{\xi^2}{2(\sigma_f^2 + \alpha_g^2)} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \alpha_{F_1}} \exp \left\{ -\frac{(u - \mu_{F_1})^2}{2\alpha_{F_1}^2} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

但し、
$$\mu_{F_1} = \frac{P_1 S}{2}$$

$$\alpha_{F_1} = P_1 \sqrt{\sigma_f^2 + \alpha_g^2} = P_1 \sqrt{\left(\frac{\alpha_f}{P_1}\right)^2 + \frac{S}{4}} = P_1 \sqrt{\frac{S(1-P_1)}{2P_1} + \frac{S}{4}} \approx \frac{\sqrt{3S}}{4}$$

同様に、
$$F_0(u) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \alpha_{F_0}} \exp \left\{ -\frac{(u - \mu_{F_0})^2}{2\alpha_{F_0}^2} \right\} \quad (14)$$

但し、
$$\mu_{F_0} = \frac{P_0 S}{2}$$

$$\alpha_{F_0} \approx \alpha_{F_1} \approx \frac{\sqrt{3S}}{4}$$

想起確率は  $\Delta \mu_F = \mu_{F_1} - \mu_{F_0}$  と  $\alpha_{F_0} \approx \alpha_{F_1}$  の比によってほとんど決定される。この比を求めるために先ず  $P_1, P_0$  を次のように近似する。

$$P_1 = \sum_{r=k-1}^{K_1-1} \binom{K_1-1}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{K_1-1-r}$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}} \int_{k-1}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(r - (K_1-1) \cdot \frac{1}{2})^2}{2 \cdot (K_1-1) \cdot \frac{1}{4}} \right\} dr$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}} \int_{h-\frac{1}{2}}^{\infty} \exp\left\{\frac{-(t-\frac{K_1}{2})^2}{2(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}\right\} dt \quad (4)$$

$$P_0 = \sum_{r=h}^{K_1} K_1 C_h \left(\frac{1}{2}\right)^h \left(\frac{1}{2}\right)^{K_1-r}$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi K_1 \cdot \frac{1}{4}}} \int_h^{\infty} \exp\left\{\frac{-(t-\frac{K_1}{2})^2}{2K_1 \cdot \frac{1}{4}}\right\} dt \quad (6)$$

$h = \frac{K_1}{2}$  とすれば

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi K_1 \cdot \frac{1}{4}}} \int_{\frac{K_1}{2}}^{\infty} \exp\left\{\frac{-(t-\frac{K_1}{2})^2}{2K_1 \cdot \frac{1}{4}}\right\} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}} \int_{\frac{K_1}{2}}^{\infty} \exp\left\{\frac{-(t-\frac{K_1}{2})^2}{2(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}\right\} dt = 0.5 \quad (15)$$

を考慮して

$$P_1 - P_0 \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}} \int_{\frac{K_1}{2}-\frac{1}{2}}^{\frac{K_1}{2}} \exp\left\{\frac{-(r-\frac{K_1}{2})^2}{2(K_1-1) \cdot \frac{1}{4}}\right\} dr$$

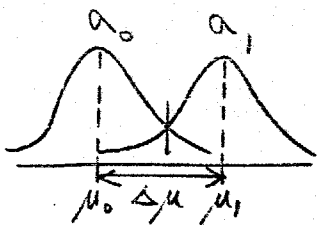
$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi K_1 \cdot \frac{1}{4}}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi K_1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi K_1/4}} = \frac{1}{\sqrt{\pi K}} \quad (16)$$

$$\therefore \Delta \mu_F = \frac{S}{2} (P_1 - P_0) = \frac{S}{2\sqrt{\pi K}} \quad (17)$$

$$\frac{\Delta \mu_F}{\sigma} = \frac{4S}{\sqrt{3S} \cdot 2\sqrt{\pi K}} = 2\sqrt{\frac{S}{3\pi K}} \quad (18)$$

想起率  $P_S$  の  $\sigma, \Delta \mu$  による表現

$\sigma_1 \approx \sigma_0, P(b_j=1) = P(b_j=0)$  の場合を考えた。



$$P_S \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{\mu_1 - \frac{\Delta \mu}{2}}^{\infty} \exp\left\{\frac{-(x-\mu_1)^2}{2\sigma^2}\right\} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\frac{\Delta \mu}{2}} \exp\left\{\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right\} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\Delta \mu}{2\sigma}} \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) dx = \Phi\left(\frac{\Delta \mu}{2\sigma}\right) \quad (19)$$

但し

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{2}\right) dx$$

式(18)の結果より  $P_S \approx \Phi\left(\sqrt{\frac{S}{3\pi K}}\right)$

付録 7.  $a \odot b$  を用いた連想記憶の想起率

$S$ 次元 Key Vector を  $a^{(s)}$ , data Vector を  $b^{(s)}$ ,  $\eta$  をパターン番号とする。各 Vector の要素は相互に独立な 1-0 の乱数から成るものとし、記憶すべきパターン数を  $K$  個とする。

記憶は式 (1) で行う。

$$m_{ij} = U_h \left[ \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \right] \quad (1)$$

$$\text{但し、} U_h(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \geq h \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$\eta$  番目の Key Vector  $a^{(\eta)}$  によって想起される data vector の  $j$  番目の要素を  $z_j^{(\eta)}$  とすれば、

$$\begin{aligned} z_j^{(\eta)} &= U_0 \left[ \sum_{i=1}^S a_i^{(\eta)} \odot m_{ij} \right] \\ &= U_0 \left[ \sum_{i=1}^S a_i^{(\eta)} \odot U_h \left\{ \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \right\} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

今、 $K, S = \text{Odd}$  と仮定し、 $h$  の値を次のように仮定する。

$$h = \frac{K+1}{2}$$

$$0 = \frac{S+1}{2}$$

$z_j^{(\eta)}$  は  $S$  個の投票の結果求まるが、個々の投票が正しい側に寄与するためには、次の関係が必要十分。

1)  $b_j^{(s)} = 1$  の場合

$$a_i^{(\eta)} \odot U_h \left\{ \sum_{s=1}^K a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \right\} = 1 \quad (4)$$

即ち、

$$a_i^{(q)} = \bigcup_h \left\{ \sum_{s=1}^k a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \right\} \tag{5}$$

1-1)  $b_j^{(q)} = 1$  かつ  $a_i^{(q)} = 1$  の場合には式(5)の右辺は1でなければならず、よって

$$a_i^{(q)} \odot b_j^{(q)} + \sum_{s \neq q} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \geq h \tag{6}$$

式(6)第1項は常に1

$$\therefore \sum_{s \neq q} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \geq h - 1 = \frac{k-1}{2} \tag{7}$$

式(7)が  $b_j^{(q)} = 1, a_i^{(q)} = 1$  の時、i番目の投票が正しいための必要十分条件となる。

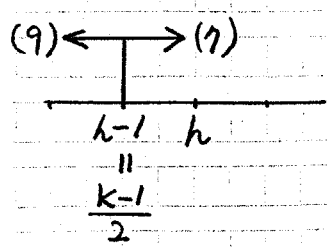
1-2)  $b_j^{(q)} = 1$  かつ  $a_i^{(q)} = 0$  の場合には

$$a_i^{(q)} \odot b_j^{(q)} + \sum_{s \neq q} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} < h \tag{8}$$

式(8)第1項は常に0

$$\therefore \sum_{s \neq q} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} < h = \frac{k+1}{2} \tag{9}$$

式(9)が  $b_j^{(q)} = 1, a_i^{(q)} = 0$  の時 i 番目の投票が正しいための必要十分条件である。



$a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)}$  は1, 0の乱数とみなせる。よって  $k-1$  (Er)項の和は  $B(k-1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  に従う。2項分布の対称性より

$$P\left(\sum_{s \neq q} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \geq \frac{k-1}{2}\right) = \frac{1+\delta}{2} \tag{10}$$

$$P\left(\sum_{s \neq j} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} < \frac{k+1}{2}\right) = \frac{1+2}{2} \quad (11)$$

但し、 $q = P\left(\sum_{s \neq j} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} = \frac{k-1}{2}\right) = \binom{k-1}{\frac{k-1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \quad (12)$

□)  $b_j^{(q)} = 0$  の場合、

$$a_i^{(q)} \odot \bigcup_h \left\{ \sum_{s=1}^k a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \right\} = 0 \quad (13)$$

即ち

$$a_i^{(q)} \neq \bigcup_h \left\{ \sum_{s=1}^k a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \right\} \quad (14)$$

□-1)  $b_j^{(q)} = 0$  かつ  $a_i^{(q)} = 1$  の場合、式(14)右辺は0でなければならず、

$$\underbrace{a_i^{(q)} \odot b_j^{(q)}}_0 + \sum_{s \neq j} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} < h \quad (15)$$

$$\therefore \sum_{s \neq j} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} < h = \frac{k+1}{2} \quad (16)$$

が必要十分。

□-2)  $b_j^{(q)} = 0$  かつ  $a_i^{(q)} = 0$  の場合、

$$a_i^{(q)} \odot b_j^{(q)} + \sum_{s \neq j} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \geq h \quad (17)$$

$$\therefore \sum_{s \neq j} a_i^{(s)} \odot b_j^{(s)} \geq h - 1 = \frac{k-1}{2} \quad (18)$$

が必要十分。

式(7)~(18)より、各投票が正しい確率は  $b_j^{(q)} = 1$  或  $0$  にかかわらず、

$$Pr = \frac{1+2}{2} \quad (19)$$



で与えられる。

$S$ 個の投票は独立に行われるが、 $z_j^{(q)} = b_j^{(q)}$  とするのためには、

$$b_j = 1 \text{ の場合) } \sum_{i=1}^S z_i \geq \theta = \frac{S+1}{2} \quad (20)$$

$$P\left(\sum_{i=1}^S z_i \geq \frac{S+1}{2}\right) = \sum_{t=\frac{S+1}{2}}^S {}_S C_t P_t^x (1-P_t)^{S-t} \quad (21)$$

$$b_j = 0 \text{ の場合) } \sum_{i=1}^S z_i < \theta = \frac{S+1}{2} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} P\left(\sum_{i=1}^S z_i < \theta\right) &= P(0 \text{ の項数} \geq \theta) \\ &= P(\text{正しい投票数} \geq \theta) \\ &= \sum_{t=\frac{S+1}{2}}^S {}_S C_t P_t^x (1-P_t)^{S-t} \end{aligned} \quad (23)$$

式(21)(23)より  $z_j = b_j$  とする確率  $P_S$  は、 $b_j = 1$  の  $0$  にかかわらず、

$$P_S = \sum_{t=\frac{S+1}{2}}^S {}_S C_t P_t^x (1-P_t)^{S-t} \quad (24)$$

但し

$$P_t = \frac{1}{2} + \frac{(K-1)!}{2^K \left\{ \left(\frac{K-1}{2}\right)! \right\}^2} \quad (19)'$$

以上の様に、 $h = \frac{K+1}{2}$ 、 $\theta = \frac{S+1}{2}$  とした時には  $\{\pm 1\}$  モデルと同等の想起率を得る事ができる。

付録 8. 式(5-8)の誘導

$$f(s_1) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} \exp\left\{-\frac{(s_1 - M_f)^2}{2\sigma_f^2}\right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_f^2 &= S \cdot \left(\frac{n_1}{n}\right)^R \left\{1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^R\right\} \\ &\approx S \cdot d^R \{1 - d^R\} \dots\dots\dots \text{定数と仮定} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_f &= S \cdot \left(\frac{n_1}{n}\right)^R \\ &= S \cdot \left\{d \left(1 + \frac{n/d - n}{n}\right)\right\}^R \\ &\approx S d^R \left\{1 + \frac{R(n/d - n)}{n}\right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$g(n_1) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} \exp\left\{-\frac{(n_1 - M_g)^2}{2\sigma_g^2}\right\} \quad (4)$$

$$\sigma_g^2 = n \cdot d(1-d) \quad (5)$$

$$M_g = n \cdot d \quad (6)$$

$$\begin{aligned} F(s_1) &= \text{const} \int_0^n f(s_1) g(n_1) dn_1 \\ &\approx \text{const} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(s_1 - M_f)^2}{2\sigma_f^2} - \frac{(n_1 - M_g)^2}{2\sigma_g^2}\right\} dn_1 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで式(1)~(6)を用い、 $n_1 - dn = \xi$

$$\frac{n}{SRd^{(R-1)}} (s_1 - Sd^R) = z$$

$$\frac{n}{SRd^{(R-1)}} \cdot \sigma_f = \sigma_z$$

と置く。

$$\text{式(7)} \rightarrow F(S_1) \approx \text{const.} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{V_f^2 + \sigma_f^2}{V_f^2 \sigma_f^2} \left\{ \left( y - \frac{\sigma_f^2 z}{V_f^2 + \sigma_f^2} \right)^2 + \frac{V_f^2 \sigma_f^2 z^2}{(V_f^2 + \sigma_f^2)^2} \right\} \right] dy$$

$$\stackrel{\text{注)}}{=} \text{const.}' \exp \left[ -\frac{z^2}{V_f^2 + \sigma_f^2} \right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_F} \exp \left\{ -\frac{(S_1 - \mu_F)^2}{2\sigma_F^2} \right\} \quad (8)$$

但し、

$$\mu_F = S d^R \quad (9)$$

$$\sigma_F^2 = \left( \frac{S R d^{(R-1)}}{n} \right)^2 (V_f^2 + \sigma_f^2)$$

$$= S d^R \left\{ 1 + d^R \left( \frac{S R^2}{n d} - \frac{S R^2}{n} - 1 \right) \right\} \quad (10)$$

注) 詳しい誘導は付録5. 式(12)の誘導を参照。