

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

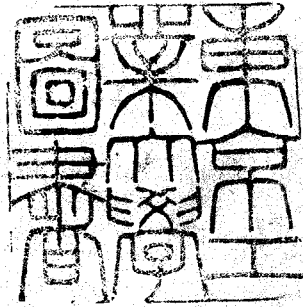
題目(和文)	円管内流れの乱流に関する基礎的研究
Title(English)	
著者(和文)	小川浩平
Author(English)	KOHEI OGAWA
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第527号, 授与年月日:1972年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第527号, Conferred date:1972/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

90

学位論文

円管内流れの  
乱流に関する基礎的研究

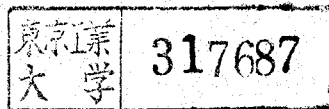
1972年1月



東京工業大学 化学工学科

博士課程 9058

小川 若平



# 目 次

1 緒言	1
1-1 既往の研究	2
1-2 本研究の目的	10
2 液流速測定用プローブの応答性	13
2-1 測定原理	14
2-2 理論的考察	19
2-3 実験的考察	22
2-4 本章の結論	33
3 乱流転移点および	
軸方向速度変動の統計的性質	34
3-1 乱流転移点に関する理論的考察	35
3-2 乱流転移点および軸方向速度変動の 統計的性質に関する実験的考察	41
3-3 本章の結論	59
4 散逸エネルギーに基づく乱流動粘度	60
4-1 理論的考察	61
4-2 実験的考察	67
4-3 本章の結論	73
5 物質移動の乱流拡散係数	74
5-1 理論的考察	75
5-2 液流速と濃度の同時測定法	81
5-3 実験的考察	85
5-4 本章の結論	96

6 乱流塊径および混合距離に関する考察	97
6-1 乱流塊径の決定法	99
6-2 混合距離の決定法	102
6-3 実験的考察	103
6-4 本章の結論	109
7 総括的結論	110

使用記号表

参考文献

附記

## 1 緒言

化学装置内で起る熱・物質の移動現象ならびに反応には、装置内を流れる流体の運動量移動が大きく関与している。しかし流れが層流である場合は極めてまれであって、ほとんどの場合乱流中で流体によって運ばれながら粒子群やガス等が広がってゆき、各粒子・各成分のガスと周囲の流体とが、熱交換・物質交換を起したり反応を起したりして行なわれる。この場合には移動速度は、流体の乱れそのものによって支配される。従って、化学装置内の乱流混合現象を解明するには、まず乱れそのものについて検討する必要がある。

化学装置のなかで、最も単純な装置のひとつは円管であり、円管内流れの乱れについて、乱れの発生・速度変動の各種統計的性質・乱流拡散係数等について検討することは、乱流混合現象を解明するための最も基礎的な知識を与えてくれるものと思われる。

## 1-1 既往の研究

円管内流れにおいて、速度が十分に小さければ、流体部分は層状にすべりあって、秩序正しく流れる層流の状態を保つが、速度が大きくなると乱流に遷移することは、すでに古く19世紀半ば Hagen によって知られた事実である。この層流から乱流への遷移は、1883年に Reynolds<sup>1)</sup> が管内流れに色素を注入して行なった有名な実験によって、速度と長さと動粘性係数からなる無次元数(レイノルズ数)がある値を越すときに起ることが見い出された。これを契機に、以後多くの乱流に関する研究が理論的・実験的になされてきたが、これらの研究は、(1)乱流の発生、(2)乱流構造、(3)乱流輸送の3つに大きく分けることができる。

### (1) 乱流の発生

層流から乱流へ遷移するときのレイノルズ数、すなわち臨界レイノルズ数については、層流に小さな攪乱を重ね、その攪乱が時間と共に増幅または減衰する条件を定めることがまず行なわれ、この目的に最初に用いられた方法はエネルギーの方法で、適当な形の攪乱を仮定し、そのエネルギーが増加するか減少するかを調べる方法である。この方法によれば、少なくともあらゆる

攪乱について、その攪乱のエネルギーが減少する  
ようなレイノルズ数が見い出されれば、層流の  
安定は保証され、臨界レイノルズ数の下限を得  
ることが出来る。この方法により Reynolds は特別  
の形をした渦を仮定し、円管内流れの場合につ  
いて下限臨界レイノルズ数として 388 を得たが、  
この値は観測値よりも非常に低い。

次に用いられた方法は小振動の方法で、層流  
がある波数の攪乱に対して安定か不安定かを定  
める方法である。この方法によれば、どのよう  
な波数の攪乱が、いかなるレイノルズ数におい  
て時間と共に増幅して、層流を不安定にするか  
を知ることが出来る。Tollmien<sup>2)</sup> によって確立さ  
れたこの方法は、以後安定 - 不安定問題として、  
乱流の発生についての研究の主流をなしてきた  
が、円管内流れの安定性は、層流安定理論の最  
も古典的な問題でありながら、いまだに解決さ  
れていない。しかし、ここで注意しなければな  
らないことは、これらの方法で取り扱われる攪  
乱は、波長・波形などのあらかじめ知られた振  
動を使用するので、乱流本来の特徴である偶然  
性の入りこむ余地がないため、これら素性の知  
れた攪乱が成長したところで直ちに乱流を与え  
るものではないということである。

乱れの発生についてのもうひとつの基本的問題である乱流転移点（流れの中で、流れ方向に垂直な断面内で最初に乱れが発生する箇所）についての研究は、最も単純な円管内流れの場合についてもあまりなされてはいない。Gibson<sup>6)</sup>は、円管内流れの各半径位置に色素を流して乱れの起る状態を観察し、約 $0.6r_w$  ( $r_w$ :円管内半径)の箇所で最初の乱れが生ずることを見だし、この半径位置が、流れが層流速度分布をなして流れる時の、運動エネルギーの半径方向変化率が最大となる半径位置( $0.577r_w$ )とよく一致すると報告している。しかし、運動エネルギーの半径方向変化率と乱流転移点とを関連づける物理的意味については明確でない。また、RothfusとBringle<sup>7)</sup>は、同様に色素を円管内流れの各半径位置に注入して観察し、レイノルズ数が約900で中心軸上に注入した色素が最初に波状の運動をはじめると、Gibsonと異なる結果を出している。さらに、レイノルズ数が1500~2100で局所的に変った渦が発生し、レイノルズ数2100以上で大きならせん状の渦が不規則に起りこれが定常になると完全乱流になるとも報告している。RyanとJohnson<sup>8)</sup>は、乱れが入ったことにより主流から供給されるエネルギーと、分子粘性により散逸す

るエネルギーとの比が最大になる点が乱流転移点であるとして、いくつかの仮定のもとに円管内流れの場合について計算し、Gibsonの結果と同じ $0.577\gamma_w$ を得ているが、実験的な確認をしていない。このように乱流転移点については、最も単純な円管内流れの場合についても、まだ理論的にも実験的にも明確な結論がなされていない。

## (2) 乱流構造

乱流構造については、20世紀前半に Kármán<sup>4)</sup>らが、以後は多くの研究者が実験的技術を工夫して、統計的性質を求めて研究を続けてきた。<sup>19)</sup>  
<sup>20) 39) 40)</sup> これらの研究の先駆的なものは、局所等方性の理論とカスケードプロセスの概念である。局所等方性の理論は、Kolmogoroff<sup>5)</sup>によって提出された理論で、本来乱れの場合、全体としては等方性と定常性とを同時に持つことができないのを、その乱れのある様相に限って着目すれば、時間的・空間的動きは等方的でかつ定常とみなせるというものである。カスケードプロセスの概念とは、ナビエ・ストークス方程式の粘性項によって、乱れのエネルギーが大きい渦から小さい渦へと移送され、最後に粘性によって散逸するという考えである。これらの考えを基

礎として、乱流構造についての研究は大きく進歩した。

しかし、従来の研究のほとんどが、レイノルズ数の十分に高い完全乱流領域での研究であり、レイノルズ数の低い層流から乱流への遷移領域における研究はあまり行なわれておらず、ただ Lindgren<sup>9)</sup>が垂直に設置した円管内逆流に、ベンツナイトを注入して写真撮影による観察を行なっているほか、Rotta<sup>10)</sup>が、熱線風速計を用いて円管内気流の流速変動を測定し、層流-乱流遷移領域における平均速度分布の変化過程を検討している程度である。このように、層流-乱流遷移領域における乱れの研究が遅れている原因としては、実験的にこの遷移領域を再現しやすい逆流の流速測定技術が確立されていなかったことが考えられる。なお、従来の一般の乱流研究においても、対象流体としては主に気体が使われ、液体は色素等を注入して観察する場合に用いられるのが普通であった。

### (3) 乱流輸送

乱流場における混合現象を検討するとき、最もよく用いられる統計量は乱流拡散係数である。移動現象には、運動量・物質・熱の各移動があるが、物質・熱の移動論は運動量の移動論

をアナロジーさせたものがほとんどであり、乱流拡散係数も例外ではない。乱流においては、速度変動があるため、分子粘性応力  $\tau_{ij}$  のほかに乱流に基づくレイノルズ応力  $-\rho \overline{u_i u_j}$  が余分に加わり、乱流におけるみかけの粘性の増大が、このレイノルズ応力に起因して生じる。このレイノルズ応力を理論的に計算することは、速度変動の機構が明らかにされないかぎり難しいので、よくレイノルズ応力に適当な形を仮定して、測定結果と一致させるように調節することがよく行なわれる。この際に、粘性係数に相当するものとして定義されるのが、従来からよく使われてきた運動量の乱流拡散係数、すなわち乱流動粘度といわれるものである。このレイノルズ応力に仮定される最も一般的な形は、変動部分に平均流を含む表示を仮定する現象論的なものである。Boussinesq<sup>34)</sup> は、レイノルズ応力の発生が平均流の速度勾配の存在に基づくことから、粘性応力に類推的な形である次式を仮定した。

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \rho \epsilon_m \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-1)$$

ここで  $\overline{u}_i$ ,  $\overline{u}_j$  は平均流速である。

この(1-1)式と、層流の場合の次式で表わされる粘性応力の式

$$\tau_{ij} = -\rho\nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-2)$$

とを比較してみると、 $\epsilon_m$ を動粘性係数 $\nu$ に類推されるものとして乱流動粘度と考えるのは当然である。しかし、この定義に従うと、実際にレイノルズ応力が存在しても、平均速度勾配が存在しなければこのレイノルズ応力に対応する乱流動粘度を算出することができないということが起る。例えば円管内乱流の場合、管軸方向に $x$ 軸をとって円筒座標で考えてみると、実際には、 $-\rho\overline{u_r u_r}$ ,  $-\rho\overline{u_\theta u_\theta}$ ,  $-\rho\overline{u_z u_z}$ ,  $-\rho\overline{u_r u_\theta}$ というレイノルズ応力が存在するのには、速度は

$$u_r = u_r, \quad u_\theta = u_\theta, \quad u_z = \bar{u}_z + u_z$$

で平均流速は $x$ 方向にしか存在しないため、上記レイノルズ応力に対応する乱流動粘度は算出できないことになる。また(1-1)式に基づくと、注目点において考えられるレイノルズ応力に相当する数だけ乱流動粘度が算出されることになり、混合現象を解明するために利用するのが複雑である。他に定義された乱流動粘度<sup>36)39)</sup>においても、上記と同様のことがいえる。

従って、これらの理論からアナロジーして得られる物質および熱についての乱流拡散係数 $\epsilon_c$ および $\epsilon_H$ についても同様のことが考えられる。

$$-\overline{u_i C} = \epsilon_c \left( \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_i} \right) \quad , \quad -\overline{u_i \theta_H} = \epsilon_H \left( \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_i} \right) \quad (1-3)$$

ここで、 $\overline{C}$ は平均濃度、 $\overline{\theta}$ は平均温度、 $C$ は濃度変動、 $\theta_H$ は温度変動を表わす。

また、これら乱流拡散係数の実測も、円管内流れの層流-乱流遷移領域においては、ほとんどなされていない。

## 1-2 本研究の目的

本研究においては、乱流に関する知見を得て、これを定式化し、装置設計に適用する方法を確立するための基礎として、最も単純な装置と考えられる円管の流れの、層流から乱流への転移、乱流動粘度、物質の乱流拡散係数および乱流による混合現象について理論・実験の両面から研究を行なうことを目的とし、従来乱れの統計的研究が多く気体を用いて行なわれたのに対し、本研究では液体を用いて行なう。

才1章においては、既往の乱流に関する研究について述べ、残された問題点を指摘し、かつ本研究の目的を明らかにする。

才2章においては、本研究で微小液流速変動を測定するために用いた、拡散律速の電極反応を利用した液流速測定法について、その原理を述べるとともに、同測定法で用いられるプローブの、液流速変動に対する応答速度について検討する。

才3章においては、いまだ結論の出ていない円管内流れの乱流転移点について、理論的に検討するとともに、円管内液流の層流-乱流遷移領域における速度変動を実際に応答性を確認したプローブを用いて測定し、実験的に確かめる。

また、このようにして測定された速度変動を統計的に解析し、層流-乱流遷移領域に特有な速度変動の統計的性質を得る。

オ4章においては、従来の乱流動粘度に代る新たな散逸エネルギーに基づく乱流動粘度の定義を試みるとともに、同定義に基づいて、円管内液流の層流-乱流遷移領域における乱流動粘度を実測する。

オ5章においては、オ4章における乱流動粘度の定義とアナロジカルに、物質の乱流拡散係数を新たに定義すると共に、液流速変動と濃度変動との同時測定法について検討し、円管内液流の層流-乱流遷移領域において、同測定法を用いて液流速変動と濃度変動とを同時測定し、上記定義に基づく物質の乱流拡散係数を算出し検討を加える。

オ6章においては、乱流混合現象に関する研究を進めてゆくうえに欠くことのできない、乱流塊径および混合距離について検討し、新たな乱流塊径の決定法およびエネルギーの視点に立った新たな混合距離の定義を試みるとともに、実際にこれら決定法および定義に基づく乱流塊径および混合距離を、円管内液流の層流-乱流遷移領域において実測し検討する。

オ7章においては、本論文の結論を総括して述べる。

## 2 液流速測定用プローブの応答性

乱流について研究する場合、流速変動の測定は重要である。流速を測定する方法にはいろいろあり、従来からピトー管・熱線風速計等がよく使われてきたが、最近より微小な速度変動をとらえることが、乱流を解明するうえで要求されるようになり、微小速度変動を正確にとらえにくいピトー管、液中での使用が困難な熱線風速計にかわる測定法が必要となった。この要求に応じて用いられるようになった方法が、電気化学的方法である。<sup>28)</sup>この方法は、拡散律速の電極反応を利用して液流速を測定する方法であり、<sup>29) 30)</sup>しばしば使用されるようになってきた。

## 2-1 測定原理

電解液中の電極反応において、物質移動の過程が、電極反応の過程に比べて十分大きい速度定数をもっていない場合には、反応にあずかるイオン濃度は電極面からの法線距離と共に変化し、図2-1のような濃度分布のある拡散層（濃度境界層）を生じる。

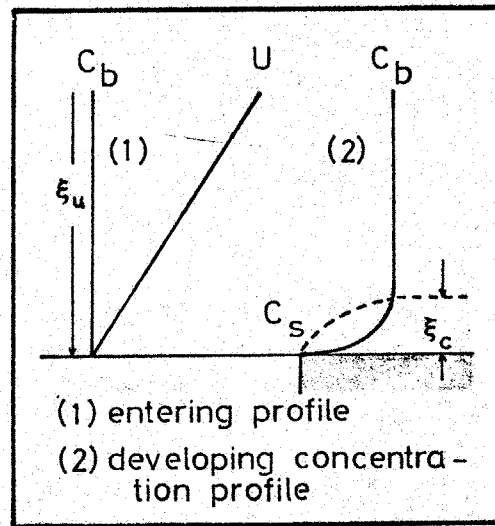


図 2-1 拡散層

この拡散層内での物質移動の機構は、i) 拡散、ii) 対流、iii) 泳動の3つからなるが、支持電解質を被検物質の30~100倍量加えて伝導性をよくすることにより、泳動を無視することができる。また、電極面を通りぬける電解液流れはないから、結局拡散項のみが残る。

いま、1モル当り  $zF$  なる荷電を有する被検物質の、溶液内部および電極表面における濃度

をそれぞれ  $C_b$ ,  $C_s$  とし、分子拡散係数を  $D$  とすれば、電極単位面積当りの拡散電流は次式で表わされる。

$$i_d = zFD \frac{C_b - C_s}{\xi_c} \quad (2-1)$$

ここで、 $(C_b - C_s)/\xi_c$  は濃度勾配を表わす。

電極表面の化学種は、拡散によって運ばれてくると同時に、化学反応によって消費されてしまって表面に存在しない場合  $C_s = 0$  となり、反応全体の速度が拡散の速さによって律速されることになる。

ふつうの溶液においては、 $\nu \approx 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $D \approx 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$  程度で、濃度境界層の厚さ  $\xi_c$  は速度境界層の厚さ  $\xi_u$  の約  $1/10$  程度と考えられる。従って速度変動が生じると、それに伴って速度境界層の厚さが、そして濃度境界層の厚さも変動するので、(2-1)式における右辺の濃度勾配が変化することになり、拡散電流  $i_d$  が変化する。このように、拡散律速の電極反応を利用する方法は、流速変動を拡散電流の変化としてとりだす方法である。

円柱プローブを用いて流速を測定する方法の原理も上記と同じであるが、電極面を通して

移動する物質量の表示式は、熱伝達の実験式とアナロジカルに求める。流れに垂直におかれた無限円柱の熱伝達に関する実験式は、

$$Nu = \alpha Pr^{m_1} + \beta (Pr \cdot Re)^{m_2} \quad (2-2)$$

ここで  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  は、実験条件で定まる定数である。

この式とアナロジカルな物質移動の式は、次のように求めることができる。

$$Sh = \alpha Sc^{m_1} + \beta (Sc \cdot Re)^{m_2} \quad (2-3)$$

この式を基礎として、図2-2のような流れに垂直におかれた、直径  $d$  の無限円柱の長さ  $l$  の部分（本研究においては、この部分が流速測定をする電極に相当する。）についての拡散律速の電極反応について考えてみる。

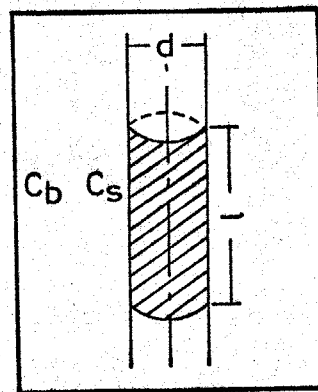


図2-2 円柱電極

電解液の速度を  $U$ , 電極表面および電極面から

から十分離れたところでの濃度をそれぞれ  $C_s$ ,  $C_b$ , 分子拡散係数を  $D$ , 物質移動係数を  $k_L$  とすると,  $Sh = k_L d / D$ ,  $Re = U d / \nu$  であるから (2-3) 式より,

$$k_L = \alpha \frac{D}{d} S_c^{m_1} + \beta \frac{D}{d} S_c^{m_2} \left( \frac{U d}{\nu} \right)^{m_2} \quad (2-4)$$

となり, 電極面を通して移動する物質量  $N$  は,

$$N = k_L \pi d l (C_b - C_s) \quad (2-5)$$

ここで使用する電極反応を拡散律速とすると,  $C_s = 0$  とおけるから, (2-4) 式を (2-5) 式に代入して整理すると,

$$N = C_b \{ \alpha \pi l D S_c^{m_1} + \beta \pi l D S_c^{m_2} (d/\nu)^{m_2} U^{m_2} \} \quad (2-6)$$

この式を拡散電流  $i_d$  を使って表わすと,

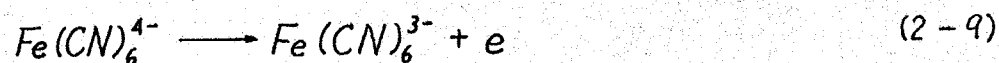
$$\begin{aligned} i_d &= z F C_b \{ \alpha \pi l D S_c^{m_1} + \beta \pi l D S_c^{m_2} (d/\nu)^{m_2} U^{m_2} \} \\ &= C_b (A + B U^{m_2}) \end{aligned} \quad (2-7)$$

ここで,  $A = \alpha z F \pi l D S_c^{m_1}$ ,  $B = \beta z F \pi l D S_c^{m_2} (d/\nu)^{m_2}$  で,  $A$ ,  $B$ ,  $C_b$  は, 実験条件によって定まるが, 一般に,  $m_2 = 0.5$  となることが知られており, 結局 (2-7) 式は次のようになる。

$$i_d = C_b (A + B U^{1/2}) \quad (2-8)$$

従って拡散電流  $i_d$  を測定することにより、液流速  $v$  を求めることができる。

本研究で用いた電極反応は、 $K_4Fe(CN)_6$  および  $K_3Fe(CN)_6$  と支持電解質として十分量の  $KCl$  を含む電解液中における、次式で表わされる酸化反応である。



また使用した電極は白金電極であり、この白金電極における (2-9) 式で表わされる反応速度は、物質移動速度に比して極めて大きく、従ってこの反応は、拡散律速の電極反応であるということが出来る。

## 2-2 理論的考察

本研究で対象とする流速変動は、ほぼ次のような範囲にあると考えられる。

主流速：0~15 cm/s (0.4<sup>φ</sup> 径の円柱プローブ  
基準レイノルズ数で0~70)

速度変動率 (主流速に対する速度変動の割合)：0~0.4

振動数：0~15 c/s

森ら<sup>30)</sup>は、円柱を加熱して、一様流速にそれより小さな変動成分が重ね合わさった流れの中に置いた場合の、非定常熱伝達に関して研究しているが、その報告によれば、上記の範囲の流速変動に対しては、円柱後流の様相は流れ方向に対して対称にふれ、後流と定常カルマン渦との共振も生じず、また熱伝達率分布も流れ方向に対して対称となり、熱伝達量の最も大きい円柱前面のよどみ点でのヌッセルト数の変動は、速度変動の振動数と同一振動数で変動し、その振幅および位相は定常時とほとんど差がないということである。この事実は、本研究で用いる円柱プローブの場合にも、アナロジーして考えることができる。

上記のことを基礎として、まず主流を与えて円柱アローフのまわりの速度場を運動方程式により解き、その結果を用いて濃度場を理論的にとけばよいわけであるが、実際には、円柱の後方ではくりが起る非定常流れでは、主流と後流との干渉（主流が変動すると、はくり点も移動し、それによって後流も変動してこれが主流の変動に影響を与える）があり、完全に理論的に解くことはかなり困難である。そこでここでは、次元解析を利用して、実験により応答速度を求めることにする。

### 応答速度の次元解析

#### (1) 流速変化 $0 \Rightarrow U$ の場合

この現象に関係する因子を  $t_0$ ,  $d$ ,  $\nu$ ,  $U$ ,  $Q$  の5つとし、これらの間に次式の関係があるとする。

$$F_0(t_0 \cdot d^a \cdot \nu^b \cdot U^c \cdot Q^d) = 0 \quad (2-10)$$

これを次元解析すると、

$$\text{流速増加} \quad \frac{t_0 U_2^2}{\nu} = \left( \frac{U_2 d}{\nu} \right)^a \left( \frac{\nu}{Q} \right)^{-d} \quad (2-11)$$

$$\text{流速減少} \quad \frac{t_0 U_1^2}{\nu} = \left( \frac{U_1 d}{\nu} \right)^a \left( \frac{\nu}{Q} \right)^{-d}$$

ここで  $u_1$ ,  $u_2$  は、それぞれ初速度、終速度を表わす。

(2-11)式の各指数は、実験によって定める。

(2) 流速変化  $U \rightleftharpoons U + \Delta U$  の場合

この現象に関係する因子を  $t$ ,  $d$ ,  $\nu$ ,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $Q$  の6つとし、これらの中に次式の関係があるとする。

$$F(t \cdot d^e \cdot \nu^f \cdot u_1^g \cdot u_2^h \cdot Q^i) = 0 \quad (2-12)$$

これを次元解析すると、

$$\text{流速増加} \quad \frac{t u_2^2}{\nu} = \left(\frac{u_2 d}{\nu}\right)^e \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^g \left(\frac{\nu}{Q}\right)^i \quad (2-13)$$

$$\text{流速減少} \quad \frac{t u_1^2}{\nu} = \left(\frac{u_1 d}{\nu}\right)^e \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^g \left(\frac{\nu}{Q}\right)^i$$

(2-13)式の各指数は、実験によって定める。

なお、(2-11)式と(2-13)式とから、次の関係式もえられる。

$$\text{流速増加} \quad \frac{t}{t_0} = \left(\frac{u_2 d}{\nu}\right)^{e-a} \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^g \left(\frac{\nu}{Q}\right)^{-i+d} \quad (2-14)$$

$$\text{流速減少} \quad \frac{t}{t_0} = \left(\frac{u_1 d}{\nu}\right)^{e-a} \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^g \left(\frac{\nu}{Q}\right)^{-i+d}$$

## 2-3 実験的考察

### (1) 実験装置および方法

装置の概略を図2-3に示した。電解液を入れる水槽は、直径25cmの大きなスラストベアリングの上におかれており、水槽全体がなめらかに回転するようにになっている。従って、電解液も水槽と共に一様な回転速度で回転する。応答速度を測るプローブは、水槽と同軸円上を任意の速度で回転、また停止させることができるように工夫されている。

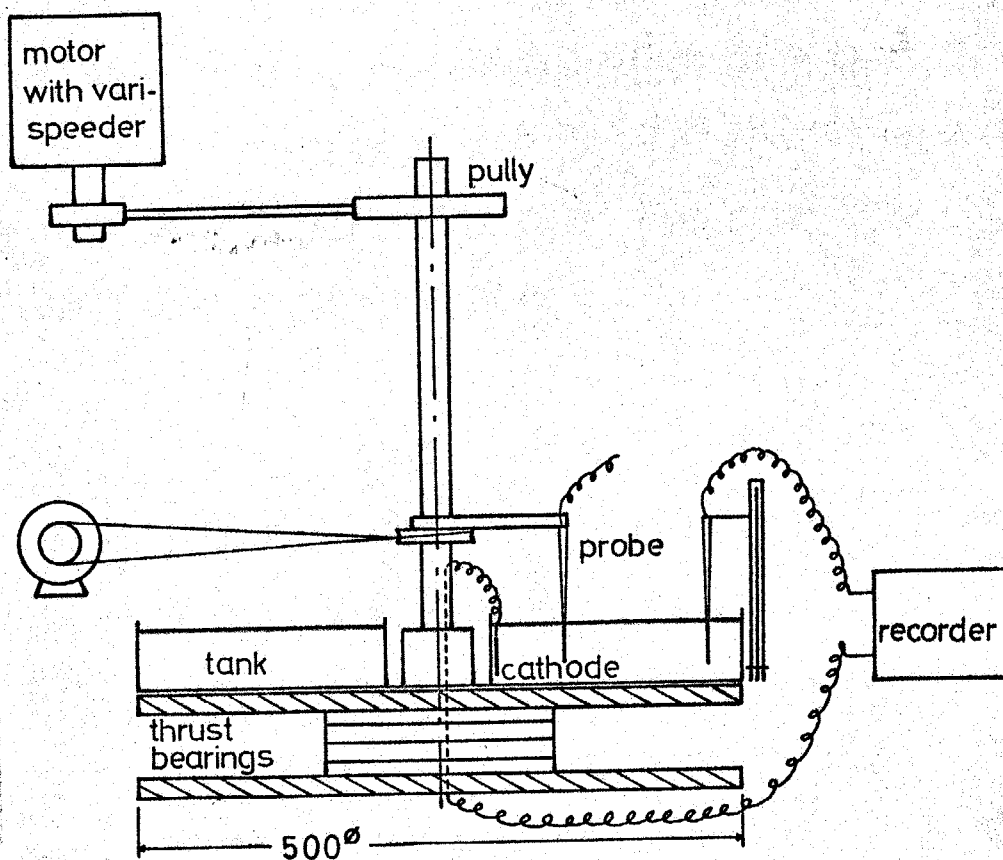


図2-3 プローブ検定用装置概略図

流速変化は、プローブをステップ状に動かすことにより、流体とプローブとの相対速度をステップ状に変化させて行なった。すなわち流速を  $0 \rightarrow U$  に変化させる場合には、はじめプローブを水槽と同一方向・同一速度で回転させておいて相対速度を  $0$  に保ち、次に瞬間的にプローブを停止させることにより、相対速度を  $U$  に増加させる。また流速を  $U \rightarrow 0$  に減少させる場合には、この操作と逆の操作を行なう。流速を  $U \rightarrow U + \Delta U$  に増加させる場合には、はじめプローブを停止させておいて相対速度を  $U$  にしておき、瞬間的にプローブを水槽と逆方向に速度  $\Delta U$  で回転させて、相対速度をステップ状に増加させる。また流速を  $U + \Delta U \rightarrow U$  に減少させる場合には、この操作と逆の操作を行なう。

プローブは、直径・検出部の長さ・先端絶縁の有無の差異を検討するために、表 2-1 に示したような各種白金線を用いた。

d	$0.82^\phi$ $0.48^\phi$ $0.31^\phi$
l	A(1.5mm) B(2.0mm) C(3.0mm)
tip	I(bared) II(isolated)

表 2-1 プローブの種類

なお用いたプローブの概略は図 3-2 に示したとおりである。

測定用電気回路は図 2-4 に示した。

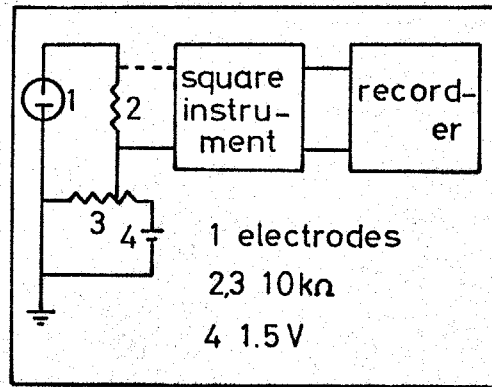
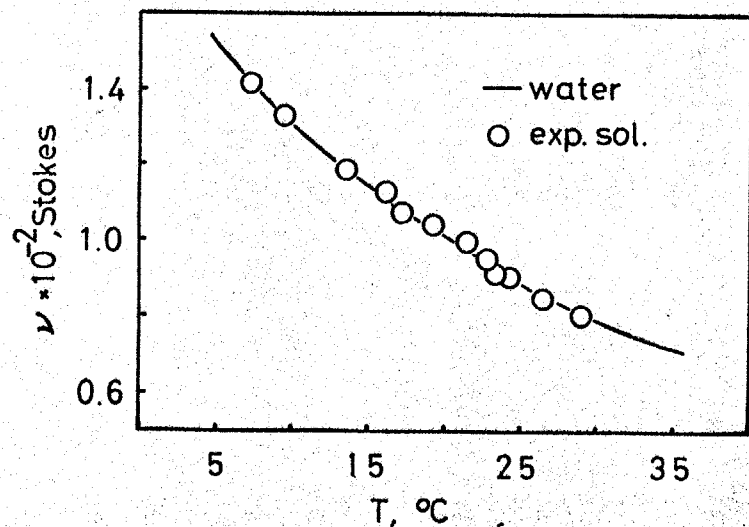


図 2-4 測定用電気回路

使用した電解液は、 $K_3Fe(CN)_6$  および  $K_4Fe(CN)_6$  の各々  $0.003\text{ mol/l}$  と、 $0.5\text{ mol/l}$  の支持電解質としての  $KCl$  を含む混合溶液である。

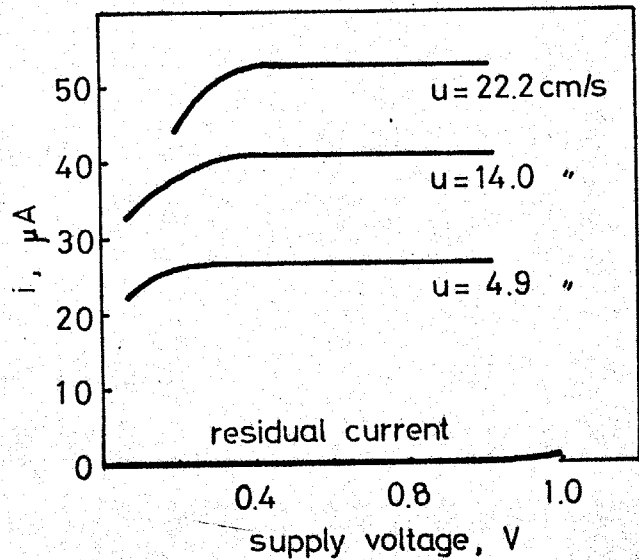
この電解液の動粘度は、オストワルド粘度計を使って調べたところ図 2-5 に示すように、普通の水と同じとしてよいことが明らかになった。

図 2-5  
電解液  
動粘度



用いたプローブの電解液中における、電流 - 電圧曲線の一例を、図2-6に示す。

図2-6  
電流 - 電圧  
曲線



この図より、加電圧は0.7V程度にすればよいことがわかる。

なお、プローブが正確にステップ状に動いているかどうかは、1秒間64コマの写真撮影を行なって確かめた。

また得られる信号は、シンクロスコープを用いて、1実験条件について4~5枚の写真撮影を行なって、統計的に処理をした。

さらに動粘度の影響をみるため、電解液中にグリセリンを加えて、粘度を2.2252cpと5.2247cpにした溶液についても実験を行なった。

## (2) 実験結果

速度をステップ状に変化させて得られた応答は、インディシャル応答とみることができたので、時定数(インディシャル応答の最終値を100とした場合、出力応答が63.2になるまでに要する時間)をもって、応答速度の目安とした。

### i. 速度変化 $0 \rightarrow U$ の場合

初速度を  $u_1$ 、終速度を  $u_2$  とし、 $0 \rightarrow U$  の時は  $u_2$  を、 $U \rightarrow 0$  の時は  $u_1$  を基準にして表わしたのが図2-7である。同図において、プローブの検出部の長さおよび先端部の露出・絶縁の差異は認められない。応答時間  $t_0$  は径  $d$  に比例し、流速  $u$  に反比例している。

また図2-8に、電解液の粘度を変えた場合についての結果を示した。本実験における粘度の変化範囲においては、応答速度に影響を与えないことがわかる。

以上の結果から、(2-11)式の指数をきめると、 $a=1$ 、 $d=0$  となり、結局応答時間は次式のように表わせる。

$$\text{流速増加 } t_0 = 2.1 \frac{d}{u_2} \quad \text{流速減少 } t_0 = 20.8 \frac{d}{u_1} \quad (2-15)$$

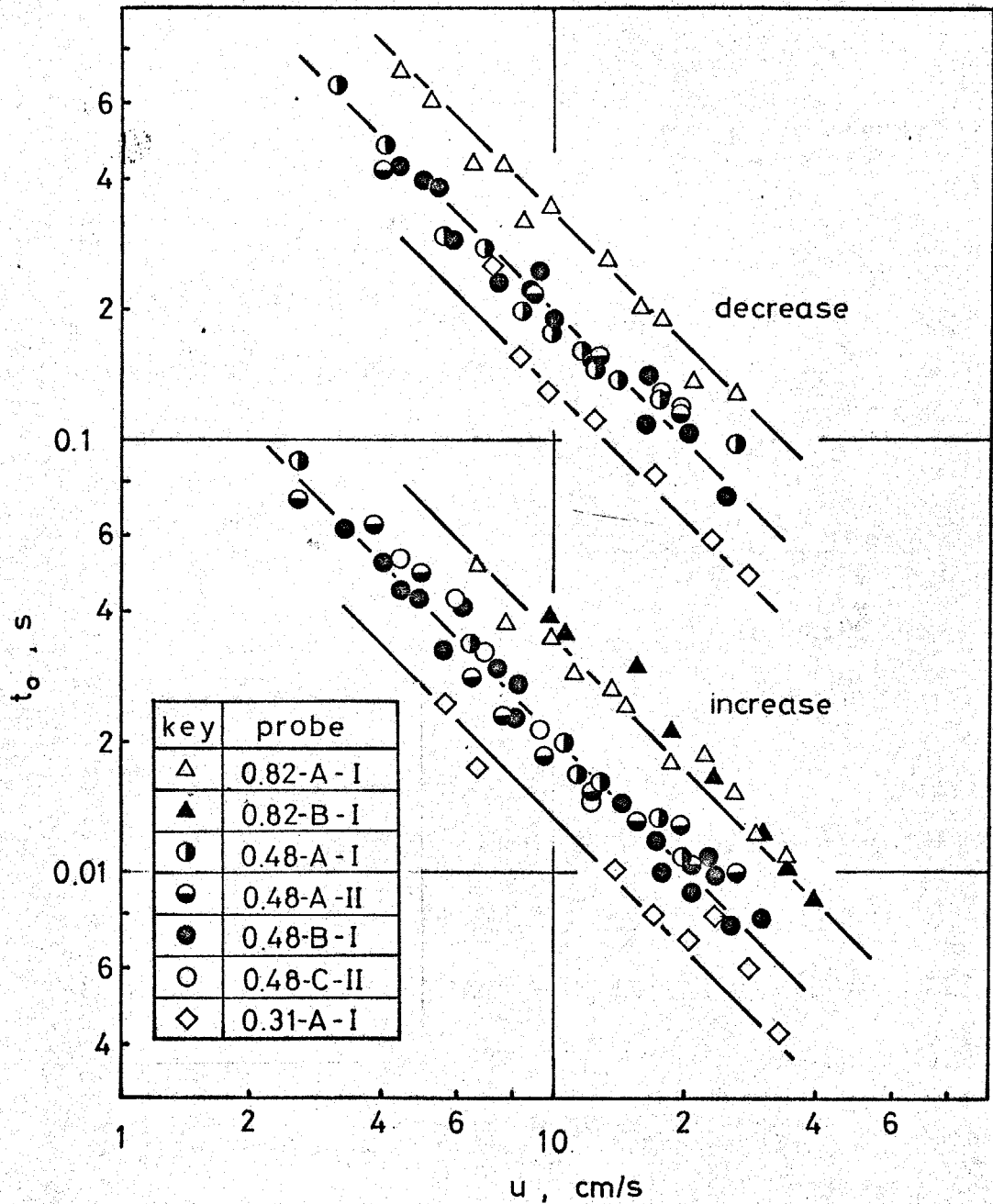
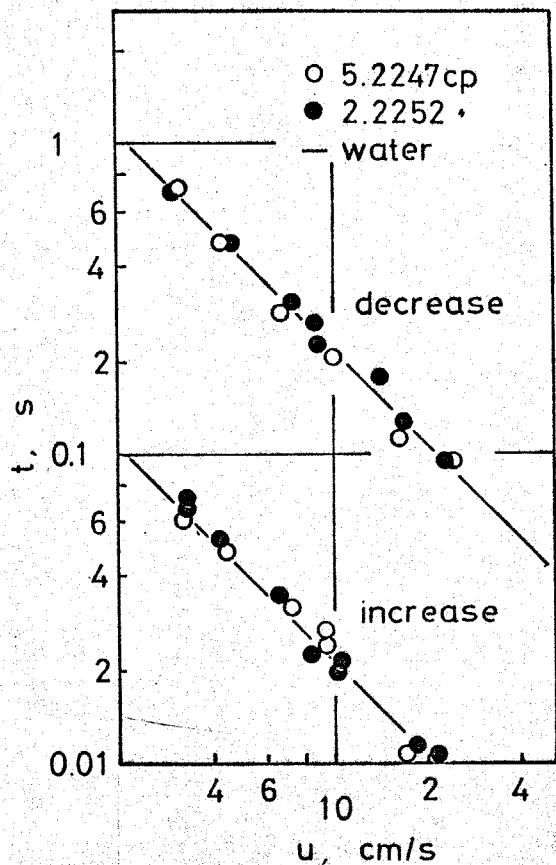


図 2-7  $0=U$  の場合の応答時間

図 2-8  
 粘度の応答時間に対する影響



ii. 速度変化  $U \Rightarrow U + \Delta U$  の場合

図 2-9 に、A-0.48-I (表 2-1 参照) のプローブを用いた場合の結果を、まへの図 2-7 と同じ表示の方法 ( $U \rightarrow U + \Delta U$  の時は  $u_2$  を、 $U + \Delta U \rightarrow U$  の時は  $u_1$  をもって表わす) をもって示す。流速減少の場合には、 $u_2$  を 0 に漸近させると、まへの  $U \rightarrow 0$  の速度変化をした場合の応答時間と一致する値をとるが、流速増加の場合には、 $u_1$  を 0 に漸近させても、まへの  $0 \rightarrow U$  の速度変化をした場合の応答時間より大きな値をとる。この差異は、速度がステップ状に変化する以前に、フ

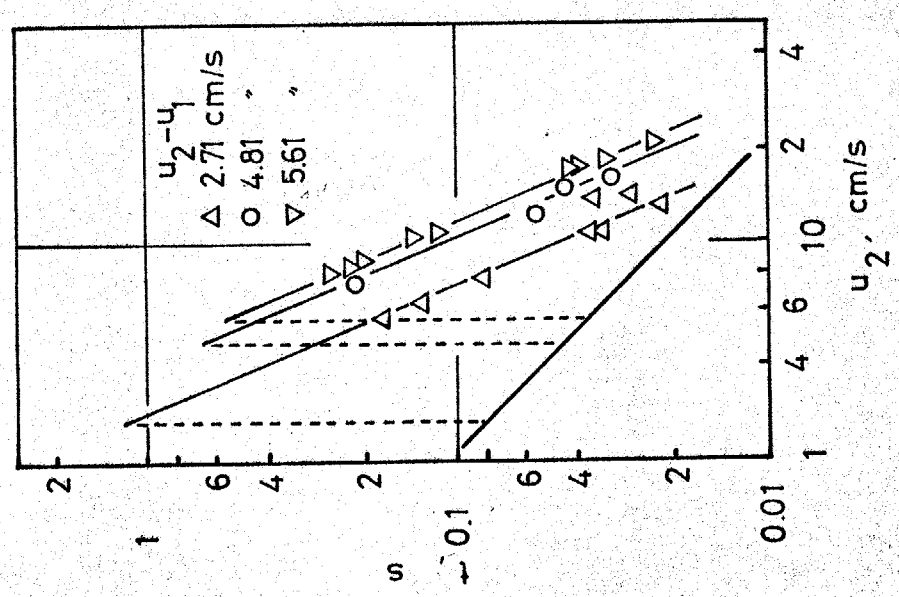
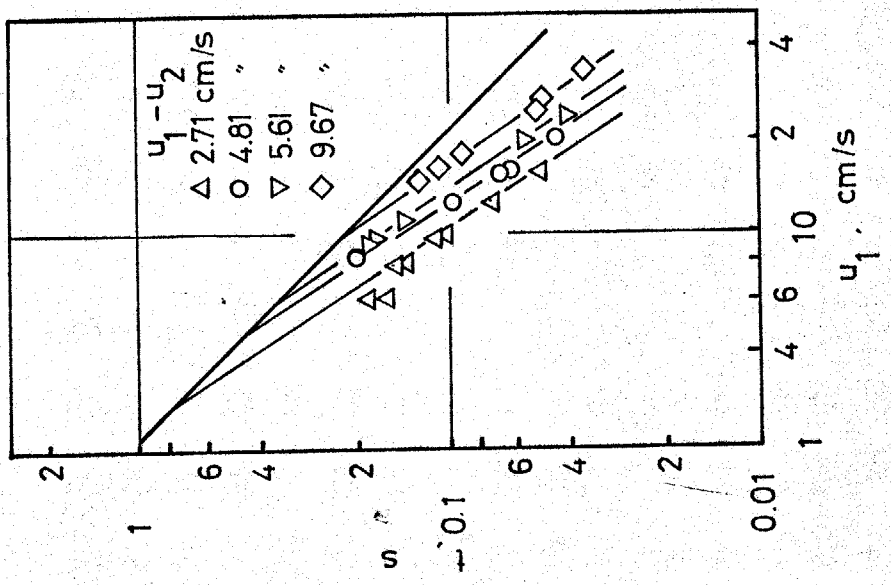


図2-9  $U = U + \Delta U$  の場合の応答時間

ローブのまわりに境界層が存在しているか否かによるものと思われる。すなわち、速度がステップ状に変化するまえに境界層が存在せず、瞬間的にステップ状の相対速度変化が生ずると、その直後の境界層厚みは非常に薄く、境界層方程式における粘性項が対流項に比して非常に大きく、対流項の影響がほとんどなくて応答時間が短かくてすむ。これに対して、はじめからまわりに境界層が存在している場合には、対流項が粘性項に比して無視できない程度になっているため、応答時間が長くなると思われる。

以上の結果から、(2-13)式の各指数をきめると、結局次式が得られる。

$$t = 5.21 \frac{dU_2}{U_1^2} \quad \text{流速増加} \quad (2-16)$$

$$t = 20.0 \frac{d}{\sqrt{U_1 U_2}} \quad \text{流速減少}$$

これらの関係式が妥当であるかどうかを確認するため、図2-9を(2-16)式にならって図示しなおしたのが図2-10、図2-11である。良く一致している。

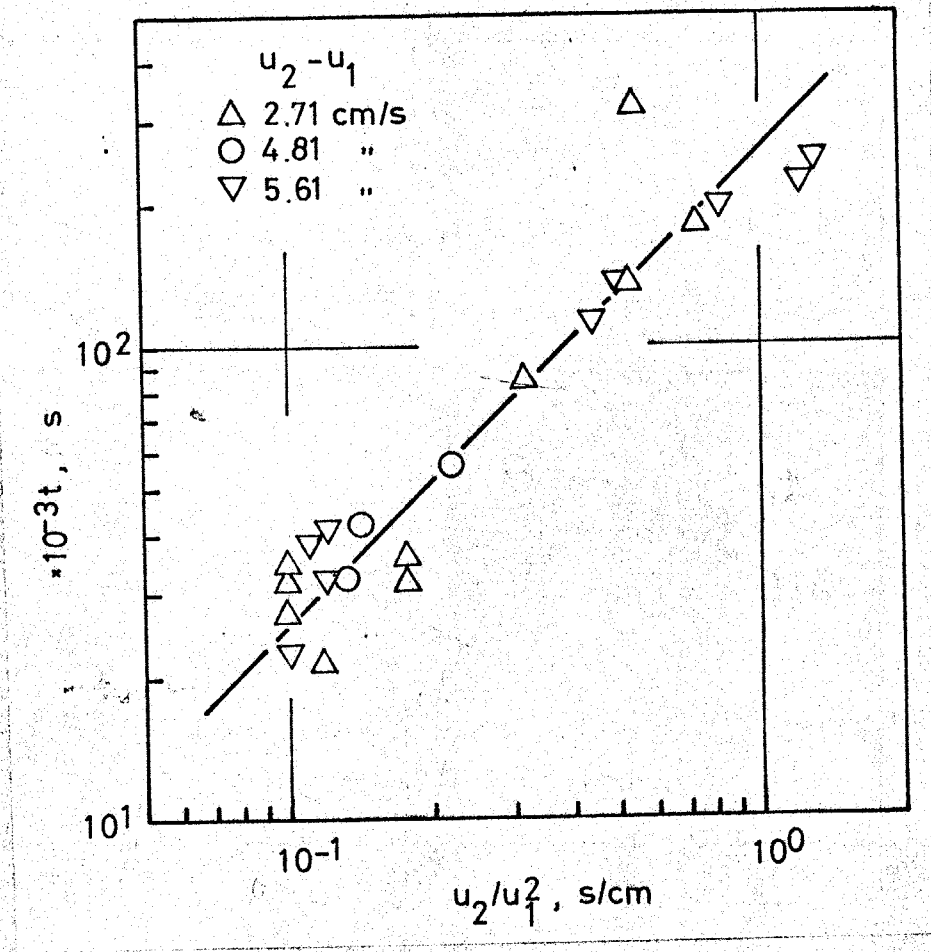


図 2-10  $U \rightarrow U + \Delta U$  の場合の応答時間

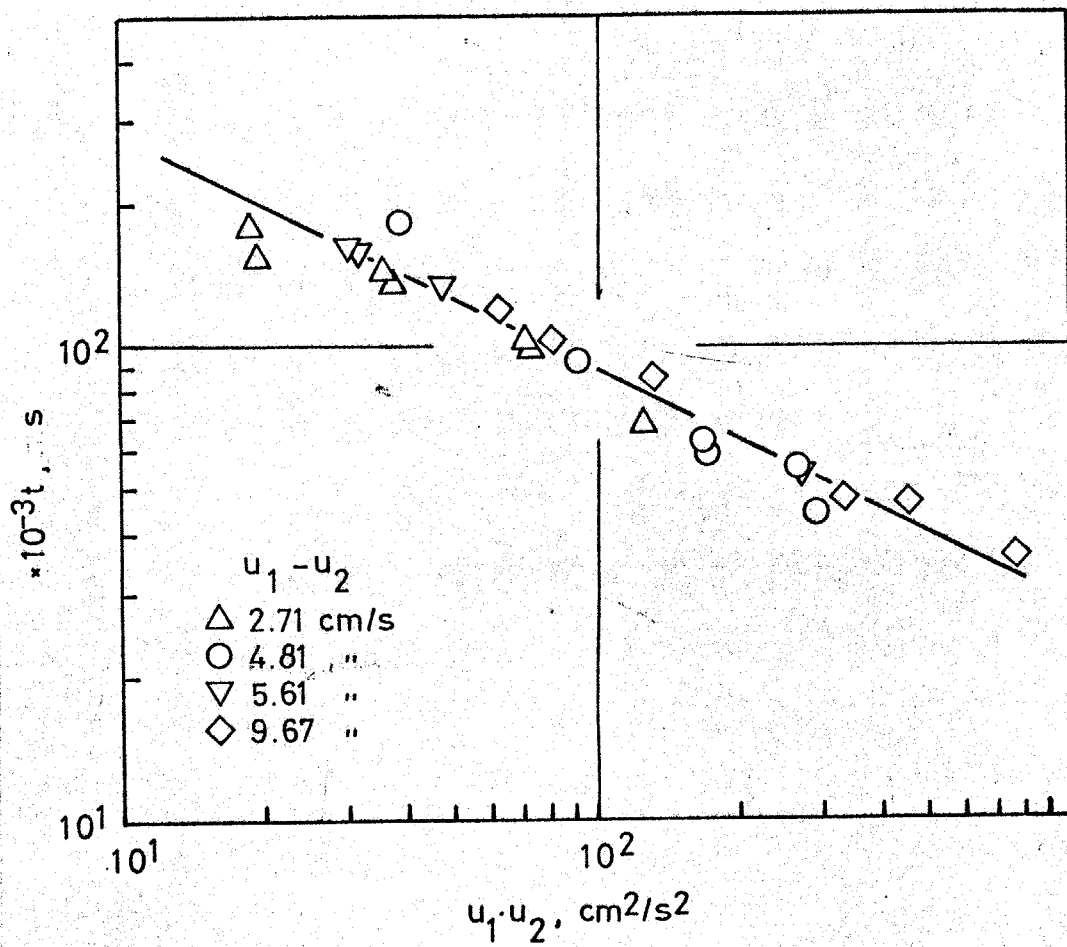


図 2-11  $U + \Delta U \rightarrow U$  の場合の応答時間

## 2-4 本章の結論

1. 流速をステップ状に変化させた場合の、円柱プローブの応答速度実験式を次元解析を利用して得た。
2. この種の円柱プローブの応答速度は、流速を  $U \rightarrow 0$  に変化させた場合が一番遅いので、この種のプローブを用いて流速変動を測定する場合には、この  $U \rightarrow 0$  の場合の応答速度を基準に考えればよいと思われる。
3. その結果、本研究の実験範囲内においては、この種の円柱プローブを十分利用できると思われる。

### 3 乱流転移点および軸方向速度変動の統計的性質

本章においては、いまだ理論的にも実験的にも明確な結論のでていない円管内流れの乱流転移点について、理論的な検討をするとともに、実際に円管内液流の層流-乱流遷移領域における速度変動を、才2章で応答性を確認したプローブを用いて測定し、実験的に確認する。

また、このようにして測定された速度変動を統計的に解析し、層流-乱流遷移領域に特有の速度変動の統計的性質を得ることを目的とする。

### 3-1 乱流転移点に関する理論的考察

一般に非圧縮性流体の運動方程式は、流速を  $U$ 、外力を  $k$ 、圧力を  $P$ 、密度を  $\rho$ 、重力換算係数を  $g_c$ 、動粘度を  $\nu$  で表わすと、直交座標系を用いて次のように書くことができる。

$$\frac{DU_i}{Dt} = k_i g_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} g_c + \nu \nabla^2 U_i \quad (3-1)$$

ここで用いた演算子  $D/Dt$  は、

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j}$$

いま外力  $k_i$  が保存力、すなわち

$$k_i = -\frac{\partial \Omega}{\partial x_i}$$

のようにポテンシャル  $\Omega$  から導かれるとすると、流体が静止している場合の圧力を  $P_0$  とすれば次のように書ける。

$$k_i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial x_i}$$

この関係式を (3-1) 式に代入すると、

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (P - P_0) g_c + \nu \nabla^2 U_i$$

ここで  $P - P_0 = P'$  とおくと上式は次のように書ける。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} g_c + \nu \nabla^2 U_i \quad (3-2)$$

このように流れの各点における圧力を、静止している場合におけるその点の圧力を基準にしてはかることにすれば、運動方程式の外力項はとりのぞいてよく、外力として普通重力が考えられるが、この場合は圧力として静圧からの偏差をとればよい。

以後圧力をこのようにして測ることにし、 $P'$ を単に  $P$  と書くことにすると (3-2) 式は、

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} g_c + \nu \nabla^2 U_i \quad (3-3)$$

この式と速度  $U_i$  とのスカラー積を求めることにより、運動エネルギー方程式が得られる。この運動エネルギー方程式を、円筒座標を用いて表わすと次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left\{ \frac{1}{2} (U_r^2 + U_\theta^2 + U_z^2) \right\} &= -\frac{1}{\rho} \left( U_r \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + U_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) g_c \\ &+ \nu \left\{ U_r \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} \right\} \right. \\ &+ U_\theta \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} \right\} \\ &\left. + U_z \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right\} \right\} \quad (3-4) \end{aligned}$$

ここで乱流場における運動エネルギー方程式を考  
 えるために、速度および圧力を時間平均値と変  
 動分とに次のようにわけらる。

$$U_i = \bar{U}_i + u_i \quad , \quad P = \bar{P} + p$$

これらの関係を(3-4)式に代入することにより、  
 乱流における運動エネルギー方程式が得られる。  
 このようにして得られる乱流における運動エネ  
 ルギ方程式から、(3-4)式で表わされる層流にお  
 ける運動エネルギー方程式を差引くことにより、  
 乱れが入った場合の乱れについての運動エネ  
 ルギ方程式が得られる。

円管内流れの場合には、主流方向(管軸方向)  
 にz軸をとって考えると、速度成分は、

$$U_r = u_r \quad , \quad U_\theta = u_\theta \quad , \quad U_z = \bar{U}_z + u_z$$

と考えられ、また軸対称流れ( $\partial/\partial\theta=0$ )と仮定する  
 と、乱れについての運動エネルギー方程式は次の  
 ように書くことができる。

$$\begin{aligned} & \frac{D}{Dt} \left\{ \frac{1}{2} (u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2) \right\} + \frac{D}{Dt} (u_z \bar{U}_z) \\ & = -\frac{1}{\rho} \left( -u_r \frac{\partial p}{\partial r} - u_z \frac{\partial(P+p)}{\partial z} - \bar{U}_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) g_c - \Psi + \Phi \end{aligned} \quad (3-5)$$

$$\Psi = u_r (\bar{U}_z + u_z) \frac{\partial \bar{U}_z}{\partial r}$$

$$\begin{aligned} \Phi = \nu & \left[ -u_r \frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z} + u_r \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + u_\theta \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \right\} + 2u_\theta \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) + u_\theta \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} \right. \\ & + u_z \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial r^2} + \frac{u_z}{r} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} + \bar{u}_z \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \bar{u}_z \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial z} + \frac{\bar{u}_z}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\bar{u}_z}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ & \left. + u_z \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + u_z \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial z} + \frac{u_z}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_z}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + (2\bar{u}_z + u_z) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] \end{aligned}$$

この(3-5)式の左辺は、単位質量、単位時間あたりの運動エネルギーの変化率を表わしており、右辺の $\Psi$ は乱れによって平均流から供給されるエネルギーを表わしており、 $\Phi$ は粘性によって散逸および拡散するエネルギーを表わしている。従って $\Psi$ が $\Phi$ よりも十分小さければ乱れは減衰すると考えられ、 $\Psi$ が $\Phi$ より十分大きければ乱れは増大すると考えられる。従って $\Psi/\Phi$ は、乱れが減衰するか増大するかを表わす一つの安定指標とみることが出来る。

$$I_s = \frac{\Psi}{\Phi} \quad (3-6)$$

なおここでは、(3-5)式の右辺の圧力項の効果は、乱流転移点について考える際には非常に小さいものと考えた。

流れに垂直な断面内で最初に乱れを生ずる乱流転移点は、この断面内で安定指標 $I_s$ が最大値をとる点と一致すると予測される。この場合には、

最初の微小な乱れが生じた時を考へればよいか  
ら、(3-5)式の各変動分についての空間的微分項  
は無視して考へることが出来る。また  $\bar{u}_z \gg u_z$  と  
考へられるから、(3-6)式は次のように書くこと  
が出来る。

$$I_s = \frac{u_r \bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r}}{\nu u_z \left\{ \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} \right\}} \quad (3-7)$$

ここで乱れとしては最初の微小な乱れを考へて  
いるので、 $u_r \approx u_z$  と考へることができ、結局次  
式のように書ける。

$$I_s = \frac{\bar{u}_z \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r}}{\nu \left\{ \frac{\partial^2 \bar{u}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} \right\}} \quad (3-8)$$

この  $I_s$  の最大値は、平均速度分布を知れば求め  
られる。ここでは最初の微小な乱れが生じた時  
を考へているので、平均速度分布としては、層  
流時の速度分布を考へればよいことになる。

円管内流れの層流時の速度分布は、管断面にわ  
たる平均流速を  $\langle \bar{u}_z \rangle$  で表わすと次式のように書  
くことができる。

$$\bar{u}_z = \frac{2 \langle \bar{u}_z \rangle}{r_w^2} (r_w^2 - r^2) \quad (3-9)$$

この速度分布式を(3-8)式に代入すると、

$$I_s = \frac{(r_w^2 - r^2)r \langle U_z \rangle D}{2r_w^3 \nu} \quad (3-10)$$

この式について考えてみると  $I_s$  は、

$$I_s = 0 \text{ at } r=0 \text{ and } r=r_w$$

$$(I_s)_{max} = \sqrt{\frac{1}{27}} \frac{\langle U_z \rangle D}{\nu} \text{ at } r = \frac{1}{\sqrt{3}} r_w \approx 0.577 r_w$$

となり、乱流転移点は  $0.577 r_w$  であると予測される。

この結果は、既往の Gibson および Ryan & Johnson の結果と一致している。

### 3-2 乱流転移点および軸方向速度変動の

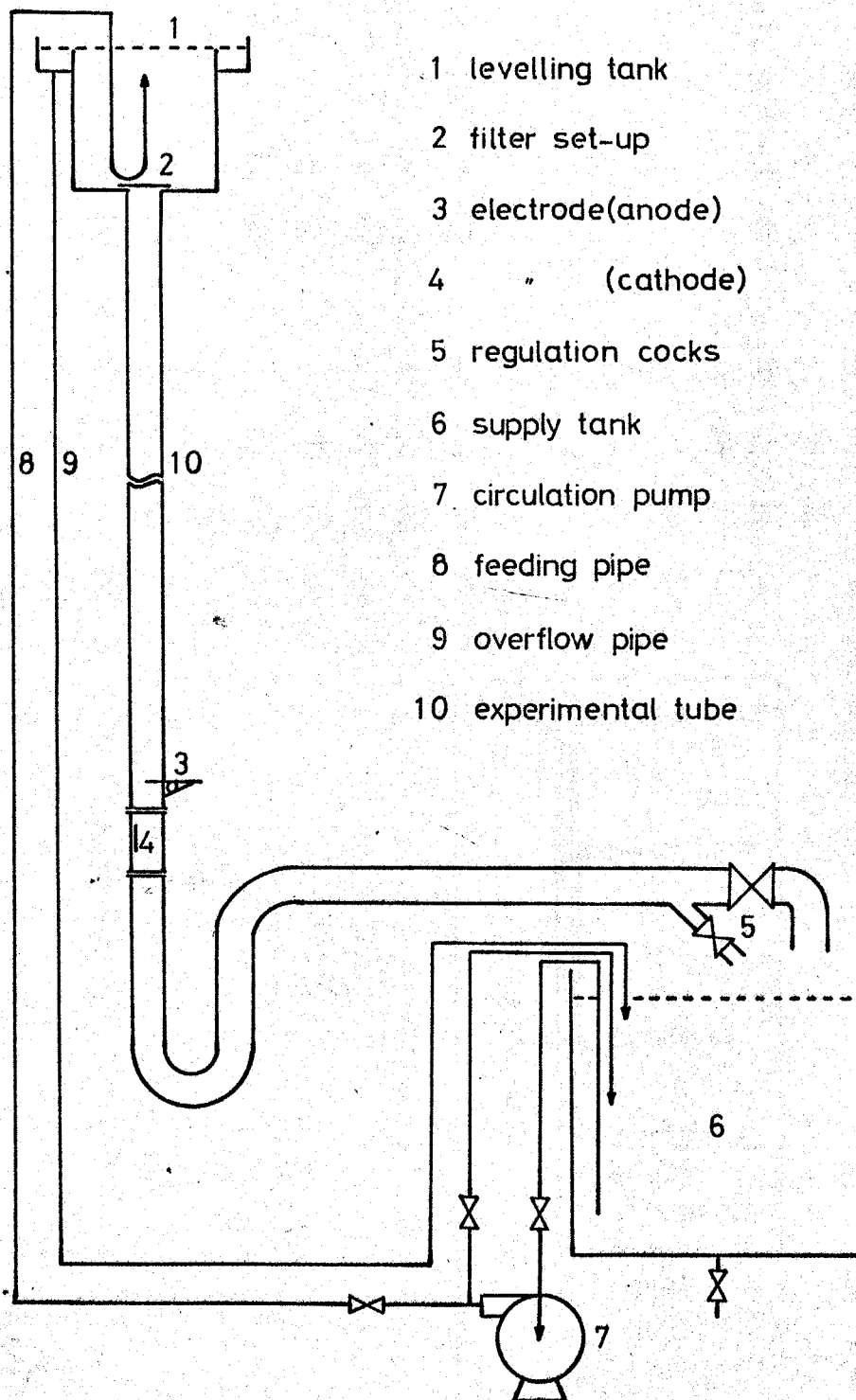
#### 統計的性質に関する実験的考察

##### (1) 実験装置および方法

装置の概略を図3-1に示した。電解液は、供給タンクからポンプによって供給パイプを通過してレベルタンクにあげられ、レベルタンクの底からテストパイプに送り込まれる。レベルタンクをオーバーフローした液は、直接供給タンクへもとされる。テストパイプを流れる液の流量調節は、テスト部分の後流にある2つのバルブによって行なわれる。

テストパイプは、内径 $48^\circ$ 、全長 $6.5m$ （前部助走区間 $5.30m$ 、後部整流区間 $1.20m$ ）のPVCプラスチック製の円管で、相対粗度 $e/r_w=1.665 \times 10^{-6}$ （同種のパイプを高速切断機を用いて得た試料について写真撮影を行なって得た結果である）程度でNikuradse<sup>31)</sup>らの実験結果より、ほぼ完全な平滑管とみなすことができる。またこのテストパイプの断面は、誤差 $\pm 0.4\%$ ではほぼ真円とみなせる（読み取り顕微鏡を用いて測定した結果である）。

テストパイプ入口には、入口条件が変えられるように、種々の制御板（ $2.5^\circ$ の孔をピッチ $4mm$ で三角配列した多孔板、 $15\text{mesh}$ の網板、 $25^\circ$ 孔の



- 1 levelling tank
- 2 filter set-up
- 3 electrode(anode)
- 4 " (cathode)
- 5 regulation cocks
- 6 supply tank
- 7 circulation pump
- 8 feeding pipe
- 9 overflow pipe
- 10 experimental tube

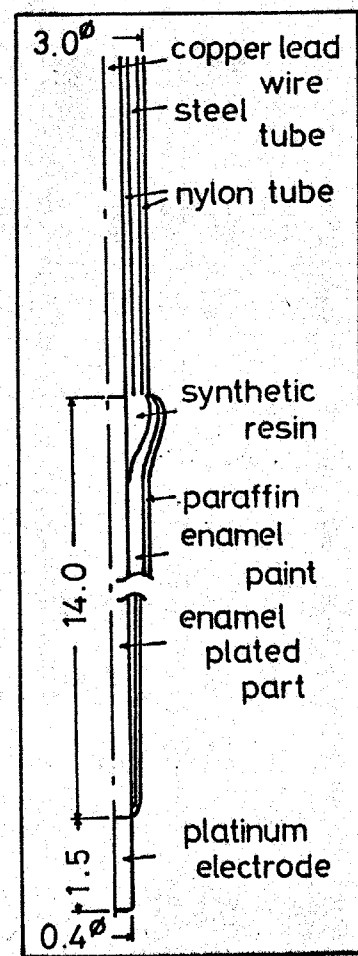
图 3-1 装置概略图

のオリフィス板)が設置できるようになっている。

装置全体はPVCプラスチックを主材料とし、液流速測定用白金プローブと対極の白金板以外の金属が、電解液と接触しないように工夫されている。

用いたプローブは図3-2に示した構造になっており、テスト部分のパイプに中心軸に垂直に挿入され、微動送り機構により半径方向任意の位置に設置することができるように工夫されている。

図3-2  
液流速測定用  
プローブ



このプローブの流速に対する検定曲線を図3-13に示した。

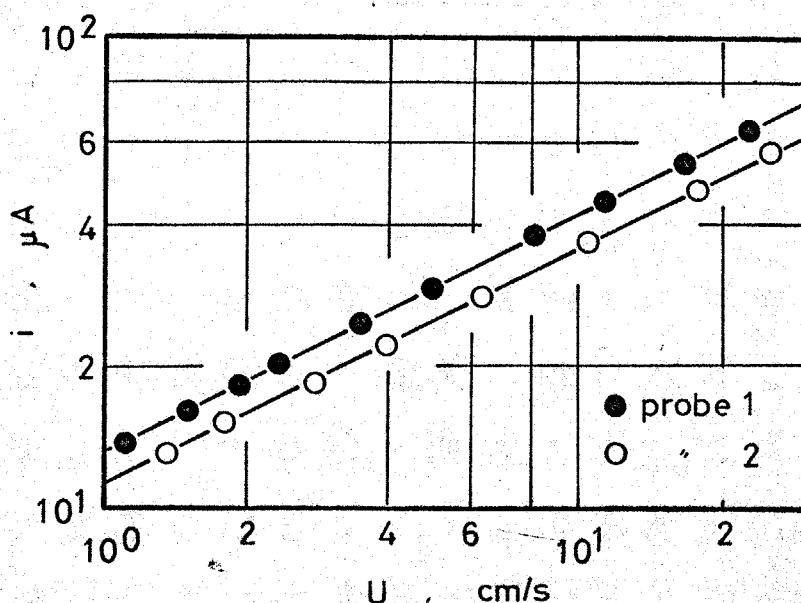


図3-3 プローブの検定曲線

使用した測定用電気回路、電解液および流速検定用水槽は、才2章で用いたものと同じのものを使用した。

実験方法は、まずテストパイプ内の流量を任意の一定流量にしておき、プローブを半径方向6点 ( $0.96r_w$ ,  $0.83r_w$ ,  $0.63r_w$ ,  $0.42r_w$ ,  $0.21r_w$ ,  $0r_w$ ) に移動させ、各半径位置で、5~60分間にわたって流速変動をペン書き記録計および磁気テープに記録した。得られたデータは、統計的解析を行った。

## (2) 実験結果

実験は、入口条件を変えた場合の影響を知るために、先に述べた種々の制御板をテストパイプ入口に設置して行なったが、得られた結果は入口条件を変えても影響がなく、ただ制御板の種類によって種々の現象の起るレイノルズ数が、多孔板を用いた場合が一番低く、次にオリフィス板、制御板無し、網板の順に次々に高くなり、多孔板を用いた場合と網板を用いた場合とでは、種々の現象の起るレイノルズ数が約200異なるが、現象そのものには変化が認められなかったので、以下には制御板無しの場合について述べることにする。

### i) 乱れの発達

図3-4は、パイプ中心軸上における軸方向速度変動の典型的オシログラムを、各レイノルズ数に対して示したものである。(a)は速度変動の全くない層流状態を示す。レイノルズ数が増加してある値に達すると、蛇行するような速度変動がみられるようになり(b)、さらにレイノルズ数が増加して約1700程度に達すると、突然急激な大きい速度変動が流速減少の方向に生ずる。この急激な速度変動の起る方向は、図

図3-4 中心軸  
上における速  
度変動の典型  
的オシログラ  
ム

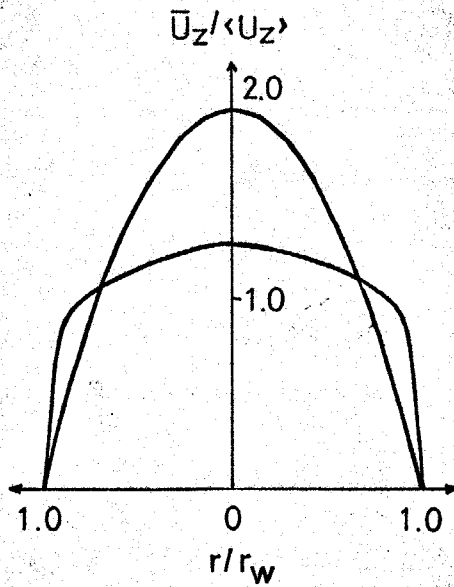
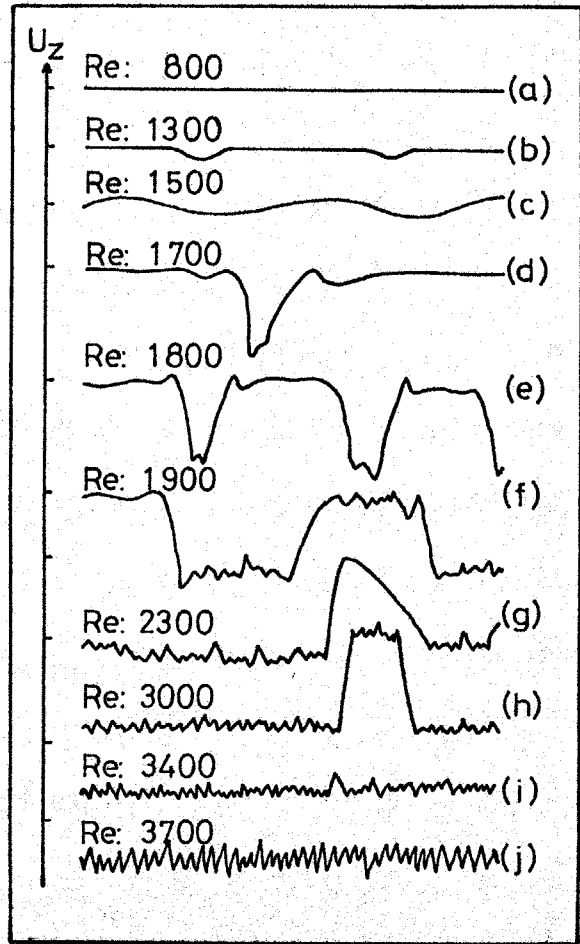


図3-5 同一レイノ  
ルズ数における層  
流と乱流の速度プ  
ロフィール

3-5 に示した層流と乱流の速度プロフィールから明らかのように、層流から乱流へ速度プロフィールが変化する方向と一致している。レイノルズ数がさらに増加すると、この急激な大きい速度変動のうえに、高波数速度変動分が加わってくる (e)~(f)。レイノルズ数の増加とともに、次々にこの高波数速度変動分の占める割合が大きくなり、ついには速度変動の全てを高波数速度変動分が占める (i)。以後は、レイノルズ数が増加しても速度変動には大差なく、ただ高波数速度変動分が成長してゆくだけである。

以上のような遷移過程は、パイプ中心軸上だけでなく、他のどの半径位置においても同様に見られるが、ただ急激な大きい速度変動の生ずる方向が、パイプ中心部と壁付近とでは全く逆になり、壁付近では流速増加の方向に生ずる。この現象は、層流と乱流の速度プロフィールを示した図 3-5 からもうなづくことのできる現象である。また壁付近において急激な大きい速度変動の生じるレイノルズ数は、パイプ中心部よりも高いレイノルズ数 2300 程度である。

ここで一般によく使われる管内流れの管摩擦係数とレイノルズ数との関係について考えてみる。図 3-6 に平滑管の場合の管摩擦係数とレイ

ノルズ数の関係を示した。

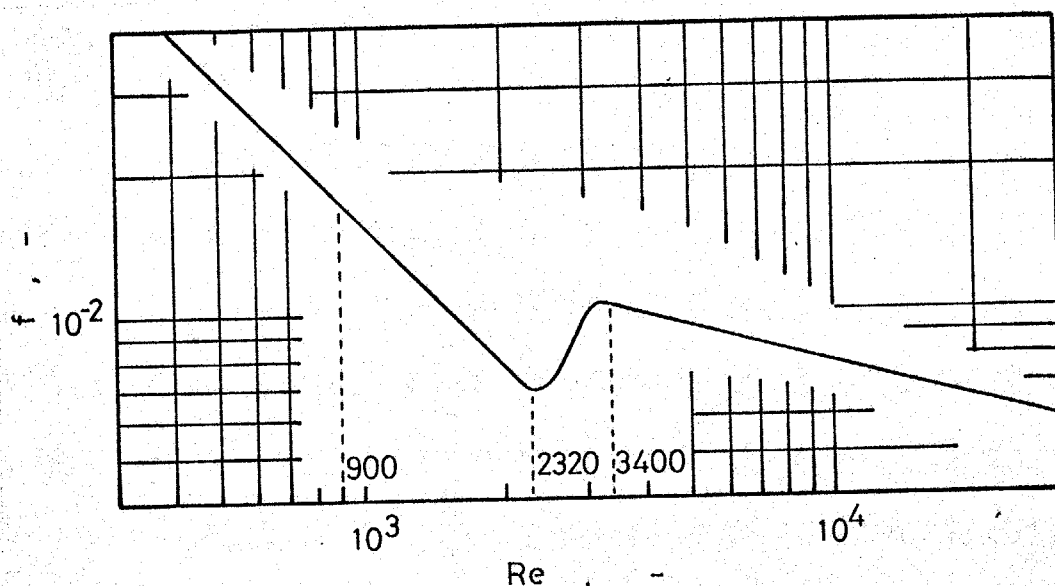


図3-6 平滑管における管摩擦係数とレイノルズ数との関係

この図では、管摩擦係数はレイノルズ数2300付近で急激に変化し、乱流時の値をとるようになる。しかし本実験で得られた結果によると、パイプ中心部においては、レイノルズ数2300以下の低いレイノルズ数ですでに急激な大きい乱れが生じているのである。これは次のように考えればよいと思われる。つまり、レイノルズ数が2300以下の低い値で中心部で大きく乱れることがあっても、壁付近では層流時と同一の速度分布を保ちつづけ、レイノルズ数2300付近でようやく壁付近においても急激な大きい乱れを生じ、

速度分布が変わるからと思われる。

## ii) 乱流転移点

いかなる速度変動が生じた時をもって乱れの発生と定義するかによって、乱流転移点も異なると思われるが、本研究においては、前述の図 3-4 (b) のように蛇行するような速度変動が生じた時をもって、乱れの発生と定義することにする。この定義に基づいて、各半径位置における乱れの発生するレイノルズ数を示したのが、図 3-7 である。

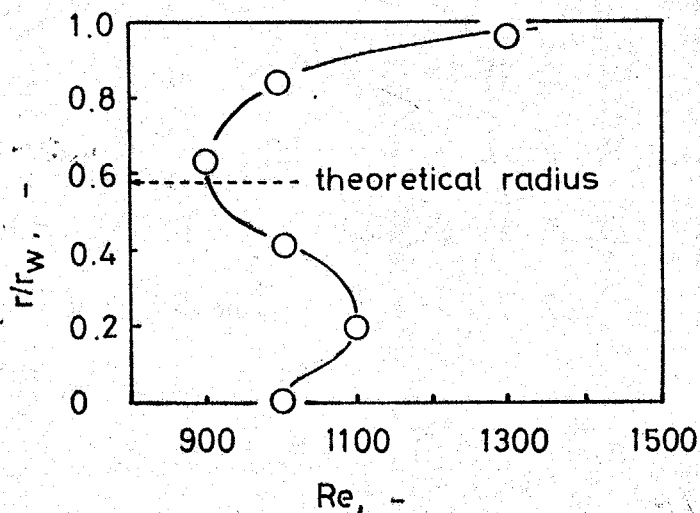


図 3-7 各半径位置における乱れの発生するレイノルズ数

最も低いレイノルズ数で乱れが生ずるのは、約  $0.6r_w$  付近においてであり、その時のレイノルズ

数は約 900 である。この結果は、先に述べた理論的な乱流転移点  $0.577r_w$  とよく一致している。

### iii) 速度変動の確率密度分布

パイプ中心軸上での速度変動の確率密度分布を、各レイノルズ数に対して示したのが図 3-8 である。高波数速度変動分のないレイノルズ数の範囲 (900~1700) では、確率密度分布曲線は 1 つのピークだけを有するが、レイノルズ数の増加に伴って高波数速度変動分が急激な大きい速度変動分に加わってくると、確率密度分布曲線は低流速側に才 2 のピークをもつ形となる。そしてレイノルズ数が 2300 程度になると、これら 2 つのピークは互いに近づき、レイノルズ数 3400 付近で完全に合体し、正規分布に近い形をなす。以後はレイノルズ数が増加しても、この確率密度分布の形は変わらない。

このような遷移過程は、他のどの半径位置においても同様にみられるが、ただ才 2 のピークの現われる側が、壁付近と中心部とでは全く逆になり、壁付近においては高流速側に現われる。これは先に述べた急激な大きい速度変動の現われる側が、中心部では低流速側で、壁付近では高流速側であることに対応する。しかし、壁付

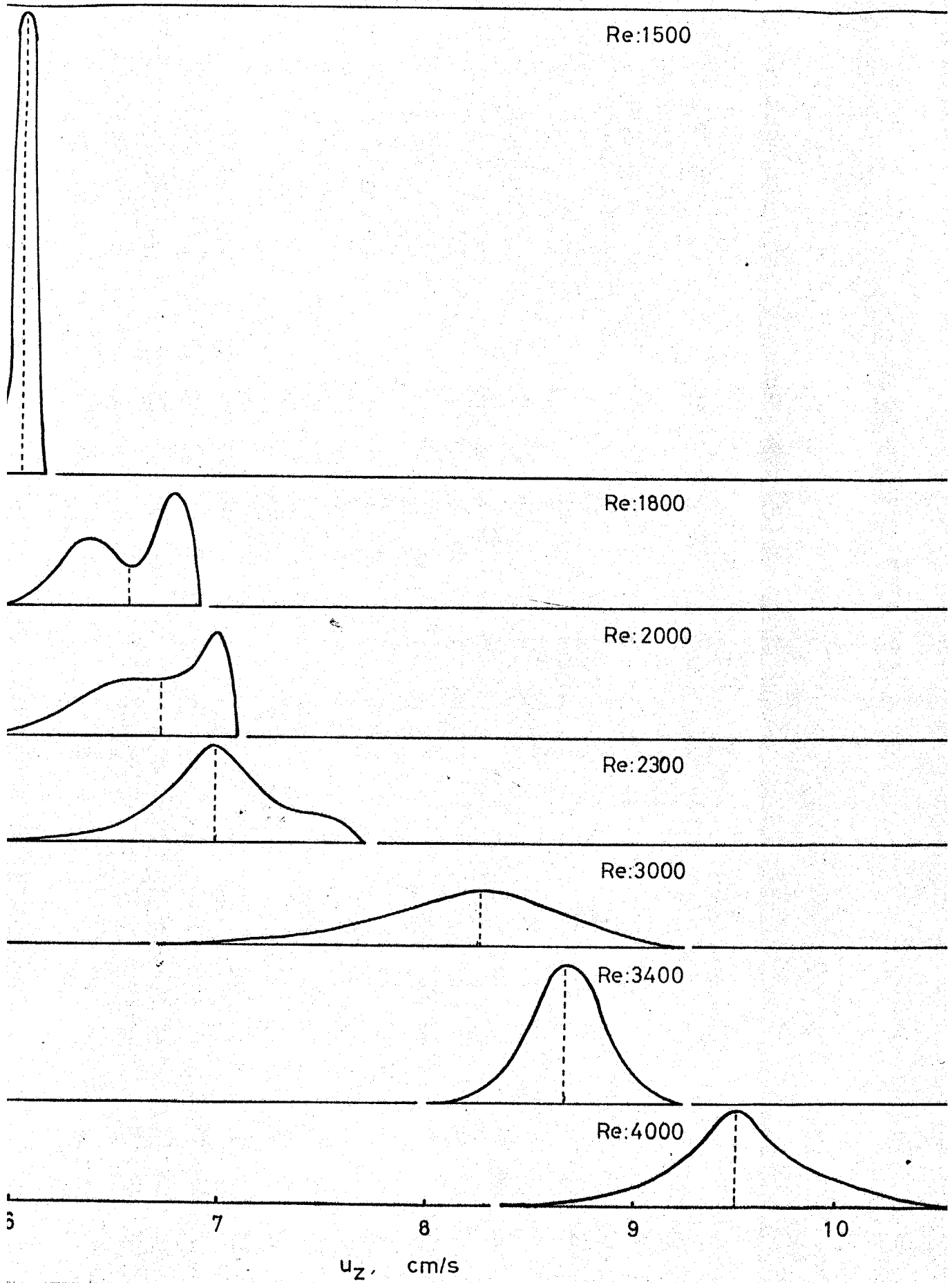


図3-8 中心軸上速度変動の確率密度分布

近において2つのピークが合体して正規分布に近い確率密度分布曲線となるレイノルズ数は、中心部と同じくほぼ3400である。

#### iv) 断続因子

観測時間に対する乱れが存在している時間の割合(図3-9)を示す断続因子 $\delta$ は、従来層流-乱流遷移過程を特徴づける指標のひとつとしてよく用いられてきた。<sup>32) 33)</sup>

図3-9 断続因子

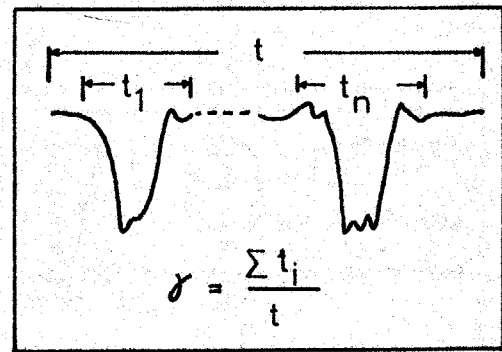


図3-10に、本実験で得られた断続因子の結果を示した。壁付近よりも、中心部の方がより低いレイノルズ数で1に達しているのがわかる。

#### v) 速度変動のピーク数

単位観測時間に対する速度変動のピーク数 $n_p$ もまた、遷移過程を特徴づけるひとつの指標になると思われる(図3-11)。

本実験における、ピーク数のレイノルズ数に対

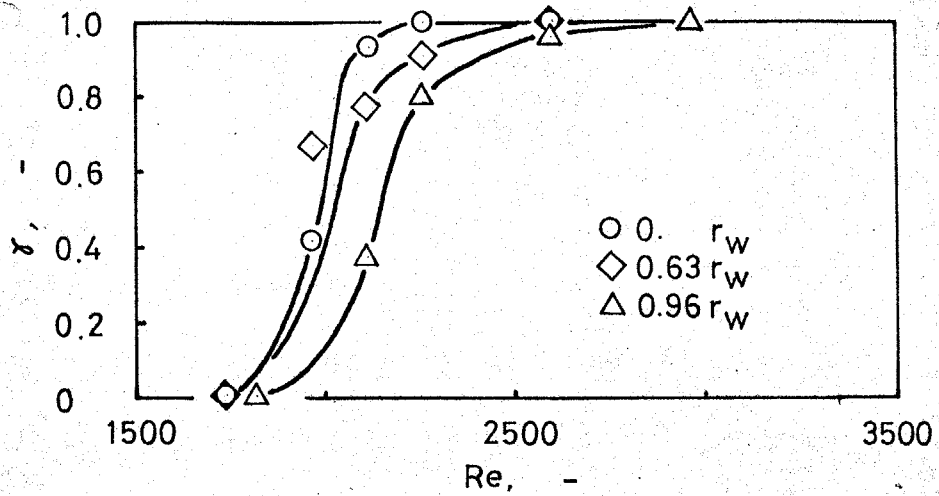
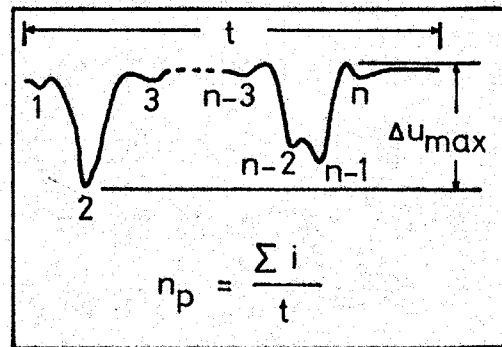


図 3-10 断続因子曲線

図 3-11 ピーク数  
と最大速度変動  
巾



する変化の結果を図 3-12 に示した。レイノルズ数  $900 \sim 1700$  ではほとんど無視しうる程度に小さいが、レイノルズ数の増加とともに次第に増加し、レイノルズ数  $2600 \sim 3400$  ではほぼ一定値をとる。これは、このレイノルズ数の間では、高波数速度変動分の成長によるピーク数の増加と、急激な大きい速度変動分の減少によるピーク数

の減少とがバランスするためと思われる。さらにレイノルズ数が増加すると、高波数速度変動分の成長により、ピーク数は再び増加してくる。

#### vi) 最大速度変動中

速度変動の最大速度と最小速度との差をとった最大速度変動中  $\Delta u_{max}$  (図 3-11) についての、本実験の場合の結果を図 3-13 に示した。

レイノルズ数 900~1700 では、速度変動中はほとんど無視しうる程度に小さいが、レイノルズ数の増加とともに次第に増加してゆき、レイノルズ数 3000 付近で極大値をとる。そしてレイノルズ数の増加とともに急激に減少し、レイノルズ数 3400 付近でいずれの半径位置における値も極小値をとる。この速度変動中の急激な減少は、急激な大きい速度変動分の急激な減衰によるものと思われる。さらにレイノルズ数が増加すると、高波数速度変動分の成長に伴い、再び速度変動中も増加してくる。

図 3-14 に、各レイノルズ数における、最大速度変動中の半径方向分布を示した。レイノルズ数 3400 以上では、ほとんど同一の分布を示している。

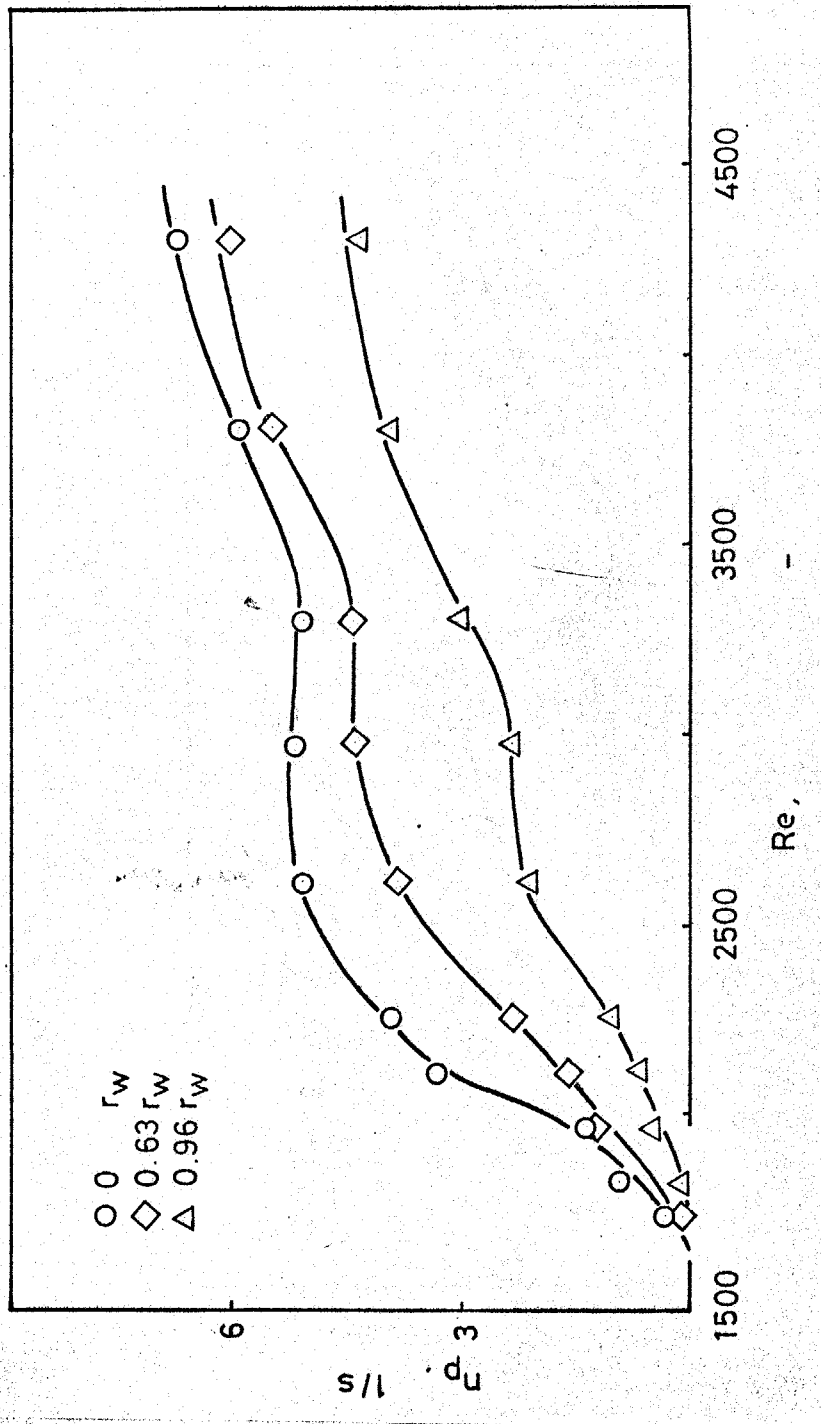


図 3-12 速度変動のピーク数変化

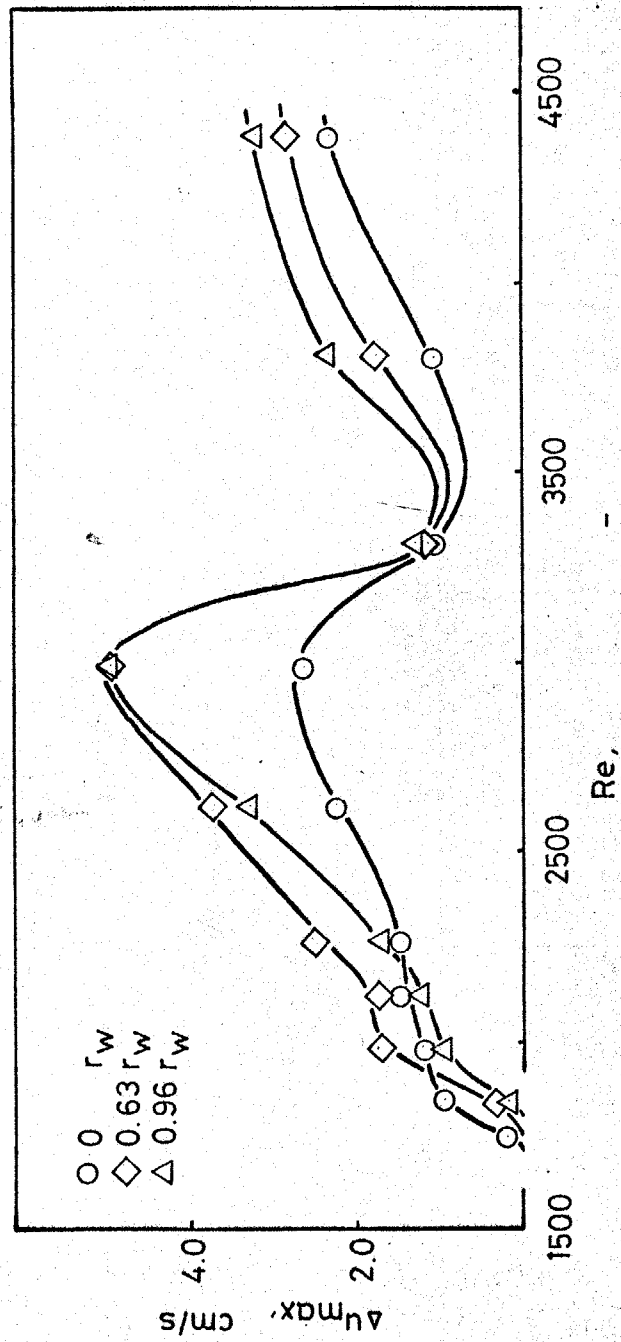
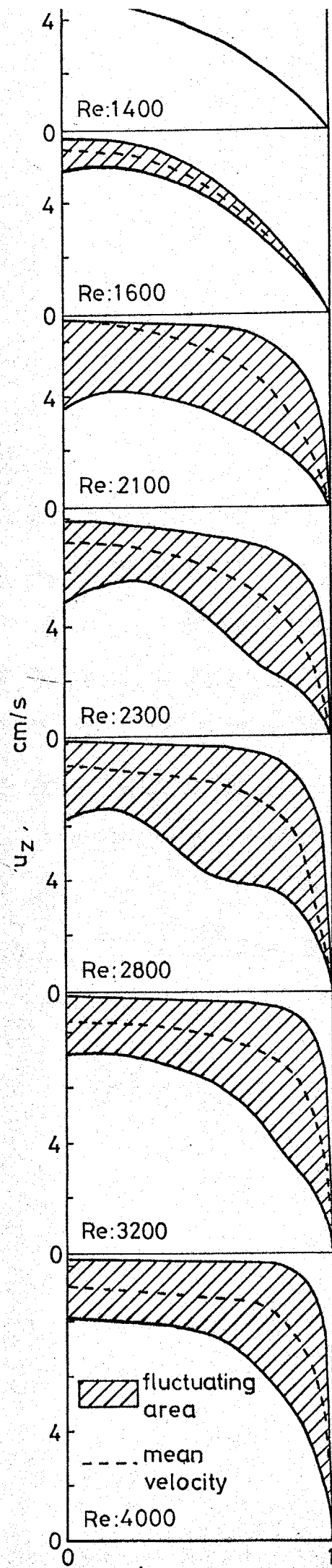


図 3-12 速度変動の最大速度変動中

図 3-14  
 最大速度変動中  
 の半径方向分布



## VII) 速度変動の強度

乱流の研究においてよく用いられる速度変動の強度について、各レイノルズ数における半径方向分布を示したのが図3-15である。レイノルズ数900~1500ではほとんど無視しうる程度であるが、レイノルズ数1700程度から次第に顕著な傾向を示しはじめ、レイノルズ数2100付近までは中心部の方が壁付近より高い値を示す。しかし、さらにレイノルズ数が増加し、壁付近においても急激な大きい速度変動がみられるようになると、次第に壁付近の方が高い値を示すようになる。そしてレイノルズ数が3400付近になると、どの半径位置の値も、急激な大きい速度変動の存在する時の値よりも低くなり、また半径方向の分布の形も一定となる。この分布の形は、以後レイノルズ数が増加しても変わらない。

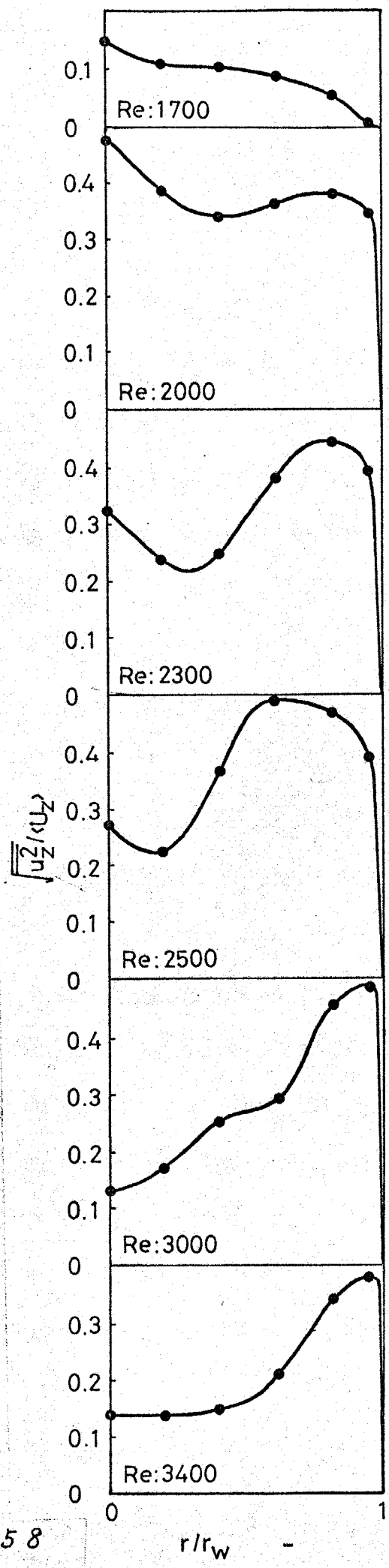


图 3-15  
乱流强度分布

### 3-3 本章の結論

1. 従来から理論的にも、実験的にも、明確な結論の得られていなかった乱流転移点について、エネルギーの立場から考察し、乱れが入ったことにより主流から供給されるエネルギーと、粘性により散逸・拡散するエネルギーとの比からなる安定指標  $I_s$  を考え、この  $I_s$  が最大となる点が乱流転移点に一致するとして、円管内流れの場合には  $0.577r_w$  が乱流転移点であると予測するとともに、実際に才2章で応答性を確認したプローブを用いて軸方向速度変動を測定することにより、実験的にも確めた。
2. 円管内液流の層流 - 乱流遷移領域における軸方向速度変動を実測し、統計的に解析することにより、遷移領域において特徴的遷移過程を示す速度変動の確率密度分布、断続因子、ピーク数、最大速度変動巾、強度について検討するとともに、逆に、これらの統計量の遷移過程から、円管内流れの層流 - 乱流遷移領域が規定できることがわかった。その結果、本実験の場合の遷移領域は、レイノルズ数で  $900 \sim 3400$  の範囲であった。

#### 4 散逸エネルギーに基づく乱流動粘度

本章においては、従来の乱流動粘度にかわる新たな乱流動粘度の定義を、散逸エネルギーに基づいて試みるとともに、同定義に基づいて、円管内液流の層流 - 乱流遷移領域における乱流動粘度を実測することを目的とする。

#### 4-1 理論的考察

非圧縮性流体の運動方程式は一般に (3-3) 式で表わされるが、この式を応力表示を用いて表わすと次式のように書くことができる。

$$\frac{D\bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} g_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} \quad (4-1)$$

ここで  $T_{ij}$  は、

$$T_{ij} = -\mu \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

(4-1) 式と速度  $\bar{U}_i$  のスカラー積は、次式のように運動エネルギー方程式となる。

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} \bar{U}_i \bar{U}_i \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{U}_i P) g_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{U}_j T_{ij}) + \frac{1}{\rho} T_{ij} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \quad (4-2)$$

ここで乱流場における運動エネルギー方程式を得るため、速度、圧力、応力をそれぞれ時間平均分と変動分とに次のように分ける。

$$\bar{U}_i = \bar{\bar{U}}_i + u_i, \quad P = \bar{P} + p, \quad T_{ij} = \bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}$$

これらの関係を (4-2) 式に代入すると、乱流場における運動エネルギー方程式が得られる。こうして得られる運動エネルギー方程式の時間平均をとると、次式のようになる。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \bar{\bar{U}}_i \bar{\bar{U}}_i + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\bar{U}}_i \left( \frac{\bar{P}}{\rho} + \frac{1}{2} \bar{\bar{U}}_j \bar{\bar{U}}_j \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\bar{U}}_j \bar{\tau}_{ij}) + \frac{1}{\rho} \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \bar{\bar{U}}_j}{\partial x_i}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} q^2 \right)} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U_j} \overline{u_i u_j}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{U_i} \overline{q^2} \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_j \tau_{ij}}) + \frac{1}{\rho} \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}
\end{aligned} \tag{4-3}$$

ここで

$$q^2 = u_i u_i$$

平均流についての運動エネルギー方程式は、(4-1)式に、速度、圧力、応力を時間平均分と変動分とに分けた関係式を代入して得られる乱流場における運動方程式を時間平均した式と、平均流速  $\overline{U_i}$  とのスカラー積を求めることにより、次式のようを得ることが出来る。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \overline{U_i U_i} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{U_i} \left( \frac{\overline{p}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{U_j U_j} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U_j} \overline{\tau_{ij}}) \\
&+ \frac{1}{\rho} \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{U_j} \overline{u_i u_j}) + \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}
\end{aligned} \tag{4-4}$$

(4-4)式の右辺才3項は、分子粘性により散逸するエネルギーを表わす。この項を  $-\nu \Phi_m$  とおいて、円筒座標を用いて書きなおすと次式のようになる。

$$\nu \Phi_m = -\frac{1}{\rho} \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \left\{ \frac{1}{2} \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \overline{\tau_{ji}} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right\} = -\frac{1}{\rho} \overline{\tau_{ij}} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2\rho\mu} \{ \overline{\tau_{rr}^2} + \overline{\tau_{\theta\theta}^2} + \overline{\tau_{zz}^2} + 2(\overline{\tau_{r\theta}^2} + \overline{\tau_{\theta z}^2} + \overline{\tau_{zr}^2}) \} \quad (4-5)$$

変動分についての運動エネルギー方程式は、(4-3)式から(4-4)式を差引いて次式のように得ることが出来る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{U_i q^2} &= - \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i \left( \frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2} \right)} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \\ &\quad - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_j \tau_{ij}}) + \frac{1}{\rho} \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (4-6)$$

この式で右辺才4項は分子粘性により散逸するエネルギーを表わし、右辺才2項は乱れにより平均流から供給されるエネルギーを表わす。ここで、局所的な乱れのエネルギーの拡散および対流の効果が無視しうる程度に小さい場合、乱れによって平均流から供給されるエネルギーが、そのまま粘性によって散逸するエネルギーに等しいと仮定してもよい。実際にこのように仮定することは、円管内流れの場合 Laufer<sup>19)</sup>の実験結果からもそれほど無理ではなく、特にパイプ中心部を除いてはよいようである。そこでこのような仮定のもとに、変動分の粘性により散逸するエネルギーを $-\nu\Phi_f$ とおくと、これは円筒座標を用いて次式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \nu \Phi_f &= -\frac{1}{\rho} \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \approx -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ &= \frac{1}{2\mu} \left\{ -\overline{u_r u_r} \bar{\tau}_{rr} - \overline{u_\theta u_\theta} \bar{\tau}_{\theta\theta} - \overline{u_z u_z} \bar{\tau}_{zz} \right. \\ &\quad \left. - 2(\overline{u_r u_\theta} \bar{\tau}_{r\theta} + \overline{u_\theta u_z} \bar{\tau}_{\theta z} + \overline{u_z u_r} \bar{\tau}_{zr}) \right\} \end{aligned} \quad (4-7)$$

ここで、乱れの変動分による散逸エネルギー  $-\nu \Phi_f$  を、平均流による散逸エネルギー  $-\nu \Phi_m$  と係数  $k$  をもって次式のように関係づける。

$$\nu \Phi_f = k \nu \Phi_m \quad (4-8)$$

従って、全散逸エネルギー  $-\nu \Phi_T$  は次式のように表わすことができる。

$$-\nu \Phi_T = -(1+k) \nu \Phi_m \quad (4-9)$$

この(4-9)式は、乱れが入ったことにより、散逸エネルギーが、平均流による散逸エネルギーの  $(1+k)$  倍になったことを表わしている。この式はまた粘性係数に着目してみると、乱れが入ったことにより、見掛けの粘性係数が  $(1+k)$  倍になったとも考えられ、このように考えると、 $k\nu$  は従来の乱流動粘度に相当することになる。

$$\epsilon_{mo} = k\nu \quad (4-10)$$

つぎに係数  $k$  を求める方法について述べる。

(4-7)式を係数 $k$ ，補正係数 $\zeta$ を用いて，レイノルズ応力を使って次式のよう書きかえる。

$$\begin{aligned} \nu \Phi_f &= \frac{1}{2\mu} \left\{ -\overline{u_r u_r} \overline{\tau_{rr}} - \overline{u_\theta u_\theta} \overline{\tau_{\theta\theta}} - \overline{u_z u_z} \overline{\tau_{zz}} \right. \\ &\quad \left. - 2(\overline{u_r u_\theta} \overline{\tau_{r\theta}} + \overline{u_\theta u_z} \overline{\tau_{\theta z}} + \overline{u_z u_r} \overline{\tau_{zr}}) \right\} \\ &= \frac{\rho}{2\mu k \zeta} \left\{ \overline{u_r u_r}^2 + \overline{u_\theta u_\theta}^2 + \overline{u_z u_z}^2 + 2(\overline{u_r u_\theta}^2 + \overline{u_\theta u_z}^2 + \overline{u_z u_r}^2) \right\} \quad (4-11) \end{aligned}$$

この(4-11)式と(4-8)式とを比べると $\zeta \approx 1$ とおいてよいと思われる。

従って(4-11)式は次のようかける。

$$\nu \Phi_f = \frac{\rho}{2\mu k} (\overline{q^2})^2 \quad (4-12)$$

この(4-12)式と(4-8)式より

$$\frac{\rho}{2\mu k} (\overline{q^2})^2 = \frac{k}{2\rho\mu} \left\{ \overline{\tau_{rr}}^2 + \overline{\tau_{\theta\theta}}^2 + \overline{\tau_{zz}}^2 + 2(\overline{\tau_{r\theta}}^2 + \overline{\tau_{\theta z}}^2 + \overline{\tau_{zr}}^2) \right\} \quad (4-13)$$

乱れが入ることにより，散逸エネルギーは増加すると考えられるから， $k$ の値は正となり，結局次式のようには $k$ は速度表示を用いて書くことができる。

$$\begin{aligned} k &= \overline{q^2} / \nu \left\{ \left( \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} + \frac{\overline{u_r}}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial z} \right)^2 + 2 \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\overline{u_\theta}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial \theta} \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u_z}}{\partial r} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (4-14) \end{aligned}$$

この(4-14)式を使って， $k$ の値は容易に求めるこ

とができる。

(4-14)式を(4-10)式に代入して得られる乱流動粘度  $\epsilon_{mo}$  は、従来の定義に基づく乱流動粘度と異なり、注目点において最低一方向に平均速度勾配が存在するだけでも、その注目点において一義的に定まるスカラー量である。

円管内流れの場合の上記定義に基づく乱流動粘度を与える式は、流れ方向(管軸方向)に  $z$  軸をとり、かつ軸対称流れとすれば、 $\bar{u}_r = \bar{u}_\theta = 0$  であるから、次式のように得ることができる。

$$\epsilon_{mo} = \frac{\overline{q^2}}{\sqrt{2} \left| \frac{\partial \bar{u}_z}{\partial r} \right|} \quad (4-15)$$

この(4-15)式の形は、才1章で述べた Boussinesq による定義式とよく似ている。

## 4-2 実験的考察

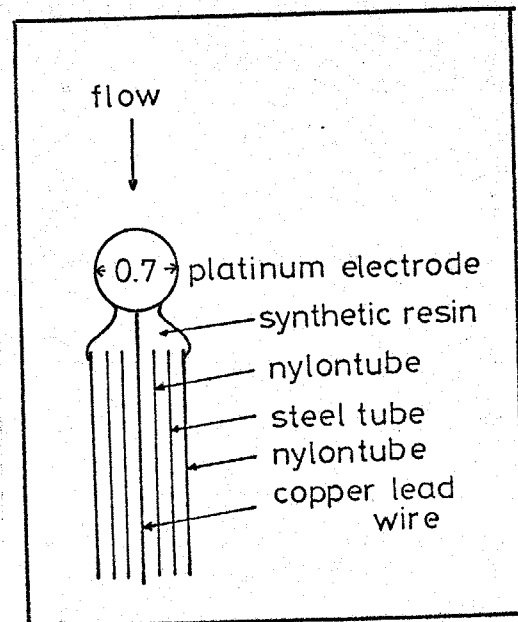
(4-5)式に基づく、円管内液流の層流 - 乱流遷移領域における乱流動粘度の遷移過程を検討するため、次のような実験を行なった。

### (1) 実験装置および方法

実験に用いた装置および流体は、才3章で用いた装置および流体と同一である。用いた液流速測定法も同じ拡散律速の電極反応を利用した方法であるが、測定用プローブは、円管内における流速が  $\bar{u}_z \gg u_z, u_r, u_\theta$  であることを考慮して、 $\bar{q}^2$ が測定できるように円柱プローブにかえて、図4-1のような白金球プローブを用いた。

図4-1

白金球プローブ



このプローブは、図4-2に示した角特性をもち、流れ方向が $\pm 30^\circ$ 程度変化しても、得られる流速

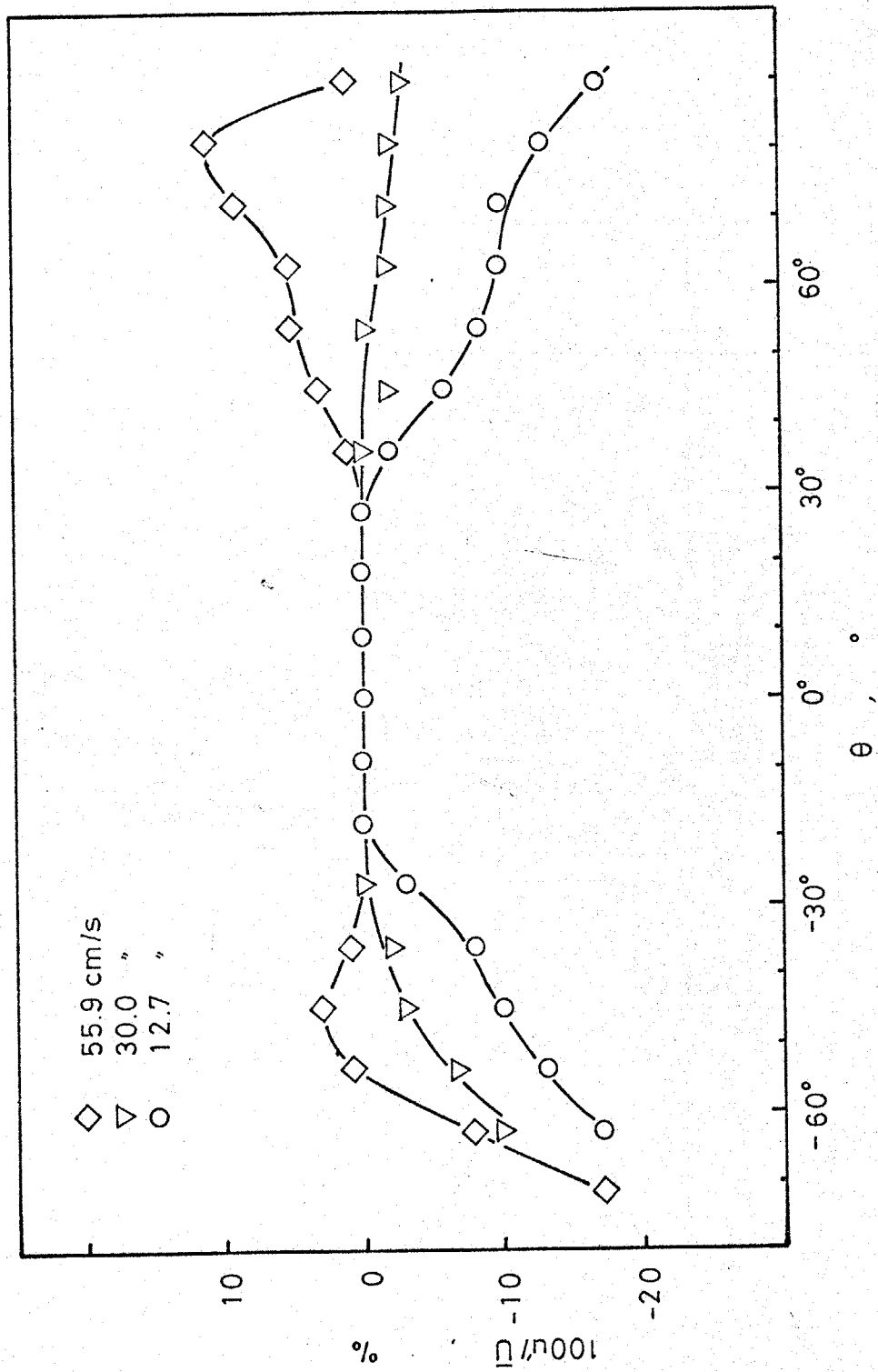
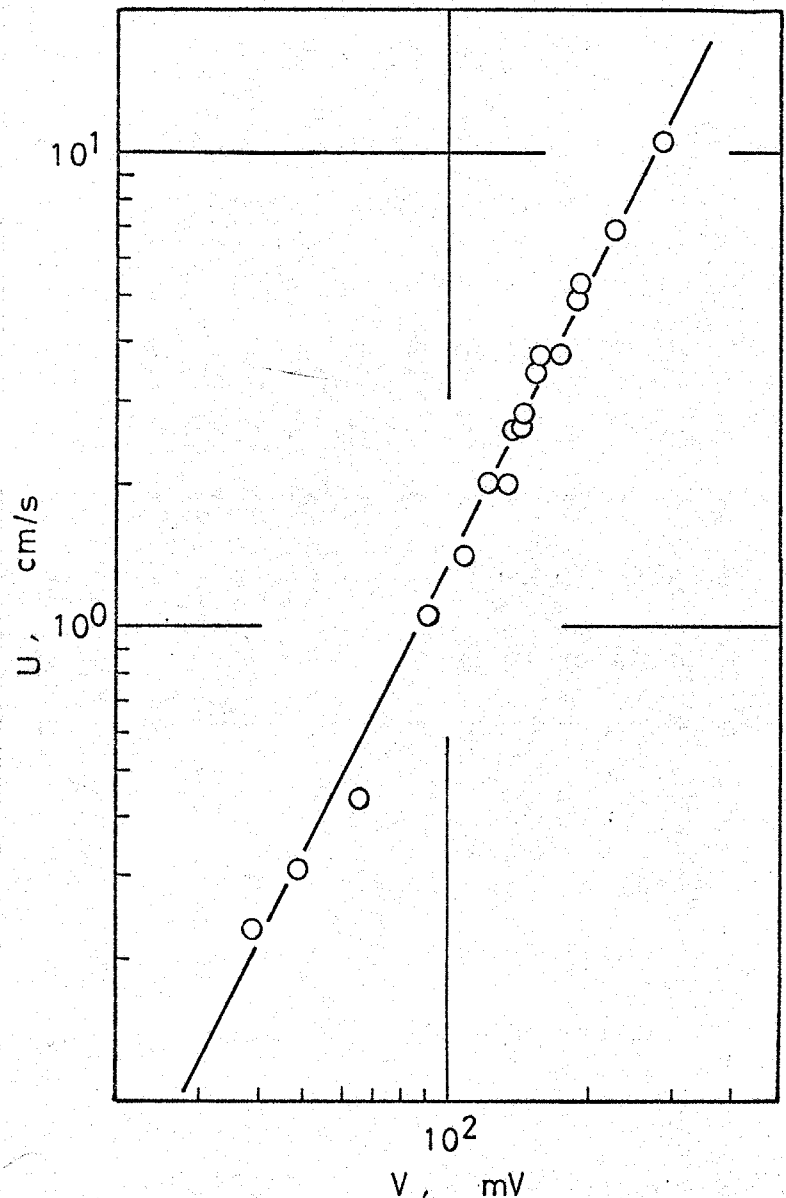


図4-2 白金球プローブの角特性

に影響をおよぼさないことを、才2章で用いた装置を使って確かめたので、このプローブを用いて円管内液流速を十分に測定できると思われる。このプローブの液流速に対する検定曲線を、図4-3に示した。

図4-3  
プローブ  
検定曲線



実験方法は才3章の方法と同じく、任意の一定流量において半径方向5点 ( $0.96r_w$ ,  $0.79r_w$ ,

$0.54r_w, 0.29r_w, 0.04r_w$ )で、約1分間にわたって流速変動を磁気テープに記録した。得られたデータは、A-D変換器を用いてデジタル量に変換し、電子計算機によって統計的処理をした。

なお、A-D変換におけるカット数は、才3章における速度変動のポーク数を考慮して、1秒間60カットとした。

## (2) 実験結果

(4-15)式に基づき、層流-乱流遷移領域における乱流動粘度の半径方向分布を、各レイノルズ数に対して示したのが図4-4である。レイノルズ数が900~2000程度ではほとんど無視しうる程度に低い値であるが、レイノルズ数が増加して2100程度になると全体としては低い値であるが、中間部がやや高く中心部・壁付近が低い分布を示す。さらにレイノルズ数が増加し、中心部・中間部での速度変動に高波数速度変動分の占める割合が高くなると、この中心部・中間部での乱流動粘度も、壁付近に比べて高い値をとる。レイノルズ数が3000に近くなると、中心部が高く壁付近が低いなだらかな分布曲線となる。そしてレイノルズ数3400付近で全体として最も低い値をとり、さらにレイノルズ数が増加してく

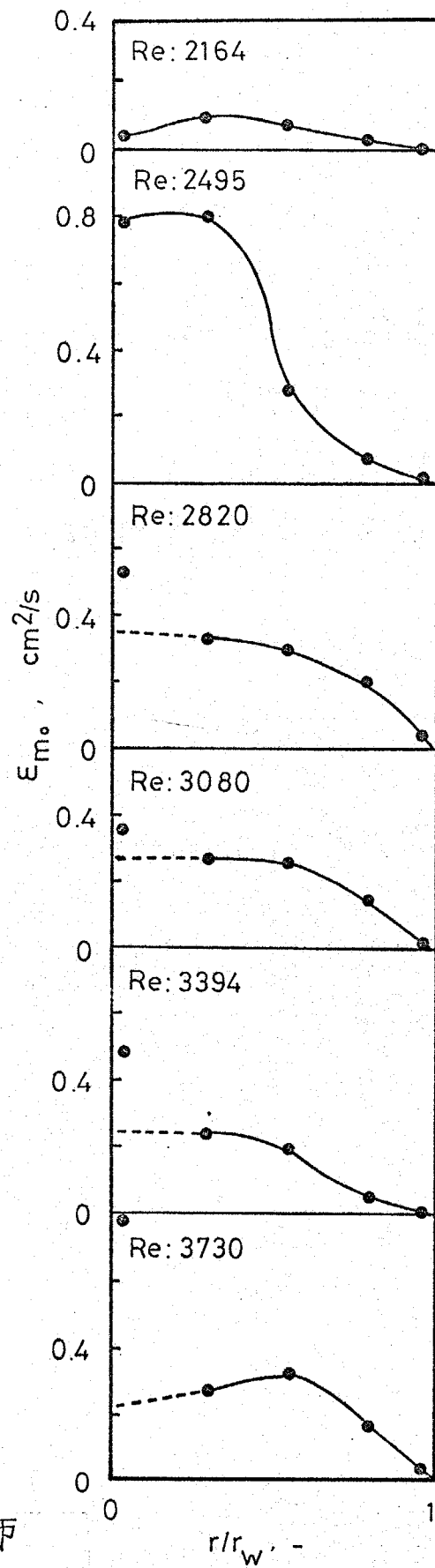


图 4-4  
乱流动粘度分布

ると、中間部分がやや中心部分より高く壁付近が低い分布形に定まってくる。

なお、レイノルズ数が高くなり、中心部での平均速度分布が平らに近くなり平均速度勾配を正確に得ることが困難となる範囲(レイノルズ数2800以上)においては、*Laufer*<sup>19)</sup>の実験結果を参考とし、中間部からの推定により点線のごとく示した。

### 4-3 本章の結論

1. 乱流場における散逸エネルギーについて検討し、乱れの変動分による散逸エネルギーが平均流による散逸エネルギーの $k$ 倍となることから、この係数 $k$ に分子動粘度 $\nu$ を乗ずることにより、注目点において最低一方向に平均速度勾配が存在するだけで、その注目点に一義的に定まるスカラー量としての乱流動粘度 $\epsilon_{mo}$ の定義をした。
2. 同定義に基づいて、円管内液流の層流-乱流遷移領域における乱流動粘度の半径方向分布を、白金球プローブを用いて液流速変動を測定することにより、各レイノルズ数に対して実測した。

## 5 物質の乱流拡散係数

本章においては、才4章における乱流動粘度の定義とアナロジカルに、物質の乱流拡散係数の定義を試みるとともに、液流速変動と濃度変動との同時測定法を確立して、円管内液流の層流-乱流遷移領域において、液流速変動と濃度変動とを同時測定することにより、新たな定義に基づく物質の乱流拡散係数を算出し検討することを目的とする。

## 5-1 理論的考察

一般に物質移動の拡散方程式は、分子拡散係数  $D$  が場所によらず一定の場合、濃度を  $C$  で表わすと次のように書くことができる

$$\frac{DC}{Dt} = D \nabla^2 C \quad (5-1)$$

オ4章においては、運動方程式と速度とのスカラー積を求めることにより運動エネルギー式を得た。そこでここでも(5-1)式に濃度  $C$  を乗すると次式が得られる。

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} C^2 \right) = D \frac{\partial}{\partial x_i} \left( C \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) - D \left( \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) \quad (5-2)$$

この(5-2)式の次元は  $[(g\text{-mole}/\text{cm}^3)^2/\text{s}]$  であり、この次元はオ4章における運動エネルギー方程式の次元  $[(\text{cm}/\text{s})^2/\text{s}]$  と対応するものと考えることができるので、従って(5-2)式はオ4章における運動エネルギー方程式に対応する式であるといえることができる。

乱流場における運動エネルギー方程式に相当する式を得るため、速度および濃度を時間平均分と変動分とに次のように分ける。

$$v_i = \bar{v}_i + u_i, \quad C = \bar{C} + c$$

これらの関係を(5-2)式に代入することにより、乱流場における運動エネルギー方程式に相当する

式が得られる。こうして得られる運動エネルギー方程式に相当する式の時間平均をとると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{C}^2}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{C}^2}{\partial t} = & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{C}^2) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{C}^2) + \mathcal{D} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{C} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i}) + \mathcal{D} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{C} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i}) \\ & - \mathcal{D} \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) - \mathcal{D} \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) - \bar{C} \left( u_i \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) - (\bar{C} u_i \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i}) \end{aligned} \quad (5-3)$$

平均分についての運動エネルギー方程式に相当する式は、(5-1)式に、濃度、速度を時間平均分と変動分とに分けた関係式を代入して得られる乱流場における拡散方程式を時間平均した式と、平均濃度  $\bar{C}$  との積を求めることにより、次のように得ることができ。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{C}^2}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{C}^2) = \mathcal{D} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{C} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i}) - \mathcal{D} \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) - \bar{C} \left( u_i \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \quad (5-4)$$

この(5-4)式と、才4章における平均流についての運動エネルギー方程式(4-4)式と比較すると、分子粘性によって散逸するエネルギー項に相当する項が、(5-4)式右辺才2項である。この項を  $-\mathcal{D} \Phi_{mc}$  とおいて、円筒座標を用いて書きなおすと次式のようになる。

$$\mathcal{D} \Phi_{mc} = \mathcal{D} \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right)$$

$$= \rho \left\{ \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (5-5)$$

変動分についての運動エネルギー方程式に相当する式は、(5-3)式から(5-4)式を差引いて次式のよ  
うに得ることができる。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{C}^2}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{v}_i \bar{C}^2) = \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{c} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) - \rho \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) - \bar{c} u_i \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \quad (5-6)$$

この(5-6)式と、才4章における変動分についての運動エネルギー方程式とを比較すると、分子粘性性によって散逸するエネルギー項に相当する項が、(5-6)式右辺才2項であり、乱れにより平均流から供給されるエネルギー項に相当する項が、(5-6)式右辺才3項である。そこで才4章と同様に考  
えて、(5-6)式右辺才2項を  $-\rho \Phi_{fc}$  とおくと、円筒座標を用いて次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \rho \Phi_{fc} &= \rho \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \right) = -\bar{c} u_i \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i} \\ &= - \left( \bar{c} u_r \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} + \bar{c} u_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \theta} + \bar{c} u_z \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5-7)$$

ここで才4章と同じく(5-7)式と(5-5)式とを、係数  $k_c$  を用いて次のように関係づける。

$$\rho \Phi_{fc} = k_c \rho \Phi_{mc} \quad (5-8)$$

従って才4章における全散逸エネルギーに相当す

る  $-Q\Phi_{TC}$  は次のようになる。

$$-Q\Phi_{TC} = -(1+k_c)Q\Phi_{mc} \quad (5-9)$$

この (5-9) 式は、乱れが入ったことにより、散逸エネルギーに相当する量が、平均分の散逸エネルギーに相当する量の  $(1+k_c)$  倍になったことを表わしている。この式はまた、拡散係数に着目してみると、乱れが入ったことにより、見掛けの拡散係数が  $(1+k_c)$  倍になったとも考えられ、このように考えると、 $k_c Q$  は従来の乱流拡散係数に相当することになる。

$$E_{co} = k_c Q \quad (5-10)$$

つぎに  $k_c$  を求める方法について述べる。

(5-7) 式を係数  $k_c$ 、補正係数  $\zeta_c$  を用いて、次式のように書きかえる。

$$\begin{aligned} Q\Phi_{fc} &= \frac{1}{k_c Q \zeta_c} (\overline{cu_i})(\overline{cu_i}) \\ &= \frac{1}{k_c Q \zeta_c} (\overline{cu_r^2} + \overline{cu_\theta^2} + \overline{cu_z^2}) \end{aligned} \quad (5-11)$$

この (5-11) 式と (5-8) 式とを比べると  $\zeta_c = 1$  とおいてよいと思われる。

従って (5-11) 式は次のようにかける。

$$Q\Phi_{fc} = \frac{1}{k_c Q} (\bar{c}g^2) \quad (5-12)$$

この(5-12)式と(5-8)式より

$$\frac{1}{k_c Q} (\bar{c}g^2) = k_c Q \left\{ \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (5-13)$$

乱れが入ることにより、散逸エネルギーに相当する量は増加すると考えられるから、 $k_c$ の値は正となり、結局次式のように $k_c$ を書くことができる。

$$k_c = \left| \bar{c}g^2 / Q^2 \left\{ \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right)^2 \right\} \right|^{1/2} \quad (5-14)$$

この(5-14)式を使って、 $k_c$ の値は容易に求めることができる。

(5-14)式を(5-10)式に代入して得られる物質の乱流拡散係数 $\epsilon_{co}$ は、従来の定義に基づく乱流拡散係数と異なり、注目点において最低一方向に平均濃度勾配が存在するだけでも、その注目点において一義的に定まるスカラー量である。

円管内流れの場合の上記定義に基づく乱流拡散係数を与える式は、流れ方向(管軸方向)に $z$ 軸をとり、軸対称と仮定し、かつ軸方向濃度勾配が無視しうる程度に小さい場合には次式のように得ることができる。

$$\varepsilon_{co} = \left| \bar{c}_q / \frac{\partial \bar{c}}{\partial r} \right|$$

(5-15)

この(5-15)式の形は、才1章で述べた従来の定義式とよく似ている。

## 5-2 液流速と濃度の同時測定法

さきの定義に基づく物質の乱流拡散係数を求めるには、流速変動と濃度変動とを同時に測定することが必要となる。

### (1) 液流速測定法

液流速の測定法としては、オ4章で用いた拡散律速の電極反応を利用する方法が最適と思われる。

### (2) 濃度測定法

液流速測定において電解液を用いていることを考慮して、電解質を含む液体の電気伝導度が、液体に含まれる電解質の濃度によって異なることを利用して、電解質をトレーサーとして液流に注入し、拡散による電解質濃度の変化を電気伝導度の変化としてとらえることが最適と思われる。

### (3) 液流速と濃度の同時測定法

上記2つの測定法を組み合わせて用いればよいわけであるが、液流速測定に支持電解質として、 $KCl$ を用いているので、トレーサーとして注入する電解質も $KCl$ が最適と思われる。

そこでトレーサー( $KCl$ 水溶液)の注入による、液流速測定法に対する影響を検討するため、次のような実験を行なった。

実験装置および方法は第2章で用いた装置および方法とほとんど同じであり、まず水槽に、 $K_3Fe(CN)_6$ および $K_4Fe(CN)_6$ の各々  $0.003\text{ mole/l}$ の混合溶液を入れて一定速度で回転させておき、この水槽に徐々に  $KCl$ 水溶液を加えて、 $KCl$ 濃度と拡散電流との関係を見た。図5-1は円柱プローブ(第2章における A-0.48-I に相当するプローブ)を用いて、液流速を  $5.5\text{ cm/s}$ にした場合の結果を示した。

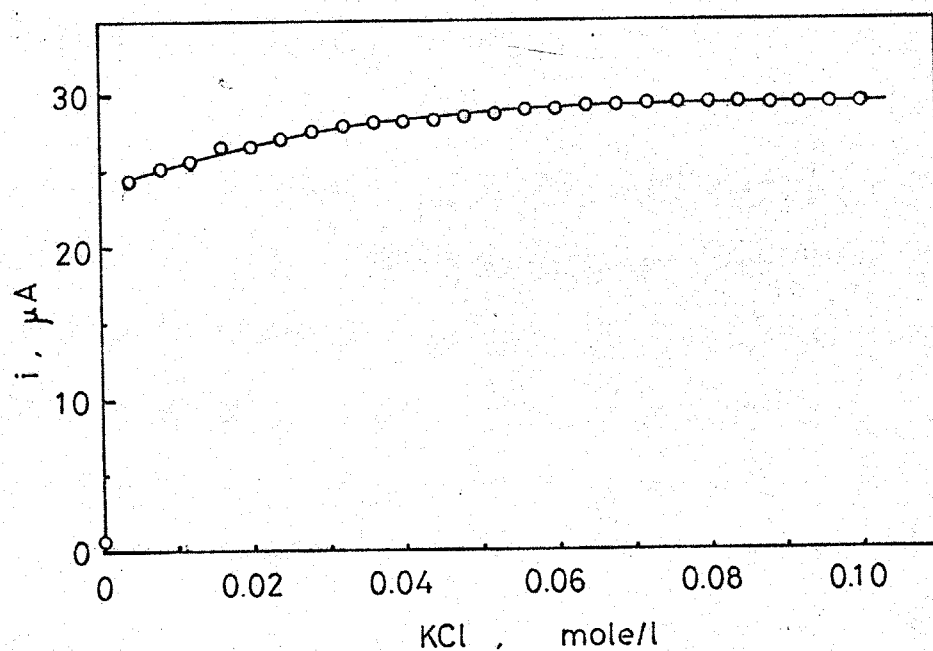


図5-1 拡散電流と  $KCl$ 濃度との関係

$KCl$ 濃度が  $0.08\text{ mole/l}$ までは、 $KCl$ 濃度の増加に伴ってわずかずつ拡散電流は増すが、 $KCl$ 濃度が  $0.08\text{ mole/l}$ 以上では、拡散電流は  $KCl$ 濃度によらず一定値をとる。同様の結果は、他の流速に

においても得られた。従って、流体中の支持電解質としての KCl 濃度を  $0.1 \text{ mole/l}$  にしておけば、さらにこの液体に濃度測定用トレーサーとしての濃い KCl 水溶液を加えても、液流速測定には支障がないと思われる。

液流速と濃度の同時測定用プローブとしては、オ4章で用いた白金球プローブの下流側に、電気伝導度を測定するための一対の白金黒をつけた白金線を備えた図5-2のようなものを作成した。

このプローブを用いた場合、液流速測定用プローブの表面でおこる電極反応が、電気伝導度の測定に及ぼす影響を知るため、オ2章で用いた水槽に電解液を入れ、このプローブを用いた場合の液流速の変化に対する感知される電気伝導度の変化を検討したところ、全く影響がないことが確認された。

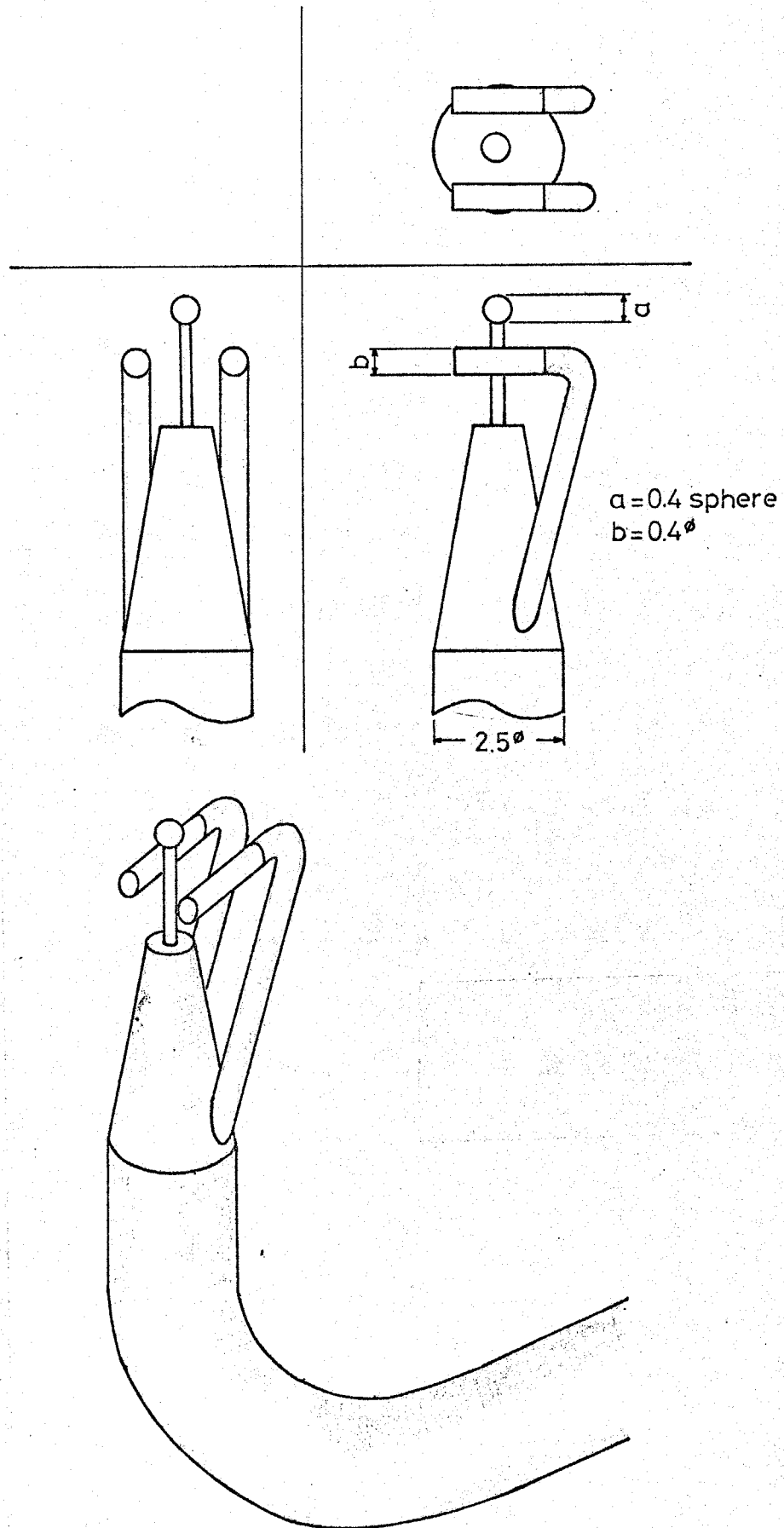


図 5-2 液流速と濃度の同時測定用プローブ

### 5-3 実験的考察

(5-15)式に基づく物質の乱流拡散係数の、円管内液流の層流-乱流遷移領域での遷移過程を検討するために実験を行なった。

#### (1) 実験装置および方法

図5-3に主装置の概略を、図5-4にトレーサー注入装置の概略を示した。主装置は、オ3章およびオ4章で用いた装置と同一である。トレーサー注入装置においては、供給タンクからトレーサー用のKCl水溶液(1mole/l)をポンプでレベルタンクに送り、レベルタンクの底から主装置のテストパイプ内へ送る。レベルタンクをオーバーフローした水溶液は直接供給タンクへもどる。トレーサーをテストパイプへ送る際の流量調節は、テストパイプへ入る直前でバルブにより調節する。

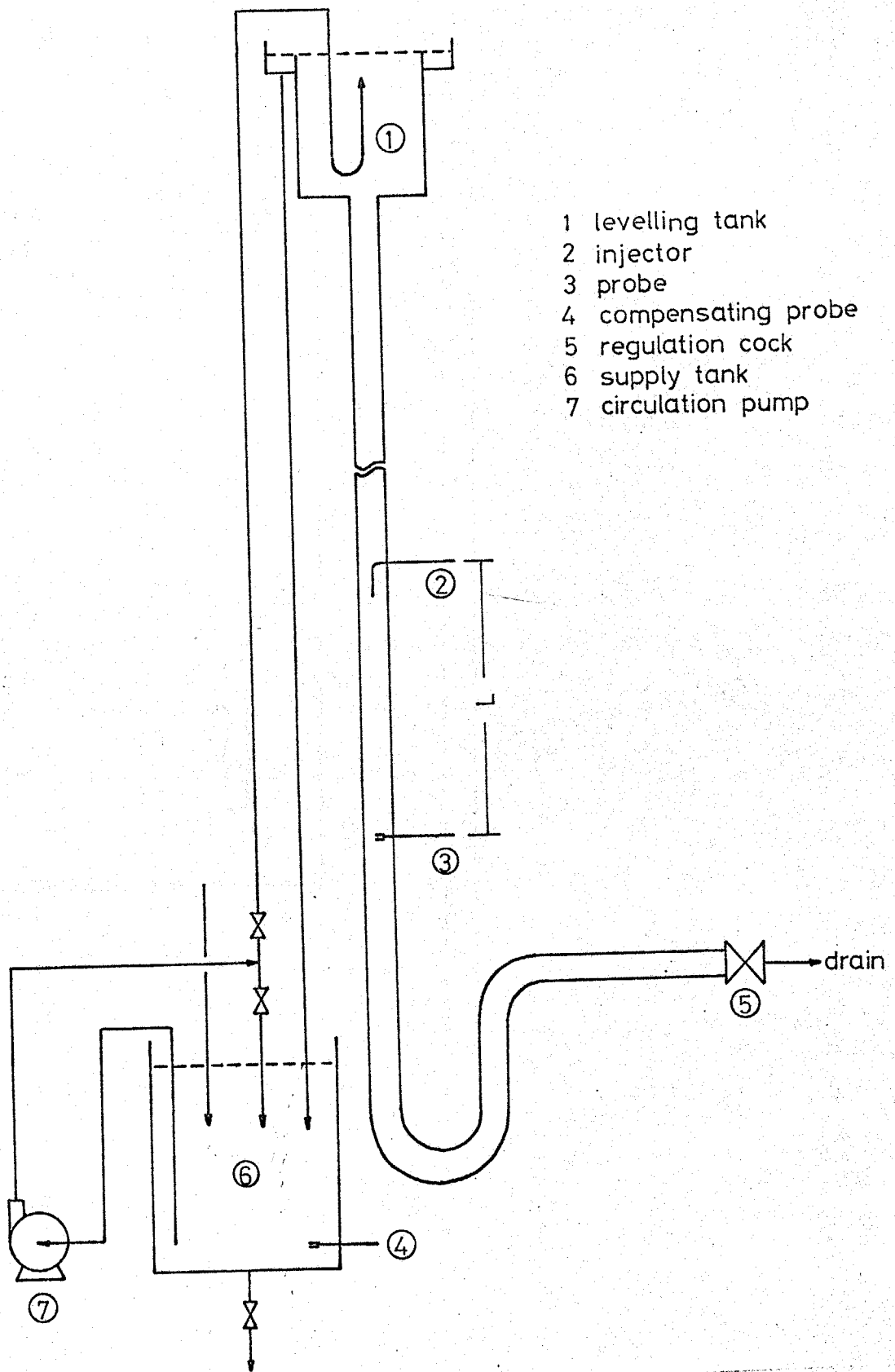


图 5-3 主装置概略图

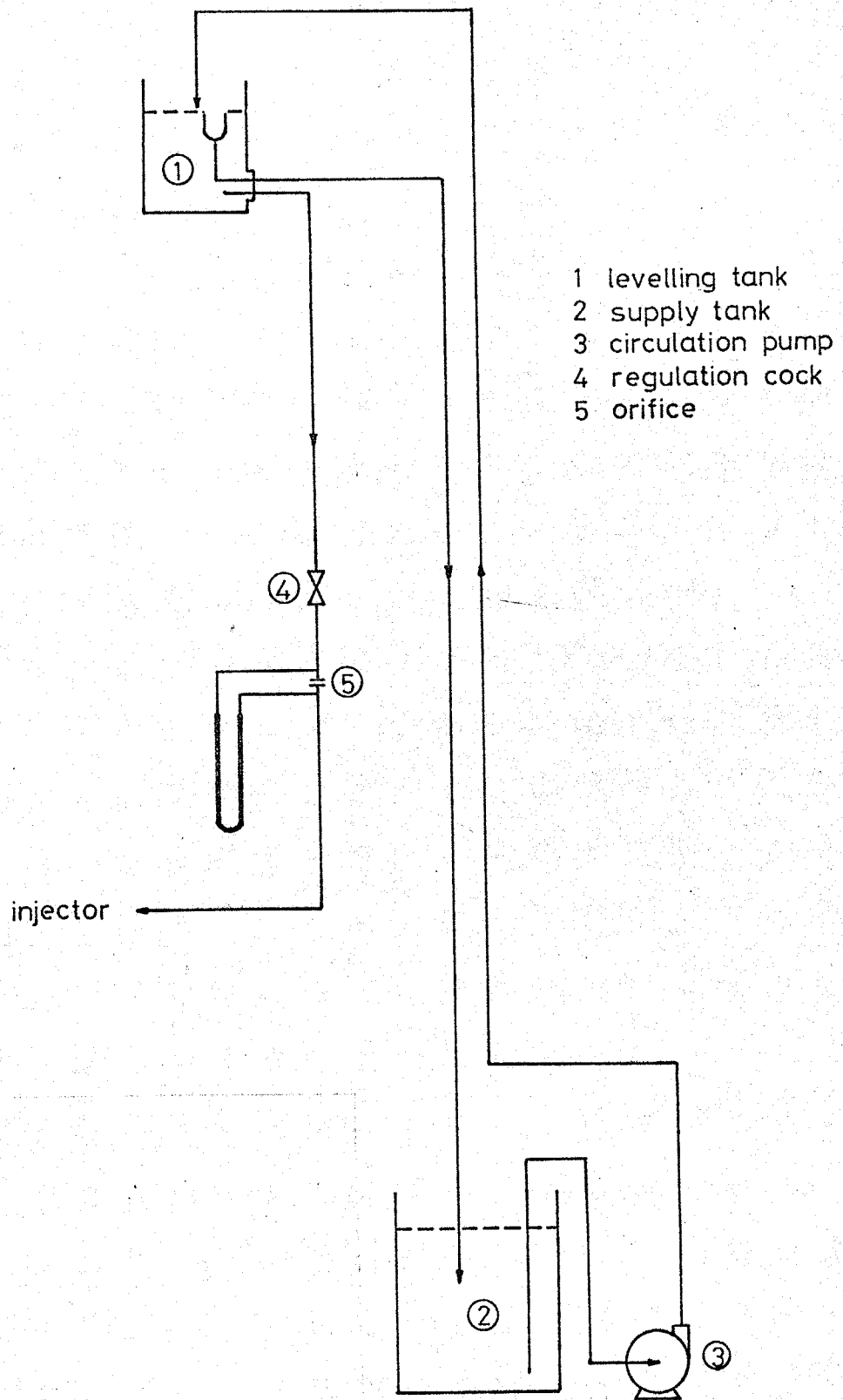


図 5-4 トレーサー注入装置概略図

テストパイプのトレーサー注入箇所は、テスト部の上流側任意の位置に挿入することができるが、本実験では、図5-5の実験結果（水道水を試験流体として、テスト部上流の各位置で、中心軸上に  $0.1 \text{ mole/l}$  の  $\text{KCl}$  水溶液をトレーサーとして中心軸上での試験流体と同一流速で注入して、中心軸上での軸方向平均濃度分布を調べた結果である）を参考として、軸方向平均濃度勾配が無視しうる程度に小さい2点、すなわちプローブ上流  $46 \text{ cm}$  および  $72 \text{ cm}$  を選んだ。

またトレーサーの注入には  $1.0 \phi$  のステンレス管を用いて、テストパイプの中心軸上に、その中心軸上での試験流体と同一流速で注入した。

用いた液流速と濃度の同時測定用プローブは、図5-2に示したものと同一である。

測定用回路のうち、流速測定用回路はオ2章、オ3章、オ4章で用いた回路と同一であり、濃度測定用回路は図5-6に示した回路を用いた。

テストパイプ内を流れる試験流体は、 $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$  および  $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$  の各  $0.003 \text{ mole/l}$  と、支持電解質としての  $\text{KCl}$   $0.1 \text{ mole/l}$  からなる混合溶液で、トレーサーとしての  $\text{KCl}$  水溶液の濃度は  $1 \text{ mole/l}$  とした。

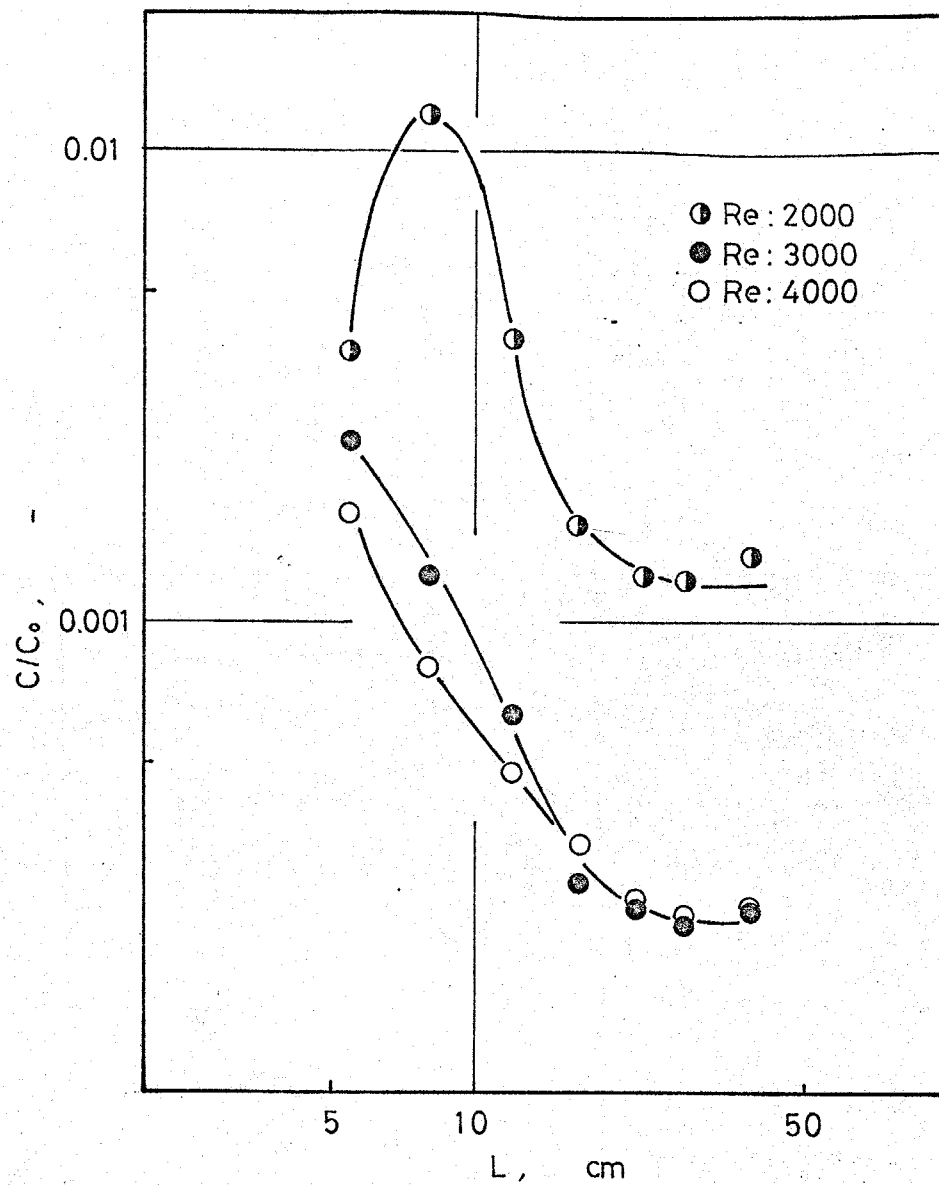


圖 5-5 軸方向平均濃度分布

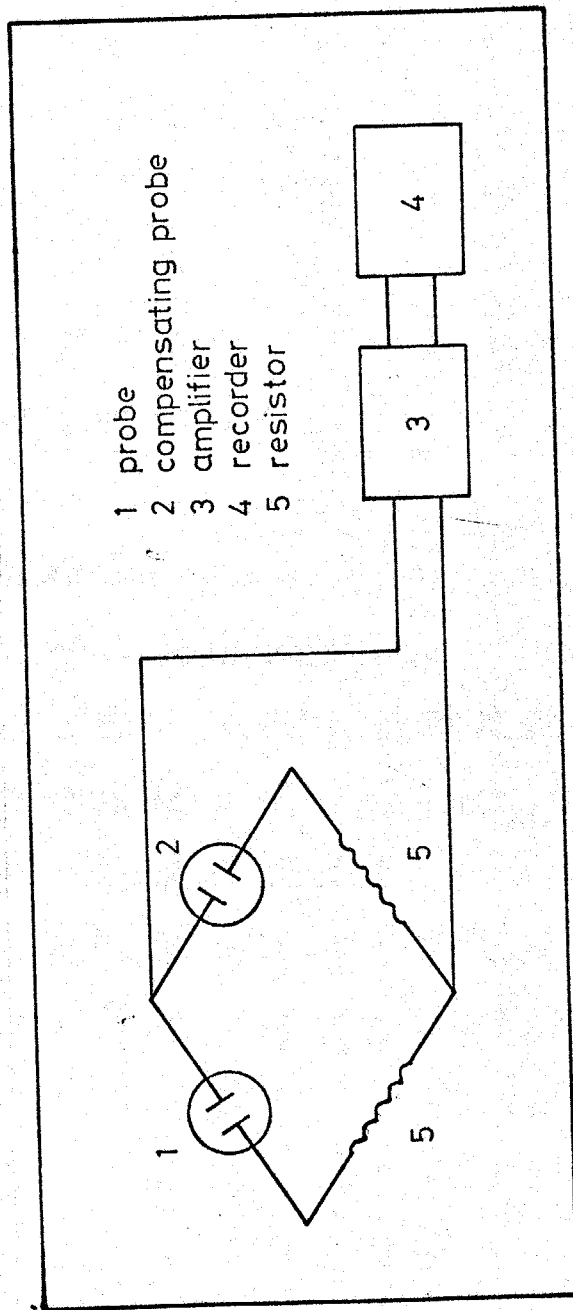


图 5-6 浓度测定用電気回路

実験方法は、まずテストパイプ内を任意の一定流量に保ち、トレーサーをパイプ中心軸上にその中心軸上での試験流体の平均流速と等しい流速で注入し、下流のテスト部において半径方向5点（才4章における測定点と同一）で、液流速変動と濃度変動とを同時に磁気テープに約2分間記録する。

得られたデータは、A-D変換後電子計算機で統計的処理を行なった。

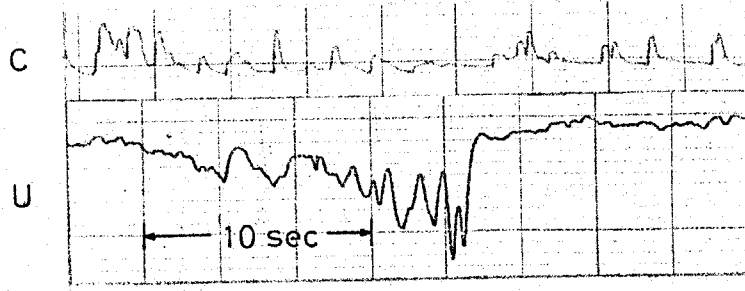
## (2) 実験結果

テスト部上流46cmでトレーサーを注入した場合の、中心軸上における速度変動と濃度変動の同時測定例を図5-7に示した。

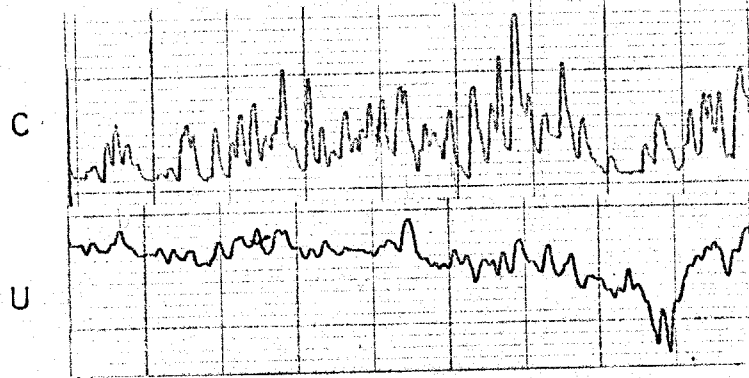
### (i) 物質の乱流拡散係数

(5-15)式に基づく物質の乱流拡散係数を、円管内液流の層流-乱流遷移領域において求めた結果を図5-8に示す。レイノルズ数が900~2000程度においてはほとんど無視しうる程度に小さいが、レイノルズ数2200程度では全体としては低い値であるが、中心部・中間部のやや高い分布をなす。さらにレイノルズ数が高くなり2300をとえると、中間部の方が中心部よりも高い値をとるようになり、以後レイノルズ数が増加し

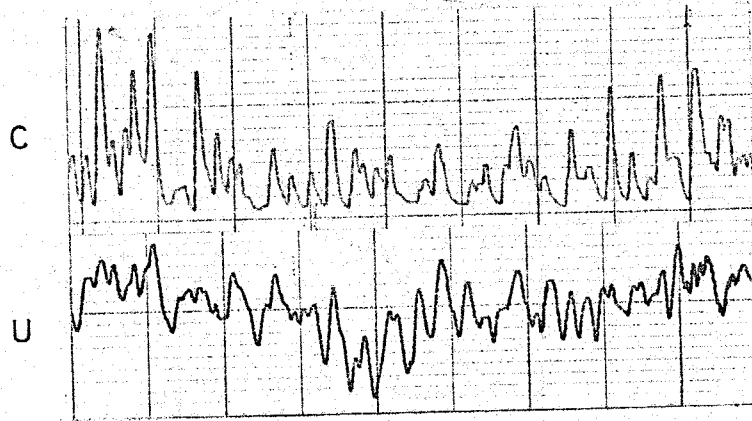
Re: 2212



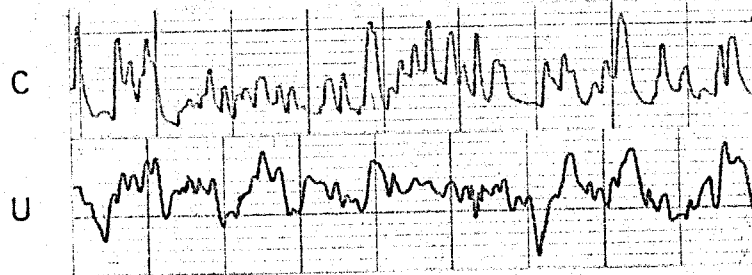
Re: 2315



Re: 2585



Re: 2845



Re: 3620

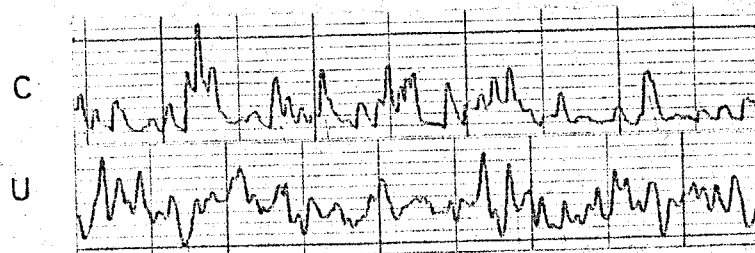


図 5-7 液流速変動と濃度変動の同時測定例

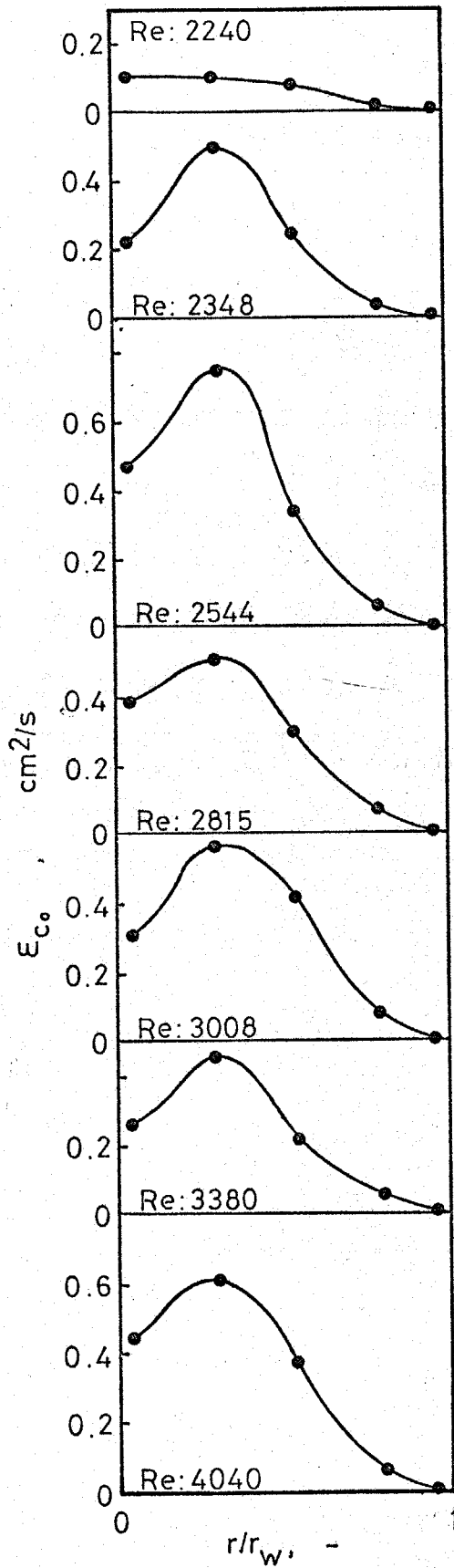


図 5-8 物質の乱流拡散係数分布

ても分布の形は変わらない。また、レイノルズ数 3400 付近では、乱流動粘度と同じく全体としてやや低い値をとる。

(ii)  $\epsilon_{m0}$  と  $\epsilon_{c0}$  との比較

パイプ断面積について平均した、乱流動粘度と物質の乱流拡散係数とを比較して示したのが図 5-9 である。共にレイノルズ数 2500 付近で極大値を、3400 付近で極小値をとる。また本実験範囲である層流-乱流遷移領域においては、共に同じような値をとることから、乱流シュミット数はほぼ 1 と考えて良いと思われる。

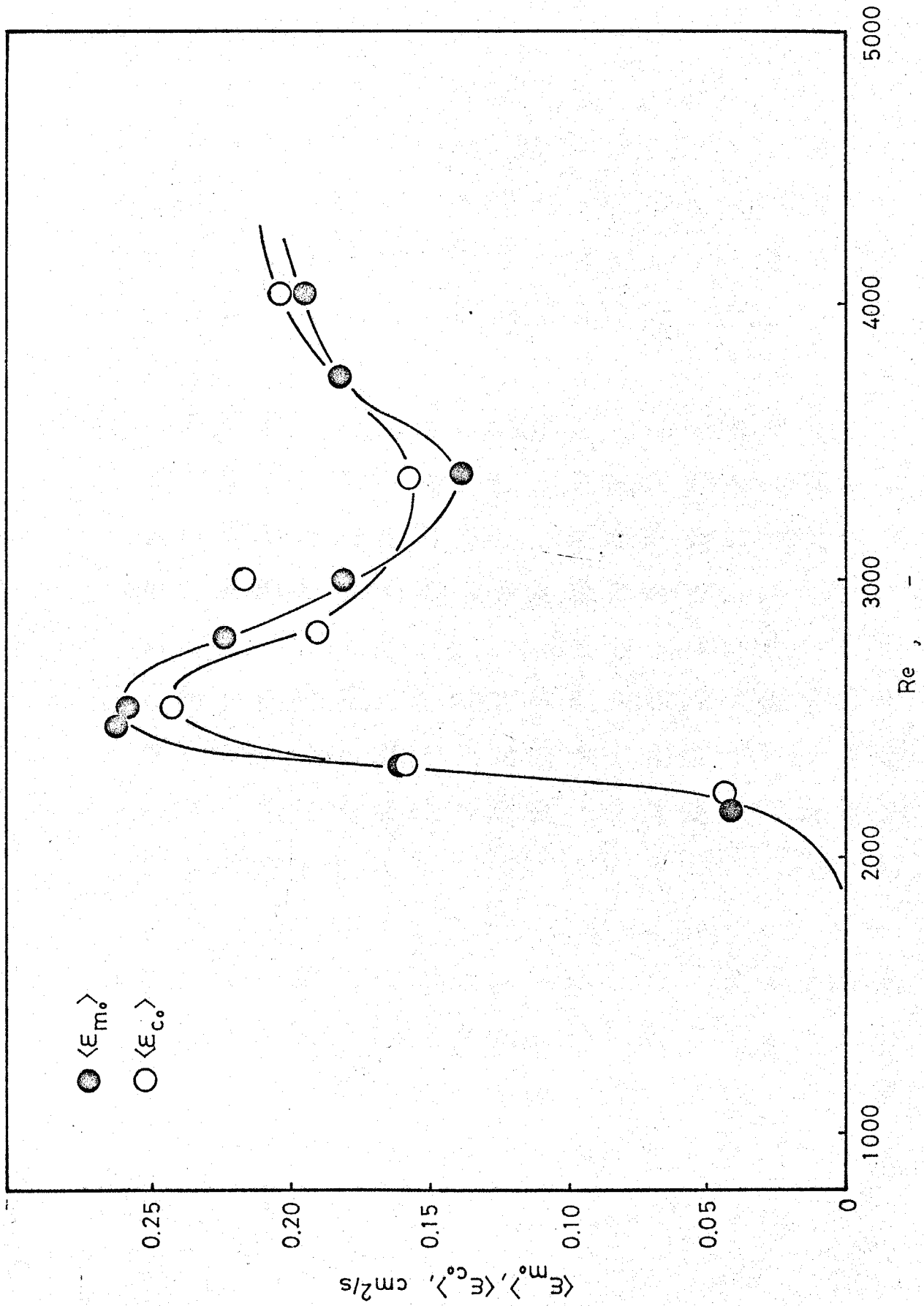


図 5-9  $\langle E_{m_0} \rangle$  と  $\langle E_{c_0} \rangle$  との比較

## 5-4 本章の結論

1. 才4章の乱流動粘度の定義とアナロジカルに、注目点において最低一方向に平均濃度勾配が存在すれば、その点において一義的に定まる物質の乱流拡散係数を定義した。
2. 液流速変動と濃度変動とを同時に測定できるプローブを考案した。液流速変動は拡散律速の電極反応を利用し、濃度変動は電気伝導度を利用して測定する方法である。
3. 新たに定義した物質の乱流拡散係数を、上記の液流速と濃度の同時測定用プローブを用いて、円管内液流の層流-乱流遷移領域で測定し検討をした。
4. パイプ断面について平均した、乱流動粘度と物質の乱流拡散係数とを比較することにより、層流-乱流遷移領域においてほとんど同一の値で、同様に遷移してゆくことがわかった。

## 6 乱流塊径および混合距離に関する考察

本章においては、乱流混合に関する研究を進めてゆく上で不可欠な、乱流塊径および混合距離について考察する。

従来 of 乱流塊径としては、距離が直径に比べて小さい2点に対しては相関が濃く、距離が直径の数倍以上に大きい2点に対しては相関が淡いようなものと考え、二次元流れの場合、 $f(x,t)$  を2点を結ぶ $x$ 方向の速度成分の間の相関、そして $g(y,t)$  を2点を結ぶ方向に垂直な $y$ 方向の速度成分の間の相関とした場合のこれら相関曲線の積分として、マクロな乱流塊径 $L_x, L_y$ を次のように定義した。

$$L_x = \int_0^{\infty} f(x) dx \quad , \quad L_y = \int_0^{\infty} g(y) dy \quad (6-1)$$

またミクロな乱流塊径 $\lambda_x, \lambda_y$ として、相関曲線 $f(x), g(y)$ の頂点で相関曲線に接っするような放物線をえがき、放物線が横軸を切る点で定義することがよく行なわれる。しかし、実際に(6-1)式のような積分をしたり、放物線をえがいたりすることは非常に困難でもあり、また誤差も大きい。

混合距離については、Prandtl<sup>36)</sup>が、乱流にお

いても、分子運動の平均自由行程に相当するある長さ  $l_p$  があって、流体塊が平均として距離  $l_p$  を動いて周囲の性質に融合するとして、二次元剪断流の場合、平均流速が  $x$  方向に存在するとしたとき、次式の関係式を得た。

$$-\rho \overline{u_x u_y} = \rho l_p^2 \left| \frac{d\overline{u_x}}{dy} \right| \frac{d\overline{u_x}}{dy} \quad (6-2)$$

いわゆる運動量輸送理論である。

Taylor<sup>47)</sup> は、壁に沿う流れでは、流れ方向に平行な軸を有する渦度が顕著であり、自由乱れ中では、主流方向に直角な軸を有する渦度が顕著であるとして、次式の関係式を得た。

$$-\rho \overline{u_x u_y} = \frac{1}{2} \rho l_T \left| \frac{d\overline{u_x}}{dy} \right| \frac{d\overline{u_x}}{dy} \quad (6-3)$$

いわゆる渦度輸送理論である。

Kármán<sup>48)</sup> は、乱流における乱れの様子は、異なった場所でも長さや時間の尺度が違っただけで互いに相似であるとして、次式の関係式を得た。

$$-\rho \overline{u_x u_y} = \text{const.} \rho l_K^2 \left( \frac{d\overline{u_x}}{dy} \right)^2 \quad (6-4)$$

このように混合距離については種々の見解があるが、これらの混合距離はいずれもある特定の方向についての距離であり、注目点において一義的に定まる量ではない。

## 6-1 乱流塊径の決定法

いま、ある点で時間に対して図6-1のような流速変動 $U$ が得られたとする。

最も単純な乱流塊径の決定法としては、次式による代表径 $\bar{\delta}$ の決定法が考えられる。

$$\bar{\delta} = \frac{\sum t_i U}{n} \quad (6-5)$$

しかし、この決定法による代表径 $\bar{\delta}$ は、乱れを代表する統計量、特に最も代表的な統計量である乱れの強度とは直接結びつかない。

そこで、ここではランダムな速度変動 $U$ を、次のような正弦波速度変動 $U_s$ にかえて考えることにする。この正弦波速度変動 $U_s$ は、ランダムな速度変動 $U$ と同一の自乗平方根平均 $\sqrt{q^2}$ を有し、かつ半周期が振幅 $2\sqrt{2q^2}$ を速度変動の加速度の絶対値の平均 $\overline{|dU/dt|}$ で除した時間に等しい変動である。

$$U_s = \sqrt{2q^2} \sin \left\{ \frac{\pi \sqrt{\overline{|dU/dt|}}}{2\sqrt{2q^2}} \cdot t \right\} \quad (6-6)$$

(6-6)式で表わされる流速変動について考えてみると、(6-5)式の $\bar{\delta}$ に相当する量としては、次式で表わされる $\delta_0$ が考えられる。

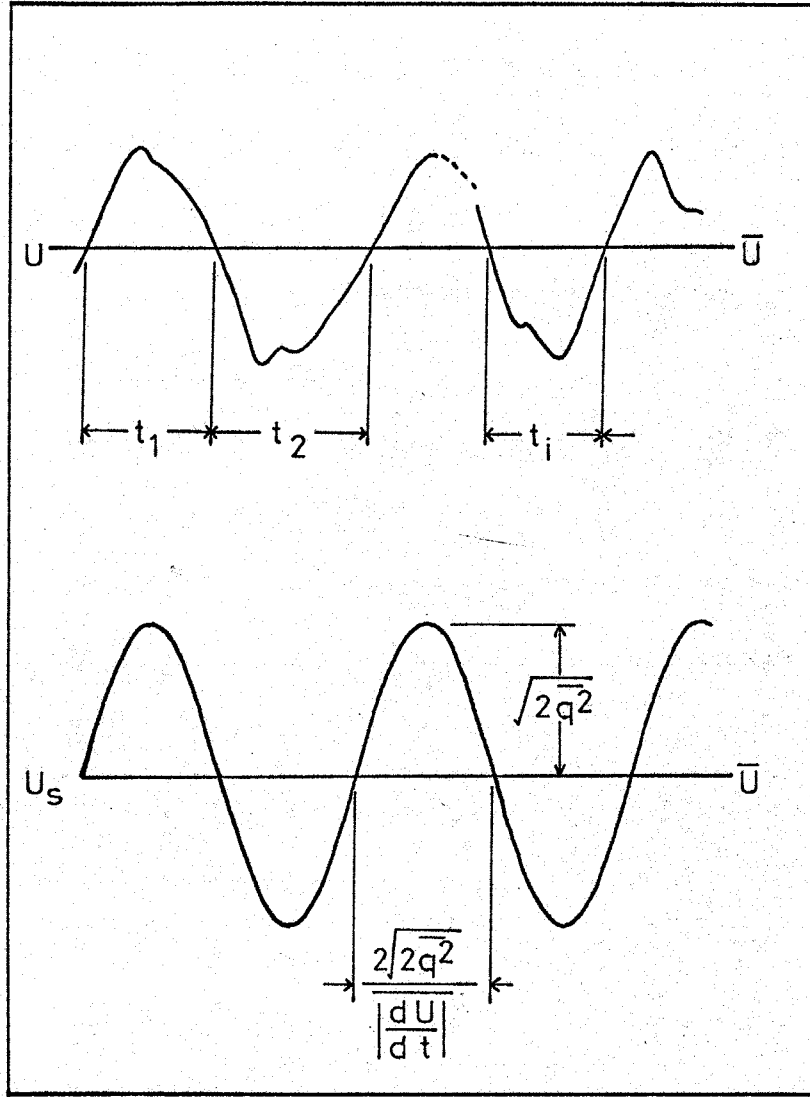


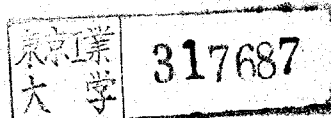
図 6-1 乱流塊径の決定法

$$\delta_0 = \frac{2\sqrt{2q^2}}{\left|\frac{dU}{dt}\right|} \bar{U} \quad (6-7)$$

この(6-7)式で決定される乱流塊径は、注目点において一義的に定まる値であり、また乱れを代表する乱れの強度とも結びついているので、(6-5)式による $\delta$ よりも他の統計量と比較・検討することが容易である。

また、(6-7)式とアナログカルに、濃度塊径も求めることができる。

$$\delta_{0c} = \frac{2\sqrt{2c^2}}{\left|\frac{dC}{dt}\right|} \bar{U} \quad (6-8)$$



## 6-2 混合距離の決定法

乱流を、流体が平均速度  $\bar{v}$  で、乱流塊が速度変動  $u$  をもって運動しているとみなす。乱流塊のもつ加速度は、流れが定常であるとするれば、速度勾配と乱流塊の動く速さに比例するものと考えられる。本研究の場合のように、定常な円筒管内流れの場合には、流れ方向に  $z$  軸をとって円筒座標を用いて考えると乱流塊の加速度は、 $-\sqrt{q^2} \cdot \partial \bar{v}_z / \partial r$  に比例すると考えてよい。

そこで、はじめ速度  $\sqrt{q^2}$  をもっていた乱流塊が距離  $l_0$  だけ移動して、上記加速度のために速度を失ったとすると、移動の前後のエネルギーバランスは次式で表わされる。

$$\frac{1}{2} \rho q^2 = \rho \left\{ \sqrt{q^2} \cdot \left| \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right| \right\} \cdot l_0 \quad (6-9)$$

従って混合距離に相当する  $l_0$  は、

$$l_0 = \frac{\sqrt{q^2}}{2 \left| \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right|} \quad (6-10)$$

この(6-10)式は、先に述べた混合距離の定義式と形はほとんど同じである。

$$\rho q^2 = 4 \rho l_0^2 \left( \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right)^2 \quad (6-11)$$

### 6-3 実験的考察

本章での決定法に基づく、円管内液流の層流 - 乱流遷移領域における乱流塊径および混合距離を実測し、検討する。

実験装置および方法は、オ4章・オ5章で用いた装置および方法と同一である。

#### (1) 乱流塊径

円管内液流の層流 - 乱流遷移領域において得られる(6-5)式に基づく $\bar{\delta}$ と、(6-7)式に基づく $\delta_0$ とを比較して示したのが図6-2である。この図から、 $\delta_0$ が乱流塊径を十分代表する量であるといえる。

また図6-3に、 $\delta_0$ の層流 - 乱流遷移領域における遷移過程を示した。レイノルズ数が低く、急激な大きい速度変動が生ずる以前は、無視しうる程度の大きさであるが、レイノルズ数が、2100程度になると中心部が大きく壁付近が小さい分布をなすが、さらにレイノルズ数が増加し、壁付近においても急激な大きい速度変動が生ずるようになると、中心部より壁付近の方が大きくなり、レイノルズ数が3400付近でこの分布の形はほぼ一定となる。

(6-8)式の妥当性をみるため、 $\bar{\delta}$ と $\delta_{oc}$ とを比較

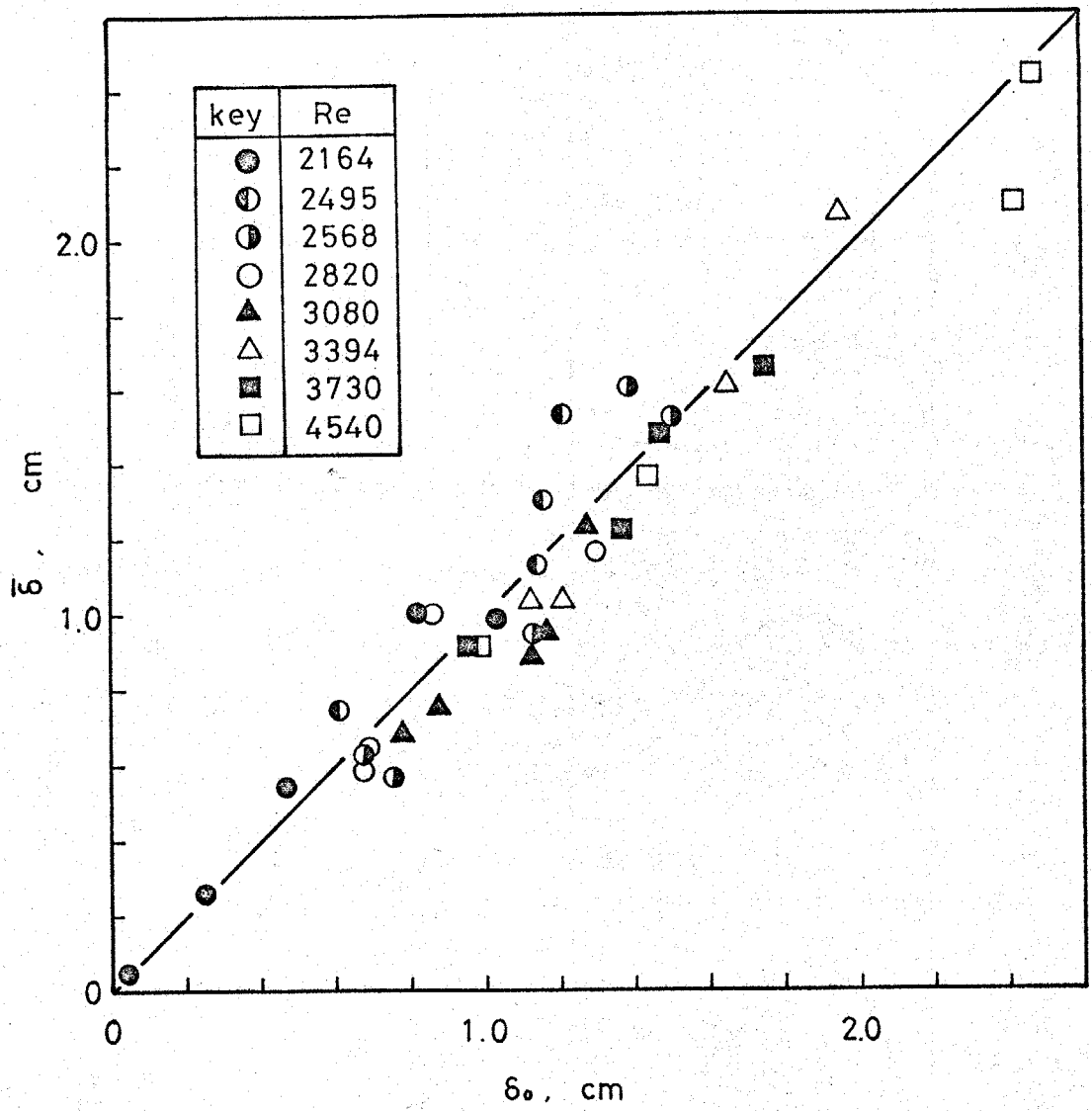


图 6-2  $\bar{\delta}$  vs.  $\delta_o$

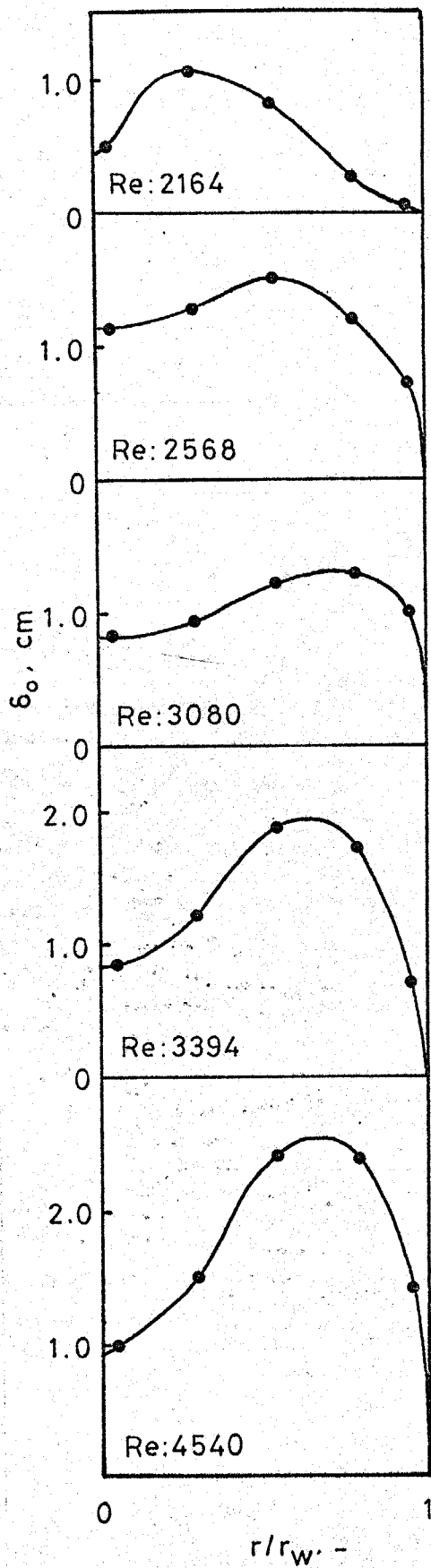


图 6-3  
乱流壙径分布

プロットしたのが図6-4である。この図から、濃度塊径についても、乱流塊径の決定法とアナロジカルな(6-8)式が使えることになる。

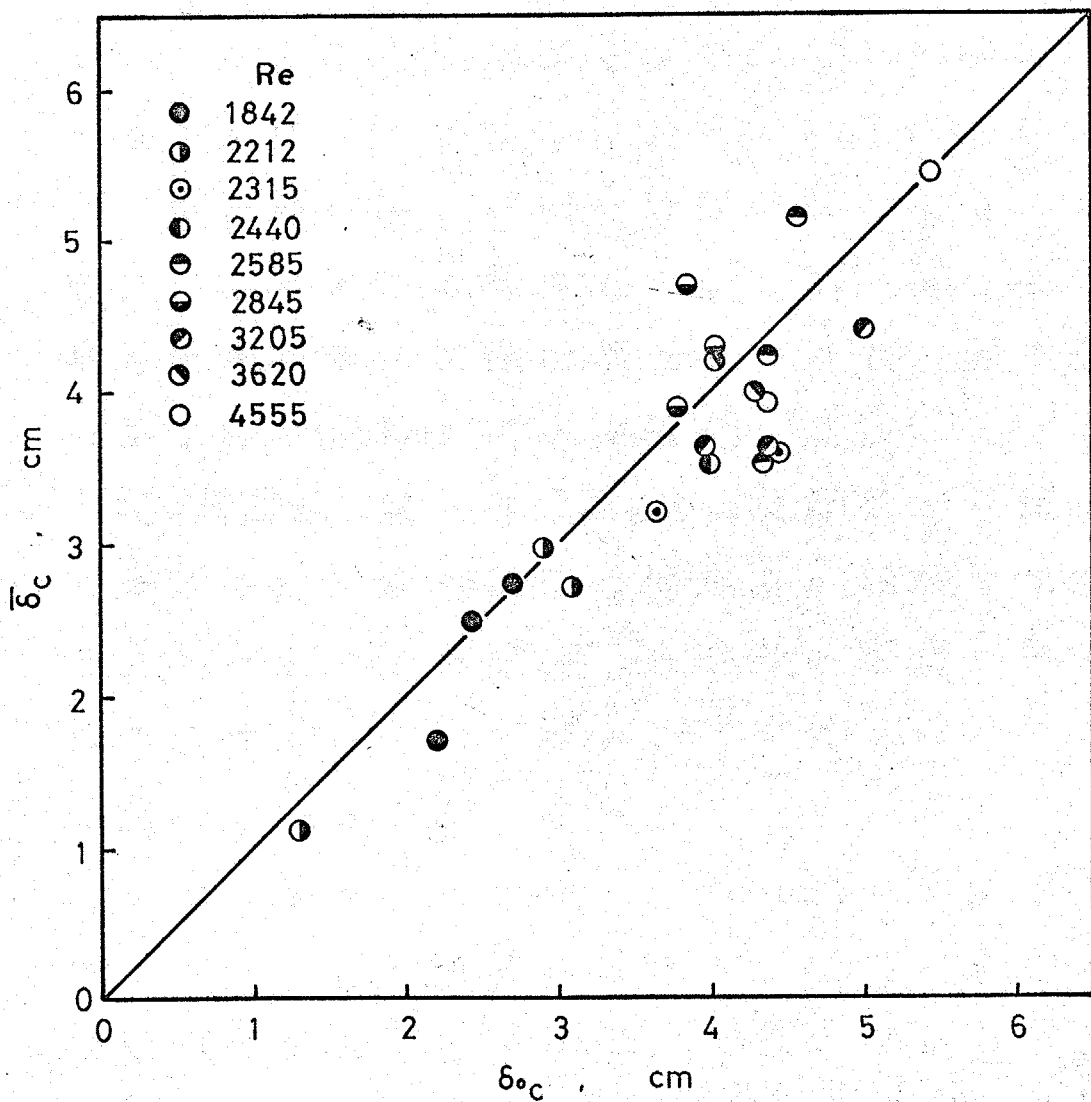


図6-4  $\bar{\delta}_c$  vs.  $\delta_{0c}$

## (2) 混合距離

図6-6に(6-10)式の決定法に基づく、層流-乱流遷移領域における混合距離の半径方向分布を、各レイノルズ数に対して示した。レイノルズ数が900~2000程度では無視しうる程度であるが、レイノルズ数の増加とともに次第に大きくなり、レイノルズ数2500付近では中心部と中間部が高い分布をなす。さらにレイノルズ数が増加すると、中心部が高いなだらかな分布となる。なお、レイノルズ数が高くなると、中心部での平均速度勾配を正確に得にくいので、図中点線のように中間部の値から推定した。

混合距離に関するPrandtlの仮説は、平面に沿う流れでは、混合距離は壁からの距離に比例するというものであるが、本実験の層流-乱流遷移領域においては、壁のごく近傍においてこの仮説が成立する。

また長谷川<sup>48)</sup>の仮説は、Prandtlの仮説を補うべく、壁のごく近傍以外においては、混合距離は周囲の壁面からの距離の関数となるものであるが、本実験の層流-乱流遷移領域においては、壁近くをのぞいてあまり成立しないようである。

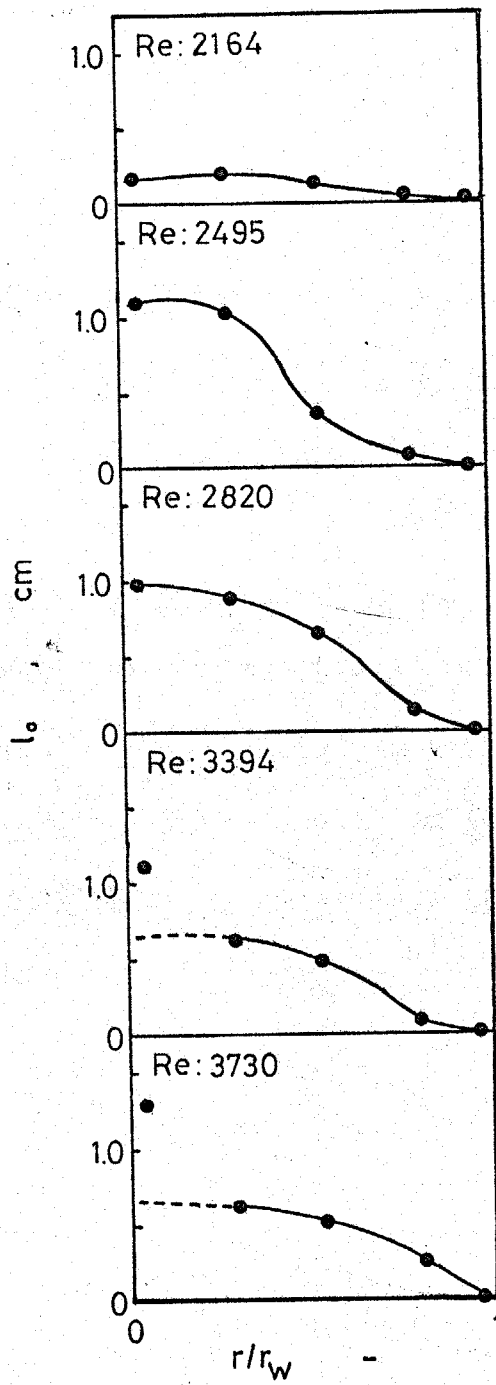


圖 6-6 混合距離分布

## 6-4 本章の結論

1. 乱れの強度と結びつけた新たな乱流塊径の決定法を考えた。
2. この決定法に基づいて、円管内液流の層流 - 乱流遷移領域における乱流塊径の半径方向分布を、各レイノルズ数において実測した。
3. エネルギの立場から、新たな混合距離の決定法を考えた。
4. この決定法に基づいて、円管内液流の層流 - 乱流遷移領域における混合距離の半径方向分布を、各レイノルズ数において実測した。

## 7 総括的結論

本研究においては、化学装置内の乱流混合現象を解明するために不可欠な、乱れに関する知見を得て、これを定式化し、装置設計に適用する方法を確立するための基礎として、最も単純な装置と考えられる円管の流れの層流から乱流への転移、乱流動粘度、物質の乱流拡散係数および、乱流による混合現象について理論、実験の両面から研究を行なったものである。従来、乱れの統計的研究が多く気体を用いて行なわれたのに対して、本研究では液体を用いて行なわれた。

第1章においては、乱れに関する既往の研究について述べ、のこされた問題点を指摘するとともに、本研究の目的を明らかにした。

第2章においては、本研究で液体の速度および速度変動の測定に用いた、拡散律速の電極反応を利用した円柱プローブの液流速変動に対する応答速度について考察し、試験流体と円柱プローブの相対速度をステップ状に変化させて応答時間を測定することにより、実験的検討を行なって液流速変化に対する応答速度実験式を得、

本研究はこの測定方法が適用し得ることを明らかにした。

才3章においては、従来理論的にも実験的にも明確な結論の得られていない円管内の乱流転移点（流れ方向に垂直な断面内で最初に乱れが発生する箇所）について、流れをエネルギーの立場から考察し、理論的に円管内流れの場合には  $0.577r_w$  ( $r_w$ :管内半径) の点で最初の乱れが発生することを予測し、ついで実験によって円管内流れの層流-乱流遷移領域における液流速変動を円柱プローブを用いて測定し、乱流転移点が理論的に予測した点  $0.577r_w$  とよく一致することを確認した。また測定した層流-乱流遷移領域における液流速変動を統計的に解析することにより、層流-乱流遷移領域を特徴づける幾つかの統計量（速度変動の確率密度分布、速度変動のピーク数、最大速度変動中および乱流強度など）を見いだすとともに、これら統計量の特徴ある変化過程から層流-乱流遷移領域を逆に規定できることがわかった。その結果、本研究の場合、円管内流れの層流-乱流遷移領域は、管径基準のレイノルズ数で  $900 \sim 3400$  の間であった。

才4章においては、従来の不都合な点の多い乱流動粘度にかわって、新たに乱れによる散逸エネルギーに着目して、注目点において最低一方向に平均速度勾配が存在するだけでも、その点において一義的に定まるスカラー量としての乱流動粘度を定義するとともに、実際に同定義に基づく円管内液流の層流-乱流遷移領域における乱流動粘度の半径方向分布の遷移過程を、液流速変動を測定することにより実測し、検討を加えた。

才5章においては、才4章における散逸エネルギーに基づく乱流動粘度の定義方法とアナログカルに、物質の乱流拡散係数を新たに定義することを試み、注目点において、最低一方向に平均濃度勾配が存在するだけでも、その点において一義的に定まるスカラー量としての物質の乱流拡散係数を定義した。また、液流速変動を拡散律速の電極反応を利用して、濃度変動を電気伝導度を利用して同時測定できる方法を開発し、この同時測定法を用いて円管内液流の層流-乱流遷移領域における上記定義に基づく、物質の乱流拡散係数の半径方向分布の遷移過程を実測し、乱流動粘度の半径方向分布の遷移過程と比

較検討を行なった。

オ6章においては、今後の乱流混合現象に関する研究を進めてゆくうえに欠くことのできない乱流塊径および混合距離について検討し、乱流塊径については、乱流強度と結びつけた新たな決定法を提出するとともに、同決定法に基づく円管内液流の層流-乱流遷移領域における乱流塊径の半径方向分布の遷移過程を実測し、検討した。

また混合距離については、エネルギー的視点にたって新たな定義を行なうとともに、実際にこの定義に基づいて円管内液流の層流-乱流遷移領域における混合距離の半径方向分布の遷移過程を実測し、検討した。

オ7章においては、本研究の結論をまとめて述べた。

# 使 用 記 号

C	: concentration	g-mol/cm <sup>3</sup>
$\bar{C}$	: time mean concentration	"
C <sub>0</sub>	: tracer concentration	"
C <sub>b</sub>	: electrolyte concentration	"
C <sub>s</sub>	: electrode surface concentration	"
c	: concentration fluctuation	"
D	: pipe diameter	cm
D	: molecular diffusivity	cm <sup>2</sup> /s
d	: probe diameter	cm
e/D	: relative diameter	-
F	: Faraday constant	esu/mol
f	: friction factor	-
g <sub>c</sub>	: gravitational coefficient	kg cm/Kg s <sup>2</sup>
i <sub>d</sub>	: diffusional current	μA
I <sub>s</sub>	: stability index	-
k <sub>c</sub>	: concentration coefficient	-
k <sub>i</sub>	: external force	Kg/kg
k <sub>L</sub>	: mass transfer rate	g-mol/cm <sup>2</sup> s
k <sub>o</sub>	: momentum coefficient	-
L	: length	cm
L <sub>x</sub>	: macro scale	"
L <sub>y</sub>	: macro scale	"
l	: probe length	"
l <sub>o</sub>	: mixing length	"
N	: mass flux	g-mol/s
Nu	: Nusselt number	-
n <sub>p</sub>	: peak number	1/s

$P$	: pressure	$\text{Kg/cm}^2$
$\bar{P}$	: time mean pressure	"
$Pr$	: Prandtl number	-
$p$	: pressure fluctuation	$\text{Kg/cm}^2$
$p(u)$	: probability density distribution	$\text{s/cm}$
$q^2$	: $=u_i u_i$	
$Re$	: Reynolds number	-
$r$	: radius	$\text{cm}$
$r_w$	: pipe radius	"
$Sc$	: Schmidt number	-
$t$	: time	$\text{s}$
$U$	: velocity	$\text{cm/s}$
$U_i$	: velocity	"
$\bar{U}_i$	: time mean velocity	"
$u_i$	: velocity fluctuation	"
$V$	: voltage	$\text{V}$
$\gamma$	: intermittency factor	-
$\delta$	: turbulence scale	$\text{cm}$
$E_c$	: eddy diffusivity	$\text{cm}^2/\text{s}$
$E_{mo}$	: eddy viscosity	"
$\zeta$	: coefficient	-
$\bar{\theta}$	: time mean temperature	$^{\circ}\text{C}$
$\theta_w$	: temperature fluctuation	"
$\mu$	: molecular viscosity	$\text{g/cm s}$
$\nu$	: kinematic viscosity	$\text{cm}^2/\text{s}$
$\delta_c$	: concentration sublayer thickness	$\text{cm}$

$\xi_u$  : viscous sublayer thickness cm  
 $\rho$  : density g/cm<sup>3</sup>  
 $T_{ij}$  : shear stress g/cm · s<sup>2</sup>  
 $\overline{\tau_{ij}}$  : time mean shear stress "  
 $\tau_{ij}$  : shear stress fluctuation "

## 参 考 文 献

- 1) O.Reynolds: Scientific papers, 2; 51 Cambridge University Press (1901)
- 2) W.Tollmien: Nachr.Ges.Wiss.Gottingen, Math.Phys.Klasse, 50, 79 (1935)
- 3) G.B.Schubauer & H.K.Skramstad: J.Aero.Sci., 14, 69 (1947)
- 4) T.V.Kármán & L.Howarth: Proc.Roy.Soc.A, 164, 192 (1938)
- 5) A.N.Kolmogoroff: C.R.Acad.Sci. URSS, 30, 301 (1941)
- 6) A.H.Gibson: Phil.Mag., 15, 637 (1933)
- 7) R.R.Rothfus & R.S.Prengele: Ind.Eng.Chem., 44, 1683 (1952)
- 8) N.W.Ryan & M.M.Johnson: A.I.Ch.E.Journal, 5, 433 (1959)
- 9) E.R.Lindgren: Archiv för Fysik, 15, 97,503, 16, 101 (1959)
- 10) V.J.Rotta: Ing.Archiv, 24, 258 (1956)
- 11) R.A.Bernard & R.H.Wilhelm: Chem.Eng.Prog., 46, 233 (1950)
- 12) C.L.Ligny: Chem.Eng.Sci., 25, 1177 (1970)
- 13) W.L.Towle & T.K.Sherwood: Ind.Eng.Chem., 31, 457 (1939)
- 14) S.Corrsin: A.I.Ch.E.Journal, 3, 329 (1957)
- 15) G.V.Evans: Trans.of the ASME, 624 (1967)
- 16) J.Lee & R.S.Brodkey: A.I.Ch.E.Journal, 10, 187 (1964)
- 17) H.C.Groenhof: Chem.Eng.Sci., 25, 1005 (1970)
- 18) J.A.Fox, M.Lessen & W.V.Bhat: The Physics of Fluids, 11, 1 (1968)
- 19) J.Laufer: NACA TN, 1174 (1955)
- 20) H.W.Liepmann & M.S.Robinson: NACA TN, 3037
- 21) Y.Ogura: KAGAKU, 548 (1955)

- 22) K.Endo & H.Nishimura: KAGAKU KOGAKU, 22, 533 (1958)
- 23) M.Hino: KIKAI GAKKAISHI, 66, 1672 (1963)
- 24) K.Endo & H.Nishimura: KAGAKU KOGAKU, 28, 495 (1964)
- 25) G.Q.Martin & L.N.Johnson: A.I.Ch.E.Journal, 11, 29  
(1965)
- 26) T.Mizushina: Journal of the J.S.M.E., 72, 28 (1969)
- 27) L.V.Baldwin & T.J.Walsh: A.I.Ch.E.Journal, 7, 53  
(1961)
- 28) W.E.Ranz: A.I.Ch.E.Journal, 4, 338 (1958)
- 29) L.P.Reiss & T.J.Hanratty: A.I.Ch.E.Journal, 8, 245  
(1962)
- 30) Y.Mori & H.Tokuda: NIHON KIKAI GAKKAI RONBUNSHU, 36,  
1510 (1970)
- 31) J.Nikuradse: Forschungsheft, 365 (1932)
- 32) H.Schlichting: Boundary Layer Theory, 4th ed. (1960)
- 33) T.Tatsumi: RANRYU (1962)
- 34) J.Boussinesq: Mém.près par div.savants à l'acad.sci.  
Paris, 23, 46 (1877)
- 35) G.I.Taylor: Phil.Trans.Roy.Soc., A, 215 (1915)
- 36) Z.Prandtl: angew Math.Mech., 5, (1952)
- 37) J.E.F.Williams, S.Rosenblat & J.T.Stuart: Journal of  
Fluid Mech., 39, 547 (1969)
- 38) A.Quarmby & R.K.Anad: Journal of Fluid Mech., 38, 433  
(1969)
- 39) O.M.Phillips: Journal of Fluid Mech., 27, 131 (1967)
- 40) R.H.Kraichnan: The Physics of Fluids, 7, 1030 (1964)
- 41) G.I.Taylor: Proc.London Math.Soc., 20 (1922)
- 42) T.V.Kármán: Gottinger Nachrichten, Math.Phys., KI (1930)

- 43) S.Eskinazi & F.F.Erian: The Phys.of Fluids, 13, 1938  
(1969)
- 44) G.I.Taylor: Proc.Roy.Soc.London, A, 135, 685 (1932)
- 45) J.O.Hinze: Turbulence (1959)
- 46) O.A.Asbjorneen & K.Amundsen: Chem.Eng.Sci., 25 943 (1970)
- 47) T.V.Kármán: NACM, TM, 611 (1931)
- 48) M.Hasegawa: NIHON KIKAI GAKKAI RONBUNSHU, 8, 69 (1952)
- 49) S.Ito, K.Ogawa & S.Urushiyama: Journal Chem.Eng.of Japan,  
4, 128 (1971)
- 50) S.Ito, S.Urushiyama & K.Ogawa: KAGAKU KOGAKU KYOKAI DAI34  
NENKAI KOENYOSHISHU, c111 (1969)
- 51) S.Ito, K.Ogawa & T.YUHARA: KAGAKU KOGAKU KYOKAI DAI36  
NENKAI KOENYOSHISHU, c114 (1971)

## 附記

本研究を行なうにあたり、熱心に御教授・御指導をたまわった教授伊藤四郎先生に、心から感謝の意を表するとともに、本研究について積極的に御助言・御討論をしてくださいました。教授森康夫先生・教授富田幸雄先生・教授高島洋一先生・教授稻積彦二先生・教授井上一郎先生に厚くお礼を申しあげます。

また終始温かい御協力をいただいた助手梶内俊夫先輩・上司ふじ女史をはじめとする伊藤研究室の方々に深く感謝いたします。