

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	導波路型光非相反回路の基礎的研究
Title(English)	
著者(和文)	水本哲弥
Author(English)	Tetsuya MIZUMOTO
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学大学院, 報告番号:甲第1548号, 授与年月日:1984年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第1548号, Conferred date:1984/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

A-46

導波路型光非相反回路の基礎的研究

昭和 5 9 年 1 月

指導教官

内藤喜之 教授

提出者

大学院理工学研究科

博士課程

電気電子工学専攻

水本哲弥

導波路型光非相反回路の基礎的研究

目次

第1章 序論

§.1-1	光通信の歴史	1
§.1-2	光非相反回路の必要性	6
1-2-1	半導体レーザダイオードの動作安定化	6
1-2-2	高度通信システム用の構成素子としての非相反回路	9
§.1-3	光非相反回路研究の歴史	10
1-3-1	バルク型光非相反素子の現状	10
1-3-2	導波路型光非相反素子	13
§.1-4	本研究の目的と論文の構成	17
	参考文献	19

第2章 人工異方性導波路の理論的検討

§.2-1	まえがき	26
§.2-2	動作原理(定性的説明)	26
§.2-3	人工異方性を用いた位相整合導波路の設計	29
2-3-1	モード整合法	29
2-3-2	位相整合条件	35
§.2-4	異方性媒質を含む三次元導波路における モード変換の解析	40
2-4-1	解析法概要	40
2-4-2	光学磁気異方性媒質を含む人工異方性導波路 におけるモード変換	45
§.2-5	人工異方性を用いた1セクション型光アイソレータ	48

2-5-1	1セクション型光アイソレータの理論的取扱い	48
2-5-2	人工異方性領域の等価誘電率テンソル表示	50
2-5-3	人工異方性導波路を用いた	
	一方向性モード変換器の設計	51
§.2-6	人工異方性導波路とスラブ導波路の接続	53
2-6-1	導波路接続部における反射・透過係数	53
2-6-2	数値計算	56
§.2-7	第2章のまとめ	58
	参考文献	58

第3章 人工異方性導波路の実験的検討

§.3-1	まえがき	60
§.3-2	低屈折率人工異方性導波路	60
3-2-1	導波路の製作	60
3-2-2	伝搬定数測定	62
§.3-3	Arスパッタエッチングを用いた導波路微細加工	64
3-3-1	マスク形成	65
3-3-2	YIGおよびTa ₂ O ₅ のArスパッタエッチング	69
§.3-4	YIG人工異方性導波路	74
3-4-1	モード変換率測定法	74
3-4-2	モード変換率測定結果	75
§.3-5	第3章のまとめ	78
	参考文献	78

第4章 磁性薄膜における応力複屈折率

§.4-1	まえがき	80
§.4-2	磁性薄膜におけるモード変換率・複屈折率の測定	80

4-2-1	モード変換率の理論的取扱い	81
4-2-2	モード変換率測定方法	82
4-2-3	測定結果	83
§.4-3	応力複屈折率の理論的検討	88
4-3-1	応力分布	88
4-3-2	弾性定数	92
4-3-3	応力複屈折率	95
§.4-4	応力複屈折率を用いた位相整合導波路と 光アイソレータへの応用	102
§.4-5	第4章のまとめ	105
	参考文献	106

第5章 非可逆移相器を用いた光サーキュレータ

§.5-1	まえがき	109
§.5-2	光サーキュレータの構成	110
§.5-3	非可逆移相器の設計	111
5-3-1	非対称三層スラブ導波路における光非可逆 移相特性	111
5-3-2	1.5 μ m帯での設計	117
5-3-3	Strip-loaded 導波路における非可逆移相特性	119
§.5-4	YIG薄膜における非可逆移相量測定	121
5-4-1	非可逆移相量の測定方法	121
5-4-2	測定結果	122
§.5-5	Strip-loaded 型光3dB方向性結合器の設計	124
5-5-1	等価屈折率・結合係数の算出	124
5-5-2	結合長	126
§.5-6	光サーキュレータの膜厚変動による特性劣化	128

§.5-7 第5章のまとめ

133

参考文献

134

第6章 結論

136

謝辞

本研究に関する発表論文・資料

付録. A 固有関数 ϕ^e, ϕ^m の直交性 (2.9.a), (2.9.b)

および関係式 (2.9.c) の証明

B 人工異方性導波路を伝搬するモードの直交性

C 弾性定数テンソルの座標変換

第1章 序論

§1-1 光通信の歴史

通信という言葉は、文字通りに考えると、信号を伝えることである。人と人が面と向って話をする事、あるいは遠く離れた人間同志が、文書で自分の意志をやりとりすること、さらに、看板・掲示板等を使って不特定多数の人間に情報を伝えることも通信であるといえるであろう。そして現在、通信という言葉で一番最初に思いつかべるのは何かと尋ねられたら、おそらく電話と答える人が一番多いのではないだろうか。あるいは、ファクシミリ、テレビ中継と答える人も多いかも知れない。

ところで、通信技術は何を目標に発達してきたのであろうか。それは、いかに多くの情報を、正確に、速く、遠くへ伝えるかである。そして、19世紀後半から20世紀にかけて、短波帯の電波を用いた通信技術の発明・発展によってこの目標への大きな飛躍がみられた。

さらに、第二次世界大戦におけるレーダー技術の急激な発達を契機に、マイクロ波帯の電波を用いた通信技術が非常に進歩した。戦後、通信に対する需要の増大、すなわち情報量の増加に伴って、マイクロ波を用いた広帯域でより多くの情報量を取扱える通信技術の進歩があり、現在に至っている。

一方、これと並行して、より高い周波数帯の電磁波を用いた通信技術の開発も行われてきている。それは、ミリ波通信、光通信である。光通信に限って言えば、最初、その周波数はマイクロ波に比べ 10^4 倍も高い為に、それだけ広帯域になると過大評価されていたが、そこまで広帯域になっていないものの、やはり既存の通信回線に比べれば広帯域であることはまちがいない。そして、この広帯域な通信技術の研究の進展に歩調を合わせるようにして通信に対する需要が増大してきている。その一例として、現在電々公社で進められている高度情報通信システム(INS)の構想があげられよう。

さて、現在我々が使っている意味での光通信技術発展の第一歩は、1960年のルビー・レーザ発振(ヒューズ)といえるのではなからうか。それまで、人間が得られる光はインコヒーレントな光だけであった。それに対し、レーザから発せられる光は、マイクロ波通信に用いられる発振器と同じような単色性に優れたコヒーレントな光であった。そしてこれを契機に、1961年He-Neレーザ発振(ベル研)、1962年GaAs半導体レーザ発振(GE, IBM, MIT)と次々にレーザ発振が得られていった。

しかし、この段階では、これを実際に通信に用いることは難しかった。ところが、1970年、ベル研究所の林らがダブル・ヘテロ構造のGaAlAs半導体レーザで常温連続発振に成功して以来、長波長帯 $1.3\mu\text{m}$ GaInAsP半導体レーザ連続発振(1976年MIT, KDD, 東工大, 電々公社)、 $1.5\mu\text{m}$ 帯半導体レーザ室温連続発振(1979年KDD, 電々公社, ATT)と波長帯の異った半導体レーザで次々と室温連続発振に成功し、通信用発振器として十分な見込みが得られた。

さらに、実用化する上で重要な特性であるレーザ発振器の寿命も、GaAlAs半導体レーザで推定100万時間(1977年ベル研, 電々公社)が達成された。そして、発振しきい値の低減化、発振スペクトル(縦モード)単一化等の研究も盛んに行われ、半導体レーザの通信用光源としての高性能化が計られている。

一方、通信技術発展の目標の一つである「より遠くへ信号を伝える」ための伝送路に対する研究も、発振器である半導体レーザの研究に劣らぬ程盛んに行われてきている。光の伝送路としては、大気中の空間伝送が最も簡単に得られるが、雨、雪、霧等の障害の存在によって、実際的ではない。さらに、レンズ列を使用したビーム・ガイドでは、震動等の影響を受け易く、安定性に問題がある。このような観点から、光通信を行うのに最も適した伝送路として、光ファイバが浮び上がった。

これまでの光ファイバ開発の歴史は、光ファイバ低損失化の歴史であると言っても過言ではない。光ファイバの伝送路としての適用可能性が指摘された(

1966年STL)頃には、およそ1000 dB/km もあった損失が、1970年にコーニング社によって20 dB/km (at 0.63 μm)^[1], 1974年ベル研の開発したCVD法によって1 dB/km, 1976年電々公社と藤倉電線によって0.5 dB/km (at 1.2 μm)^[2]と低減されていった。そして、ついには理論的限界といわれる0.2 dB/km (at 1.55 μm)という超極低損失光ファイバが電々公社によって開発されるに至った(1979年)。現在では、さらに低損失化を計るため、石英以外の新しい材料の開発が始まっている。^[3]

伝送路としての光ファイバに対しては、低損失化とともに広帯域化の研究も行われてきており、多モードファイバでモード分散と波長分散を考慮した最適屈折率分布が求まっている。^[4]また、単一モードファイバにおいても、材料分散と構造分散を考慮して、零分散となるような波長が求まり、広帯域な伝送路の設計、製作が行われている。

発振器としての半導体レーザダイオードに対して、光通信に用いられる検出器、すなわち受光器については、短波長(0.8 μm)帯においてはSi, 長波長(1 μm 以上)帯においてはGeを用いたpinフォトダイオード, アバランシェフォトダイオード(APD)が実用レベルの特性をもって実現されている。APDの方が高感度でかつ高速用に向いている。現在は、暗電流やAPDとしての過剰雑音指数の改良をわらって、InGaAsPおよびInGaAs素子の研究が活発に行われているが、APDとしてはまだ実用できる段階に達していない。InGaAs pin素子については、速度は及ばないがGe-APDに匹敵する受信感度をもったものが実現されている。^(*)^[5]

発振器, 伝送路, 検出器等のシステム構成要素の開発が進むにつれて, 伝送方式に対する検討も行われてきた。変調方式としてデジタル変調とアナログ変調があるが, 光ファイバ伝送では伝送路が十分に広帯域なこと^(**), 発光素子(LD)の電流-光出力特性に非直線性が存在することなどから, デジタル変調が長距離中継回線を中心に主流になっている。

現在, 光伝送方式のデジタル変調は2値符号が主流であり, 光エネルギー

(*) FET前置増幅器とハイブリッドIC化した回路。

(**) 一般に, 同じ情報量を伝送する場合, デジタルの方がアナログに比べて約一桁広い伝送帯域が必要。

の有無に対応させた光強度変調(IM)を用いている。また、誤り率を低減する符号化に対する研究も行われている。一方のアナログ変調についても、画像を主体とした専用線、適用距離が短く経済性が要求される電話加入者系回線に対して検討が行われている。すなわち、光源の非直線性の解決法が研究の対象となっている。現在、最も簡易なアナログ変調方法は発光素子の直接IM方式であるが、その他、PFM(Pulse Frequency Modulation)-IM方式等があり、短距離画像伝送に用いられている。^[6]

以上述べてきた技術開発を中心にして、現在電々公社で商用サービスを実際に行っている(中容量伝送方式)、あるいは計画している伝送方式の諸元^[6]を表1-1に示す。このうち、F-32M、F-100M方式はすでに都市内の電話局間、近距離の市外伝送路に適用されており、大容量伝送方式であるF-400M方式についても現場試験を終え、実際のサービス提供のための工事が開始(1983年2月)されている。特に、F-400M方式は光ファイバ通信の特徴ともいふべき、伝送路の広帯域性、低損失性を十分発揮しており、最大中継間隔も25kmで、メタリックケーブル方式のようなマンホール設置中継器の無い大容量伝送方式となっている。さらに、中継間隔を飛躍的に延ばすことによ

表1-1 中継伝送方式の方式諸元^[6]

	F-6M	F-32M	F-100M	F-400M
伝送路符号	CMI	CMI	8 BIC	10 BIC
符号伝送速度	局内 6.312 Mbit/s 伝送路 12.624 Mbit/s	32,064 Mbit/s 64,123 Mbit/s	97,728 Mbit/s 111,689 Mbit/s	397,200 Mbit/s 445,837 Mbit/s
回路容量	96 ch (WDM)*	or 480 ch CTV 1 ch	or 1,440 ch CTV 3 ch	or 5,760 ch CTV 12 ch
光ファイバ	G	GI	GI(SM)	SM
使用波長	(1.2 μm) 1.3 μm			
発光素子	InGaAsP-LD			
受光素子	Ge-APD			
最大中継間隔	15	10 15 25 km	10 15 (27 34 km) 25 km	20 25 km
中継器符号誤り率	10 ⁻¹⁰ 以下/1中継器		10 ⁻¹¹ 以下/1中継器	
中継形式	局設置中継			
監視制御	データ伝送(介在対使用)による自動遠方監視制御方式			
システム切換え	現用:予備 1:1~11:1			1:1~8:1

* WDM: 波長分割多重伝送

て、経済性、信頼性が著しく改善されるため、海底ケーブル伝送への適用も積極的に検討されている。^[7]

さて、これまで述べてきた光通信の研究の流れとともに、もう一つ大きな研究の流れがある。それは光集積回路に関する研究である。光集積回路は、1960年代後半において Shubert, Harris らがその概念を明らかにし^[8]、1969年には Miller が光集積回路の紹介を行った。^[9] さらに同年、Marcatili が光集積回路に適した導波路と方向性結合器を、^[10] Goell が誘電体矩形導波路の解析法を^[11]、それぞれ提案した。その後、光集積回路は一つの研究分野として定着し始め、回路素子の形態、製法、および導波路の解析等が次々と発表された。^{[12]-[16]}

光集積回路の構成においては、光回路特有の性質を利用した素子が多く用いられる。その一方で、すでに開発され、電子回路の集積化に大きな役割を果たしている製作技術を利用することができ、研究の対象が広がってきた。

光集積回路研究の成果として例えば次のようなものを挙げることができよう。すなわち、変調・スイッチング素子については、 Ti 拡散 $LiNbO_3$ 導波路を用いて、方向性結合器形で波長 $1.32\mu m$ において帯域幅 $3.6 GHz$ ^[17]、進行波動作で波長 $0.6328\mu m$ において強度変調帯域 $18 GHz$ ^[18] という特性が報告されている。また、波長分割多重 (WDM) 伝送に必要な多重、分波素子については、グレーティングを用いたフィルタが提案され、動作実験の結果が得られている。^{[19][20]} TE-TMモード分離フィルタ^{[21][22]} についても検討がなされている。

さらに、集積形空間デジタルフィルタ、多チャンネル高速信号処理器、RFスペクトルアナライザ等の新しい機能回路の研究も行われている。

以上ほんの一部を述べただけであるが、回路構成用の導波路をはじめ種々の機能素子が研究されている。^[23] しかし、バルク型光回路素子がほぼ実用段階に達しているのに対して、集積型回路素子は導波路構造にその特性が大きく依存するので、高精度な製作が要求され、現段階では十分な特性をもった素子が少ない。また、種々の機能素子を同一基板上に構成するモノリシック化の

研究も行う必要がある。いずれにしても、光集積回路はまだ将来の研究・開発に期待するところが大きい。

さて、これまで光ファイバ通信技術の発展を述べてきたが、これから将来に向けて現在すでに始まっている研究を簡単に紹介して本節を終る。

これまでの光伝送方式は光強度変調が主流であったが、これでは発振器であるレーザ光の特徴を十分に生かしているとはいえない。すなわち、レーザのコヒーレンシを生かした位相、周波数変調、さらには検波において同期検波、ヘテロダイン検波のような低雑音な受信技術の研究・開発が始まっている。^[23] また、2光子レーザという新しいレーザを用いることで量子雑音を大幅に小さくでき、これによるコヒーレント通信が実現されれば伝搬損が零の通信システムと同じSN比が得られることがわがっている。^[24] この夢のレーザ完成のためにすでに実験が行われ始めている。

§ 1-2 光非相反回路の必要性

アイソレータ、サーキュレータ等の非相反回路の光通信システムにおける働きは、大きく分けて次の2つになると考えられる。

(i) 発振器の動作安定化

(ii) 高度通信システム(双方向通信等)の構成用素子

次に、この二項についてもう少し詳しく述べる。

1-2-1 半導体レーザダイオードの動作安定化

各光回路素子と光ファイバ及び光ファイバ同志の接続によって反射波が発生し、これが半導体レーザダイオードに注入されるとレーザダイオードには次のような悪影響が現われる。

(1) 変調歪^[24]

反射波の注入により、レーザに原理的に存在する注入電流—光出力強度の非線形性による歪み⁽¹⁾の100倍程度の変調歪が生ずる。この変調歪は

(1) Rate方程式中、電子数 N と光強度 S の積の項があるという根本的な性質によって生ずる。

ベースバンド・アナログ伝送系において伝送品質を劣化させる。

(2) 反射波が誘起する雑音^{[24]-[28]}

反射波注入によって、レーザ中に低周波雑音と高周波雑音と呼ばれる全く性質の異なる二種類の強い雑音が発生する。

(a) 低周波雑音

反射点とレーザダイオードの距離がレーザ光のコヒーレント長より短い場合に発生する雑音。その発生機構は、レーザダイオード自身の共振器と反射点とレーザダイオードで構成される共振器の二重共振器をもつレーザモデルで説明される。すなわち、レーザ内の光の位相と反射光の位相の位相差を ϕ とすると、レーザ出力強度 S_L 、発振角周波数 ω_L は次のように表わされる。^[28]

$$S_L = S_0 \cdot \left\{ 1 + (1 - R_L) \eta \sqrt{R_f} \cos \phi / (I / I_{th} - 1) \right\}$$

$$\omega_L = \Omega_0 - (1 - R_L) \eta \sqrt{R_f} \sin \phi / (2 \tau_p)$$

R_L, R_f : レーザ共振器, 反射点の反射率

η : レーザダイオードと外部回路(光ファイバ)の結合効率

Ω_0 : レーザ共振器の共振角周波数

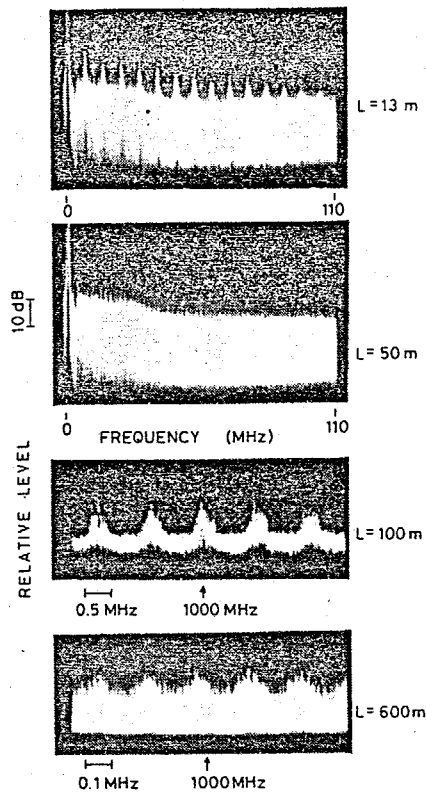
τ_p : レーザダイオード中の光子の *life time* .

したがって、位相差 ϕ が機械的、あるいは熱的に変動すると、レーザ出力強度、発振波長も時間的に変動し雑音となって現われる。

(b) 高周波雑音

レーザダイオードと反射点との距離がパルス長、コヒーレント長より大きな場合、図1-1に表わされるような特徴的なスペクトルをもつ雑音が発生する。このとき、スペクトルの周波数間隔は

$$\Delta f_{EX} = c / (2 n_f L_f)$$



Output intensity noise spectra at different fiber length.

[24]

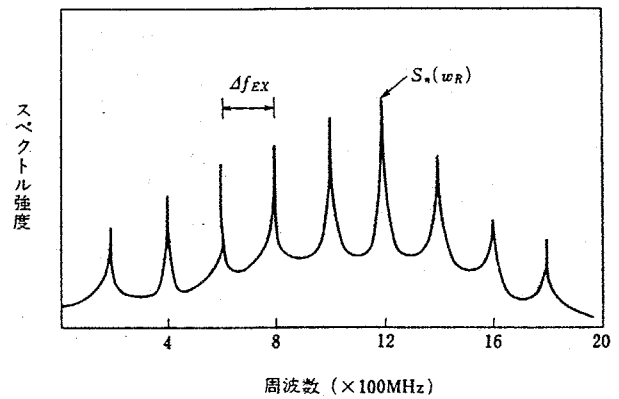


図1-1

反射波注入による高周波強度雑音の
スペクトル特性^[24]

で与えられる (n_f : ファイバの屈折率, L_f : 反射点までの距離, c : 真空中の光の速度)。この雑音発生のメカニズムは複雑であるが、^[62]簡単に述べると次のようになる。

光ファイバが低損失であるために、レーザダイオードと反射点が外部付加共振器と同じ働きをし、レーザダイオードの自然放出光のうちこの共振器と共振した周波数成分が強調されて増大する。この効果は、光と原子の相互作用を通して全く同じ様に電子数のゆらぎ成分に現われる。

したがってレーザは外部共振器によって選択的に強調された内部雑音によってかき乱され、量子雑音が選択的周波数をもつような形で現われる。

このような雑音は特に、低損失光ファイバを用い、レーザダイオードと光ファイバの結合効率が良い場合に顕著に現われる。

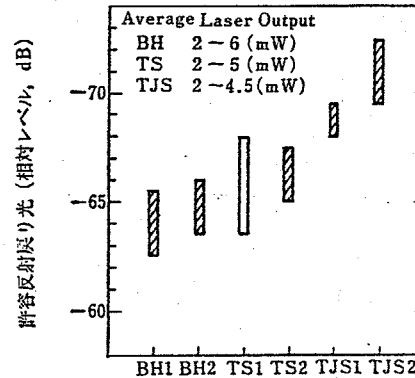
表1-2 反射戻り光の許容量設計例^{[29],[63]}

モジュール構造	アイソレーション (dB)	LD-光ファイバ結合効率 (dB)	反射戻り光の最大許容量 (dB)
アイソレータなし	—	-5	-45
アイソレータ付き	15	-5	-30
	20	-5	-25

* BHレーザの場合.

図1-2

各種半導体レーザ
の許容反射戻り光
量^{[29],[64]}



以上, (1), (2) のような反射波による悪影響の発生を避けるために, 一方向性素子である光アイソレータをレーザダイオードと他の光回路の間に挿入する。尚, 反射光による劣化は半導体レーザの構造によって異なる。図1-2に各種半導体レーザの許容反射戻り光量を示す。^[29] また, 表1-2にBHレーザを使用した場合の反射光による雑音劣化に対する許容反射量の設計例を示す。^[29]

また, 反射波が誘起する雑音を軽減する方法としては, 他に反射防止コーティング, レーザミラーの改良がある。

1-2-2 高度通信システム用の構成素子としての非相反回路

ここでいう高度通信システムとは, 現在実用化されているシステムに対して, 例えば現行の光—電気—光中継器を用いた中継方式に対する光直接増幅中継伝送システム^[30]や, 双方向伝送システム, あるいは, レーザダイオードのコヒーレント性を積極的に用いたコヒーレント光ファイバ伝送^{[31][32]}等のことをいう。

高性能な光直接増幅伝送系を実現するためには、単一モードファイバ系に適した低損失光アイソレータの開発は不可欠であることが指摘されている。^[30]

また、コヒーレント光ファイバ伝送の実現にも低損失光アイソレータは不可欠である。^[31]

さらに、一本の光ファイバを用いて双方向通信を行うシステムを考えた場合、送受信器において送信レーザ光をファイバに結合すると同時に光ファイバを通して送られてきた受信光を検出器へと分離するためには、光サーキュレータが必要である。^{[33], [34]}

§.1-3 光非相反回路研究の歴史

前節においてその必要性が明らかにされた光非相反回路は、バルク形式の素子については十分実用に供し得る特性をもつ素子が実現されている。一方、本論文で扱う集積化に適した導波路形式の素子については、実際の通信システムで使用し得るほどの特性が得られておらず、いまだ研究開発途上にあるといえる。

本節では、まずバルク形式の光非相反素子の現状を簡単に述べ、次いで導波路型光非相反素子のこれまでの研究過程および問題点を明らかにする。

1-3-1 バルク型光非相反素子の現状

バルク型光非相反素子、すなわち断面形状が光の波長に比べて非常に大きく、素子を伝搬する光にとっては無限に広がった媒質中を伝搬しているように感じられるような非相反素子をいい、数10から数100 μm 以上の断面寸法をもつ。この範囲の非相反素子は、種々のファラデー回転子を用いて非相反動作を行っている。次に具体例を示す。

(1) 光ファイバ用アイソレータ

基本的な動作原理を図1-3を用いて説明する。まず、左側より偏光子を通して入射した直線偏光は、45°ファラデー回転子によって偏光面が45°回転さ

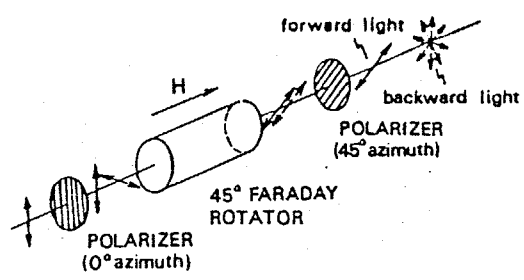


図1-3 光アイソレータの基本構成

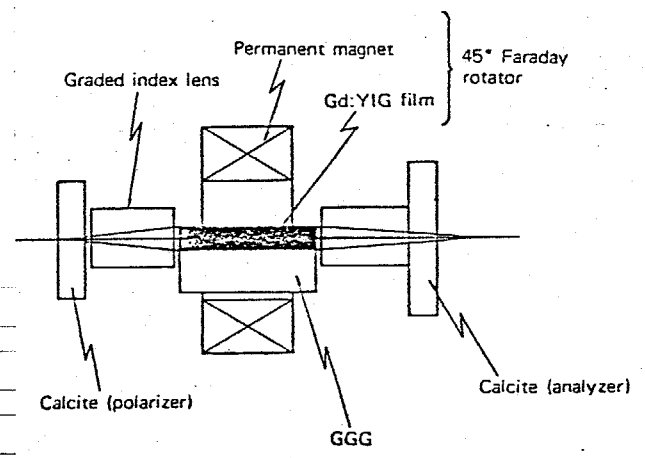


図1-4 ファイバ用アイソレータ [35]

れ、検光子を通過して出力される。一方、逆方向より入射する光のうち検光子を通過した光は、ファラデー回転子により進行方向に向かって左回りに偏光面が45°回転される。したがって、偏光子を通過できず一方向性動作が得られる。

表1-3 アイソレータの特性 [35]

Terms	Results
Insertion loss* (forward loss)	0.8 dB
Isolation (backward loss)	25 dB
Center wavelength	1.3 dB
Internal reflection	-20 dB or less

*Excluding lens coupling loss.

具体的な構成例^[35]を図1-4に示す。

GGG基板の上に結晶成長した厚さ200μmのGd置換YIGを45°ファラデー回転子として用い、光の入出力側に方解石を配置し偏光子、検光子として用いている。YIGでGd置換を行っているのは、GGG基板とYIG結晶の格子不整合を防ぐため、これにより格子欠陥、複屈折のきわめて少ない単結晶薄膜を実現している。表1-3にこの素子の特性を示す。

また、短波長(0.8μm)用としては、Tb添加常磁性ガラス(FR-5; Hoya)をファラデー回転子として用いたアイソレータ^(†)が実現されている^[36](図1-5)。小型化を計るために、光路折返し形構造になっている。

この種の素子は、マイクロ光学の範疇に入り、その設計は比較的容易である。設計においては小型化が最重要課題であり、^[37]半導体レーザダイオード(LD)と光アイソレータを一つのパッケージに組込んだLDモジュール

(†)短波長帯ではYIG等の磁性体は吸収が大き過ぎて使えない。

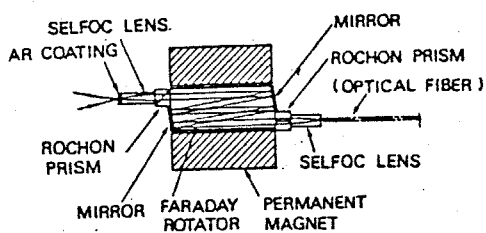


図1-5 0.8 μm帯光アイソレータ^[36]

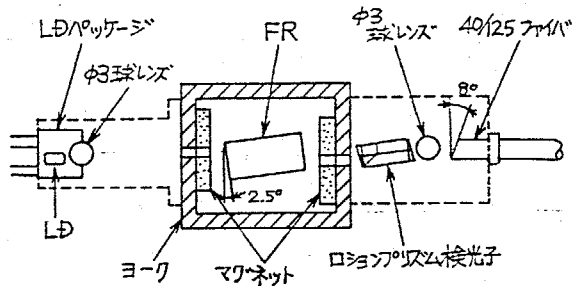


図1-6 アイソレータ付LDモジュール^[39]

化の研究も行われている(図1-6)^{[38][39]}。さらに、偏波依存性の無い光アイソレータの検討も行われている。^[40]

(2) 光サーキュレータ

光アイソレータの発展形として、光サーキュレータも構成できる。図1-7に示すように、ファラデー回転子と水晶板を組合せて非可逆な90°偏波回転子を構成し、入出力側に偏波分離素子(Rochonプリズム)を設けることによつてサーキュレータ動作が実現できる。^[36] port 1から入力されたP偏光(偏波面が紙面と平行)は、ファラデー回転子で45°偏波面が回転されるが、水晶回転子でもとのP偏光に戻されport 2から出力される。port 2より入力したP偏光は、水晶回転子、ファラデー回転子によつて90°偏波面の回転を受け、出力側のRochonプリズムではS偏光(偏光面が紙面に垂直)としてport 3から出力される。以下、port 3→port 4, port 4→port 1とサーキュレータ動作をする。

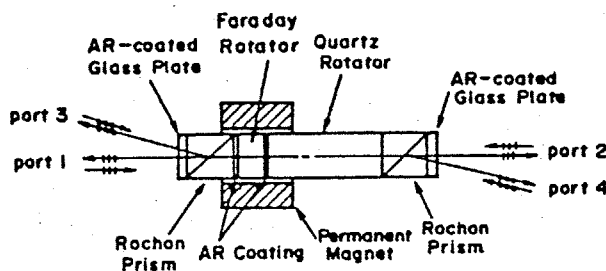
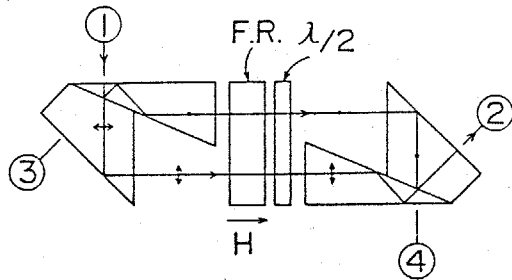


図1-7 光サーキュレータ^[36]

この形式では入出力端に偏波依存性が存在するが、この欠点を解決した偏波依存性の無い光サーキュレータも考えられている。^{[33][34]} 図1-8に、その構成と特性の一例を示す。



Components of the Optical Circulator

Magnet	Sm-Co magnet	Outer diam	14 mm
		Inner diam	6 mm
		Thickness	3.2 mm
Faraday rotator	YIG crystal	Diameter	6 mm
	{111} direction	Thickness	2.1 mm
Halfwave plate	SiO ₂ (Quartz)	Thickness	75.5 μm
Polarization prism	TiO ₂ (Rutile)		

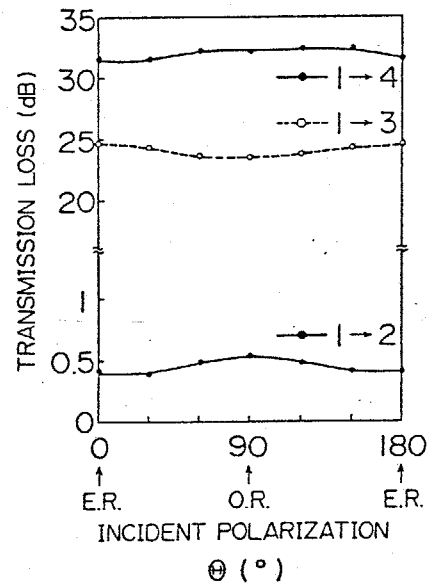


図1-8 偏波依存性の無い光サーキュレータ^[34]

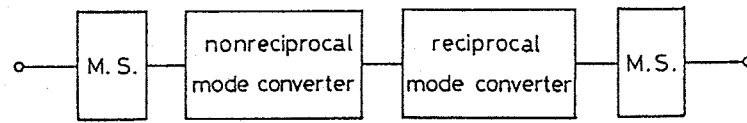
以上述べてきたように、バルク型光非相反回路は微小光学素子の組合せで構成され、その設計も簡単に行うことができる。現在までのところ、実用に供し得る特性が達成されている。今後この種の素子は、小型化、低価格化が要求され、この方向に研究が進むものと考えられる。

1-3-2 導波路型光非相反素子

導波路型素子とは、前述のバルク型素子に対し、光を導波する領域の断面寸法の少なくとも一つが波長程度もしくは波長の数倍程度の素子をいう。この素子は、いわゆる平面構造をしており、光集積回路への発展を目標として研究されてきている。

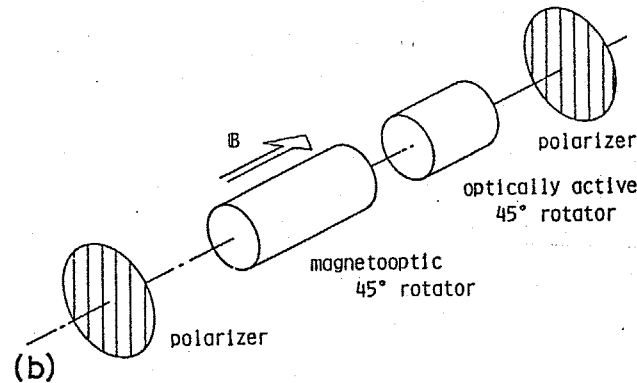
(1) 導波路型光アイソレータ

今まで提案されてきた導波路型光アイソレータの多くは、TE-TMモード



(a)

M.S. ----- mode selector



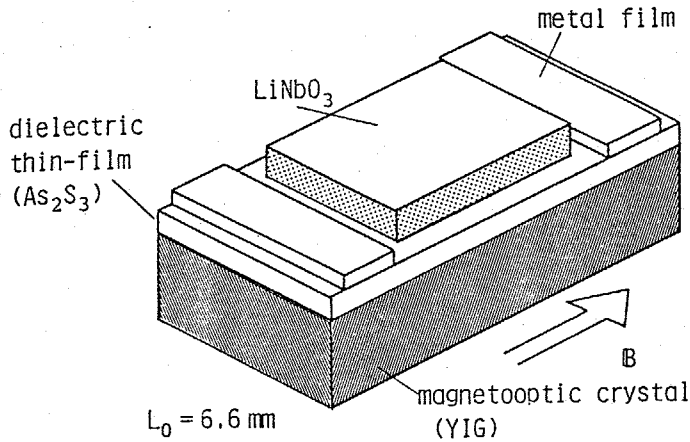
(b)

図1-9 (a)モード変換型(導波路型)アイソレータと
(b)バルク型アイソレータの構成

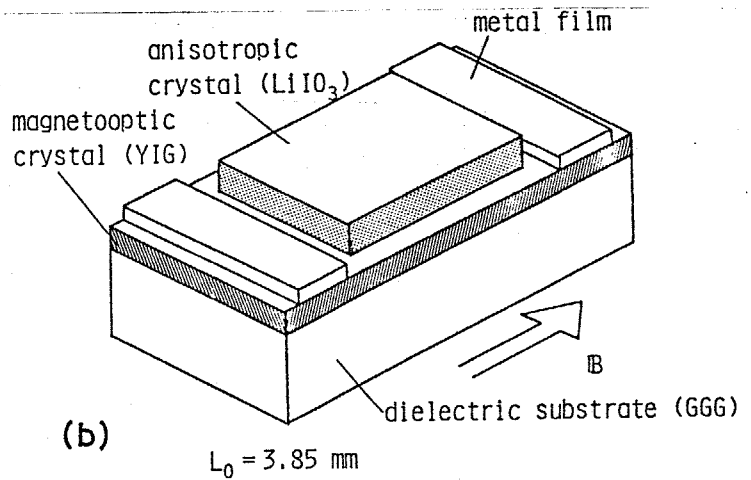
変換型と呼ばれる形式で、図1-9に示すように基本的構成はバルク型光アイソレータと同じである。すなわち、非可逆モード変換器はファラデー回転子に、可逆モード変換器は水晶板などの可逆回転子⁽⁴⁾に、また、モードセレクトは偏光子、検光子にそれぞれ対応する。

この形式の素子は最初 S. Wangらによって提案され^[4]、J. Warnerはこの改良形として図1-10の構造を提案した。^{[42][43]} (a)の構造は、誘電体薄膜を導波層とし、基板に光学磁気異方性媒質 YIG、上部層に光学異方性(複屈折性)結晶 LiNbO_3 を配置している。構造(b)では、導波層に YIG を用いることによって変換長を短くすることができる。これらの構造においては、YIG が非可逆モード変換、 LiNbO_3 (LiIO_3) が可逆モード変換を行い、ある方向に伝搬する光に対しては両変換が互いに打消され、入射モード(TEモード)と同じモードが出力されるが、逆方向伝搬光に対しては二つの変換が相加されて入射モードと直交するモード(TMモード)に変換され、モードセクターでこれ

(4) TE-TMモード変換は偏波面の回転と同じであり、非可逆変換は伝搬方向に依らず同じ方向に偏波面が回転し、可逆変換は伝搬方向で回転方向が決まる回転子に相当する。(偏波面の回転は一方向からながめるとする。)



(a)



(b)

図1-10

導波路型光アイソレータ

が減衰される^(*)。すなわち、アイソレータ動作を行う。

ここで注意すべき事は、十分なモード変換を得るために、変換部を伝搬するTEモードとTMモードの伝搬速度を等しくする(位相整合を計る)必要があるという事である。図1-10の構造では、上部層の複屈折性を利用している。

ところが、ここに重大な問題が残されている。それは、 LiNbO_3 、 LiIO_3 等の複屈折結晶とYIG等の磁気異方性結晶の格子定数が異なるため、互いに結晶成長で積層構造に製作できないということである^(**)。したがって、複屈折性結晶を用いないでいかにして導波路中のTE、TMモード間の位相整合を計るかが、モード変換型アイソレータ実現の鍵を握っており、これまでに次のような方法が提案されている。(図1-11)

(a) 誘電体干渉膜^[44]

比較的導波層の膜厚が厚い場合(50 μm 程度)のみ適用可能。

(*) モードセレクトは、導波層上に金属膜を装荷したもので、TMモードを強く減衰する。

(**) 機械的な圧着による方法では、全長にわたって一様なOptical Contactが得られないので実際的ではない。

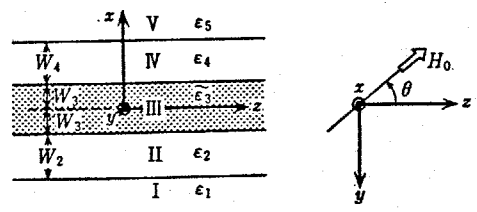
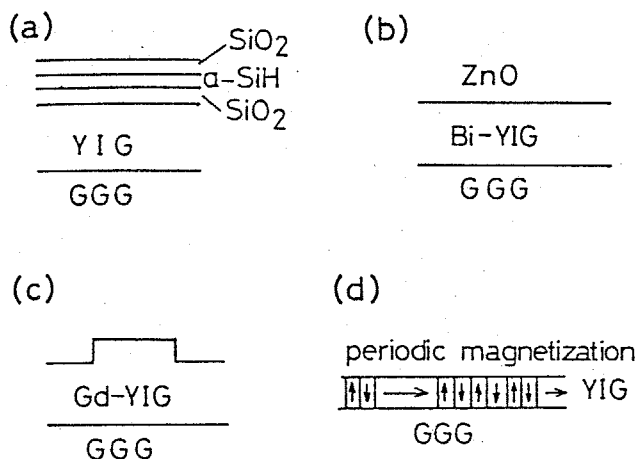


図1-12 非相反方向性結合器によるサーキュレータと磁界印加方向^[53]

図1-11 位相整合の機構

(b) 上部層と基板の屈折率が等しい対称導波路^[45]

導波層の膜厚を $3\mu\text{m}$ 程度に厚くすることによって、伝搬定数差は小さくなるが、完全な位相整合は不可能。

(c) 導波層と基板の格子不整合による複屈折率を利用^{[46][49][51]}

(d) 磁化方向を伝搬方向に周期的に変化させる^{[47][48]}

磁化方向の制御が非常に複雑

また、複屈折性結晶を用いることが不可能であるため、可逆モード変換部に対しては磁性体の Cotton-Mouton 効果を用いることが検討されている。^{[49][50]}

磁性体の Faraday 効果と Cotton-Mouton 効果を同時に利用した 1/4 セクション型非相反素子の構成^[51]、 $\text{LiNbO}_3 / \text{YIG} / \text{GGG}$ の半漏れ構造^{(+)[52]} 等も提案されている。

(2) 導波路型光サーキュレータ

平面構造で磁性体と等方性媒質のみを用いた非相反方向性結合器^[53](図1-12)は、結合線路の結合度に伝搬方向依存性をもたせることによって、4開口サーキュレータになる。また、本論文でも考察する非可逆移相器と 3dB 方向性結合器^[54]を組合せたサーキュレータが提案されている。これらの回路では、光学磁気異方性の大きい適当な媒質のない事が実現を困難にしている。

(+) LiNbO_3 と YIG を同時に用いた構造は製作不可能であるが、膜厚制御にほとんど気を使う必要も無く、モードセクタも不要であり、その動作原理も興味深い。

以上、述べてきた導波路型光非相反回路は、アイソレータにおいては主に使用可能な媒質の制約による位相整合達成の困難さから、また、サーキュレータにおいては磁性体の光学磁気異方性が弱いことから、十分な特性をもつ素子が実現されていない。

尚、異方性媒質を含む導波系の理論的検討も盛んに行われており、^{[55]-[61]}非相反回路設計に用いられている。

§1-4 本研究の目的と論文の構成

§1-1で述べたように、光ファイバ通信に対する期待は大きく、これを現実のものとするために非常に多くの研究者によって研究・開発が行われてきている。現在、研究の流れは、通信の高速大容量化の実現とともに、信頼性の向上、高効率化を目指した光回路の集積化に向っている。その中で、前節でふれたように、集積化に適した非相反素子の構成にはまだいくつかの問題が残っており、十分な特性を得るに至っていない。

本研究の目的は、導波路型光非相反素子構成における問題点を解決し、これを実現することにある。

本研究においては首尾一貫して、磁気異方性媒質と等方性媒質のみを用いて光非相反回路を構成するという立場をとっている。そして、光アイソレータ構成の際に最大の問題点であった位相整合導波路の実現に対しては、人工異方性導波路の適用を検討し、光学異方性媒質を用いることなしに位相整合が計れることを明らかにしている。また、磁性体薄膜を結晶成長させる場合に生ずる複屈折率に対しても検討を行い、Bi置換YIG薄膜で位相整合導波路が実現できることを示す。さらに、磁性体YIG薄膜における非可逆移相量の測定を行い、光サーキュレータに対する実験的検討も行っている。

本論文の構成は以下の通りである。

第1章では、光ファイバ通信における光非相反素子の必要性を述べ、集積化に適した導波路型光非相反回路の問題点を示した。すなわち、光アイソレータ

の実現においては光学異方性結晶と光学磁気異方性結晶を同時に用いることが不可能であり、いかにしてモード間の位相整合を計るかが最大の問題点となっていることを指摘した。また、光サーキュレータを実現する場合には、磁性体の光学磁気異方性を大きくする必要があることを明らかにした。

第2章では、誘電体薄膜導波路で人工異方性を用いれば、複屈折結晶を用いることなしに、互いに直交する偏波間の位相整合が計れることを示し、位相整合導波路の導波路パラメータを数値計算により求めている。また、人工異方性導波路中に磁気異方性媒質を用いた場合のモード変換現象を理論的に検討している。さらに、人工異方性領域を複屈折結晶とみなした場合の等価的な屈折率を求め、これを用いて1セクション型の光アイソレータの設計を行っている。スラブ導波路と人工異方性導波路の接続部における反射特性の評価も行っている。

第3章においては、第2章で理論的に検討し、位相整合導波路の設計を行った人工異方性導波路の製作、実験的検討について与えている。すなわち、磁気異方性媒質を含む人工異方性導波路の製作のため、 Ta_2O_5 とYIG薄膜のスパッタエッチングによる微細加工を行い、製作された導波路で伝搬定数、モード変換率を測定している。

第4章においては、磁性体薄膜を結晶成長させた場合に生ずる複屈折率を測定し、この原因を理論的に解明している。三層バイメタル・モデルを用いた応力解析を行い、薄膜結晶と基板結晶の室温における格子定数差によって生ずる応力が、光弾性効果によって複屈折率を生んでいることが示されている。さらに、GGG基板上に結晶成長したBi置換YIG薄膜における応力複屈折率を利用して、TE-TMモード間の位相整合が計れることが明らかにされている。

第5章では、非可逆移相器と3dB方向性結合器を組合せた光サーキュレータに対する検討を行い、GGG基板上YIG薄膜を伝搬する TM_0 モードの光非可逆移相量を測定している。また、Strip-loaded型光3dB方向性結合器と組合せてサーキュレータを構成した場合の、膜厚ずれによる特性劣化も検討し、膜

厚ずれ許容範囲の広い非相反回路であることを明らかにしている。

第6章においては、本論文の結論として、本研究で新たに明らかにされた事柄をまとめ、今後に残された問題点を述べている。

References

- [1] F.P.Kapron, D.B.Keck and R.D.Maurer;"Radiation Losses in Glass Optical Waveguides",Appl.Phys.Lett., vol.17, p.423 (Nov. 1970)
- [2] H.Horiguchi and H.Osanai;"Spectral Losses of low-OH Content Optical Fibers",Electron.Lett., vol.12, p.310 (1976)
- [3] 4-th International Conference on Integrated Optics and Optical Fiber Communication, Session 30A1, and A2:New Fiber Materials, Digest p.98-117 (June 1983)
- [4] 大原, 木村;"光通信", 第3章, pp.36-46, コロナ社 (1981)
- [5] テレビジョン学会編, "光通信システム", 第3章, pp.41-156, 昭晃堂(1983)
- [6] 橋本, 片桐, 石原, 三木;"光ファイバケーブル伝送方式", 信学誌, vol.66, No.9, pp.884-899 (Sept. 1983)
- [7] 4-th International Conference on Integrated Optics and Optical Fiber Communication, Session 29A4:Undersea Systems and Cables, Digest pp.86-97 (June 1983)
- [8] R.Shubert and J.H.Harris;"Optical Surface Waves on Thin Films and their Application to Integrated Data Processors", IEEE. Trans.on MTT, vol.MTT-16, No.12, pp.1048-1054 (Dec. 1968)
- [9] S.E.Miller;"Integrated Optics : An Introduction",Bell System Technical Journal, vol.48, No.7, pp.2059-2069 (Sept. 1969)
- [10] E.A.J.Marcatili;"Dielectric Rectangular Waveguide and

- Directional Coupler for Integrated Optics", Bell System Technical Journal, vol.48, No.7, pp.2071-2102 (Sept. 1969)
- [11] J.E.Goell; "A Circular-Harmonic Computer Analysis of Rectangular Dielectric Waveguides", Bell System Technical Journal, vol.48, No.7, pp.2133-2160 (Sept. 1969)
- [12] P.K.Tien; "Light Waves in Thin Films and Integrated Optics", Appl.Optics, vol.10, No.11, pp.2395-2413 (Nov. 1971)
- [13] R.V.Pole, S.E.Miller, J.H.Harris and P.K.Tien; "Integrated Optics and Guided Waves---a Report of the Topical Meeting", Appl.Optics, vol.11, No.8, pp.1675-1685 (August 1972)
- [14] H.Kogelnik; "An Introduction to Integrated Optics", IEEE Trans. on MTT, vol.MTT-23, No.1, pp.2-16 (Jan. 1975)
- [15] Y.Suematsu; "The Progress of Integrated Optics in Japan", IEEE Trans.on MTT, vol.MTT-23, No.1, pp.16-20 (Jan. 1975)
- [16] P.K.Tien; "Integrated Optics and Thin-Film Technology", Physica, vol.89B, pp.241-254 (1977)
- [17] K.Kubota, J.Noda and O.Mikami; "Traveling Wave Optical Modulator Using a Directional Coupler LiNbO₃ Waveguide", IEEE Journal of Quantum Electronics, vol.QE-16, No.7, p.754 (July 1980)
- [18] 井筒, 芳賀, 末田; "進行波動作導波形プッシュプル光変調素子", 信学技報 OQE-80-37 (June 1980)
- [19] K.Wagatsuma, H.Sakaki and S.Saito; "Mode Conversion and Optical Filtering of Obliquely Incident Waves in Corrugated Waveguide Filters", IEEE J.Q.E., vol.QE-15, p.632 (1979)
- [20] T.Suhara, Y.Handa H.Nishihara and J.Koyama; "Monolithic Integrated Microgratings and Photodiodes for Wavelength

- Demultiplexing", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 40, No. 2, p. 120 (1982)
- [21] Y. Suematsu, M. Hakuta, K. Furuya, K. Chiba and R. Hasumi;
"Fundamental Transverse Electric Field (TE_0) Mode Selection for Thin-Film Asymmetric Light Guides", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 21, p. 291 (1972)
- [22] D. Vincent, J. W. Y. Lit, P. Lavigne and G. Otis; "Optical Guided-Beam Splitter : an Experimental Study", *Appl. Optics*, vol. 19, No. 8, pp. 1285-1293 (15 April 1980)
- [23] 柳井編集, "光通信ハンドブック", Chap. 4, pp. 334-357, 朝倉書店, (1982)
- [24] 広田; "光通信入門—光ファイバシステムの基礎", pp. 81-99, 啓学出版 (1982)
- [25] 中村, 須崎; "光伝送技術特集 / 4.2 発光素子", *信学誌*, vol. 63, No. 11, pp. 1173-1178 (Nov. 1980)
- [26] T. Morikawa, Y. Mitsuhashi and J. Shimada; "Return-Beam-Induced Oscillations in Self-Coupled Semiconductor Lasers", *Electron. Lett.*, vol. 12, No. 17, pp. 435-436 (August 1976)
- [27] I. Ikushima and M. Maeda; "Self-Coupled Phenomena of Semiconductor Lasers Caused by an Optical Fiber", *IEEE J. Q.E.*, vol. QE-14, No. 5, pp. 331-332 (May 1978)
- [28] O. Hirota and Y. Suematsu; "Noise Properties of Injection Lasers due to Reflected Waves", *IEEE J. Q.E.*, vol. QE-15, No. 3, pp. 142-149 (March 1979)
- [29] 重井監修, テレビジョン学会編, "光通信システム", 第4章, pp. 174-175, 昭晃堂 (1983)
- [30] 向井, 山本, 木村; "光直接増幅による中継伝送", 電々公社電気通信研究所研究実用化報告, vol. 31, pp. 2185-2197 (1982)

- [31] 斎藤, 山本, 木村; "コヒーレント光ファイバ伝送変復調技術 — FSKヘテロダイン検波", 電々公社通研研究実用化報告, vol. 31, pp. 2173-2184 (1982)
- [32] T.Okoshi; "Heterodyne and Coherent Optical Fiber Communications: Recent Progress", IEEE Trans. on MTT, vol. MTT-30, No. 8, pp. 1138-1148 (August 1982)
- [33] T. Matsumoto and K. Sato; "Polarization-Independent Optical Circulator : an Experiment", Appl. Optics, vol. 19, No. 1, pp. 108-112 (Jan. 1980)
- [34] M. Shirasaki, H. Kuwahara and T. Obokata; "Compact Polarization-Independent Optical Ciculator", Appl. Optics, vol. 20, No. 15, pp. 2683-2687 (August 1981)
- [35] T. Aoyama, T. Hibiya, Y. Ohta and K. Matsumi; "A Low Cost, Compact Optical Isolator Using a Thick Gd:YIG Film Grown by Liquid Phase Epitaxy", NEC Research and Development, No. 66, pp. 44-50 (July 1982)
- [36] K. Kobayashi and M. Seki; "Microoptic Grating Multiplexers and Optical Isolators for Fiber-Optic Communications", IEEE J.O.E., vol. OE-16, No. 1, pp. 11-22 (Jan. 1980)
- [37] 白崎, 中島, 浅間; "複屈折テーパー板で偏波分離・合成を行う光ファイバ用小形アイソレータ", 信学光・電波部門全大, 分冊2, 8-317 (Aug. 1982)
- [38] 猿渡, 杉江; "アイソレータ内蔵LDモジュールの特性", 信学光電波部門全大, 分冊2, 8-316 (Aug. 1982)
- [39] 茂木, 松田, 青木, 渡辺, 田中; "0.81 μm アイソレータ付LDモジュール", 信学半導体・材料部門全大, 光量エレ, 290 (Sept. 1983)
- [40] 松本; "偏光依存性のない光ファイバ用アイソレータ", 信学論, vol. J62-C, No. 7, pp. 505-512 (July 1979)

- [41] S.Wang, M.Shah and J.D.Crow; "Studies of the Use of Gyrotropic and Anisotropic Materials for Mode Conversion in Thin-Film Optical-Waveguide Applications", *J.Appl.Phys.*, vol.43, No.4, pp.1861-1875 (April 1972)
- [42] J.Warner; "Faraday Optical Isolator/Gyrator Design in Planar Dielectric Waveguide Form", *IEEE Trans.on MTT*, vol.MTT-21, No.12, pp.769-775 (Dec. 1973)
- [43] J.Warner; "Nonreciprocal Magneto optic Waveguides", *IEEE Trans.on MTT*, vol.MTT-23, No.1, pp.70-78 (Jan. 1975)
- [44] 白崎, 大洞, 浅間; "薄膜状光導波素子に用いる位相差補償膜の設計とその効果", *信学論*, vol.J65-C, No.10, pp.814-821 (Oct. 1982)
- [45] K.Taki, Y.Miyazaki and Y.Akao; "Optical Propagation and Conversion Properties of Hybrid Modes in YIG Thin-Film Waveguides on GGG Substrates Using Faraday Effects with Isotropic Top Layers", *Trans. IECE Japan*, vol.E-63, No.10, pp.754-761 (Oct. 1980)
- [46] 伊藤, 太田, 日比谷; "チャンネル導波路形薄膜光アイソレータ", *信学光電波部門全大*, 3/8 (Aug. 1982)
- [47] P.K.Tien, R.J.Martin, R.Wolfe, R.C.Le Crow and S.L.Blank; "Switching and Modulation of Light in Magneto-optic Waveguides of Garnet Films", *Appl.Phys.Lett.*, vol.21, No.8, pp.394-396 (15 Oct. 1972)
- [48] R.D.Henry; "Thin-Film Optical Magnetic Mode Converters", *Appl.Phys.Lett.*, vol.26, No.7, pp.408-411 (1 April 1975)
- [49] J.P.Castera and G.Hepner; "Isolator in Integrated Optics Using the Faraday and Cotton-Mouton Effects", *IEEE Trans. on MAG.*, vol.MAG-13, No.5, pp.1583-1585 (Sept. 1977)

- [50] Y.Miyazaki, K.Taki and Y.Akao; "Waveguide Type Optical Isolator Using Faraday and Cotton-Mouton Effects in Bi-Substituted YIG Thin-Films", Memories of the Faculty of Eng. Nagoya University, vol.33, No.1, pp.42-57 (1981)
- [51] M.Torfeh, J.M.Desvignes, L.Courtois and H.Le Gall; "Reciprocal and Nonreciprocal High TE-TM Modes Conversions in Tb,Al and Gd,Ga Substituted Garnet Films J.Appl.Phys., vol.49, No.3, pp.1806-1808 (March 1978)
- [52] 山本, 岡村, 平井, 牧本; "半漏れ構造薄膜光導波系における導波一放射モード結合の解析と変調器および非相反素子への応用", 信学論 vol. J60-C, No.2, pp.98-105 (Feb. 1977)
- [53] 宮崎, 栗井, 池上; "非相反光方向性結合器の解析", 信学技報 OQE 78-94 (1978)
- [54] F.Auracher and H.H.Witte; "A New Design for an Integrated Optical Isolator", Opt.Comm., vol.13, pp.435-438 (April 1975)
- [55] S.Yamamoto, Y.Koyamada and T.Makimoto; "Normal-Mode Analysis of Anisotropic and Gyrotropic Thin-Film Waveguides for Integrated Optics", J.Appl.Phys., vol.43, No.12, pp.5090-5097 (Dec. 1972)
- [56] H.Kogelnik, T.P.Sosnowski and H.P.Weber; "A Ray-Optical Analysis of Thin-Film Polarization Converters", IEEE J.Q.E., vol.QE-9, No.8, pp.795-800 (August 1973)
- [57] S.Yamamoto and T.Makimoto; "Circuit Theory for a Class of Anisotropic and Gyrotropic Thin-Film Optical Waveguides and Design of Nonreciprocal Devices for Integrated Optics", J.Appl.Phys., vol.45, No.2, pp.882-888 (Feb. 1974)

- [58] Y.Satomura, M.Matsuhara and N.Kumagai; "Analysis of Electromagnetic-Wave Modes in Anisotropic Slab Waveguide", IEEE Trans.on MTT, vol.MTT-22, pp.86-92 (Feb. 1974)
- [59] S.Yamamoto and T.Makimoto; "Design Considerations for Nonreciprocal Integrated Optical Devices", J.Appl.Phys., vol.47, vol.47, No.9, pp.4056-4060 (Sept. 1976)
- [60] M.J.Sun, M.W.Muller and W.S.C.Chang; "Thin-Film Waveguide Gyrotors : a Theoretical Analysis", Appl.Optics, vol.16, No.11, pp.2986-2993 (Nov. 1977)
- [61] M.Tateda and T.Kimura; "Design Feasibility of a Single-Mode Optical Isolator", IEEE J.Q.E., vol.QE-18, No.11, pp.1975-1981 (Nov. 1982)
- [62] 藤田, 石塚, 藤戸, 芹澤, 佐藤; "光帰還型半導体レーザの雑音及び変調特性", 信学技報 OQE83-76 (Nov. 1983)
- [63] 佐藤; "半導体レーザと多モードファイバを用いたVHF帯多重テレビ信号伝送系の雑音特性", 信学技報 CS82-60 (1982)
- [64] 鈴木, 藤原; "光コネクタ・フレネル反射対策の検討", 信学技報 CS82-30, OQE82-15 (1982)

第 2 章 人工異方性導波路の理論的検討

§ 2-1 まえがき

前章で述べたように、導波路型光アイソレータは非可逆モード変換器、可逆モード変換器およびモードセレクターを用いて構成することができる。さらに、その主要部分である可逆、非可逆モード変換器において、直交偏波間^(*)の高効率なモード変換が必要とされる。そしてそのためには、直交偏波間の位相整合を計ることが必要であった。

本章では、薄膜誘電体導波路において直交偏波間の位相整合を計る方法として、人工異方性導波路を提案し、位相整合条件、モード変換器およびアイソレータへの応用、スラブ導波路との接続反射特性等について理論的検討を加える。

人工異方性導波路の特徴としては、光学的に等方性な媒質だけで位相整合導波路を構成することができるということがある。

§ 2-2 動作原理(定性的説明)

図 2-1 (a) に人工異方性導波路の断面を示す。導波路中の各媒質は、屈折率 n_i ($i=0, 1, 2, 3$) を有し、無損失であると仮定する。解析を簡単にするため、導波層(領域 III)の上に装荷する誘電体ストリップは x 方向に周期的であると仮定するが、動作原理上は必ずしも周期性は必要ない。伝搬方向を z 方向にとる。この導波路で異なる偏波間の位相整合がとれる可能性は次のように説明できる。

導波層上に装荷した誘電体ストリップの働きを次のように考える。まず、図 2-1 (a) の領域 II をとり出し、同図 (b) のように $y-z$ 方向に無限に広がる誘電体平行平板導波路を考える。この平行平板導波路を z 方向に伝搬する固有モードとして、電界成分が誘電体境界に平行な H モードと、境界に垂直な電界成分を有する E モードが考えられる。両モードの z 方向伝搬定数 β は次の特性方程

(*) スラブ導波路の場合には TE, TM モード。

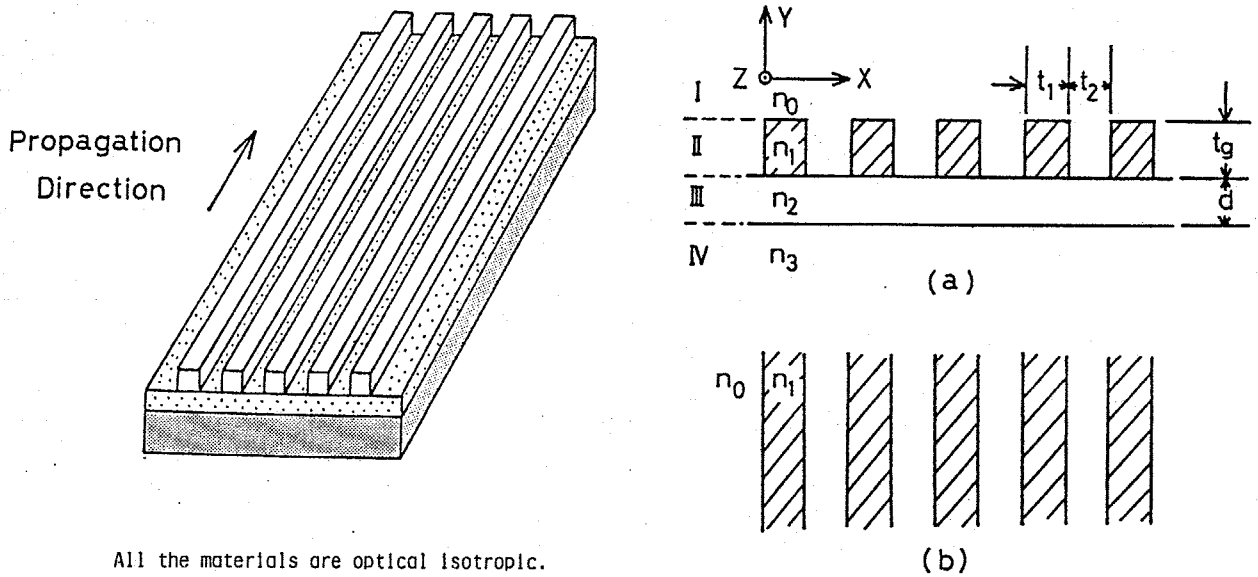


図2-1 人工異方性導波路

式から求まる。

$$k_x \tan\left(\frac{k_x t_1}{2}\right) - \alpha \eta \tanh\left(\frac{\eta \cdot t_2}{2}\right) = 0 \quad (2.1)$$

$$\beta^2 = n_1^2 k_0^2 - k_x^2 = n_0^2 k_0^2 + \eta^2$$

$$k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

$$\alpha = \begin{cases} 1 & : \text{Hモード} \\ n_1^2/n_0^2 & : \text{Eモード} \end{cases}$$

Hモード, EモードのZ方向伝搬定数を自由空間波数 k_0 で割った値

$$n_i = \frac{\beta_i}{k_0} \quad (i=h, e) \quad (2.2)$$

は、この導波路の各モードに対する等価屈折率を表わす。最低次モードの等価屈折率 n_h , n_e は屈折率 n_1 によって図2-2のように変化する。但し、 $n_0=1.0$ とし、波長は $1.152 \mu\text{m}$ を仮定している。また、各層の層厚 t_1, t_2 をパラメータとしている。この図からわかるように、 n_1 によらず常に $n_h > n_e$ となる。すなわち、誘電体平行平板導波路の等価屈折率は、電界成分が誘電体

境界に平行な場合の方が、境界に垂直な電界成分を有する場合より大きくなる。

さて、この事実を踏まえた上で、図2-1(a)の導波路を考えてみる。

領域IIのストリップを取り除いた三層スラブ導波路を伝搬するTEモードは、電界が x 成分のみ、TMモードは、 y および z 成分のみを有する。したがって、これに同図のようにストリップを装荷した場合、近似的

に次のように考えられる。領域IIと領域IIIの境界から領域IIを見込むと、領域IIの等価的な屈折率としてTEモードに対しては n_e が、また、TMモード

に対しては n_h が感じられる。すなわち、領域IIが等方性媒質から成るにもかかわらず、あたかも複屈折性を有する媒質のようにみえる。これを人工異方性と呼ぶ。さらに $n_h > n_e$ であることを思い起せば、光学軸が x 方向を向いた負の一軸性結晶と同等の効果が期待でき、TE-TMモード間の位相整合が達成されると考えられる^[1]。実際には、図2-1(a)のような三次元導波路を伝搬する固有モードは、主に x 方向に電界成分をもつ E_{pg}^x モードと、 y 方向にもつ E_{pg}^y モードであるから^[2]、上記の説明は厳密性を欠くが、人工異方性の働きを大体説明できると考えられ、この導波路で E^x, E^y モードの位相整合が実現できる可能性を示している。

また、波の伝搬方向に垂直にストリップを装荷した導波路、すなわち図2-1(a)で伝搬方向を x 方向にとった場合には、同次数のTE, TMモード間の位相整合は達成できない。何故なら、この場合には領域IIは導波層を伝搬するTEモードに対して n_h を、TMモードに対して n_e を有する異方体として作

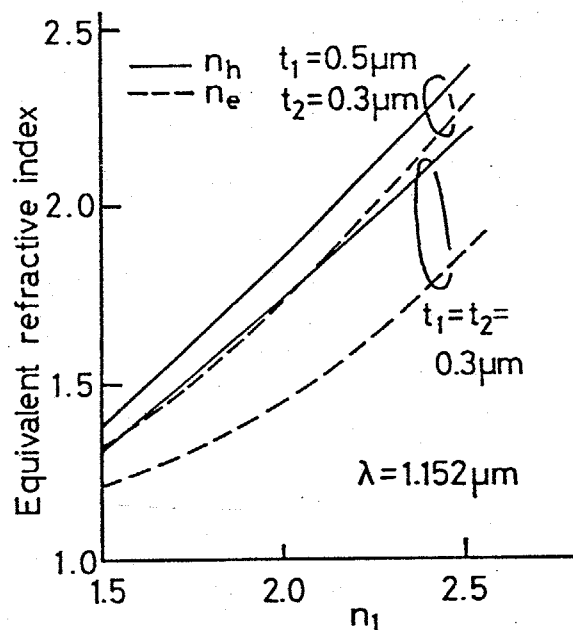


図2-2 等価屈折率 n_e, n_h の変化

用し、正の一軸性結晶を光学軸が z 方向を向くように配置したのと同じような効果を与えるからである。つまり、TEモードの伝搬定数は常に同次のTMモードのそれより大きくなる。

以上、図2-1(a)の導波路が光学的に等方的な媒質から構成されるにもかかわらず、伝搬方向と平行に装荷した誘電体ストリップの働きによって、異なる偏波間の位相整合が実現し得ることを示した。

§. 2-3 人工異方性を用いた位相整合導波路の設計

図2-1に示す人工異方性導波路は、いわゆる三次元の開放形誘電体導波路である。このような導波路を伝搬する電磁界の伝搬定数を計算する方法として、よく用いられるものに等価誘電率法^[3]がある。この方法によると、Cut-offから十分離れた場合の伝搬定数は、工学上十分な精度で求められるといわれている。しかし、本研究にこれを適用するのは必ずしも十分であるとはいえない。しかも、等価誘電率法では電磁界分布の正確な表現が得られない^[4]。これでは、次節で述べるような異方性媒質を含む人工異方性導波路におけるモード変換を評価できない。したがってここでは、三次元導波路の厳密解析法の一つである、S. Pengらによるモード整合法^[5]を用いて図2-1(a)の導波路を伝搬する電磁界の伝搬定数を求め、位相整合条件を求める。尚、この解析法によると、電磁界分布も正確に表現される。

2-3-1 モード整合法

図2-1(a)に示す導波路の解析は、構造の x 方向に関する周期性を考えると図2-3(a)の単位構造の問題に帰着される。すなわち、周期性を満足する境界条件として、境界A, A'の組合せは電気壁-電気壁と磁気壁-磁気壁の二通りしかとり得ない。さらに、図2-3(a)の単位構造の面Cに関する対称性から、面Cが電気壁と磁気壁の場合が考えられる。ここで、面A, Cの組合せとして、電気壁-磁気壁は(a)を単位構造とするような周期性を満足することができ

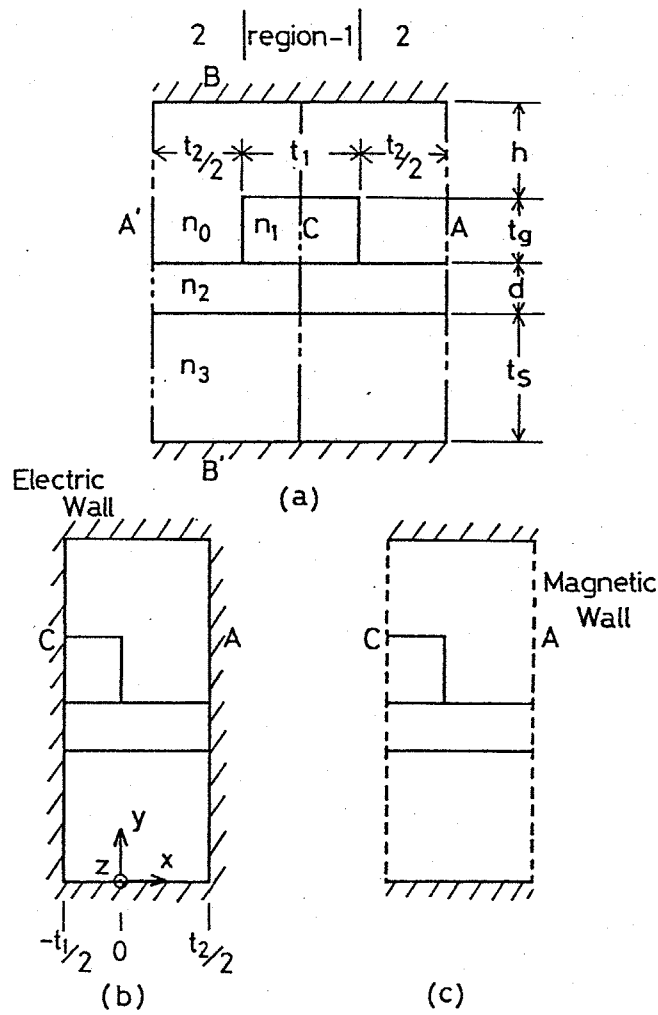


図2-3 解析モデル

ない。結局、 x 方向に関する周期性と、面Cに関する対称性を同時に満足する境界条件は、図2-3(b)と(c)の2つだけになる。ここで面B, B'は解析のために仮定した完全導体板で、領域1, 2をモード展開する際に放射モードまでも離散化するために設けた。以下に、解析手順を簡単に説明する。

まず、領域1, 2をそれぞれ上下が完全導体板で挟まれた x 方向に無限に広がる四層及び三層スラブ導波路と考え、その固有モードのモード関数

$$(\phi^e(y), \phi^m(y)) : \text{領域1}$$

$$(\bar{\phi}^e(y), \bar{\phi}^m(y)) : \text{領域2}$$

と伝搬定数

(k_u^e, k_u^m) : 領域1

$(\bar{k}_u^e, \bar{k}_u^m)$: 領域2

を求める。ここで、添字 e, m はそれぞれ TE, TM モードを表わす。

次に、得られたモード関数を用いて各領域ごとに電磁界成分を次のようにモード展開する。

$$E_x = -\omega\mu_0 \sum_m \frac{\beta}{(k_{um}^e)^2} I_m^e(x) \phi_m^e(y) + \frac{1}{\omega\epsilon_0} \sum_n I_n^m(x) \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{d}{dy} \phi_n^m(y) \quad (2.2.a)$$

$$E_y = j \sum_n V_n^m(x) \frac{1}{\epsilon(y)} \phi_n^m(y) \quad (2.2.b)$$

$$E_z = \sum_m V_m^e(x) \phi_m^e(y) + \sum_n \frac{\beta}{(k_{un}^m)^2} V_n^m(x) \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{d}{dy} \phi_n^m(y) \quad (2.2.c)$$

$$H_x = j \frac{1}{\omega\mu_0} \sum_m V_m^e(x) \frac{d}{dy} \phi_m^e(y) - j\omega\epsilon_0 \sum_n \frac{\beta}{(k_{un}^m)^2} V_n^m(x) \phi_n^m(y) \quad (2.2.d)$$

$$H_y = -\sum_m I_m^e(x) \phi_m^e(y) \quad (2.2.e)$$

$$H_z = j \sum_m \frac{\beta}{(k_{um}^e)^2} I_m^e(x) \frac{d}{dy} \phi_m^e(y) + j \sum_n I_n^m(x) \phi_n^m(y) \quad (2.2.f)$$

但し、 \sum_n は $n=1$ から ∞ までの級数和を意味している。式中の β が求めるべき z 方向伝搬定数である。領域2についても同様の展開を行う。

x 方向分布関数 $I(x), V(x)$ は次の関係式を満足する。

$$\frac{d}{dx} V^i(x) = -j k_x^i Z^i I^i(x) \quad (2.3.a)$$

$$\frac{d}{dx} I^i(x) = -j k_x^i Y^i V^i(x) \quad (i=e, m) \quad (2.3.b)$$

$$(k_x^i)^2 = (k_u^i)^2 - \beta^2 \quad (2.4)$$

ここで、 Z^i は特性インピーダンスを表わし、次式で与えられる。

$$Z^e = \frac{1}{Y^e} = \frac{\omega\mu_0 k_x^e}{(k_u^e)^2} \quad (2.5.a)$$

$$Z^m = \frac{1}{Y^m} = \frac{(k_u^m)^2}{\omega\epsilon_0 k_x^m} \quad (2.5.b)$$

さらに、領域1と2の境界 $x=0$ における境界条件は、

$$e_y = \bar{e}_y \quad (2.6.a)$$

$$e_z = \bar{e}_z \quad (2.6.b)$$

$$h_y = \bar{h}_y \quad (2.6.c)$$

$$h_z = \bar{h}_z \quad (2.6.d)$$

である。(2.6.a) ~ (2.6.d) 式の両辺にそれぞれ $\bar{\phi}_l^m(y)$, $\phi_l^e(y)$, $\bar{\phi}_l^e(y)$, $\phi_l^m(y)/\epsilon(y)$ ($l=1, 2, \dots$) をかけて、 $y=0$ から $y=t_s+d+t_g+h$ にわたって積分を行うと、次式を得る。

$$(Q^m)^t \bar{V}^m = \bar{V}^m \quad (2.7.a)$$

$$V^e - (R)^t \bar{V}^m = Q^e [\bar{V}^e - (\bar{R})^t \bar{V}^m] \quad (2.7.b)$$

$$(Q^e)^t I^e = \bar{I}^e \quad (2.7.c)$$

$$R I^e + I^m = Q^m [\bar{R} \bar{I}^e + \bar{I}^m] \quad (2.7.d)$$

ここで、 Q^e, Q^m, R, \bar{R} は次式で表わされる行列要素をもつ無限次元の行列、 $V^i, \bar{V}^i, I^i, \bar{I}^i$ ($i=e, m$) は次式で表わされる列ベクトルである。

$$Q_{mn}^e = \int \phi_m^e \bar{\phi}_n^e dy \quad (2.8.a)$$

$$Q_{mn}^m = \int \phi_m^m \frac{1}{\epsilon(y)} \bar{\phi}_n^m dy \quad (2.8.b)$$

$$R_{mn} = \int \phi_m^m \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{\beta}{(R_{un}^e)^2} \frac{d}{dy} \phi_n^e(y) dy \quad (2.8.c)$$

$$\bar{R}_{mn} = \int \bar{\phi}_m^m \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{\beta}{(\bar{R}_{un}^e)^2} \frac{d}{dy} \bar{\phi}_n^e(y) dy \quad (2.8.d)$$

$$V^i = (V_{1(0)}^i, V_{2(0)}^i, \dots)^t \quad (2.8.e)$$

$$\bar{V}^i = (\bar{V}_{1(0)}^i, \bar{V}_{2(0)}^i, \dots)^t \quad (2.8.f)$$

$$I^i = (I_{1(0)}^i, I_{2(0)}^i, \dots)^t \quad (2.8.g)$$

$$\bar{I}^i = (\bar{I}_{1(0)}^i, \bar{I}_{2(0)}^i, \dots)^t \quad (2.8.h)$$

但し Q^t は行列 Q の転置行列を意味する。

尚、式(2.7)の導出に際しては次のような関係を用いている。(証明は付録Aを参照)

$$\int \phi_m^e \phi_n^e dy = \delta_{mn} \quad (2.9.a)$$

$$\int \phi_m^m \frac{1}{\epsilon(y)} \phi_n^m dy = \delta_{mn} \quad (2.9.b)$$

$$(k_{um}^e)^2 \int \phi_m^e \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{d}{dy} \phi_n^m dy + (k_{un}^m)^2 \int \phi_n^m \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{d}{dy} \phi_m^e dy = 0 \quad (2.9.c)$$

$\alpha = t_2/2$, $-t_1/2$ における境界条件は次のようにしてとり入れる。式(2.3) ~ (2.5)より $\bar{I}_n^i(\alpha)$, $\bar{V}_n^i(\alpha)$ はモードごとに

$$\bar{I}_n^i(\alpha) = \bar{y}_n^i(\alpha) \bar{V}_n^i(\alpha) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (2.10)$$

なる関係で結びつくことがわかる。 $\bar{y}_n^i(\alpha)$ は、領域2の各モードごとに一對の伝送線路を仮定した場合の、 $\alpha=0$ から α 正方向を見込んだアドミタンスに相当し、終端($\alpha = t_2/2$)における境界条件によって次のようになる。

(i) 電気壁(図2-3(b))の場合

$$\bar{y}_n^i = j \bar{Y}_n^i \tan(\bar{k}_{\alpha n}^i \cdot t_2/2) \quad (2.11.a)$$

(ii) 磁気壁(図2-3(c))の場合

$$\bar{y}_n^i = -j \bar{Y}_n^i \cot(\bar{k}_{\alpha n}^i \cdot t_2/2) \quad (2.11.b)$$

ここで、 \bar{Y}_n^i は式(2.5)で定義される領域2のモード n に対する特性アドミタンスを表わす。 $\bar{y}_n^i(\alpha)$ を対角要素にもつ対角行列 \bar{Y}_α^i を用いると、式(2.10)は次のような行列表現になる。

$$\bar{I}^i = \bar{Y}_\alpha^i \bar{V}^i \quad (i=e, m) \quad (2.12)$$

したがって、式(2.7), (2.12)より

$$I^e = Y_{11} V^e + Y_{12} V^m \quad (2.13.a)$$

$$I^m = Y_{21} V^e + Y_{22} V^m \quad (2.13.b)$$

$$Y_{11} = Q^e \bar{Y}_\alpha^e (Q^e)^t \quad (2.13.c)$$

$$Y_{12} = Y_{11} [Q^e (\bar{R})^t (Q^m)^t - (R)^t] \quad (2.13.d)$$

$$Y_{21} = [Q^m \bar{R} (Q^e)^t - R] Y_{11} \quad (2.13.e)$$

$$Y_{22} = Q^m \bar{Y}_d^m (Q^m)^t + Y_{21} [Q^e (\bar{R})^t (Q^m)^t - R^t] \quad (2.13.f)$$

となる。

さらに、 $\chi = -t_1/2$ (面C) における境界条件によって領域Iに関して、 y_n^i を

(i) 電気壁の場合

$$y_n^i = j Y_n^i \tan(k_{xn}^i t_1/2) \quad (2.14.a)$$

(ii) 磁気壁の場合

$$y_n^i = -j Y_n^i \cot(k_{xn}^i t_1/2) \quad (2.14.b)$$

とすれば、

$$I_n^i(0) = -y_n^i V_n^i(0) \quad (2.15)$$

が成り立ち、式(2.12)と同様に対角行列 Y_d^i ($i = e, m$) を定義すると、

$$I^e = -Y_d^e V^e \quad (2.16.a)$$

$$I^m = -Y_d^m V^m \quad (2.16.b)$$

となる。式(2.13), (2.16)から

$$\begin{bmatrix} Y_{11} + Y_d^e & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} + Y_d^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^e \\ V^m \end{bmatrix} = 0 \quad (2.17)$$

を得る。これが V^e, V^m に関して非自明解をもつための条件は

$$\det \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_d^e & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} + Y_d^m \end{bmatrix} = 0 \quad (2.18)$$

であり、伝搬定数 β の決定方程式を与える。

さらに式(2.18)の解 β が求まると、(2.17)式から $\chi = 0$ における $V^i(0)$ が求まり、したがって全領域における電磁界が求められる。

2-3-2 位相整合条件

人工異方性導波路(図2-1(a))をz方向に伝搬する電磁界の伝搬定数をモード整合法を用いて計算した結果を示す。実際の数値計算において、式(2.2)のモード展開は有限個で打ち切る必要がある。打ち切る個数は展開個数に対する伝搬定数の収束状況を調べて決められる。展開モード数N, 導体板の位置 z_1, z_2 共に大きくする必要はあるが、両者をアンバランスにとると計算誤差が大きくなる。以下の解析においては、領域1, 2でTE, TMモードとも同数N個ずつ取り込んでいる。

前節で述べたように、導波路のx方向の周期性、対称性から単位構造のy-z面の境界は、電気壁-電気壁(図2-3(b))と磁気壁-磁気壁(同(c))の二つの場合が考えられるが、 $t_g=0$ とした場合にそれぞれスラブ導波路のTE, TMモードを生ずる。したがって、電気壁-電気壁という境界条件から求まるモードを E_x モードと呼び、磁気壁-磁気壁の場合を E_y モードと呼ぶことにする。各モードに対して電磁界分布を求めると、 E_x モードは電界のx方向成分が、また、 E_y モードは電界のy方向成分が主であり、文献[2]にある三次元導波路のモード命名法と一致している。

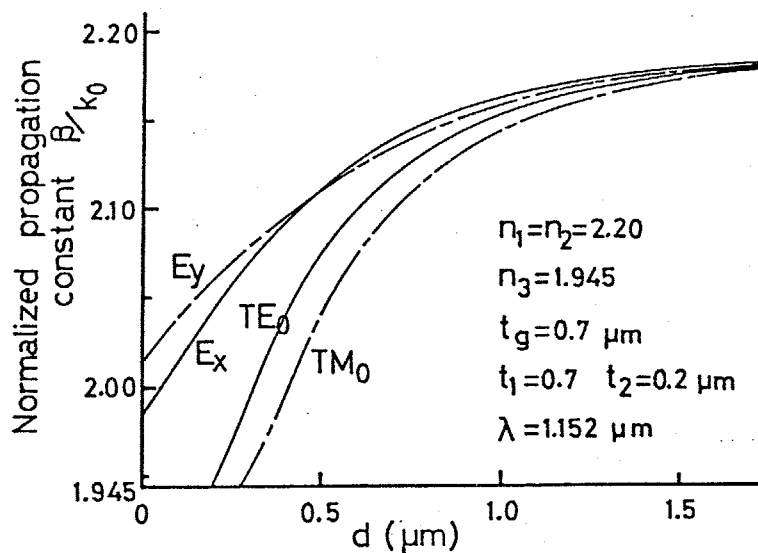


図2-4 導波層厚 d に対する伝搬定数の変化。

まず、スラブ導波路と人工異方性導波路を比較するために、導波層の厚さ d を変化させた場合の伝搬定数の変化を図2-4に示す。但し k_0 は、真空中の波数を表わす。スラブ導波路の場合、 d に無関係にTEモードの伝搬定数 $\beta(\text{TE})$ はTMモードの伝搬定数 $\beta(\text{TM})$ より大きい。それに対し、人工異方性導波路では、 E_x モードの伝搬定数 $\beta(E_x)$ と E_y モードの伝搬定数 $\beta(E_y)$ を一致させることができる。すなわち、図2-4で $d = 0.45 \mu\text{m}$ において $\beta(E_x) = \beta(E_y)$ となる。尚、TE, TMあるいは E_x, E_y モードとも最低次モードについて考えている。また、導波路のパラメータ中、屈折率2.20, 1.945はそれぞれYIG, GGGを仮定している。この図より明らかのように、光学的に等方的な媒質のみから構成されているにもかかわらず、導波層の上に装荷したストリップの働きによって異なる偏波 E_x, E_y モード間の位相整合が達成される。

図2-5に、 t_g を変化させた場合の伝搬定数 $\beta(E_x), \beta(E_y)$ の変化を示す。 $t_g = 0$ は膜厚 $d = 0.4 \mu\text{m}$ のスラブ導波路を意味し、 $\beta(E_x) = \beta(\text{TE}) > \beta(\text{TM}) = \beta(E_y)$ である。徐々に t_g を増すと、人工異方性の効果が強くなり、 $t_g = 0.68 \mu\text{m}$ で E_x モードと E_y モードの伝搬速度が一致する(位相整合)。さらに t_g を増加させ

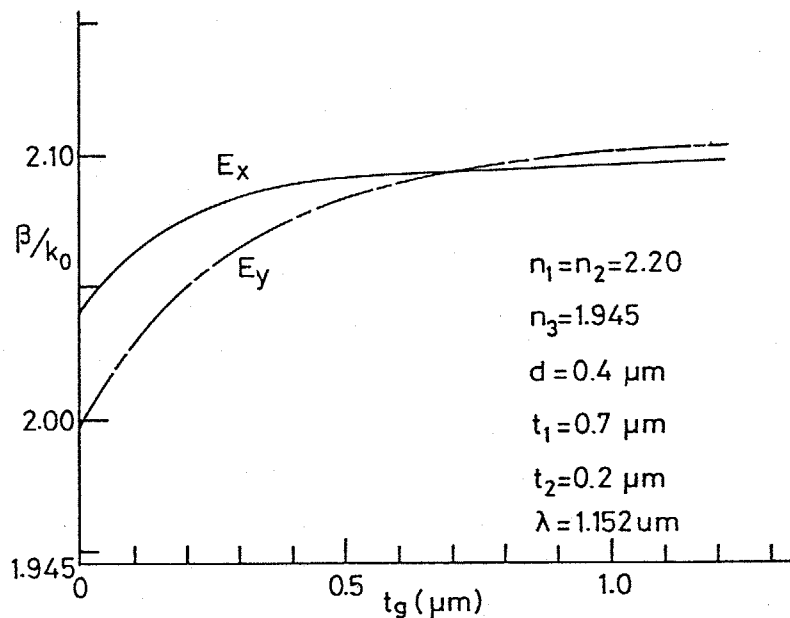


図2-5 t_g に対する伝搬定数の変化

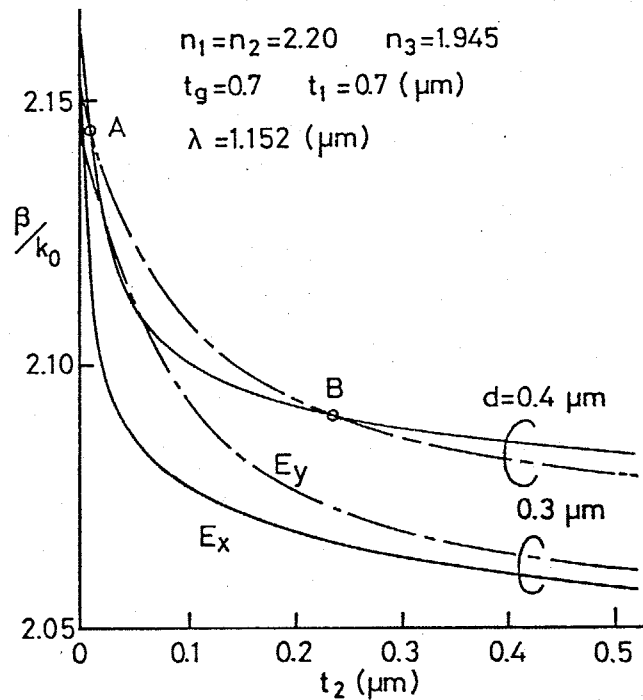


図2-6 t_2 に対する伝搬定数の変化 ($h=1\mu\text{m}$, $t_s=3\mu\text{m}$, $N=14$)

ると人工異方性を反映して $\beta(E_y) > \beta(E_x)$ の状態が保たれる。但し、ある程度以上の t_g があれば、導波層 (図2-1 領域Ⅲ) と Corrugation 部 (領域Ⅱ) に、ほとんどの電磁界エネルギーが閉じ込められるので、 t_g の増加による伝搬定数の変化は小さくなる。

図2-6は t_2 を変化させた場合の $\beta(E_x)$, $\beta(E_y)$ を表わす。まず、 $d=0.4\mu\text{m}$ の場合を考える。 $t_2=0$ は、厚さ t_g+d のスラブ導波路を意味し、 $\beta(\text{TE}) > \beta(\text{TM})$ である。ある幅の t_2 を設けると $\beta(E_x) = \beta(E_y)$ とすることができ (第一縮退点 A), t_2 を徐々に増加すると $\beta(E_x) < \beta(E_y)$ なる状態を経た後、再び $\beta(E_x) = \beta(E_y)$ となる (第二縮退点 B)。さらに t_2 を増加すると、 $\beta(E_x) > \beta(E_y)$ の状態のまま、 $t_2 \rightarrow \infty$ のリブ型導波路に近づく。 $d=0.3\mu\text{m}$ の場合には、 $t_2 \rightarrow \infty$ のリブ型導波路においても $\beta(E_x) < \beta(E_y)$ であるので、上記のような第二の縮退点は現われない。

このように、リブ型導波路、すなわち誘電体ストリップが一本だけの導波路では一致しなかった両モードの伝搬定数を、ストリップを近接して装荷するこ

とで一致させることが可能である。これが人工異方性の効果である。

図2-6と同じ屈折率分布で、 $d=0.4 \mu m$ 、 $t_g=0.7 \mu m$ 、 $t_2=0.2 \mu m$ を一定に保ったまま、 t_1 を変化させた場合の $\beta(E_x)$ 、 $\beta(E_y)$ の変化を図2-7(a)に示す。また、

$$\delta = \frac{\beta(E_x) - \beta(E_y)}{\beta(E_x) + \beta(E_y)} \quad (2.19)$$

で定義される規格化伝搬定数差の変化を同(b)図に示す。比較のため、 $t_2 = \infty$ のリブ型導波路の δ を(b)図に破線で示す。

$t_1=0$ は厚さ d のスラブ導波路を意味し、 $\beta(TE) > \beta(TM)$ である。 t_1 の増加とともに $\beta(E_x)$ と $\beta(E_y)$ は接近し、 $t_1 = 0.63 \mu m$ で一致する。 $0.63 < t_1 < 1.03 \mu m$ では、 $\beta(E_x) < \beta(E_y)$ 、すなわち $\delta < 0$ となる。さらに t_1 を大きくすると、 $\beta(E_x)$ 、 $\beta(E_y)$ は $\beta(E_x) > \beta(E_y)$ のまま厚さ $d + t_g$ のスラブ導波路の TE、TM モードの伝搬定数に近づいていく。同じ t_g をもつリブ型導波路では、 E_x モードと E_y モードの伝搬速度が一致することがない。

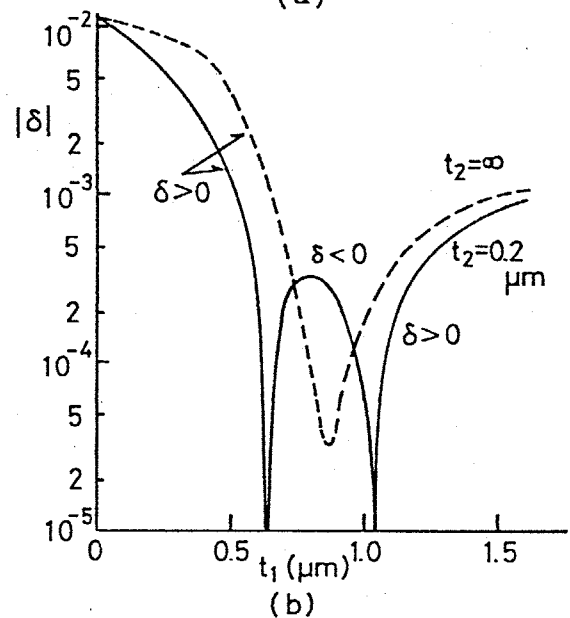
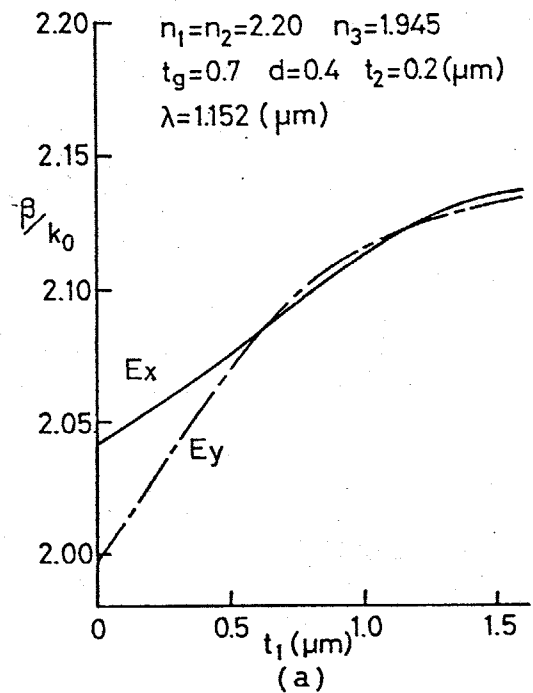


図2-7 t_1 に対する (a) 伝搬定数と (b) 規格化伝搬定数差の変化。

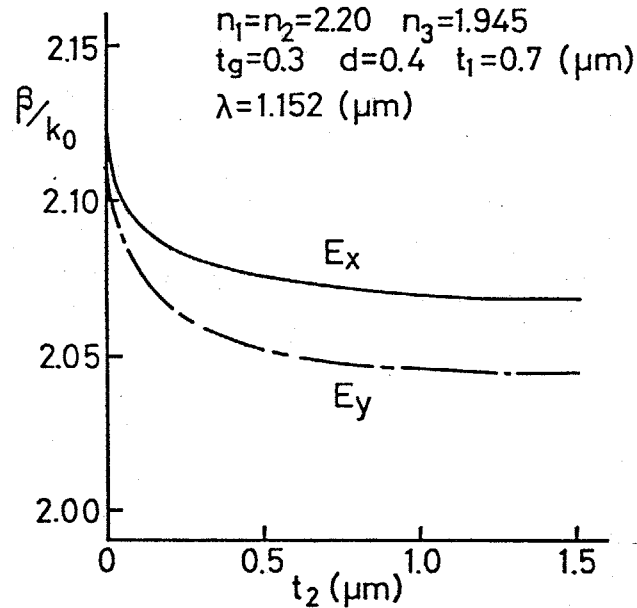


図2-8 t_2 に対する伝搬定数の変化 (t_g が小さい場合)

また、人工異方性の t_g に対する依存性を考えると、 t_g が小さい場合には人工異方性の効果が弱く、 E_x モードと E_y モードの位相整合を達成するには至らない場合がある。すなわち、図2-8に示すように、 $t_g = 0.3 \mu\text{m}$ でこれ以外の導波路パラメータが全て図2-6の $d = 0.4 \mu\text{m}$ の導波路と等しくても、 t_2 の値によらず常に $\beta(E_x) > \beta(E_y)$ となる。つまり、位相整合は計れない。

これまで $n_1 = n_2$ の場合のみを示したが、 $n_1 \neq n_2$ であっても位相整合をとることは可能である (図2-9)。導波層の屈折率 $n_2 = 2.20$ と等しい屈折率をもつ媒質でストリップを構成した場合、 $d = 0.49 \mu\text{m}$ で E_x モードと E_y モードの位相整合が計れるのに対し、ストリップの屈折率を $n_1 = 2.10$ とすると $d = 0.22 \mu\text{m}$ で縮退する^(*)。すなわち、ストリップの屈折率が小さくなると、人工異方性の効果が弱くなる。 $n_1 > n_2$ とすると、導波モードの電磁界エネルギーは、導波層より Corrugation 部 (領域II) に集中し易くなるので、後に述べるような導波層に異方性媒質を用いてモード変換器を構成する場合には、単位長当りのモード変換効率が小さくなる。

さらに、 $n_0 > 1$ とすると人工異方性の効果は弱くなる。

(*) この場合、ストリップが無いと導波路は E_x, E_y モードとも Cut-off である。

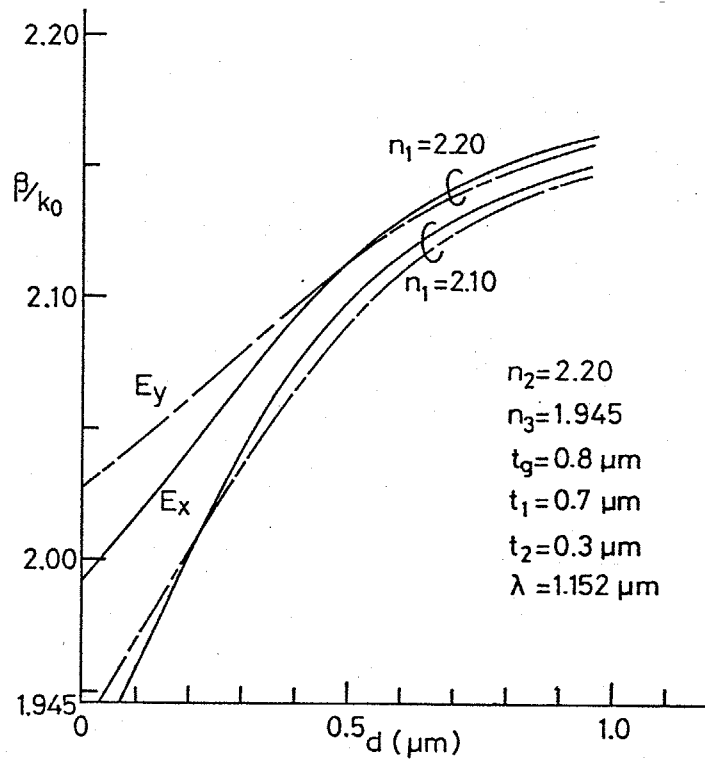


図2-9 d に対する伝搬定数の変化 ($n_1 \neq n_2$)

§ 2-4 異方性媒質を含む三次元導波路におけるモード変換の解析

異方性媒質を含む二次元(スラブ)導波路におけるモード変換の解析は山本らによってなされている。^[1] 本節では、二次導波路に適用された方法を拡張して、異方性媒質を含む人工異方性導波路におけるモード変換を解析する。本解析法を用いる際に必要となる三次元導波路を伝搬する電磁界の界分布は、前節のモード整合法による導波路伝搬モードの解析より求まる。

2-4-1 解析法概要

解析は、無損失不均質異方性媒質を含む導波系の伝搬定数に関する変分表示式(2.20)を基礎として進める。

$$\beta = \frac{\omega \int (\mathbf{e}^* \cdot \hat{\epsilon} \mathbf{e} + \mathbf{h}^* \cdot \hat{\mu} \mathbf{h}) dS + j \int (\mathbf{e}^* \cdot \nabla \times \mathbf{h} - \mathbf{h}^* \cdot \nabla \times \mathbf{e}) dS}{\int (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^* - \mathbf{h} \times \mathbf{e}^*) \cdot \mathbf{a}_z dS} \quad (2.20)$$

但し，導波路は z 方向に一様で， a_z は z 方向単位ベクトルを表わす。また，電磁界は，

$$E = \mathcal{E}(x, y) \exp(j(\omega t - \beta z))$$

$$H = \mathcal{H}(x, y) \exp(j(\omega t - \beta z))$$

で与えられるとする。面積分は，図2-3(a)の1単位構造の断面について行う。

解析すべき導波路の媒質は，(2.21)で表わされる媒質定数をもつ。^(†)(摂動系)

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy}^* & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz}^* & \epsilon_{yz}^* & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.21.a)$$

$$\tilde{\mu} = \mu_0 \quad (2.21.b)$$

(2.21.a)の誘電率テンソル非対角項は，対角項に比べて十分小さいと仮定すると^(††)，摂動系における電磁界は，媒質定数が(2.22)のように表わされる基本系における電磁界の一次結合で展開できる。

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.22.a)$$

$$\mu = \mu_0 \quad (2.22.b)$$

すなわち， $\mathcal{E}_i, \mathcal{H}_i$ を基本系の電磁界として，式(2.20)の \mathcal{E}, \mathcal{H} を

$$\begin{bmatrix} \mathcal{E} \\ \mathcal{H} \end{bmatrix} = \sum_i m_i \begin{bmatrix} \mathcal{E}_i \\ \mathcal{H}_i \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

で展開する。ここで，

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathcal{H}_i &= \nabla \times (\mathcal{H}_i e^{-j(\omega t - \beta z)}) \\ &= e^{-j\omega t} (e^{j\beta_i z} \nabla \times \mathcal{H}_i + \nabla e^{j\beta_i z} \times \mathcal{H}_i) \\ &= e^{-j\omega t} (e^{j\beta_i z} j\omega \epsilon \mathcal{E}_i + j\beta_i e^{j\beta_i z} a_z \times \mathcal{H}_i) \\ &= j\omega \epsilon \mathcal{E}_i + j\beta_i a_z \times \mathcal{H}_i \end{aligned}$$

より， $\nabla \times \mathcal{H} = j\omega \epsilon (\sum_i m_i \mathcal{E}_i) + a_z \times (\sum_i m_i j\beta_i \mathcal{H}_i)$

$$= j\omega \epsilon \mathcal{E} + a_z \times (\sum_i j\beta_i m_i \mathcal{H}_i) \quad (2.24.a)$$

(†) 無損失性を仮定するので $\tilde{\epsilon}, \tilde{\mu}$ はエルミートのである。

(††) 実際，3~4桁程度小さい。

$$\text{同様に, } \nabla \times \mathcal{E} = -j\omega\mu \mathcal{H} + a_z \times \left(\sum_i j\beta_i m_i \mathcal{E}_i \right) \quad (2.24b)$$

$\hat{\mathcal{E}} - \mathcal{E} = \varepsilon_0 (\Delta \mathcal{E})$ とすると, 式(2.20)の分子は次のようになる.

$$\begin{aligned} & \int \left[\omega \mathcal{E}^* \cdot \hat{\mathcal{E}} \mathcal{E} + \omega \mathcal{H}^* \cdot \mu_0 \mathcal{H} + j \mathcal{E}^* \cdot (j\omega \varepsilon \mathcal{E} + a_z \times \sum_i (j\beta_i m_i \mathcal{H}_i)) \right. \\ & \quad \left. - j \mathcal{H}^* \cdot (-j\omega \mu_0 \mathcal{H} + a_z \times \sum_j (j\beta_j m_j \mathcal{E}_j)) \right] dS \\ & = \omega \varepsilon_0 \sum_i \sum_j m_i m_j^* \int \mathcal{E}_j^* \cdot \Delta \mathcal{E} \mathcal{E}_i dS \\ & \quad + \sum_i \sum_j m_i m_j^* \beta_i \int (\mathcal{E}_i \times \mathcal{H}_j^* - \mathcal{H}_i \times \mathcal{E}_j^*) \cdot a_z dS \quad (2.25) \end{aligned}$$

また, 式(2.20)の分母は次のようになる.

$$\sum_i \sum_j m_i m_j^* \int (\mathcal{E}_i \times \mathcal{H}_j^* - \mathcal{H}_i \times \mathcal{E}_j^*) \cdot a_z dS \quad (2.26)$$

ここで, モード間の直交関係

$$\int (\mathcal{E}_i \times \mathcal{H}_j^* - \mathcal{H}_i \times \mathcal{E}_j^*) \cdot a_z dS = 0 \quad (i \neq j) \quad (2.27)$$

を用い(証明は付録B参照), 次のようにおく.

$$A_{ij} = \int (\mathcal{E}_i \times \mathcal{H}_j^* - \mathcal{H}_i \times \mathcal{E}_j^*) \cdot a_z dS = \begin{cases} A_i & : i=j \\ 0 & : i \neq j \end{cases} \quad (2.28)$$

$$E_{ij} = \omega \varepsilon_0 \int \mathcal{E}_j^* \cdot \Delta \mathcal{E} \mathcal{E}_i dS \quad (2.29)$$

これにより行列 A, B, m を

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} A_1 & & 0 \\ & A_2 & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} E_{11} + \beta_1 A_1 & E_{12} & \cdots \\ E_{21} & E_{22} + \beta_2 A_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \\ m &= (m_1, m_2, \dots)^t \quad (2.30) \end{aligned}$$

で定義すると, 式(2.20)は次のように表わされる.

$$\beta = \frac{(m^*)^t B m}{(m^*)^t A m}$$

A, B はともにエルミート行列であるから^(*), β の m_i に対する停留条件

(*) $A_i^* = A_i$ より $(A^*)^t = A$.
 $(\mathcal{E}_j^* \cdot \Delta \mathcal{E} \mathcal{E}_i)^* = \mathcal{E}_i^* \cdot (\Delta \mathcal{E}^*)^t \mathcal{E}_j = \mathcal{E}_i^* \cdot \Delta \mathcal{E} \mathcal{E}_j$ ($\because \Delta \mathcal{E}^* = (\Delta \mathcal{E})^t$)
 したがって $(B^*)^t = B$
 よって A, B はエルミート行列.

$$\frac{\partial \beta}{\partial m_i} = 0 \quad (i=1, 2, \dots)$$

は、次の固有値問題に帰着される。^[6]

$$Bm = \beta Am \quad (2.31)$$

また、明らかに A^{-1} が存在するので、

$$(A^{-1}B - \beta I)m = 0 \quad (2.32)$$

したがって固有値方程式

$$\det [A^{-1}B - \beta I] = 0 \quad (2.33)$$

より固有値 β が求まり、そのときの固有ベクトル m から擾動系の電磁界が求まる。尚、 A_i はモード i の単位構造断面を通る z 方向伝送電力を意味するので、 $A_i = 1$ となるように規格化する。

実際にモード変換を考える場合には、縮退あるいは縮退に近い状態にあるモード間の結合を考えるので、次のような2モード近似を行う。

$$\begin{bmatrix} \mathcal{E} \\ h \end{bmatrix} = m_1 \begin{bmatrix} \mathcal{E}_1 \\ h_1 \end{bmatrix} + m_2 \begin{bmatrix} \mathcal{E}_2 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

式(2.33)の固有値方程式を解くと、

$$\beta_{\pm} = \frac{1}{2}(B_{11} + B_{12}) \pm \sqrt{\left(\frac{B_{11} - B_{22}}{2}\right)^2 + |B_{12}|^2} = \beta_m \pm \beta_c \quad (2.35)$$

$$m_{\pm} \equiv \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}_{\pm} = \frac{1}{B_{21}} \left(\frac{B_{11} - B_{22}}{2} \pm \beta_c \right) \quad (2.36)$$

を得る。 A, B のエルミート性より、 β_{\pm} は実数であることがわかる。

(β_+, m_+) , (β_-, m_-) に対応して、それぞれ擾動系固有モードが次のように求まる。

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_+(z) &= m_+ \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \\ &= \mathcal{E}_+(0) \exp(-j\beta_+ z) \\ &= (m_+ \mathcal{E}_1(0) + \mathcal{E}_2(0)) \cdot \exp(-j\beta_+ z) \end{aligned} \quad (2.37.a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_-(z) &= m_- \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 \\ &= (m_- \mathcal{E}_1(0) + \mathcal{E}_2(0)) \cdot \exp(-j\beta_- z) \end{aligned} \quad (2.37.b)$$

これより、距離 z だけ伝搬したモード1, 2の結合は、次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \mathcal{E}_1(z) \\ \mathcal{E}_2(z) \end{bmatrix} = e^{-j\beta_m z} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_1(0) \\ \mathcal{E}_2(0) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$T_{11} = \cos(\beta_c z) - j \frac{m_+ + m_-}{M} \sin(\beta_c z)$$

$$T_{12} = -j \frac{2}{M} \sin(\beta_c z)$$

$$T_{21} = j \frac{2m_+ m_-}{M} \sin(\beta_c z)$$

$$T_{22} = \cos(\beta_c z) + j \frac{m_+ + m_-}{M} \sin(\beta_c z)$$

ここで、 $m_+ + m_- = (B_{11} - B_{22}) / B_{21}$

$$M \equiv m_+ - m_- = 2\beta_c / B_{21}$$

$$m_+ \cdot m_- = -B_{12} / B_{21}$$

例えば、 $z = 0$ で $\mathcal{E}_2(0) = 0$ とすると

$$\mathcal{E}_1(z) = e^{-j\beta_m z} \cdot T_{11} \mathcal{E}_1(0)$$

$$\mathcal{E}_2(z) = e^{-j\beta_m z} \cdot T_{21} \mathcal{E}_1(0)$$

となり、電力変換の様子は次式で表わされる。

$$P_1(z) \equiv \left| \frac{\mathcal{E}_1(z)}{\mathcal{E}_1(0)} \right|^2 = |T_{11}|^2 = 1 - F \cdot \sin^2(\beta_c z) \quad (2.39.a)$$

$$P_2(z) \equiv \left| \frac{\mathcal{E}_2(z)}{\mathcal{E}_1(0)} \right|^2 = |T_{21}|^2 = F \cdot \sin^2(\beta_c z) \quad (2.39.b)$$

但し、

$$F = \frac{1}{1 + \frac{(B_{11} - B_{22})^2}{4|B_{12}|^2}} \quad (2.40.a)$$

$$\beta_c = \sqrt{\left(\frac{B_{11} - B_{22}}{2}\right)^2 + |B_{12}|^2} \quad (2.40.b)$$

であり、 F は最大モード変換率を表わす。伝搬距離 $L = \pi / (2\beta_c)$ で最大モード変換を生ずる。

2-4-2 光学磁気異方性媒質を含む人工異方性導波路におけるモード変換

人工異方性導波路において、 E_x モードと E_y モードの位相整合が計れることが、§2-2で明らかになった。ここでは、人工異方性導波路中に光学磁気異方性媒質が存在した場合の E_x - E_y モード変換を考察する。

モード整合法を用いた導波路解析により、導波モードの電磁界分布が式(2.2)のように与えられる。これを用い、式(2.28)で $A_i = 1$ となるように E_x, E_y モードの振幅を規格化し、式(2.29)を用いると、(2.40)式に表われる B_{ij} ($i, j = 1, 2$) は次のようになる。

$$\begin{aligned} B_{ii} &= E_{ii} + \beta_i A_i \\ &= \beta_i + \omega \epsilon_0 \int \mathbf{e}_i^* \cdot \Delta \epsilon \mathbf{e}_i dS \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$B_{ij} = \omega \epsilon_0 \int \mathbf{e}_j^* \cdot \Delta \epsilon \mathbf{e}_i dS = B_{ji}^* \quad (2.42)$$

ここで、異方性として $\epsilon_{xy} = j\alpha$ ($\alpha \neq 0$ なる実数), $\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$ なる場合を考えると、^(†)

$$\Delta \epsilon = \begin{pmatrix} 0 & j\alpha & 0 \\ -j\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

であるから、

$$\mathbf{e}_j^* \cdot \Delta \epsilon \mathbf{e}_i = j\alpha \left[(e_x^*)_i (e_y)_j - (e_y^*)_i (e_x)_j \right] \quad (2.44)$$

となる。特に $i = j$ の場合、式(2.44)は

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i^* \cdot \Delta \epsilon \mathbf{e}_i &= j\alpha [e_x^* e_y - e_y^* e_x]_i \\ &= 2\alpha \operatorname{Im}[e_x e_y^*]_i \\ &= 0 \end{aligned}$$

である。何故なら、式(2.2)で $\nabla^2 \mathbf{E} \propto j\mathbf{I} \mathbf{E}$ であるから、 $(e_x e_y^*)_i$ は実数となるからである。したがって、式(2.41)は次のようになる。

$$B_{ii} = \beta_i \quad (2.41')$$

(†) 光の伝搬方向と平行に外部磁界を印加した場合に相当する。(Gyrotropic-Longitudinal 振動^(†))

以上をまとめると、式(2.40)で表わされる最大モード変換率Fと変換長Lは、式(2.42)で計算される B_{12} を用いて次式で与えられる。

$$F = \frac{1}{1 + \frac{(\beta_1 - \beta_2)^2}{4|B_{12}|^2}} \quad (2.45.a)$$

$$L = \frac{\pi}{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4|B_{12}|^2}} \quad (2.45.b)$$

但し、 β_1, β_2 はそれぞれ E_x, E_y モードの伝搬定数を意味する。

次に、数値計算例を示す。

図2-10は、規格化伝搬定数差 δ 、最大モード変換率F、変換長Lの t_1 に対する変化を示す。光学磁気異方性は、ファラデー回転 240 deg/cm に相当する、

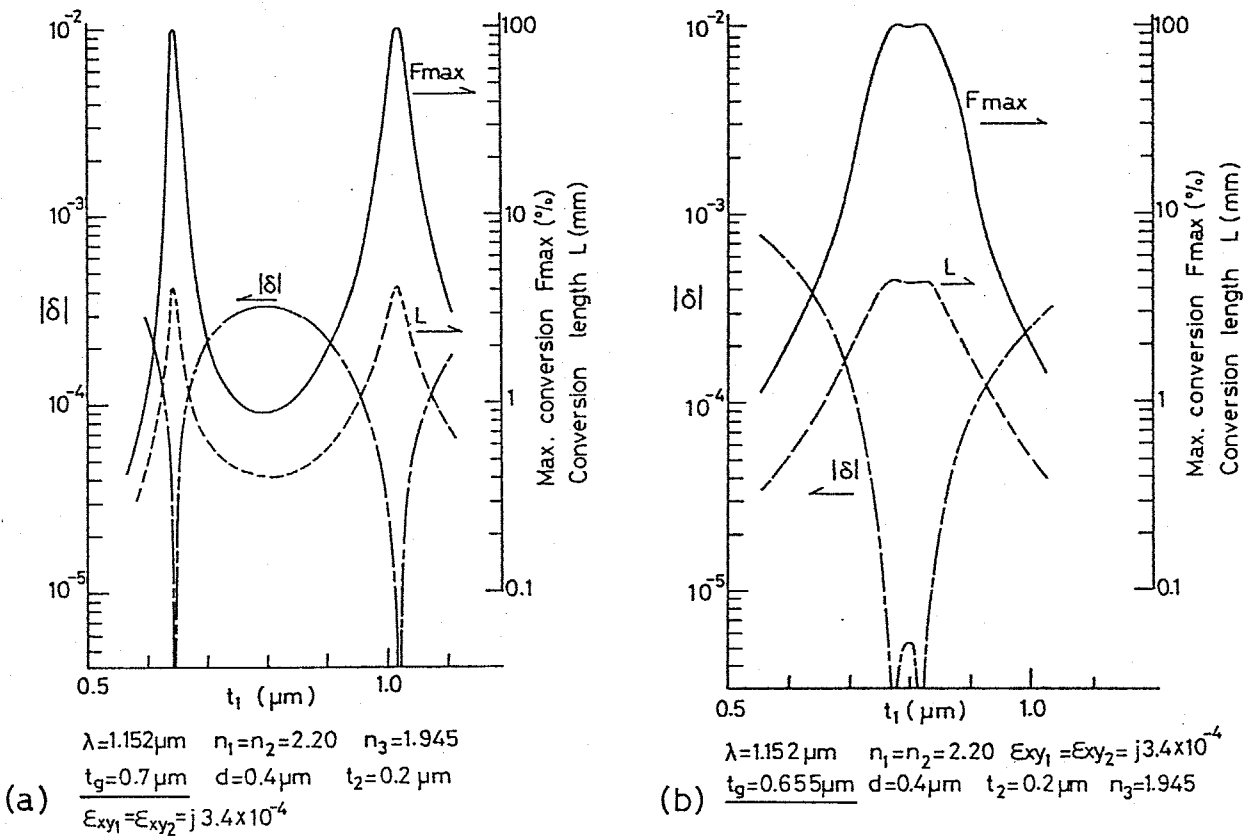


図2-10 規格化伝搬定数差 δ 、最大モード変換率F、変換長Lの t_1 に対する変化。(a) $t_g=0.7\mu\text{m}$, (b) $t_g=0.655\mu\text{m}$.

$|\varepsilon_{xy}| = 3.4 \times 10^{-4}$ を仮定した。図(a)の導波路パラメータは、図2-7と同じであり、 $t_1 = 0.63$, $1.03 \mu\text{m}$ で位相整合がとれる。すなわち、 $\beta_1 = \beta_2$ であるから、式(2.45.a)より明らかのように $F = 1.0$ が得られる。 t_1 の多少の変化で界分布が大きく変化することはないので、 B_{12} の変化は小さい。したがって、式(2.45.b)から、 $\beta_1 = \beta_2$ の場合に変換長が最も長くなる^(*)。

$t_1 = 0.63 \mu\text{m}$ で100%モード変換を得るのに必要な伝搬長は 4.3 mm である。 $t_1 = 1.03 \mu\text{m}$ の場合には、磁気異方性媒質への電磁界の閉じ込めが良くなるので $|B_{12}|$ が大きくなり、変換長は 4.15 mm と短くなる。また、 t_2 を減少させると、人工異方性の効果が弱まり、図(a)に示すように2つの縮退点が近づく。図(b)では、 $t_1 = 0.8 \mu\text{m}$ 前後で F の変化が平坦化され、 t_1 の変動によるモード変換率の変化が小さくなっている。

式(2.45.b)より明らかのように、縮退時の変換長は $|B_{12}|$ すなわち $|\varepsilon_{xy}|$ に反比例する。さらに、 $|B_{12}|$ を大きくするためには、導波層、ストリップともに光学磁気異方性媒質を用いた方がよい。

また、図2-11に波長 $1.5 \mu\text{m}$ における人工異方性導波路のモード変換特性の一例を示す。媒質の屈折率、光学磁気異方性の波長分散を無視し^(**)、波長 $1.152 \mu\text{m}$ (図2-10)における値をそのまま用いた。波長が長くなった分、100%モード変換に必要な変換長が長くなっている ($t_1 = 0.75 \mu\text{m}$ で $L = 6.8 \text{ mm}$)。

ここまで考えてきたのはすべて $G-L$ 摂動 (Faraday 配置) といわれる光学磁気異方性である。これは、非相反なモード変換^(***) を生じ、光アイソレータを実現するためには、これと相反なモード変換器を従属接続し、一方向性モード変換器を構成する必要がある。磁気光学効果で相反なモード変換としては、Cotton-Mouton 効果が知られており^{[9]-[12]}、この場合の外部磁界の印加方向は光の伝搬方向と垂直な面内にある。したがって、光学磁気異方性媒質を含む位相整合導波路が得られれば、これに印加する外部磁界の方向を適当に制御することによって、一方向性モード変換器が構成される。

(*) ここで変換長は、モード変換が最大となる伝搬長のことである。

(**) YIG等の希土類ガーネットの場合、可視光における波長分散は大きいが、赤外領域での屈折率の波長分散は小さい。また、ファラデー回転係数は、長波長になるにつれて減小する。^[8]

(***) 第1章, P.14参照。

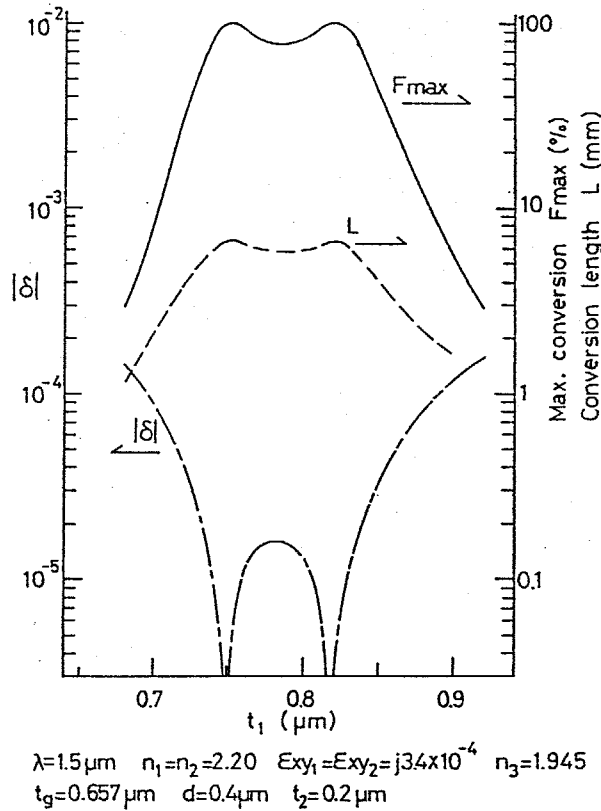


図2-11 波長 $1.5\mu\text{m}$ における人工異方性
導波路の位相整合条件,およびモード変換

§.2-5 人工異方性を用いた1セクション型光アイソレータ

これまで述べてきたように,人工異方性は複屈折結晶と似た働きをする。また,複屈折結晶の主軸と異なる方向に座標軸をとった場合,結晶の誘電率を表わす誘電率テンソルには非対角成分を生じ,これが伝搬モード間の結合を生み出すことがある。さらに,この結合は可逆モード変換と考えることができ^(*),これと非可逆な磁気光学効果を組合せることで一方向性モード変換器を1セクションで構成できる^(**)。すなわち,1セクション型アイソレータが構成される。

本節では,人工異方性領域を等価的に複屈折結晶とみなし,1セクション型光アイソレータに対する検討を行う。

(*) 第1章 P.14 参照

(**) 一方向性モード変換器とは,ある方向に伝搬した場合にモード変換を生ずるが,逆方向に伝搬した場合にはモード変換が生じないような変換器をいう。

2-5-1 / セクション型光アイソレータの理論的取扱い

前節2-4-1で展開したモード変換理論より、式(2.21)で表わされる一般的な誘電率テンソルをもった導波路で、TE-TMモード間の最大変換率は次式で与えられることがわかる。

$$F = \frac{|N_{em}|^2}{|N_{em}|^2 + \left(\frac{\beta_e - \beta_m}{2}\right)^2} \quad (2.46)$$

ここで、 β_e, β_m はそれぞれTE, TMモードの伝搬定数を表わし、 N_{em} は式(2.29)より次のように与えられる。

$$N_{em} \equiv E_{em} = \omega \epsilon_0 \int (\epsilon_{xy} e_x^{e*} e_y^m + \epsilon_{xz} e_x^{e*} e_z^m) ds \quad (2.47)$$

但し、TE, TMモードの電界分布を

$$e^e = e_x^e a_x \quad : \text{TEモード}$$

$$e^m = e_y^m a_y + e_z^m a_z \quad : \text{TMモード}$$

$$\text{とし、} \int (e^i \times h^{i*} - h^i \times e^{i*}) \cdot a_z ds = 1 \quad (i=e, m)$$

なる規格化を行うものとする。

前進波の界分布を、

$$e_F = e_x a_x + e_y a_y + e_z a_z \quad (2.48)$$

$$h_F = h_x a_x + h_y a_y + h_z a_z$$

とすると、一般に後退波の界成分は

$$e_B = e_x a_x + e_y a_y - e_z a_z \quad (2.49)$$

$$h_B = -h_x a_x - h_y a_y + h_z a_z$$

と表わされる。^[13] ここで、新座標系として

$$(a_x' \ a_y' \ a_z') = (-a_x \ a_y \ -a_z) \quad (2.50)$$

で表わされる方向に座標軸をとると、式(2.49)で表わされる後退波は、新座標系における前進波として考えることができ、次のように表わされる。

(1) 二次元導波路を考えている。

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_B = \mathcal{E}_F &= -e_x a_x' + e_y a_y' + e_z a_z' \\ h_B = h_F &= h_x a_x' - h_y a_y' - h_z a_z' \end{aligned} \quad (2.51)$$

そのとき、誘電率テンソルも次のようになる。

$$\tilde{\epsilon}' = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ -\epsilon_{xy}^* & \epsilon_{yy} & -\epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz}^* & -\epsilon_{yz}^* & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

したがって、式(2.47)を前進波に対するモード変換係数 N_{em}^F とすると、後退波に対する変換係数は次式で与えられる。

$$N_{em}^B = \omega \epsilon_0 \int (\epsilon_{xy} e_x^{e*} e_y^m - \epsilon_{xz} e_x^{e*} e_z^m) dS \quad (2.53)$$

ここで、式(2.47)か(2.53)のどちらか一方のみを零とできれば、一方に伝搬する時だけモード変換を生じ、逆方向伝搬時には無変換であるような一方向性モード変換器が1セクションで構成される^(*)。

ただし、一般にTMモードの電界の方向成分 e_y^m と z 方向成分 e_z^m は $\pi/2$ rad だけ位相差があるので、

$$\epsilon_{xz} = \pm j \epsilon_{xy} \quad (2.54)$$

の関係がなければ、 N_{em}^F , N_{em}^B の一方を零にすることはできない。

このようにして一方向性モード変換器が構成されたら、その前後に一方のモードのみを通過させるようなモードフィルタを設けることによって、アイソレータとなる。

2-5-2 人工異方性領域の等価誘電率テンソル表示

人工異方性領域を等価的に均一な複屈折結晶とみなし、これの誘電率テンソル表示を求める。

図2-12のように座標軸を選んだ場合、領域IIの誘電率テンソルを次のようにおく。

(*) 式(2.47), (2.53)の右辺の積分第一項と第二項を伝搬軸上で別々の区間で行うのが2セクション型モード変換器である。

$$\tilde{\epsilon}_{II} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{22} \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

ここで、 ϵ_{11} 、 ϵ_{22} は次のようにして決める。

まずモード整合法を用いて図(a)を導波する E_x, E_y モードの伝搬定

数 $\beta(E_x)$ 、 $\beta(E_y)$ を求める。次に、

図(b)を伝搬する TE, TM モード

の伝搬定数がそれぞれ $\beta(E_x)$ 、 $\beta(E_y)$

に等しくなるように ϵ_{11} 、 ϵ_{22} を求める。すなわち、TEモードの伝搬定数から ϵ_{11} が、TMモードから ϵ_{22} が求まる。⁽⁴⁾

また、座標系を y 軸を中心に θ だけ回転した場合、領域 II の等価誘電率テンソルは次のようになる。

$$\tilde{\epsilon}'_{II} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \cos^2 \theta + \epsilon_{22} \sin^2 \theta & 0 & (\epsilon_{22} - \epsilon_{11}) \cos \theta \sin \theta \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ (\epsilon_{22} - \epsilon_{11}) \cos \theta \sin \theta & 0 & \epsilon_{22} \cos^2 \theta + \epsilon_{11} \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

2-5-3 人工異方性導波路を用いた一方向性モード変換器の設計

人工異方性導波路において、groove方向と角度 θ をなす方向に光が伝搬する場合、人工異方性領域は式(2.56)で表わされるような異方性媒質として作用すると仮定する。しかも、式(2.56)の誘電率テンソルの非対角項は実数であるから、導波路中に同時に光学磁気異方性媒質を含み、 $\epsilon_{xy} = j\alpha$ (α : 実数) なる異方性を生ずれば、2-5-1で明らかにしたように1セクション型の一方向性モード変換器が構成し得る。

θ が小さく、式(2.56)で非対角項要素が対角項要素に比べて十分小さいと

(4) 三次元導波路を伝搬する E_x, E_y モードは、それぞれ x, y 方向の電界成分が主であるので、スラブ導波路における TE, TM モードで近似している。

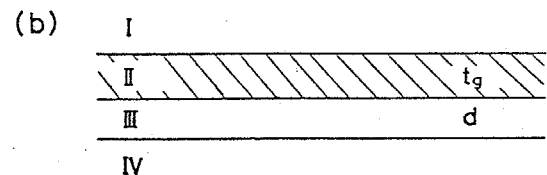
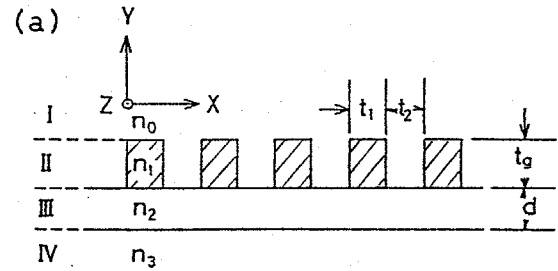


図2-12 人工異方性導波路(a)の等価スラブ導波路表示(b).

仮定し、図2-12(b)を伝搬するTE, TMモード間のモード変換を考え、一方向性モード変換器の設計を行う。設計例を次に示す。

——一方向性モード変換器設計例——

波長 $\lambda = 1.152 \mu\text{m}$

$n_f = 2.20$ (YIG), $n_{\text{sub}} = 1.945$ (GGG)

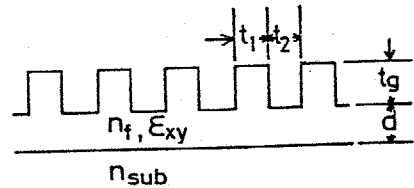
$t_g = 0.5276 \mu\text{m}$, $d = 0.2 \mu\text{m}$

$t_1 = 0.80 \mu\text{m}$, $t_2 = 0.60 \mu\text{m}$

$\theta = 0.6$ (deg)

$|\varepsilon_{xy}| = 3.4 \times 10^{-4}$

素子長 $l = 2.50 \text{ mm}$



この形式の場合、導波路パラメータが設計値からずれても角度 θ の調整によって位相整合を計ることが可能である。しかし θ が増加すると、(2.56) のテンソルの非対角項要素に起因する可逆モード変換が大きくなり、一方向でこれを打ち消し、モード変換の一方向性を保つのに必要な光学磁気異方性 $|\varepsilon_{xy}|$ が大きくなり過ぎて実現不可能になる⁽⁴⁾。図2-13 にこの様子を示す。図中、実線が完全一方向性モード変換 ($F_{\text{forward}} = 0$, $F_{\text{back}} = 1$) を行うための条件を表わす。破線は、一方向は無変換で

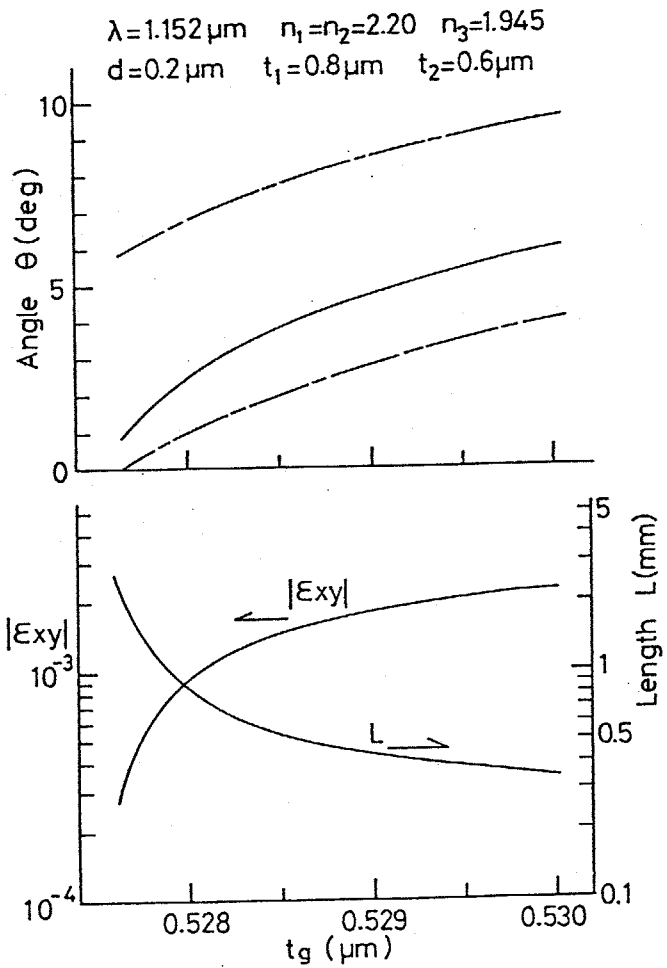


図2-13 一方向性モード変換器の設計

(4) $|\varepsilon_{xy}|$ は磁性体のファラデー回転能に比例し、材料によって限界がある。

逆方向伝搬時に99%のモード変換($F_{\text{forward}}=0$, $F_{\text{back}}=0.99$)が得られる角度を表わしている。YIGの場合, $|E_{xy}| \leq 3.4 \times 10^{-4}$ と考えられるので, 調整可能な範囲が非常に狭い。光学磁気異方性の大きい磁性体を用いることができれば, 調整可能な範囲が拡大される。

§. 2-6 人工異方性導波路とスラブ導波路の接続

実際に人工異方性導波路を用いてモード変換器を構成し, アイソレータを実現する場合, 前後に設けるモードセクタは, スラブ導波路に金属膜を装荷したTMモードカットフィルタを採用するのが一番簡単と考えられる。この場合に, 人工異方性導波路とスラブ導波路の接続部において導波モードの反射が大きいと, アイソレータ自体が反射体になってしまう。本節において, 接続部の反射・透過特性を数値計算で評価する。

2-6-1 導波路接続部における反射・透過係数

図2-14に示すように, スラブ導波路, 人工異方性導波路(AADW)の固有モードを考える。肩文字の意味は次のとおりである。

$e, m \dots$ スラブ導波路TE,

TMモード

$s, o \dots$ 人工異方性導波路

E_x, E_y モード

— \dots z負方向へ伝搬

スラブ導波路からTE_iモードが入射し, 反射波としてTE_j, TM_jモードが, 透過波としてE_{xj}, E_{yj}モードが生じたと考える。スラブ導波路

と人工異方性導波路の電磁界は次のようになる。

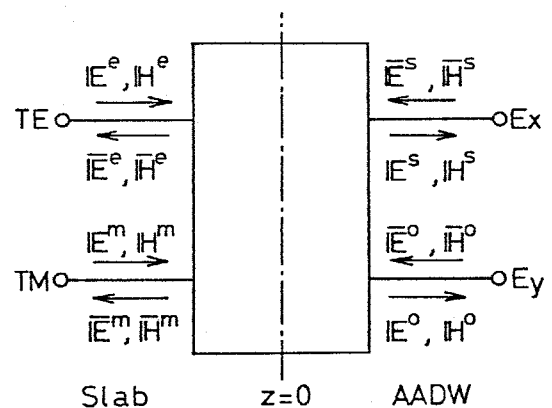


図2-14 人工異方性導波路(AADW)とスラブ導波路の接続部。

スラブ導波路

$$e_i^e e^{-\Gamma_i^e z} + \sum_j r_{ji}^{ee} \bar{e}_j^e e^{\Gamma_j^e z} + \sum_j r_{ji}^{me} \bar{e}_j^m e^{\Gamma_j^m z} \quad (2.57.a)$$

$$h_i^e e^{-\Gamma_i^e z} + \sum_j r_{ji}^{ee} \bar{h}_j^e e^{\Gamma_j^e z} + \sum_j r_{ji}^{me} \bar{h}_j^m e^{\Gamma_j^m z} \quad (2.57.b)$$

人工異方性導波路

$$\sum_j t_{ji}^{se} e_j^s e^{-\Gamma_j^s z} + \sum_j t_{ji}^{oe} e_j^o e^{-\Gamma_j^o z} \quad (2.58.a)$$

$$\sum_j t_{ji}^{se} h_j^s e^{-\Gamma_j^s z} + \sum_j t_{ji}^{oe} h_j^o e^{-\Gamma_j^o z} \quad (2.58.b)$$

ここで、スラブ導波路と人工異方性導波路の境界 $z=0$ における電磁界の接線成分の連続条件は次のようになる。^(*)

$$e_{xi}^e + \sum_j r_{ji}^{ee} e_{xj}^e = \sum_j t_{ji}^{se} e_{xj}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} e_{xj}^o \quad (2.59.a)$$

$$-\sum_j r_{ji}^{me} \frac{\Gamma_j^m}{j\omega\epsilon} h_{xj}^m = \sum_j t_{ji}^{se} e_{yj}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} e_{yj}^o \quad (2.59.b)$$

$$-\sum_j r_{ji}^{me} h_{xj}^m = \sum_j t_{ji}^{se} h_{xj}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} h_{xj}^o \quad (2.59.c)$$

$$\frac{\Gamma_i^e}{j\omega\mu_0} e_{xi}^e - \sum_j r_{ji}^{ee} \frac{\Gamma_j^e}{j\omega\mu_0} e_{xj}^e = \sum_j t_{ji}^{se} h_{yj}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} h_{yj}^o \quad (2.59.d)$$

(2.59.a) の両辺に e_{xR}^e をかけ、図2-3(a) の人工異方性導波路単位構造の断面にわたって面積分を行う。^(**)

$$(t_1 + t_2) (\delta_{iR} + \sum_j r_{ji}^{ee} \delta_{jR}) = \sum_j t_{ji}^{se} A_{jR}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} A_{jR}^o \quad (2.60.a)$$

但し、 $A_{jR}^s = \int e_{xj}^s e_{xR}^e ds$, $A_{jR}^o = \int e_{xj}^o e_{xR}^e ds$

同様に、 $\int (2.59.b) h_{xR}^m ds$, $\int (2.59.c) \frac{1}{\epsilon_r} h_{xR}^m ds$, $\int (2.59.d) e_{xR}^e ds$ より次式を得る。(ϵ_r は各領域の比誘電率)

$$-\frac{t_1 + t_2}{j\omega\epsilon_0} \sum_j r_{ji}^{me} \Gamma_j^m \delta_{jR} = \sum_j t_{ji}^{se} B_{jR}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} B_{jR}^o \quad (2.60.b)$$

$$-(t_1 + t_2) \sum_j r_{ji}^{me} \delta_{jR} = \sum_j t_{ji}^{se} C_{jR}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} C_{jR}^o \quad (2.60.c)$$

(*) $\bar{e}_x = e_x$, $\bar{e}_y = e_y$, $\bar{h}_x = -h_x$, $\bar{h}_y = -h_y$ である。

(**) ただし、 $2\text{Re}[\int (e_{xi} h_{yi}^* - e_{yi} h_{xi}^*) ds] = 1$ なる規格化を行っている。

$$\frac{t_1+t_2}{j\omega\mu_0} (T_i^e \delta_{ik} - \sum_j r_{ji}^{ee} T_j^e \delta_{jk}) = \sum_j t_{ji}^{se} D_{jk}^s + \sum_j t_{ji}^{oe} D_{jk}^o \quad (2.60.d)$$

但し, $B_{jk}^l = \int e_{yj}^l h_{xk}^m dS$, $C_{jk}^l = \int h_{xj}^l \frac{1}{\epsilon_r} h_{xk}^m dS$, $D_{jk}^l = \int h_{yj}^l e_{xk}^e dS$
($l=s, o$) とする。

さらに, 式(2.60) を行列表現すると次のようになる。

$$(t_1+t_2)(\mathbf{I} + (r^{ee})^t) = (\mathcal{T}^{se})^t A^s + (\mathcal{T}^{oe})^t A^o \quad (2.61.a)$$

$$-(t_1+t_2)(r^{me})^t Y^m = (\mathcal{T}^{se})^t B^s + (\mathcal{T}^{oe})^t B^o \quad (2.61.b)$$

$$-(t_1+t_2)(r^{me})^t = (\mathcal{T}^{se})^t C^s + (\mathcal{T}^{oe})^t C^o \quad (2.61.c)$$

$$(t_1+t_2)(\mathbf{I} - (r^{ee})^t) Y^e = (\mathcal{T}^{se})^t D^s + (\mathcal{T}^{oe})^t D^o \quad (2.61.d)$$

ここで, 行列 r^{ee} は r_{ij}^{ee} を ij 要素にもち, Y^m, Y^e は次の対角行列である。

$$Y^m = \text{diag} \left(\frac{T_i^m}{j\omega\epsilon_0} \right), \quad Y^e = \text{diag} \left(\frac{T_i^e}{j\omega\mu_0} \right)$$

同様に, TM_zモードが入射したとして, (2.57), (2.58)を書き直し, 同様の操作で(2.61)式に対応する次式を得る。

$$(t_1+t_2)(r^{em})^t = (\mathcal{T}^{sm})^t A^s + (\mathcal{T}^{om})^t A^o \quad (2.62.a)$$

$$-(t_1+t_2)(\mathbf{I} + (r^{mm})^t) Y^m = (\mathcal{T}^{sm})^t B^s + (\mathcal{T}^{om})^t B^o \quad (2.62.b)$$

$$(t_1+t_2)(\mathbf{I} - (r^{mm})^t) = (\mathcal{T}^{sm})^t C^s + (\mathcal{T}^{om})^t C^o \quad (2.62.c)$$

$$-(t_1+t_2)(r^{em})^t Y^e = (\mathcal{T}^{sm})^t D^s + (\mathcal{T}^{om})^t D^o \quad (2.62.d)$$

式(2.61), (2.62)を, $r^{ee}, r^{em}, r^{me}, r^{mm}, \mathcal{T}^{se}, \mathcal{T}^{sm}, \mathcal{T}^{oe}, \mathcal{T}^{om}$ について解くことによって, スラブ導波路と人工異方性導波路の各モードの反射係数, 透過係数が求まる。また, 人工異方性導波路側からの入射についても同様の定式化が行われる。

2-6-2 数値計算結果

スラブ導波路, 人工異方性導波路において, それぞれTE, TMモード, E_x, E_y モードの最低次モードのみを考慮して計算を行う。また, スラブ導波路の膜厚は $d+t_g$ とする⁽⁴⁾。(図2-15)

図2-16に, スラブ導波路からTE₀モード, TM₀モードが入射した場合のTE₀, TM₀モードの反射係数を示す。横軸は, 人工異方性導波路の導波路パラメータ t_1 および t_g である。

図2-16(a)で $t_g=0$ は導波路の不連続が無い厚さ d のスラブ導波路を意味し, 反射係数はゼロである。

また, 図(b)では, $t_1=0$ の場合に厚さ $d+t_g$ と d の2つのスラブ導波路接続部における反射係数を意味し, その絶対値は最大となる。 t_1 の増加によって不連続性が減少するため, 反射係数の絶対値もしだいに減少する。

図2-16 からわかるように, 人工異方性導波路で位相整合が計られた場合でもTE₀, TM₀モードの反射係数の絶対値は, 大きくとも 10^{-2} 程度である。したがって, 電力反射係数は 10^{-4} 程度であるので, スラブ導波路との接続部における反射は非常に小さいと言える。

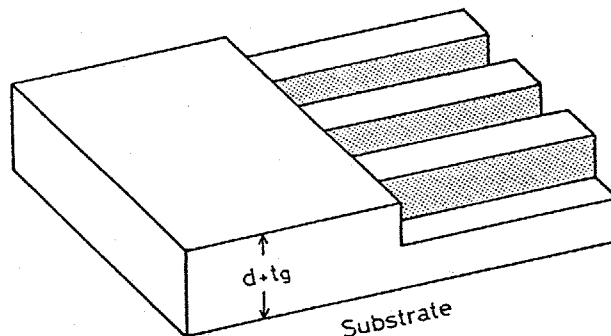


図2-15 スラブ導波路とAADWの接続

(4) 厚さ d のスラブ導波路では Cut-off になる場合がある。

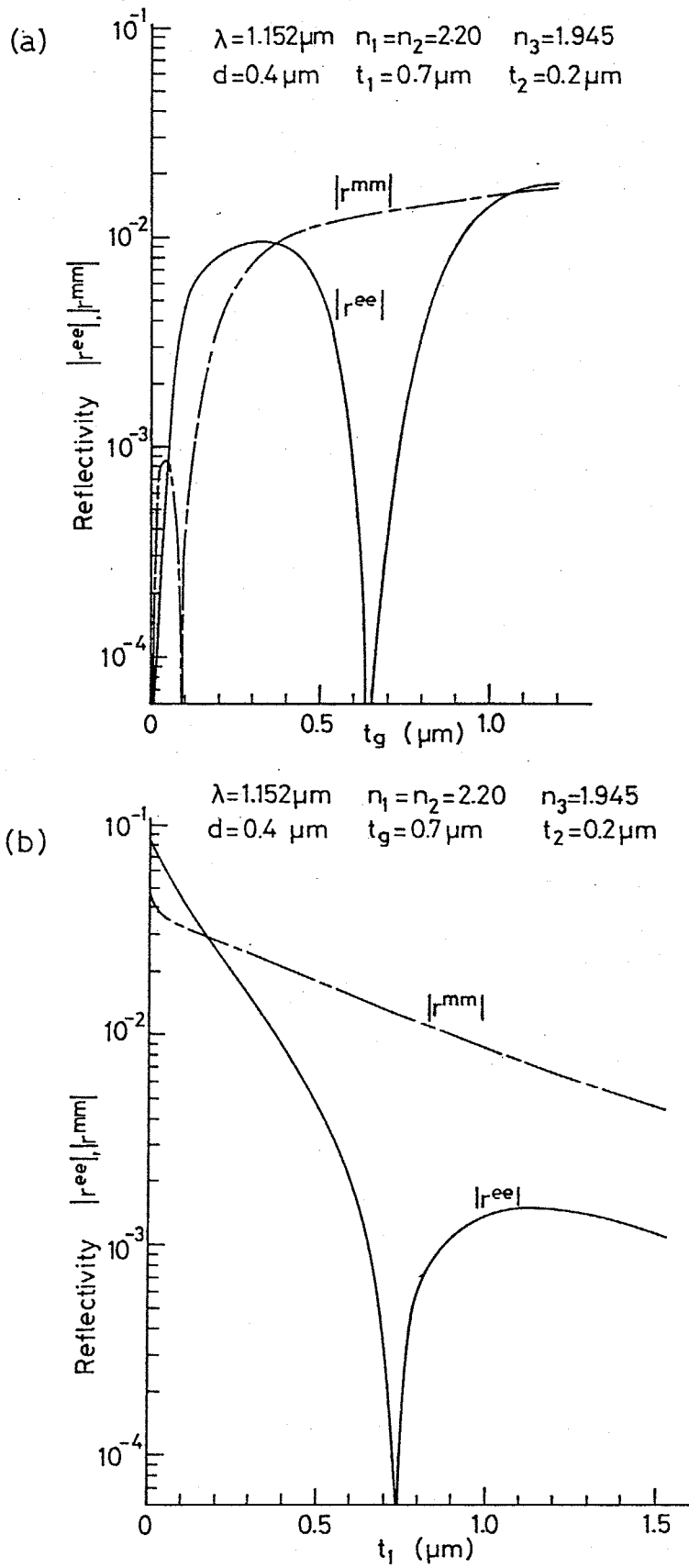


図2-16 人工異方性導波路とスラブ導波路の接続部におけるTE₀, TM₀モードの反射係数.

§.2-7 第2章のまとめ

薄膜誘電体導波路で、複屈折結晶を用いずに直交偏波間の位相整合を計る方法として人工異方性導波路を提案し、次のような理論的検討を加えた。

(1) 厳密解析により位相整合条件を求め、次の結果を得た。

(i) 導波層に装荷する誘電体ストリップの高さが高い方が人工異方性の効果が大きい。

(ii) ストリップの屈折率が大きい方が人工異方性の効果が大きい。

(iii) 多数のストリップを近接して装荷することで一本のストリップの場合より大きな異方性を得ることができる。

(2) 光学磁気異方性媒質を含む人工異方性導波路のモード変換特性を明らかにした。

(3) 人工異方性導波路を用いたノセクション型一方向性モード変換器の設計を行った。

(4) スラブ導波路と人工異方性導波路の接続部における導波モードの反射・透過係数を求めた。

References

[1] 山本, 小山田, 牧本; "異方性薄膜光導波系の固有モード解析とその応用", 信学論(C), vol.55-C, No.10, pp.550-557 (Oct. 1972)

[2] W.V.McLevige, T.Itoh and R.Mittra; "New Waveguide Structures for Millimeter-wave and Optical Integrated Circuits", IEEE Trans.on MTT, vol.MTT-23, No.10, pp.788-794 (Oct. 1975)

- [3] H.Furuta, H.Noda and A.Ihaya; "Novel Optical Waveguide for Integrated Optics", *Appl. Optics*, vol.13, No.2, pp.322-326 (Feb. 1974)
- [4] T.Itoh; "Inverted Strip Dielectric Waveguide for Millimeter-Wave Integrated Circuits", *IEEE Trans.on MTT*, vol.MTT-24, No.11, pp.821-827 (Nov. 1976)
- [5] S.Peng and A.A.Oliner; "Guidance and Leakage Properties of a Class of Open Dielectric Waveguides : Part I --- Mathematical Formulations", *IEEE Trans.on MTT*, vol.MTT-29, No.9, pp.843-854 (Sept. 1981)
- [6] R.F.Harrington; "Field Computation by Moment Methods", Chap.10, pp.191-193, The Macmillan Company (1968)
- [7] 山本, 牧本; "異方性薄膜光導波系の回路論的取扱いと非相反素子設計への応用", *信学論(C)*, vol.56-C, No.3, pp.187-194 (March 1973)
- [8] 飯田, 他; "光・マイクロ波磁気工学", 第11章, p.273, 丸善 (1976)
- [9] G.Hepner, J.P.Castera and B.Desormiere; "Studies of Magneto-Optical Effects in Garnets Thin Film Waveguides", *AIP Conf. Proc.*, vol.29, pp.658-659 (1975)
- [10] G.Hepner, B.Desormiere and J.P.Castera; "Magneto-optic Effects in Garnet Thin Film Waveguides", *Appl. Optics*, vol.14, No.7, pp.1479-1481 (July 1975)
- [11] M.Torfeh, L.Courtois, L.Smoczynski, H.Le Gall and J.M.Desvignes; "Coupling and Phase Matching Coefficients in a Magneto-Optical TE-TM Mode Converter", *Physica*, vol.89B, pp.255-259 (1977)
- [12] G.Hepner, J.P.Castera and B.Desormiere; "Studies of Magneto-Optical Effects in Garnets Thin Film Waveguides", *Physica*, vol.89B, pp.264-266 (1977)
- [13] R.F.Harrington; "Time-Harmonic Electromagnetic Fields", Chap.7, pp.346-347, McGraw-Hill (1961)

第 3 章 人工異方性導波路の実験的検討

§.3-1 まえがき

前章で人工異方性導波路に対し理論的検討を加え、異なる偏波間の位相整合が計れることを明らかにした。本章では、人工異方性導波路の実験的検討を行う。

まず人工異方性の効果を確認するため、比較的製作の容易な有機物 (PMMA) を用いた低屈折率人工異方性導波路を製作し、可視光でこれを伝搬する E_x 、 E_y モードの伝搬定数の測定を行った。その結果、人工異方性の働きによって縮退に近い導波路が得られた。

また、導波路製作に必要な微細加工法を検討し、モード変換器への適用を検討するため、光学磁気異方性媒質 YIG を用いた人工異方性導波路を製作した。製作した導波路で、磁気光学効果によって 16% のモード変換が得られた。

§.3-2 低屈折率人工異方性導波路

人工異方性によって、 E_x 、 E_y モード間の位相整合が計れることを実験によって確認するため、比較的製作容易な有機物導波路を試作し、伝搬定数の測定を行った。

3-2-1 導波路の製作

導波路として、微細加工の容易な電子線電光用レジスト材 PMMA (Poly-methyl-methacrylate) を用いる。これは、屈折率 1.5 程度と比較的低屈折率であるので、基板として低屈折率なバイコールガラスを用いる。

図 3-1 に導波路製作の工程を示す。超音波洗浄によって洗浄されたバイコールガラス基板上に PMMA をスピニングし、 170°C で 20 分間熱硬化させた後 (a)、専用現像液で現像を行う (b)。これが人工異方性導波路の導波

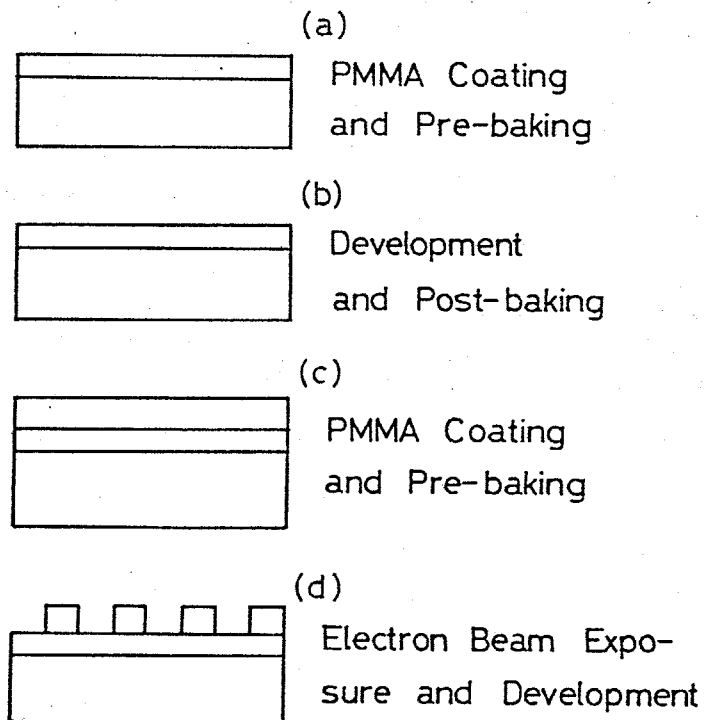


図3-1 有機物 (PMMA)
人工異方性導波路製作工程

層となる。さらにこの上にスピンコーティングしたPMMAを電子線露光によって三次元加工する(d)。

Abelés法^[1]によって測定したバイコールガラス, PMMAの屈折率を, 表3-1に示す。測定波長は $0.6328\mu\text{m}$ である。尚, いずれの媒質も可視光に対して透明であり, 吸収はきわめて小さいと考えられる。

表3-1 バイコールガラス, PMMAの屈折率測定結果
(Abelés法による。波長 $0.6328\mu\text{m}$)

物質	屈折率
バイコールガラス	1.456 ± 0.002
PMMA	1.486 ± 0.004

3-2-2 伝搬定数測定

同一基板上に、厚さ① $t_g + d$ 及び② d のスラブ導波路と③人工異方性導波路を製作した(図3-2)。導波路を伝搬する光の伝搬定数の測定はプリズム結合法^{[2][3]}によった。すなわち、プリズムから入射する光と導波路伝搬モードの結合角を測定し、これから伝搬定数を求める方法である。結合角は、出力側に置いたスクリーン上に現われる m -line の強度が最大となるプリズム入射角とした。図3-3に測定系の構成を示す。測定は、波長 $0.6328 \mu\text{m}$ の He-Ne レーザを光源として用い、使用したプリズムの屈折率はこの波長で 1.790 であった。

基板、上部層の屈折率が既知であれば、スラブ導波路を伝搬する2つ以上のモードの伝搬定数から、導波層の膜厚と屈折率が求まる^[2]。したがって、図3-2のスラブ導波路①、②を伝搬する TE_0 モードと TM_0 モードの伝搬定数の測定から

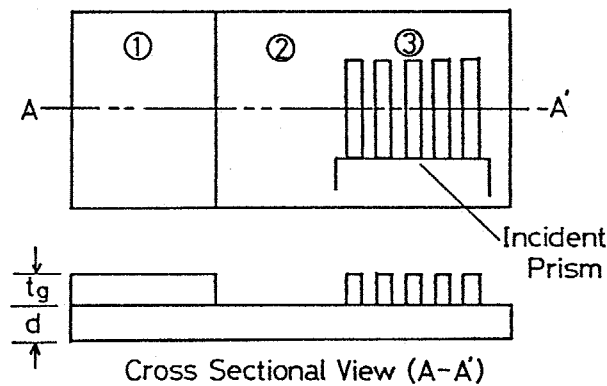


図3-2 実験に用いた導波路の構成。

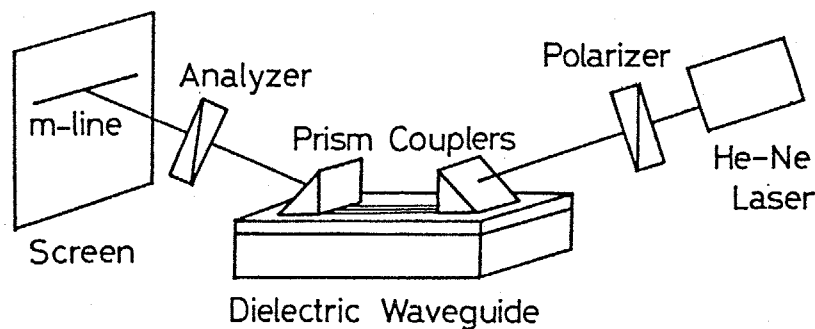


図3-3 伝搬定数測定系。

導波層の厚さ d とストリップの高さ t_g がわかる。この測定で得られた PMMA の屈折率は、Abelès 法の測定結果とほぼ一致した。

また、人工異方性導波路を伝搬する E_x モード、 E_y モードは、それぞれスラブ導波路の TE モード、TM モードを励振するのと同じ偏波で図 3-2 に示す入射位置で強く励振された。定性的には、2 つのモードの伝搬定数差が小さい程、2 つのモードを同時に励振した場合にスクリーン上に現われる両モードの m -line の間隔が小さくなり、位相整合がとれた場合にはこれが一致することから伝搬定数差の比較ができる。

表 3-2 に伝搬定数の測定結果の一例を示す。表中に示す δ は、式 (2.19) で定義される規格化伝搬定数差であるが、 δ がこの程度の場合には出カプリズムから $2m$ 離れたスクリーン上で m -line の開きを観測するのは不可能であった。

図 3-4 (a) に、表 3-2 のスラブ導波路①と人工異方性導波路について測定した規格化伝搬定数差 δ を示す。測定値が縦線で表わされるように幅があるのは、数回行った測定で結果がこの範囲に収まることを示す。人工異方性導波路の t_1 , t_2 は、顕微鏡観察により、 $t_1 \approx 0.3 \mu\text{m}$, $t_2 \approx 0.1 \mu\text{m}$ であった。図中の曲線は、モード整合法によって計算した δ を表わす。また、横軸は導波層の膜厚 d を表わすが、スラブ導波路の実際の膜厚は $d + t_g$ である。

表 3-2 伝搬定数測定の一例

導波路	モード	結合角	β/β_0	
スラブ①	TE ₀	26°32'	1.4697	$n = 1.483$ $d = 0.61 \mu\text{m}$
	TM ₀	26°38'	1.4688	
スラブ②	TE ₀	27°43'	1.4582	$t_g = 0.50 \mu\text{m}$
	TM ₀	27°48'	1.4574	
人工異方性導波路	E_{x_0}	27°23'	1.4615	$\delta = 5.6 \times 10^{-5}$
	E_{y_0}	27°24'	1.4613	

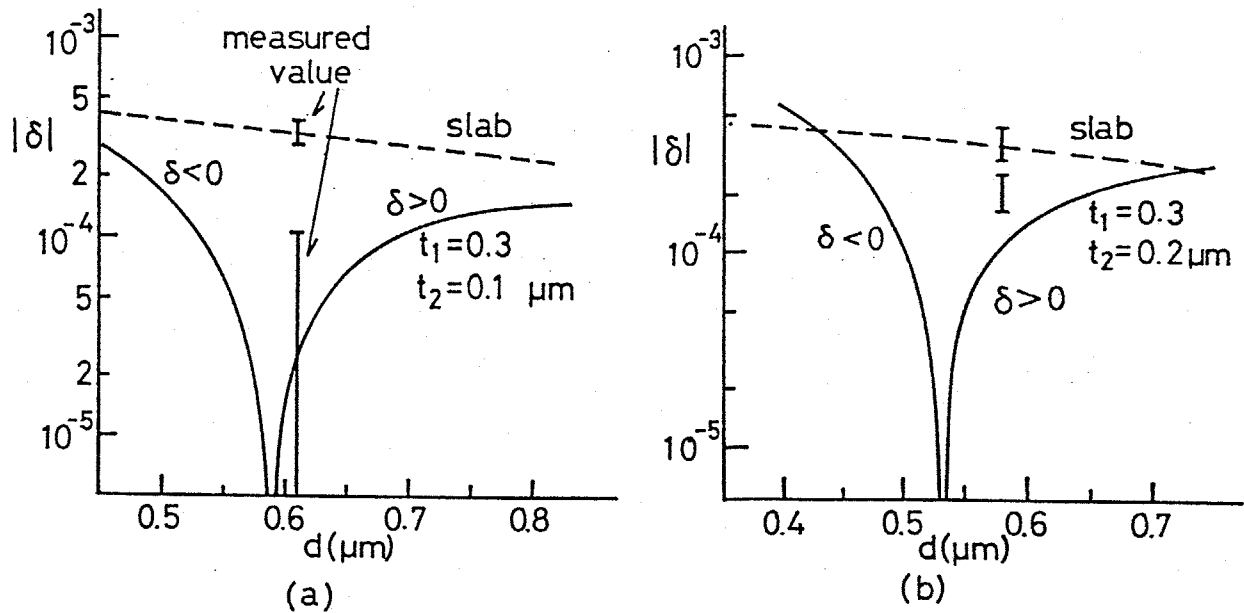


図3-4 規格化伝搬定数差 δ の測定値と理論値

図3-4 (b)には、表3-2の導波路と同じ屈折率分布で、 t_2 を変えて製作した導波路の δ の測定値と理論計算値を示す。

図3-4 (a), (b)とも、測定誤差を考えると、測定値と理論値はよく一致しているといえる。特に注目すべきは、人工異方性導波路の E_{x_0} モードと E_{y_0} モードの伝搬定数差は、膜厚 $d+t_g$ のスラブ導波路の TE_0 モードと TM_0 モードのそれよりはるかに小さくなっているということである。したがって、この実験結果から、前章で述べた人工異方性の効果は十分確認されたといえる。

§. 3-3 Arスパッタエッチングを用いた導波路微細加工

YIGを用いて人工異方性導波路を製作するためには、YIG薄膜を図2-1 (a)に示すような断面をもつ導波路に微細加工する必要がある。また、YIGと同程度の屈折率をもつ媒質⁽⁴⁾をYIG薄膜上に堆積し、これを微細加工することによっても人工異方性を用いたモード変換器が実現できる。

人工異方性導波路のように微細構造をもつ導波路加工に対しては、スパッタエッチングのようなドライエッチングが適している。図3-5に実際に行った

(4)例えば Ta_2O_5 。

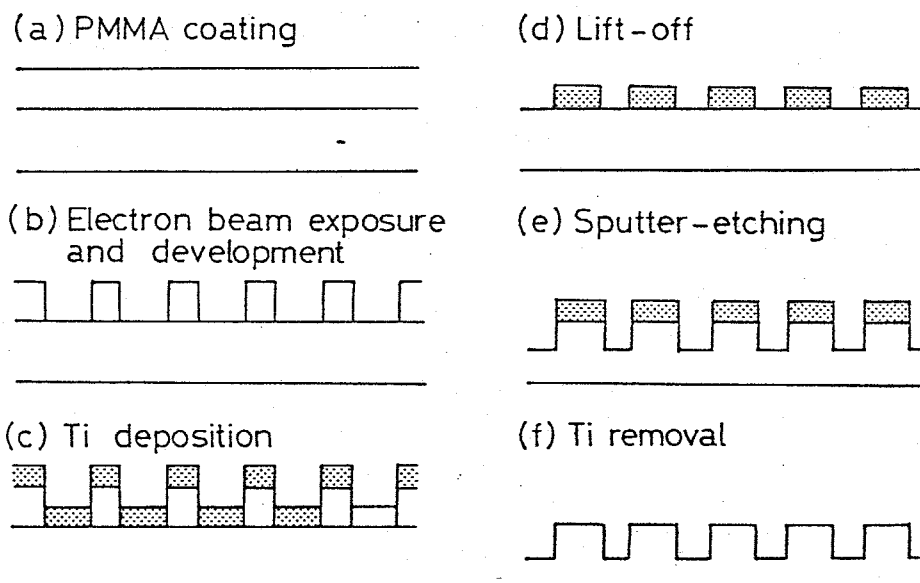


図3-5 スパッタエッチングによる導波路微細加工工程

加工工程を示す。(a)~(d)で耐エッチングマスクを形成し、(e)でArスパッタエッチングを行う。

以下、マスク形成とArスパッタエッチングによるYIG及 Ta_2O_5 薄膜の微細加工について述べる。

3-3-1 マスク形成

第2章の理論的検討で明らかになったように、人工異方性導波路で位相整合を計るためには、 $0.5 \sim 1.0 \mu\text{m}$ 程度のかかなり深い groove を形成する必要がある。このような深い groove を形成するためには、耐エッチング性に優れたマスクが必要である。また、かなり細かいパターンを描く必要があり、このような場合には、電子線露光が適している。電子線露光に用いるレジストPMMAをそのまま耐エッチングマスクとして用いることができれば簡単であるが、我々の利用できるエッチング装置は、酸素の混入の影響でPMMAのエッチング速度がYIG、 Ta_2O_5 よりはるかに速いため、これを耐エッチングマスクとして用いることはできなかった。そこで、電子線露光で描画したPMMAマスク

パターンを、TiあるいはAlで置換し、これを耐エッチングマスクとする方法を採った。以下にマスク形成に対する検討を行う。

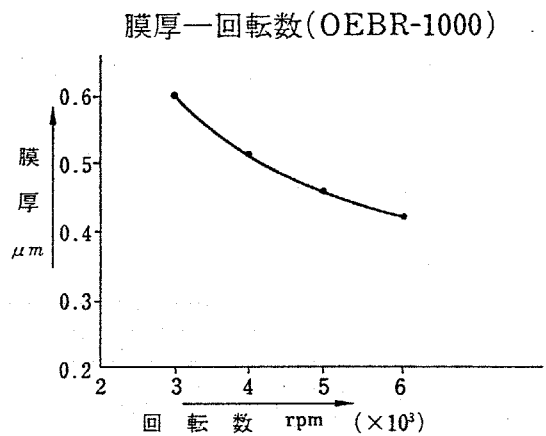
まず、電子線露光に用いるレジストとして、ポジタイプ(PMMA)とネガタイプ(PGMA)があるが、解像度の点からPMMA(OEBR-1000; 東京応化工業株式会社)を採用した。OEBR-1000の仕様を表3-3に記す。

マスク形成の第一段階は、レジストの塗布である。試料(エッチングされる薄膜)を、蒸留水、エチルアルコール、トリクロルエチレン、アセトンを順次使い、超音波洗浄を行った後、スピンドコーティングによってPMMAを塗布する。PMMAの膜厚は、Ti, Alのリフトオフのし易さを考えて、約 $0.8\mu\text{m}$ とした⁽⁴⁾。200℃で30分間70リベキングした後、露光中の電子によるチャージアップを防ぐため、約 200\AA 厚のAlを真空蒸着する。

電子線露光装置JBX-5A(JEOL製)によってマスクパターンを描く。電子線の加速電圧は20kVである。露光後、NaOH水溶液を用いてAlを除去

表3-3 OEBR-1000の仕様^[4]

分子量(Mw)	60万±5万
分散度(Mw/Mn)	3.0以下
粘度 cp	200±10
濃度 %	6.0±0.5
塗布特性	図3-6参照
照射特性	感度 $5 \times 10^{-5} \text{C/cm}^2$ (スポット法) 加速電圧 20kV, 図3-6



感度曲線(OEBR-1000)

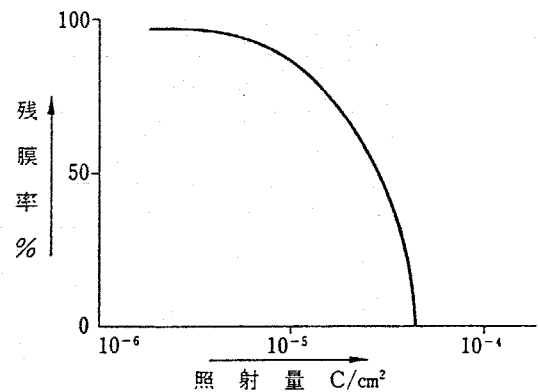


図3-6 OEBR-1000の特性

(4) PMMAが薄過ぎると厚いTi (or Al) はリフトオフできなくなる。

し、専用現像液で現像する。現像時間は、温度 23°C で1分間である。

現像後のレジストパターンの端部、あるいは露光面に残ったレジストの'カス'を除去するため、試料を酸素プラズマ中に晒し、レジスト全体をわずかにエッチングする (Ashing)。これによって、この後堆積する Ti あるいは Al の試

料面への付着が飛躍的に強化される。^[5] Ashing 条件を表3-4に示す。また、図3-7に Ashing 後のレジストパターンの断面SEM写真を示す。図のように、レジストの側壁が逆メサ状になっているのは、試料表面における電子の後方散乱の影響と考えられる。

次に、真空蒸着によって Ti あるいは Al を堆積し、アセトンによるリフトオフで不要部分を除去する。この際、レジストパターンが図3-7のように逆メサになっていることが有利に働く。すなわち、レジスト上に堆積した Ti と、

表3-4 Ashing条件

ガス圧	空気 0.3 Torr
入力電力	直流 13 W
電極間隔	30 cm
時間	70 sec

図3-7 レジストマスクパターン。(マーカー長: $1\mu\text{m}$)

試料表面上に直接付着したTiがパターン側壁でつながらることを防いでくれるからである。しかし、あまりにも厚いTiマスクを形成することは不可能である。また、TiとAlを比較した場合、レジスト厚が $0.8\mu\text{m}$ でリフトオフが可能な厚さは、Tiが $0.5\mu\text{m}$ 、Alが $0.25\mu\text{m}$ であった。この違いは、金属の'粘性'のようなものが関係していると思われる。また、後で述べるように、Tiの方がAlより耐エッチング性が優れているため、Tiを耐エッチングマスクとして用いることにした。

図3-8にリフトオフ後のTiマスクのSEM写真を示す。但し、レジストパターンは図3-7とは異なる。図3-8で、Tiマスクの側壁が垂直でないのは、真空蒸着によってTiを堆積する過程で、レジスト上に堆積したTiが徐々に横方向にも張り出して、試料表面上に付着する部分に影をつくるからである。したがって、細くて厚いTiマスクを形成するのは難しいといえる⁴⁾。また、Tiマスク側面の凹凸は、レジストマスクとこの上に堆積したTiの形状を転写したものと考えられる。この点の改善を検討する必要がある。

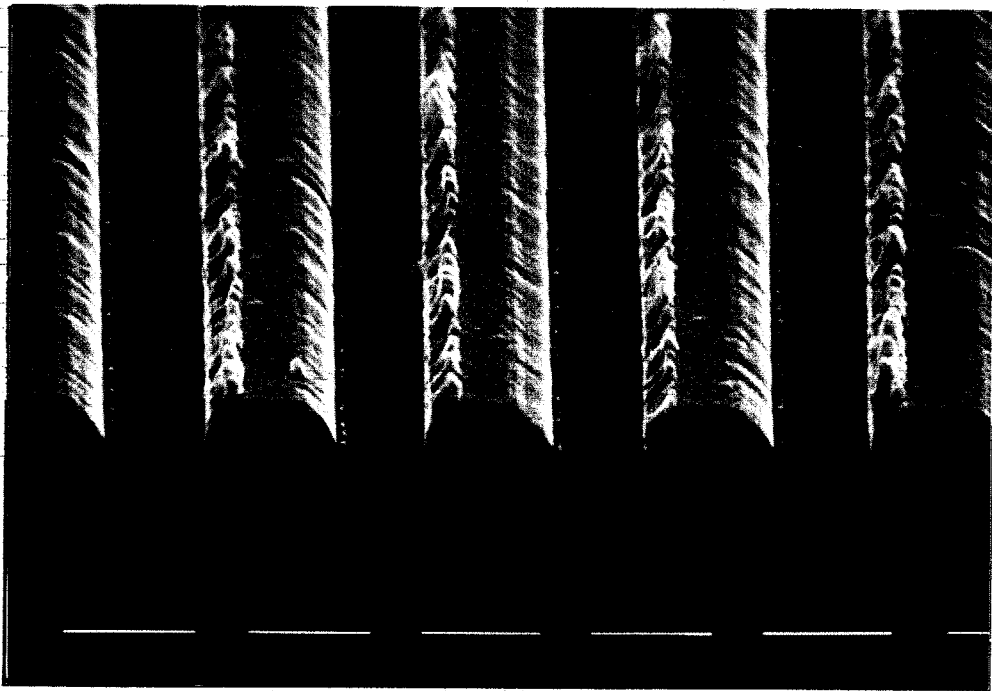


図3-8 Tiマスクパターン (マーカー長: $1\mu\text{m}$)

4) 実際には、 $t_1 > t_2$ の場合が多いので、あまり細い幅のTiマスクを形成する必要はない。むしろ、細いレジストパターンを残すのが難しい。

以下にマスク形成の過程をまとめる。

(1) PMMAをスピンコーティングし、 200°C で30分間アリーブする。

さらに、約 200 \AA のAlを真空蒸着する。(図3-5(a))

(2) 電子線露光、Al除去後専用現像液で現像。(b)

(3) 酸素プラズマ中でAshing.

(4) Ti を真空蒸着。(c)

(5) アセトンでリフトオフ。(d)

3-3-2 YIGおよび Ta_2O_5 のArスパッタ・エッチング

高周波スパッタ装置(図3-9)を用いてエッチングを行った。導入ガスはArである。ターゲット電極をガラス板(Corning 7059)で覆い、その上にエッチングすべき試料を置く。ターゲットを水冷することによって温度上昇を防いでいる。ターゲット電極の大きさは直径 110 mm で、電極間隔は 80 mm とした。また、プラズマ密度を高めるために磁界が印加してあるが、^{[3][4]}電極中央に置いた試料(直径 25 mm 以下)は均一にエッチングされた。さらに、エッチング中はArの圧力、高周波電力が一定に保たれている。

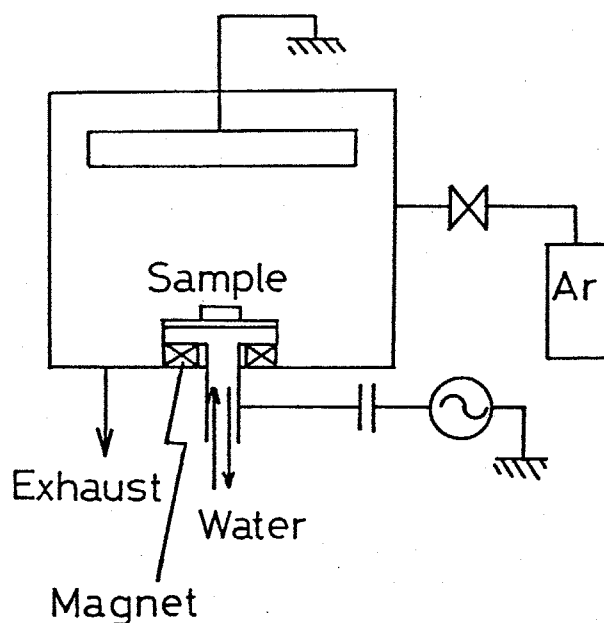


図3-9

高周波スパッタ装置

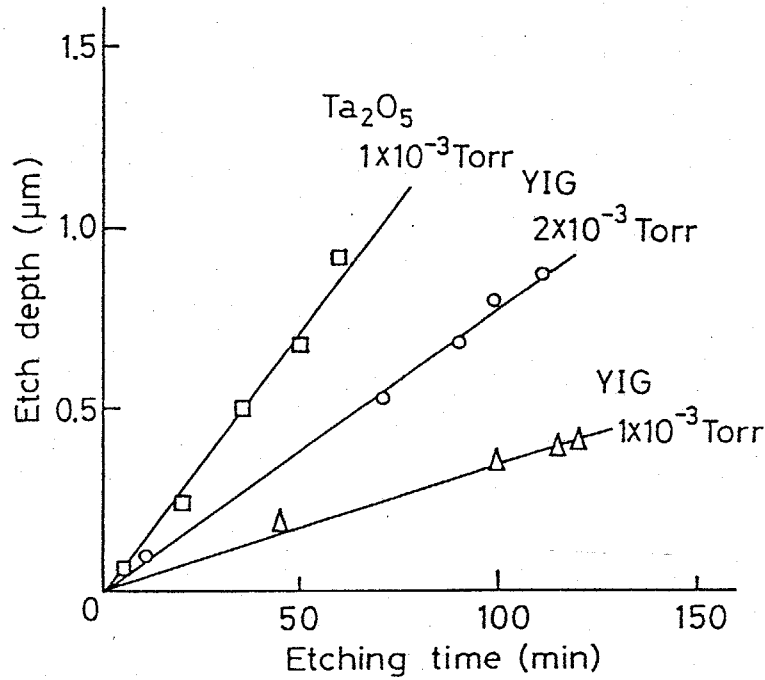


図3-10 イッチング時間対イッチング深さ

表3-5 YIG, Ta₂O₅のイッチング速度

Ar pressure (Torr)	Etch rate (Å/min)		RF input power (W)
	YIG	Ta ₂ O ₅	
1x10 ⁻³	35	140	330 ≥
2x10 ⁻³	80	—	400 ≥

表3-6 Ti, Alのイッチング速度

Ar pressure (Torr)	Etch rate (Å/min)	
	Al	Ti
1x10 ⁻³	25	20
2x10 ⁻³	40	30

図3-10 にイッチング時間に対するYIG, Ta₂O₅のイッチング深さを示す。YIGはLPE法によってGGG基板の上に結晶成長したものを試料として用い、Ta₂O₅はバイコールガラス基板の上にO₂-Ar混合気体中の反応性直流スパッタ

リングによって堆積された。図3-10より、エッチング深さはエッチング時間にほぼ比例しているといえる。YIG, Ta_2O_5 のエッチング速度を表3-5に、また、TiとAlのエッチング速度を表3-6に示す。但し、Arの圧力の $1/10$ の圧力だけ残留気体(主に空気)が残っている状態でエッチングを行っている。こうすることによって、マスクとして用いるTi表面に酸化物が形成され、マスクのエッチング速度を小さくする効果がある。^[6] TiとAlを比較すると、Tiの方がエッチング速度が小さいので、耐エッチングマスクとしてはTiの方が優れているといえる。⁽⁴⁾

図3-11に、Ar圧 2×10^{-3} TorrでエッチングされたYIGのSEM写真を示す。ストリップ側面の凹凸は、Tiマスクの凹凸によるものと考えられる。また、エッチングされた溝部分の底部中央(図3-12, C部分)が盛り上がり平坦になっていない。これはおそらく、図3-12に示すように、ストリップ側面でAr⁺イオンが反射され、A部分をエッチングするからであると考えられる。これを防止する方法として、プラズマ方向に対して垂直に置いている試料を傾け、かつ、これを回転することが考えられる。^{[7][8]}

さらに図3-11で、ストリップ側面が垂直でなく傾斜しているのは次の理由によると考えられる。すなわち、エッチングが進むにつれて、Tiマスクもエッチングされ、徐々にマスクの幅が狭くなってしまふからである。Arの圧力が 1×10^{-3} Torrの場合でも同程度の傾斜角が観察された。また、 Ta_2O_5 の場合、YIGに比べてエッチング速度が速いのでマスクのエッチングの影響が比較的少なく、図3-13に示すようにストリップ側面の傾斜角はYIGより小さい。

断面が整った矩形(台形でない)のTiマスクを厚く形成するのは難しいので、よりエッチング速度の遅い物質をマスクに用いることで、ストリップ側面の傾斜は改善

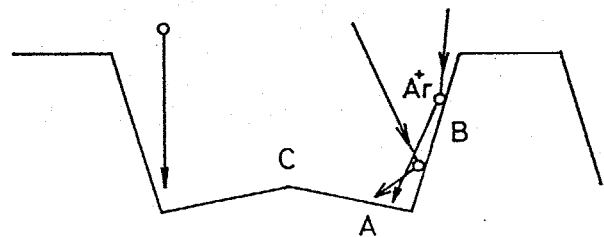


図3-12

(4) スパッタエッチングを行った後、約15%のHCl (100°C)でTiを除去する。

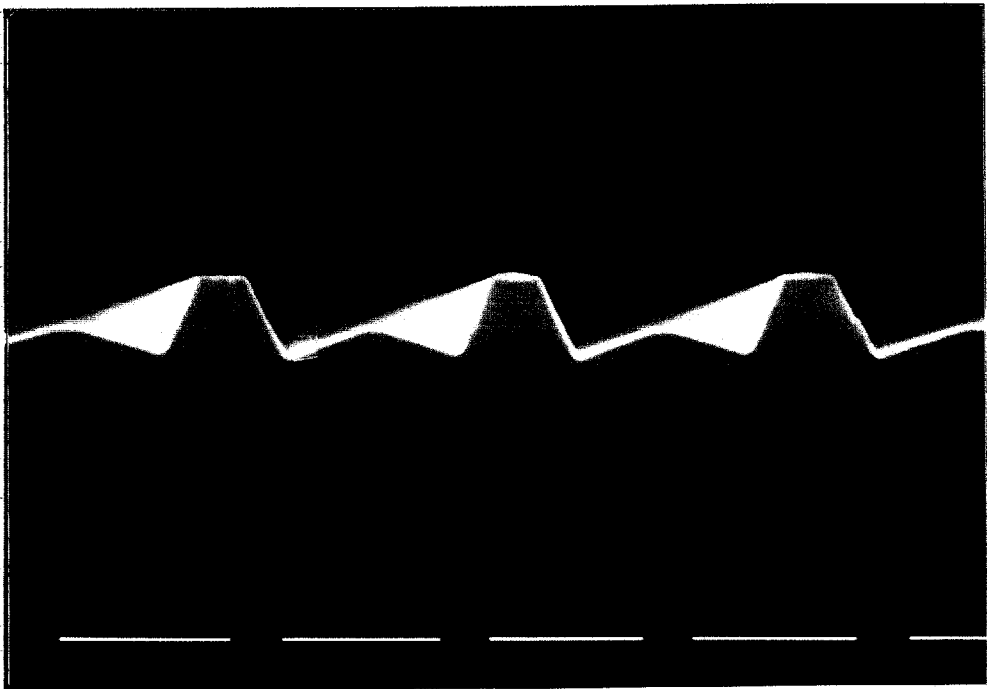
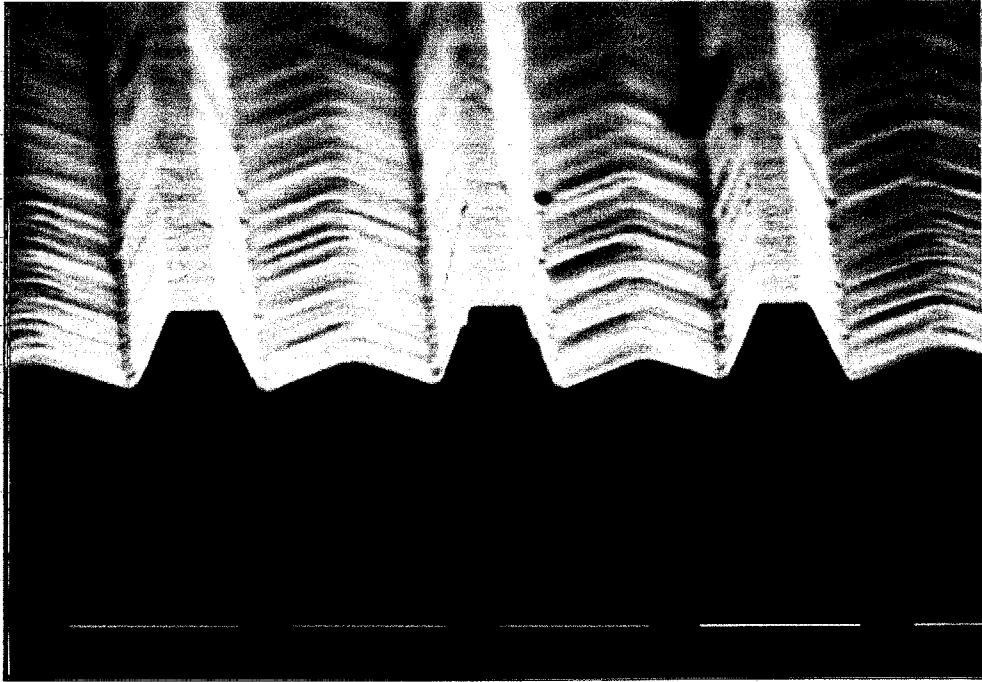


図3-11 イッチングされたYIGのSEM写真
(マーカー長: $1\mu\text{m}$, Ar 圧力: 2×10^{-3} Torr)

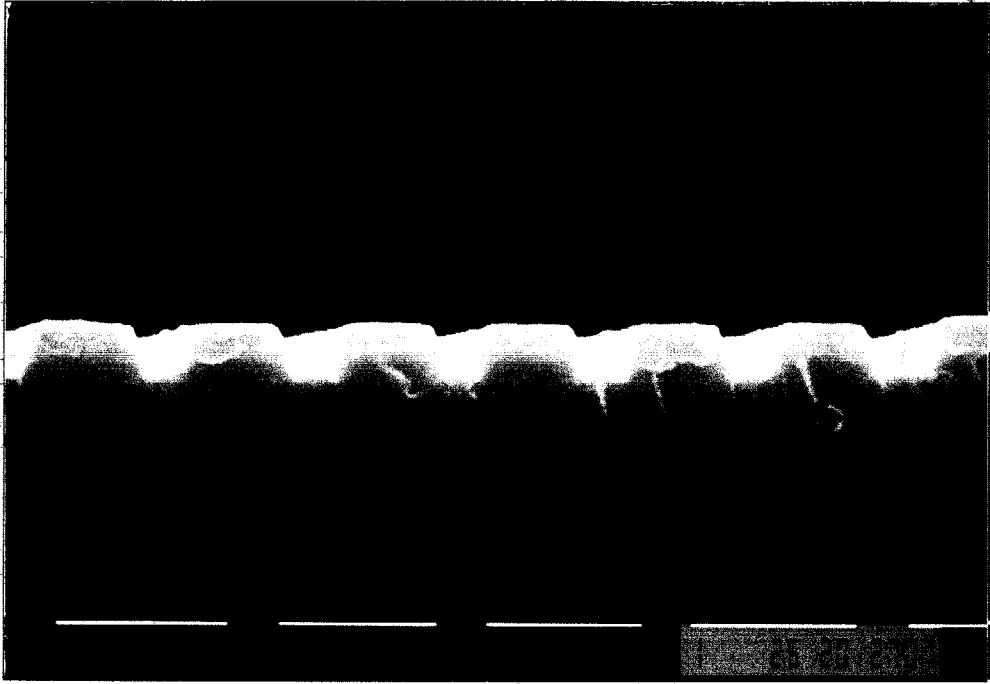


図3-13 エッチングされた Ta_2O_5 (マーカー長: $1\mu m$,
Ar 圧力: 1×10^{-3} Torr)

されるかも知れない。また, CCl_2F_2 -Ar- O_2 混合気体を用いたGaAs, InPの反応性イオンエッチング^{[9]-[11]}のように, YIGを選択的にエッチングするエッチング方法を開発することもこの問題解決に有力であるかも知れない。

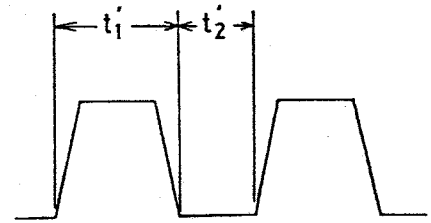


図3-14

尚, 人工異方性導波路の理論的解析は, 矩形断面のストリップを仮定し, 位相整合導波路の設計を行っている。図3-14のように台形断面のストリップに対して, t_2 を図2-1の t_1 と考えると, 人工異方性の効果が弱くなり, 設計通りの位相整合導波路が得られないと考えられる。

また, マスク形成の際, ストリップの幅 t_1 , 間隔 t_2 は, 露光条件の変動によって変化する⁽⁴⁾。したがって, 実際に人工異方性導波路を製作する場合, t_1, t_2 に一番多くの製作誤差が考えられる。

(4) 実際は所望の t_1, t_2 が得られるような露光条件(電荷照射量)をあらかじめ求めておく。また, 周期 t_1+t_2 は露光パターン指定によってきちんとおさえられている。

§3-4 YIG人工異方性導波路

スパッタエッチングにより、YIG薄膜を用いて人工異方性導波路を製作し、磁気光学効果によるモード変換を測定する。

3-4-1 モード変換率測定法

図3-15にモード変換測定系を示す。光源として波長 $1.152\mu\text{m}$ のHe-Neレーザを用い、ルチルプリズム結合器によって導波路(スラブ導波路)にTE₀モードを導波し、これによって人工異方性導波路E_xモードを励振する。伝搬光はルチルプリズムによってとり出され、PbS検出器によって出力光強度が測定される。測定に使用したレーザ出力の範囲で、PbS検出器の出力電圧は入射光強度に比例する。

磁気光学効果によって変換されたE_yモードは、ルチルプリズムによって出力される前にスラブ導波路TM₀モードに変換される。さらに、プリズムの複屈折性^(*)のため、変換されたTM₀モードはTE₀モードと分離して出力される。赤外TVモニタ装置はモード変換の様子を観察するために設けてある。

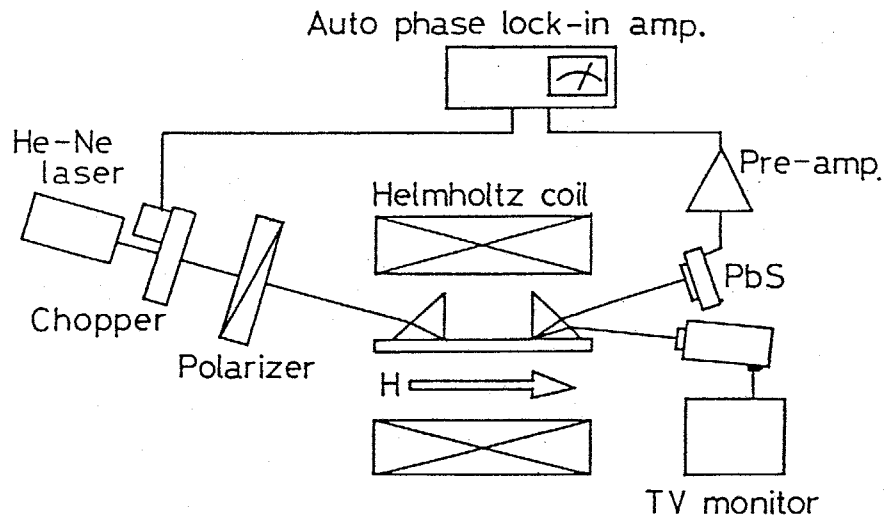


図3-15 モード変換率測定系

(*) 波長 $1.152\mu\text{m}$ において、ルチルプリズムの屈折率は、 $n_o = 2.470$ 、 $n_e = 2.725$ ^[12]である。但し、C軸はプリズムの三角面に対して垂直。

外部磁界 H は、ヘルムホルツコイルによって光の伝搬方向と平行に印加する。モード変換率 F は、印加磁界が零と H ($0e$)の時の TE_0 モード出力強度 P_0^{TE} 、 P_H^{TE} を測定し、次式で求める。

$$F = \frac{P_0^{TE} - P_H^{TE}}{P_0^{TE}} \quad (3.1)$$

3-4-2 モード変換率測定結果

図3-16に印加磁界の大きさに対するモード変換率の測定結果を示す。測定した人工異方性導波路の設計諸元は表3-6に示す通りである。この導波路は、 $\{111\}$ $Gd_3Ga_5O_{12}$ 基板(GGG基板)上にLPE法によって結晶成長したBi置換YIG薄膜(膜厚 $1.878 \mu m$)を、 A_n のガス圧 2.0×10^{-3} Torrで106 minスパッタエッチングして製作した。表中、 Δn はBi:YIGの比誘電率テンソル対角要素 ϵ_{xx} , ϵ_{yy} から、

$$\Delta n = \sqrt{\epsilon_{xx}} - \sqrt{\epsilon_{yy}} \quad (3.2)$$

で定義される複屈折率であり^(†)、 $n_f = \sqrt{\epsilon_{xx}}$ である。

表3-6 人工異方性導波路モード変換器の設計諸元

$$n_f = 2.255 \quad \Delta n = -2.3 \times 10^{-3}$$

$$n_s = 1.945$$

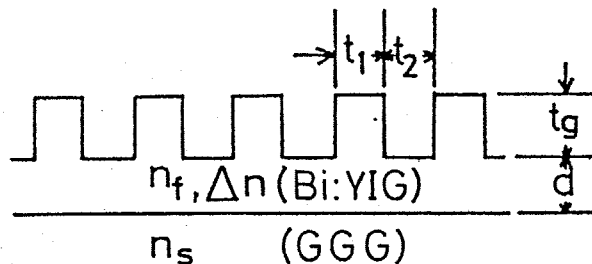
$$t_1 = t_2 = 0.6 \mu m$$

$$t_g = 0.848 \mu m$$

$$d = 1.03 \mu m$$

$$\text{length} = 2.00 \text{ mm}$$

$$\text{corrugation} \quad 400$$



(†) Bi:YIGに生ずる複屈折の機構については、第4章で明らかにする。また、媒質が複屈折性を有する場合でも、モード整合法、モード変換理論を一部手直しすることで第2章で展開した設計が適用される。

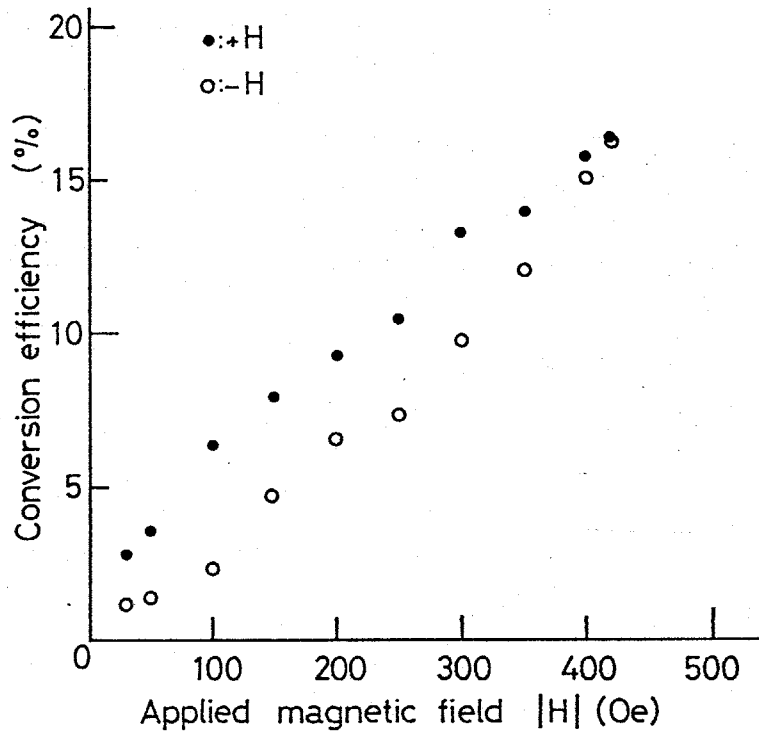


図3-16 Bi:YIG人工異方性導波路におけるモード
変換率 vs. 印加磁界強度 ($\theta = 0 \text{ deg.}$)

図3-16に示す測定結果は、光の伝搬方向とgroove方向のなす角度 $\theta = 0 \text{ deg}$ の場合であり、黒丸と白丸では磁界の印加方向が逆である⁴⁾。印加磁界 $H = 420$ (Oe)で最大モード変換率16.2%を得ている。但し、この印加磁界においてもモード変換率の大きさが飽和しないのは、YIGのY(イットリウム)に対してBi置換を行った⁴⁾ことにより磁化容易軸が膜面垂直方向に生じ、外部磁界 $H = 420$ (Oe)を膜面内に印加してもこの方向に完全に磁化が向かないためと考えられる。したがって、印加磁界方向の光学磁気異方性 $|\epsilon_{xy}|$ が磁界に対して未飽和であるので、印加磁界が強くなればより大きなモード変換率が得られる可能性がある。但し、伝搬長が $l = 2.0 \text{ mm}$ で一定であり、モード変換率は必ずしも $|\epsilon_{xy}|$ に比例しない。

尚、厚さ $d = 1.03 \mu\text{m}$ のBi:YIGスラブ導波路においてモード変換は観測されなかった。このことから、人工異方性の効果で E_x, E_y モード間の伝搬定

4) 光の伝搬方向と平行な方向に印加。

4) 磁気光学効果を大きくするためにBi置換を行っている。

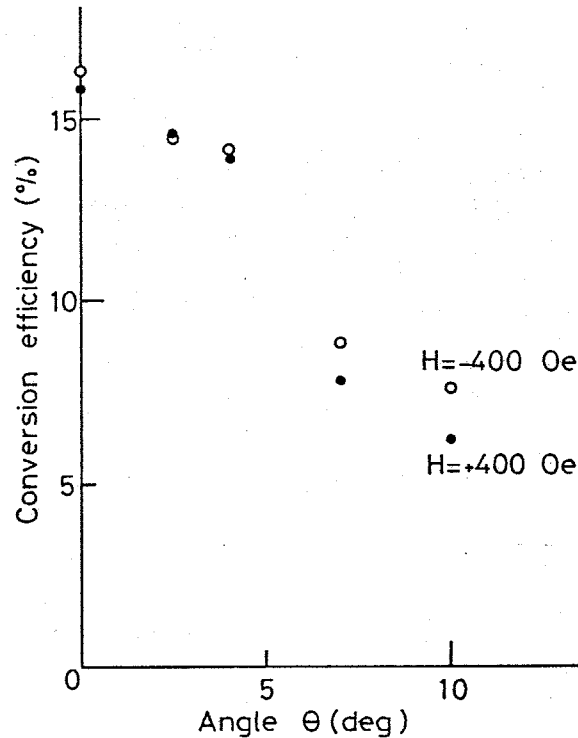


図3-17 モード変換率 vs. 伝搬角 θ

($H = \pm 400$ (Oe))

数差が小さくなり、縮退に近い導波路が得られたことがわかる。さらに、光学磁気異方性媒質を含む人工異方性導波路でモード変換器が構成できることが、実験によって明らかになった。

図3-17は、伝搬角 θ を変化させた場合のモード変換率の変化を示す。但し、外部磁界は400(Oe)である。 θ が大きくなるにつれ、 E_x 、 E_y モードの伝搬定数差が大きくなり、モード変換率が小さくなる⁽⁴⁾ことがわかる。

なお、人工異方性導波路の位相整合条件は、導波路パラメータの変化に対して非常に敏感なため、位相整合導波路製作の再現性が良いとは言えない。製作誤差の許容範囲の広い導波路パラメータをもった導波路設計を行う必要がある(例えば、図2-10(b)の導波路)。

(4) 式(2.45)中、モード変換係数 B_{12} は、 θ が小さい場合 θ の変化に対してほぼ一定値をとると考えてさしつかえない。

§ 3-5 第3章のまとめ

第2章において理論的に検討を行った人工異方性導波路を実際に製作し、実験的検討を加えた。その結果をまとめると次のようになる。

- (1) 有機物PMMAを用いた低屈折率人工異方性導波路を製作し、波長 $0.6328\mu\text{m}$ で E_x, E_y モード間の規格化伝搬定数差が 1×10^{-4} 以下という縮退に近い導波路が得られた。
- (2) 光学磁気異方性媒質YIG薄膜、および高屈折率誘電体 Ta_2O_5 を用いた導波路製作のため、マスク形成、Arスパッタエッチングに対して検討を加え、これらを用いて人工異方性導波路を製作することに成功した。
- (3) Bi 置換YIG薄膜を用いて人工異方性導波路を製作し、磁気光学効果によって最大16%の E_x-E_y モード変換率を得た。

References

- [1] P.K.Watts; "Brewster-Angle Method of Thin-Film Index Measurement", J.Appl.Phys., vol.44, No.3, p.1397 (March 1973)
- [2] R.Ulrich and R.Torge; "Measurement of Thin Film Parameters with a Prism Coupler", Appl.Optics, vol.12, No.12, pp.2901-2908 (Dec. 1973)
- [3] 末松, 佐々木, 野田, 浅井, 白田, "伝送姿態差によるガラス薄膜の屈折率と膜厚の測定", 信学論 vol.55-C, No.2, pp.98-105 (Feb. 1972)
- [4] 東京応化工業株式会社, 半導体超微細加工用レジストシリーズ技術資料
- [5] 山之内, 坂内; "微細構造すだれ状電極の作製とGHz帯弾性表面波特性", 総合研究(A), 「ビームプロセス技術に関する総合研究」研究会資料(2 Feb. 1982 at 理化学研究所)

- [6] M.A.Bosch, L.A.Coldren and E.Good; "Reactive Ion Beam Etching of InP with Cl_2 ", Appl.Phys.Lett., vol.38, No.4, pp.264-266 (15 Feb. 1981)
- [7] S.Matsui, T.Yamato, H.Aritome and S.Namba; "Fabrication of SiO_2 Blazed Holographic Gratings by Reactive Ion-Etching", Japanese J.Appl.Phys., vol.19, No.3, pp.L126-L128 (march 1980)
- [8] L.A.Coldren and J.A.Rentschler; "Directional Reactive-Ion-Etching of InP with Cl_2 Containing Gases", J.Vac.Sci.Technol., vol.19, No.2, pp.225-230 (July/August 1981)
- [9] E.L.Hu and R.E.Howard; "Reactive-Ion Etching of GaAs and InP Using $\text{CCl}_2\text{F}_2/\text{Ar}/\text{O}_2$ ", Appl.Phys.Lett., vol.37, No.11, pp.1022-1024 (Dec. 1980)
- [10] G.Smolinsky, R.P.Chang and T.M.Mayer; "Plasma Etching of III-V Compound Semiconductor Materials and their Oxides", J.Vac.Sci.Technol., vol.18, No.1, pp.12-16 (Jan./Feb. 1981)
- [11] L.A.Coldren, K.Iga, B.I.Miller and J.A.Rentschler; "GaInAsP/InP Stripe-Geometry Laser with a Reactive-Ion-Etched Facet", Appl.Phys.Lett., vol.37, No.8, pp.681-683 (15 Oct. 1980)
- [12] W.L.Bond; "Measurement of the Refractive Indices of Several Crystals", J.Appl.Phys., vol.36, No.5, pp.1674-1677 (May 1965)
- [13] 金原; "薄膜の基本技術", 第4章, pp.57-60, 東京大学出版会 (1976)
- [14] 麻蒔; "薄膜作成の基礎", 第8章, 第9章, pp.125-170, 日刊工業新聞社 (1977)

第4章 磁性薄膜における応力複屈折率

§.4-1 まえがき

G G G基板上に結晶成長したY I G単結晶膜を用いて光アイソレータを構成する場合、Y I GとG G Gの格子定数差によって生ずる複屈折は消光比劣化の原因となり、これを防ぐために、Y I G中にGdを添加し、膜と基板の格子定数を一致させる方法が提案されている。^[1] また、磁性薄膜に不純物を添加することによって生ずる複屈折が、薄膜を伝搬するTEモードとTMモード間の伝搬定数差を減少させ、大きな磁気光学モード変換を生じる原因になっていることが明らかにされている。^{[2]-[4]}

本章で、磁性薄膜に生ずる応力複屈折の機構を明らかにする。すなわち、室温における膜と基板の格子定数差により発生する応力が、光弾性効果によって薄膜中に複屈折率を生んでいることを、測定と理論解析から明らかにする。

以下では、まず、液相成長法によってG G G基板上に成長したY I G薄膜、ならびにBi置換Y I G薄膜(以後、Bi: Y I Gと記す)における磁気光学効果によるモード変換率の測定から、薄膜の複屈折率を求める。次いで、バイメタルモデルに基づいた応力解析によって、膜に発生する応力、複屈折率の理論値を求め、測定値とよく一致することを示す。さらに、磁性薄膜の膜厚を適当に選べば、Bi: Y I G薄膜を伝搬するTE₀、TM₀モード間の位相整合を計ることができるとを示す。

§.4-2 磁性薄膜におけるモード変換率、複屈折率の測定

液相成長法によってG G G基板上に結晶成長したY I G、およびBi: Y I G薄膜のTE-TMモード変換率測定について述べる。複屈折率は、モード変換率の伝搬距離に対する変化から求められる。

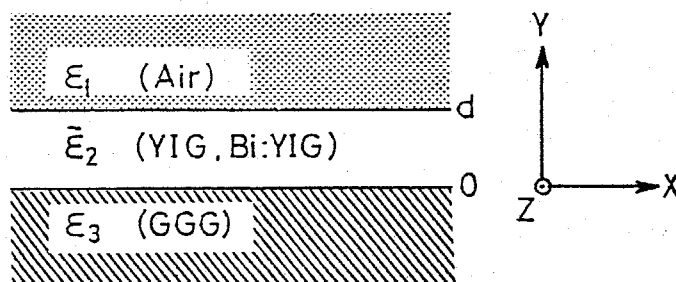


図4-1 磁気異方性媒質を含むスラブ導波路

4-2-1 モード変換の理論的取扱い

磁性薄膜のような異方性媒質を含む導波路を伝搬する光のモード変換現象は、摂動法を用いて取扱うことができ、§2-3においてこれを示した。ここでは、図4-1に示すような3層スラブ導波路を伝搬するTE-TMモード変換を考える。但し、媒質はすべて無損失と仮定し、導波路中の異方性としては導波層にのみ光学磁気異方性を考え、さらに光の伝搬方向(z方向)と平行に外部磁界を印加する。この場合、導波層の比誘電率は次のテンソルで表わされる。

$$\tilde{\epsilon}_2 = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy}^* & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

この導波路にTE₀モードが入射した場合、距離 l だけ伝搬すると、次式で表わされる変換率 F でTM₀モードに変換される。

$$F \equiv \frac{P_{(l)}^{TM}}{P_{(0)}^{TE}} = \frac{1}{1 + \frac{(\beta_e - \beta_m)^2}{4|N_{em}|^2}} \sin^2 \sqrt{\frac{(\beta_e - \beta_m)^2}{4} + |N_{em}|^2} \cdot l \quad (4.2)$$

ここで、 $P_{(0)}^{TE}$ 、 $P_{(l)}^{TM}$ は、入射TE₀モードおよび $z=l$ におけるTM₀モードの電力を意味する^(*)。また、 β_e 、 β_m はそれぞれTE₀、TM₀モードの伝搬定数である。 N_{em} は、TE₀モードの電界 x 成分分布関数 $E_x^e(y)$ とTM₀モードの電界 y 成分分布関数 $E_y^m(y)$ を用いて、次式により求まる変換係数である。

(*) $z=0$ が入射位置とする。

$$N_{em} = \omega \epsilon_0 \int_0^d \epsilon_{xy}^* E_x^e(y) E_y^{m*} dy \quad (4.3)$$

ただし、ここでいう TE_0 , TM_0 モードとは、(4.1)の比誘電率テンソルで非対角項要素を零とおいた基本系を伝搬する TE_0 , TM_0 モードを意味し、 E_x^e , E_y^m は各モードの x 方向単位幅当りの伝送電力が 1 となるように振幅を規格化する。

式(4.2)から明らかなように、モード変換率は伝搬距離に対し \sin^2 で変化し、その振幅、周期はモード間の伝搬定数差と変換係数で決まる。

尚、各モードの伝搬定数は導波路の屈折率分布によって大きく変化するため、複屈折率は両モードの伝搬定数差 $\beta_e - \beta_m$ に対して支配的な影響をもつ。一方、変換係数 N_{em} の変化に対しては、光学磁気異方性の大きさ $|\epsilon_{xy}|$ が支配的である。

4-2-2 モード変換率測定法

図4-1に示すような光学磁気異方性をもつスラブ導波路における $TE-TM$ モード変換率の測定は、§3-4で述べた人工異方性導波路におけるモード変換率測定と同じ方法で行うことができる。ルチルプリズム結合器によってスラブ導波路に入射した TE_0 モードが、伝搬方向と平行に印加した磁界により生成される光学磁気異方性によって TM_0 モードへ変換され、 TE_0 モードの出力強度の減少分を測定することでモード変換率が求められる。すなわち、印加磁界が零と $H(0e)$ の場合の TE_0 モード出力強度 P_0^{TE} , P_H^{TE} を測定することによって、次式からモード変換率 F が求まる⁽⁴⁾。

$$F = \frac{P_0^{TE} - P_H^{TE}}{P_0^{TE}} \quad (4.4)$$

外部磁界は、試料の測定範囲に一様に加わっており、伝搬距離 l は入出力プリズム間の距離に等しい。また、測定波長は $1.152 \mu m$ である。

(4) TE_0 モードと TM_0 モードの伝搬損が等しいと仮定。

4-2-3 測定結果

液相成長法によって $\{111\}$ $Gd_3Ga_5O_{12}$ 基板 (GGG 基板) 上に結晶成長した $Y_3Fe_5O_{12}$ (YIG) 単結晶薄膜 (試料1) におけるモード変換率の測定結果を図4-2に示す。印加磁界 H に対しモード変換率をプロットしている。伝搬距離は、 3.25 mm である。この図より、モード変換量は印加磁界 50 (Oe) 以上で飽和することがわかる。

また、同じ試料に対し、伝搬距離を変えて測定したモード変換率を図4-3に白丸でプロットして示す。印加磁界の大きさは $H = 125$ (Oe) である。プリズム結合法による $TE_0 \sim TE_4$ モードの伝搬定数の測定から、薄膜の膜厚 d と TE モードに対する屈折率 $n_{TE} = \sqrt{\epsilon_{xx}}$ を求め、^[5] 図中にそれぞれ d , n として記してある。GGGの屈折率は 1.945 である。

モード変換率の測定結果 (図4-3) から、薄膜の複屈折率を次のようにして求める。まず、膜面内で伝搬方向を変えても TE モードの伝搬定数およびモ

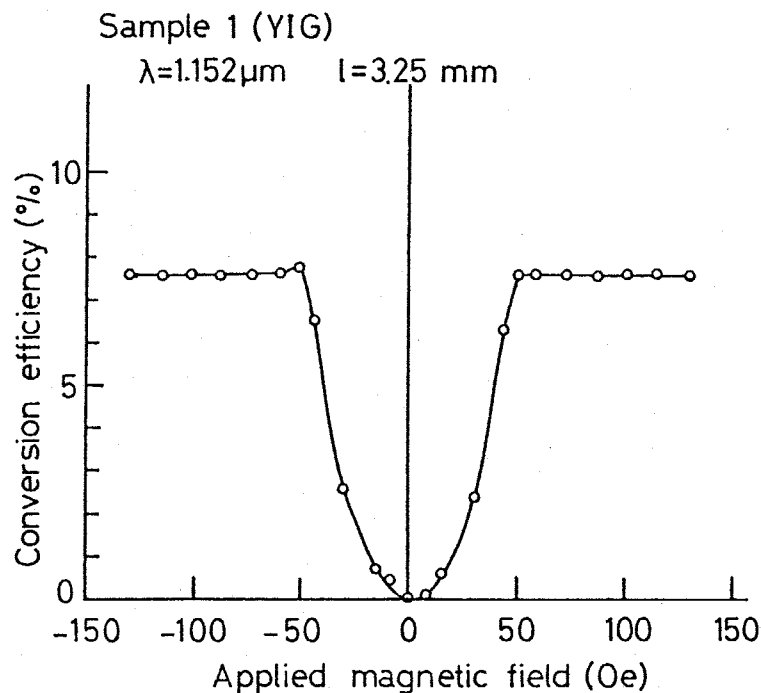


図4-2 印加磁界に対するモード変換率。

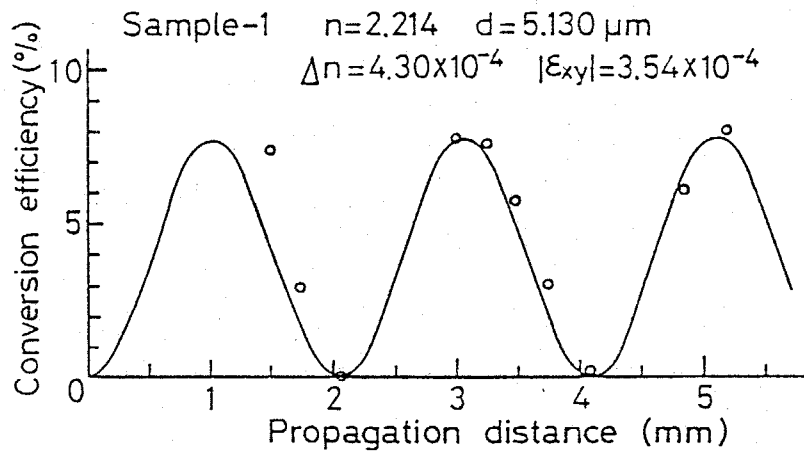


図4-3 伝搬距離に対するモード変換率測定結果。

モード変換率の伝搬距離依存性が変わらないことから、式(4.1)で表わされる薄膜のテンソル誘電率で、

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = n_{TE}^2 \quad (4.5)$$

と考える。次に、 ϵ_{yy} 、 ϵ_{xy} の値を変化させ、基本系固有モードである TE_0 、 TM_0 モードの伝搬定数 β_e 、 β_m 、およびモード変換係数 N_{em} を求め、式(4.2)によって計算されるモード変換率の距離依存性が測定値とできるだけ一致するように ϵ_{yy} 、 ϵ_{xy} を決める。このときの ϵ_{yy} から、複屈折率 Δn は次式で定義される。

$$\Delta n \equiv n_x - n_y = \sqrt{\epsilon_{xx}} - \sqrt{\epsilon_{yy}} \quad (4.6)$$

このようにして求めた Δn と $|\epsilon_{xy}|$ を図4-3の図中に、また、そのときのモード変換率の伝搬距離に対する変化の計算値を実線で示す。尚、GGG基板は光学的に等方性であると仮定したが、この仮定は次節で述べる理由により妥当であると考えられる。

次に、同じGGG基板上に結晶成長した B_i 置換YIG薄膜のモード変換率測定結果、および、これから求まる薄膜の複屈折率についてふれる。

図4-4に、 B_i :YIG (試料2)の印加磁界の大きさに対するモード変換率の測定結果を示す。伝搬距離 l は、3.60 mmと4.10 mmである。

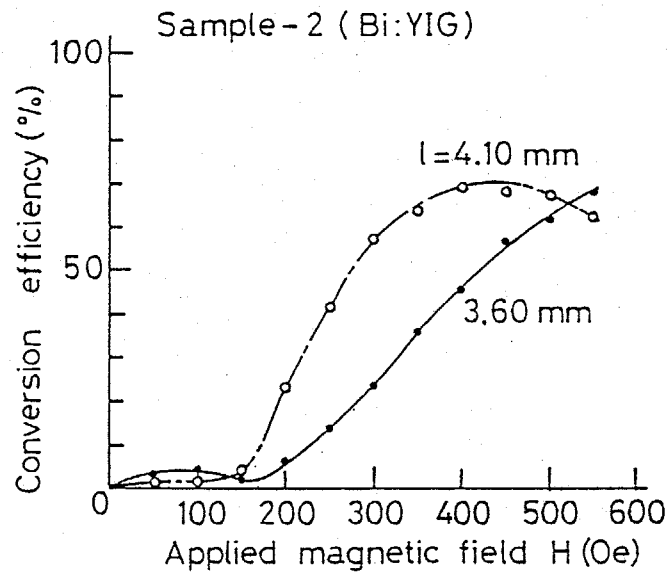


図4-4 印加磁界の大きさに対するモード変換率の変化。

$l = 3.60 \text{ mm}$ における測定結果から明らかのように、Bi:YIGはYIGと異なり、 $H = 550 \text{ (Oe)}$ でもモード変換率が飽和していない。これは、Bi置換によって、膜と基板の境界面に垂直な方向に磁化容易軸が生じたためと考えられる。尚、 $l = 4.10 \text{ mm}$ の場合に磁界の強い部分で変換率が減少しているのは、式(4.2)で表わされるモード変換率の伝搬距離依存性の影響である。つまり、印加磁界強度の増加とともに、 $|\varepsilon_{xy}| (|N_{em}|)$ が増加しても、 l の選び方によっては変換率が減少し得る。

図4-5に、2つのBi:YIG薄膜(試料2,3)に対するモード変換率の伝搬距離依存性測定結果を示す。図(a),(b)は同一試料で印加磁界の大きさが、 125 (Oe) と 550 (Oe) の場合である。モード変換率は印加磁界 550 (Oe) でも飽和しないことが、図4-4の測定結果からわかっているが、図(a),(b)より求まる薄膜の複屈折率 Δn は、

$$\Delta n = -2.13 \times 10^{-3} \quad : \quad H = 125 \text{ (Oe)}$$

$$\Delta n = -2.10 \times 10^{-3} \quad : \quad H = 550 \text{ (Oe)}$$

でほとんど一致している。したがって、磁界印加による複屈折率への影響は、

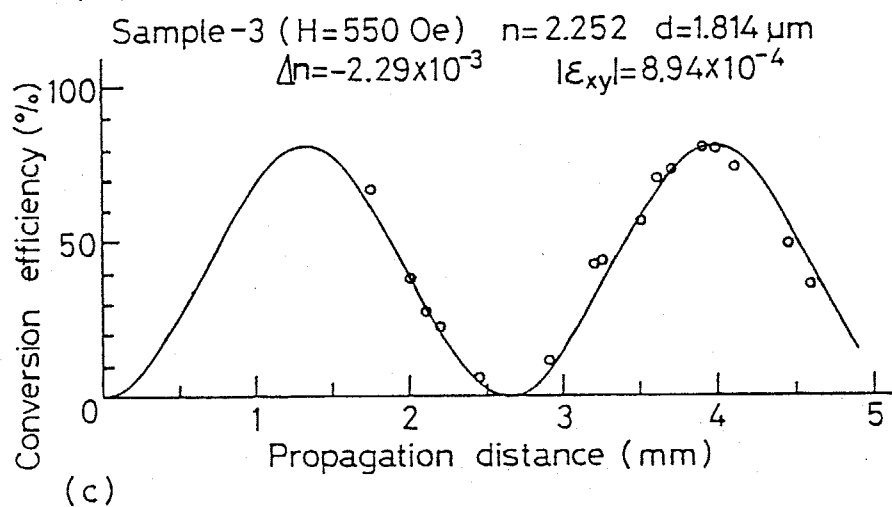
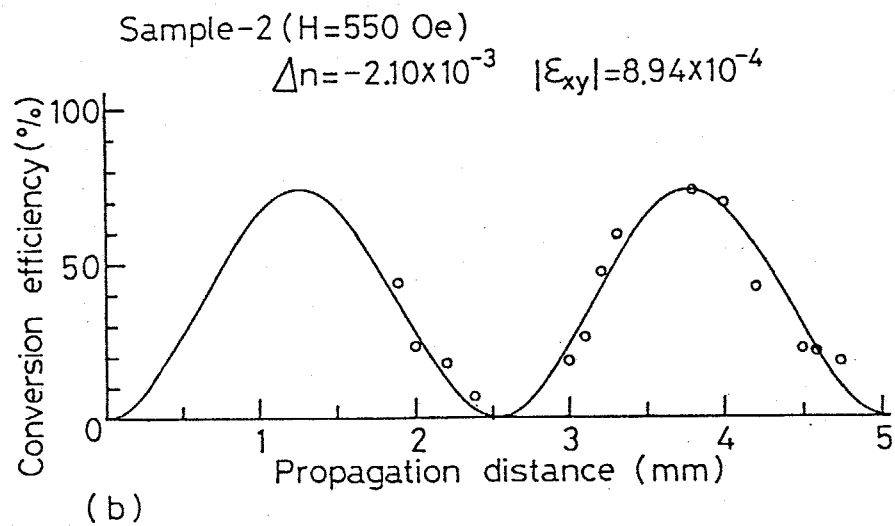
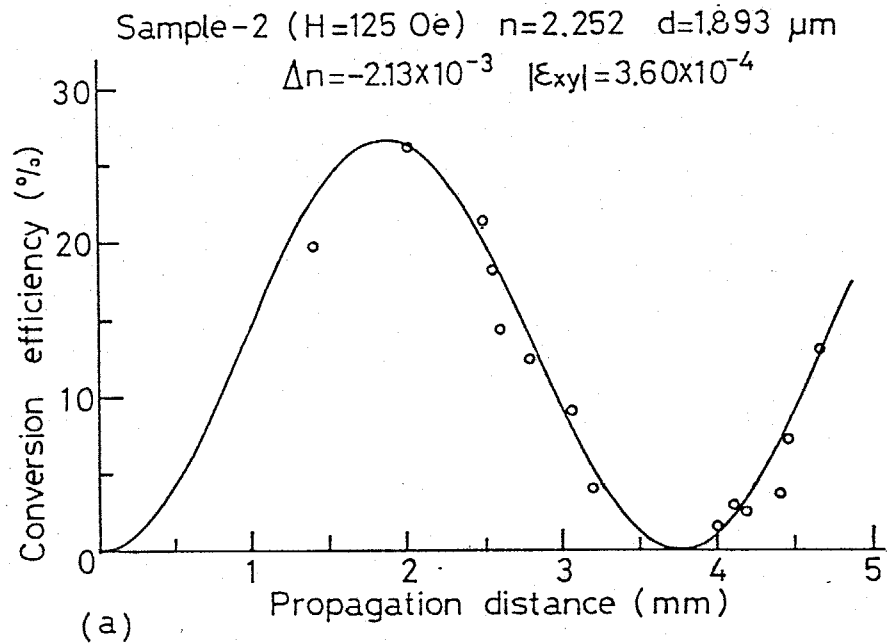


図4-5 伝搬距離に対するモード変換率測定結果

ここでは考えない。同図(c)は、試料3のBi:YIG薄膜に対する測定結果であるが、いずれの場合もBi:YIG薄膜の複屈折率はYIGの複屈折率とは符号が異なり、その絶対値も大きくなっていることに注目したい。

さて、図4-5(b)より求めた複屈折率 Δn を用いて、図4-4のモード変換率測定結果からBi:YIG薄膜の光学磁気異方性 $|E_{xy}|$ を求め、図4-6に印加磁界強度に対しプロットした結果を示す。磁界強度を増加するにつれて、 $|E_{xy}|$ も増加し、光学磁気異方性がまだ飽和に達していない様子がわかる。薄膜という形状にもかかわらず、面内方向に磁化をそろえるのにこのように大きな印加磁界を必要とするのは、磁化容易軸が膜と基板の境界に垂直な方向に向いているためと考えられる。すなわち、この方向に一軸磁気異方性^(†)をもっている。この磁気異方性発生の機構としては、

(a) 成長誘導異方性 (growth induced anisotropy)

(b) 応力誘導異方性 (stress induced anisotropy)

が考えられる。特に(b)の機構については、後で述べるようにBi置換によって薄膜と基板の格子定数差が増加し、薄膜中に大きな応力が発生するため、応力誘導磁気異方性は大きいと考えられる。種々のガーネット薄膜について、磁気異方性の定量的考察がなされている。^{[6]-[9]}

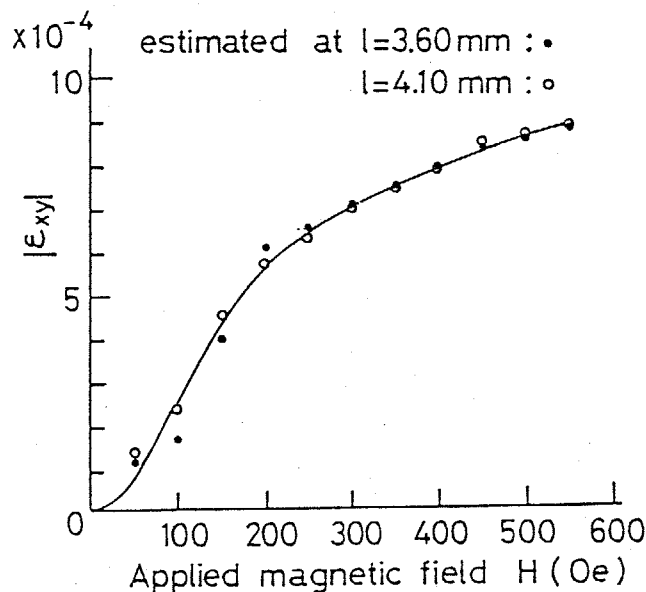


図4-6 印加磁界強度による $|E_{xy}|$ の変化。

(†)ここでいう磁気異方性 (magnetic anisotropy) は、光学磁気異方性 (magneto-optic anisotropy) とは異なる。

§.4-3 応力複屈折率の理論的検討

YIG単結晶は立方晶に属し、バルク状態で応力がかかっているなければ複屈折率を示さない。§.4-2で測定されたYIGおよびBi:YIG薄膜の複屈折率は、室温における薄膜結晶と基板結晶の格子定数差によって生ずる応力が原因と考えられる。本節で、格子定数差によって生ずる応力を求め、光弾性効果による複屈折率を計算する。

4-3-1 応力分布

前節で測定した磁性薄膜試料は、いずれも直径1インチ、厚さ $400\mu\text{m}$ の基板上に結晶成長させたもので、厚さに比べて十分横方向の広がり大きい。このような形状と、応力が室温における膜と基板の結晶格子定数差によって生じていることを仮定すると、Timoshenkoによってなされたバイメタル解析^[10]を適用して応力分布を解析的に求めることができる。このような応力解析は、F.K.Reinhartらによって $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ 2層構造に適用されており^[11]、試料の端部以外ではこの解析を用いることが妥当であることが示されている。本章で考察する試料は、基板の表裏両面に単結晶膜が成長しているため、YIG/GGG/YIG 3層構造で考える必要がある。この解析は、2層構造での解析法をそのまま拡張して行うことができる。

解析モデルを図4-7に示す。膜と基板の境界面に垂直な方向に x 軸をとり、これと直交する座標軸を x_2, x_3 とする。薄膜の膜厚は $2d_1, 2d_3$ 、GGG基板の厚さは $2d_2$ である。

立方晶の場合、熱膨張係数 α は等方的である。したがって、単位幅当りの力 P 、および曲げモーメント M は、 x_2, x_3 軸方向で等しく、

$$P_2^i = P_3^i \equiv P_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (4.7)$$

$$M_2^i = M_3^i \equiv M_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (4.8)$$

また、試料は端部以外は球殻状に曲がり、その曲率半径を ρ とすると、

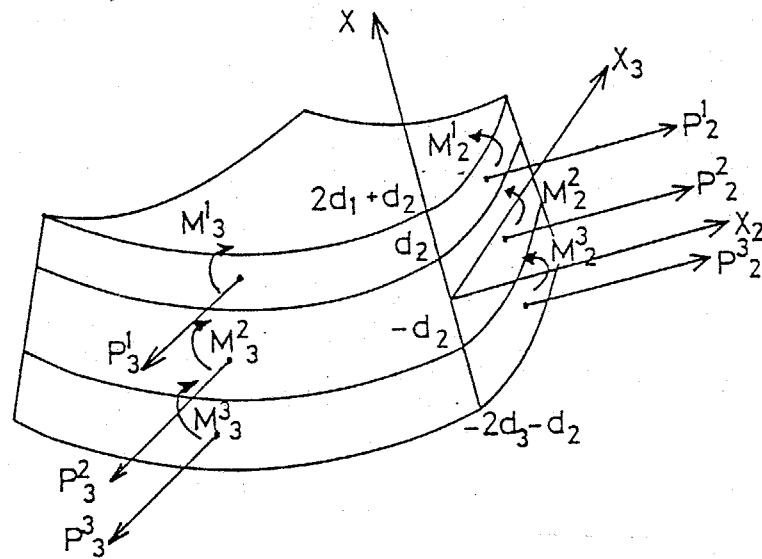


図4-7 応力解析モデル

$$\rho \gg 2(d_1 + d_2 + d_3) \quad (4.9)$$

と仮定できる。

端部より十分離れた任意断面において、力とモーメントの釣合いの条件は、次のようになる。

$$\sum_{i=1}^3 P_i = 0 \quad (4.10)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_i = P_1(d_1 + d_2) - P_3(d_2 + d_3) \quad (4.11)$$

ここで、発生する応力は X_2 , X_3 軸方向で等しいので、この方向の各層のコンプライアンスを S_i ($i=1, 2, 3$) とすると、曲げモーメントは次式で与えられる。

$$M_i \approx \frac{2d_i^3}{3\rho S_i} \quad (i=1, 2, 3) \quad (4.12)$$

但し、 $\rho \gg d_1, d_2, d_3$ なる近似を用いている。

次に、実際に膜と基板の結晶格子定数が一致する温度と室温の差を ΔT とし、各層の熱膨張係数を α_i とする。第一層と第三層は同一の結晶であるから、

$$\alpha_1 = \alpha_2 \equiv \alpha$$

(4.13)

$$S_1 = S_2 \equiv S$$

であり、各層の境界面における単位長さ当りの伸縮を考えると、2つの境界で次の関係式が成り立つ

$$(\alpha - \alpha_2) \Delta T = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{d_1} P_1 - \frac{S_2}{d_2} P_2 \right) + \frac{1}{\rho} (d_1 + d_2) \quad (4.14)$$

$$(\alpha - \alpha_2) \Delta T = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{d_3} P_3 - \frac{S_2}{d_2} P_2 \right) - \frac{1}{\rho} (d_2 + d_3) \quad (4.15)$$

式(4.10) ~ (4.15)を用いると、 ρ , P_1 , P_2 , P_3 は $(\alpha - \alpha_2) \Delta T$, および d_1 , S , S_2 で表わすことができる。すなわち、

$$\frac{P_1}{2} D = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \frac{S}{d_3} - \frac{1}{\rho} \left\{ (d_1 + d_2) \left(\frac{S}{d_3} + \frac{S_2}{d_2} \right) + (d_3 + d_2) \frac{S_2}{d_2} \right\} \quad (4.16.a)$$

$$\frac{P_3}{2} D = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \frac{S}{d_1} + \frac{1}{\rho} \left\{ (d_3 + d_2) \left(\frac{S}{d_1} + \frac{S_2}{d_2} \right) + (d_1 + d_2) \frac{S_2}{d_2} \right\} \quad (4.16.b)$$

$$P_2 = - (P_1 + P_3) \quad (4.16.c)$$

$$\frac{1}{\rho} A = (\alpha - \alpha_2) \Delta T (B - C) \quad (4.16.d)$$

ここで、 $A = \frac{1}{3} \left(\frac{d_1^3 + d_3^3}{S} + \frac{d_2^3}{S_2} \right) D + 2(d_1 + d_2)(d_2 + d_3) \frac{S_2}{d_2}$

$$+ (d_1 + d_2)^2 \left(\frac{S}{d_3} + \frac{S_2}{d_2} \right) + (d_3 + d_2)^2 \left(\frac{S}{d_1} + \frac{S_2}{d_2} \right)$$

$$B = (d_1 + d_2) \left(\frac{S}{d_3} + \frac{S_2}{d_2} \right) + (d_3 + d_2) \frac{S_2}{d_2}$$

$$C = (d_3 + d_2) \left(\frac{S}{d_1} + \frac{S_2}{d_2} \right) + (d_1 + d_2) \frac{S_2}{d_2}$$

$$D = \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_3} \right) \frac{S S_2}{d_2} + \frac{S^2}{d_1 d_3}$$

(4.17)

第一層における x_2 方向 (あるいは x_3 方向) の応力 σ_1 は、伸張力を正の方向とすると、

$$\sigma_1 = \frac{1}{S} \left(\frac{P_1 S}{2d_1} - \frac{\chi - d_1 - d_2}{\rho} \right) \quad (4.18)$$

となる。右辺括弧中の第一項が P_1 による伸びを表わし、第二項は曲がりによる伸縮を表わす。同様にして、第二層、第三層についても応力は次式で表わされる。

$$\sigma_2 = \frac{1}{S_2} \left(\frac{P_2 S_2}{2d_2} - \frac{\chi}{\rho} \right) \quad (4.19)$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{S} \left(\frac{P_3 S}{2d_3} - \frac{\chi + d_2 + d_3}{\rho} \right) \quad (4.20)$$

さらにこれは、式(4.16)を用いれば次のように書き直せる。

$$\sigma_1 = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \left\{ \frac{S}{Dd_1} \left(\frac{1}{d_3} - \frac{BE}{A} \right) - \frac{E}{A} (\chi - d_1 - d_2) \right\} \quad (4.21.a)$$

$$\sigma_2 = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \left\{ -\frac{S}{Dd_2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_3} + \frac{E}{A} (C-B) \right) - \frac{ES}{AS_2} \chi \right\} \quad (4.21.b)$$

$$\sigma_3 = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \left\{ \frac{S}{Dd_3} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{CE}{A} \right) - \frac{E}{A} (\chi + d_2 + d_3) \right\} \quad (4.21.c)$$

A, B, C, D は式(4.17)で与えられる定数であり、 E は次式で与えられる。

$$E = \frac{d_1 + d_2}{d_3} - \frac{d_3 + d_2}{d_1} \quad (4.22)$$

ここで、(4.21.a), (4.21.b) を次のように書き表わすとする。

$$\sigma_1 = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \left\{ C_{11} - C_{12} (\chi - d_1 - d_2) \right\} \quad (4.23.a)$$

$$\sigma_2 = (\alpha - \alpha_2) \Delta T \left\{ C_{22} - C_{12} \frac{S}{S_2} \chi \right\} \quad (4.23.b)$$

$$C_{11} = \frac{S}{Dd_1} \left(\frac{1}{d_3} - \frac{BE}{A} \right), \quad C_{12} = \frac{E}{A}$$

$$C_{22} = -\frac{S}{Dd_2} \left\{ \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_3} + \frac{E}{A} (C-B) \right\}$$

C_{11}, C_{12}, C_{22} は、いずれもコンプライアンス S, S_2 と膜厚 d_i ($i=1, 2, 3$) で決

まる定数である。

これで、各層の x 方向応力分布が計算できるわけであるが、膜と基板の結晶格子定数が実際に一致する温度と室温の差 ΔT が未知である。そこで、次のようにして $(\alpha - \alpha_2) \Delta T$ を推定する。室温における膜、基板の格子定数をそれぞれ a_f, a_s とすると、第一層と第二層の境界 $x = d_2$ において次式が成立するはずである。

$$a_f \cdot (1 + S \cdot \sigma_1(x=d_2)) = a_s \cdot (1 + S_2 \cdot \sigma_2(x=d_2)) \quad (4.24)$$

したがって、(4.23), (4.24)式より、

$$(\alpha - \alpha_2) \Delta T = \frac{a_s - a_f}{(C_{11} + C_{12} d_1) S \cdot a_f + (C_{12} d_2 S - C_{22} S_2) a_s} \quad (4.25)$$

となる。結局、室温における膜と基板の格子定数を測定することによって、式(4.25)から $(\alpha - \alpha_2) \Delta T$ が求まり、式(4.21)によって各層の応力分布が決定される。

4-3-2 弾性定数

応力および応力複屈折率を求めるためには、結晶のコンプライアンスと光弾性係数が必要である。これらの弾性定数はいずれも4階のテンソルで表わされ、それぞれ $[S_{klmn}]$, $[P_{klmn}]$ と表示される。

YIG, GGGは、ともに立方晶系に属し、結晶族は $m\bar{3}m$ に分類される。このような結晶系に対して、各弾性定数テンソルは、結晶 $\langle 100 \rangle$ 軸方向にとった座標系で表示されている。これに対し、本章で考察する試料は、試料面すなわち膜と基板の境界に平行な面が $\{111\}$ 面であるため、これと垂直な結晶 $[111]$ 軸方向が座標軸の一つに一致するように弾性定数テンソルの座標変換を行う必要がある。

元の座標軸⁽¹⁾ x_k に関する新座標軸 x'_i の方向余弦を a_{ik} とすると、新座標系における弾性定数テンソル $[S'_{ijrs}]$, $[P'_{ijrs}]$ の成分は次式で求まる。

(1) 結晶 $\langle 100 \rangle$ 軸方向にとった座標系。

$$S'_{ijrs} = \sum_k \sum_l \sum_m \sum_n a_{ik} a_{jl} a_{rm} a_{sn} S_{klemn} \quad (4.26.a)$$

$$P'_{ijrs} = \sum_k \sum_l \sum_m \sum_n a_{ik} a_{jl} a_{rm} a_{sn} P_{klemn} \quad (4.26.b)$$

$$(k, l, m, n = 1, 2, 3)$$

$m3m$ 結晶族の結晶構造の対称性から、各弾性定数テンソル成分は、次の3個の非零成分で表わされる。^[12]

$$(S_{11}, S_{12}, S_{44})$$

$$(P_{11}, P_{12}, P_{44})$$

但し、ここで S_{ij} は4階テンソル表示 S_{klemn} に対するマトリクス表示と呼ばれる略記法であり、次の関係がある。^[12]

$$\left\{ \begin{array}{l} S'_{ijrs} = S_{mn} \quad : \quad m \text{ and } n = 1, 2, 3 \\ 2 S'_{ijrs} = S_{mn} \quad : \quad m \text{ or } n = 4, 5, 6 \\ 4 S'_{ijrs} = S_{mn} \quad : \quad m \text{ and } n = 4, 5, 6 \\ P'_{ijrs} = P_{mn} \quad : \quad \text{for all } m \text{ and } n \end{array} \right. \quad (4.27)$$

したがって、結晶 $[111]$ 軸方向に新座標軸 α'_1 をとり、互いに直交する方向に他の座標軸 α'_2, α'_3 をとった場合、弾性定数テンソルは旧座標系におけるテンソル成分によって、次のように表わされる。^(†)

$$S'_{1111} = \frac{1}{3} (S_{11} + 2S_{12} + S_{44}) \quad (4.28.a)$$

$$S'_{2222} = S'_{3333} = \frac{1}{4} (2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}) \quad (4.28.b)$$

$$S'_{1122} = S'_{1133} = \frac{1}{6} (2S_{11} + 4S_{12} - S_{44}) \quad (4.28.c)$$

$$S'_{2233} = \frac{1}{12} (2S_{11} + 10S_{12} - S_{44}) \quad (4.28.d)$$

さらに、次式が成立する。(付録C)

$$S'_{1112} = S'_{1113} = S'_{1123} = 0 \quad (4.29)$$

$$S'_{2213} + S'_{3313} = S'_{2212} + S'_{3312} = 0 \quad (4.30)$$

$$S'_{iijj} = 0 \quad (i \text{ and } j \neq 1) \quad (4.31)$$

(†) α'_2, α'_3 軸は α'_1 軸に直交し、 α'_2, α'_3 軸どうしも互いに直交するという条件を満足すれば、以下の関係式が一般に成り立つことが証明される(付録C)。

$$S'_{ijrs} = S'_{rsij} \quad (\text{テンソルの対称性}) \quad (4.32)$$

$$S'_{ijrs} = S'_{jirs} \quad (4.33)$$

また、光弾性係数については、式(4.28)~(4.33)で旧座標系における成分を、

$$S_{11} \rightarrow P_{11}, \quad S_{12} \rightarrow P_{12}, \quad S_{44} \rightarrow 4P_{44}$$

として、同様の関係式が成り立つ。

ここで、 α'_1 軸と垂直な方向のコンプライアンス S を求める。 α'_2, α'_3 方向に等しい応力が加わるので、

$$S = S'_{2222} + S'_{2233} = \frac{1}{6} (4S_{11} + 8S_{12} + S_{44}) \quad (4.34)$$

となる。

YIG, GGGの弾性定数は、表面弾性波速度の測定よりスティフネス $[C_{ij}] = [S_{ij}]^{-1}$ の値が求まっており^[13]、これから S_{11}, S_{12}, S_{44} の値を知ることが出来る。表4-1に、YIGとGGGの弾性定数と、 α'_1 軸に垂直な方向のコンプライアンス S を示す。

表4-1 YIG, GGGの弾性定数^[13]

	YIG	GGG
Stiffness c_{11}	2.690×10^{12}	2.858×10^{12}
(dyn/cm^2) c_{12}	1.077×10^{12}	1.150×10^{12}
c_{44}	0.764×10^{12}	0.903×10^{12}
Compliance s_{11}	0.482×10^{-12}	0.455×10^{-12}
s_{12}	-0.138×10^{-12}	-0.131×10^{-12}
(cm^2/dyn) s_{44}	1.309×10^{-12}	1.107×10^{-12}
S	3.558×10^{-13}	3.138×10^{-13}

4-3-3 応力複屈折率

結晶の屈折率は屈折率楕円体 (Indicatrix) によって記述される。すなわち、

$$B_{ij} \equiv \epsilon_0 \frac{\partial E_i}{\partial D_j}$$

なる係数で決まる楕円体

$$\sum_i \sum_j B_{ij} \chi_i \chi_j = 1$$

である。したがって、屈折率の微小な変化は B_{ij} の微小な変化より求めることができ、形状のひずみ $[\epsilon_{kl}]$ と磁化 $[m_k]$ によって生ずる屈折率変化は次式より求めることができる。

$$\Delta B_{ij} = B_{ij} - B_{ij}^0 = \sum_k \sum_l (P_{ijkl} \epsilon_{kl} + P_{ijkl} m_k m_l) \quad (4.35)$$

ここで、本章で考察する試料については、右辺第二項の磁化による屈折率変化は第一項の応力複屈折率に比べて小さいので、^[14] 第二項を無視する^{*)}。さらに、ひずみはコンプライアンスによって応力 $[\sigma_{mn}]$ と次のように関係づけられる。

$$\epsilon_{kl} = \sum_m \sum_n S_{klmn} \sigma_{mn} \quad (4.36)$$

したがって、式(4.35)は B_{ij}^0 を無応力状態として、

$$\begin{aligned} \Delta B_{ij} &= \sum_k \sum_l P_{ijkl} \epsilon_{kl} \\ &= \sum_k \sum_l P_{ijkl} \left(\sum_m \sum_n S_{klmn} \sigma_{mn} \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

となる。

座標軸 χ'_i 方向の屈折率変化は、式(4.37)より次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta B_{ii} &= P'_{i11} \epsilon'_{11} + P'_{i22} \epsilon'_{22} + P'_{i33} \epsilon'_{33} \\ &\quad + P'_{i12} (\epsilon'_{12} + \epsilon'_{21}) + P'_{i13} (\epsilon'_{13} + \epsilon'_{31}) + P'_{i23} (\epsilon'_{23} + \epsilon'_{32}) \end{aligned} \quad (i=1, 2, 3) \quad (4.38)$$

*) 実際、応力複屈折率は $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 程度、磁化による複屈折率は 10^{-5} 程度である。

ここで、式(4.33)の $P_{ijrs} = P_{rsij}$ を用いている。さらに、ひずみテンソルの対称性^[10] $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ を用いると、式(4.38)は次のようになる。

$$\Delta B_{ii} = P'_{i11} \varepsilon'_{11} + P'_{i22} \varepsilon'_{22} + P'_{i33} \varepsilon'_{33} + 2(P'_{i12} \varepsilon'_{12} + P'_{i13} \varepsilon'_{13} + P'_{i23} \varepsilon'_{23}) \quad (4.39)$$

尚、 $i=1$ の場合、式(4.29)の $P_{1112} = P_{1113} = P_{1123} = 0$ を用いると、

$$\Delta B_{11} = P'_{111} \varepsilon'_{11} + P'_{122} \varepsilon'_{22} + P'_{133} \varepsilon'_{33} \quad (4.40)$$

となる。

ここで、次の二つの場合について考える。

- (1) α'_1 方向(結晶[111]軸方向)のみに応力 σ が加わった場合。
- (2) α'_2, α'_3 方向に等しい応力 σ が加わった場合。

(1) α'_1 方向のみに応力 σ が加わった場合。

式(4.36)より、ひずみ成分は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{11} &= S'_{1111} \sigma \\ \varepsilon'_{22} &= S'_{2211} \sigma = S'_{3311} \sigma = \varepsilon'_{33} && \text{(式(4.28.c)より)} \\ \varepsilon'_{23} &= \varepsilon'_{13} = \varepsilon'_{12} = 0 && \text{(式(4.29)より)} \end{aligned} \right\} (4.41)$$

したがって式(4.40)より、

$$\begin{aligned} \Delta B_{11} &= (P'_{1111} S'_{1111} + P'_{1122} S'_{2211} + P'_{1133} S'_{3311}) \sigma \\ &= (P'_{1111} S'_{1111} + 2P'_{1122} S'_{2211}) \sigma \end{aligned} \quad (4.42.a)$$

また、式(4.39)より、

$$\Delta B_{22} = \{ P'_{2211} S'_{1111} + (P'_{2222} + P'_{2233}) S'_{2211} \} \sigma \quad (4.42.b)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta B_{33} &= \{ P'_{3311} S'_{1111} + (P'_{3322} + P'_{3333}) S'_{2211} \} \sigma \\
 &= \{ P'_{2211} S'_{1111} + (P'_{2233} + P'_{2222}) S'_{2211} \} \sigma \quad (\text{式(4.28)より}) \\
 &= \Delta B_{22} \quad (4.42.c)
 \end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta B_{11} - \Delta B_{22}}{\sigma} &= (P'_{1111} - P'_{2211}) S'_{1111} \\
 &\quad + (2P'_{1122} - P'_{2222} - P'_{2233}) S'_{2211} \quad (4.43)
 \end{aligned}$$

左辺は次のようになる。

$$\frac{\Delta B_{11} - \Delta B_{22}}{\sigma} = \left(\frac{1}{n_{\parallel}^2} - \frac{1}{n_{\perp}^2} \right) \frac{1}{\sigma} \simeq \frac{-2\Delta n}{n_0^3 \sigma}$$

但し, n_{\parallel} , n_{\perp} は応力と平行もしくは垂直な方向の屈折率を表わし, n_0 は無応力時の屈折率である。また,

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} \quad (4.44)$$

は応力複屈折率である。

一方, 式(4.43)の右辺は, $[P]$ に対する式(4.28)を用いて,

$$\begin{aligned}
 P'_{1111} - P'_{2211} &= \frac{1}{3} (P_{11} + 2P_{12} + 4P_{44}) - \frac{1}{6} (2P_{11} + 4P_{12} - 4P_{44}) \\
 &= 2P_{44}
 \end{aligned}$$

$$2P'_{1122} - P'_{2222} - P'_{2233} = -2P_{44}$$

となるから, 式(4.43)は次のようになる。

$$\frac{-2\Delta n}{n_0^3 \sigma} = 2P_{44} (S'_{1111} - S'_{1122})$$

式(4.28)より,

$$S'_{1111} - S'_{1122} = \frac{1}{2} S_{44}$$

であるから、次式を得る。

$$\frac{-2\Delta n}{n_0^3 \sigma} = P_{44} S_{44} \quad (4.45)$$

ここで、単位応力あたりの複屈折率を K とおくと、これは次式で与えられる。

$$K \equiv \frac{\Delta n}{\sigma} = -\frac{n_0^3}{2} P_{44} S_{44} \quad (4.46)$$

全く同様に、

(2) x_2, x_3 方向に等しい応力 σ が加わった場合、

$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma$ であるが、ひずみ成分は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{11} &= (S'_{1122} + S'_{1133}) \sigma = 2 S'_{1122} \sigma \\ \varepsilon'_{22} &= \varepsilon'_{33} = (S'_{2222} + S'_{2233}) \sigma \\ \varepsilon'_{23} &= \varepsilon'_{13} = \varepsilon'_{12} \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

(式(4.30)より)

となり、

$$\Delta B_{11} = 2P'_{1111} S'_{1122} \sigma + 2P'_{1122} (S'_{2222} + S'_{2233}) \sigma \quad (4.48.a)$$

$$\Delta B_{22} = \Delta B_{33}$$

$$= 2P'_{2211} S'_{1122} \sigma + (P'_{2222} + P'_{2233})(S'_{2222} + S'_{2233}) \sigma \quad (4.48.b)$$

を得る。したがって、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B_{22} - \Delta B_{11}}{\sigma} &= 2(P'_{2211} - P'_{1111}) S'_{1122} \\ &\quad + (P'_{2222} + P'_{2233} - 2P'_{1122})(S'_{2222} + S'_{2233}) \\ &= 2P_{44}(-2S'_{1122} + S'_{2222} + S'_{2233}) \\ &= P_{44} S_{44} \end{aligned}$$

一方、式(4.44)で定義した Δn を用いて、

$$\frac{\Delta B_{22} - \Delta B_{11}}{\sigma} \approx -\frac{2\Delta n}{n_0^3 \sigma}$$

であるから、次の関係を得る。

$$K' \equiv \frac{\Delta n}{\sigma} = -\frac{n_0^3}{2} P_{44} S_{44} \quad (4.49)$$

式(4.46)と(4.49)を比較すると、(1)の場合と(2)の場合で単位応力当りの複屈折率は等しいことがわかる。^(†)

YIG, GGGについて、結晶[111]軸方向にのみ応力が加わった場合、 K の値が測定により求まっており、波長 $1.2\mu\text{m}$ において、いずれも

$$K = 3.0 \times 10^{-13} \text{ cm}^2/\text{dyn} \quad (4.50)$$

である。^(††)[15] しかも、これは波長分散が小さいため、波長 $1.152\mu\text{m}$ においてもこの値をそのまま用いることができる。

以上の議論から、本章において考察する結晶[111]軸に垂直な方向に、互いに等しい応力の加わった場合の応力複屈折率 Δn は、§.4-3-1で求まる応力 σ と、(4.50)の定数 K を用いて、式(4.49)より次のように計算されることがわかった。

$$\Delta n \equiv n_{\parallel} - n_{\perp} = K\sigma \quad (4.51)$$

また、 B_i : YIGに関して、コンプライアンスおよび定数 K のデータが得られていないが、YIGの弾性的性質を大きく変えるほど B_i が多く置換されていないので、YIGの弾性定数と等しいと考える。

表4-2 格子定数, 膜厚($2d_1, 2d_3$) 測定結果

Crystal	Lattice constant (Å)	$2d_1$ (μm)	$2d_3$ (μm)
YIG (sample 1)	12.376	5.130	2.650
Bi:YIG (sample 2)	12.416	1.893	2.246
Bi:YIG (sample 3)	12.420	1.814	1.936
GGG	12.383	—	—

(†) これは、 $m3m$ 立方晶の場合について、一般的に成立する。

(††) 文献[15]では、圧縮応力を正の方向と定義し、 $K = -3.0 \times 10^{-13} \text{ cm}^2/\text{dyn}$ を得ているが、本論文では、伸張応力を正の方向と定義しているため、符号が異なる。

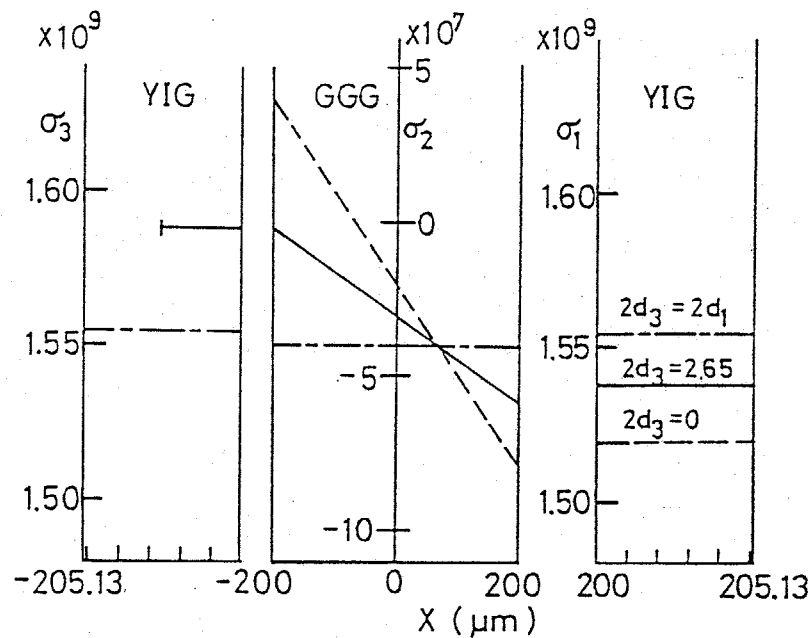


図4-8 応力分布 (試料1)

各結晶の格子定数は、X線回折によって測定する。表4-2に、§4-2で測定した試料の格子定数および膜厚の測定結果を示す。

試料1 (YIG) の膜と基板の境界面に垂直な方向 (X 方向) の応力分布を図4-8に示す。膜 (YIG) と基板 (GGG) で、縦軸、横軸のスケールが異なることに注意されたい。YIGの膜厚がGGG基板の厚さに比べ十分薄いため、YIG膜中の応力は X 方向でほとんど一定である。このことは、試料2と3についても同じである。したがって、薄膜中の複屈折率は膜厚方向で一定と考えてよい。さらに、GGG基板中の応力はYIGに比べ5%以下になっているため、基板は複屈折性をもたないとした§4-2の仮定は妥当であるといえる。尚、応力は膜と基板の境界面に平行な方向に働くため、式(4.51)で定義した Δn は、式(4.6)の複屈折率と同じである。

また、裏面の膜厚 $2d_3$ を、 $5.13\mu\text{m} (2d_1) \geq 2d_3 \geq 0$ の範囲で変化させても、薄膜中の応力変化は2.3%程度と小さいことが図4-8から明らかである。

表4-3に、各試料について式(4.51)から求まる応力複屈折率と、前節の測定値を示す。両者はよく一致していることがわかる。また、YIG薄膜とBi:YIG薄膜で複屈折率の符号が異なるのは、次の理由によると考えられる。Bi:YIGにおいて、イオン半径 r の大きい Bi^{3+} イオン($r=1.16\text{\AA}$)が Y^{3+} イオン($r=1.03\text{\AA}$)と置換されているため、Bi:YIGの格子定数はYIGより大きくなる。また、YIGとGGGの格子定数を比べるとYIGの方が小さいため、YIG薄膜中には伸張応力($\sigma > 0$)を生じ $\Delta n > 0$ となる。ところが、格子定数がGGGより大きくなったBi:YIGでは圧縮応力($\sigma < 0$)が働くため $\Delta n < 0$ となる。さらに、試料2と試料3では結晶成長温度が異なり、試料3の方が成長温度が低く、Bi置換量が多くなっているため、薄膜に生ずる複屈折率が大きくなっている。

表4-3で示されるように、本節で理論的に求めた応力複屈折率と前節の測定によって得られた複屈折率がよく一致することから、測定したYIG, Bi:YIGにおける複屈折率は、基板と膜の格子定数差によって生ずる応力複屈折率であると結論できる。

表4-3 複屈折率の測定値と計算値

Film	Measured	Calculated
YIG (Sample 1)	4.30×10^{-4}	4.61×10^{-4}
Bi:YIG (Sample 2)	-2.10×10^{-3}	-2.23×10^{-3}
Bi:YIG (Sample 3)	-2.29×10^{-3}	-2.49×10^{-3}

§4-4 応力複屈折率を用いた位相整合導波路と光アイソレータへの応用

膜厚 $2d_1$ による応力複屈折率の変化 (理論値) を図4-9に示す。但し、膜の格子定数は、 $a_f = 12.416 \text{ \AA}$ を仮定し、膜厚の中心、すなわち $x = d_1 + d_2$ における応力を用いて計算した。裏面の膜厚 $2d_3$ をパラメータとして変化させている。この図から、膜厚が $1.0 \sim 3.0 \text{ \mu m}$ の範囲で複屈折率はわずか 1.7% しか変化しないことがわかる。したがって、この範囲の薄膜を扱う場合には、応力複屈折率は膜厚によらずほぼ一定であると考えてよい。但し、厚さ 400 \mu m のGGG基板を仮定している。

次に、GGG基板上に成長したBi:YIG薄膜を用いて位相整合導波路が得られることを示す。3層スラブ導波路 (図4-1) で、膜厚をしだいに厚くすると、導波TE, TMモードの伝搬定数 β_e, β_m はそれぞれ $\sqrt{\epsilon_s} \cdot k_0$ から

$$\sqrt{\epsilon_s} \cdot k_0 < \beta_e \leq \sqrt{\epsilon_{xx}} \cdot k_0 \quad : \text{TEモード}$$

$$\sqrt{\epsilon_s} \cdot k_0 \leq \beta_m \leq \sqrt{\epsilon_{yy}} \cdot k_0 \quad : \text{TMモード}$$

の範囲で単調増加する (図4-10)。したがって、Bi:YIG薄膜の場合、

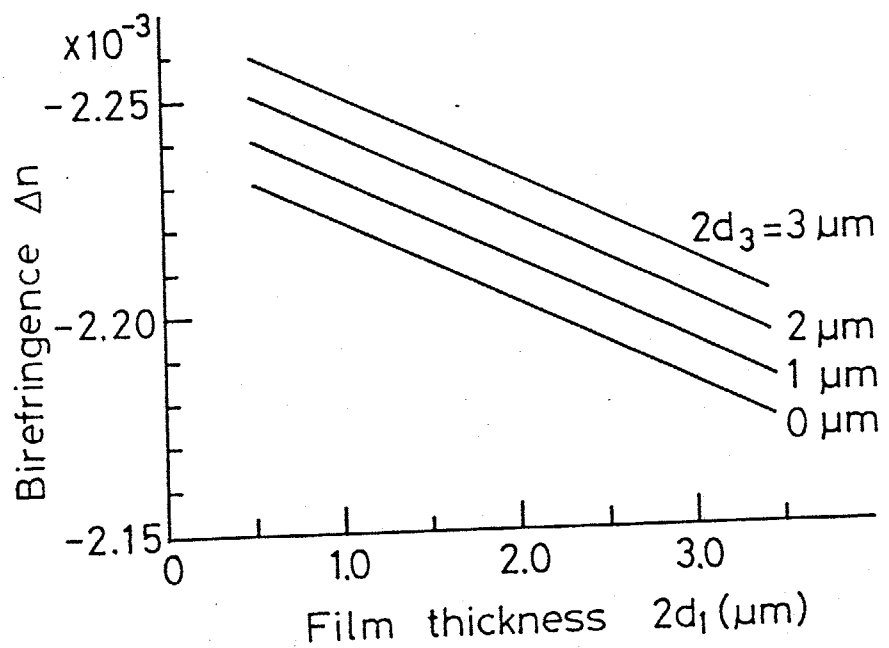


図4-9 膜厚による応力複屈折率の変化 ($a_f = 12.416 \text{ \AA}$)

(+) ϵ_s は基板の比誘電率, k_0 は自由空間の波数.

$$\sqrt{\epsilon_{xx}} < \sqrt{\epsilon_{yy}}$$

であるから、 $\beta_e = \beta_m$ なる膜厚が存在する。つまり、位相整合は可能である。

一方、YIG薄膜の場合、

$$\sqrt{\epsilon_{xx}} > \sqrt{\epsilon_{yy}}$$

であるから、どのような膜厚でも位相整合を計ることはできない。

GGG基板上Bi:YIG薄膜の膜厚に対する、TE₀、TM₀モードの規格化伝播定数差 $\delta = (\beta_e - \beta_m) / (\beta_e + \beta_m)$ 、最大モード変換率 F_{max} 、および最大モード変換率を得るのに必要な変換長さ L の変化を図4-11に示す。波長は $1.152 \mu\text{m}$ であり、複屈折率 $\Delta n = -2.10 \times 10^{-3}$ 、光学磁気異方性 $|\epsilon_{xy}| = 8.94 \times 10^{-4}$ を仮定した。膜厚 $1.81 \mu\text{m}$ においてTE₀モードとTM₀モードの位相整合が計れ、100%モード変換が得られることがわかる。

また、Bi:YIG薄膜を用いて§2-5において検討した人工異方性を利用した一方向性モード変換器を構成することを考える。設計例を次に示す。

一方向性モード変換器設計例

波長 $\lambda = 1.152 \mu\text{m}$

$n_f = 2.252$, $\Delta n = -2.0 \times 10^{-3}$

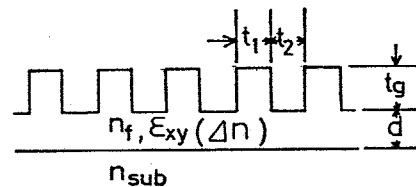
$n_{sub} = 1.945$ (GGG)

$t_g = 0.5315 \mu\text{m}$, $d = 0.20 \mu\text{m}$,

$t_1 = 0.80 \mu\text{m}$, $t_2 = 0.60 \mu\text{m}$,

$\theta = 1.2 \text{ deg}$, $|\epsilon_{xy}| = 3.7 \times 10^{-4}$

素子長 $l = 2.25 \text{ mm}$.



導波路パラメータが変動した場合に、完全一方向性モード変換器を構成するのに必要な導波角 θ 、光学磁気異方性 $|\epsilon_{xy}|$ を図4-12に実線で示す。薄膜の屈折率が異なるので図2-13との比較は難しいが、Bi:YIGの方が大きな $|\epsilon_{xy}|$ が得られるので調整可能な導波路パラメータの範囲が広いといえる。

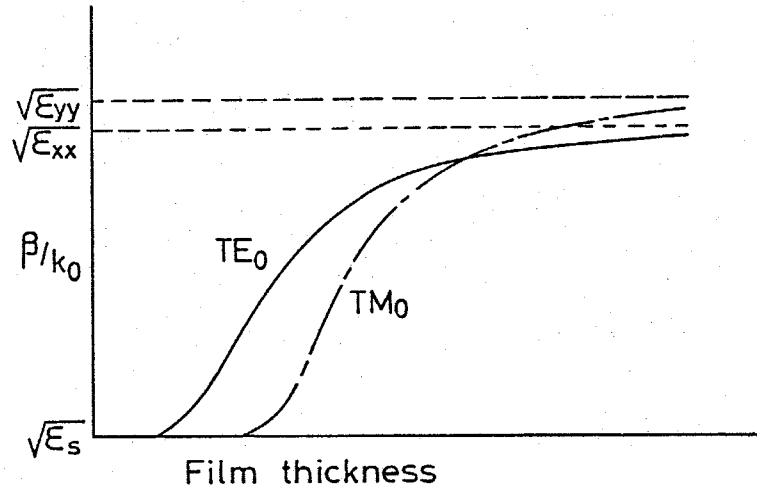


図4-10 複屈折薄膜導波路における伝搬定数
(ϵ_s : 基板比誘電率)

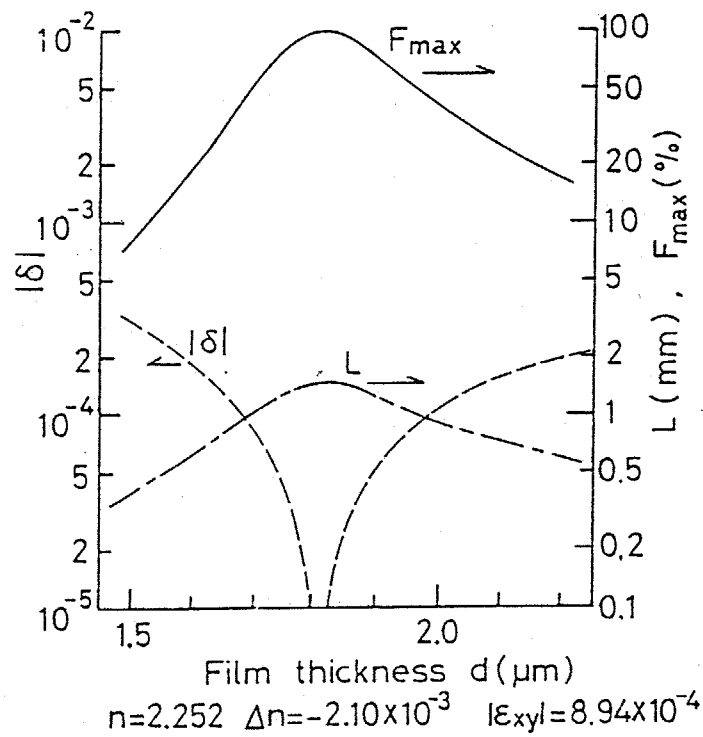


図4-11 膜厚による規格化伝搬定数差 δ ,
最大モード変換率 F_{max} , 変換長 L の変化.

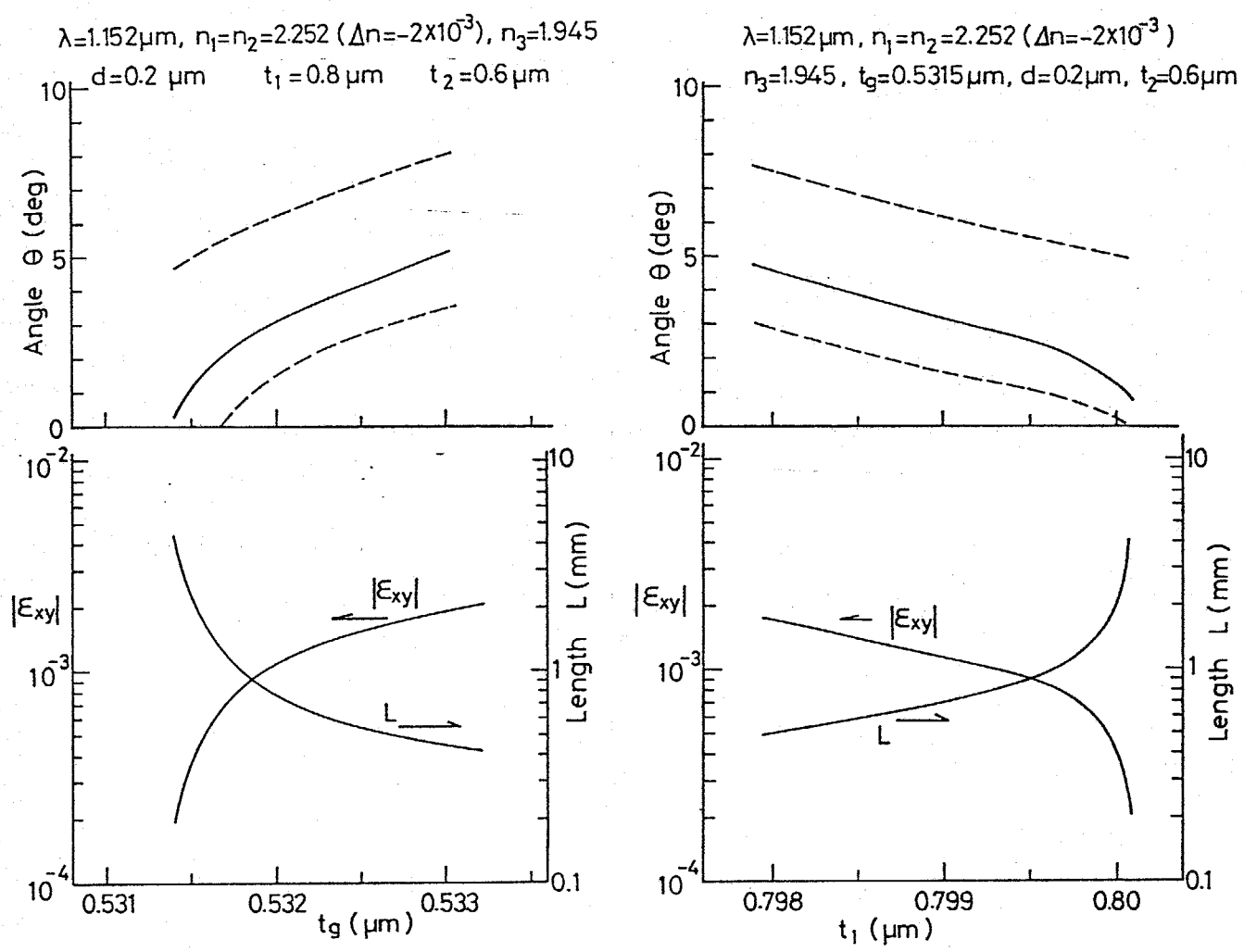


図4-12 一方向性モード変換器の設計 (B_i : YIGの場合)

§.4-5 第4章のまとめ

本章において、GGG基板上に結晶成長したYIGおよび B_i :YIG薄膜に生ずる複屈折率に対して検討を行った。結果をまとめると次のようになる。

- (1) GGG基板上に結晶成長したYIG薄膜および B_i :YIG薄膜中には、室温における膜と基板の結晶格子定数差によって膜-基板境界面に平行に発生する応力が、光弾性効果によって応力複屈折率を生じている。

(2) 基板の厚さに比べ、膜厚が十分に薄い薄膜において発生する応力は、膜厚方向でほぼ一定であり、基板中の応力は薄膜中のそれより十分小さくなる。また、薄膜中の応力はほぼ基板と膜の格子定数差に比例する。

(3) 応力複屈折率は応力に比例するため、薄膜中の複屈折率は基板と膜結晶の格子定数差にほぼ比例する。

(4) YIGの格子定数は、GGGの格子定数より小さいため、GGG基板上に結晶成長したYIG薄膜中の応力複屈折率は $\Delta n > 0$ である⁽⁴⁾。これに対し、GGGより大きな格子定数をもつBi:YIG薄膜は $\Delta n < 0$ であり、この場合にTEモードとTMモードの位相整合が可能である。

以上のことから、GGG基板上に結晶成長したYIG、Bi:YIG薄膜の複屈折率を定量的に評価することができ、Bi:YIG薄膜を用いた位相整合導波路の設計が可能になった。

References

- [1] 日比谷, 太田, 松海; "光アイソレータ用 $Gd_{0.2}Y_{2.8}Fe_5O_{12}/(111)GGG$ 液相エピタキシャル厚膜の育成と光学評価", 昭和57年信学会全大, 光・量エシ, 884 (昭和57-3)
- [2] G.Hepner, B.Desormiere and J.P.Castera; "Magneto optic Effects in Garnet Thin Film Waveguides", Appl.Optics, vol.14, No.7, pp.1479-1481 (July 1975)
- [3] G.Hepner, J.P.Castera and B.Desormiere; "Studies of Magneto-optical Effects in Garnets Thin Film Waveguides", AIP Conf. Proc., vol.29, pp.658-659 (1975)

(4) Δn の定義は、本文中の応力複屈折率の定義に従う。

- [4] Y.Miyazaki and M.Kagami; "Waveguide Type Magneto-Optic Devices Using Bi-Garnet Thin Films for Modulation and Isolation", 4-th International Conference on IOOC, Digest pp.348-349 (June 1983)
- [5] R.Ulrich and R.Torge; "Measurement of Thin-Film Parameters with a Prism Coupler", Appl.Optics, vol.12, No.12, pp.2901-2908 (Dec. 1973)
- [6] A.B.Smith, M.Kestigian and W.R.Bekebrede; "Uniaxial Magnetic Anisotropy in ErEu-, YEu, and YGdTm- Garnet Films for Bubble-Domain Devices", AIP Conf. Proc., vol.5, pp.309-313 (1971)
- [7] W.T.Stacy, M.M.Janssen, J.M.Robertson and M.J.G.van Hout; "Dependence of the Uniaxial Magnetic Anisotropy on the Misfit Strain in Gd, Ga:YIG LPE Films", AIP Conf. Proc., vol.5, pp.314-318 (1971)
- [8] M.T.Elliot and H.L.Glass; "Growth-Induced Anisotropy in Yttrium Iron Garnet Films Grown by Liquid Phase Epitaxy", AIP Conf. Proc., vol.7, pp.115-116 (1974)
- [9] A.H.Eschenfelder; "The Magnetic Anisotropy of 111 Oriented Garnet Bubble Films", J.Appl.Phys., vol.49, No.3, pp.1891-1893 (March 1978)
- [10] S.Timoshenko; "Analysis of Bi-metal Thermostats", J.Opt.Soc.Am., vol.11, pp.233-255 (1925)
- [11] F.K.Reinhart and R.A.Logan; "Interface Stress of $Al_xGa_{1-x}As$ -GaAs Layer Structures", J.Appl.Phys., vol.44, No.7, pp.3171-3175 (July 1973)
- [12] J.F.Nye; "Physical Properties of Crystals", Chap.VIII and Chap.XIII, Oxford Univ. Press, London (1957)

- [13] 日本電子工業振興協会刊; "表面弾性波素子材料データブック", 53-M131,
pp. 154-158 (March 1978)
- [14] R.V.Pisarev, I.G.Sinii, N.N.Kolpakova and Yu.M.Yakovlev;
"Magnetic Birefringence of Light in Iron Garnets", Soviet
Physics JETP, vol.33, No.6, pp.1175-1182 (Dec. 1971)
- [15] R.T.Lynch Jr., J.F.Dillon Jr., and L.G.Van Uitert; "Stress
Birefringence in Ferrimagnetic Garnets", J.Appl.Phys., vol.44,
No.1, pp.225-229 (Jan. 1973)

第5章 非可逆移相器を用いた 光サーキュレータ

§5-1 まえがき

アイソレータ以外の非相反回路としてサーキュレータがある。現在、光サーキュレータは光アイソレータほど必要とされてはいないが、将来に於て、例えば一本の光ファイバで双方向通信を行う場合などに必要とされる素子である。したがって、これに対して検討を行うことも十分意味がある。

本章に於ては、導波路型光サーキュレータとして、非可逆移相器を用いた光サーキュレータに対して考察を行う。この回路形式は、従来理論的検討がわずかに報告されているだけで、非可逆移相器等に対する実験的な検討が行われていない。本章で特に主張したいのは、薄膜磁性体における非可逆移相量を測定し、本回路の実現可能性を実験的に実証したことである。

本回路は、光学磁気異方性媒質と等方性媒質のみから構成される非相反回路であり、特に回路の非相反性を担う光非可逆移相器は、原理的には、光学磁気異方性媒質を含む非対称三層スラブ導波路で構成可能である。

まず、§5-2で非可逆移相器を用いた光サーキュレータの動作原理を述べ、§5-3で非可逆移相器の設計を行う。§5-4では、YIG薄膜における非可逆移相量の測定について触れ、実際に本回路構成が可能であることを明らかにする。また、§5-5に於て、Strip-Loaded型3dB方向性結合器の設計を行い、§5-6でサーキュレータ回路を構成した場合の導波路膜厚変動による特性劣化について検討を行う。その結果、前述のモード変換型アイソレータに比べ、素子長は長くなるが、導波層の膜厚変動による特性劣化が小さい非相反回路であることが明らかにされている。

§.5-2 光サーキュレータの構成

非可逆移相器と3dB方向性結合器を用いてサーキュレータが構成されることが知られている^{[1],[2]}。図5-1に回路構成を示す。動作原理は以下に記す通りである。

port 1から入力された波(仮に振幅は1とする)は, 3dB方向性結合器によって等振幅の波に分割され, port a, bにそれぞれ

$$\begin{cases} 1/\sqrt{2} & : \text{at Port a} \\ -j/\sqrt{2} & : \text{at Port b} \end{cases}$$

で出力される。導波路b-dの移相量を非可逆移相器のa→c方向の移相量と等しくなるように設計を行うと, 第二の方向性結合器のPort c, dには

$$\begin{cases} 1/\sqrt{2} & : \text{at Port c} \\ -j/\sqrt{2} & : \text{at Port d} \end{cases}$$

が入力すると考えてよく, 出力はport 4のみに現われる。

逆に, port 4から入力された波は, 3dB方向性結合器によって

$$\begin{cases} -j/\sqrt{2} & : \text{at Port c} \\ 1/\sqrt{2} & : \text{at Port d} \end{cases}$$

と分割される。非可逆移相器c→a方向の移相量が, a→c方向のそれに比べ π (rad)だけ異なる(非可逆移相量 $=\pi$)ように設計すれば, port a, b

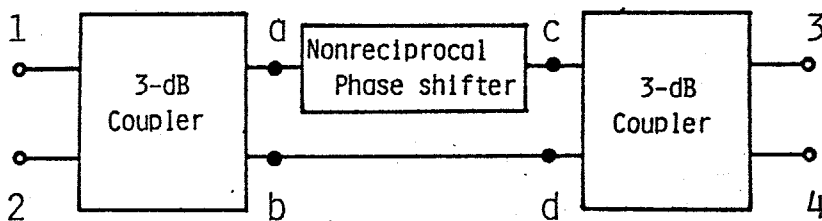


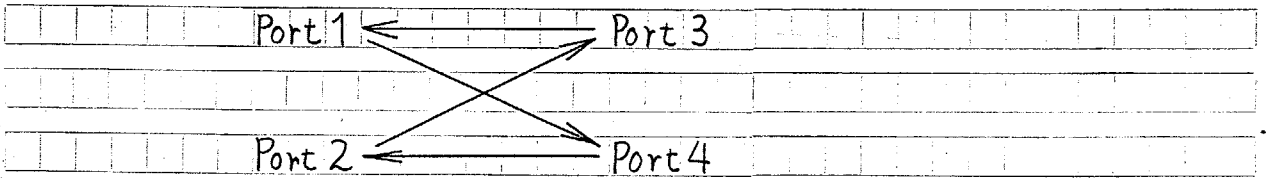
図5-1 非可逆移相器を用いたサーキュレータ

には、それぞれ

$$\begin{cases} j/\sqrt{2} & : \text{at Port a} \\ 1/\sqrt{2} & : \text{at Port b} \end{cases}$$

で現われる。したがって、方向性結合器でこれを合成すると、出力は port 1 でなく、port 2 に得ることができる。

以下、これと同様に考えればすぐにわかるように、port 2 から port 3 へ、port 3 から port 1 へと入出力関係が決まる。すなわち、図 5-1 の回路は、



なるサーキュレータとして動作する。もちろん、アイソレータとして用いることも可能である。

§ 5-3 光非可逆移相器の設計

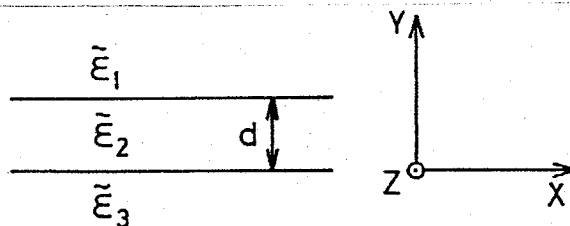
本節に於て、光非可逆移相器の設計を行う。まず、適当な光学磁気異方性媒質を含む非対称三層スラブ導波路を伝搬する TM モードの非可逆移相特性を論ずる。次いで三次元導波路における非可逆移相特性を等価誘電率法を用いて解析する。

5-3-1 非対称三層スラブ導波路における光非可逆移相特性

三層スラブ導波路(図 5-2)に於て、各領域を光学磁気異方性を有する媒質で構成する。伝搬方向を z 軸方向にとり、伝搬方向と垂直かつ膜面内、すなわち x 軸方向に外部直流磁界を印加すると、各領域の比誘電率は次のテンソルで表わされる。

$$\tilde{\epsilon}_i = \begin{pmatrix} \epsilon_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{iy} & j\alpha_i \\ 0 & -j\alpha_i & \epsilon_{iz} \end{pmatrix}$$

($i=1, 2, 3$)



マクスウェルの方程式において

$\partial/\partial x = 0$ を仮定すると、固有モードは、TEモードとTMモード

図5-2 磁気異方性媒質を含む
三層スラブ導波路

に分離される。各々のモードに対して特性方程式は次のようになる。

TEモード

$$k \cdot (\eta_1 + \eta_3) \cdot \cos kd + (\eta_1 \eta_3 - k^2) \sin kd = 0 \quad (5.1)$$

$$\beta^2 = \epsilon_{1x} k_0^2 + \eta_1^2 = \epsilon_{2x} k_0^2 - k^2 = \epsilon_{3x} k_0^2 + \eta_3^2$$

TMモード

$$\left\{ \frac{1}{\epsilon_{3y}} \left(\eta_3 - \frac{\alpha_3}{\epsilon_{3y}} \beta \right) + \frac{1}{\epsilon_{2y}} \frac{\alpha_2}{\epsilon_{2y}} \beta \right\} \cdot \left\{ \frac{k}{\epsilon_{2y}} \cos kd + \left(\frac{1}{\epsilon_{1y}} \left(\eta_1 + \frac{\alpha_1}{\epsilon_{1y}} \beta \right) - \frac{1}{\epsilon_{2y}} \frac{\alpha_2}{\epsilon_{2y}} \beta \right) \sin kd \right\}$$

$$+ \frac{k}{\epsilon_{2y}} \left\{ \left(\frac{1}{\epsilon_{1y}} \left(\eta_1 + \frac{\alpha_1}{\epsilon_{1y}} \beta \right) - \frac{1}{\epsilon_{2y}} \frac{\alpha_2}{\epsilon_{2y}} \beta \right) \cos kd - \frac{k}{\epsilon_{2y}} \sin kd \right\} = 0 \quad (5.2)$$

$$\beta^2 = \frac{\epsilon_{1y}}{\epsilon_{1z}} \eta_1^2 + \overline{\epsilon_{1z}} k_0^2 = -\frac{\epsilon_{2y}}{\epsilon_{2z}} k^2 + \overline{\epsilon_{2z}} k_0^2 = \frac{\epsilon_{3y}}{\epsilon_{3z}} \eta_3^2 + \overline{\epsilon_{3z}} k_0^2$$

$$\text{但し, } \overline{\epsilon_{iy}} = \frac{\epsilon_{iy} \epsilon_{iz} - \alpha_i^2}{\epsilon_{iy}}, \quad \overline{\epsilon_{iz}} = \frac{\epsilon_{iy} \epsilon_{iz} - \alpha_i^2}{\epsilon_{iz}}$$

ここで、 β が z 方向伝搬定数を表わす。

TEモードの特性方程式(5.1)中には、 β の奇数次項が現われないので、このモードは何ら非相反伝搬特性を示さない。一方、TMモードに対しては、その特性方程式中に β の奇数次項が含まれるため、式(5.2)の解は β の符号

によってその絶対値は異なる。すなわち、伝搬方向によって伝搬速度が異なる。一般的な場合では見通しがよくないので、次の二つの場合について考えてみる。

(1) 領域2(導波層)のみを磁気異方性媒質とし、他の領域は等方性誘電体とした場合。

式(5.2)の特性方程式は次のようになる。

$$\tan kd = \frac{k}{\varepsilon_{2y}} \left(\frac{n_1}{\varepsilon_1} + \frac{n_3}{\varepsilon_3} \right) / \left\{ \left(\frac{k}{\varepsilon_{2y}} \right)^2 - \frac{\eta_1 \eta_3}{\varepsilon_1 \varepsilon_3} + \left(\frac{\eta_3}{\varepsilon_3} - \frac{\eta_1}{\varepsilon_1} \right) \frac{\alpha_2 \beta}{\varepsilon_{2y} \varepsilon_{2y}} + \left(\frac{\alpha_2 \beta}{\varepsilon_{2y} \varepsilon_{2y}} \right)^2 \right\} \quad (5.3)$$

$$\beta^2 = \varepsilon_1 k_0^2 + \eta_1^2 = \varepsilon_{2z} k_0^2 - \frac{\varepsilon_{2y}}{\varepsilon_{2z}} k^2 = \varepsilon_3 k_0^2 + \eta_3^2$$

但し、 $\varepsilon_i \equiv \varepsilon_{ix} = \varepsilon_{iy} = \varepsilon_{iz}$ ($i=1,3$)、 $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$ である。

$\varepsilon_1 \neq \varepsilon_3$ なる非対称スラブ導波路を考えているので、式(5.3)右辺分母に現われる β -次の係数は零でない。伝搬方向を仮に z で表わし、伝搬定数の大きさを β_+ 、 β_- で表わすと、伝搬距離を L としたとき非可逆移相量 $\Delta\varphi$ は次式で与えられる。

$$\Delta\varphi = |(\beta_+ - \beta_-) \cdot L| \quad (5.4)$$

図5-3は、 $\Delta\varphi = \pi$ (rad)なるのに必要な伝搬長 L_0 の膜厚 d に対する変化を示す。上部層の誘電率 ε_1 をパラメータとし、磁気異方性媒質としてはGGG基板上YIG薄膜を仮定している。光学磁気異方性の大きさは、ファラデー回転係数 240 deg/cm (at $1.152 \mu\text{m}$)に相当し、比誘電率テンソル非対角項 α_2 の値を $\alpha_2 = 3.4 \times 10^{-4}$ とした。YIGのテンソル比誘電率主対角項成分は、応力複屈折率を考慮し

$$\varepsilon_{2x} = \varepsilon_{2z} = 2.20^2$$

$$\varepsilon_{2y} = (2.20 - 4.6 \times 10^{-4})^2$$

を仮定したが、複屈折率が小さいため、 $\varepsilon_{2x} = \varepsilon_{2y} = \varepsilon_{2z} = 2.20^2$ と仮定した結果とほとんど一致している。尚、GGGの比誘電率は

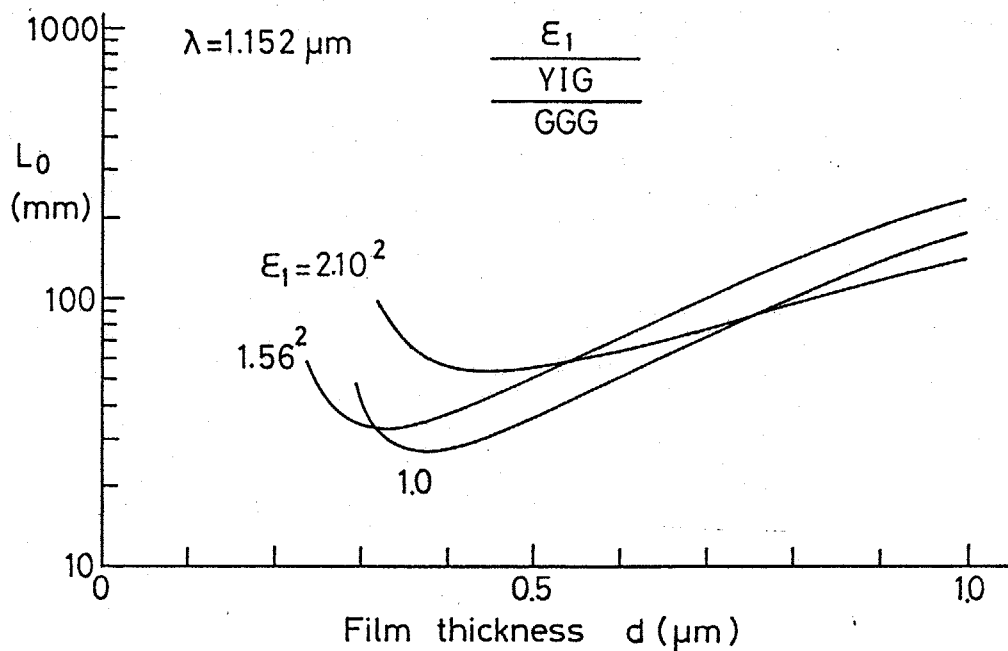


図5-3 非可逆移相量 π (rad) に必要な伝搬距離 L_0 . (YIG, GGGの媒質定数; YIG, $\epsilon_x = \epsilon_z = 2.20^2$, $\epsilon_y = (2.20 - 4.6 \times 10^{-4})^2$, $d = 3.4 \times 10^{-4}$, GGG, $\epsilon = 1.945^2$, TM_0 モード)

$$\epsilon_3 = 1.945^2$$

とした。また、パラメータとして考えた比誘電率 ϵ_1 の媒質は具体的には次の媒質に対応する。

$$\epsilon_1 = 1.0 \quad \text{--- 空気}$$

$$1.56^2 \quad \text{--- Corning 7059 ガラス}$$

$$2.10^2 \quad \text{--- Ta}_2\text{O}_5$$

図より明らかのように、 $\epsilon_1 = 1.0$, $d = 0.39 \mu\text{m}$ で L_0 は最小値 $L_0 = 28.1 \text{ mm}$ をとる。この長さは、光集積回路という観点から見て、とても実用に適しているとは言えない。しかし、 L_0 が極小値をとる膜厚付近において、膜厚に対する L_0 の変化が比較的緩やかであり、膜厚変動による特性劣化は少ないと考えられる^(*)。

(*) 実際には、素子長を短くするため、最小伝搬距離を得ることのできる膜厚で回路を設計する。膜厚変動による特性劣化については、§5-6 で検討する。

(2) 領域3のみを磁気異方性媒質とし, 他の領域は等方性誘電体とした場合, 式(5.2)の特性方程式は次のようになる。

$$\tan kd = \frac{k_0 \left(\frac{\eta_1}{\varepsilon_1} + \frac{\eta_3}{\varepsilon_{3y}} - \frac{\alpha_3}{\varepsilon_{3y}} \frac{\beta}{\varepsilon_{3y}} \right)}{\left\{ \left(\frac{k_0}{\varepsilon_2} \right)^2 - \frac{\eta_1}{\varepsilon_1} \frac{1}{\varepsilon_{3y}} \left(\eta_3 - \frac{\alpha_3}{\varepsilon_{3y}} \beta \right) \right\}} \quad (5.5)$$

$$\beta^2 = \varepsilon_1 k_0^2 + \eta_1^2 = \varepsilon_2 k_0^2 - k^2 = \varepsilon_{3z} k_0^2 + \frac{\varepsilon_{3y}}{\varepsilon_{3z}} \eta_3^2$$

(5.3)式に比べ, 右辺分子にも β の一次項が含まれており, 分母の β 一次の項と異符号である。したがって β_+ と β_- の差は(1)の場合より大きいと考えられる。

図5-4に非可逆移相量が π (rad)となるのに必要な伝搬距離 L_0 の膜厚に対する変化を示す。領域3の磁気異方性媒質は, 図5-3の計算に用いたのと同じYIGを仮定している。上部層は空気とし, 導波層(領域2)の誘電率をパラメータとしている。図中に記した比誘電率 ε_2 は, 具体的には次の媒質に対応している。

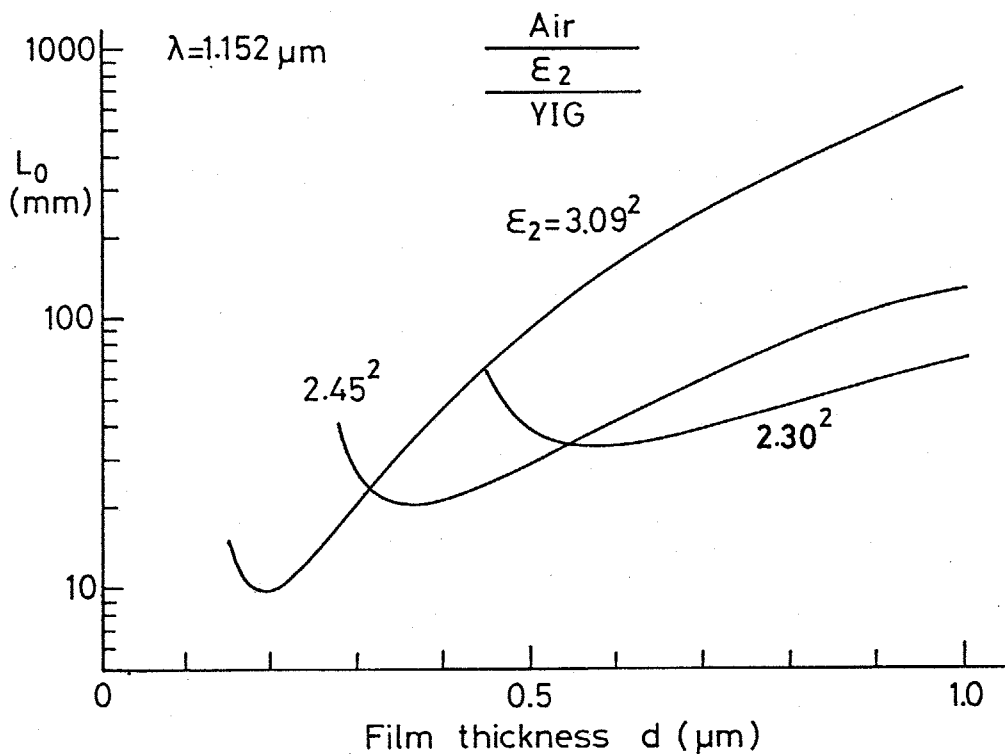


図5-4 非可逆移相量 π (rad)に必要な伝搬距離 L_0 . (YIGの媒質定数は図5-3と同じ. TM_0 モード)

$$\varepsilon_2 = 2.30^2 \quad \text{--- ZnS}^{[3]}$$

$$2.45^2 \quad \text{--- As}_2\text{S}_3 \text{ glass}^{[4]}$$

$$3.09^2 \quad \text{--- GaP}^{[5]}$$

図より、 ε_2 が大きくなる程 L_0 の極小値は小さくなり、(1) の $\varepsilon_1 = 1.0$ の場合より最小 L_0 は短くてよいことがわかる。例えば、 $\varepsilon_2 = 3.09^2$ の場合、 $d = 0.19 \mu\text{m}$ で最小値 $L_0 = 9.8 \text{ mm}$ をとる。この場合、最小伝搬距離をとる膜厚付近で膜厚変化に対する L_0 の変化は(1)の場合より大きい。

このように、光学磁気異方性媒質を含む非対称三層スラブ導波路で、TMモード光非可逆移相器を設計できる。この回路は、シングルモード動作のため、他の薄膜型素子との動作適合性もよく⁽⁺⁾、モード変換型光アイソレータのように位相整合を計る必要が無い。一種類の光学磁気異方性媒質と等方性誘電体のみで構成されるという点で素子構造が簡単である。しかし、素子長が長いという欠点があり、光学磁気異方性の大きな磁性体の開発が必要である。

図5-5に示すようにYIGの光学磁気異方性を大きくすると、素子長が短くなる。異方性が一桁大きくなると、 L_0 はほぼ一桁短くなる。また、第4章で論じたBi:YIG薄膜を用いると、図5-5に実線で表わすような伝搬長が必要になる。但し、Bi:YIGの比誘電率は次の値を仮定した^(#)。

$$\begin{pmatrix} 5.063 & 0 & 0 \\ 0 & 5.072 & j8.9 \times 10^{-4} \\ 0 & -j8.9 \times 10^{-4} & 5.063 \end{pmatrix}$$

同じ異方性をもつYIGに比べ、屈折率の大きいBi:YIGの方が最小 L_0 が小さいことがわかる。

(+) 但し、TMモード動作に限られる。

(#) 応力複屈折率 $\Delta n = 2.1 \times 10^{-3}$ 、異方性 $\alpha = 8.9 \times 10^{-4}$ ($H = 550 \text{ Oe}$ での測定値) を仮定

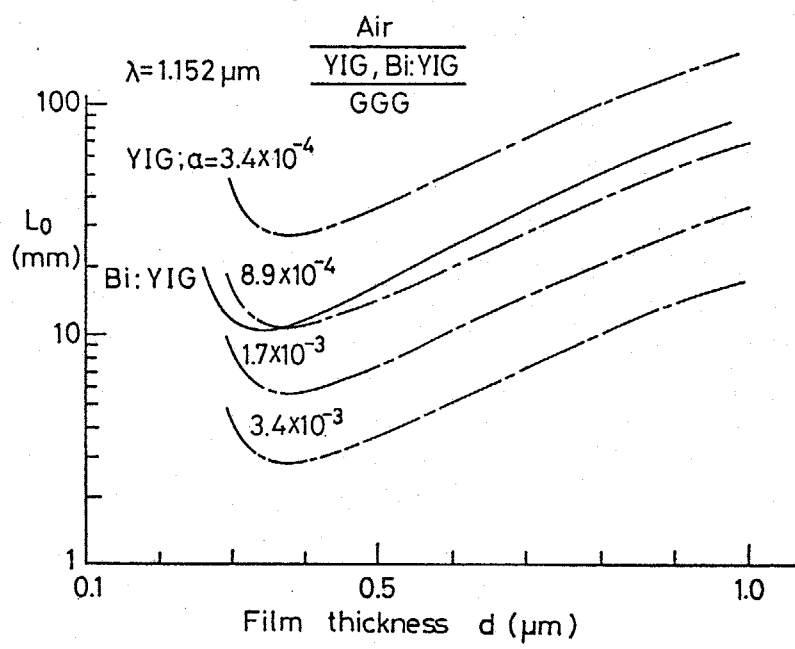


図5-5 光学磁気異方性の大きさによる L_0 の変化,
及びBi:YIG薄膜に対する設計.

5-3-2 1.5 μm 帯での設計

今までのところ光学磁気異方性媒質として主にYIGを考えてきた。YIGは波長1.2 ~ 5 μmで、0.3 ~ 0.1 dB/cmと低損失であるが^[6]、長波長になるにつれて異方性の大きさも小さくなると考えられる^[7]。仮に、波長1.152 μmと同じ媒質定数を有すると仮定した場合、air / As₂S₃ / YIGの非可逆移相特性は波長1.55 μmにおいて図5-6のようになる。すなわち、As₂S₃の膜厚 $d = 0.48 \mu m$ で L_0 の最小値が $L_0 = 27.4 \text{ mm}$ である^(†)。

これに対し、長波長でYIGより大きな磁気異方性をもち、かつ低損失な磁性体として、YFeO₃, FeBO₃がある^[8]。特にYFeO₃は、比誘電率テンソル非対角項が $\alpha = 5.6 \times 10^{-4}$ と大きく、損失も0.23 dB/cm (at 1.55 μm)と小さい。(図5-7) YFeO₃の比誘電率テンソルは測定により

$$\begin{pmatrix} 4.71 & 0 & 0 \\ 0 & 5.06 & j5.6 \times 10^{-4} \\ 0 & -j5.6 \times 10^{-4} & 4.88 \end{pmatrix}$$

(†) 波長1.152 μmでは $d = 0.35 \mu m$ で最小 $L_0 = 20.4 \text{ mm}$.

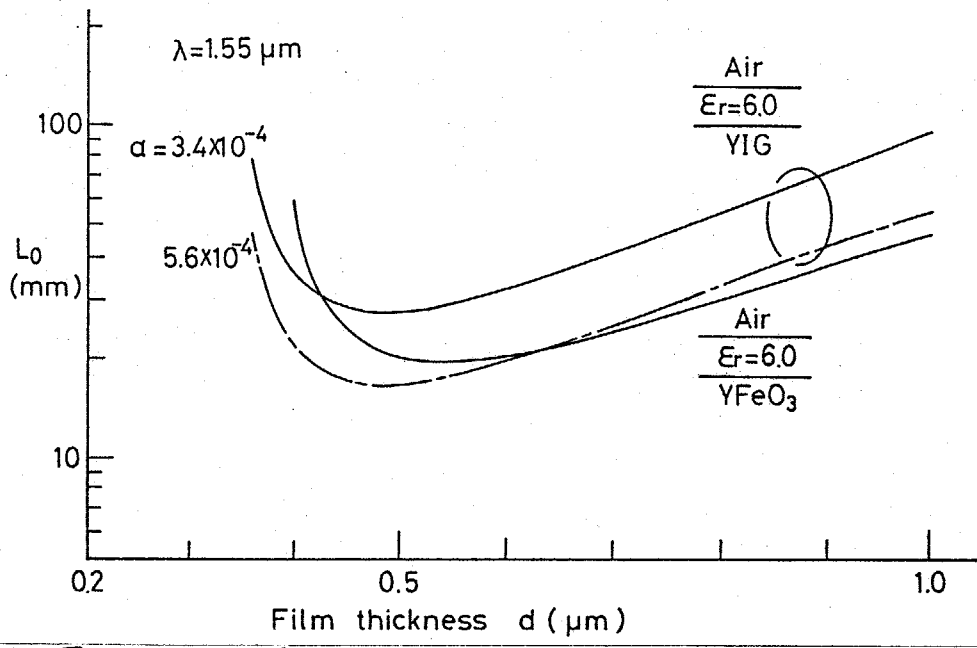


図5-6 波長 1.55 μm における非可逆移相特性

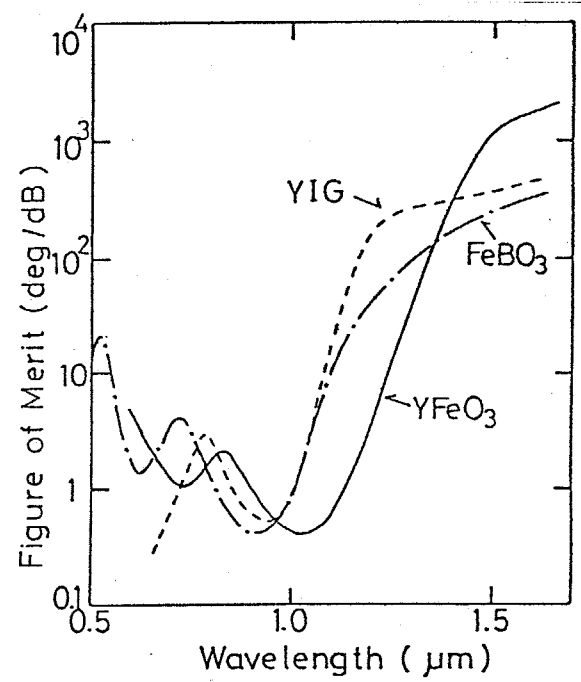


図5-7 YIG, YFeO₃, FeBO₃ の性能指数^[8]

と求まっている。これを用いて Air/As₂S₃/YFeO₃ の非可逆移相特性を計算した結果を図5-6に示す。比較のために、YIGがYFeO₃と同じ磁気

異方性 $\alpha = 5.6 \times 10^{-4}$ をもつと仮定した場合の特性も記す。YFeO₃を用いた場合、As₂S₃の膜厚 $d = 0.55 \mu\text{m}$ で最小 $L_0 = 19.0 \text{ mm}$ となる。したがって、この波長帯では、損失が同程度であるのでYFeO₃を用いて構成する方が小型化の点で望ましい。

5-3-3 Strip-loaded 導波路における非可逆移相特性

5-3-1で考察したスラブ導波路に誘電体 Strip を装荷した Strip-loaded 導波路^[9]における光非可逆移相特性を考えてみる。

導波路の断面構造を図5-8(a)に示す。ここでは、磁気異方性媒質は厚さ d の導波層のみであるとし、その主屈折率より小さな屈折率 $\sqrt{\epsilon_s}$ をもつ誘電体 Strip を装荷した場合を考える。

解析は等価誘電率法^[10]を用いる。Strip の装荷されている領域(1)と、それ以外の領域(2)の等価誘電率 ϵ_{e1} , ϵ_{e2} を求め、幅 W の対称スラブ導波路(図5-8(c))から z 方向伝搬定数を決める方法である。三次元導波路を伝搬するモードは E_{PB}^x , E_{PB}^y モードに分類されるが、TMモードに近い E_{PB}^y モードの非可逆移相特性のみを論ずることにする。更にその最低次モードのみを考察の対象とする。すなわち、等価誘電率 ϵ_{e1} , ϵ_{e2} をスラブTMモードの特性方程式より求める。

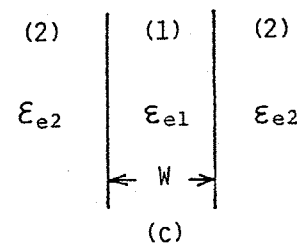
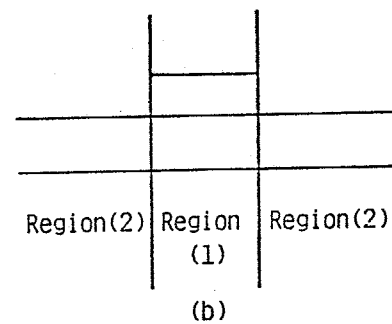
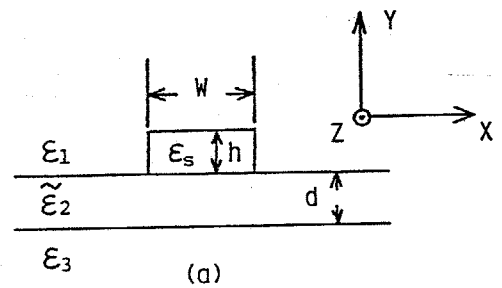


図5-8 (a) Strip-loaded 導波路. (b), (c) 等価誘電率法の解析モデル.

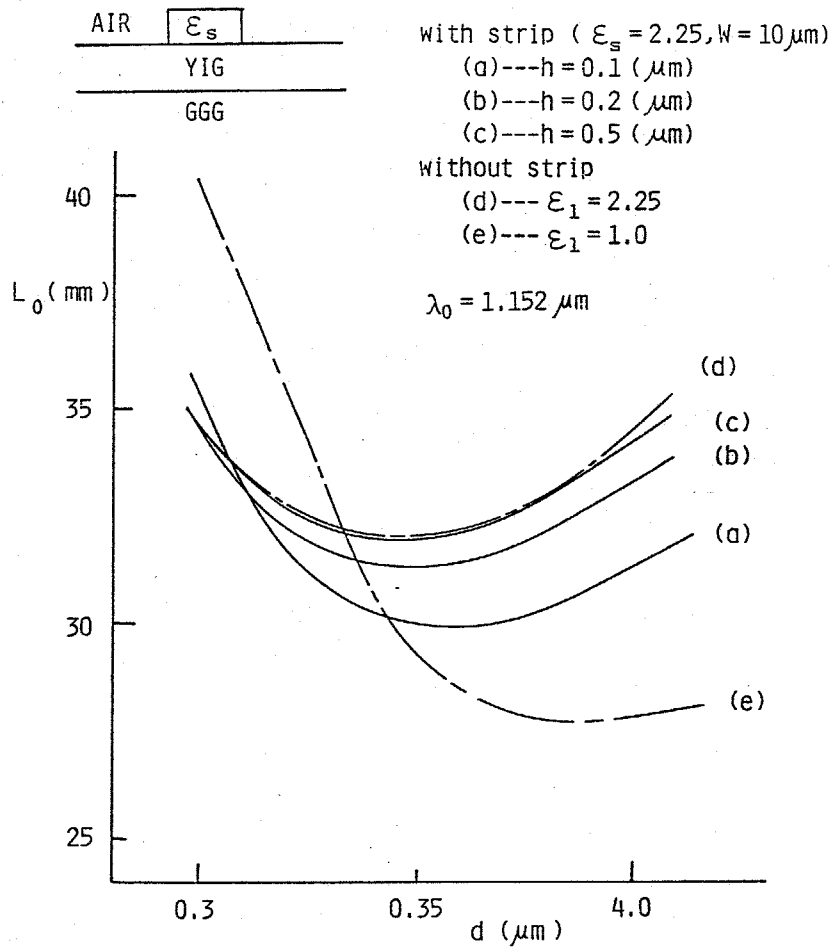


図5-9 Strip-loaded 非可逆移相器の移相特性

具体的に、GGG基板上YIG薄膜に誘電率 1.5^2 のStripを装荷した場合の非可逆移相特性を図5-9に示す。 L_0 は非可逆移相量が π (rad)となる伝搬距離を意味する。同図に、Strip無しで $\epsilon_1 = 1.0$ と $\epsilon_1 = 1.5^2$ のスラブ導波路非可逆移相特性を併記する。Stripを装荷した場合の移相特性は、両者の中間的な特性を示すことがわかる。しかも、Stripの高さを増すと、 $\epsilon_1 = 1.5^2$ のスラブ導波路の特性に次第に近づくことがわかる。図5-9は L_0 が極小値をとる膜厚付近のみを示しているが、厚い膜厚でも同様の傾向を示す。

§.5-4 YIG薄膜における非可逆移相量測定

前節において理論的考察を行った光非可逆移相器に対する実験的検討として、GGG基板上YIG薄膜を伝搬するTM₀モードの非可逆移相量を測定する。

5-4-1 非可逆移相量の測定法

図5-10に測定系を示す。基本的にはMach-Zehnder型干渉系を構成している。光源として波長 $1.152\mu\text{m}$ のHe-Neレーザを用い、Beam-Splitterで分割した光のうち、一方は自由空間を伝搬し他方はYIG薄膜を伝搬する。自由空間とYIG薄膜を伝搬した光は、再びBeam-Splitterで合成され、干渉縞を生ずる。YIG薄膜を伝搬した光に位相変化があれば、それは干渉縞の移動として観測される。YIG薄膜との光入出射はルチル・プリズムを用いる。

式(5.3)より明らかのように、伝搬方向の反転は α_2 の符号の反転と等価である。したがって測定においては、伝搬方向を反転するかわりに、外部磁界の印加方向を反転し、その結果生ずる位相変化が非可逆移相量であるのでこれを測定する。干渉縞は赤外TVモニタ装置を用いて観測することができ、TVモニタ画面内で任意の直線上をスキャンし、その直線上の強度分布を測定することができる。

実際に観測した干渉縞強度分布の一例を図5-11に示す。ここで、 $H_{dc} = 0$ は外部からの印加磁界が無い場合を意味し、 $\pm H_{dc}$ は互いに逆方向に磁界を印加することを意味する。図より、 $H_{dc} = 0$ の場合に関して磁界印加により互い

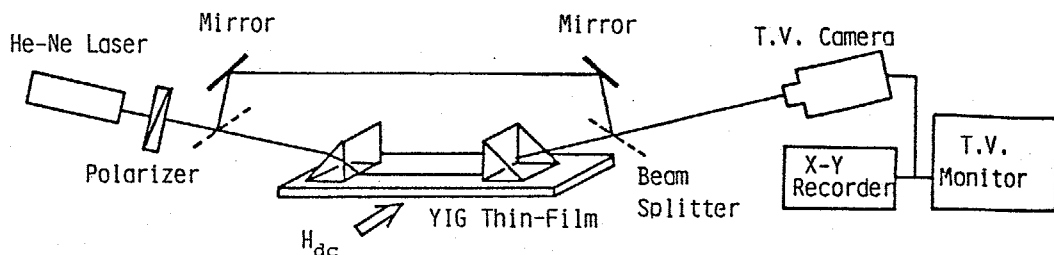


図5-10 光非可逆移相量測定系

に逆方向に干渉縞が移動していることがわかる。この図より、非可逆移相量 $\Delta\varphi$ を

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\chi}{|\chi_1 - \chi_2|} \pi \text{ (rad)}$$

から測定する。 χ_1, χ_2 は干渉縞の隣り合った“明”, “暗”の位置を, $\Delta\chi$ は磁界を反転したことによって生ずる干渉縞の移動量を表わす。尚, 外部磁界は試料を左右から挟んだ電磁石によって光の伝搬方向とは垂直に膜面に均一に印加している。

5-4-2 測定結果

GGG ($Gd_3Ga_5O_{12}$) 基板上にCVD法によって結晶成長した厚さ $0.53 \mu\text{m}$ のYIG薄膜を伝搬するTM₀モードの非可逆移相量測定結果を図5-12に示す。印加磁界 150 (Oe) で $\Delta\varphi$ は飽和し伝搬距離 $L = 37 \text{ mm}$ で $\Delta\varphi = 0.6 \pi \text{ (rad)}$, $L = 22 \text{ mm}$ で $\Delta\varphi = 0.36 \pi \text{ (rad)}$ なる非可逆移相を生じている。これ

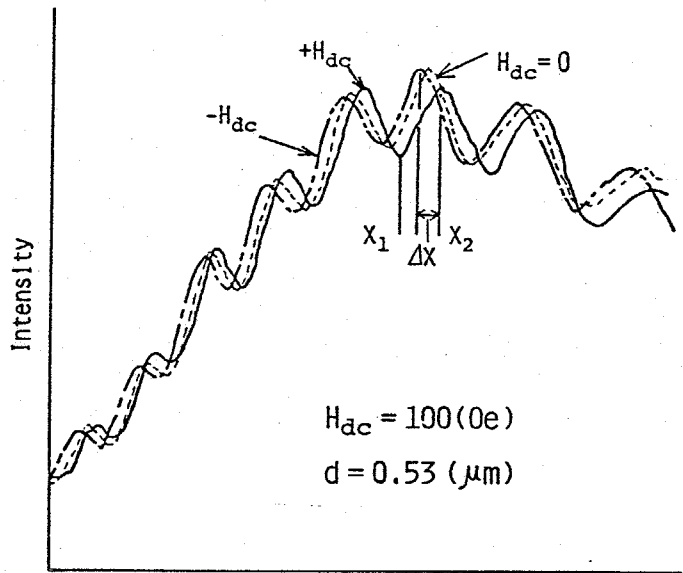


図5-11 干渉縞観測例 (横軸は位置)

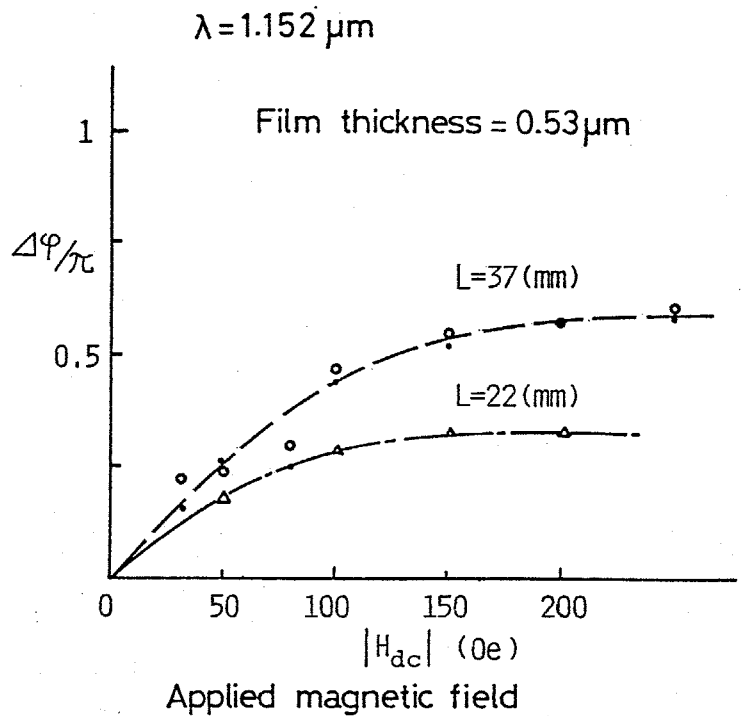


図5-12 非可逆移相量 $\Delta\varphi$ 測定結果

より、伝搬長 1 cm 当りの非可逆移相量 0.5 / rad / cm を得る。ファラデー回転 240 deg / cm に相当する磁気異方性を仮定した場合、理論的には膜厚 0.53 μm の YIG で 0.79 rad / cm の非可逆移相量となる。このような測定値と理論値の差は、試料の光学磁気異方性の違い、膜厚、屈折率の測定誤差^(*)等が原因として考えられる。

尚、TE₀モードに対して行った同様の測定では、非可逆移相特性は観測されなかった。これは、5-3-1で述べた理論的考察の結果と一致する。

以上から、量的には理論値よりも小さいものの^(**)、実験によって光非可逆移相器の動作が確認され、この種の光非相反回路の実現可能性が示された。

また、測定に用いた YIG 薄膜の TM₀モード伝搬損失の測定結果を、図 5-13 に示す。測定は、Sliding-prism loss measurement 法^[11]を用いて、波長 1.152 μm で行った。3回の測定で得られる減衰定数の平均値として α_l = 3.5 dB / cm が得られた。尚、α_l は次式で定義される。

$$I(z) = I_0 \cdot \exp(-\alpha'_l z) ; \alpha'_l (\text{cm}^{-1}) \\ = I_0 \cdot 10^{-\alpha_l z} ; \alpha_l (\text{dB/cm})$$

但し、測定された伝搬損失は、媒質の吸収損失と、散乱損失が主な原因と考えられるが、両者を区別して測定することはできなかった。

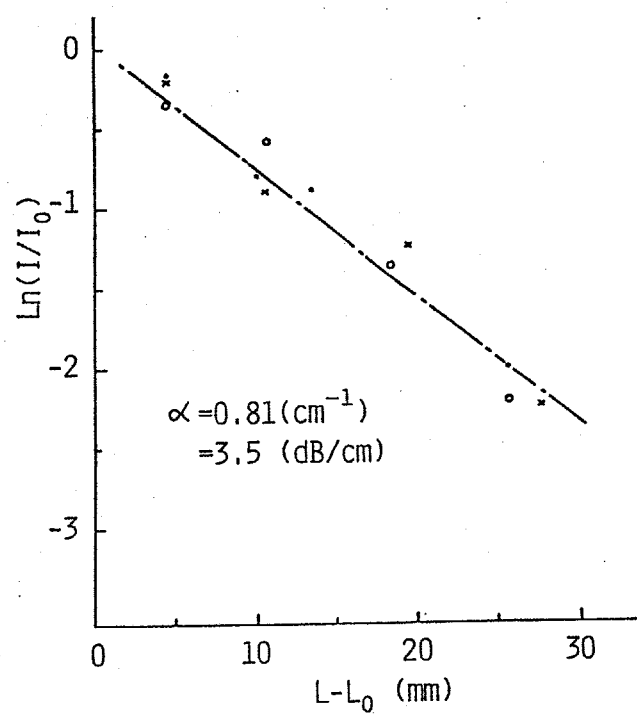


図 5-13 伝搬損失の測定結果。I, I₀ は光強度を、L, L₀ は伝搬距離を表わす。

(*)膜厚に関しては誤差 ± 10% 以内。
(**)測定した 0.53 μm の YIG 薄膜を用いて π 非可逆移相器を構成すると、素子長 62 mm。

§.5-5 Strip-loaded型光3dB 方向性結合器の設計

光非可逆移相器と組合せて光ケ
ーキュレータを構成するための光
方向性結合器として, Strip-loaded
導波路を用いた分布結合型方向性
結合器(図5-14)を考え, これ
の設計を行う。

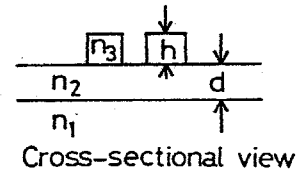
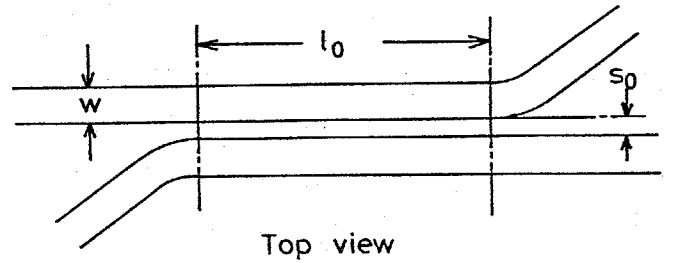


図5-14 Strip-loaded型方向性結合器

図において, 二本の導波路が平
行になった長さ l_0 の部分でのみ結
合があるとする。導波路の対称
性から, 導波路1, 2の電界は偶
奇モードの重ね合せで次のように
表わされる。^{[12]-[14]}

$$\begin{aligned} E_1(z) &= E e^{jke z} + E_0 e^{-jk_0 z} \\ E_2(z) &= E e^{jke z} - E_0 e^{-jk_0 z} \end{aligned} \tag{5.6}$$

$E_1(0) = 1, E_2(0) = 0$ とすると, 長さ l_0 だけ結合した後の出力は

$$\begin{aligned} E_1(l_0) &= \exp(-j \frac{k_e + k_0}{2} l_0) \cdot \cos(\frac{k_e - k_0}{2} l_0) \\ E_2(l_0) &= -j \exp(-j \frac{k_e + k_0}{2} l_0) \cdot \sin(\frac{k_e - k_0}{2} l_0) \end{aligned} \tag{5.7}$$

で与えられる。したがって, 3dB方向性結合器となる条件は次式のように書け
る。

$$\frac{k_e - k_0}{2} l_0 = \frac{\pi}{4} \tag{5.8}$$

5-5-1 等価屈折率, 結合係数の算出

設計は等価誘電率法を用いて行う。非可逆移相器はTMモード(E_y モード)
に対して設計されているので, ここでは E_{y1} モードのみを考えて設計する。

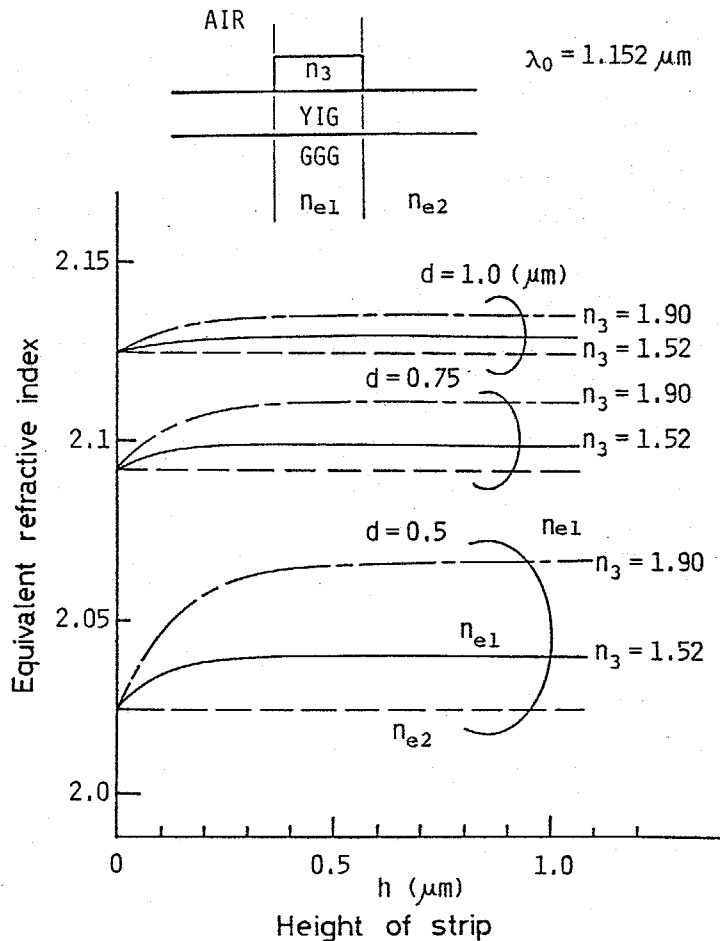


図5-15 等価屈折率 n_{e1} , n_{e2} のストリップ高さによる変化。(導波層厚 d , ストリップの屈折率 n_3)

ストリップを装荷した領域の等価屈折率を n_{e1} 、他の領域の等価屈折率を n_{e2} とする。ストリップの高さに対する等価屈折率の変化を図5-15に示す。パラメータとして導波層の膜厚 d とストリップの屈折率 n_3 をとっている。導波層として YIG、基板に GGG を仮定している。高さ $0.5 \mu\text{m}$ 以上のストリップに対し、 n_{e1} はほぼ一定であることがわかる。これは、実際に素子を製作する際に、ストリップの高さを $0.5 \mu\text{m}$ 以上にすれば、多少の厚さ変動は十分許容されることを意味している。これは素子製作上有利となる。

ここで求めた等価屈折率を用いて、結合線路の偶奇モードの伝搬定数 k_e , k_o が求まる。図5-16に導波路間隔 S_0 に対する $(k_e - k_o)$ の変化を示す。

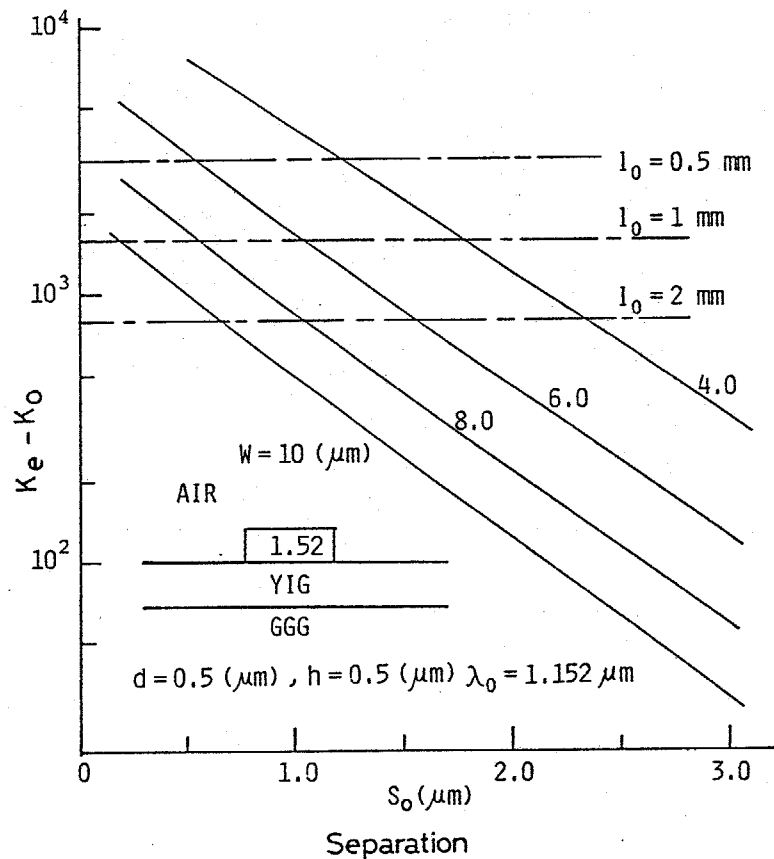


図5-16 導波路間隔 S_0 に対する $(k_e - k_0)$ の変化

ストリップの幅 W をパラメータとしている。図より、 $(k_e - k_0)$ は S_0 の関数として、ほぼ次の指数関数で近似できることがわかる。

$$k_e - k_0 = \exp(aS_0 + b) \equiv F(S_0) \quad (5.9)$$

また、図中の一点鎖線は、式(5.8)の3dB条件を満足する結合長が、 $l_0 = 0.5, 1.0, 2.0$ mmとなる $(k_e - k_0)$ の値を表わしている。

5-5-2 結合長

図5-16に示されるような結合長 l_0 は、導波路間隔が伝搬方向で一定の部分のみで結合を考えているが、実際には、導波路の曲がり部分においても結合がある。特に、導波路間隔が狭い場合や、導波路への電磁界の閉じ込めが弱い

場合には、この影響が顕著に現われる。これを考慮した場合、式(5.8)の3 dB条件は次のようになる。

$$\frac{k_e(s_0) - k_0(s_0)}{2} l_0 + \int_{\Delta} (k_e - k_0) \cdot dz = \frac{\pi}{4} \quad (5.10)$$

左辺第二項の積分項が導波路曲がり部分での結合を表わす。そして、この部分を円弧で形成する場合には、式(5.10)の積分項は次のような近似計算を行うことができる。

図5-17のように変数を選ぶと、

$$\begin{cases} z^2 + (y-R)^2 = R^2 \\ s = s_0 + y \end{cases} \quad (5.11)$$

なる関係があり、さらに $(k_e - k_0)$ が式(5.9) で近似されることを用いれば、(5.10) 式の積分項は次のようになる。

$$\begin{aligned} k &= \int_{\Delta} (k_e - k_0) dz = \int_0^{z_1} (k_e - k_0) dz \\ &= \exp(as_0 + b) \int_0^{y_1} \frac{(R-y)e^{ay}}{\sqrt{R^2 - (y-R)^2}} dy \end{aligned} \quad (5.12)$$

ここで y_1 は、結合が無視できる程小さくなる導波路間隔に対応し、せいぜい s_0 の十倍程度(数 $10 \mu m$) を考えればよい。また R は曲がり導波路の曲率半径を

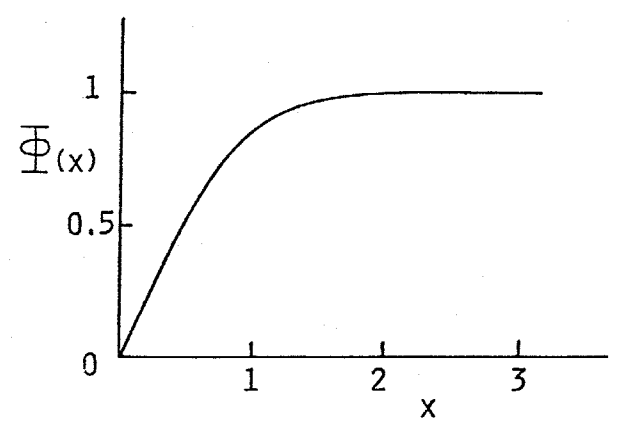
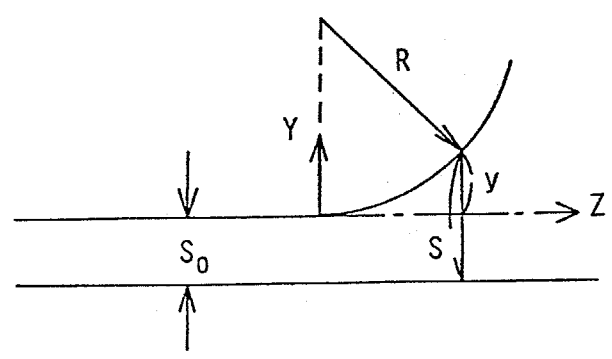


図5-17 導波路曲がり部分の拡大

図5-18 関数 $\Phi(x)$

表わし、 $R \gg y_1$ としてよい。したがって式(5.12)で

$$\frac{R-y_1}{\sqrt{R^2-(y_1-R)^2}} \approx \sqrt{\frac{R}{2y_1}}$$

なる近似ができ、式(5.12)の積分は次のようになる^(*)

$$\begin{aligned} k &\approx \exp(as_0 + b) \sqrt{\frac{R}{2}} \int_0^{y_1} \frac{e^{ay}}{\sqrt{y}} dy \\ &= \sqrt{\frac{\pi R}{-2a}} \exp(as_0 + b) \cdot \Phi(\sqrt{-ay_1}) \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\left(\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \right)$$

$\Phi(x)$ は図5-18に示すように、 $x \geq 2$ で $\Phi(x) \approx 1$ としてよい。すなわち、

$$k \approx \sqrt{\frac{\pi R}{-2a}} \exp(as_0 + b) \quad (5.14)$$

で近似される。

以上のことから、導波路間隔が一定な部分の結合長 l_0 は次式より求まる。

$$(k_e(s_0) - k_0(s_0)) \cdot l_0 + \sqrt{\frac{\pi R}{-a}} \exp(as_0 + b) = \frac{\pi}{2} \quad (5.15)$$

図5-19に式(5.15)から求めた l_0 の s_0 による変化を示す。一点鎖線が導波路曲がり部分の結合を無視した場合の結合長を表わす。導波路間隔が小さい場合には曲がり部分の結合も考慮に入れて設計する必要があることがわかる。しかもこのことは、ストリップの屈折率の小さい、すなわち導波路への電磁界の閉じ込めの弱い(a)の方が顕著である。

§5-6 光サーキュレータの膜厚変動による特性劣化

非可逆モード変換器を用いた光アイソレータは、モード変換部に於てTEモードとTMモードの位相整合を計らなくてはならない。そのため導波層の膜厚をはじめ導波路パラメータを厳密に制御し製作する必要がある。それに対し、非可逆移相器は膜厚ずれによる特性劣化は少ないと思われる。そこで、ここで

(*) 図5-16から明らかに $a < 0$ である。

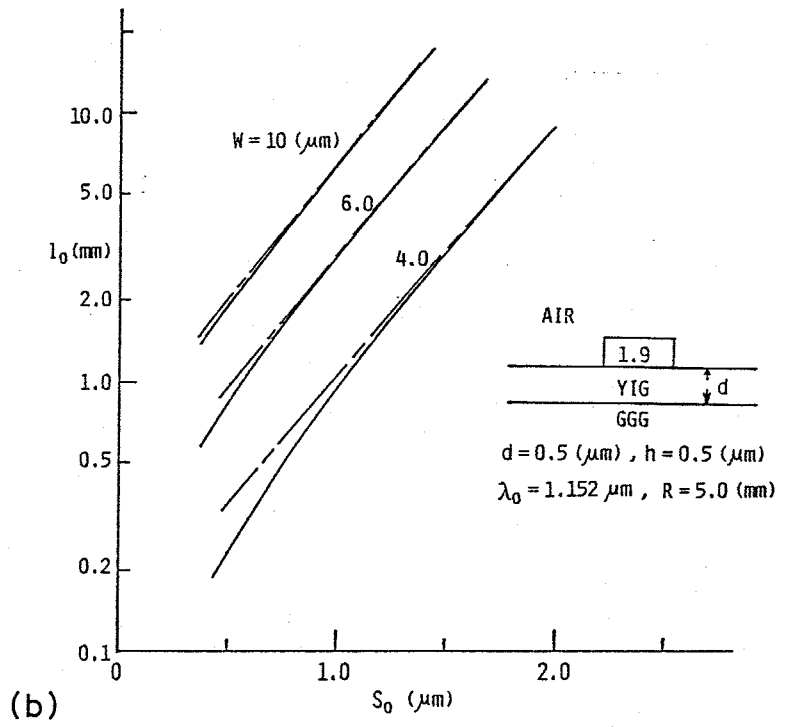
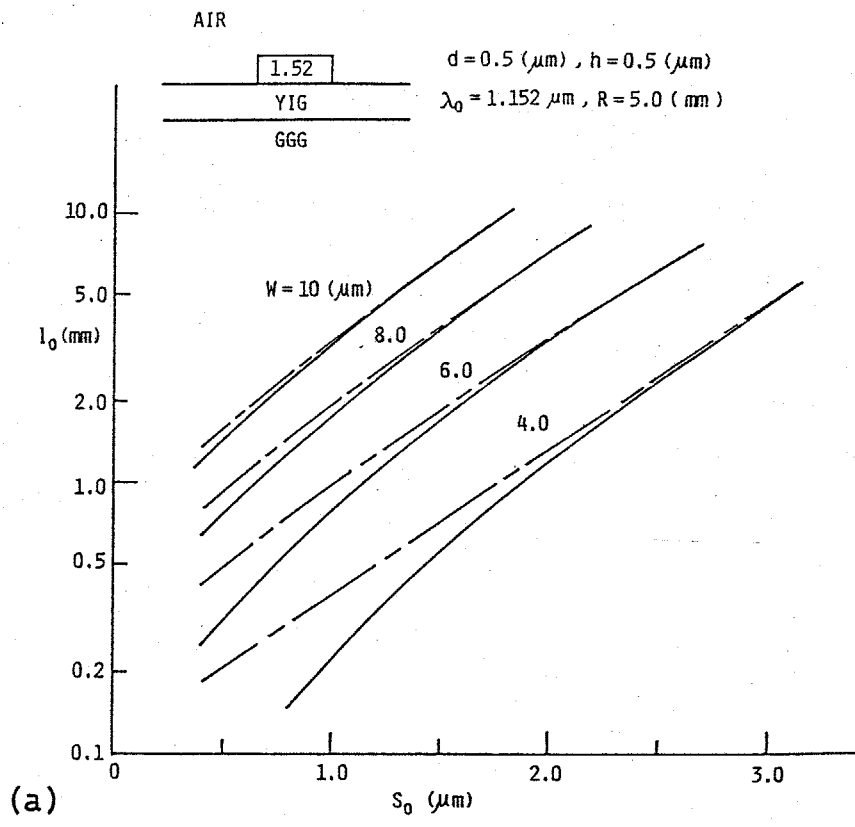


図5-19 3dB方向性結合器の結合長 l_0 , S_0 は導波路間隔, R は導波路曲がり部分の曲率半径.

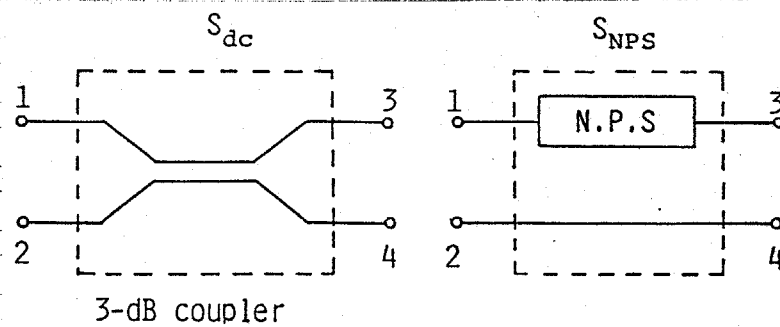


図5-20 3dB方向性結合器 S_{dc} と非可逆移相器 S_{NPS}

は、これまで個別に検討してきた光非可逆移相器と3dB方向性結合器を組み合わせて同一薄膜で構成した光サーキュレータにおいて、導波層の膜厚が設計値からずれた場合に生ずる特性劣化を評価する。

図5-20のように、3dB方向性結合器と非可逆移相器-導波路を四端子回路の散乱行列 S_{dc} , S_{NPS} で表現する。

$$S_{dc} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & S_{31} & S_{41} \\ 0 & 0 & S_{41} & S_{31} \\ S_{31} & S_{41} & 0 & 0 \\ S_{41} & S_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

$$\text{但し } S_{31} = \cos\left(\frac{k_e - k_o}{2} l\right) \cdot \exp(-j \frac{k_e + k_o}{2} l)$$

$$S_{41} = -j \sin\left(\frac{k_e - k_o}{2} l\right) \cdot \exp(-j \frac{k_e + k_o}{2} l)$$

$$S_{NPS} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & e^{-jk_- L_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{jk_w L} \\ e^{-jk_+ L_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-jk_w L} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

但し、非可逆移相器の長さを L_0 、それと平行な導波路の長さを L とする。また、port 1 から 3, port 3 から 1, port 2 と 4 の間を伝搬する波の伝搬定数を、それぞれ k_+ , k_- , k_w で表わす。

式(5.16), (5.17) で表わされる四端子回路の組合せで構成されるサーキュレータ(図5-1)の散乱行列は次のようになる。

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{S}_{13} & \bar{S}_{14} \\ 0 & 0 & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{24} \\ \bar{S}_{31} & \bar{S}_{32} & 0 & 0 \\ \bar{S}_{41} & \bar{S}_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

$$\text{但し, } \bar{S}_{13} = S_{31}^2 e^{-jk_-L_0} + S_{41}^2 e^{-jk_wL}$$

$$\bar{S}_{14} = S_{31} S_{41} (e^{-jk_-L_0} + e^{-jk_wL})$$

$$\bar{S}_{23} = \bar{S}_{14}$$

$$\bar{S}_{24} = S_{41}^2 e^{-jk_-L_0} + S_{31}^2 e^{-jk_wL}$$

$$\bar{S}_{31} = S_{31}^2 e^{-jk_+L_0} + S_{41}^2 e^{-jk_wL}$$

$$\bar{S}_{32} = S_{31} S_{41} (e^{-jk_+L_0} + e^{-jk_wL})$$

$$\bar{S}_{41} = \bar{S}_{32}$$

$$\bar{S}_{42} = S_{41}^2 e^{-jk_+L_0} + S_{31}^2 e^{-jk_wL}$$

ここで、完全サーキュレータ^(*)を構成するためには以下の条件が必要である。

$$\begin{cases} \frac{k_e - k_0}{2} l = \frac{\pi}{4} \\ k_wL = k_+L_0 = k_-L_0 + \pi \end{cases} \quad (5.19)$$

導波層の膜厚を L_0 が最小となる膜厚で完全サーキュレータを設計する。導波層の膜厚が設計値からずれた場合, k_e, k_0, k_w, k_+, k_- が変化し, 式(5.19)は満足されず, 完全サーキュレータではなくなる。すなわち, port 1 と port 4 からの入力に対しては表5-1に示すような特性劣化を示す。

表5-1 膜厚ずれによる特性劣化

入力	設計	特性劣化
$P_1 = P_{in}$	$P_3/P_{in} = 0, P_4/P_{in} = 1$	$P_3/P_{in} \neq 0, P_4/P_{in} < 1$
$P_4 = P_{in}$	$P_1/P_{in} = 0, P_2/P_{in} = 1$	$P_1/P_{in} \neq 0, P_2/P_{in} < 1$

(*) すなわち, port 1 からの入力はすべて port 4 に, port 4 からの入力はすべて port 2 に出カされるようなサーキュレータの意味。

図5-21に膜厚変動による特性劣化の様子を示す。横軸は波長で規格化した膜厚変動

$$\Delta d/\lambda_0 = (d - d_0)/\lambda_0 \quad (d_0 \text{は設計膜厚})$$

を、また縦軸は入力で規格化した出力電力を表わす。方向性結合器は、 $n_s = 1.5$ なる屈折率をもつストリップで $W = 8.0 \mu\text{m}$, $S_0 = 1.0 \mu\text{m}$, $h = 0.5 \mu\text{m}$ で設計し、同じストリップを装荷した非可逆移相器を用いている。この場合、非可逆移相器の長さ L_0 は導波層の膜厚が $d_0 = 0.35 \mu\text{m}$ で最小になるので、設計膜厚は $0.35 \mu\text{m}$ である。アイソレーション 20 dB以上を許容範囲とするなら、

$$-4.5\% \leq \Delta d/\lambda_0 \leq 9.0\% \quad \text{for } P_1/P_{in} \leq 1\%$$

$$-1.8\% \leq \Delta d/\lambda_0 \leq 6.0\% \quad \text{for } P_3/P_{in} \leq 1\%$$

が膜厚許容範囲である。一方、モード変換型アイソレータの場合、 $\Delta d/\lambda_0 = \pm 0.08\%$ でモード変換率が50%にも低下する^[5](アイソレーション 3dB)。

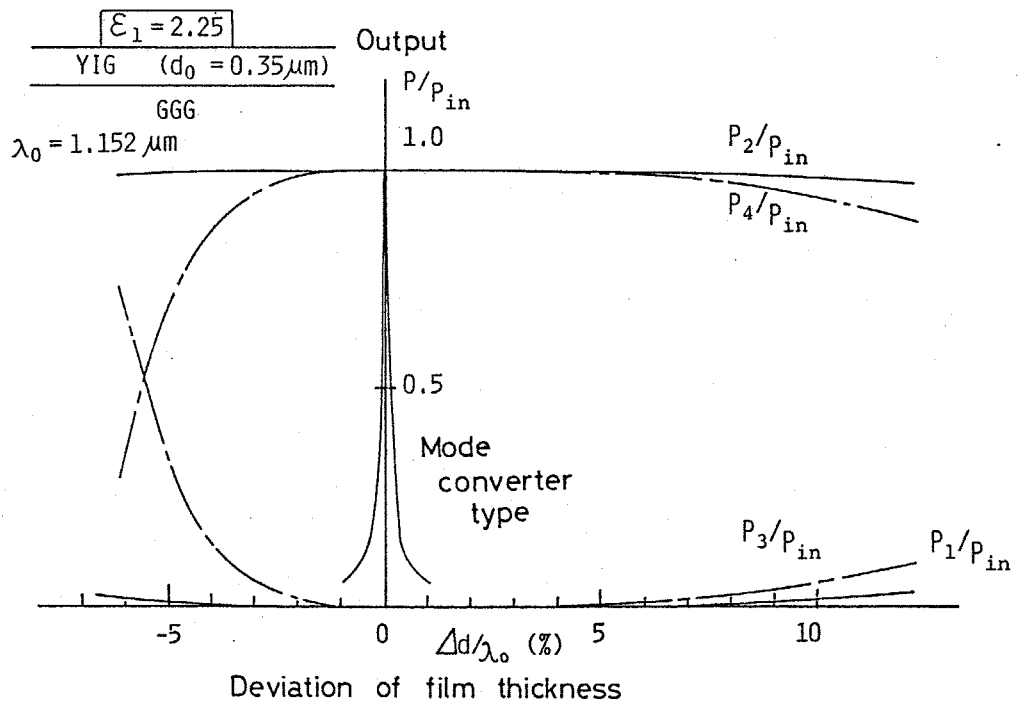


図5-21 膜厚変動によるサーキュレータの特性劣化。

したがって、本章で考察している光サーキュレータは、モード変換型光アイソレータに比べると、導波路パラメータの変動許容範囲がはるかに広いと言える。そしてこれは、次のような理由による。モード変換型光アイソレータにおいて、導波層の膜厚変動によって生ずるTEモードとTMモードの伝搬定数の変化が異なる。したがって、両モードの位相整合が動作に必要なモード変換器の特性劣化は著しい。これに対し、光非可逆移相器はTMモードのみで動作するため、膜厚変動による伝搬定数の変化はあるものの前進波と後退波の伝搬定数差の変化は小さく、特性劣化も小さい。

§5-7 第5章のまとめ

本章において、非可逆移相器を用いた光サーキュレータに対して検討を行った。得られた結果をまとめると次のようになる。

(1) 光学磁気異方性媒質を含む非対称三層スラブ導波路をTMモードが伝搬する際、伝搬方向によって伝搬速度が異なる。これを利用して光非可逆移相器の設計を行った。

(2) 既存の光学磁気異方性媒質を用いて非可逆移相器を構成すると、数10 mm程度の素子長となる。したがって、磁性体の磁気異方性を改善し、大きな光学磁気異方性を有する材料の開発が必要である。

(3) Strip-loaded型光3dB方向性結合器の設計を行った。結合部分の導波路間隔が狭い場合、あるいは導波路への電磁界の閉じ込めが弱い場合には、結合部への接続導波路での結合も考慮に入れて設計を行う必要がある。

(4) 非可逆移相器を用いた光サーキュレータで導波層の膜厚変動による特性劣化は、モード変換型光アイソレータに比べはるかに緩やかで、導波路パ

ラメータの変動許容範囲の広い非相反回路であることを明らかにした。

最後に、図5-22のような構成にすれば、素子長が短くなることを付け加えておく。

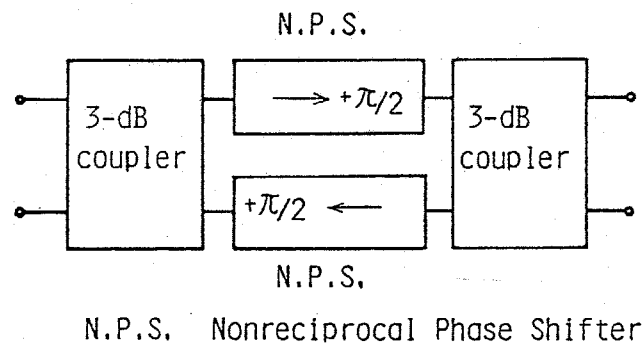


図5-22 $\pi/2$ 非可逆移相器を用いたサーキュレータ

References

- [1] F.Auracher and H.H.Witte; "A New Design for an Integrated Optical Isolator", Opt.Comm., vol.13, No.4, pp.435-438 (April 1975)
- [2] J.P.Castera and G.Hepner; "Isolator in Integrated Optics Using the Faraday and Cotton-Mouton Effects", IEEE Trans.on Magnetics, vol.MAG-13, No.5, pp.1583-1585 (Sept. 1977)
- [3] T.M.Bieniewski and S.J.Czyzak; "Refractive Indices of Single Hexagonal ZnS and CdS Crystals", J.Optical Society of America, vol.53, pp.496-497 (1963)
- [4] American Institute of Physics Handbook
- [5] W.L.Bond; "Measurement of the Refractive Indices of Several Crystals", J.Appl.Phys., vol.36, No.5, pp.1674-1677 (May 1965)
- [6] P.K.Tien, R.J.Martin, S.L.Blank, S.H.Wemple and L.J.Varnerin;

- "Optical Waveguides of Single-Crystal Garnet Films", Appl. Phys. Lett., vol. 21, No. 5, pp. 207-209 (Sept. 1972)
- [7] 飯田也; "光マイクロ波磁気工学", 第11章, 丸善 (1976)
- [8] M. Abe, M. Gomi and S. Nomura; "Magneto-optical Properties of FeBO_3 and YFeO_3 and their Application to Optical Devices", Proceedings of the International Conference on Ferrites, Sept. 29-Oct. 2, Kyoto (1980)
- [9] H. Furuta, H. Noda and A. Ihaya; "Novel Optical Waveguide for Integrated Optics", Appl. Optics, vol. 13, No. 2, pp. 322-326 (Feb. 1974)
- [10] W. V. McLevige, T. Itoh and R. Mittra; "New Waveguide Structure for Millimeter-Wave and Optical Integrated Circuits", IEEE Trans. on MTT, vol. MTT-23, No. 10, pp. 788-794 (Oct. 1975)
- [11] H. P. Weber, F. A. Dunn and W. N. Leibolt; "Loss Measurements in Thin-Film Optical Waveguides", Appl. Optics, vol. 12, No. 4, pp. 755-757 (April 1973)
- [12] R. Mittra and S. Bhooshan; "Multimode Waveguide Components for Millimeter-wave Integrated Circuits", IEEE MTT-s 1979 International Microwave Symposium Digest pp. 211-213
- [13] K. Solbach; "The Calculation and the Measurement of the Coupling Properties of Dielectric Image Lines of Rectangular Cross Section", IEEE Trans. on MTT, vol. MTT-27, No. 1, pp. 54-58 (Jan. 1979)
- [14] T. Trinh and R. Mittra; "Coupling Characteristics of Planar Dielectric Waveguides of Rectangular Cross Section", IEEE Trans. on MTT, vol. MTT-29, No. 9, pp. 875-880 (Sept. 1981)
- [15] S. Yamamoto and T. Makimoto; "Design Considerations for Nonreciprocal Integrated Optical Devices", J. Appl. Phys., vol. 47, No. 9, pp. 4056-4060 (Sept. 1976)

第6章 結論

本研究は、導波路型光非相反回路の構成における問題点を解決し、これを實現することが目的であった。

光アイソレータを構成する際には、伝搬TE, TMモード間の位相整合を計ることが最重要であり、非相反動作に必要な光学磁気異方性媒質との結晶格子定数の違いから、他の複屈折結晶を用いて位相整合導波路を構成することができないという事が困難さを生んでいた。

本研究ではこれに対し、人工異方性導波路による位相整合導波路と、磁性薄膜に生ずる応力複屈折率を用いた位相整合導波路を提案し、検討を行った。さらに、非可逆移相器を用いた光サーキュレータに対し、その主要部分である非可逆移相器の非可逆移相量の測定を行い、実験的、理論的な検討を加えた。

本研究によって、光非相反回路は光学磁気異方性媒質と等方性媒質のみで構成されることが明らかにされた。以下に、本研究によって得られた成果を記す。

- (1) 誘電体薄膜導波路において、直交偏波間の位相整合を計る方法として人工異方性導波路の検討を行った。その結果、導波層の屈折率と同程度の屈折率をもつ誘電体ストリップを光の伝搬方向と平行に装荷することで位相整合導波路が得られることがわかり、電磁界の厳密解析によって位相整合条件が求められた。
- (2) 異方性媒質を含む三次元導波路のモード変換特性の解析を可能にし、光学磁気異方性媒質を含む人工異方性導波路のモード変換特性、及び光アイソレータへの応用可能性を理論的に明らかにした。
- (3) 人工異方性を利用したノセクション型一方向性モード変換器の設計を行い、導波角の調整により導波路パラメータの変動による特性劣化を防ぐことができることを明らかにした。また、光学磁気異方性の大きい方が導波路パラメータ変動の許容範囲が広がることを明らかにした。

- (4) 人工異方性導波路とスラブ導波路の接続部における反射特性の解析を行い、人工異方性導波路で位相整合を計る場合には強度反射係数にして 10^{-4} 程度以下と、かなり小さいことがわかった。
- (5) バイコールガラス基板上にPMMAを用いて低屈折率人工異方性導波路を製作し、伝搬定数の測定によって人工異方性の効果が確認された。また、縮退に近い導波路が得られた。
- (6) スパッタエッチングによるYIG, Ta_2O_5 薄膜の導波路微細加工を検討し、光学磁気異方性媒質YIGを含む人工異方性導波路の製作を行った。さらに、製作されたYIG人工異方性導波路で、光学磁気異方性によるモード変換率として最大16%が得られた。この結果、人工異方性導波路の位相整合導波路、さらにはモード変換器への適用可能性が明らかになった。
- (7) GGG基板上に結晶成長したYIG薄膜、Bi置換YIG薄膜に生ずる複屈折率の検討を行い、室温における膜と基板の格子定数差による応力複屈折率で説明できることを明らかにした。応力は、膜と基板の境界面に平行な方向に働き、薄膜の膜厚が基板厚に比べ十分薄い場合、薄膜中の応力分布は膜厚方向ではほぼ一定で、基板と膜の格子定数差にほぼ比例した応力が発生することが明らかになった。またこの場合、基板中の応力は薄膜中に比べ十分小さい。さらに、応力複屈折率が応力に比例することから、応力複屈折率もまた基板と膜の格子定数差にほぼ比例し、基板中の応力複屈折率は無視できる。
- (8) Bi置換YIG薄膜に発生する応力複屈折率を用いて、薄膜位相整合導波路が得られることが明らかにされた。したがって、これを用いてモード変換器、光アイソレータが構成される。また、液相成長法によってGGG基板上に結晶成長したBi:YIG薄膜では、膜面垂直方向に一軸磁気異方性が発生していることも明らかになった。
- (9) YIG薄膜において非可逆移相量を測定し、膜厚 $0.53\mu\text{m}$ のYIG薄膜でTM₀モードに対し、波長 $1.152\mu\text{m}$ で 0.51 rad/cm の非可逆移相量を

得た。これをそのまま用いて光サーキュレータ構成に必要な π -非可逆移相量を得るには、約6.2 cmの伝搬長が必要となるため、実際の素子に応用するためには、磁性薄膜の特性向上を計り、光学磁気異方性の大きなものを開発する必要がある。

(10) 非可逆移相器を用いた光サーキュレータ構成に必要な光3dB方向性結合器の設計を行った。さらに、この形式の非相反回路は、膜厚ずれによる特性劣化が少い回路であることが明らかになった。

以上、人工異方性または応力複屈折率を用いて導波路の位相整合が計れることが明らかになったので、実際に位相整合導波路を磁気異方性媒質で製作し、適当な磁界印加を行って一方向性モード変換器、さらには光アイソレータを実現することが今後の課題として残されている。

また、磁性体の光学磁気異方性を大きくすることにより、非相反回路の小型化が計れるだけでなく、導波路パラメータ変動の許容範囲が広がる。したがって、磁性体薄膜の光学磁気異方性の改善が光非相反回路の実現に大きな役割を果たすと考えられ、今後、この方面の研究を積極的に推し進めていく必要があることを主張したい。

現在の光通信技術はすでに実用化されているというものの、より高度な通信システムを構成する可能性が十分残されており、そのための研究が盛んに行われている。本研究が将来の光通信技術発展のため、何らかの形で役に立つことがあれば幸いである。

謝辞

学部卒業研究から6年間の長きにわたり、研究、日々の学生生活を通じ、終始暖かい御指導、並びに数々の御助言をいただきました内藤喜之教授に厚く御礼申し上げます。特に、先生の研究に対する考え方に大いに啓発されながら研究を続けられたことを幸せに思います。

機会あるごとに、御指導・御討論いただきました末武国弘名誉教授、関口利男教授、川村光男教授、末松安晴教授、後藤尚久教授、清水康敬助教授、伊賀健一助教授をはじめ、本学の諸先生方に深く感謝いたします。特に、 Ta_2O_5 のエッチングに関し御助言いただきました松村正清助教授、光導波路の微細加工等に関し貴重な御討論をしていただきました古屋一仁助教授に深謝いたします。更に、 Ta_2O_5 のスパッタリングについて色々とお世話になりました直江正彦助教授および山中直江研究室の皆様には感謝いたします。

電子線露光装置使用にあたり、サブミクロン加工室吉田健次技官には大変お世話になりました。また、松村研究室成毛康雄氏には、微細加工に関して数々の助言をいただき、松村研究室の実験装置使用にあたり便宜を図っていただき、大変ありがとうございました。更に、SEM写真撮影に際し、お世話になりました研究協力課電子顕微鏡室の大木六郎技官、心よく実験装置を使用させていただきました末松研究室の皆様には本文をもって謝意を表わしたいと思います。

尚、本研究の遂行にあたり、電電公社の関係各位には大変お世話になりました。また、導波路微細加工等において本学理工学国際交流センターの設備を、数値計算に際しては総合情報処理センターの計算機を利用させていただきました。

本研究室の荒木純道助手には、終始適切な御助言、励ましを頂きました。感謝いたします。萩本和男氏（現在電電公社）、岡部紳太郎氏（現在三井物産）、新井宏之氏、坂野純一氏、工藤慎一氏（現在三菱商事）、大地清氏には、実験等を通じお世話になり、ありがとうございました。また、特に、土田学氏（

現在新潟県庁)の行った応力解析を薄膜の応力複屈折率解析に利用させていただきましたことに深謝いたします。更に、村口正弘氏(現在電電公社)、金東一氏をはじめ、内藤研究室の先輩、同輩、後輩の皆様には、研究上、私生活上色々とお世話になりました。心より感謝いたします。

最後に、精神的な支えになり、心から励ましてくれた最愛の妻に心より感謝し、筆を置きます。

本研究に関する発表論文・資料

1. 論文

- [1] T.Mizumoto and Y.Naito; "Nonreciprocal Propagation Characteristics of YIG Thin Film", IEEE Trans. on MTT, vol.MTT-30, No.6, pp.922-925 (June 1982)
- [2] 水本, 内藤; "人工異方性を用いた位相整合誘電体導波路", 電子通信学会論文誌(C), vol. J66-C, No.6, pp.454-461 (June 1983)
- [3] 水本, 土田, 坂野, 内藤; "YIGおよびBi:YIG薄膜における応力複屈折", 電子通信学会論文誌(C), (掲載予定 1984)
- [4] T.Mizumoto and Y.Naito; "Ar Sputter-etching of YIG and Ta₂O₅ and Fabrication of Artificial Anisotropic Waveguides with YIG Thin Films", IECE Japan, Trans. (to be published in 1984)

2. 国際会議

- [1] T.Mizumoto and Y.Naito; "Nonreciprocal Propagation Characteristics of YIG Thin-Film", IEEE Int. Microwave Symposium at Los Angeles, California, Digest pp.522-524 (June 1981)
- [2] T.Mizumoto, H.Arai and Y.Naito; "Phase Matched Optical Dielectric Waveguide Using 'the Artificial Anisotropic Structure'", IEEE Int. Microwave Symposium at Dallas, Texas Digest pp.116-118 (June 1982)

3. 電子通信学会 研究会・全国大会

- [1] 内藤, 水本, 萩本, 阿部; "YIG薄膜中の光非可逆伝搬の特性", 信学技報 OQE80-54, pp.23-28 (July 1980)

- [2] 水本, 土田, 坂野, 内藤; "GGG基板上YIGおよびBi:YIG薄膜における応力複屈折について", 信学技報OQE83-77, pp.45-50 (Nov.1983)
- [3] 内藤, 水本, 阿部, 萩本; "YIG薄膜を用いた光非可逆移相器", 信学光・電波部門全国大会 297 (昭和55-9)
- [4] 水本, 新井, 内藤; "周期ストリップ装荷型人工異方性誘電体を用いた位相整合薄膜導波路", 信学総合全国大会, 光および量子エレクトロニクス 898 (昭和57-3)
- [5] 水本, 新井, 内藤; "人工異方性誘電体導波路の試作検討", 信学光・電波部門全国大会 287 (昭和57-8)

付録A. 固有関数 ϕ^e, ϕ^m の直交性 (2.9.a), (2.9.b) および関係式 (2.9.c) の証明.

図A-1の導波路における固有関数は Sturm-Liouville の固有値問題の解として求まる。すなわち、固有関数 ϕ_m, ϕ_n は次の Sturm-Liouville の固有値方程式を満足する。

$$k_m^2 w(y) \phi_m(y) = \left[\frac{d}{dy} P(y) \frac{d}{dy} + g(y) \right] \phi_m(y) \quad (\text{A.1})$$

$$k_n^2 w(y) \phi_n(y) = \left[\frac{d}{dy} P(y) \frac{d}{dy} + g(y) \right] \phi_n(y) \quad (\text{A.2})$$

ここで、

$$P(y) = w(y) = \begin{cases} 1 & : \text{TE E-ド} \\ 1/\epsilon(y) & : \text{TM E-ド} \end{cases}$$

$$g(y) = \begin{cases} k_0^2 \epsilon(y) & : \text{TE E-ド} \\ k_0^2 & : \text{TM E-ド} \end{cases}$$

$$\phi_m(y) \times (\text{A.2}) - \phi_n(y) \times (\text{A.1}) \text{ より}$$

$$(k_n^2 - k_m^2) \phi_m w \phi_n = P \left(\phi_m \frac{d^2 \phi_n}{dy^2} - \phi_n \frac{d^2 \phi_m}{dy^2} \right) + \frac{dP}{dy} \left(\phi_m \frac{d\phi_n}{dy} - \phi_n \frac{d\phi_m}{dy} \right) \quad (\text{A.3})$$

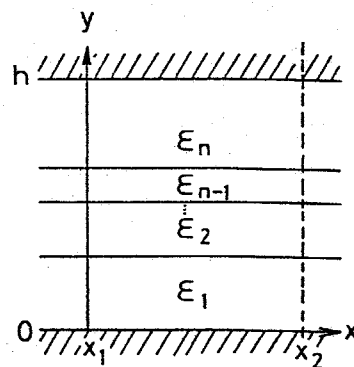
これに対して $\int_{x_1}^{x_2} \int_0^h dy dx$ なる積分を行うと、 $\partial/\partial x = 0$ であるから、左辺より

$$(x_2 - x_1) (k_n^2 - k_m^2) \int_0^h \phi_m w \phi_n dy \quad (\text{A.4})$$

を、また、右辺より、

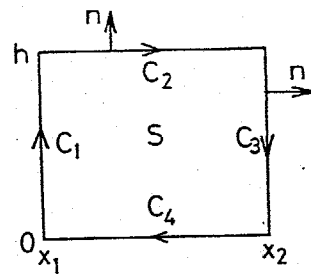
$$\iint P \left(\phi_m \frac{d^2 \phi_n}{dy^2} - \phi_n \frac{d^2 \phi_m}{dy^2} \right) ds + \iint \frac{dP}{dy} \left(\phi_m \frac{d\phi_n}{dy} - \phi_n \frac{d\phi_m}{dy} \right) ds \quad (\text{A.5})$$

を得る。但し、 $\int_{x_1}^{x_2} \int_0^h dy dx = \iint ds$ としている。



図A-1

TEモードの場合、 $P=1$ であるから式(A.5)の第二項の積分はゼロとなり、第一項の積分は図A-2の閉ループに沿った線積分に帰着できる。つまり、



図A-2

$$\iint (\phi_m^e \frac{d^2 \phi_n^e}{dy^2} - \phi_n^e \frac{d^2 \phi_m^e}{dy^2}) dS$$

$$= \oint_C (\phi_m^e \frac{\partial \phi_n^e}{\partial n} - \phi_n^e \frac{\partial \phi_m^e}{\partial n}) dl \quad (A.6)$$

但し、 n はループCに垂直外向きで面Sと同じ平面内にある。 C_1, C_3 上で、

$$\frac{\partial \phi^e}{\partial n} = \frac{\partial \phi^e}{\partial x} = 0.$$

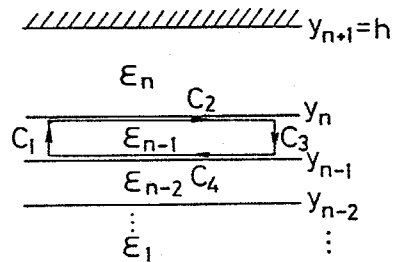
C_2, C_4 上で $\phi^e=0$ であるから、式(A.6)=0。したがって、式(A.4)も零に等しい。つまり、

$k_n^2 - k_m^2 \neq 0$ ならば、

$$\int_0^h \phi_m^e(y) w(y) \phi_n^e(y) dy = \int_0^h \phi_m^e(y) \phi_n^e(y) dy = 0 \quad (m \neq n) \quad (A.7)$$

となる。

TMモードの場合、 $P(y) = 1/\epsilon(y)$ であるから、式(A.5)第一項の積分は、図A-3を用いて次式のようになる。



図A-3

$$\sum_i \frac{1}{\epsilon_i} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_i}^{y_{i+1}} (\phi_m^m \frac{d^2 \phi_n^m}{dy^2} - \phi_n^m \frac{d^2 \phi_m^m}{dy^2}) dy dx$$

$$= \sum_i \frac{1}{\epsilon_i} \oint_{C_i} (\phi_m^m \frac{\partial \phi_n^m}{\partial n} - \phi_n^m \frac{\partial \phi_m^m}{\partial n}) dl \quad (A.8)$$

ここで、 C_1^i, C_3^i に沿っての積分は、 $\partial \phi^m / \partial n = \partial \phi^m / \partial x = 0$ より零になる。また、 C_2^i, C_4^i に沿っての積分は、 $y = y_i$ の両側で $\phi^m, (1/\epsilon)(d\phi^m/dy)$ が連続、かつ $C_4^i = -C_2^{i-1}$ であるから、結局(A.8)式は次のようになる。

$$\frac{1}{\epsilon_n} \int_{x_1}^{x_2} \left(\phi_m^m \frac{d\phi_n^m}{dy} - \phi_n^m \frac{d\phi_m^m}{dy} \right) dx - \frac{1}{\epsilon_1} \int_{x_1}^{x_2} \left(\phi_m^m \frac{d\phi_n^m}{dy} - \phi_n^m \frac{d\phi_m^m}{dy} \right) dx = 0$$

($\because d\phi^m/dy = 0$, at $y=0, h$)

また、式(A.5)積分第三項については、誘電体の境界 $y = y_i$ 上でのみ $d\phi/dy$ が非零になるが、面積分を行っても零となる。したがって、式(A.5)は零に等しくなる。つまり、

$k_n^2 - k_m^2 \neq 0$ ならば、

$$\int_0^h \phi_m^m(y) \omega(y) \phi_n^m(y) dy = \int_0^h \phi_m^m(y) \frac{1}{\epsilon(y)} \phi_n^m(y) dy = 0 \quad (m \neq n) \quad (A.9)$$

なる直交関係が成立する。

次に、異なるモード間に成り立つ関係式(2.9.c)を導く。式(A.1)より、

$$(k_m^e)^2 \phi_m^e(y) = \left[\frac{d^2}{dy^2} + k_0^2 \epsilon(y) \right] \phi_m^e(y) \quad (A.10)$$

$$(k_n^m)^2 \phi_n^m(y) = \left[\frac{d}{dy} \frac{1}{\epsilon(y)} \frac{d}{dy} + k_0^2 \right] \phi_n^m(y) \quad (A.11)$$

が、TE, TMモードについて成り立つ。

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{d\phi_n^m}{dy} \times (A.10) + \frac{d\phi_m^e}{dy} \times (A.11) \text{ より、}$$

$$\begin{aligned} & (k_m^e)^2 \phi_m^e \frac{1}{\epsilon} \frac{d\phi_n^m}{dy} + (k_n^m)^2 \phi_n^m \frac{1}{\epsilon} \frac{d\phi_m^e}{dy} \\ &= \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{d\phi_n^m}{dy} \frac{d^2\phi_m^e}{dy^2} + \frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d^2\phi_n^m}{dy^2} \right) + k_0^2 \left(\phi_m^e \frac{d\phi_n^m}{dy} + \phi_n^m \frac{d\phi_m^e}{dy} \right) \\ & \quad + \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d\phi_n^m}{dy} \end{aligned} \quad (A.12)$$

さらに、両辺に $\int_0^h dy$ なる積分を施すと、図A-3を用いて、右辺第一項から

$$\begin{aligned} \int_0^h \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{d\phi_n^m}{dy} \frac{d^2\phi_m^e}{dy^2} + \frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d^2\phi_n^m}{dy^2} \right) dy &= \sum_i \frac{1}{\epsilon_i} \int_{y_i}^{y_{i+1}} \frac{d}{dy} \left(\frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d\phi_n^m}{dy} \right) dy \\ &= \sum_i \frac{1}{\epsilon_i} \left[\frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d\phi_n^m}{dy} \right]_{y_i}^{y_{i+1}} \end{aligned} \quad (A.13)$$

を得る。 $y = y_i$ において、 $d\phi_m^e/dy$, $(1/\epsilon)(d\phi_n^m/dy)$ が連続であるから、(A.13)

は次のようになる。

$$\frac{1}{\varepsilon_n} \left(\frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d\phi_n^m}{dy} \right)_{y=h} - \frac{1}{\varepsilon_1} \left(\frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d\phi_n^m}{dy} \right)_{y=0} = 0 \quad (\text{A.14})$$

但し、 $y=0, h$ で $d\phi_n^m/dy = 0$ を用いた。

また、式(A.12)右辺第二項については、

$$\begin{aligned} k_0^2 \int_0^h \left(\phi_m^e \frac{d\phi_n^m}{dy} + \phi_n^m \frac{d\phi_m^e}{dy} \right) dy &= k_0^2 \int_0^h \frac{d}{dy} (\phi_m^e \phi_n^m) dy \\ &= k_0^2 [\phi_m^e \phi_n^m]_0^h \end{aligned}$$

となるが、 $y=0, h$ において $\phi_m^e = 0$ であるから、

$$k_0^2 \int_0^h \left(\phi_m^e \frac{d\phi_n^m}{dy} + \phi_n^m \frac{d\phi_m^e}{dy} \right) dy = 0 \quad (\text{A.15})$$

となる。

さらに、式(A.12)右辺第三項については

$$\int_0^h \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \frac{d\phi_m^e}{dy} \frac{d\phi_n^m}{dy} dy \quad (\text{A.16})$$

となるが、 $\frac{d}{dy} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)$ が非零の値をもつのは誘電体の境界においてのみであり、(A.16)の積分はゼロになってしまう。したがって、(A.14)、(A.15)を考えると、式(A.12)の右辺は零になる。すなわち、

$$(k_m^e)^2 \int_0^h \phi_m^e \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\phi_n^m}{dy} dy + (k_n^m)^2 \int_0^h \phi_n^m \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\phi_m^e}{dy} dy = 0 \quad (\text{A.17})$$

が成り立つ。

以上で、関係式(2.9)がすべて証明された。

付録 B 人工異方性導波路を伝搬するモードの直交関係

導波路構造の対称性を反映した横方向境界条件から、 E_x モード、 E_y モードの界分布の x についての偶奇性は次のようになる。但し、 $x=0$ を図 2-3 の面 C とする。

E_x モード

$$\left. \begin{aligned} E_x(x, y) &= E_x(-x, y) \\ E_y(x, y) &= -E_y(-x, y) \\ h_x(x, y) &= -h_x(-x, y) \\ h_y(x, y) &= h_y(-x, y) \end{aligned} \right\} (B.1)$$

E_y モード

$$\left. \begin{aligned} E_x(x, y) &= -E_x(-x, y) \\ E_y(x, y) &= E_y(-x, y) \\ h_x(x, y) &= h_x(-x, y) \\ h_y(x, y) &= -h_y(-x, y) \end{aligned} \right\} (B.2)$$

モード i を E_x モード、モード j を E_y モードとする。 $F(x, y)$ を次のように定義すると、

$$\begin{aligned} F(x, y) &= (\mathcal{E}_i \times \mathcal{H}_j^* - \mathcal{H}_i \times \mathcal{E}_j^*) \cdot \mathcal{a}_z \\ &= E_{xi} h_{yj}^* - E_{yi} h_{xj}^* - h_{xi} E_{yj}^* + h_{yi} E_{xj}^* \end{aligned} \quad (B.3)$$

$$F(-x, y) = -F(x, y) \quad (B.4)$$

であるので、 $i \neq j$ の場合、

$$\begin{aligned} & \int (\mathcal{E}_i \times \mathcal{H}_j^* - \mathcal{H}_i \times \mathcal{E}_j^*) \cdot \mathcal{a}_z \, dS \\ &= \int_{-(t_1+t_2)/2}^{(t_1+t_2)/2} \int F(x, y) \, dy \, dx = 0 \end{aligned} \quad (B.5)$$

となる。

また、 E_x モード、 E_y モードどしは縮退していないから、次のようにして直交関係を証明できる。モード i の電磁界を

$$\begin{cases} \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_i(x, y) e^{-\gamma_i z} e^{j\omega t} \\ \mathcal{H}_i = \mathcal{H}_i(x, y) e^{-\gamma_i z} e^{j\omega t} \end{cases} \quad (B.6)$$

と書き表わすと、 $(|E_i, |H_i)$ は Maxwell の方程式の解であるから、

$$\begin{cases} \nabla \times |E_i = -j\omega\mu \cdot |H_i \\ \nabla \times |H_i = j\omega\varepsilon \cdot |E_i \end{cases} \quad (B.7)$$

また、モード j が同様に Maxwell の方程式を満たすとき、これと逆方向に進む電磁界も Maxwell の方程式の解であり、

$$\begin{cases} |E_j = \mathcal{E}_j(x, y) e^{-\gamma_j z} e^{j\omega t} \\ |H_j = |h_j(x, y) e^{-\gamma_j z} e^{j\omega t} \end{cases} \quad (B.8)$$

とすると、

$$\begin{cases} \nabla \times |E_j = -j\omega\mu \cdot |H_j \\ \nabla \times |H_j = j\omega\varepsilon \cdot |E_j \end{cases} \quad (B.9)$$

である。式 (B.9) の複素共役をとると、媒質の無損失性より ε, μ はエルミートの ($\varepsilon^* = \varepsilon^t, \mu^* = \mu^t$; ε^t は ε の転置行列) であるから、次のようになる。

$$\nabla \times |E_j^* = -j\omega\mu^* \cdot |H_j^* = -j\omega\mu^t \cdot |H_j^* \quad (B.10.a)$$

$$\nabla \times |H_j^* = j\omega\varepsilon^* \cdot |E_j^* = j\omega\varepsilon^t \cdot |E_j^* \quad (B.10.b)$$

式 (B.7) と (B.10) を用いて、

$$\begin{aligned} j\omega (|E_j^* \cdot \varepsilon |E_i - |E_i \cdot \varepsilon^t |E_j^* &= |H_j^* \cdot \mu |H_i + |H_i \cdot \mu^t |H_j^*) \\ &= |E_j^* \cdot \nabla \times |H_i - |E_i \cdot \nabla \times |H_j^* + |H_j^* \cdot \nabla \times |E_i - |H_i \cdot \nabla \times |E_j^* \\ &= \nabla \cdot (|E_i \times |H_j^*) = \nabla \cdot (|E_j^* \times |H_i) \end{aligned} \quad (B.11)$$

となる。一方、

$$|E_j^* \cdot \varepsilon |E_i = |E_i \cdot \varepsilon^t |E_j^*, \quad |H_j^* \cdot \mu |H_i = |H_i \cdot \mu^t |H_j^*$$

であるから、式(B.11)より次式を得る。

$$\nabla \cdot (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) = 0$$

ここで、 ∇_t を x, y に関する微分演算子とし、 $\nabla = \nabla_t + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$ とすると、

$$\nabla_t \cdot (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) = -\hat{a}_z \cdot \frac{\partial}{\partial z} (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) \quad (B.12)$$

となる。式(B.6), (B.8)を用いれば、

$$-\frac{\partial}{\partial z} (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) = (\gamma_i + \gamma_j^*) (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i)$$

であるから、式(B.12)は次のように書ける。

$$\nabla_t \cdot (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) = (\gamma_i + \gamma_j^*) (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) \cdot \hat{a}_z \quad (B.13)$$

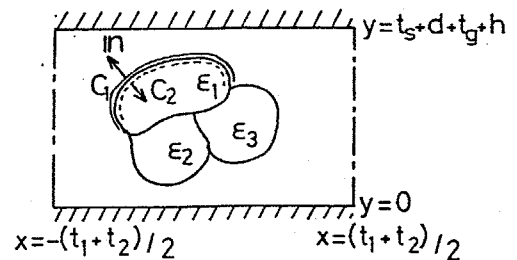
導波路断面(一単位構造)にわたって面積分を行うと、

$$\begin{aligned} & \int \nabla_t \cdot (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) dS \\ & = (\gamma_i + \gamma_j^*) \int (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) \cdot \hat{a}_z dS \end{aligned} \quad (B.14)$$

式(B.14)左辺の面積分は、次のような境界上での線積分になる。

$$\oint_C (|E_i \times |H_j^* - |E_j^* \times |H_i) \cdot \mathbf{n} dl = \int_C (\mathbf{n} \times |E_i \cdot |H_j^* - \mathbf{n} \times |E_j^* \cdot |H_i) dl \quad (B.15)$$

\mathbf{n} は境界に垂直で、面 S 内にある単位ベクトルを表わし、図B-1のように境界の内側に向くようにとる。 $\mathbf{n} \times |E_i \cdot |H_j^*$ は、 $|E_i$ と $|H_j^*$ の接線成分の積を意味し、内部の誘電体境界上で、内側の積分(C_1 上)と外側の積分(C_2 上)では界の連続性から $\mathbf{n} \times |E_i \cdot |H_j^*$ の大きさが等しく、 \mathbf{n} の方向が互いに逆向きになるため、打



図B-1

ち消し合う。

また、上下の導体板 ($y = t_1 + d + t_2 + h, 0$) 上で、 $n \times E = 0$ であるから、この部分の積分も零となる。

さらに、 $x = \pm (t_1 + t_2)/2$ の境界上では次のことがいえる。

(i) $x = -(t_1 + t_2)/2 + \delta$ と $x = -(t_1 + t_2)/2 - \delta$ (δ は微小量) における電磁界は等しい (界の連続性)。

(ii) 導波路構造の x 方向の周期性から、 $x = -(t_1 + t_2)/2 - \delta$ と $x = (t_1 + t_2)/2 - \delta$ における界は等しい。

(i), (ii) より、 $x = -(t_1 + t_2)/2$ と $x = (t_1 + t_2)/2$ における界は等しくなる。さらに、この境界上で、 n の方向は互いに逆向きであるから、積分は打ち消し合う。

以上より、式 (B.15) の積分は零に等しくなる。したがって、式 (B.14) より

$$(\gamma_i + \gamma_j^*) \int (E_i \times H_j^* - E_j^* \times H_i) \cdot \mathbf{a}_z dS = 0 \quad (\text{B.16})$$

z の負方向に伝搬するモードを考えると、電磁界成分、位相定数は次のようにすればよい。^[4]

前進波	後退波
E_t (断面内電界成分), H_z	E_t, H_z
E_z, H_t, γ	$-E_z, -H_t, -\gamma$

後退波に関する量に ' をつけて表わすことにすれば、

$$\begin{aligned} (E_i \times H_j'^*) \cdot \mathbf{a}_z &= (E_{t_i} \times H_{t_j}'^*) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -(E_{t_i} \times H_{t_j}^*) \cdot \mathbf{a}_z \\ &= -(E_i \times H_j^*) \cdot \mathbf{a}_z \end{aligned}$$

$$(E_j'^* \times H_i) \cdot \mathbf{a}_z = (E_j^* \times H_i) \cdot \mathbf{a}_z$$

であるから、式 (B.14) でモード j の後退波を考えれば次式が成り立つ。

[4] R. F. Harrington; "Time-Harmonic Electromagnetic Fields", chap. 7, pp. 346-347, McGraw-Hill (1961)

$$(\gamma_i - \gamma_j^*) \int (|E_i \times H_j^* + |E_j^* \times H_i) \cdot a_z dS = 0 \quad (B.17)$$

式 (B.16), (B.17) より, $\gamma_i \neq \pm \gamma_j^*$ であるから,

$$\int |E_i \times H_j^* \cdot a_z dS = \int |E_j^* \times H_i \cdot a_z dS = 0 \quad (B.18)$$

となる。

ここで, 式 (B.6), (B.8) を用いて, 式 (B.18) は次のように書き表わせる。

$$e^{-(\gamma_i + \gamma_j^*)z} \int e_i \times h_j^* \cdot a_z dS = e^{-(\gamma_j^* + \gamma_i)z} \int e_j^* \times h_i \cdot a_z dS = 0 \quad (B.19)$$

$e^{-(\gamma_i + \gamma_j^*)z} \neq 0$ であるから,

$$\int e_i \times h_j^* \cdot a_z dS = \int e_j^* \times h_i \cdot a_z dS = 0 \quad (B.20)$$

したがって, $i \neq j$ なら次の直交関係が成り立つ。

$$\int (e_i \times h_j^* - h_i \times e_j^*) \cdot a_z dS = 0 \quad (B.21)$$

[†] R.E. Collin: "Field Theory of Guided Waves", chap. 5, p. 178, McGraw-Hill (1960)

付録 C 弾性定数テンソルの座標変換

結晶 $\langle 100 \rangle$ 軸を座標軸としたコンプライアンステンソル $[S_{ijrs}]$, および光学弾性テンソル $[P_{ijrs}]$ の座標変換を考える。新座標軸の 1 つを結晶 $[111]$ 軸とし, 他の 2 軸はこれと互いに直交する任意の 2 方向にとる。変換後のテンソルを $[S'_{ijrs}], [P'_{ijrs}]$ とする。

尚, 以下の議論は, $[S]$ テンソルに対しては立方晶のすべての class について, また, $[P]$ テンソルに対しては立方晶の $43m, 432, m3m$ classes について成立する。 $[S]$ と $[P]$ の類似性を考慮して, $[S]$ についてのみ記述する。

旧座標に関する新座標軸の方向余弦を次のようにおく。

$$\alpha'_1 \text{ 軸 } ([111] \text{ 軸方向}) : (a_{11} \ a_{12} \ a_{13}) = (\frac{1}{\sqrt{3}} \ \frac{1}{\sqrt{3}} \ \frac{1}{\sqrt{3}})$$

$$\alpha'_2, \alpha'_3 \text{ 軸} : (a_{21} \ a_{22} \ a_{23}) = (l_1 \ l_2 \ l_3),$$

$$(a_{31} \ a_{32} \ a_{33}) = (m_1 \ m_2 \ m_3)$$

3 軸が互いに直交するので,

$$l_1 + l_2 + l_3 = m_1 + m_2 + m_3 = l_1 m_1 + l_2 m_2 + l_3 m_3 = 0 \quad (C.1)$$

さらに, 方向余弦の性質より,

$$l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = 1 \quad (C.2)$$

また, テンソルの非零成分が S_{11}, S_{12}, S_{44} であることから, 座標変換後のテンソル成分は次のようになる。

$$\begin{aligned} S'_{ijrs} &= \sum_k \sum_l \sum_m \sum_n a_{ik} a_{jl} a_{rm} a_{sn} S_{klmn} \\ &= (a_{i1} a_{j1} a_{r1} a_{s1} + a_{i2} a_{j2} a_{r2} a_{s2} + a_{i3} a_{j3} a_{r3} a_{s3}) S_{11} \\ &\quad + \{ a_{i1} a_{j1} (a_{r2} a_{s2} + a_{r3} a_{s3}) + a_{i2} a_{j2} (a_{r1} a_{s1} + a_{r3} a_{s3}) \\ &\quad \quad \quad + a_{i3} a_{j3} (a_{r1} a_{s1} + a_{r2} a_{s2}) \} S_{12} \\ &\quad + \{ (a_{i1} a_{j2} + a_{i2} a_{j1}) (a_{r1} a_{s2} + a_{r2} a_{s1}) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + (a_{i2}a_{j3} + a_{i3}a_{j2})(a_{r2}a_{s3} + a_{r3}a_{s2}) \\ & + (a_{i3}a_{j1} + a_{i1}a_{j3})(a_{r3}a_{s1} + a_{r1}a_{s3}) \} \cdot \frac{S_{44}}{4} \end{aligned} \quad (C.3)$$

これより, ただちに

$$S'_{ijrs} = S'_{rsij} \quad (C.4)$$

$$S'_{ijrs} = S'_{jirs} \quad (C.5)$$

を得る。また,

$$S'_{1111} = \frac{1}{3}(S_{11} + 2S_{12} + S_{44}) \quad (C.6)$$

もただちに計算できる。

式(C.1), (C.2)より,

$$l_1 l_2 + l_2 l_3 + l_3 l_1 = m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1 = -\frac{1}{2} \quad (C.7.a)$$

$$l_1^2 l_2^2 + l_2^2 l_3^2 + l_3^2 l_1^2 = m_1^2 m_2^2 + m_2^2 m_3^2 + m_3^2 m_1^2 = \frac{1}{4} \quad (C.7.b)$$

$$l_1^4 + l_2^4 + l_3^4 = m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 = \frac{1}{2} \quad (C.7.c)$$

なる関係式を導出することができ, さらにこれらを用いて,

$$l_1^2 m_1^2 + l_2^2 m_2^2 + l_3^2 m_3^2 = \frac{1}{6} \quad (C.7.d)$$

を得ることができる。

式(C.3)に(C.7)の関係式を適用し, 次の関係が求まる。

$$S'_{1122} = S'_{1133} = \frac{1}{6}(2S_{11} + 4S_{12} - S_{44}) \quad (C.8)$$

$$S'_{2222} = S'_{3333} = \frac{1}{4}(2S_{11} + 2S_{12} + S_{44}) \quad (C.9)$$

$$S'_{2233} = \frac{1}{12}(2S_{11} + 10S_{12} - S_{44}) \quad (C.10)$$

$$S'_{1112} = S'_{1113} = S'_{1123} = 0 \quad (C.11)$$

また, $i \neq 1, j \neq 1$ の場合,

$$S'_{ii} = (l_1^3 m_1 + l_2^3 m_2 + l_3^3 m_3) (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2})$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} & l_1^3 m_1 + l_2^3 m_2 + l_3^3 m_3 \\ &= (l_1^2 + l_2^2 + l_3^2)(l_1 m_1 + l_2 m_2 + l_3 m_3) \\ &\quad - l_1^2(l_2 m_2 + l_3 m_3) - l_2^2(l_3 m_3 + l_1 m_1) - l_3^2(l_1 m_1 + l_2 m_2) \\ &= -l_1 m_1 (l_2^2 + l_3^2) - l_2 m_2 (l_3^2 + l_1^2) - l_3 m_3 (l_1^2 + l_2^2) \\ &= -l_1 m_1 (\frac{1}{2} - l_2 l_3) - l_2 m_2 (\frac{1}{2} - l_3 l_1) - l_3 m_3 (\frac{1}{2} - l_1 l_2) \\ &= -\frac{1}{2} (l_1 m_1 + l_2 m_2 + l_3 m_3) + l_1 l_2 l_3 (m_1 + m_2 + m_3) \end{aligned}$$

となるから、式(C.1)より

$$l_1^3 m_1 + l_2^3 m_2 + l_3^3 m_3 = m_1^3 l_1 + m_2^3 l_2 + m_3^3 l_3 = 0 \quad (\text{C.12})$$

となる。したがって、

$$S'_{ii} = 0 \quad (i, j \neq 1) \quad (\text{C.13})$$

$i, j \neq 1$ として、 S'_{ii} を考える。式(C.3)より、

$$S'_{ii} = \frac{1}{\sqrt{3}} (l_1^2 m_1 + l_2^2 m_2 + l_3^2 m_3) (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2}) \quad (\text{C.14})$$

を得る。但し、

$$l_1 l_2 m_3 + l_2 l_3 m_1 + l_3 l_1 m_2 = l_1^2 m_1 + l_2^2 m_2 + l_3^2 m_3$$

を用いている。また、 $i = j$ の場合には、 $l = m$ とすればよい。式(C.14)よ

$$\begin{aligned} 1), \quad S'_{2213} + S'_{3313} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2}) \{ (l_1^2 m_1 + l_2^2 m_2 + l_3^2 m_3) \\ &\quad + (m_1^3 + m_2^3 + m_3^3) \} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (S_{11} - S_{12} - \frac{S_{44}}{2}) \{ m_1 (l_1^2 + m_1^2) + m_2 (l_2^2 + m_2^2) + m_3 (l_3^2 + m_3^2) \} \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

ここで、直交座標系で各成分が次のように与えられる4つのベクトルを考える。

$$u_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$u_2 = (l_1 \quad l_2 \quad l_3)$$

$$u_3 = (m_1 \quad m_2 \quad m_3)$$

$$u_4 = (l_1^2 + m_1^2 \quad l_2^2 + m_2^2 \quad l_3^2 + m_3^2)$$

式(C.1)より明らかのように、3つのベクトル u_1, u_2, u_3 は互いに直交している。さらに、次のような関数を導入する。

$$F = [(l_1^2 + m_1^2) - (l_2^2 + m_2^2)]^2 + [(l_2^2 + m_2^2) - (l_3^2 + m_3^2)]^2 + [(l_3^2 + m_3^2) - (l_1^2 + m_1^2)]^2 \quad (C.16)$$

F は次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} F &= (l_1^2 - l_2^2)^2 + (m_1^2 - m_2^2)^2 + 2(l_1^2 - l_2^2)(m_1^2 - m_2^2) \\ &\quad + (l_2^2 - l_3^2)^2 + (m_2^2 - m_3^2)^2 + 2(l_2^2 - l_3^2)(m_2^2 - m_3^2) \\ &\quad + (l_3^2 - l_1^2)^2 + (m_3^2 - m_1^2)^2 + 2(l_3^2 - l_1^2)(m_3^2 - m_1^2) \\ &= 2(l_1^4 + l_2^4 + l_3^4) + 2(m_1^4 + m_2^4 + m_3^4) \\ &\quad - 2(l_1^2 l_2^2 + l_2^2 l_3^2 + l_3^2 l_1^2) - 2(m_1^2 m_2^2 + m_2^2 m_3^2 + m_3^2 m_1^2) \\ &\quad + 2(l_1^2 - l_2^2)(m_1^2 - m_2^2) + 2(l_2^2 - l_3^2)(m_2^2 - m_3^2) + 2(l_3^2 - l_1^2)(m_3^2 - m_1^2) \end{aligned}$$

ここで、式(C.7)の関係を用いると F はさらに次のように変形できる。

$$\begin{aligned} F &= 1 + 2 \{ 3(l_1^2 m_1^2 + l_2^2 m_2^2 + l_3^2 m_3^2) - (l_1^2 + l_2^2 + l_3^2) \} \\ &= 0 \end{aligned}$$

したがって、式(C.16)から、

$$l_1^2 + m_1^2 = l_2^2 + m_2^2 = l_3^2 + m_3^2$$

となるので、ベクトル u_4 は u_1 と平行である。すなわち、 u_3 と u_4 は直交し

ている。

$$m_1(l_1^2 + m_1^2) + m_2(l_2^2 + m_2^2) + m_3(l_3^2 + m_3^2) = 0$$

式(C.15)より,

$$S'_{22/3} + S'_{33/3} = 0 \quad (C.17)$$

同様にして,

$$S'_{22/2} + S'_{33/2} = 0 \quad (C.18)$$

も導くことができる。

以上で、本論文(4.28)~(4.33)の関係式が全て証明された。