T2R2 東京科学大学 リサーチリポジトリ
Science Tokyo Research Repository

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	レーザー核融合に関する理論的研究
Title(English)	
著者(和文)	矢部孝
Author(English)	TAKASHI YABE
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:乙第985号, 授与年月日:1980年11月30日, 学位の種別:論文博士, 審査員:丹生慶四郎
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:乙第985号, Conferred date:1980/11/30, Degree Type:Thesis doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

Powered by T2R2 (Science Tokyo Research Repository)

学位論文

レーザー核融合に関する理論的研究

大部 孝

東京工業大学 450526

目　次

第1章　序論　1

1-1. まえがき　1

1-2. 本研究の位置づけ　11

第2章　爆縮過程　24

2-1. まえがき　24

2-2. 単層構造ペレットの爆縮　26

2-2-1. 衝撃波による圧縮と断熱圧縮　26

2-2-2. 爆縮の基本概念　28

2-3. 多層構造ペレットの爆縮　32

2-3-1. 接触不連続面と衝撃波の相互作用　32

2-3-2. 希薄波　37

2-3-3. 追い越しの理論　40

2-3-4. 爆縮のモデル　43

2-4. 投入エネルギー　52

2-4-1. 燃焼波とチャップマン・ジュゲー条件　52

2-4-2. 衝撃波・希薄波と燃焼波の相互作用 53
2-4-3. 力学的仕事率とレーザー・エネルギーフラックス 61
2-4-4. 熱伝導の影響と最大圧縮率 66
2-5. まとめ 71
第3章 輸送過程 80
3-1. まえがき 80
3-2. 熱伝導による燃焼波 83
3-2-1. 基礎方程式 83
3-2-2. 解の性質（非粘性の場合） 86
3-2-3. 解の性質（粘性を含む場合） 91
3-2-4. 近似解 93
3-2-5. 制限熱流と燃焼波 97
3-3. 高速電子による燃焼波 100
3-3-1. 数値シミュレーション 100
3-3-2. 高密度側の構造の理論モデル 105
3-3-3. カット・オフ近傍の構造の理論モデル 112

3-4. 燃焼波解に対する非定常・非平衡性の影響 119
3-4-1. 温度非平衡性の影響 119
3-4-2. 相似解 125
3-4-3. 非定常性の影響 130
3-5. まとめ 136
補節. 多群近似による高速電子の取り扱い 139

第4章 微視的不安定性と熱流 159
4-1. まえがき 159
4-2. 制限熱流と燃焼波条件 161
4-3. 熱流とミクロ不安定 166
4-3-1. ビーム・プラズマ静電不安定 166
4-3-2. ビーム・プラズマ電磁不安定性 177
4-4. イオン音波不安定性と制限熱流 181
4-4-1. 理論モデル1 181
4-4-2. 理論モデル2 186
4-4-3. シミュレーション 191

4-5. まとめ 198
補節. 超粒子コード 200
補1. 基本概念 200
補2. ポアソン方程式の解法 204
補3. 初期分布の発生 208
補4. その他のプログラム 211
第5章 電磁波とプラズマの相互作用 234
5-1. まえがき 234
5-2. 相互作用の一般論 238
5-2-1. 基礎方程式 238
5-2-2. 一次元定常解と入射波の種類 241
5-2-3. 摂動に対する方程式 252
5-3. S-偏光波の安定性 262
5-4. P-偏光波の安定性 273
5-5. まとめ 283
第6章 爆縮の安定性 286
6-1. まえがき 286
6-2. レーリー・テーラー不安定性 288

6-2-1. 爆縮とレーリー・テーラー不安定性 288

6-2-2. レーリー・テーラー不安定性と誘起磁場 293

6-3. 安定な爆縮方法 305

6-3-1. 安定な爆縮の方法 305

6-3-2. 爆縮のシミュレーション 317

6-3-3. 爆縮の安定性のシミュレーション 322

6-3-4. レーザー光の照射 325

6-4. まとめ 327

補節. シミュレーション・コード 329

補1. 純一次元シミュレーション・コード 329

補2. 一次元・二次元シミュレーション・コード 332

第7章 結論 362

研究業績 368

参考文献 371

謝辞 376

記号表

- n : 数密度
  - n_{eh} : 高速電子の数密度
  - n_{eb} : バック・グラウンド電子の数密度
  - n_e : 電子の数密度 ($\equiv n_{eh} + n_{eb}$)
  - n_i : イオンの数密度 ($\equiv n_e / Z$)
  - n_{sd} : 固体密度
- F : 分布関数
  - F_{eh} : 高速電子の分布関数
  - F_{eb} : バック・グラウンド電子の分布関数
  - F_e : 電子の分布関数 ($\equiv F_{eh} + F_{eb}$)
  - F_i : イオンの分布関数
- T : 温度
  - T_e : 電子温度
  - T_{eff} : 有効電子温度
  - T_{eh} : 高速電子の温度
  - T_{eb} : バック・グラウンド電子の温度
  - T_i : イオン温度
  - T_i^{eff} : 高速イオンの有効温度
- p : 圧力
  - p_e : 電子の圧力
  - p_i : イオンの圧力
  - p_h : 高速電子の圧力
- ρ : 密度
  - ρ_{ho} : tamperの密度 , ρ_{fo} : 燃料の密度 ,
  - ρ_c : カット・オフ密度

$\mathcal{E}$ ： エネルギー

- $\mathcal{E}_f$ ： 核融合反応により発生するエネルギー
- $\mathcal{E}_{in}$ ： 外部から注入されるエネルギー
- $\mathcal{E}_b$ ： 熱エネルギー
- $\mathcal{E}_L$ ： レーザー光のエネルギー
- $\mathcal{E}_h$ ： 高速電子のエネルギー

$\mathcal{E}_{n\alpha}$ ： 中性子・α粒子の持つ運動エネルギー

Y ： 核融合反応生成物の残存燃料に対する割合

$\langle\sigma v\rangle$ ： 反応断面積

μ_H ： tamperと燃料の重量比

S ： エントロピー

W ： エネルギー・フラックス

- W_L ： レーザー光のエネルギー・フラックス
- W_H ： 熱フラックス
- W_m ： 力学的仕事率

C ： 音速

- C ： 断熱音速 ($\equiv \sqrt{\gamma p/\rho}$)
- C_{Te} ： 電子の音速 ($\equiv \sqrt{k_B T_e/m_e}$)
- C_{Teh} ： 高速電子の音速 ($\equiv \sqrt{k_B T_{eh}/m_e}$)
- C_{Teb} ： バック・グラウンド電子の音速 ($\equiv \sqrt{k_B T_{eb}/m_e}$)
- C_s ： 等温音速 ($\equiv \sqrt{Z k_B T/m_i}$)
- C_{ac} ： 第4章(51)式参照

C_ℓ ： 光速

V ： 流速
(ベクトル形は $\mathbb{V}$)

- V ： 静止系での粒子全体の流速
- V_i ： イオンの流速
- V_e ： 電子の流速
- V_d ： ドリフト速度
- V_{dh} ： 高速電子のドリフト速度
- V_{db} ： バック・グラウンド電子のドリフト速度

U ： 不連続面の速度
(基準系の速度)

- U_{sh} ： 衝撃波の速度
- U_{con} ： 接触不連続面の速度
- U_{Def} ： 燃焼波の速度

u ： Uの基準系での流速 ($\equiv V-U$)

g ： 加速度

M ： マッハ数

N ： 燃焼波面のマッハ数

G ： 才2章(20)式参照

α ： 才2章(62)'式参照

λ ： 長さ

- λ_m ： 平均自由行路
- λ_{De} ： デバイ長
- λ_{Deh} ： 高速電子のデバイ長
- λ_{Deb} ： バック・グラウンド電子のデバイ長
- λ_L ： レーザー光の波長

m ： 質量

- m_e ： 電子の質量
- m_i ： イオンの質量

q : 電荷

$q_e \equiv -e$

$q_i \equiv Ze$

e : 単位電荷

Z : イオンの原子価

k_B : ボルツマン定数

γ : 比熱比

η : 効率

- η_E : 熱 → 電気への変換効率
- η_L : 電気 → レーザー光への変換効率
- η_H : レーザー光 → ペレットのコア部の熱エネルギーへの変換効率
- η_m : 圧縮効率

R : ペレット半径

R_{f0} : 燃料領域の長さ

R_{h0} : tamper 領域の長さ

E : 電場 (ベクトル形 $\vec{E}$)

B : 磁場 (ベクトル形 $\vec{B}$)

j : 電流 (ベクトル形 $\vec{j}$)

φ : ポテンシャル

ν_{eff} : 有効衝突周波数

ω : 振動数

- Ω : 密度の摂動の振動数
- ω_{pe} : 電子プラズマ振動数
- ω_{pi} : イオンプラズマ振動数
- ω_0 : 入射光の振動数
- ω_C : 電子・イオン間の衝突周波数
- ω_{ce} : 電子サイクロトロン振動数

σ : 不安定性の成長率

τ_{eq} : 温度緩和時間

$\ln \Lambda$: クーロン・ロガリズム

k : 波数

- k_0 : 入射光の波数
- k_{y0} : 入射光のy方向の波数
- K : 密度の摂動の波数
  (添字y, zは方向を示す)

ϵ_{do} : 誘電率

K_p : $\equiv (\nabla \rho) / \rho$

K_a : レーザー光の吸収係数

K_c : 熱伝導係数

μ : 粘性係数

j_B : 面積ヤコビアン

f : 制限ファクター (第4章(7)式参照)

ϕ_0 : 制限ファクター (第3章(7)式参照)

2^{N_g} : グリッドの数

Δg : グリッド間隔

ΔP : 超粒子の大きさ

X_i : 高速イオンの割合

第 1 章

序 論

1-1. まえがき

1937年頃、ベーテ・ワイスツェッカーらは、太陽が核融合反応によってエネルギーを生み出していることを予言した。以来40余年、人類は人工の太陽を地上に実現させようと努力を重ねてきている。核融合反応とは、核分裂反応がウランのような重い元素の分裂の際、発生するエネルギーを利用するのとは対照的に、水素のような軽い元素が融合して重い元素になる際に発生するエネルギーを利用するものである。現在、最も有力視されている核融合反応は、

$$D + T \longrightarrow He^4 + n + 17.58\ MeV$$

であり、D, T, He^4, nはそれぞれ重水素、三重水素、ヘリウム、中性子を表わす。DとTを反応させるためには、クーロンの反撥力に打ち勝つ程度のエネルギーを粒子に与える必要がある。このためには原子核を直接加速してぶつけるか、或いは燃料を超高温にまで加熱するかしなくてはならない。後者の

方法は熱核融合反応と呼ばれ．本論文で扱う方式はこれに属するものである。人工の太陽即ち熱核融合炉を実現させるためには．どのような条件が満足されねばならないであろうか。この質問に対する答えは．1957年ローソン[1]によって与えられた。図1-1は核融合炉の模式図である。まず．炉心のプラズマがε_{in}のエネルギー注入により．$3nk_BT$の熱エネルギーを持ったとしよう。（n, Tはそれぞれプラズマの密度．温度）　核融合反応断面積を$\langle\sigma v\rangle$．一回の反応によって発生するエネルギーを$\varepsilon_{n\alpha}$，炉心プラズマの存在時間をτとすると、核融合反応によって発生するエネルギーε_fは．

$$\varepsilon_f = \frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle\varepsilon_{n\alpha}\tau$$

である。このエネルギーと炉心プラズマの熱エネルギーε_tを回収して．電気エネルギーに変換するとしよう。そのときの熱効率がηであるとすれば．最終的に得られるエネルギーは

$$\eta_E(\mathcal{E}_t+\mathcal{E}_f)=\eta_E\left(3nk_BT+\frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle\epsilon_{n\alpha}\tau\right)$$

である。このエネルギーが、最初注入したエネルギーよりも大きくなる条件

$$\frac{1}{4}n^2\langle\sigma v\rangle\epsilon_{n\alpha}\tau \geq 3nk_BT\left(\frac{1}{\eta_E}-1\right). \quad (1)$$

がローソン条件と言われているものである。$\eta_E\approx\frac{1}{3}$, $k_BT\approx 10\,keV$, とすると、D-T反応に対して

$$n\tau \geq 10^{14}\,cm^{-3}\cdot sec \quad (2)$$

となる。この条件を満足させようとして、現在種々のタイプの核融合実験装置が試みられている。最初に考えられた装置は、荷電粒子が磁場を横切って動くことのできない性質を利用して、プラズマを空間のある体積中に閉じ込めようとする磁気閉じ込め方式であった。発生できる磁場の技術的限界を10万ガウスのオーダーと見積もると、この磁気圧とつり合うプラズマの密度は（温度を10KeV）、$10^{16}\,cm^{-3}$程度になる。ローソン条件からはこのプラズマをわずか0.01秒間閉じ込めれば良い訳であるが、実際にはそうう

まくは伸かない。プラズマは磁力線に沿っては自由に動けるので、この磁力線の端が真空中につながらないようにしなければならない。そのために考えられた装置の中で現在最も良い結果を出しているのがトカマクと呼ばれる装置であるが、この磁気配位だと閉じ込め得るプラズマの密度はもう一桁か二桁程落ちる。

このようにプラズマを"静かに"閉じ込めようとする方法と対照的に、プラズマを"あるがままに"閉じ込めようとする方式も存在する。この方式は比較的新しく、1960年代にBasovらによって提案された。(2) それは、nを出来る限り大きくしてやればτが短かくて済み、物質が膨張してしまうまでの間に(2)の条件が満たされるようにしてやろうという考え方である。例えば、nを$10^{26} cm^{-3}$にできれば、(2)式より $\tau \geq 10^{-12}$ sec となる。この時間は非常に短かいということは、この時間の間に光でさえも0.3mmしか伝播できないということを考えてみればよい。それ故、

この方式は、慣性閉じ込め核融合方式と呼ばれている。この方式に対しては(2)のローソン条件とは若干違った見積りがなされている。今、核融合反応生成物（ヘリウム、中性子）の燃料（D-T）に対する割合をYとすると、Yは

$$\frac{dY}{dt} = (1-Y)^2 \frac{1}{2\tau_r} \qquad \left(\tau_r \equiv \frac{1}{n\langle\sigma v\rangle}\right)$$

の方程式によって決定される[3]。反応時間τ_rが一定あるとして上式を積分すると、

$$Y = \frac{t/(2\tau_r)}{1+t/(2\tau_r)}, \qquad (3)$$

が得られる。図1-2のような半径Rの燃料を考えよう。これが膨張するのはイオン音波の速度、C_s（$\equiv\sqrt{k_B T/m_i}$）であろうから、それに要する時間はR/C_sである。これを(3)式のtに代入すると

$$Y = \frac{nR}{\frac{2C_s}{\langle\sigma v\rangle}+nR} \qquad (4)$$

このとき発生するエネルギーは

$$\mathcal{E}_f = \frac{4}{3}\pi n R^3 \cdot Y \cdot \epsilon_{n\alpha},$$

$$\mathcal{E}_{in} = \mathcal{E}_b = 4\pi n R^3 k_B T, \quad (5)$$

であるから、(1)式のかわりにエネルギー・バランスとして

$$Y \cdot \epsilon_{n\alpha} \geq 3 k_B T \left(\frac{1}{\eta_E} - 1\right) \quad (6)$$

が成立する。$\epsilon_{n\alpha} \sim 17.6\,MeV$, $k_B T \sim 20\,KeV$ と考えると

$$Y \geq 3 \times 10^{-3} \left(\frac{1}{\eta_E} - 1\right), \quad (7)$$

となることがわかる。これが、慣性閉じ込め核融合方式に対するローソン条件である。(4)式の分母の $2C_s/\langle\sigma v\rangle$ は大体 2×10^{24} 程度の大きさであるから、(7)式は

$$nR \geq 6 \times 10^{21} \left(\frac{1}{\eta_E} - 1\right), \quad (8)$$

となる。この条件を満たすために、プラズマが持つべきエネルギー $\mathcal{E}_f$ は、

$$\mathcal{E}_b \geq 1.5 \times \left(\frac{n_{sd}}{n}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\eta_E} - 1\right)^3 \qquad (9)$$

となる。単位はMJであり．n_{sd} はD-Tの固体密度 $5\times10^{22}cm^{-3}$ を表わす。これは．$n\sim n_{sd}$ で $\eta_E\sim 1/3$ のとき $\mathcal{E}_t \geq 12$ MJ というエネルギーになるが．これはまだ重要なことを考慮していない。Basovらは．慣性閉じ込め核融合に必要なエネルギーを大出力レーザーによって一挙に燃料固体に注入することを提案したが電気エネルギーをレーザー光のエネルギーに変換する効率 η_L はせいぜい数%であり．そのレーザー光のエネルギーがプラズマに熱として蓄えられる割合 η_H も数%のオーダーである。今．レーザー光の出力エネルギーを $\mathcal{E}_L$ とすると．$\mathcal{E}_{in} = \mathcal{E}_L/\eta_L$，$\mathcal{E}_L = \mathcal{E}_b/\eta_H$，となり．(9)式は．

$$\mathcal{E}_{in} \geq \frac{1.5}{\eta_L\eta_H}\left(\frac{n_{sd}}{n}\right)^2\left[\frac{1}{\eta_E\eta_L\eta_H} - 1\right]^3 . \qquad (10)$$

と変更される．(8)式も同様に

$$nR \geq 6\times10^{21}\left(\frac{1}{\eta_E\eta_L\eta_H} - 1\right) . \qquad (11)$$

に変更される。今、非常に楽観的に、$\eta_L \eta_H \sim 0.01$ と見積ったとしても(10)式は、

$$\mathcal{E}_{in} \gtrsim 4 \times 10^9 \left(\frac{n_{sd}}{n}\right)^2 \ \mathrm{MJ} \qquad (12)$$

となり、固体のターゲットのままではまず不可能である。ところが、もし $n = 10^{-6} n_{sd}$ にすることができれば、$\mathcal{E}_{in} \gtrsim 40\,\mathrm{MJ}$ でかなり有望になってきた。

もっと核融合反応の出力を上げるためには、膨張を押えてやればよい。そのために、ペレットの外側を重い物質(tamper)で囲む方法が考えられる。圧縮が完了した時点で、図1-3(a)に示されるような密度プロファイルが存在したとしよう。このときの膨張速度は、tamperのない場合に比較して $(1+\frac{5}{3}\mu_M)^{-1/2}$ だけ遅くなることが推定されている[4]。この意味は、図1-3(b)との類似性からわかるであろう。μ_M は、tamperと燃料との重量比である。燃料とtamperの圧力は互いにつり合っているから、$\mathcal{E}_{in}$ は(5)式と同じと考えてよく、tamperの厚さ δR は、$R \gg \delta R$ を満足す

るものとすれば、(12)は

$$\mathcal{E}_{in} \gtrsim 4\times 10^{9}\left(\frac{n_{sd}}{n}\right)^{2}\left(1+\frac{5}{3}\mu_M\right)^{-\frac{1}{2}} \quad MJ \qquad (13)$$

と書き直すだけでよい。今、tamperが金で作られているとすると、その密度は大体、固体D-Tの100倍程度であるから、

$$\mu_M \approx 300\,\frac{\delta R}{R} \quad , \qquad (14)$$

となる。$\delta R/R \sim 0.1$ 程度としても、$\mu_M \approx 30$ となりこの状態で、$n = 10^{4} n_{sd}$ まで圧縮できれば、必要な注入エネルギーは、5.7MJ となることがわかる。(12)、(13)式は、$\eta_L \eta_H \sim 0.01$ と仮定したが、これを $\eta_L \sim 0.05$、$\eta_H \sim 0.2$ と考えてみると、このときに発生すべきレーザー光のエネルギーは、$E_L \gtrsim 300\,KJ$ となる。これは決してむずかしい出力ではない。

このときのペレットのサイズを見てみよう。(11)式は、

$$nR \gtrsim 6\times 10^{21}\left(1+\frac{5}{3}\mu_M\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\eta_E \eta_L \eta_H\right)^{-1}$$

となる。初期に n_{sd} の密度で半径 R_0 のペレットが圧縮後、密度 n, 半径 R になったとすると、質量保存則より

$$n R^3 = n_{sd} R_0^3 ,$$

となるので、両式より R を消去すれば

$$R_0 \geq \frac{6\times10^{21}}{n_{sd}} \left(1+\frac{5}{3}\mu_H\right)^{-\frac{1}{2}} \times (\eta_E \eta_L \eta_H)^{-1} \cdot \left(\frac{n_{sd}}{n}\right)^{\frac{2}{3}} , \qquad (15)$$

となる。ここで、例えば $n_{sd} = 5\times10^{22}\,cm^{-1}$, $\mu_H = 0$, $\eta_E \eta_L \eta_H = 0.01$, $n = 10^4 n_{sd}$ とすると (15) は、

$$R_0 \geq 0.026 \quad (cm) ,$$

を与える。

1-2. 本研究の位置づけ

レーザー核融合のエネルギー・バランスが成立するための条件（(12)式或いは(13)式）の中で最も重要な役割を果しているのはη_H, η_Lである。(12). (13)式の右辺に、η_H, η_Lが$(\eta_H \eta_L)^{-4}$の形で現われてくるということは、$\eta_H \eta_L$についてかなり詳細に調べておく必要があることを意味する。この値が半分になれば、必要なエネルギーは16倍になるということはかなり重大なことである。

本論文は、このη_Hに関与する現象を調べ、η_Hをできる限り大きくする方法を模索することを目的とする。前述のように、ペレットの密度が固体D-Tの状態では、エネルギー・バランスを成立させるために必要な注入エネルギーは10^9MJのオーダーとなるので、ペレットを10^4倍以上に圧縮する必要が出てくる。この圧縮は、レーザー光がカット・オフ密度（レーザー光の周波数と同じプラズマ周波数をもつ、プラズ

マの密度）以上の高密度領域に浸透しない性質を利用して行われる。約0.2μm以下の波長を持つレーザー光のカット・オフ密度は、固体D-Tより低密度であるから、真空側から伝播してきたレーザー光はペレットの周辺部でカットされ、その地点で吸収される。吸収されたエネルギーはプラズマの熱エネルギーとなって、周辺部に高圧部を作り出す。このレーザー光の浸透して来ない中心部（コアと呼ぶ）と周辺部との間の圧力差によって、コアは圧縮されてゆくのである。前述のような数百μmのペレットが膨張する時間は温度keVに対して、数ns（ナノ秒）程度であることから考えて、レーザー光の注入はこの時間と同程度の短かい間に行わなければならない。それ故上述の圧縮過程のことを通常では、爆縮と呼ぶようになっている。

電気エネルギーからレーザー光のエネルギーに変換されたエネルギーが、上述のような方法によって最終的に核融合反応のエネルギーとなって引き出

されるまでには．大きく分けて四つの過程がある。即ち．吸収過程，輸送過程．爆縮過程，反応過程である。このうち．本論文で取り扱う現象は．輸送，爆縮の二つの過程である。爆縮の方法に関しては．既に数多くの研究がなされている。これらの研究の中で．爆縮の基本概念を築き上げたのは．Nuckolls,[5] Kidder[6] らの研究であろう。彼等は最初．固体D-Tの小球(sphere)を断熱的に圧縮する方法を提案し．コンピューター・シミュレーションにより詳しく解析した。しかしながら．レーザー光の発生効率η_Lの悪さのために．このようなペレットでは(12)式のような条件を満足させることがかなり大変であることが明らかにされた。これを改善するために．Clarke[7] らは固体のD-Tを殻状(shell)にすることを提案した。これによると．必要なエネルギーをかなり小さくすることができるが．残念なことに．後になってこのペレットは流体力学的不安定性にかなり左右されることが明らかにされた。[8],[9],[10]

理論とコンピューター・シミュレーションによって爆縮の方法が模索されている間に、実験家は手をこまねいていた訳ではないが、彼等の努力は主に吸収過程に集中していた。このような吸収過程の研究の中で、本論文と関連の深い現象の一つに高速電子の出現ということがある[10),(11)]。この電子の出現は、吸収過程に対してよりも、爆縮過程に大きな影響を与えた。本節の冒頭で述べたように、圧縮は周辺部とコアとの圧力差によって実現される筈であるが、もしレーザー光のエネルギーがこのような高速電子によって運ばれてしまうようであれば、高速電子は周辺部を加熱せずコアまで突き抜けてゆき、周辺部とコアとの圧力差を作らなくなってしまう恐れがある[12)]。この高速電子の浸透を防ぐためには、当然衝突を増やしてやる必要がある。衝突を増やす方法は、温度を下げるか、密度を上げるか、原子価（Zとする）の大きい物質にするかのいずれかであるが、D-Tの核融合反応を利用したいのであるから、必然的にD-T

小球のまわりに Z の大きい物質（これを tamper と呼ぶ）をコーティングして、吸収領域だけ Z を大きくしてやるしかなくなってくる。幸運なことに、こうやってペレットの周囲に tamper を置くことは、別の利点を持っていることがわかった。それは、前節でも述べたように、爆縮後の核融合反応過程の際にペレットの膨張を遅くし、燃焼効率を上昇させてくれる。

しかし、ここでもう一度考え直す必要があるのは、このような多層構造のペレットに、単層構造ペレット（先述の D-T 小球の場合）で考えたような爆縮方法が使えるかということである。単層構造ペレットに対しては、数多くの研究者が衝撃波理論[13]、相似解[14]等の流体力学の成果を駆使して解析している。ところが、多層構造ペレットの爆縮に関しては、理論的研究は皆無に等しい。唯一の研究は、Mason[15]によるシミュレーションである。しかし彼は、多層構造ペレットの爆縮方法を最適化する努力を怠った。

彼の言うように、多層の場合は単層の場合ほど神経質に（爆縮法に対して）なる必要はないかもしれない。ただ前節でも述べたように、核融合のエネルギー・バランスに必要な入力エネルギーはη_Hの4乗に逆比例することから考えて、できる限り最適に爆縮させる方法を探すことは重要なことである。この点に関しては、第2章で検討されるであろう。

爆縮方法の研究と共に重要なのは、輸送過程の研究である。η_Hを決定する上で、後者は前者と同程度に重要なことは確かであるにもかかわらず、この方面に対する研究はかなり淋しい。Bobin[16]はこの方面の先駆者ではあったが、やはり彼は物理学者であった。彼の研究は、何が重要かを我々に教えてくれたが、どれくらい重要かは教えてくれなかった。その後、Gitomer[17]、Afanasiev[18]、Felber[19]は、Bobinの解析を引きついで、より現実に近い輸送過程の記述に取り組んだ。以上の解析が現実に近いかどうかは時が判断するであろうが、彼等の解析を用いて、

η_Hを決定することにはかなり難点があるということがある。一つには、Gitomer[17]、Afanasiev[18]らの球状の定常解をコアの圧縮過程と接続することは、質量、運動量、エネルギーの保存関係が静止系で満足されているということと抵触するということである。もう一つは、Morseらがとった球状定常解とシミュレーション[20]とを比較してη_Hのパラメーター依存性が一部一致するとの見解に関することであるが、それはあくまで依存性だけの話で、η_Hの絶対値は全く現実とかけ離れたような値になっている。またFelberはBobinの解析をレーザー光の圧力を考慮して修正したが、η_Hについては何ら議論していない。このように、輸送過程のη_Hに与える影響の評価に、様々の難点が出てくるのは、輸送過程を支配する熱伝導方程式の難かしさにあることは、第3章で詳しく述べる。そこでは、輸送過程を第2章の爆縮過程と結びつける努力がなされている。このような輸送過程では、熱伝導という過程が大きな比重を占めてくる。

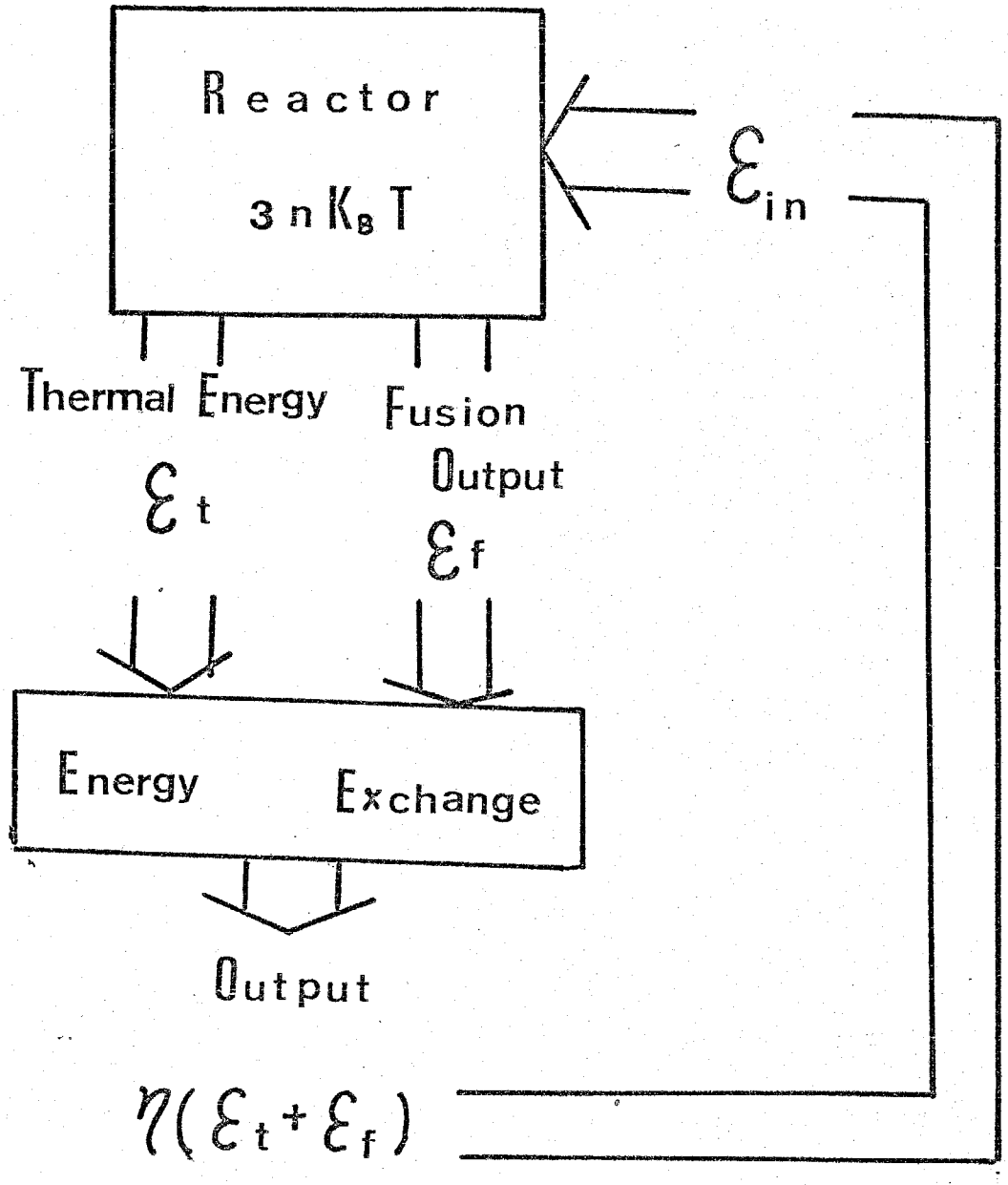
が、この中で最も特異なものは、制限熱流という現象である。この熱流の大きさが、爆縮の効率にかなりの影響を与えることは、第3章、第4章で何度も繰り返して強調されるが、これは誇張ではない。この制限熱流の考え方は最初に、Morse, Nielson[21]とBickerton[22]によって与えられた。後に、Manheimer[23]らは密度勾配とイオン音波不安定性[24]、その他の不安定性[25]の制限熱流に与える影響を調べた。第4章では、このような制限熱流に対して、種々の不安定性（特にイオン音波不安定性）の与える影響を再考することを試みる。イオン音波不安定性の影響は、Manheimerらによって考えられてはいるが、彼らの与えた熱流の表式は制限熱流というよりはむしろ、通常の熱流に近い、温度勾配に比例した形で与えられている。第4章では、イオン音波の影響をもっと違った角度で見てゆき、Manheimerらと違った結果を導く。

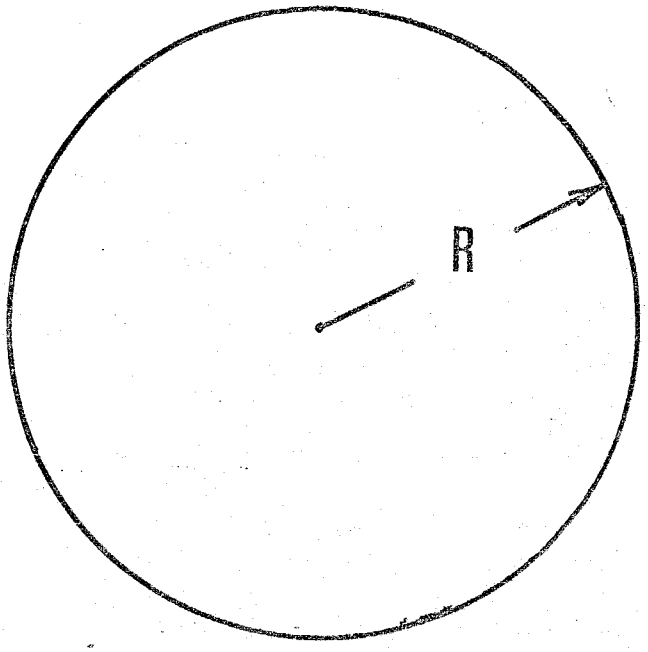
第2章から第4章までの熱の輸送と爆縮という一貫した流れから、少し方向を転じて、第5章では

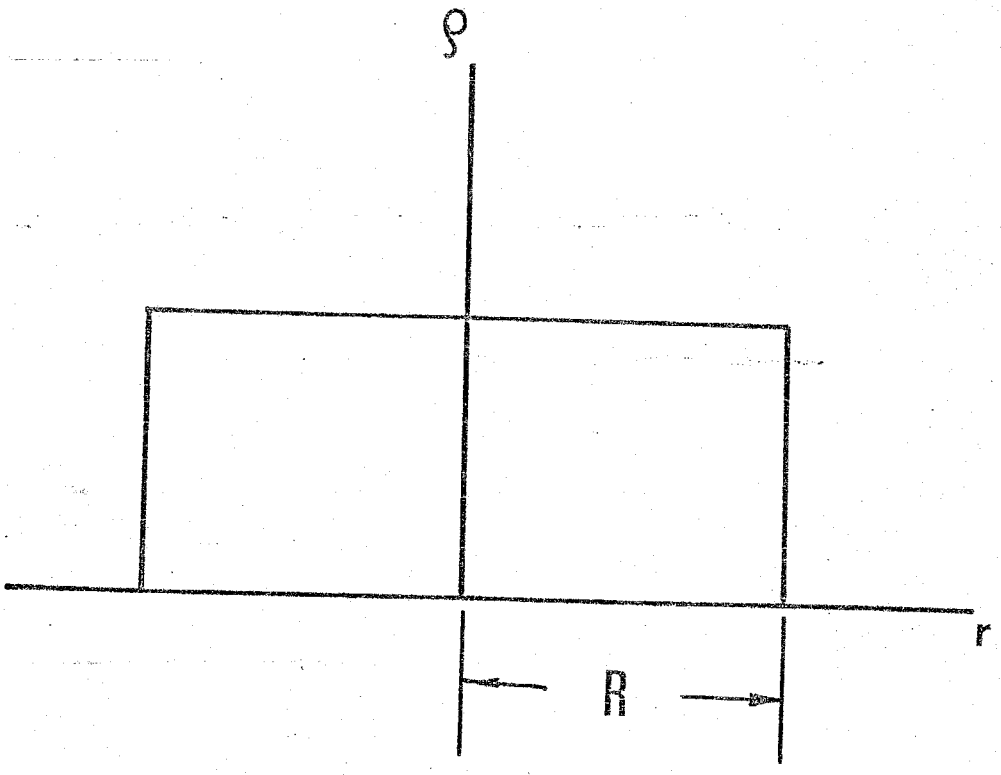
爆縮に影響を与えるもう一つ別の現象を見る。これは、レーザー光の圧力とプラズマとの相互作用によって発生する、小さなスケールの不安定性である。このような現象は、Valeo, Estabrook[26][27]らによって最初に指摘されたが、これは以前から非線型波動の分野で研究され続けてきた孤立波の不安定性[28]とのアナロジーである。第5章では、このようなスケールの不安定性の爆縮過程に及ぼす効果が述べられている。さらに、Valeoらの無視した流体の流れの影響、またレーザー光の偏光面の違いについても考える。

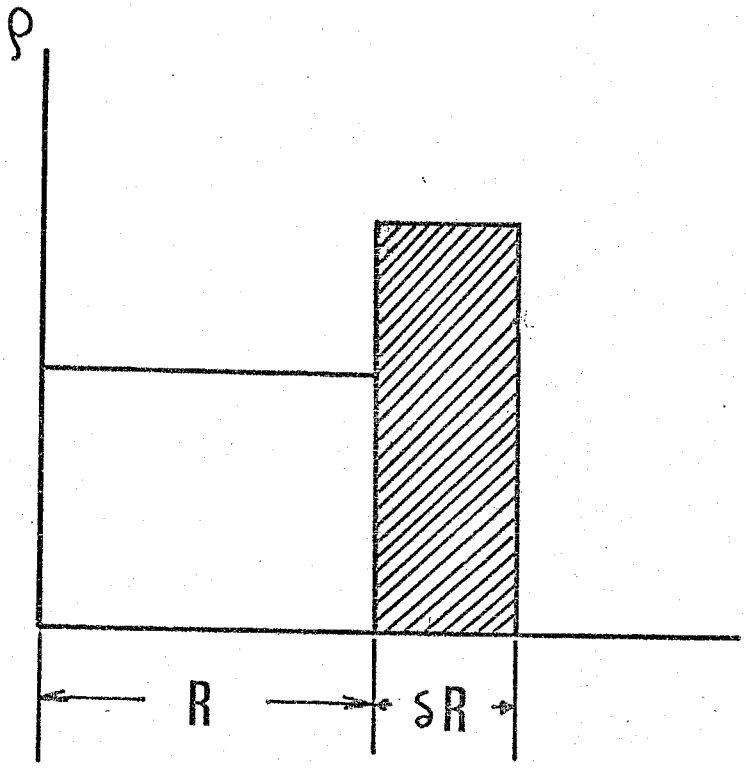
第6章では、第2～第4章で無視し続けてきた爆縮過程の安定性について調べる。先述のように、Clarkeらの提案したshell状のターゲットは、流体力学的不安定性に対して弱いという難点がある。このような不安定性に対しては、数多くのコンピューターによるシミュレーション[8],[29],[30]と、Bodner[31]による解析があるが、積極的に不安定性を押える方法は、あまり考えられていない。第6章では、このような不

安定性に伴なう現象を考えると共に、安定で効率の良い爆縮の方法を模索する。

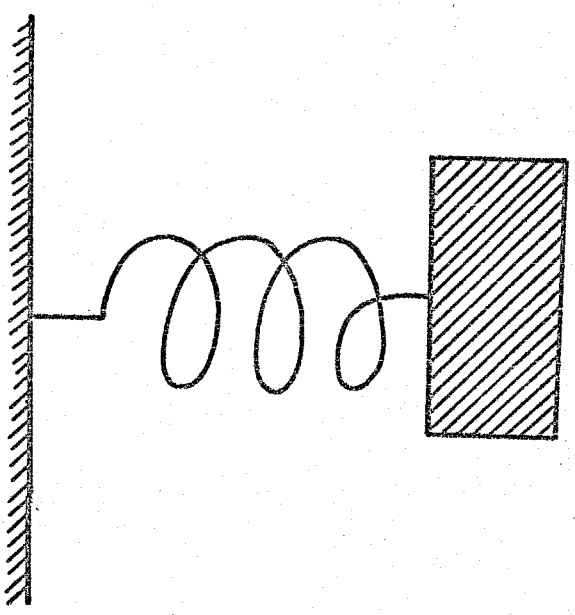

Reactor
3 n K_B T
ε_in
Thermal Energy
Fusion Output
ε_t
ε_f
Energy Exchange
Output
η(ε_t + ε_f)


R


ρ
r
R



1 - 3 (a)



1 - 3 (b)

第 2 章

爆 縮 過 程

2-1. まえがき

球対称なレーザー照射によって形成されたD-Tペレット表層の高温・高圧部は仮想的なピストンとなって、ペレットを中心に向かって圧縮する。第1章で述べたように、核融合反応を有効に引き起こすためには、ペレットを固体密度の1万倍程度にまで圧縮する必要がある。勿論、上述のピストンは仮想的なもので、あたかも"ざる"の如く物質が通り抜けてしまうために、あまりゆっくりと圧縮したのでは最終的にはD-Tが全くなくなってしまう。この意味で、圧縮のためのレーザー光のエネルギーの時間的な投入方法が非常に重要となってくる。本章では、このような過程を理論的に取扱い、圧縮に最適なレーザー光の強度の時間波形を求める。

2-2節では、圧縮波について考え、衝撃波による圧縮と断熱圧縮との違いについて述べ、爆縮過程の最も単純な理論モデルを導入する。2-2節で取り

あげるモデルは単純明快ではあるが誤りが起きやすく、特に1-1節で述べにような多層構造ペレットに対しても単層構造ペレットと同じ結論を導いてしまう。

本章2-3節以降では、著者によって提案された多層構造ペレットにも適用可能な理論モデルを示し、2-2節のモデルの誤りを指摘する。2-3節では、密度の違う物質の境界面を衝撃波が通過するときの様子を調べ、多層ペレットの圧縮の時間発展を解析する。2-4節では、レーザー光とD-T物質の相互作用領域を不連続面で置き換え、通常のデフラグレーション波に対するチャップマン・ジュゲー条件を用いることにより、上述の圧縮を引き起こすために必要な投入エネルギーの時間波形を求める。

2-2. 単層構造ペレットの爆縮

2-2-1. 衝撃波による圧縮と断熱圧縮

静止流体中を不連続面がUの速さで進んでいる場合を考える。この面に乗った座標系では図2-1のような流れとなり、この面を横切る際に、質量・運動量・エネルギーが保存される。即ち、

$$\rho_a(U-V_a) = \rho_b(U-V_b), \tag{1}$$

$$\rho_a(U-V_a)^2 + p_a = \rho_b(U-V_b)^2 + p_b, \tag{2}$$

$$\frac{1}{2}(U-V_a)^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_a}{\rho_a} = \frac{1}{2}(U-V_b)^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_b}{\rho_b}. \tag{3}$$

添字a（即ち衝撃波前方）の量は既知のものであるとして、添字b（即ち衝撃波後方）の量を、マッハ数 $M\ (\equiv (U-V_a)/\sqrt{\gamma p_a/\rho_a})$ をパラメータとして表わすと

$$\frac{p_b}{p_a} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M^2-1), \tag{4}$$

$$\frac{\rho_b}{\rho_a} = \frac{U-V_a}{U-V_b} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1+2/M^2}, \tag{5}$$

$|M|\to\infty$ の極限では、(4)・(5)式はそれぞれ

$$\frac{2\gamma}{\gamma+1}M^2, \qquad \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

に近づく。以上より、強い衝撃波による圧縮では、密度上昇はあまり望めず、温度上昇の方がはるかに大きくなることがわかる。次に非常に弱い衝撃波を考えてみる。$|M| = 1 + \Delta M$ $(0 < \Delta M \ll 1)$ と置くと (4), (5) 式はそれぞれ

$$\frac{p_b}{p_a} = 1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1}\Delta M + O(\Delta M^2), \tag{4'}$$

$$\frac{\rho_b}{\rho_a} = \frac{U - V_a}{U - V_b} = 1 + \frac{4}{\gamma+1}\Delta M + O(\Delta M^2), \tag{5'}$$

またエントロピー変化

$$S_b - S_a \equiv \frac{k_B/m_i}{\gamma-1} \ln\left[\frac{p_b}{p_a}\cdot\left(\frac{\rho_b}{\rho_a}\right)^{-\gamma}\right]$$

$$= \frac{k_B/m_i}{\gamma-1} \ln\left\{\left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M^2-1)\right]\left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1+2/M^2}\right]^{-\gamma}\right\}, \tag{6}$$

は弱い衝撃波に対しては

$$S_b - S_a = \frac{16\gamma}{3(\gamma+1)^2}\Delta M^3 + O(\Delta M^4), \tag{6'}$$

となる。このことは、非常に弱い衝撃波による圧縮を連続的に行なえば、等エントロピー変化、即ち断熱変化 $p \propto \rho^\gamma$ を実現することができるということ

を意味する。

断熱圧縮の利点の一つは，温度上昇の少ない点にある。今考えようとしている単原子気体の場合，$\gamma=5/3$ であるから温度上昇は $T\propto\rho^{2/3}$ の関係になり，一方，平均自由行路 λ_m は $T^{3/2}/\rho$ に比例することから，断熱圧縮では λ_m が常に一定に保たれる。一方，強い衝撃波を沢山重ねてゆくような圧縮のやり方では，温度上昇の方が大きいために圧縮とともに λ_m が長くなり，ついにはペレットの大きさを越えてしまうことが起こり得る。このときには，最早充分な圧縮ができない。

2-2-2. 爆縮の基本概念[1]

爆縮の中心を $r=0$，ペレット表面の座標を $r=R(t)$ として，ペレット表面から物質の損失がないと考える。先述のように，レーザー光を吸収したペレット表層部の圧力によって爆縮が起こるのであるが，ここでは，2-2-1 でその有効性が強調された断熱圧

縮を起こすために，ペレット表層部に実現されるべき圧力と投入されるべきレーザー光のエネルギーの時間変化を求める。

初期状態の量を添字0をつけて表わすことにすれば，密度の保存則より

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^{\delta} . \tag{7}$$

ここで $\delta = 1, 2, 3$ はそれぞれ一次元（平面対称），二次元（円筒対称），三次元（球対称）的な爆縮を意味する。圧縮は，空間的に一様であるとした。断熱変化より

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} . \tag{8}$$

さらに，もう一つ重要な仮定であるが，ペレット表面は音速で動くと考える。

$$\frac{dR}{dt} = -\sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = -c_0\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-\frac{\gamma-1}{2}\delta} , \tag{9}$$

ここでは，(7)·(8)式を用いた。(9)式の解は，

$$R = R_0\left\{1 - \frac{c_0}{R_0}\left(\frac{\gamma-1}{2}\delta+1\right)t\right\}^{\frac{1}{\frac{\gamma-1}{2}\delta+1}} . \tag{10}$$

(10)式を用いて，密度，圧力，表面に加えるべき仕事率 W_m をもめると

$$\frac{\rho}{\rho_0} = (1 - t/t_s)^{-l_1}, \tag{11}$$

$$\frac{p}{p_0} = (1 - t/t_s)^{-l_2}, \tag{12}$$

$$W_m \equiv A^\delta p \left|\frac{dR}{dt}\right|$$

$$= A_0^\delta p_0 C_0 (1 - t/t_s)^{-l_3}, \tag{13}$$

ここで，次の定義を用いた。

$$\left.\begin{aligned} t_s &= \frac{R_0}{C_0\left[\frac{(\gamma-1)\delta}{2}+1\right]}, \qquad l_1 = \frac{\delta}{(\gamma-1)\delta/2+1}, \\ l_2 &= \frac{\delta\gamma}{(\gamma-1)\delta/2+1}, \qquad l_3 = \frac{3(\gamma-1)\delta/2+1}{(\gamma-1)\delta/2+1}, \\ A' &= 1, \quad A^2 = 2\pi R, \quad A^3 = 4\pi R^2. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

(13)式の W は吸収されたレーザー光のエネルギー・フラックス（単位はワット）と同じと見なして置く。この点に関しては，2-4節で再考する。参考のために，次頁に $\gamma = 5/3$ の時の(14)式の量の具体的な数値をま

とめておく。

δ	t_s	l_1	l_2	l_3
1 (平面)	$3R_0/4C_0$	3/4	5/4	3/2
2 (円筒)	$3R_0/5C_0$	6/5	2	9/5
3 (球)	$R_0/2C_0$	3/2	5/2	2

2-3. 多層構造ペレットの爆縮[VI),(VI'),(VI'')]

2-3-1. 接触不連続面と衝撃波の相互作用

異種物質間の境界面で物質同志の混合する距離，即ち拡散距離は，爆縮の起こる時間スケール($\approx R_0/C_0$)内では，$\sqrt{R_0\lambda_m}$ (λ_mは平均自由行路)のオーダーであり[2]，ペレットのスケールに較べて非常に小さいことがわかる。それ故，この境界面(接触不連続面と呼ぶ)を通して物質の出入はないと考えてよい。従って，(1)·(2)·(3)の三つの保存則において $u=0$ (即ち $U_{sh}=V$)と置くとわかるように，pとvは境界面を横切って連続でなければならない。

図2-2は，接触不連続面[3]に衝撃波が入射したときのプロセスを模式的に示したものである。実線は各種の不連続波面の時空間的な軌跡を，破線は流体粒子の軌跡を表わす。以下，各物理量につけた添字は図中の領域番号に相当するとして，ここでは$\rho_1<\rho_2$の場合に限定して話を進める。A-Oの接触不連続面

にB-Oの衝撃波（$M=1+\Delta M_1$）が入射して通過後O-B′の衝撃波（$M=1+\Delta M_2$）になったとする。$\rho_1<\rho_2$の場合にはO-B′の衝撃波はB-Oの衝撃波より速くなる。非常に直観的で正確な言い方ではないが，波面を横切る質量流量ρUが一定に保たれるとみると，$\rho_1<\rho_2$であれば$U_1>U_2$となりそうなことがわかるであろう。衝撃波背後の流れは，当然衝撃波に引きずられて図のように速くなる。接触不連続面の性質から流体粒子の軌跡はA-O-A′に平行でなければならない。しかしながら，衝撃波B-O背後の流れはO-B′の場合より低速であることは上述のとおりであるために，領域3における流体粒子の軌跡はO-A′に平行とはならない。この流れの剥離を解消しようとして，O-Hのような不連続面が生じて流れを屈折させる。この面は一見してわかるように，衝撃波とは逆の性質を持っている。衝撃波の場合には，流体粒子の軌跡は図中の一点鎖線のようになるべきである。この不連続面は希薄波[3]と呼ばれている。この波について

は2-3-2節で検討することにして，ここでは希薄波のマッハ数を $|M| = 1 - \Delta M_r$ ($0 < \Delta M_r \ll 1$) と書けば衝撃波と同様の取り扱いが可能であるという結論を使って議論を進める。

A-O-A′ を横切って圧力・流速が連続である。即ち

$$p_1 = p_2, \quad p_4 = p_5, \quad V_1 = V_2, \quad V_4 = V_5 . \qquad (15)$$

弱い不連続面の関係式(4)を O-H, B-O に適用すると，

$$\begin{aligned} p_4 &= p_3 \left(1 - \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_r\right) + O(\Delta M^2) \\ &= p_2 \left(1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_i\right)\left(1 - \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_r\right) + O(\Delta M^2) \\ &= p_2 \left[1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} (\Delta M_i - \Delta M_r)\right] + O(\Delta M^2), \end{aligned}$$

ここで，$O(\Delta M^2)$ は $\Delta M_{i,t,r}$ についての二次積を総称した。

同様に，O-B′ に適用すると

$$p_5 = p_1 \left(1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_t\right) + O(\Delta M^2).$$

以上の結果と圧力の連続性(15)から

$$\Delta M_i = \Delta M_r + \Delta M_t + O(\Delta M^2) \qquad (16)$$

が得られる。関係式(5)を図2-2に適用する場合には注意が必要である。今，図中で左側に進む速度を負にとることを約束すると，B-O と O-B′ の衝撃波につ

いては $M<0$，即ち $U-V_a=-|M|C_a$ であるが，希薄波 O-H については波面は右側に進むために $M>0$，即ち $U-V_a=|M|C_a$ ととる必要がある。それ故(5)式は

$$V_b-V_a=\mp\frac{4}{\gamma+1}\Delta M\,C_a+O(\Delta M^2) \qquad (17)$$

となり，−・＋の複号はそれぞれ左側・右側に進む波面を表わす。（但し，希薄波については上述の如く $\Delta M=-\Delta M_r$ と取るべきである。）以上より，波面 B-O，O-H に関しては，

$$\begin{aligned}V_4&=V_3-\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_r C_3+O(\Delta M^2)\\&=V_2-\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_i C_2-\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_r C_2+O(\Delta M^2)\\&=V_2-\frac{4}{\gamma+1}(\Delta M_i+\Delta M_r)\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}\,C_1+O(\Delta M^2),\end{aligned}$$

ここで，$C_3=C_2\left[1+\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}\Delta M_i\right]$ と $C_2/C_1=\sqrt{P_2\rho_1/P_1\rho_2}=\sqrt{P_1/P_2}$ の関係を用いた。波面 O-B′ に関しては

$$V_5=V_1-\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_t C_1 .$$

流速の連続性より

$$\Delta M_t=(\Delta M_i+\Delta M_r)\sqrt{P_1/P_2} \qquad (18)$$

が得られる。(17)，(18)式より

$$\Delta M_t/\Delta M_i=G\ ,\quad \Delta M_r=(1-G)\Delta M_i \qquad (19)$$

ここで

$$G \equiv \frac{2}{\sqrt{\rho_2/\rho_1}+1} \quad . \tag{20}$$

$\rho_2 > \rho_1$ より $G<1$，即ち $\Delta M_t < \Delta M_i$ となり接触不連続面を通過後，衝撃波の強さは弱くなる。この結論は，領域1では衝撃波が速くなるとの先述の説明に一見矛盾するように見える。しかし，マッハ数の定義 $M \equiv (U-V_a)/C_a$ （但し，$V_a=0$）にかえってみると

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_1(1+\Delta M_t)}{C_2(1+\Delta M_i)} + O(\Delta M^2)$$

$$= \left(1+\frac{1-\sqrt{\rho_2/\rho_1}}{1+\sqrt{\rho_2/\rho_1}}\Delta M_i\right)\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} + O(\Delta M^2),$$

となり，$\Delta M_i \ll 1$ の極限では確かに領域1で加速されている。

次に，相互作用後の密度比 ρ_4/ρ_5 を調べる。(5)式より

$$\rho_4 = \rho_3\left(1-\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_r\right) + O(\Delta M^2)$$

$$= \rho_2\left[1+\frac{4}{\gamma+1}(\Delta M_i - \Delta M_r)\right] + O(\Delta M^2),$$

$$\rho_5 = \rho_1\left(1+\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_t\right) + O(\Delta M^2).$$

以上の式から

$$\frac{\rho_4}{\rho_5} = \frac{\rho_2}{\rho_1} + O(\Delta M^2). \qquad (21)$$

(21)式は，ΔMの精度内では相互作用前後で密度比が一定に保たれることを意味し，このことから，次々と沢山の衝撃波が接触不連続面を通過していっても，それらの衝撃波の減衰係数Gは一定に保たれることになる。これは後の解析で非常に重要な意味をもつことになる。

2-3-2. 希薄波

2-3-1節では，接触不連続面と衝撃波との相互作用で，希薄波が後方に反射してくることを述べた。ここでは希薄波の意味とマッハ数を$1-\Delta M_r$と置く妥当性について述べる。

図2-3は，ある瞬間の希薄波の密度プロファイルを描いたものである。図中の添字は図2-2と同じ意味を持つ。ここで，次のような一次元平面波に対する連続式と運動方程式を考えよう。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V)}{\partial r} = 0 , \tag{22}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{C^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} . \tag{23}$$

ここで現象は断熱的であると仮定した。さらに，波動は単純波[3),(4)]である，即ちVはρの一価連続関数であると考えると，(22),(23)式はそれぞれ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\rho \frac{dV}{d\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial r} , \tag{22'}$$

$$\frac{dV}{d\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial r} \right] = -\frac{C^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} , \tag{23'}$$

となる。(22'),(23')式より

$$\frac{dV}{d\rho} = \pm \frac{C}{\rho} , \tag{24}$$

が得られる。ここで図2-2の方向性を考えて複号のうちの正の方を採用し，Cの定義 $C \equiv \sqrt{\gamma p/\rho}$ と断熱関係式 $p \propto \rho^{\gamma}$ を用いると(24)は

$$V_4 - V_3 = \frac{2}{\gamma - 1} (C_4 - C_3) , \tag{25}$$

と積分できる。今，p_3 と p_4 の違いが少ないとして

$$\frac{p_3}{p_4} = 1 + \frac{4\gamma}{\gamma + 1} \Delta M_r , \tag{26}$$

のように表わして，ΔM_r $(0<\Delta M_r \ll 1)$ を定義すると，断熱関係式より

$$\frac{p_3}{p_4} = 1 + \frac{4}{\gamma+1}\Delta M_r + O(\Delta M_r^2), \tag{27}$$

$$\frac{C_3}{C_4} \equiv \sqrt{\frac{p_3}{p_4}\frac{\rho_4}{\rho_3}} = 1 + \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}\Delta M_r + O(\Delta M_r^2). \tag{28}$$

(25), (28)式より

$$V_4 - V_3 = -\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_r \cdot C_3 + O(\Delta M_r^2), \tag{29}$$

が得られ，これは(17)と一致する。一方，今考えた希薄波と同方向に進む衝撃波 $(M=1+\Delta M)$ に対する関係

$$\frac{p_3}{p_4} = 1 - \frac{4\gamma}{\gamma+1}\Delta M + O(\Delta M^2), \tag{26'}$$

$$\frac{\rho_3}{\rho_4} = 1 - \frac{4}{\gamma+1}\Delta M + O(\Delta M^2), \tag{27'}$$

$$V_4 - V_3 = \frac{4}{\gamma+1}\Delta M C_3 + O(\Delta M^2), \tag{29'}$$

における ΔM を ΔM_r に置き換えることにより，(26), (27), (29)を再び得ることができる。以上より，著者は希薄波のマッハ数を $1-\Delta M_r$ と考え，衝撃波と同様の取り扱いをすることにする。

2-3-3. 追い越しの理論

話を先に進める前に次のことを注意しよう。図2-4に示されているように，衝撃波fの後から衝撃波gが進んできている場合を考える。衝撃波fは領域aにおける音速よりも速く進んでいる（$|M|=1+\Delta M_f$, $0<\Delta M_f \ll 1$）。一方，衝撃波gは領域bにおける流体の流れに乗った座標系で，領域bの音速よりも速く進んでいる（$|M|=1+\Delta M_g$, $0<\Delta M_g \ll 1$）。静止系における衝撃波f，gの伝播速度 U_f, U_g を書き下すと，

$$U_f = V_a - (1+\Delta M_f) C_a , \tag{30}$$

$$U_g = V_b - (1+\Delta M_g) C_b ,$$

$$= V_a - (1+\Delta M_g + 2\Delta M_f) C_a + O(\Delta M^2), \tag{31}$$

となる。このとき，(4)，(5)，(17)式を用いた。明らかに $|U_f - V_a| < |U_g - V_a|$ であり，いずれかの時間で，衝撃波gはfを必ず追い越す。

追い越しのプロセスは図2-5に描かれている。このように，非常に弱い衝撃波fにgが追いつくと，二つは合体し，新しい衝撃波f'が生じる。強い衝撃

波同志の場合には，図のような後方に反射する希薄波 g' と f', g' 間の密度の飛躍のために生ずる接触不連続面 h の存在がフォン・ノイマンによって示されている。[5] しかしながら，今取り扱おうとしているような弱い衝撃波の相互作用の場合には，$\Delta M_{f,g}$ の精度の範囲内では，h も g' も存在しないことがわかる。ここでは，一応図2-5のプロセス通りに解析することにして，希薄波のマッハ数を $|M| = 1 - \Delta M_{g'}$，新しい衝撃波のマッハ数を $|M| = 1 + \Delta M_{f'}$ とする。方法は2-3-1節と全く同様であり，接触不連続面における連続条件

$$p_{a'} = p_{b'} \quad , \quad v_{a'} = v_{b'} \quad , \tag{32}$$

を使う。圧力について

$$p_{b'} = p_c \left(1 - \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_{g'}\right) + O(\Delta M^2),$$

$$= p_b \left[1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} (\Delta M_g - \Delta M_{g'})\right] + O(\Delta M^2),$$

$$= p_a \left[1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} (\Delta M_f + \Delta M_g - \Delta M_{g'})\right] + O(\Delta M^2),$$

$$p_{a'} = p_a \left(1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_{f'}\right) + O(\Delta M^2).$$

同様に流速についても

$$V_{b'} = V_a - \frac{4}{\gamma+1} (\Delta M_f + \Delta M_g + \Delta M_{g'}) C_a + O(\Delta M^2),$$

$$V_{a'} = V_a - \frac{4}{\gamma+1} \Delta M_{f'} C_a + O(\Delta M^2).$$

以上と(32)式より

$$\Delta M_{f'} = \Delta M_f + \Delta M_g + O(\Delta M^2), \tag{33}$$

$$\Delta M_{g'} = O(\Delta M^2). \tag{34}$$

(34)より，事実上,希薄波は存在しないことがわかる。接触不連続面も事実上,存在しない。何故ならば，

$$p_{b'} = p_a \left[1 + \frac{4}{\gamma+1} (\Delta M_f + \Delta M_g)\right] + O(\Delta M^2),$$

$$p_{a'} = p_a \left(1 + \frac{4}{\gamma+1} \Delta M_{f'}\right) + O(\Delta M^2),$$

即ち，$p_{b'} = p_{a'} + O(\Delta M^2)$ だからである。

今，強さの等しい（$|M| = 1+\Delta M$）n個の衝撃波が順序よく並んで進んでいる状況を考える。衝撃波同志の追い越しがまだ起きていない瞬間におけるn番目の衝撃波前方の密度ρ_0とn番目の衝撃波後方の密度ρ_nの比は(5')より

$$\frac{\rho_n}{\rho_0} = \left(1 + \frac{4}{\gamma+1}\Delta M\right)^n ,$$

となる。ここで $n\to\infty$, $\Delta M\to 0$, $n\Delta M\to\xi$ の極限では

$$\frac{\rho_m}{\rho_0} = \exp\left[\frac{4}{\gamma+1}\xi\right] . \qquad (35)$$

一方，上の結果(33)のように，n 個の衝撃波が同時に合体して新しい衝撃波 $|M| = 1 + n\Delta M$ ができたとすると，そのときの衝撃波前後の密度比は $|M|\to\infty$ の極限でも $(\gamma+1)/(\gamma-1)$ を越えることができない（(5)参照）。これは，$\xi\to\infty$ で発散する(35)の結果との著しい違いである。このことより，衝撃波同志の追い越しは，圧縮という観点からは好ましくないことがわかる。

2-3-4. 爆縮のモデル

高密度を得るための最も効率の良い方法は断熱圧縮であり，一連の弱い衝撃波による圧縮は断熱圧縮と同等であることを前節で述べた。この節では，前節までの結果を多層構造ペレットの爆縮に応用して，その時間発展を見る。

解析はすべて一次元平面対称の爆縮に限り，図2-6に示されているように，ペレットは r=0 に対して左右対称であり，D-T固体燃料（領域f）と，その周囲を取り囲む原子番号の大きい物質（領域h）――以後，高Z物質と呼ぶ――に分けられる。レーザー光は左右の外側から入射してきて，ρ_c 以下の低密度領域で吸収される。そこで発生した高温・高圧により内側に向かって衝撃波が打ち出される。もし，レーザー光の強度を時間的に段々と強くしてゆけば，一連の衝撃波が次々にAから打ち出されることになるのであるが，衝撃波の生成過程は2-4節で取り扱うことにして，ここでは一連の衝撃波が任意に作れるものとして進めてゆく。Aを出発した衝撃波は，接触不連続面Bに達し，領域fに透過してゆく。Aを出発したときの一連の衝撃波のマッハ数は，すべて等しいと仮定して $|M| = 1+\Delta M$ （$0 < \Delta M \ll 1$，速度は内向きを負ととる。）と置く。大体の現象は，2-3-1節で取り扱ったが，ここでもう一度図2-7に，

爆縮の全過程を模式的に示す。ここで，レーザー光と物質の相互作用領域，即ち燃焼面（A-A′-A″）の速度を U_{Def}，入射衝撃波（A-B, A′-B′等）の速度を U_{sh}，接触不連続面（B-B′-B″）の速度を U_{con}，透過衝撃波（B-O′, B′-O′等）の速度を $\bar{U}_{sh}$ と定義し，各不連続波面に生成順に番号をつけ添字で表わすことにする。（例えば，A-B，A′-B′の衝撃波はそれぞれ $U_{sh}^{(1)}$，$U_{sh}^{(2)}$）n番目の衝撃波（$U_{sh}^{(n)}$）は時刻 $t^{(n)}$ に燃焼面を出発して，時刻 $\bar{t}^{(n)}$ に接触不連続面に到着し，透過後，加速されて（$\bar{U}_{sh}^{(n)}$）領域fを進み，時刻 t_s に対称中心O′に達する。前節でも述べたように，衝撃波が途中で合体してしまうのは圧縮の観点からは好ましくないので，すべての衝撃波は時刻 t_s でO′に同時に到達することが望ましい。

一次元平面の衝撃波は一定速度で進むので，r-t平面図上ではその軌跡は直線となる。以上を考慮すると，n番目とn+1番目の衝撃波が接触不連続面を通過後O′に同時に達するための条件は，

$$\bar{U}_{sh}^{(n)} \times (t_s - \bar{t}^{(n)}) = \bar{U}_{sh}^{(n+1)} \times (t_s - \bar{t}^{(n+1)}) + U_{con}^{(n)} \times (\bar{t}^{(n+1)} - \bar{t}^{(n)}). \quad (36)$$

また，上の衝撃波は領域hを通過してきており

$$\int_{\bar{t}^{(n+1)}}^{\bar{t}^{(n+1)}} U_{sh}^{(n+1)}(t)\,dt - \int_{t^{(n)}}^{\bar{t}^{(n)}} U_{sh}^{(n)}(t)\,dt$$

$$= U_{con}^{(n)} \times (\bar{t}^{(n+1)} - \bar{t}^{(n)}) - U_{Def}^{(n)} \times (t^{(n+1)} - t^{(n)}), \quad (37)$$

を満足していなければならない。(37)式の左辺で，衝撃波の速さを$U_{sh}(t)$と書いた理由は，領域hでは，前の時刻に接触不連続面に達した衝撃波によって作られた反射希薄波（2-3-1節参照）と後続の衝撃波とが相互作用することによって，その衝撃波の速さが変化してゆくからである。図2-6のように，領域f，hの幅をそれぞれR_{fo}，R_{ho}と置くと，$R_{ho} \ll R_{fo}$のようなペレットに関しては実際にはU_{sh}の時間変化は無視しても構わない。このことは後出の(51)式のところで明らかにされる。それ故，この節ではU_{sh}の時間変化は無視する。そうすると(37)式は，

$$U_{sh}^{(n+1)} \times (\bar{t}^{(n+1)} - \bar{t}^{(n)}) - U_{sh}^{(n)} \times (t^{(n+1)} - t^{(n)})$$

$$+ (U_{sh}^{(n+1)} - U_{sh}^{(n)}) \times (\bar{t}^{(n)} - t^{(n+1)})$$

$$= U_{con}^{(n)} \times (\bar{t}^{(n+1)} - \bar{t}^{(n)}) - U_{Def}^{(n)} \times (t^{(n+1)} - t^{(n)}) . \quad (37')$$

$|U_{sh}^{(n+1)} - U_{sh}^{(n)}| \ll |U_{sh}^{(n)}|$, $t^{(n+1)} - t^{(n)} \ll t^{(n)}$, $\bar{t}^{(n+1)} - \bar{t}^{(n)} \ll \bar{t}^{(n)}$

を考えて最低次のオーダーの項だけ残すと(36), (37')は

$$\frac{\bar{\tau}^{(n+1)} - \bar{\tau}^{(n)}}{\bar{\tau}^{(n)}} = \frac{\bar{U}_{sh}^{(n)} - \bar{U}_{sh}^{(n+1)}}{\bar{U}_{sh}^{(n+1)} - U_{con}^{(n)}} , \quad \vdots \quad (38)$$

$$\bar{\tau}^{(n+1)} - \bar{\tau}^{(n)} = \frac{U_{sh}^{(n)} - U_{Def}^{(n)}}{U_{sh}^{(n)} - U_{con}^{(n)}} (\tau^{(n+1)} - \tau^{(n)})$$

$$+ \frac{U_{sh}^{(n+1)} - U_{sh}^{(n)}}{U_{sh}^{(n)} - U_{con}^{(n)}} . \quad (39)$$

ここで, t_sを原点にとった時間

$$\tau^{(n)} = t_s - t^{(n)} , \quad \bar{\tau}^{(n)} = t_s - \bar{t}^{(n)} , \quad (40)$$

を定義した。弱い衝撃波等の関係式は前節までに何回も出て来たが, 整理する意味で以下に列記しておく。領域fでは(¯のついた量で表わす。)

$$\bar{V}^{(n)} \equiv U_{con}^{(n)} = U_{con}^{(n-1)} - \frac{4}{\gamma+1} \bar{c}^{(n)} \Delta M_t \quad (41\text{-}a)$$

$$\bar{U}_{sh}^{(n)} = U_{con}^{(n-1)} - \bar{c}^{(n-1)}(1+\Delta M_t), \tag{41-b}$$

$$\bar{c}^{(n)} = \bar{c}^{(n-1)}\left[1+\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}\Delta M_t\right], \tag{41-c}$$

$$\bar{p}^{(n)} = \bar{p}^{(n-1)}\left[1+\frac{4\gamma}{\gamma+1}\Delta M_t\right], \tag{41-d}$$

$$\bar{\rho}^{(n)} = \bar{\rho}^{(n-1)}\left[1+\frac{4}{\gamma+1}\Delta M_t\right], \tag{41-e}$$

ここで ρ, c, p, v の添字は n 番目の衝撃波の前方を $(n-1)$, 後方を (n) と定義してあり, ΔM_t は透過衝撃波のマッハ数の増分を表わす。2-3-1節でも述べたように, 接触不連続面に衝撃波が入射したときの透過波の減衰係数 G は常に一定に保たれるので, すべての入射衝撃波のマッハ数を等しく $(|M|=1+\Delta M)$ としておけば

$$\Delta M_t = G\,\Delta M, \tag{42}$$

のように, ΔM_t もすべての透過衝撃波について等しくなる。領域 h では, 接触面付近で見ると n 番目の入射衝撃波による圧縮と, 反射希薄波による膨張とが起こる。それ故

$$V^{(n)} = V^{(n-1)} - \frac{4}{\gamma+1}c^{(n-1)}(\Delta M + \Delta M_r), \tag{43-a}$$

$$U_{sh}^{(n)} = V^{(n-1)} - C^{(n-1)}(1+\Delta M), \tag{43-b}$$

$$C^{(n)} = C^{(n-1)}\left[1+\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}(\Delta M-\Delta Mr)\right], \tag{43-c}$$

$$p^{(n)} = p^{(n-1)}\left[1+\frac{4\gamma}{\gamma+1}(\Delta M-\Delta Mr)\right], \tag{43-d}$$

$$\rho^{(n)} = \rho^{(n-1)}\left[1+\frac{4}{\gamma+1}(\Delta M-\Delta Mr)\right], \tag{43-e}$$

ここで ΔMr は反射希薄波のマッハ数の増分を表わし，(19)式と同様

$$\Delta Mr = (1-G)\Delta M. \tag{44}$$

上述の如く，この関係は燃焼面の近傍についても同様に成立すると考えることができる。(43)式中の添字 $(n-1)$ は衝撃波前方，(n) は希薄波後方の値を表わす。

(41-a) - (41-c) と (38) 式より

$$\frac{\bar{\tau}^{(n+1)}-\bar{\tau}^{(n)}}{\bar{\tau}^{(n)}} = -2G\Delta M, \tag{45}$$

(43-a) - (43-c) と (39) 式より

$$\bar{\tau}^{(n+1)}-\bar{\tau}^{(n)} = (1-N^{(n)})(\tau^{(n+1)}-\tau^{(n)})$$

$$+\frac{2}{\gamma+1}[4+G(\gamma-3)](\tau_n^{(n)}-\bar{\tau}^{(n)})\Delta M, \tag{46}$$

が成立する。ここで燃焼面のマッハ数 $N^{(n)}$ を次のよう

に定義した。

$$N^{(n)} = \frac{U_{Def}^{(n)} - V^{(n)}}{C^{(n)}} \quad . \tag{47}$$

現象を断熱圧縮にできる限り近ずける意味で，$\Delta M \to 0$ $n \to \infty$ の極限を考える。但し，$n\Delta M \to \xi$ という制限を加えておく。このとき，(45)・(46)式の差分は

$$\frac{\tau^{(n+1)} - \tau^{(n)}}{\tau^{(n)}\Delta M} = \frac{\tau^{(n+1)} - \tau^{(n)}}{[(n+1)\Delta M - n\Delta M]\tau^{(n)}} \longrightarrow \frac{d\tau}{d\xi} \cdot \frac{1}{\tau}$$

の微分に近ずく（添字 n は省略することにする。）。従って (45), (46)式は

$$\frac{d\bar{\tau}}{d\xi} = -2G\bar{\tau}, \tag{48}$$

$$\frac{d(\bar{\tau} - \tau)}{d\xi} = -\frac{2}{\gamma+1}[4 + G(\gamma-3)](\bar{\tau} - \tau), \tag{49}$$

に変換される。2-4節で明らかにされるが，(49)式の導出の際に $N \ll 1$ を使った。(48), (49)は簡単に積分でき，

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_0 \exp[-2G\xi], \tag{50}$$

$$\tau = \bar{\tau}_0 \left\{ 1 + \frac{\tau_0}{\bar{\tau}_0} \exp\left[-\frac{\gamma(1-G)}{\gamma+1}\xi\right] \right\} \times \exp(-2G\xi), \tag{51}$$

ここで

$$\bar{\tau}_0 = \frac{R_{f0}}{\bar{c}_0} \quad , \quad \tau_0 = \frac{R_{h0}}{c_0} \quad ,$$

$$\tau_0 + \bar{\tau}_0 = t_s \quad , \quad \bar{c}_0 = \sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}}\, c_0 \quad ,$$

であり，c_0，$\bar{c}_0$ はそれぞれ領域 h，f の初期音速を
わし，ρ_{h0}，ρ_{f0} は添字の領域の初期密度を表わす
この量と G とは (20) 式と同様

$$G = \frac{2}{\sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}} + 1} \quad ,$$

の関係を持つ。

(37) の導出の際に問題になった衝撃波の速度変
の効果は，(51) 式の { } 内の第二項に現われてくる
先述のように $\tau_0 \ll \bar{\tau}_0$ であれば近似的に成立する
また $\tau_0 \approx \bar{\tau}_0$ であっても $s \to$ 大とともに第二項は指
関数的に減少する（$1-G \geq 0$）ので，問題ない。
も，現実に用いられるペレットは殆んど $\tau_0 \ll \bar{\tau}_0$
足している。

2-4. 投入エネルギー

2-4-1. 燃焼波とチャップマン・ジュゲー条件

ここでは、2-2-1節の(1)－(3)式で表わされる不連続面で、単位面積当り単位時間中にW_Lのエネルギーが投入されたと考える。そのとき(3)式は

$$\frac{1}{2}(U-V_a)^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_a}{\rho_a}+\frac{W_L}{\rho_a(V_a-U)}$$

$$=\frac{1}{2}(U-V_b)^2+\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_b}{\rho_b}\ , \qquad (54)$$

と変換される。波面のマッハ数を(47)と同様

$$N=\frac{V_a-U}{C_a}\ , \qquad (55)$$

と定義すれば、(1)、(2)、(54)式は次のように書ける。

$$\frac{p_b}{p_a}=1+\frac{\gamma(N^2-1)}{\gamma+1}\beta\ , \qquad (56\text{-}a)$$

$$\frac{\rho_a}{\rho_b}=1-\frac{N^2-1}{(\gamma+1)N^2}\beta\ , \qquad (56\text{-}b)$$

$$V_b=V_a-\frac{N^2-1}{(\gamma+1)N}\beta\ , \qquad (56\text{-}c)$$

(55), (56), (62)' と $N \ll 1$ を用いると

$$\beta = \frac{\alpha^2(\gamma+1)}{\alpha^2\gamma+1}, \quad w = 1-\left[\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2\gamma+1}\right]^2, \tag{63}$$

が確定する。これと(57)式とから

$$W_L = \frac{\rho_a C_a^3}{2(\gamma^2-1)N}\left[1-\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2\gamma+1}\right)^2\right], \tag{64}$$

が求まる。これで、Nと2-3節での求めに ρ_a, C_a の時間発展がわかれば、W_L の時間波形を求めることができる。

2-4-2. 衝撃波、希薄波と燃焼波の相互作用

2-3節では衝撃波は任意に作れるものとして扱ってきた。ここでは、衝撃波の生成と、反射して戻ってきた希薄波と燃焼波の相互作用を考える。高速電子、輻射等の二次的な効果を考えない場合には、エネルギーの吸収は主にカット・オフ点で起こる。このことは、初期の段階では、$\rho_a/\rho_b \gg 1$、即ち $N \ll 1$ を意味する。((56-b)参照) 今、$\rho_a = \rho_{ho}$, $\rho_b = \rho_c$ (ρ_c はカット・オフ密度) と置くと、(56-b)式より初期の

ここで

$$\beta \equiv 1-\sqrt{1-w}\ , \quad w = \frac{2(\gamma^2-1)N\cdot W_L}{\gamma p_a C_a (1-N^2)^2}\ , \tag{57}$$

(56)式は(4),(5)式と違いマッハ数だけがパラメータではなく，もう一つw（或いはβ）を指定する必要がある。この違いは何であろうか。先に進む前に少し考えてみよう。

(1)式の左辺をJ_1，(2)式の左辺をJ_2と置き，$U-V_b$を消去すると

$$p_b = J_2 - \frac{J_1^2}{\rho_b}\ , \tag{58}$$

となり，図2-8の$p-1/\rho$平面上では(58)は直線Aを表わす。一方，(54)式の左辺をJ_3で書き$U-V_b$を消去すると，

$$p_b = \frac{\gamma-1}{\gamma} J_3 \left(\frac{1}{\rho_b}\right)^{-1} - \frac{\gamma-1}{2\gamma}\frac{J_1^2}{\rho_b}\ , \tag{59}$$

となり，図中の曲線Bのようになる。求むべき解はA，Bの交点となる。勿論$W=0$の場合には交点0，が，添字aの量で，O_2が添字bの量に対応する。(但

し，圧縮波の場合に限る。）(56)で考えようとしている膨張波の場合には，O_2がaに相当する。今，

$$J_3' \equiv \frac{1}{2}(U - V_a)^2 + \frac{p_a}{\rho_a}$$

と置くと，p_a，ρ_aは(59)式のJ_3をJ_3'で置き換えた曲線になる。（これをB'とする）しかも，(54)式より$J_3 > J_3'$であることから，J_3，J_3'の曲線は図2-8のB'，Bの関係になることがわかる。そうすると，aの状態（B'上のO_2'）からbの状態（BとAの交点）への遷移は二通り（O_2とO_1）あることがわかる。これは物理的に不可能であり，最終的にはどちらかの解しか実現されないであろう。この問題については，第三章で詳細に検討するが，ここではチャップマン・ジュゲ一条件[3],[6]という，発見的な制限条件を導入する。これは，O_2，O_1が一点になる，即ちAがBに接する状況のみが物理的に実現可能な状態であるということである。

ここで，上の条件が具体的にどのような形で表

わされるかを考えてみる。B上の接線の傾きは.

$$\frac{dp_b}{d(1/\rho_b)} = -\rho_b^2 \frac{dp_b}{d\rho_b} = -\rho_b^2 C_b^2 , \qquad (60)$$

曲線Bは実は断熱曲線であることを用いた。即ち

$$\frac{dp_b}{d\rho_b} = \gamma \frac{p_b}{\rho_b} \equiv C_b^2 \qquad (\because p_b \propto \rho_b^{\gamma})$$

また直線Aの傾きは. (1), (58)式より

$$-J_1^2 = -\rho_b^2 (U - V_b)^2 . \qquad (61)$$

両曲線の傾きが等しいことから

$$U - V_b = \pm C_b \qquad (62)$$

が得られる。(62)式が所謂. チャップマン・ジュゲー条件であり. 流体は波面に対して音速で遠ざかってゆくことを意味している。

図2-7の方向性を考慮して. ここでは(62)式の一を採用する。チャップマン・ジュゲー条件が. 今から導出する結果にどれほどの影響を与えるかを見るために(62)式のかわりに

$$V_b - U = \alpha C_b \qquad (62')$$

を用い. αの変化の及ぼす影響を最後に検討する。

燃焼波面のマッハ数 N_0 を

$$N_0 = \alpha \sqrt{\frac{1}{\alpha^2 \gamma + 1} \frac{p_c}{p_{h0}}} , \tag{65}$$

と見積ることができる。

図 2-9 は，燃焼波が加速（マッハ数が N から $N + \Delta N$ に変化）したときに，左右に二つの弱い衝撃波（マッハ数はそれぞれ $|M| = 1 + \Delta M_a$，$|M| = 1 + \Delta M_b$）が生成される模様を示している。図 2-10 は，接触不連続面より戻ってきた希薄波（今そのマッハ数を $1 - \Delta M_a$ としておく）が燃焼波（マッハ数 N）とぶつかり，$1 - \Delta M_b$ の希薄波となって通過するとき，燃焼波はマッハ数が $N + \Delta N$ に変化するという過程を描いている。領域を図 2-9，2-10，のように分けて考えると，$1 \to 1' \to 2'$ への過程では

$$\frac{V_2'}{C_1} = \frac{V_2' - V_1'}{C_1'} \frac{C_1'}{C_1} + \frac{V_1' - V_1}{C_1} + \frac{V_1}{C_1}$$

$$= \frac{V_1}{C_1} + \frac{\beta}{(\gamma+1)N} \pm \frac{4\sqrt{\beta(\gamma+1) - \gamma\beta^2}}{(\gamma+1)^2 N} \Delta M_b , \tag{66}$$

$$p_2' = p_1' \left[1 \pm \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_b \right] = p_1 \left[1 \pm \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_b \right] \frac{\gamma + 1 - \gamma\beta}{\gamma + 1} , \tag{67}$$

また 1→2→2′ への過程では,

$$\frac{V_2'}{C_1} = \frac{V_2'-V_2}{C_2}\frac{C_2}{C_1} + \frac{V_2-V_1}{C_1} + \frac{V_1}{C_1}$$

$$= \frac{V_1}{C_1} - \frac{4}{\gamma+1}\Delta M_a + \frac{\beta(1-\Delta N/N)}{(\gamma+1)N}\left[1 \pm \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}\Delta M_a\right] \qquad (66)$$

$$P_2' = P_2\left[1 - \frac{\gamma\beta(2N\Delta N-1)}{\gamma+1}\right]$$

$$= P_1\left[1 + \frac{\gamma\beta(2\Delta N-1)}{\gamma+1} \pm \frac{4\gamma}{\gamma+1}\left(1-\frac{\gamma\beta}{\gamma+1}\right)\Delta M_a\right] \qquad (67)'$$

が成立する。 (66)−(67)′ の中で、＋と－の符号はそれぞれ図 2-9 と図 2-10 の過程に相当する（以下も同様である）。(66)と(66)′, (67)と(67)′は等しいので，これらの式から ΔM_b を消去すると.

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\pm 2\beta(\gamma-1) - 4\sqrt{\beta(\gamma+1-\gamma\beta)}}{(\gamma+1)\beta}\Delta M_a, \qquad (68)$$

ここでは $N \ll 1$ を使ったが．以下も同様である。平均的に見て．衝撃波が一つ生成されると，一つの希薄波が戻ってくるので、両方の過程がほぼ同時に起こるときは

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{2\beta(\gamma-1)G - 4\sqrt{\beta(\gamma+1-\gamma\beta)(2-G)}}{(\gamma+1)\beta}\Delta M, \qquad (69)$$

(69)式の導出の際に，衝撃波に対しては $\Delta Ma = \Delta M$，希薄波に対しては $\Delta Ma = (1-G)\Delta M$ を使った（(44)式参照）。(48)式の導出と同様に $\Delta N/\Delta M$ を微分に置き換え，初期条件(65)のもとに積分すると

$$N = N_0 \exp\left[\frac{2[(\gamma-1)\alpha+2]G-8}{(\gamma+1)\alpha}\xi\right], \tag{70}$$

が得られる。 ρ と C の見積りも同じ考え方を適用しよう。n 個の衝撃波が生成されたとき，n 番目の衝撃波の後方の密度と音速は

$$\rho_n = \rho_0\left[1+\frac{4}{\gamma+1}\Delta M\right]^n \tag{71}$$

$$C_n = C_0\left[1+\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}\Delta M\right]^n \tag{72}$$

それと同時にほぼ同数の希薄波が戻ってきて，$\rho_n \to \rho_a$，$C_n \to C_a$ に変化する。

$$\rho_a = \rho_n\left[1-\frac{4}{\gamma+1}(1-G)\Delta M\right]^n = \rho_0\left[1+\frac{4G}{\gamma+1}\Delta M\right]^n \tag{71'}$$

$$C_a = \rho_n\left[1-\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}(1-G)\Delta M\right]^n = C_0\left[1+\frac{2(\gamma-1)G}{\gamma+1}\Delta M\right]^n \tag{72'}$$

$n \to \infty$，$\Delta M \to 0$，$n\Delta M \to \xi$ の極限をとると

$$\rho_a = \rho_0 \exp\left[\frac{4G}{\gamma+1}\xi\right], \tag{73}$$

$$C_a = C_0 \exp\left[\frac{2(\gamma-1)G}{\gamma+1}\xi\right], \tag{74}$$

領域hでは $\rho_0 \equiv \rho_{h0}$ であるから，(64)式のN，ρ_a，C_aを(70)，(73)，(74)，式を用いて書き直すと

$$W_L = W_0 \exp\left[\frac{4G(\alpha\gamma-1)+8}{\alpha(\gamma+1)}\xi\right], \tag{75}$$

ここで

$$W_0 \equiv \left[1-\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2\gamma+1}\right)^2\right]\frac{\rho_{h0}C_0^3}{2(\gamma^2-1)N_0}, \tag{76}$$

さらに(51)と(71)とよりξを消去すると

$$\tau = \frac{R_{f0}}{C_0}\sqrt{\frac{\rho_{f0}}{\rho_{h0}}}\left(\frac{W}{W_0}\right)^{-l_4} + \frac{R_{h0}}{C_0}\left(\frac{W_L}{W_0}\right)^{-l_5} \tag{77}$$

$$l_4 \equiv \frac{\alpha G(\gamma+1)}{2G(\alpha\gamma-1)+4}, \quad l_5 \equiv \frac{[G(\gamma+5)-4]\alpha}{2G(\alpha\gamma-1)+4} \tag{78}$$

$l_5 > l_4$ は明らかであるので，$W_L/W_0 \gg 1$ の極限では(77)は近似的に

$$W_L = W_0\left(1+\frac{R_{h0}}{R_{f0}}\sqrt{\frac{\rho_{h0}}{\rho_{f0}}}\right)^{-1/l_4}\left(1-\frac{t}{t_s}\right)^{-1/l_4}, \tag{79}$$

と書ける。t_sは(52)式で定義されており，別の形では．

$$t_s \equiv \frac{R_{f0}}{C_0}\sqrt{\frac{\rho_{f0}}{\rho_{h0}}} + \frac{R_{h0}}{C_0}$$

ℓ_4^{-1}の値は図2-11に，$\gamma = 5/3$として．ρ_{h0}/ρ_{f0}に対して描かれている。図より明らかに．注入エネルギーの時間波形はペレットの構造（主にρ_{h0}/ρ_{f0}）に依存しており，ρ_{h0}/ρ_{f0}が大きい程．波形のαに関する依存性が顕著となる。

2-4-3．力学的仕事率とレーザー・エネルギー・フラックス

ペレット表面付近の流体の流速は，(73)・(74)を求めにと同じ方法で．(43−a)を用いて求めることができる。

$$V_a = \frac{-2}{\gamma-1} C_0 \left\{ \exp\left[\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} G\xi\right] - 1 \right\} \qquad (80)$$

それ故．表面付近で流体に与えられる仕事率W_mは．

$$W_m \equiv |p_a V_a|$$
$$= W_{m0} \exp\left[\frac{4\gamma}{\gamma+1} G\xi\right] \left\{ \exp\left[\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} G\xi\right] - 1 \right\} \qquad (81)$$

$$W_{m0} = \frac{2\rho_{h0} C_0^3}{\gamma(\gamma-1)} \qquad (82)$$

(81)式のW_mは、2-2-2節では(13)式のW_mに相当する。吸収されたレーザー光のエネルギー・フラックスW_L((75)式参照)は、前まで述べてきたような過程で圧縮のための仕事率W_mに変換される。このエネルギー・フラックスの変換効率ηは

$$\eta \equiv \frac{W_m}{W_L} = \frac{4(\gamma+1)N_0}{\gamma\left[1-\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2\gamma+1}\right)^2\right]} \times \exp\left[\frac{2G[(\gamma-1)\alpha+2]-8}{\alpha(\gamma+1)}\xi\right] \tag{83}$$

となり、N_0に比例する。即ち、(65)式よりわかるようにレーザー光の波長の逆数に比例することがわかる。この変換効率は勿論、時間と共に減少する傾向にある。W_mの方の時間波形を$\xi \gg 1$の極限で考えると、

(83)と(51)より

$$W_m \propto (1-t/t_s)^{-(3\gamma-1)/(\gamma+1)}$$

$$= (1-t/t_s)^{-3/2} \qquad (\gamma = 5/3) \tag{84}$$

この依存性は、2-2-2節の平面の場合の結果と一致する。これから明らかなように、2-2-2節のような解析方法では、W_LとW_mとを結びつけることができ

ない。このため、Kidder[7]とBrueckner[8]は W_m と W_L との間に何らかの関係を導入するしかなかった。以下に二人のモデルを掲げて著者のモデルと比較してみよう。

(i) Kidderのモデル

彼は、燃焼波近傍の圧力はレーザー光のエネルギー・フラックスの2/3乗に比例するという実験結果を取り入れた。一次元・平面爆縮の場合には

$$p_a \propto (1-t/t_s)^{-5/4} \quad (\text{for } \gamma=5/3)$$

となるから、これから

$$W_L \propto p_a^{3/2} \propto (1-t/t_s)^{-15/8} \tag{85}$$

この結果は、(78)式で、$\alpha=1$, $G=1$ (即ち $\rho_{h0}=\rho_{f0}$), $\gamma=5/3$ と置いた結果 ($l_4=2$) とほぼ一致する。$G\neq1$ のときのずれから考えて、このモデル ($W_L \propto p_a^{3/2}$) を多層構造ペレットに対しても使うことには難点があるように思われる。

(ii) Brueckner のモデル

レーザー光のエネルギーは熱伝導によって燃焼

波の前面まで運ばれる。3-2-1節の(7)式の所で述べるが、このときの熱流の最大値は $\rho T^{3/2}$ に比例すると考えられる。その熱流がそのまま燃焼波前面付近の熱流に比例すると考えると、

$$W_L \propto p_a^{3/2} \rho_a^{-1/2}, \quad (\gamma = 5/3) \tag{86}$$

が成立する。前節の結果を使うと

$$W_L \propto p_a^{6/5} \propto (1 - t/t_s)^{-3/2} \tag{87}$$

(87)の結果が、(84)の力学的仕事率と一致するのは偶然ではない。(81)の定義中で $V_a \propto C_a$ と考えれば(86)の関係と一致するからである。2-4-2節で取り扱った燃焼波解の結果が、Brueckner の言うような熱流のモデルを正確に取り扱ったときに再現できるか否かは、第3章で議論されるであろう。

(83)式で導いた変換効率は時間的に変化する。実際に必要なのは、時間的に積分された形での効率であろう。t を無限に t_s に近づけると、W_L は無限大になってしまう。レーザーの出力の制限から、W_L を無制限に大きくする訳にはゆかないので、今 $t_g \leq t \leq t_s$

では W_L を一定値 W_g に保つことにしよう。そうすると吸収されたレーザー光の全エネルギー I と力学的仕事 I_m とは

$$I \equiv \int_0^{t_g} W_L dt + W_g (t_s - t_g)$$

$$= \frac{2G(\alpha\gamma-1)+4}{G[\alpha(\gamma-1)-2]+4} W_0 \bar{\tau}_0 \left(\frac{\bar{\rho}_g}{\rho_{f0}}\right)^{\{G[\alpha(\gamma-1)-2]+4\}/2\alpha G}$$

$$= \frac{\bar{\tau}_0 (G+3)}{3-G} \left(\frac{\bar{\rho}_g}{\rho_{f0}}\right)^{2(3-G)/3G},$$

$$(\alpha=1,\ \gamma=5/3 \text{ のとき}) \qquad (88)$$

$$I_m \equiv \int_0^{t_g} W_m dt + W_{mg} (t_s - t_g)$$

$$= \frac{3\gamma-1}{2(\gamma-1)} W_{m0} \bar{\tau}_0 \left(\frac{\bar{\rho}_g}{\rho_{f0}}\right)^{\gamma-1}$$

$$= 3 W_{m0} \bar{\tau}_0 \left(\frac{\bar{\rho}_g}{\rho_{f0}}\right)^{2/3}, \quad (\alpha=1,\ \gamma=5/3 \text{ のとき}) \qquad (89)$$

ここで添字 g は $t \fallingdotseq t_g$ における値を表わし、$\bar{\rho}_g$ は領域 f において最終的に得られる密度であり、この領域でも (73) と同じ結果

$$\bar{\rho}_g / \rho_{f0} = \exp\left[\frac{4G}{\gamma+1} \xi_g\right]$$

になることと、$\xi_g \to$ 大 では (50), (51) より $\tau \propto \bar{\tau}$ で

あり

$$\tau_g \approx \bar{\tau}_0 \exp(-2G\xi_g),$$

となることを使った。この時の効率は

$$\eta_t \equiv \frac{I_m}{I} = \frac{G[\alpha(\gamma-1)-2]+4}{2G(2\gamma-1)+4} \cdot \frac{3\gamma-1}{2(\gamma-1)} \cdot \frac{W_{m0}}{W_0}\left(\frac{\bar{\rho}_g}{\rho_{f0}}\right)^{-\frac{\{G[\alpha(\gamma-1)+1]+4\}}{2\alpha G}}$$

$$= \frac{24\sqrt{6}}{5} \cdot \frac{3-G}{G+3} \cdot \sqrt{\frac{\rho_c}{\rho_{h0}}} \left(\frac{\bar{\rho}_g}{\rho_{f0}}\right)^{2(2G-3)/3G} \qquad (90)$$

($\alpha=1$, $\gamma=5/3$ のとき)

2-4-4. 熱伝導の影響と最大圧縮率

前節までの解析では熱伝導の影響は全く考慮されていなかった。燃焼波への熱伝導の影響は第3章で考えることにして、ここでは燃焼過程での熱伝導の効果を考える。その際、次のような無次限量を考えよう。

$$\textcircled{H} \equiv \frac{\left.\frac{k_B \bar{\rho}}{m_f(\gamma-1)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}\right|_{ad.}}{K_{c0} \frac{\partial}{\partial r} \bar{T}^{5/2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial r}}, \qquad (91)$$

m_{if} は領域f中のイオンの質量である。(91)式の分母は熱伝導の項であり（第3章(4)(5)式参照）、分子は

断熱圧縮（前節までに考えた圧縮に相当）の効果である。Ⓗ≫1であれば前節までの結果で充分であるが、圧縮が進むにつれて、この条件が破られる可能性がある。それを考えるために、前節までの解析から得られる結果をもとに、(91)式の分母・分子を見積ってみよう。領域f中を進むn番目の衝撃波のある時刻$\tilde{t}$における座標$\tilde{r}$は、

$$(t_s-\tilde{t})\bar{U}_n=\tilde{r}, \tag{92}$$

で与えられる。(41-b)と(41-c)を使い、(73)式を導いたと同じ方法で$\bar{U}_n$を求めると

$$\bar{U}_n=-\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\bar{c}_0\exp\left[\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}G\xi\right]+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0 \tag{93}$$

(92)と(93)より

$$\left(\frac{\tilde{r}}{t_s-\tilde{t}}+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{c}_0}=\exp\left[\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}G\xi\right] \tag{94}$$

同様に領域f中のn番目の衝撃波の背後の密度と温度はξで書き表わせるので、その表式中のξを(94)式を用いて消去すれば、

$$\frac{\bar{T}}{\bar{T}_0}=\exp\left[\frac{4(\gamma-1)}{\gamma+1}G\xi\right]$$

$$= \left[\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{C}_0}\left(\frac{\tilde{r}}{t_s-\tilde{x}}+\frac{2}{\gamma-1}\bar{C}_0\right)\right]^2, \qquad (95)$$

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_{f0}} = \exp\left[\frac{4}{\gamma+1}G\xi\right]$$

$$= \left[\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{C}_0}\left(\frac{\tilde{r}}{t_s-\tilde{x}}+\frac{2}{\gamma-1}\bar{C}_0\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}, \qquad (96)\right.$$

のように書き表わせる。(95). (96)を用いて(91)を表わすと

$$\textcircled{H} = \frac{4k_B\rho_{f0}R_{f0}\bar{C}_0}{K_{c0}m_{if}\bar{T}_0^{5/2}}\left[\tau^* - \frac{3\tau^*}{r^*/\tau^*+3}\right], \qquad (97)$$

ここで

$$\tau^* = \frac{(t_s-\tilde{x})\bar{C}_0}{R_{f0}}, \qquad r^* = \frac{\tilde{r}}{R_{f0}}, \qquad (98)$$

を定義した。$r^* \geq \tau^*$ であることは(92), (98)から明らかであるので, (97)式は $r^* = \tau^*$ で最小値 $\textcircled{H}_{min}$ を持つ。

$$\textcircled{H}_{min} = \frac{k_B\rho_{f0}R_{f0}\bar{C}_0}{K_{c0}m_{if}\bar{T}_0^{5/2}}\tau^* \qquad (99)$$

$\textcircled{H}_{min} \leq 1$ になると, もはや前節までの断熱過程は意味をなさなくなる。このような状況では, もうペレットを圧縮することが出来ないと考えてよいであろ

う。$(H)_{min} \leq 1$ になる時刻は(99)から求めることができるが、その時刻に、領域f中で最大の密度を持っている部分は一番外側の部分である。その密度を $\bar{\rho}_{st}$ とすると、

$$\left.\begin{aligned} \frac{\bar{\rho}_{st}}{\rho_{f0}} &= \exp\left[\frac{4}{\gamma+1} G \xi_{st}\right], \\ \tau^* &= \exp(-2G\xi_{st}), \end{aligned}\right\} \tag{100}$$

である。(99)と(100)、条件 $(H)_{min} \leq 1$ とから

$$\frac{\bar{\rho}_{st}}{\rho_{f0}} \leq \frac{k_B \rho_{f0} R_{f0} \bar{C}_0}{K_{c0} m_{ip} \bar{T}_0^{5/2}} \tag{101}$$

(101)式は最大圧縮率を与える。それ故、(88)式の $\bar{\rho}_g$ を $\bar{\rho}_{st}$ で置き換えたときに得られる全エネルギーI以上にレーザー光を注入することは全くの無駄になってしまうことがわかる。(101)式を第3章の(6)式を用いて書き直すと、

$$\frac{\bar{\rho}_{st}}{\rho_{f0}} \leq \sqrt{\frac{m_e}{m_{if}}} \frac{R_{f0}}{\lambda_{m0}}, \tag{102}$$

ここで λ_{m0} は初期の電子・イオン間衝突の平均自由行路である。これはかなり厳しい条件である。しか

し、それは平面の爆縮の結果であるからである。(102)において、2-2-2節の(7)式と同じ考え方をとり($\delta=1$)

$$\bar{\rho}_{st} R_{st} = \rho_{f0} R_{f0} \tag{103}$$

とすると、$R_{st} \gtrsim \sqrt{\frac{m_{if}}{m_e}}\,\lambda_{m0}$ となる。円筒、球状の爆縮の場合にも同様に、R_{st}は圧縮されたときの最小半径を表わすと考えて、(103)のかわりに(7)の表式を用いると

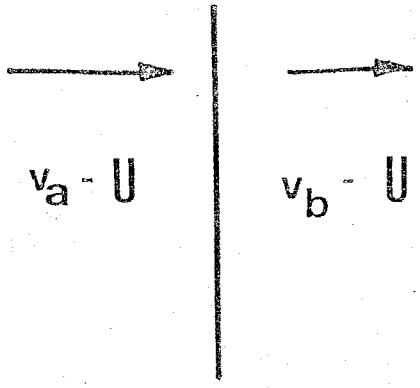
$$\frac{\bar{\rho}_{st}}{\rho_{f0}} = \left(\frac{R_{f0}}{R_{st}}\right)^{\delta} \lesssim \left(\sqrt{\frac{m_e}{m_{if}}}\,\frac{R_{f0}}{\lambda_{m0}}\right)^{\delta}, \qquad (\delta=1,2,3) \tag{104}$$

と考えても大きな間違いはないであろう。

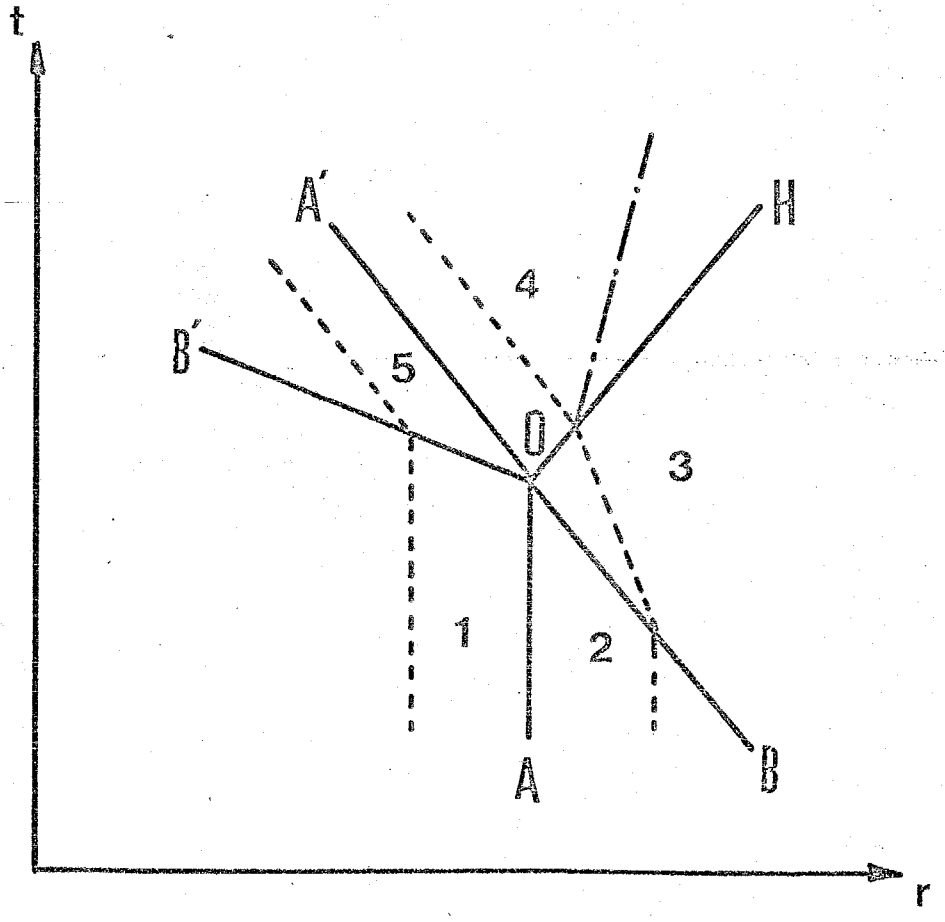
2-5. まとめ

本章では、レーザー核融合の幹とも言える爆縮過程について調べた。特に、多層構造ペレットの爆縮の理論を展開してゆき、最適レーザー波形、及び圧縮に必要なレーザー光の全エネルギー等を求めた。多層と単層の違いによる効率の変化ということも重要であるが、本章の結論の中で見逃してはならないパラメーターの一つにαがある。これは、燃焼波条件中に現われるパラメーターであるが、このαの違いによって効率が大きく左右されるということは、図2-12を見ればよくわかるであろう。図2-12は、(88)式で表わされる、圧縮に必要なレーザー光のエネルギーを、$\gamma = 5/3$, $G = 1$（単層ペレット）, $\bar{P}_g = 10^4 P_{f0}$ と取って、αに対して描いたものである。以上のことから、αの値の評価にはかなりの神経を使わねばならぬことがわかるであろう。第1章でも述べたように、核融合炉としてのエネルギー・バランスに必要

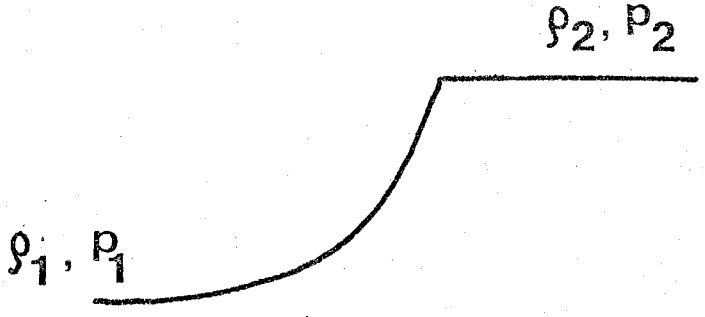
な注入エネルギーが、η_Hの4乗に比例しているということからしても、同じことが言える。それ故、以後の章の大半は、このような燃焼波条件の決定に費やされるであろう。



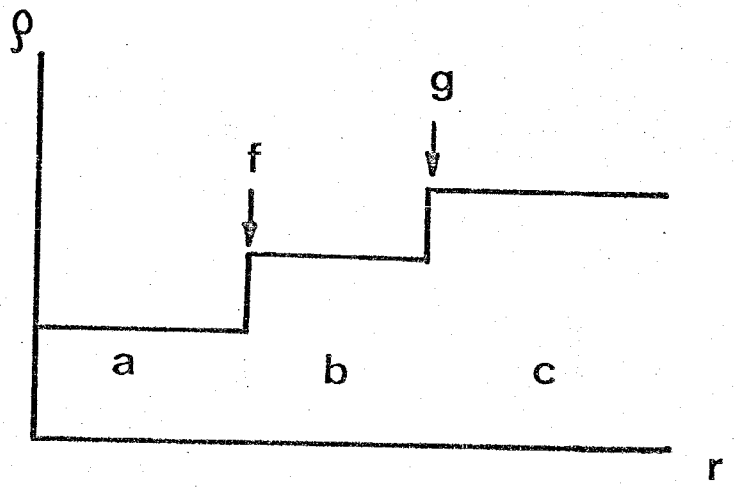
2 - 1



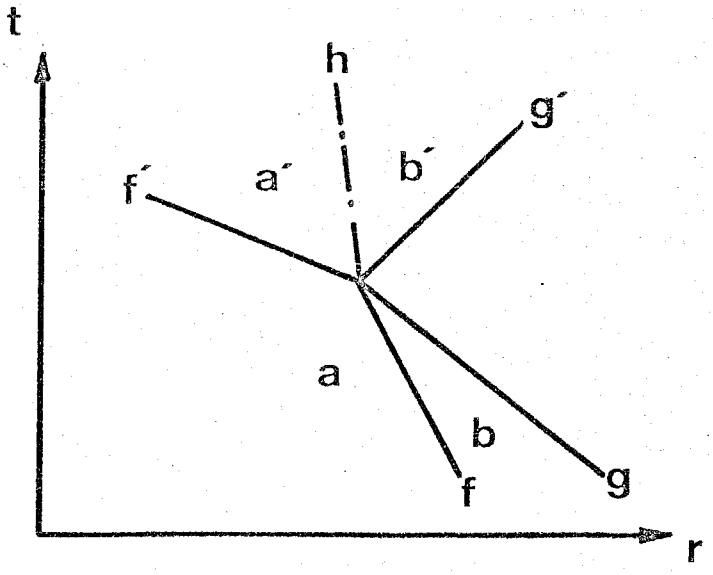
2 - 2



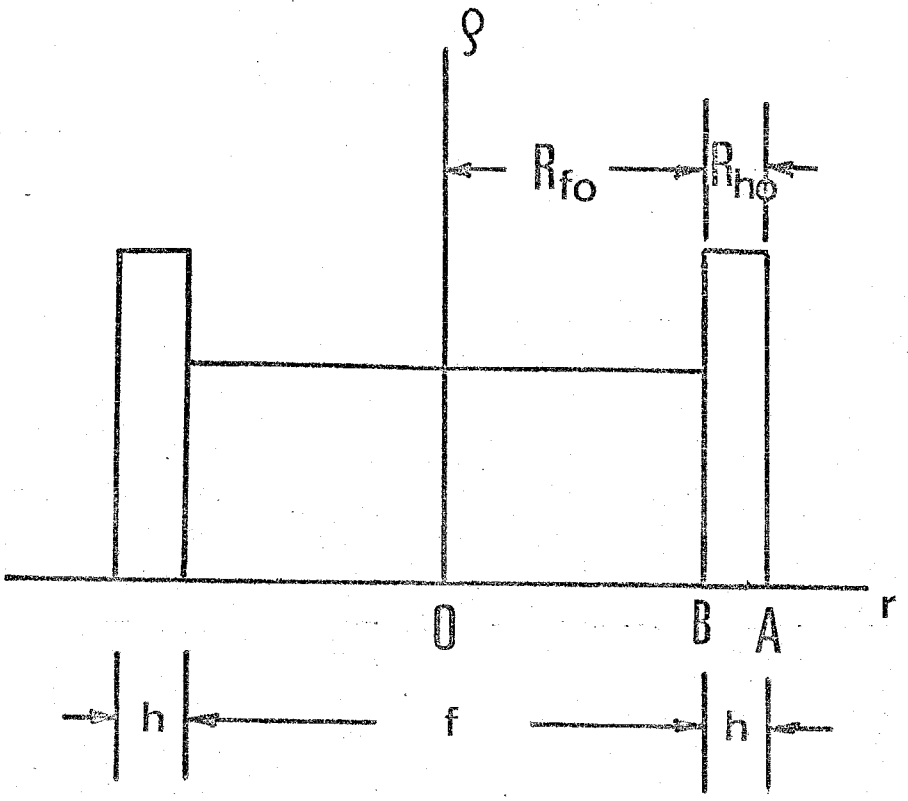
2 - 3



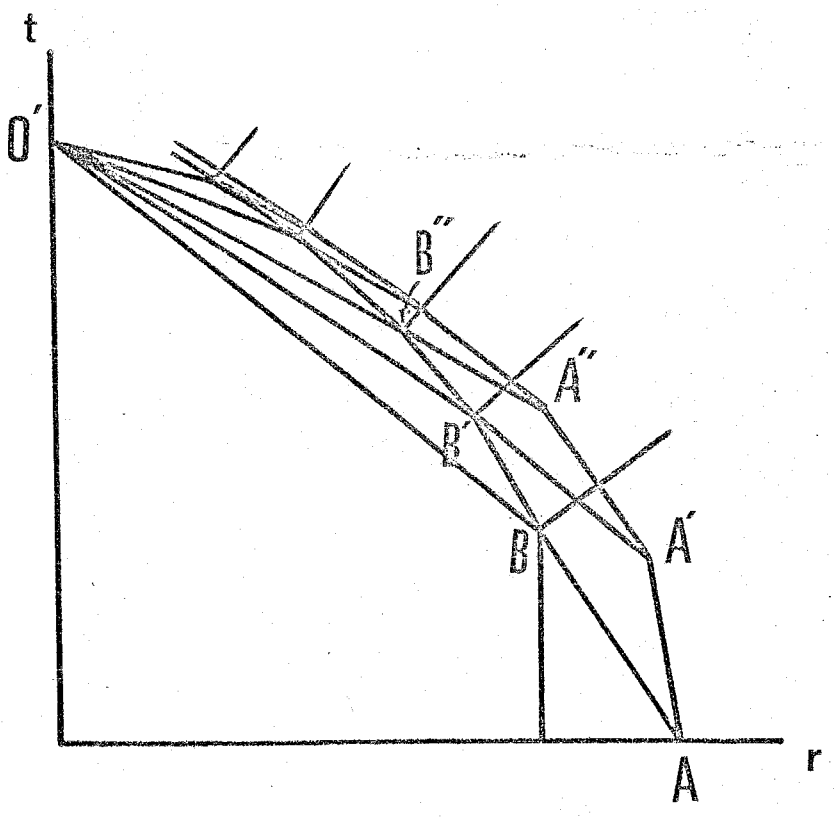
2 - 4



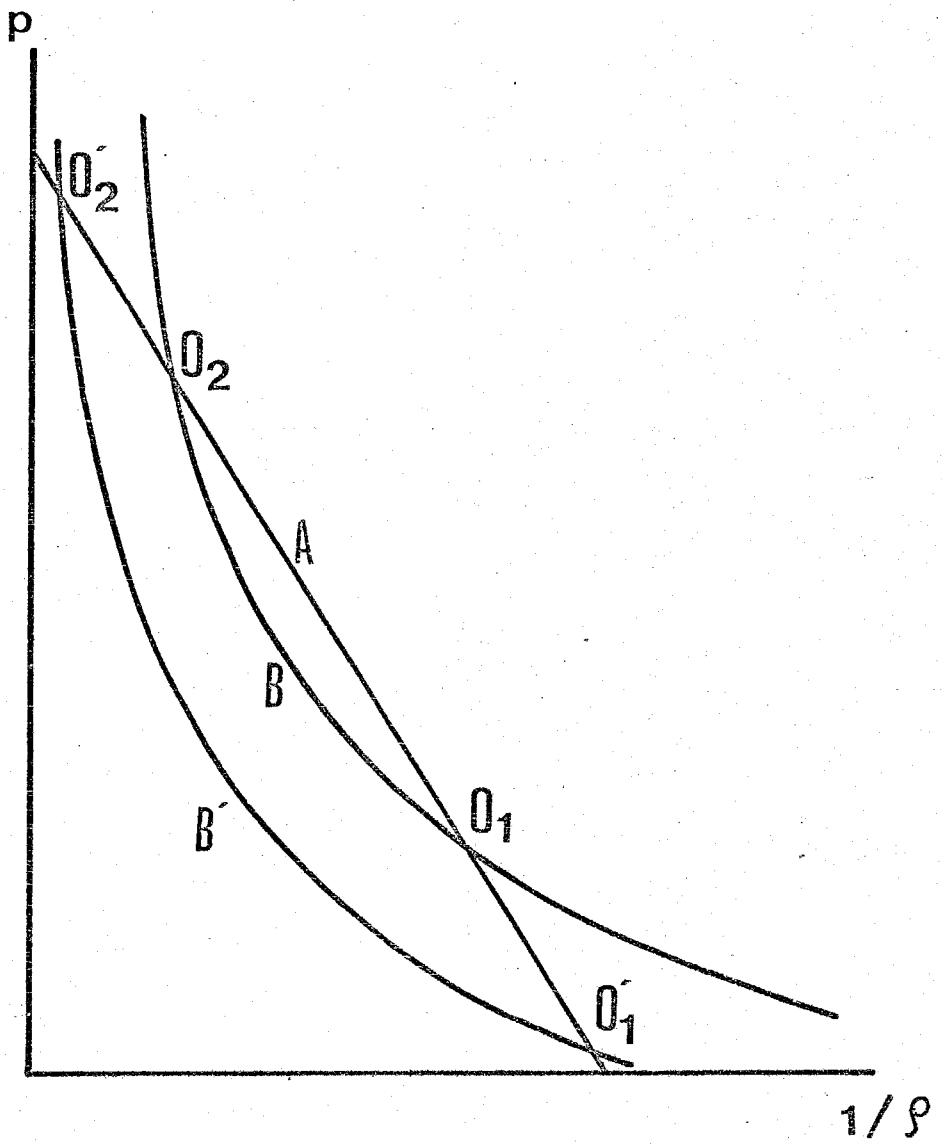
2 - 5

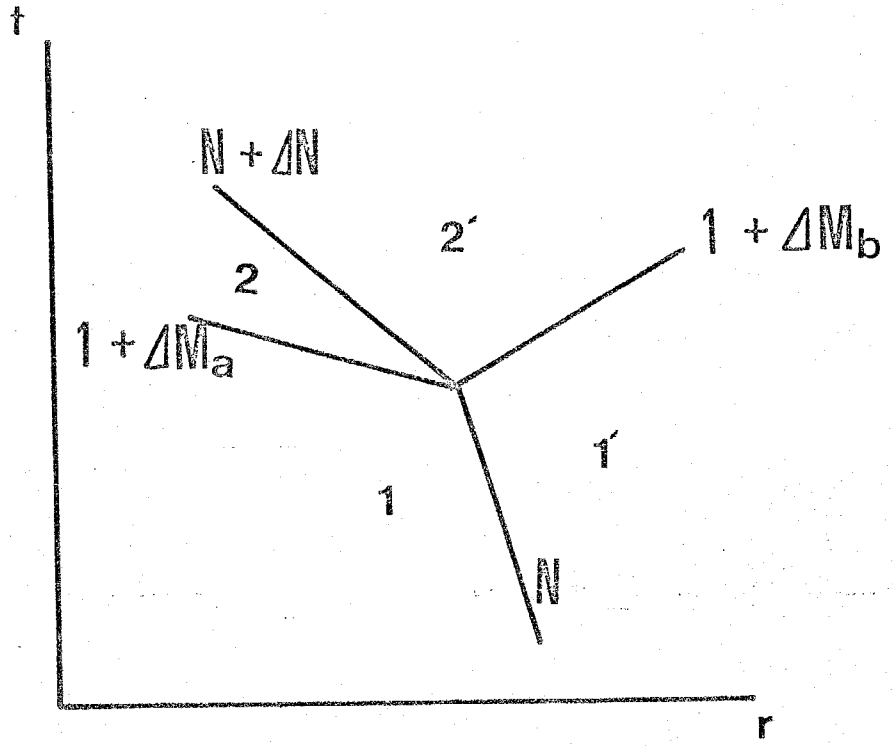


2 - 6

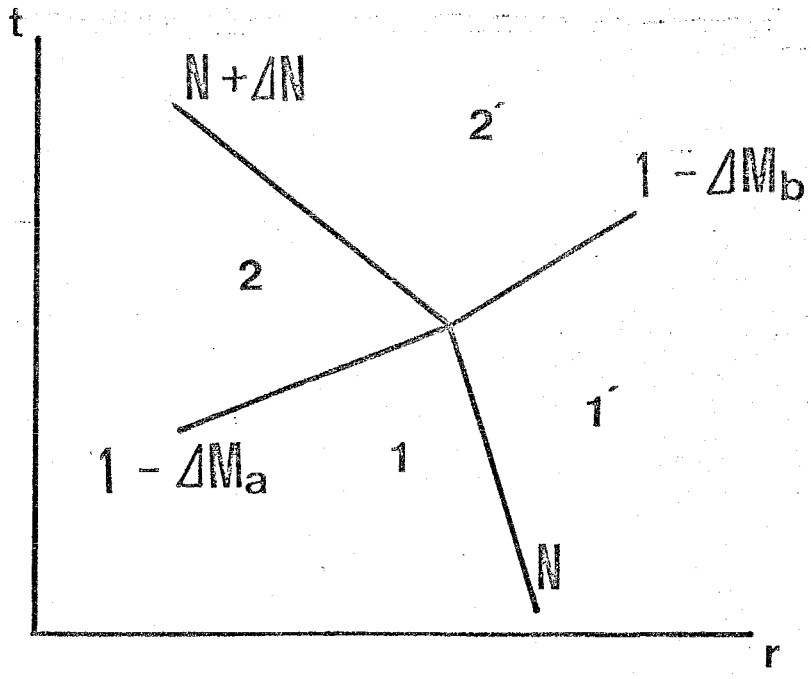


2 - 7

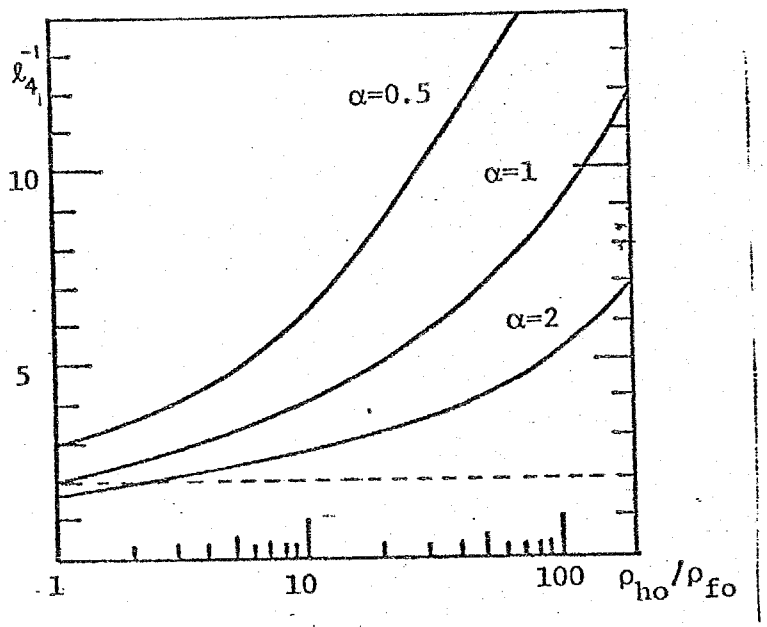

p
O'2
O2
A
B
B'
O1
O'1
1/ρ



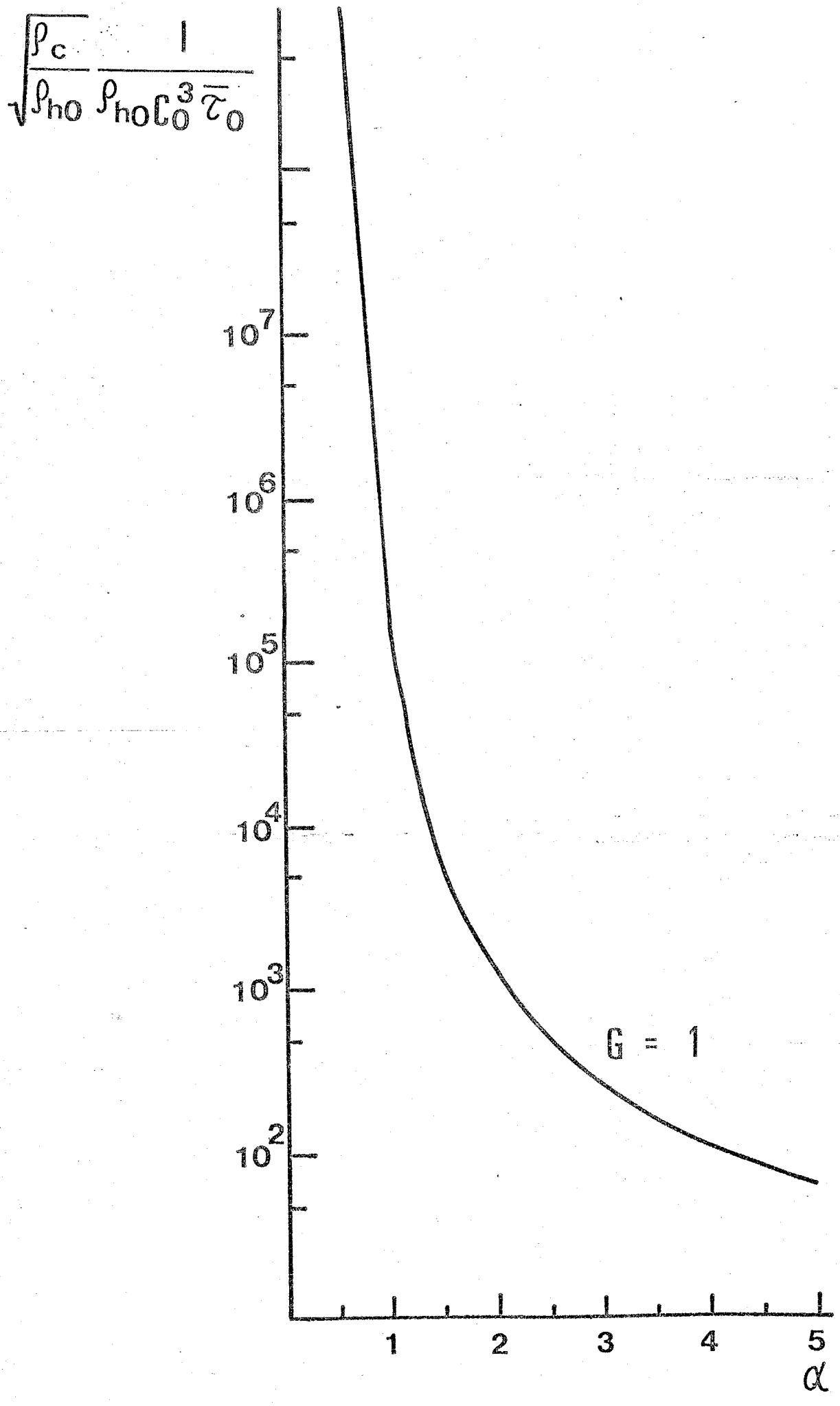
2 - 9



2 - 10



2 - 11


$\sqrt{\frac{\rho_c}{\rho_{ho}}} \frac{1}{\rho_{ho} c_0^3 \bar{\tau}_0}$
10^7
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
G = 1
1
2
3
4
5
α

第 3 章

輸 送 過 程

3-1. まえがき

第2章では、レーザー光と物質の相互作用領域を不連続面と考え、しかもチャップマン・ジュゲー条件という一見不可思議な仮定を暗黙のうちに使って解析を進めた。しかしながら、2-4節の結論からも明らかなように、上述の条件はレーザー光強度の時間波形に対して、非常に大きな影響を持っている。ここでは、レーザー光と物質の相互作用を詳しく調べチャップマン・ジュゲー条件をもう一度考え直してみる。

レーザー光のエネルギーは質量の軽い電子によって主に吸収されるが、その吸収には二つの形態がある。一つは、通常の"温度上昇"という言葉で表わされるような、マックスウェル分布の分散の広がりとなって実現されるものであり、これは現象の起こる時間スケールよりも粒子間衝突の起こる時間スケールの方が短かい場合にあたる。パラメトリック吸収、共鳴吸収等の異常吸収機構が支配的である場

合には、吸収はω_{pe}^{-1}の時間スケールで起こるために一部の電子だけが非平衡的に加速されることが起こり得る。[1]

上述の二つの吸収形態のために、燃焼波領域におけるエネルギーの輸送過程にも二つの種類が出てくる。前者に対応するのは通常の古典的な熱伝導による輸送であり、後者に対応するのは高速電子そのものによるエネルギーの運搬である。第2章で取り扱われた燃焼波は、このような過程をまったく無視して進めていったが、エネルギーの輸送過程の違いによって燃焼波の構造がどのように違うか、また、チャップマン・ジュゲー条件はそこでどのような形で現われてくるのかを、以下で調べてゆく。3-2節では古典的な熱伝導によって形成された燃焼波の構造を調べる。3-3節では、高速電子の発生機構には目をつむり、発生後の高速電子の再吸収によって形成される燃焼波の構造を調べる。以上の解析は、すべて定常性を仮定して進められるが、3-4節では非定常

性の燃焼波の構造に及ぼす影響を調べる。

3-2. 熱伝導による燃焼波

3-2-1. 基礎方程式

この節では、吸収されたレーザー光のエネルギーが熱伝導によって流体運動に変換される過程を解析する。一般にはこの過程では、電子・イオン間の温度緩和時間が非常に長いために、電子・イオン温度は非平衡状態にある。しかしながら、以下で取り扱うような一温度モデルでも、本質的には同様の結果を得ることができるので、解析を簡単化するためにこのモデルを用いる。流体に対する連続式、運動方程式、エネルギー式は、熱伝導のみを考慮した最も簡単な形式では、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho v) = 0 , \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho v^2 + p) = 0 , \tag{2}$$

$$\frac{1}{\gamma - 1}\cdot\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial pv}{\partial r}\right) = -p\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial W}{\partial r} , \tag{3}$$

と書ける。ここでも第2章と同じく，一次元平面対称の問題に限定する。Wはレーザー光のエネルギー・フラックス(W_L)と熱伝導による熱流の効果(W_H)を含んでいる。古典的な熱伝導はフーリエの法則

$$W_H = -K_C \frac{\partial T}{\partial r}, \tag{4}$$

で表わされている。温度変化のスケール$(\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial r})^{-1}$が平均自由行路$\lambda_m$よりも充分長い場合には(4)式は良い近似で成立し，

$$K_C = 0.95 \frac{k_B (k_B T)^{5/2}}{Z m_e^{1/2} e^4 \ln \Lambda} \equiv K_{C0} T^{5/2}, \tag{5}$$

が求められている。[2] ここでm_eが現われてきたのは，熱は質量の軽い電子によって主に運ばれるためで，(5)式は近似的に

$$K_C \approx \frac{k_B Z}{m_i} \rho C_{Te} \lambda_m, \tag{6}$$

と書くことができる。

レーザー光は，非常に狭い領域で，非常に短時間のうちに吸収されるために，初期の段階では高温

領域が局所化して出来る可能性がある。このとき、$\left(\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial r}\right)^{-1} \gg \lambda_m$ の条件が破られ(4)式が成立しない。そこで、Morse, Nielson[3] と Bickerton[4] は制限熱流という考え方を提案した。それは、温度変化の空間スケールは、λ_m より小さくなることはできないという条件であり、それ故、熱流の(絶対値の)最大値は

$$|W_H|_{max} = K_0 \frac{T}{\lambda_m} \approx \frac{k_B \Xi}{m_i} \rho T C_{Te} = \frac{k_B^{3/2} \Xi \rho T^{3/2}}{m_i m_e^{1/2}}$$

$$\equiv \phi_0 \rho T^{3/2}, \qquad \left(\phi_0 \equiv \frac{\Xi k_B^{3/2}}{m_i m_e^{1/2}}\right) \tag{7}$$

に制限されるというものである。

(1)-(3)をUという速度で進む座標系に変換して、その座標系で現象は定常であると考える。そのとき(1)-(3)は容易に積分できて

$$\rho u = 一定 \equiv J_1, \tag{8}$$

$$\rho u^2 + p = 一定 \equiv J_2, \tag{9}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 + \frac{W}{J_1} = 一定 \equiv J_3, \tag{10}$$

を得る。($u = V - U$)

3-2-2. 解の性質（非粘性の場合）

前節(8)-(10)式の解を求める前に、その性質をよく調べてみる。(8), (9)より ρ を消去すると、

$$u^2 - \frac{J_2}{J_1}u + \frac{k_B Z}{m_i}T = 0, \tag{11}$$

となり、これを図3-1のような T-u 曲線で表わすと放物線Aになる。ここで重要なことは、この放物線は、$u = J_2/2J_1$, $Zk_BT/m_i = J_2^2/4J_1^2$ で、$dT/du = 0$, となることである。上の関係式は即ち、この点で

$$u = \sqrt{Z\frac{k_BT}{m_i}} \equiv C_s \tag{12}$$

を意味する。（この点を以下では等温音速点と呼ぶ）(10)式中でも明らかなように、レーザー光のエネルギーは熱伝導によって運ばれるのであるから、カット・オフ密度よりも高密度領域においては、熱流は零とはならない。即ち、$dT/dr \neq 0$ である。それ故、(12)の点がこの領域中に含まれる場合には、du/dr は無限大となる筈である。

実際には、このような状況では粘性の影響が大きくなって全く違ったタイプの方程式になるのであるが、それは後回しにして、ここでは非粘性の状況に話を限る。(9)式を積分前の形で書くと

$$\frac{du}{dr} = \frac{-\frac{k_B Z}{m_i}\frac{dT}{dr}}{u\left(1-\frac{k_B Z}{m_i}\frac{T}{u^2}\right)} \qquad (13)$$

また(8)式より

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\rho}{u}\frac{du}{dr}$$

であるから、座標系をペレットの外側に向かう程 r が大きくなるように取り、$dp/dr \leq 0$, であるような解に限定すると、常に、$du/dr \geq 0$, が成立しなければならない。それ故、音速点 ($u = C_s$) の前後で、dT/dr の符号が変化せねばならないことは(13)式から明らかであろう。そして、dT/dr の符号が変わるということは当然熱流の方向が変化することであり、その物理的意味からして、音速点 ($u = C_s$) はレーザー光の吸収点（即ち、カット・オフ点）でなければな

らなくなる。また(10)式のWに、熱フラックスとレーザー光のエネルギーフラックスを含めて考えると

$$\frac{K_c}{J_1}\frac{dT}{dr} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{k_B\chi}{m_i}T + \frac{1}{2}u^2 - \frac{W_L}{J_1} - J_3, \qquad (14)$$

と書ける。ここで求めようとしているデフラグレーション波（燃焼波）の前面（高密度側）は第2章で取り扱ったような衝撃波に接続される訳であるからそこでは、$dT/dr=0$、となっているであろう。そこで(14)式で、$dT/dr=0$、とおいたときに求められるTとuの関係を図3-1に表わしてみよう。燃焼波前面ではレーザー光の吸収がないから、$W_L=0$、と置けばそのT-u曲線は図中のBで表わされる。AとBの交点が前方の一様状態となる。また吸収点を過ぎたはるか後方が一様状態（$dT/dr=0$）に接続してゆくならば、その状態は曲線B'上に存在する筈である。（ここで$W_L/J_1 \geq 0$、を考慮した。）もう一つ重要なことは、燃焼波前面から吸収点（或いは音速点）までの解において（$W_L=0$）、$dT/dr>0$（(13)式参照）

であるような解は、図3-1 上では曲線Bの上側に存在することは明らかである。また、吸収点以降（$W_L \neq 0$）で $dT/dr < 0$ の解は曲線B′の下側であることがわかる。それ故、求める解は曲線BとB′にはさまれた領域の解曲線Aで表わされることになる。このような条件を満足する解は、B′が音速点（$u = C_S$）を通るときの W_L の値より大きく、B′がAと接するときの W_L の値より小さい W_L について実現される。AとB′が接するためには

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{J_2}{J_1}\right)^2 - 2\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left(\frac{W_L}{J_1} - J_3\right) = 0, \qquad (15)$$

が成立せねばならない。（(11), (14) 式参照）。そのときの接点の座標は

$$(T, u) = \left[\frac{\gamma m_i/(k_B \mathcal{Z})}{(\gamma+1)^2}\left(\frac{J_2}{J_1}\right)^2, \quad \frac{\gamma}{\gamma+1}\frac{J_2}{J_1}\right] \qquad (16)$$

である。この座標は明らかに

$$u^2 = \gamma\frac{k_B \mathcal{Z}}{m_i} T \equiv C^2, \qquad (17)$$

を満足している。(12) の等温音速と区別するために、

Cのことを断熱音速と呼んでも良いが．以下では単に音速と呼んでおこう。J_1, J_2, J_3 は前方の状態によって書くことができる。第2章の記述に従って．その状態量を添字aをつけて表わすことにすると．

$$J_1 = \rho_a u_a , \qquad J_2 = \rho_a u_a^2 + p_a ,$$

$$J_3 = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_a}{\rho_a} + \frac{1}{2}u_a^2 ,$$

となるから．(15)は

$$W_L = \frac{\rho_a C_a^3}{2(\gamma^2-1)N} , \tag{18}$$

となる。ここでは．$u_a = NC_a$ でNを定義し．$N \ll 1$ と考えた。（第2章(65)式参照）(18)式は第2章(64)式中で $\alpha = 1$ と置いたものに等しい。即ち．チャップマン・ジュゲー条件というものは．ここでは曲線AとB′が接するという条件に翻訳されるのである。一方．B′が音速点（$u = C_s$）を通るときは．

$$W_L = \frac{(3\gamma-1)\rho_a C_a^3}{8(\gamma-1)N} , \tag{18′}$$

となる。(18′)式は第2章(62)式の記述に従うと．第2章

(64)式中のαを$1/\sqrt{\gamma}$と置いたものと等しい。それ故

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \leq \alpha \leq 1 \tag{19}$$

の範囲に解が存在することがわかる。

3-2-3. 解の性質(粘性を含む場合)

前節では、等温音速点($u=c_s$)でdu/drが無限大になることには目をつむって、その点を通過後、解が後方の状態につながってゆくかどうかは問題にしなかった。$du/dr=\infty$の付近では粘性項が非常に重要になってくるであろう。粘性の効果を考慮すると、(9), (10)式は次のように変更される。(5)

$$\rho u^2 + p - \frac{4}{3}\mu \frac{du}{dr} = 一定 \equiv J_2, \tag{20}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 - \frac{\frac{4}{3}\mu u}{J_1}\frac{du}{dr} - \frac{W}{J_1} = 一定 \equiv J_3, \tag{21}$$

ここでμは粘性係数である。(20), (21)を書き直すと、

$$\frac{4}{3}\frac{\mu}{J_1}\frac{du}{dr} = u + \frac{k_0 \mathcal{Z} T}{m_i u} - \frac{J_2}{J_1}, \tag{20'}$$

$$\frac{K_c}{J_1}\frac{dT}{dr} = \frac{\chi}{\gamma-1}\frac{k_B T}{m_i} - \frac{1}{2}u^2 + \frac{J_2}{J_1}u$$

$$-\frac{W_L}{J_1} - J_3 \ , \qquad (21')$$

(20)', (21)' より $du/dr = dT/dr = 0$ の関係を図3-2に図示した。曲線Aは $du/dr=0$, 曲線Bは $W_L=0$ のときの $dT/dr=0$, B'は $W_L=0$, のときの $dT/dr=0$ を表わす。カット・オフより高密度側 ($W_L=0$) に関しては、図中の斜線部分は、$du/dr \cdot dT/dr < 0$ であるために、この部分に燃焼波の解は存在しない。当然、その解は図中の横線部分に存在する。吸収炎の前方では、横線部分は $dT/du > 0$ が成立するために、解は O_1 から出発して破線のような経路を辿るであろう。もし、P炎で吸収が起こったら、その炎以降では、$dT/dr < 0$ でなければならないから、当然曲線B'はP炎よりも上側に存在しなければならない。そうするとP炎以降では横線部分は $dT/du < 0$, となり、解曲線は破線 $P\text{-}O_2$ のような経路を辿るであろう。この O_2 炎は、上述のことから明らかなようにB'とAとの交

点であることが必要である。

3-2-4. 近似解

(8)-(10)式からρ, uを消去し、各物理量を等温音速点（添字sで表わす）における量で規格化すると、

$$\frac{\bar{T}^{5/2}\, d\bar{T}/d\bar{r}}{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}\bar{T}+1-\sqrt{1-\bar{T}}} = 1, \tag{22}$$

ここで、－は規格化された量を示し、rは

$$\frac{K_{co}T_s^2}{P_s(k_B\mathcal{Z}/m_i)^{3/2}} \tag{23}$$

で規格化されている。ペレット内部は非常に高密度であるために、図3-2のO_1点に当る部分は殆んど原点、即ち$u=0$, $T=0$と一致すると見なせる。そこで、(22)では$J_3 \approx 0$と取った。

(22)の近似解を求めてみよう。まず最初は、燃焼波の前面に近い領域、即ち$\bar{T} \ll 1$では

$$\bar{T} = \left[\frac{5(\gamma+1)}{4(\gamma-1)}(\bar{r}+\bar{r}_0)\right]^{2/5}, \tag{24}$$

ここでは、等温音速点を原点に取り、$\bar{r}=-\bar{r}_0$ が波面の先端に当るものとした。次に音速点に近い領域即ち、$\bar{\tau}\approx 1$ では(22)式の分母の一部分を

$$1-\sqrt{1-\bar{\tau}} \approx \bar{\tau}, \tag{25}$$

と置くことにより

$$\bar{\tau}=\left[\frac{5(3\gamma-1)}{4(\gamma-1)}\bar{r}+1\right]^{2/5} \tag{26}$$

と求めることが出来る。(5) (25)の近似は一見、不思議に見えるが、これは音速点付近では $p\approx\rho u^2$ と置いた結果に他ならない。(24)と(26)を結ぶことは詳しく解析すれば出来なくはないが、実際にはこの程度の解で充分間に合う。(24)と(26)を使って燃焼波の幅を求めてみよう。(26)をそのまま前面の方まで延長して考え、$\bar{\tau}=0$ になる点を考えると（$\bar{r}=-\bar{r}_0$ とする）

$$\bar{r}_0=\frac{4(\gamma-1)}{5(3\gamma-1)}$$

また、(24)をそのまま後面に延長して、$\bar{\tau}=1$ を通るようにすると、

$$\overline{r_0} = \frac{4(\gamma-1)}{5(\gamma+1)}$$

正確な幅は、この近似から考えて $4(\gamma-1)/5(3\gamma-1)$ と $4(\gamma-1)/5(\gamma+1)$ の間にあるであろう。故に燃焼波の幅は

$$\epsilon \cdot \frac{K_{co} T_s^2}{\rho_s (k_B \bar{Z}/m_i)^{3/2}} \approx \epsilon \sqrt{\frac{m_i}{m_e \bar{Z}}} \lambda_{ms}, \qquad (27)$$

ここで、

$$\frac{4(\gamma-1)}{5(3\gamma-1)} \leq \epsilon \leq \frac{4(\gamma-1)}{5(\gamma+1)}$$

$$\frac{2}{15} \leq \epsilon \leq \frac{1}{5} \quad (\gamma = \frac{5}{3} \text{のとき}) \qquad (28)$$

であり、λ_{ms} は等温音速点における電子・イオン間衝突の平均自由行路である。(27)を音速点における温度と密度で表わすと、

$$\epsilon \sqrt{\frac{m_i}{m_e \bar{Z}}} \lambda_{ms} = \frac{3\epsilon \sqrt{m_i/(m_e \bar{Z})} (k_B T_s)^2}{4\sqrt{2\pi} \ln \Lambda \cdot \bar{Z}^2 e^4 \rho_s / m_i}$$

$$= 8.7 \times 10^{-4} \epsilon T_s^{*2} \ (\mu m) \qquad (27)'$$

ここで、T^* は eV 単位で測った温度を表わし、ρ_s は 3-2-2 節の議論から、カット・オフ密度をとった。(イ

オンはD-T混合とし．レーザー光はNdガラスレーザーを考えている。）　もっとわかり易くするために．この長さをレーザー光のエネルギー・フラックスで表わしてみる。第2章の(56)，(62)，(63)，(64)と．$N \ll 1$ を使うと．

$$T_s = \frac{m_i}{k_B} \frac{\beta[(\gamma+1)-\gamma\beta]}{(\gamma+1)^2} \left\{ \frac{2(\gamma+1)^2(\gamma-1)\,W_L}{\beta_s\left[1-\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2\gamma+1}\right)^2\right]} \right\}^{2/3} ,$$

$\alpha = 1$，$\gamma = 5/3$，を仮定して

$$T_s^{*} \approx 6.2 \times 10^{3} \cdot W_L^{*\,2/3} \quad [eV] ,$$

W_L^{*} は $10^{14}\,Watt/cm^2$ を1になる様に規格化してある。上式と(27)より．

$$\epsilon\sqrt{\frac{m_i}{m_e Z}}\lambda_{ms} \approx 3.3 \times 10^{4}\,\epsilon\, W_L^{*\,4/3} \quad [\mu m] , \qquad (29)$$

第1章で述べたようなペレットのサイズと比較すると．この長さはかなりのものであることがわかるであろう。

3-2-5. 制限熱流と燃焼波

前節までは、熱流として(4)の形を用いてきた。先述のように、吸収点付近では(4)の妥当性が破れ、熱流は(7)の形になる可能性を持っている。この節では、吸収点付近で熱流が(7)の形で書ける場合の燃焼波条件を調べることにする。熱流の形は、はるか上流の方では勿論(4)の形であっても構わないが、吸収点直前の上流側では、(14)式においては $W = -\phi_0 \rho T^{3/2}$, 直後の下流側では $W = -W_L + \phi_0 \rho T^{3/2}$ と置くべきであることがわかるであろう。(エネルギー・フラックスの方向に注意) それ故、明らかに

$$W_L = 2\phi_0 \rho T^{3/2} \quad , \qquad (30)$$

が成立する。図3-3には、(8)・(9)の解曲線(即ち(11)式)をA, (10)の解曲線をB′として描いてある。B′の形は次のように近似できる。(10)式で、上流側の条件から、$J_3 \approx 0$ と置くことができ

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{2k_B}{m_i} T + \frac{1}{2}u^2 - \frac{\phi_0 \rho T^{3/2}}{J_1} \approx 0 \quad .$$

この関係式は

$$u^2 = X \frac{2k_B}{m_i} T$$

の変数変換により

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} + \frac{X}{2} = \frac{1}{\sqrt{X}} \phi_0 \left(\frac{m_i}{k_B 2}\right)^{3/2} \qquad (31)$$

となり、明らかにXは定数である。AとB'の交点は

$$u = \frac{J_2/J_1}{1+\frac{1}{X}}, \quad T = \frac{m_i}{2k_B X}\left(\frac{J_2/J_1}{1+\frac{1}{X}}\right)^2$$

となり、(30)式より

$$W_L = 2\phi_0 \left(\frac{m_i}{2k_B X}\right)^{3/2} \frac{1}{(1+\frac{1}{X})^2} \frac{P_a C_a^3}{\gamma^2 N}, \qquad (32)$$

ここでは第2章(64)式と同じ記法を用いた。明らかに(64)式中のαを

$$\alpha = \sqrt{\frac{X}{\gamma}}, \qquad (\quad)$$

と置くと、(32)式は第2章(64)式と一致する。ここで重要なことは、第2章の結果を大きく左右するパラメータαが、このようにX即ちϕ_0に依存するということである。このことは第4章で詳しく取り扱う。最

後に一言付け加えると、この制限熱流に支配される状況で最も重要なことは、熱流が dT/dr に依存しないということである。それ故、解が曲線Aを辿ってAとB'の交点までゆくときに、Aの $dT/du = 0$ という点は、この場合には最早特異点ではなくなり、dT/dr の符号に対しての物理的制限がまったく取り払われて、連続的に解が接続されてゆく。

3-3. 高速電子による燃焼波

3-3-1. 数値シミュレーション

パラメトリック吸収・共鳴吸収等の吸収は、電子プラズマ振動数がレーザー光の振動数にほぼ等しい密度（これをカット・オフ密度と呼ぶ）領域で局所的に起こる。このレーザー光の電場によって直接的に加速された極く一部の高速電子は、カット・オフ密度領域を離れて、ペレット内部の高密度領域と外部の真空領域に飛び去ってゆく。高密度領域に飛来した高速電子は、その領域の電子・イオンと衝突して、そのエネルギーを与える。最終的には、そのエネルギーは電子・イオン間で熱化され、その結果として発生する高圧によって、衝撃波が形成される。

高密度側では飛来した高速電子流によって、荷電中性が破れ、それを中和化しようとして静電場が形成される。ところが、高速電子の速度は非常に大きいためにその慣性が大きく、むしろ速度の遅い粒

子が電場によって加速され、カット・オフ側に流れてゆく。これを通常、帰還電流と呼んでいる。次章に示されるように、この帰還電流はイオン音波を励起する。このイオン波は、帰還しようとする電子を散乱し、帰還電流に対して異常抵抗を生じさせる。この結果として充分な帰還電流が得られぬが為に、高速電子の進入を妨げるかの如く、誘導電場が増幅されてゆくのである。

このイオン音波乱流による異常抵抗 ν_{eff} はイオン波の振幅の飽和レベルに依存しており、そのレベルは飽和機構によっている。イオン波の飽和機構に関しては既に多くの理論が存在し、その中には、分布関数の準線型的変化、非線型ランダウ減衰、共鳴幅の広がり、高速イオンの生成、イオンの捕捉等がある。粒子コード、実験との比較によれば、ν_{eff} の最も信頼のおけるオーダーは $10^{-2}\omega_{pe}$ ぐらいであるとされている。ここで ω_{pe} は電子プラズマ周波数である。

この節では補節で詳述される計算コードを用いて行なった数値シミュレーションの結果を述べる。ここでのシミュレーションにおいては、ガラスの40 μmの平面ターゲットにNdガラスレーザーを一定出力密度で照射する場合に限る。また前述のν_{eff}に関しては大略、イオン捕捉によって定まるものとして、

$$\nu_{eff} = \frac{1}{16}\left[1-\sqrt{\frac{3T_i}{2T_e}}\right]^4 \omega_{pe} \qquad (34)$$

を用いる。ここでTは温度、Zはイオンの原子価であり、添字i, eはそれぞれイオン、電子を表わすものとする。カット・オフ近傍ではT_e/T_iはおよそ3程度であるから(34)式より$\nu_{eff} \approx 0.014\,\omega_{pe}$を得るであろう。

図3-4(a)は高密度領域におけるイオン密度n_iとバックグラウンド電子の温度T_eの空間プロファイルの時間的推移を示す。このとき、入射レーザー光強度は$6.6\times10^{15}\,W/cm^2$であり、そのうち30%が高速電子にエネルギー吸収が起こったとして、Estabrookと Kruerらの与えた高速電子温度T_hを持つ粒子をカット・オフ

点で生成する。この図の計算ではレーザー光の圧力は含まれていない。衝撃波と定常な燃焼波の形成が明らかに見られるであろう。衝撃波は燃焼波とほぼ等速度で進んでおり、この点は通常の様相とかなり違うことがわかる。次節では簡単な解析が行なわれて、この結果との比較を行なう。高速電子密度n_hの空間プロファイルは図3-4(b)に示されている。このn_hのプロファイルはT_eのプロファイルとよく一致していることがわかる。これらのことから、燃焼波の構造は高速電子のエネルギー輸送によって決定されていることが明らかとなる。

図3-5(a), (b), (c)にはそれぞれカット・オフ点近傍のイオンと電子温度、高速電子密度、静電ポテンシャルϕが示されている。非常に興味あることは、カット・オフ付近で温度と密度に飛躍が生じていることである。そこでは、高速電子のカット・オフ点からの流出を妨げるようにポテンシャルの山が形成されている。3-3-3節ではこの現象が解析的に説明され

る。この静電場のために、イオンは真空中へ加速され、バックグラウンド電子はジュール加熱により加熱され、高速電子流は制限される。またカット・オフに向かって流れる帰還電流による熱伝導のために、カット・オフの近傍の高密度側では電子温度の低下が起こる。

図3-6は n_{hc}/n_c（n_cはカット・オフでの全電子密度、　はそこでの高速電子密度）の吸収レーザー強度依存性を示す。図で、丸印・三角印はそれぞれ、30%，10%吸収の場合のデータであり、このとき光圧は含まれていない。四角印は30%吸収でレーザー光圧を含んだときのものである。I_0を入射レーザー強度とするとT_hは$I_0^{0.39}$に比例するので、吸収されたエネルギーフラックスが$n_h T_h^{3/2}$に比例した形で運ばれるなら、n_hは$I_0^{0.42}$に比例するはずである。ところが図はこれとまったく違った依存性を持っている。これは3-3-3節で述べる高速電子の電場による捕捉の影響が考えられる。

レーザー光圧は高速電子をカット・オフから押し出そうとするために、逆に上述の誘導電場を強める。補節の(A-1)と(A-16)式に現われるE+E_RをEで置きかえてやれば、その式はレーザー光圧のないものと同じである。但し、イオンの運動のみが、電場とレーザー光圧を同方向に感ずるために違いが出てくる。このことから、レーザー光圧の影響は比較的少ないものと考えてよいであろう。

3-3-2. 高密度側の構造の理論モデル

図3-4(a)に見られる如く、高密度側の燃焼波はほぼ定常と見做すことができる。もし、高速電子の密度が非常に低くて、その輸送に対しては、電場の影響よりも衝突の影響の方が大きいと見做すことができるとき、即ち

$$\frac{eN_hE}{m_e\nu_{hi}N_hu_h}=\frac{N_h\nu_{ei}}{N_e\nu_{hi}}=\frac{N_h}{N_e}\left(\frac{T_h}{T_e}\right)^{3/2}\ll 1 \qquad (35)$$

の条件が成立するとき、輸送の解析は以下に見られ

ねとおり非常に簡単になる。ここで、ν_{hi}は高速電子のイオンによる散乱周波数、ν_{ei}はバックグラウンド電子とイオンとの衝突周波数を表わす。電場の大きさの推定に関しては、バックグラウンド電子の運動方程式を使用した。

高速電子、バックグラウンド電子、イオンに対する質量保存の式は、

$$\frac{d n_h u_h}{dx} = -\frac{\nu_{hi}}{2} n_h \quad , \tag{36}$$

$$\frac{d j_e}{dx} \equiv \frac{d n_e u_e}{dx} = \frac{\nu_{hi}}{2} n_h \tag{37}$$

$$j_i \equiv n_i u_i = 一定 \tag{38}$$

となる。(36)式の右辺$\nu_{hi}/2$は高速電子とバックグラウンド電子との衝突周波数を表わすが、この項は高速電子がエネルギーを失なって減衰しバックグラウンド電子と同じレベルになれば、高速電子として消滅することをモデル的に表わしたものである。この効果は、補節(A-1)式の0次のモーメントをとることによって得ることができる。もし、高速電子の密度

が小さくて(35)式を満足するような場合には、高速電子の運動方程式は

$$\frac{d n_h u_h}{dx} = -\frac{k_B}{m_e \nu_{hi}} \frac{d n_h T_h}{dx}, \tag{39}$$

となる。また、全体の系に対する運動量保存は

$$m_i \dot{j}_i u_i + (Z+1) n_i k_B T \equiv P_T = 一定 \tag{40}$$

ここで高速電子の圧力は(35)式の条件から無視することができる。また、$T_e = T_i = T$ を仮定した。

バックグラウンド電子とイオンの系に対するエネルギー保存は

$$\frac{d}{dx}\left\{\left[\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right)\dot{j}_e + \frac{5}{2}\dot{j}_i\right] k_B T + \frac{1}{2} m_i \dot{j}_i u_i^2\right\}$$

$$= \frac{\nu_{hi}}{2} n_h k_B T_h, \tag{41}$$

と書ける。ここで α_T の項は熱電気電流の効果を表わす。以下では、燃焼波の形成は主に(41)式の右辺で表わされるような高速電子のエネルギー緩和によって起こると考えてゆき、バックグラウンド電子の熱伝導の効果は小さいものとした。

前節のシミュレーション結果を見れば、高速電子の温度T_hは、n_hに較べて空間的に非常にゆっくり変化しているだけであるので、以下ではT_hは一定として取り扱う。こうすると(36), (39)式は、拡散の方程式になり、

$$\lambda_h \frac{d}{dx}\left(\lambda_h \frac{dn_h}{dx}\right) = n_h, \tag{42}$$

ここで、λ_hは高速電子の実効平均自由行路で

$$\lambda_h = \sqrt{2}\, v_{Th} / \nu_{hi}, \tag{43}$$

$$v_{Th} = \sqrt{k_B T_h / m_e}, \tag{44}$$

で定義されている。(42)式の解

$$n_h = n_{h0} \exp\left\{-\int_0^x \frac{dx}{\lambda_h}\right\} \tag{45}$$

を使えば、高速電子の流速は

$$n_h u_h = \frac{n_h v_{Th}}{\sqrt{2}} \tag{46}$$

で与えられる。以下では添字の0は$x=0$の点を意味し、xの正の方向はカット・オフから高密度側に向いているものとする。(45)式を用いれば、(41)式は簡単

東京工業大学 450526

に積分できて

$$\left[\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right)j_e+\frac{5}{2}j_i\right]k_BT+\frac{1}{2}m_i j_i u_i^2$$

$$=-\frac{n_h k_B T_h V_{Th}}{\sqrt{2}}, \tag{47}$$

となる。ここで、固体密度側の境界条件として、$n_i\to\infty$, $T\to 0$, $u_i\to 0$, $n_h\to 0$ を用いた。(47)式の右辺は(46)式で表わされる流束によって運ばれるエネルギー流のような形はしているが、実際は、高速電子とバックグラウンド電子とのエネルギー緩和であることに注目すべきである。何故ならば、単にエネルギー流があるだけでバックグラウンド電子との相互作用がなければ、(47)の右辺は存在しないからである。

方程式(38), (40), (45)と準中性条件 $j_e=zj_i-n_iV_{Th}$ 後を使って、n_i, T, n_h, j_e を消去すると

$$\frac{5}{2}\frac{(1+\frac{2}{5}\alpha_T)z+1}{z+1}P_Tu_i+m_ij_i\left[\frac{1}{2}-\frac{5}{2}\frac{(1+\frac{2}{5}\alpha_T)z+1}{z+1}\right]u_i^2$$

$$=-\frac{n_{h0}V_{Th}}{\sqrt{2}}\left[k_BT_h-\frac{5}{2}\frac{1+\frac{2}{5}\alpha_T}{z+1}\frac{u_i}{j_i}(P_T-m_ij_iu_i)\right]$$

$$\times\exp\left[-\int_0^x\frac{u_{i0}}{l_{h0}}\frac{dx}{u_i}\right], \tag{4}$$

となるが，この式は容易に積分できて，以下のようになる。

$$\bar{P}_T \ln\left|\frac{u_i/u_{i0}+\bar{P}}{1+\bar{P}}\right| + \ln\left|\frac{(u_i/u_{i0})^2-\tilde{P}_T u_i/u_{i0}+\tilde{T}_h}{1-\tilde{P}_T+\tilde{T}_h}\right|$$

$$-2\left(\tilde{T}_h-\frac{1}{4}\tilde{P}_T^2\right) I_A = x/l_{ho}\,, \qquad (49)$$

ここで，次のような表式を使った。

$$\tilde{P}_T = P_T/m_i j_i u_{i0}\,,$$

$$\bar{P}_T = \frac{5/2\,[(1+2\alpha_T/5)Z+1]}{(Z+1)/2-(5/2)[(1+2\alpha_T/5)Z+1]}\,\tilde{P}_T\,,$$

$$\tilde{T}_h = \frac{Z+1}{5/2+\alpha_T}\,\frac{k_B T_h}{m_i u_{i0}^2}\,,$$

$$I_A \equiv \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{\tilde{T}_h-\tilde{P}_T^2/4}}\left[\arctan\left(u_i/u_{i0}-\tilde{P}_T/2\right)-\arctan\left(1-\tilde{P}_T/2\right)\right] \\ \qquad \text{if} \quad \tilde{T}_h > \tilde{P}_T^2/4 \\ \dfrac{1}{2\sqrt{\tilde{P}_T^2/4-\tilde{T}_h}}\left[\ln\left|\dfrac{u_i/u_{i0}-\tilde{P}_T/2-\sqrt{\tilde{P}_T^2/4-\tilde{T}_h}}{u_i/u_{i0}-\tilde{P}_T/2+\sqrt{\tilde{P}_T^2/4-\tilde{T}_h}}\right|\right. \\ \qquad \left. -\ln\left|\dfrac{1-\tilde{P}_T/2-\sqrt{\tilde{P}_T^2/4-\tilde{T}_h}}{1-\tilde{P}_T/2+\sqrt{\tilde{P}_T^2/4-\tilde{T}_h}}\right|\right] \\ \qquad \text{if} \quad \tilde{T}_h < \tilde{P}_T^2/4 \end{cases}$$

この解は非常に煩雑でその性質を把握することが難かしいが、もし流束の流れが亜音速である場合には簡単な形になる。即ち、

$$\frac{u_i}{u_{i0}} \approx \frac{n_{i0}}{n_i} \approx \frac{T}{T_0} \approx A_T + (1-A_T)\exp[x/(\lambda_{h0}A_T)], \quad (50)$$

$$A_T \approx \frac{T_h}{T_0(\frac{5}{2}+\alpha_T)} \quad (51)$$

xの正の方向は高密度側を向いているので、燃焼波が存在するためには、$T_h > T_0(\frac{5}{2}+\alpha_T)$ が要求される。このとき、燃焼波の幅は、$\lambda_{h0}A_T \ln[A_T/(A_T-1)]$ となる。もし、$A_T \gg 1$ であるならば、(50)は $u_i/u_{i0} \approx 1-x/\lambda_{h0}$ という形になりその幅は λ_{h0} になることに注目しよう。これは3-2-4節(27)式で求めた熱伝導による燃焼波解の幅とかなり異なる依存性を持っていることがわかるであろう。

図3-7は、ここで求まった解析解をプロットしたもので、実線で示されている。また丸、三角、四角はそれぞれ3-3-1で示されたシミュレーションの

結果である。双方とも、定性的には一致していると見てよいであろう。このことから、この燃焼波の構造は、ジュール加熱やバックグラウンド電子の熱伝導によってではなく、高速電子のエネルギー緩和によって形成されているであろうということが推定できる。

3-3-3. カット・オフ近傍の構造の理論モデル

3-3-1節のシミュレーションで見られたようにカット・オフ点近傍では、イオン密度と電子温度にジャンプが生じる。この節ではこのジャンプが U_0 という速さで動く慣性系に乗ればほぼ定常的と見做せるものとして解析する。後に見られるようにこの領域の幅は高速電子の平均自由行路に較べて非常に短かく、その運動は主に電場の影響のみを受け、散乱・衝突は無視できるものとすれば、次のようなブラソフ方程式で記述できる。

$$\tilde{v}\frac{\partial F_{eh}}{\partial x}+\frac{e}{m_e}\frac{\partial \phi_{eff}}{\partial x}\frac{\partial F_{eh}}{\partial \tilde{v}}=0 \qquad (42)$$

そして、(52)式の解は全エネルギーの任意関数となり

$$F_{eh}(x, \tilde{v}) = F_c\left(\sqrt{\tilde{v}^2 - \frac{2e}{m_e}\phi_{eff}}\right) + F_0\left(-\sqrt{\tilde{v}^2 - \frac{2e}{m_e}\phi_{eff}}\right), \tag{53}$$

ここで F_c はカット・オフ点における高速電子の分布関数（但し、$\tilde{v} > -\sqrt{-\frac{2e\phi_{eff}}{m_e}}$ の部分のみ）で F_0 は高密度側における分布関数（但し、$\tilde{v} < 0$ の部分のみ）であり、ϕ_{eff} は静電場とレーザー光圧のポテンシャルの和である。$\phi_{eff} = 0$ をカット・オフ点にとり、高密度側では $\phi_{eff} = \phi_0$ と設定しよう。以下では、ジャンプの前後における関係を求めてみる。(53)で示されるように、我々はカット・オフ点と高密度側とでそれぞれ分布に境界条件を課す必要がある。簡単のために、ここでは、カット・オフ点での境界条件として T_h の温度を持つマクスウェル分布をとろう。また高密度側では前節の(46)式で与えられるドリフト速度を持つ T_h の温度のマクスウェル分布を与える。これは、高密度側で散乱された粒子が電場によって加速され、カット・オフまで逆流してくる効果を考慮したものである。

その結果として

$$n_{h0} = \alpha_N n_{hc} \exp\left(\frac{e\phi_0}{k_B T_h}\right), \tag{54}$$

$$\alpha_N \equiv \left[\Phi\left(-\sqrt{-\frac{e\phi_0}{k_B T_h}}\right) + \left(\sqrt{\pi/2}+1\right)\Phi\left(\sqrt{-\frac{e\phi_0}{k_B T_h}}\right)\right]^{-1} \tag{55}$$

$$n_i u_{i1}|_0 = \frac{n_{h0} V_{Th}}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha_N n_{hc} \exp\left(\frac{e\phi_0}{k_B T_h}\right) V_{Th}}{\sqrt{2}}, \tag{56}$$

ここで Φ は誤差関数を表わす。

$$\Phi(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{x} \exp(-\xi^2)\, d\xi \tag{57}$$

以下では、(54)-(56)を用いて各種の保存関係を導いてゆく。イオンの質量保存則は前節(38)と同じであるが、バックグラウンド電子の保存則は、高速電子の衝突を無視するために(37)式と異なり j_e は一定となる。全体の系に対する運動量の保存則も

$$m_i j_i u_{i0} + n_{e0} k_B T_{e0} + n_{h0} k_B T_h = m_i j_i u_{i0} + n_{ec} k_B T_{ec} + n_{hc} k_B T_h + P_R, \tag{58}$$

ここでは T_i は T_e と比較して小さいとして無視した。ここで我々は j_e, j_i を前節と同じように使用しているが、乗っている座標系が違うために実際には違う

量である。ただ、その混乱はないであろう。前節では衝突緩和が主に高速電子とバックグラウンド電子とのエネルギーの授受を受け持っていたが、この無衝突領域ではジュール加熱が支配的となる。その結果(41)のエネルギー保存則は修正されて

$$\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right)j_e' T_{e0} + \left(\Sigma j_i - j_e\right) e\phi_0 + \frac{m_i}{2} j_i u_{i0}^2$$

$$= \left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right) j_e T_{ec} + \frac{m_i}{2} j_i u_{ic}^2, \qquad (59)$$

となる。上式の第2項はジュール加熱から出てきたものである。ここで注目したいのは、(58)式にはレーザー光圧が陽に現われているのに(59)式ではそれがϕ_0に吸収されていることである。ジャンプの条件を求めるためには上記の保存則以外に種々の付加条件を要する。一つは準中性の条件

$$j_e - \Sigma j_i = -\alpha_N n_{hc} v_{Th} \exp\left(\frac{e\phi_0}{k_B T_h}\right) / \sqrt{2} \qquad (60)$$

であり、また両側での荷電中性の条件$\Sigma n_{i0} = n_{e0} + n_{h0}$, $\Sigma n_{ic} \equiv n_c = n_{ec} + n_{hc}$である。イオン流に相対的なバックグラウンド電子流、即ち(60)式には、ある条件を

課すことが可能である。イオン音波はバックグラウンド電子のイオンに対する相対的なドリフト運動によって駆動されている。この波は電子とイオンの分布によるランダウ減衰によって成長が抑制されているが、与えられた T_e, T_i の状況では、成長率が零となる。ある臨界的なドリフト速度が存在するであろう。我々は、この臨界速度を αC_{seo} であるとしよう。ここで、C_{seo} は $C_{seo} \equiv \sqrt{2 k_B T_{eo}/m_i}$ で定義されるイオン波の音速である。この成長率が零になる点がジャンプの高密度側の状態に対応するものとすれば、(60)式より

$$n_{eo} = \frac{\alpha_N n_{hc} V_{Th} \exp(e\phi_0/k_B T_h)/\sqrt{2}}{\alpha C_{seo}} \qquad (61)$$

が得られる。

高密度側の電子温度 T_{eo} は前節で得られた解から推定することができる。(47)式から

$$\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right) j_e' k_B T_{eo} \approx -\frac{n_{ho} k_B T_h V_{Th}}{\sqrt{2}} \qquad (62)$$

が得られる。ここで j_e の座標系の違いを区別する意、

味で j_e' をかわりに用いた。j_e' の準中性条件でイオンの流れを無視したときの

$$j_e' \simeq -\alpha_N n_{hc} \exp\left(\frac{e\phi_0}{k_B T_h}\right) \sqrt{\frac{}{}}$$

と(62)式から、T_{eo} は

$$T_{eo} \simeq \frac{T_h}{\frac{5}{2}+\alpha_T} \tag{63}$$

以上の式を使って、各量のジャンプ条件を求める。この際、話を簡単化するために、カット・オフ面の燃焼波面に対する相対速度を無視すると

$$T_{eo} = T_{ec} + \frac{1}{\frac{5}{2}+\alpha_T}\frac{e\phi_0}{T_h} \tag{65}$$

$$\frac{Z n_{io}}{n_c} = \frac{\alpha_N}{\alpha}\sqrt{\frac{m_i}{Z m_e}}\,\frac{n_{hc}/n_c \exp(e\phi_0/k_B T_h)}{\sqrt{Z\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right)}} \tag{64}$$

ここで、n_{hc}/n_c は入射レーザー強度に依存しているものと考えてよいが、この量の関係を求めることは現在出来ていない。これは将来の課題となるであろう。ここでは、n_{hc}/n_c が与えられたとして話を進めるが、その時、ϕ_0 は n_{hc}/n_c で陰的に与えられ、その関係は、

$$\frac{n_{hc}}{n_c}=\frac{1-\frac{e\phi_0}{k_B T_h}+\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right)P_R/(n_c k_B T_h)}{\frac{60\alpha_N}{\alpha}\sqrt{\frac{\frac{5}{2}+\alpha_T}{2}}\exp\left(\frac{e\phi_0}{k_B T_h}\right)+1-\frac{e\phi_0}{k_B T_h}+\left(\frac{5}{2}+\alpha_T\right)\left[\alpha_N\exp\left(\frac{e\phi_0}{k_B T_h}\right)-1\right]} \tag{65}$$

図の 3-8 (a), (b), (c) にはそれぞれシミュレーションで求まったジャンプの関係を示す。ここで記号は、図 3-6 で使用されたものと同じ意味である。また実線はこの節で求めた解析解を示す。簡単な解析にもかかわらず、大略の様相は類似していることがわかる。このことから、この領域におけるジャンプは主にジュール加熱と帰還電流による熱伝導によって形成されていることがわかる。

3-4. 燃焼波解に対する非定常・非平衡性の影響

3-4-1. 温度非平衡性の影響[5]

3-2節では、音速点における特異性のために音速点を越えて解を求めてゆくことに種々の問題が生じた。その源は運動方程式(13)にある。即ち、音速点($u^2 = 2k_B T/m_i$)では dT/dr が零でない限り、du/dr が発散してしまうからである。熱流がプラズマ中に浸透すべき物理的要請 $dT/dr = 0$, が必要であるからこの特異性は除去できなかった。しかしながら、3-3節では3-2節と同じ運動方程式を用いながらも、上述のような特異性をまったく問題にすることなく音速点を越えて解を求めることができた。この違いは何であろうか。話は簡単なことで、3-3節の場合には音速点で $dT/dr = 0$, が実現されているのである。3-2節の場合と違って熱流は高速電子が になっているために、$dT/dr = 0$ であっても物理的に矛盾は生じないことがわかる。このように、音速点に

おいて $du/dr = 0/0$ ((13)式参照) となるとき特異性が除去できる可能性があるということは、重要である。3-3節の考え方をもう一度、別の角度で見てみよう。3-2節では、電子とイオンの温度が等しいと考えてきたが、もしも電子とイオンの間に温度差が存在したらどうであろうか。レーザー光は質量の軽い電子によって主に吸収されるのであるから、この温度差はあり得ることである。そのとき、プラズマを動かす力はプラズマ全体としての温度 $T_e + T_i$ によって決定されるが、電子によって主に運ばれる熱流は T_e のみに依存する。このことは、3-3節に類似の効果を及ぼす可能性がある。

$T_e \neq T_i$ であるとして方程式(2)、(3)を定常形 ($\partial/\partial t = 0$, $V \to u$) で書き直すと、

$$\frac{d}{dr}(\rho u^2 + p_e + p_i) = 0 \quad , \tag{66}$$

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{d}{dr}(p_e u) + p_e \frac{du}{dr} = -\frac{dW}{dr} - \frac{2k_B/m_i}{\gamma-1} \times \frac{(T_e - T_i)}{\tau_{eq}} \quad , \tag{67}$$

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{d}{dr}(p_i u)+p_i\frac{du}{dr}=+\frac{Z k_B/m_i}{\gamma-1}\frac{T_e-T_i}{T_{eg}}, \qquad (68)$$

ここで (67), (68) 式の右辺の最後に温度緩和の効果を加えた。(67)と(68)を加えると

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{(p_e+p_i)}{\rho}+\frac{1}{2}u^2+\frac{W}{J_1}=J_3, \qquad (69)$$

変形の際、(66)と(8)を使用した。(66), (69) は、$p=p_e+p_i$ と置けば、3-2-1節の基礎方程式と殆んど変わりがない。(66)式を(13)式と同じ形で書き表わすと

$$\frac{du}{dr}=\frac{-\frac{k_B}{m_i}\frac{d}{dr}[Z T_e+T_i]}{u\left[1-\frac{k_B}{m_i u^2}(Z T_e+T_i)\right]}, \qquad (70)$$

$u^2=\frac{k_B}{m_i}(Z T_e+T_i)$, で分母が零になる。混乱のない限り、ここも等温音速点と呼んでおく。この音速点で分子も零になってくれれば特異性が除去できるであろう。即ち、

$$Z\frac{dT_e}{dr}=-\frac{dT_i}{dr}, \qquad (71)$$

が成立すればよい。(68)式を使って、(70)式中の dT_i/dr を消去すれば

$$\frac{du}{dr} = \frac{-\frac{Zk_B}{m_i}\frac{dT_e}{dr} - \frac{Zk_B/m_i}{u}\frac{T_e - T_i}{\tau_{eq}}}{u\left[1 - \frac{k_B}{m_i u^2}(ZT_e + \gamma T_i)\right]} \quad (72)$$

となる。(70)式と違ってここでは、$u^2 = \frac{k_B}{m_i}(ZT_e + \gamma T_i)$ の特異点が問題となってくる。レーザー光のエネルギーは主に電子によって吸収される筈であるから、$T_e > T_i$ は当然であろう。そうすると、(72)式の特異点が除去できるためには、その点で分子が零とならねばならないから、$dT_e/dr < 0$ でなければならなくなる。この意味することは、$u^2 = \frac{k_B}{m_i}(ZT_e + \gamma T_i)$ は吸収点より外側に位置するということである。吸収点を $r=0$、高密度領域を $r<0$ と考えれば、上述の議論は $r=0$ で $u^2 < \frac{k_B}{m_i}(ZT_e + \gamma T_i)$ であることを要請する。$u^2 = \frac{k_B}{m_i}(ZT_e + \gamma T_i)$ の点で(72)式の分子が零になるためには

$$L \sim \sqrt{\frac{k_B Z T_e}{m_i}}\,\tau_{eq} \quad (73)$$

(L は温度の空間スケール)(また $T_e \gg T_i$ と考えた。)の程度である必要がある。$\tau_{eq} \sim \frac{m_i}{m_e}\frac{\lambda_m}{C_{Te}}$ を考える

と (73) は

$$L \sim \sqrt{\frac{\Sigma m_i}{m_e}}\,\lambda_m \qquad (74)$$

これは、3-2-4 節の (27) 式で表わされる温度の空間スケールとほぼ同程度であることから、(73) の関係が満足されるようなことは充分起こり得る。この特異点を通過した後のはるか後方の一様状態は $T_e = T_i$ を満足している筈であるから、その状態の様子は 3-2-2 節の結果と一致する筈である。ここでは、そのような一様状態へ解が連続的につながってゆくためには、電子・イオン間の温度差を一部考慮する必要があることを示唆するのにとどめよう。何故ならば、一様な後方の状態につながる定常解は、実際にレーザー核融合で実現されるであろうプロファイルと本質的に違う性質を持っているからである。レーザー照射ペレットの外側は真空であり、このような真空に接する領域では定常解は存在しない。これは 3-2-1 節の (8), (9) 式を見れば明らかである。真空につながる

領域では $\rho \to 0$. であるから (8) 式より $u \to \infty$ となり. (9) 式の第一項は $J_i u$ の形で無限大に発散する。圧力 p は常に正であるから. ここで運動量の保存が破られる。即ち、定常解は存在できない。

実際に、(1)-(3) の非定常な方程式を数値的に解いてやると. 吸収点近傍かそれ以下の密度の領域では. 定常性が破れてくることがわかっている。この非定常性の果たす重要な役割は. 次のようにしても明らかにすることができる。方程式 (1), (2) をある速度で進む座標系に変換して ($V \to u$), 時間微分を残したまま変形すると

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{-\frac{z k_B}{m_i u}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{z k_B T}{m_i u^2}\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} - \frac{\partial \ln u}{\partial t}}{1 - \frac{z k_B T}{m_i u^2}} \qquad (75)$$

(75) 式の分子の $\partial/\partial t$ の部分は. (70) 式中の $T_e \neq T_i$ の効果とまったく同じ働らきをしている。音速点における特異性を除去するための密度の時間スケールのオーダーを見積ってみる。

$$\frac{2k_B}{m_i u}\frac{\partial T}{\partial r} \sim \frac{2k_B T}{m_i u^2}\frac{\partial \ln p}{\partial t}$$

かつ、$u \sim \sqrt{2k_B T/m_i}$, $(\partial/\partial r)^{-1} \sim \sqrt{m_i/m_e}\,\lambda_m$, ((27)式参照)

$$\left(\frac{\partial \ln p}{\partial t}\right)^{-1} \sim \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{m_i}{m_e}\tau_e \sim \tau_{eq} , \qquad (76)$$

(76)はそんなに短かい時間スケールではない。これからもわかるように、$T_e \neq T_i$ の効果と非定常性の効果は、同じ領域で起こるであろう。3-4-2節以下ではこの非定常現象の解析的取り扱いを検討するが、その際に、解析の見通しをよくするために、$T \equiv T_e \gg T_i$ と仮定して話を進めてゆく。

3-4-2. 相似解

偏微分方程式の特解を求める方法の一つに相似解による方法がある。この節では、相似解の二つの例を掲げて次節以下の理解の助けとしよう。

方程式(1), (2)の特解を求めてみよう。(1), (2)だけでは方程式が閉じないので、断熱過程 $p \propto \rho^{\gamma}$ の

近似を使う。(1). (2) の解は r と t の関数であるが、特別に $\zeta = r/t$ の変数でまとめることのできる形になっていると仮定しよう。そうすると解は ζ だけの関数ということになり、

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial \zeta}{\partial t}\frac{d}{d\zeta} = -\frac{\zeta}{t}\frac{d}{d\zeta} \\ \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{\partial \zeta}{\partial r}\frac{d}{d\zeta} = \frac{\zeta}{r}\frac{d}{d\zeta} \end{aligned}\right\} \qquad (77)$$

の関係が成立するから、(1), (2) 式を (77) 式を用いて書き直すと

$$(V-\zeta)\frac{d\rho}{d\zeta} + \rho\frac{dV}{d\zeta} = 0 \quad . \qquad (78)$$

$$\frac{c^2}{\rho}\frac{d\rho}{d\zeta} + (V-\zeta)\frac{dV}{d\zeta} = 0 \quad . \qquad (79)$$

この解は

$$V = \zeta \pm C = r/t \pm C \qquad (80)$$

(80) と (78) より

$$\frac{dV}{d\rho} = \pm\frac{c}{\rho} \qquad (81)$$

この式は、2-3-2 節の (24) 式と一致する。即ち、(80) は

断熱膨張の解である。(81)を積分すると

$$V \pm \frac{c}{\gamma-1} = 一定 \equiv \pm \frac{c^*}{\gamma-1}$$

となる。但し、c^* は $V=0$ の点での音速である。この式と(80)とから

$$V = \frac{1}{\gamma}(x/t \pm c^*)$$

これが、相似解の中で最も代表的なものの一つである。

もう一つの例は、著者の求めた爆縮の解がそれである。第2章では、弱い衝撃波を沢山重ね合わせることによって断熱圧縮を実現させる方法を論じた。一つ一つの衝撃波は、波面に乗った座標系で定常ではあるが、その重ね合わさった解は非定常な性質を持っていて、2-4-4節で求めたような形をしている。ここでもう一度、圧力・密度・流速の解を書き下すと、

$$\bar{p} = \bar{p}_0 \left[\frac{\gamma-1}{(\gamma-1)\bar{c}_0}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \left(\zeta + \frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \qquad (82)$$

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_{f0}\left[\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{c}_0}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}\left(\zeta+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} \tag{83}$$

$$\bar{V} = -\frac{2}{\gamma+1}(\zeta-\bar{c}_0) \tag{84}$$

(84)式は(41-a)の微分形

$$\frac{d\bar{V}}{d\xi} = -\frac{4}{\gamma+1}G\bar{c}$$

と、$\bar{c}\propto\bar{T}^{1/2}$ とから得られる。(82)~(84)は

$$\zeta = \frac{\gamma}{t_s-t} \tag{85}$$

という一つの変数で書き表わすことが出来ていて、相似解の一つである。確かに(82)-(84)が、(1),(2)式の解になっていることを以下に示しておく。(85)の関係から、(77)と同様に

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\zeta}{(t_s-t)}\frac{d}{d\zeta}\quad,\quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\zeta}{r}\frac{d}{d\zeta}\quad, \tag{86}$$

が成立する。(82)-(84),(86)を用いて(1)式の各項を計算すると、

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \frac{2}{\gamma-1}\frac{\zeta}{t_s-t}\bar{\rho}_{f0}\left[\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{c}_0}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}\left(\zeta+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)^{\frac{3-\gamma}{\gamma-1}}, \tag{87}$$

$$\frac{\partial \rho V}{\partial r} = -\frac{\zeta}{r}\bar{\rho}_{t0}\frac{2}{\gamma+1}\left[\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{c}_0}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}} \times$$

$$\left[\frac{2}{\gamma-1}\left(\zeta+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)^{\frac{3-\gamma}{\gamma-1}}\left(\zeta-\bar{c}_0\right)\right.$$

$$\left.+\left(\zeta+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}\right]$$

$$= -\frac{2}{(\gamma-1)}\frac{\zeta^2}{r}\bar{\rho}_{t0}\left[\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)\bar{c}_0}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}}\left(\zeta+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right)^{\frac{3-\gamma}{\gamma-1}}, \qquad (87)'$$

(85)を考慮すると、にしかに

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V}{\partial r} = 0$$

が成立する。また(2)式は(1)を使って

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \qquad (88)$$

と変形できるので

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{2}{\gamma+1}\frac{\zeta}{t_s-t}, \qquad (89)$$

$$V\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\zeta}{r}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^2\left(\zeta-\bar{c}_0\right), \qquad (89)'$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2}\frac{\zeta}{r}\left(\zeta+\frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right), \qquad (89)''$$

(39)と(89)'とから、((85)式も考慮して)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2}\frac{\zeta}{r}\left(\zeta + \frac{2}{\gamma-1}\bar{c}_0\right).$$

これは (89)″ と共に (88) を満足する。

3-4-3. 非定常性の影響

ここでは、燃焼波の基礎方程式 (1)-(3) の相似解を求めてみよう。定常性が破られる可能性のあるのは真空に近い領域であり、高密度領域では依然として定常性が成立していることが予測できる。それ故ここでは真空に近い領域のみに話を限定しておこう。そこでは殆んど等温であると見做せるであろう。即ち、

$$\frac{T}{\rho}\left|\frac{\partial \rho}{\partial r}\right| \gg \left|\frac{\partial T}{\partial r}\right|$$

が成立していると見てよいであろう。この近似を用い、相似変数

$$\zeta = r/t \tag{90}$$

を用いて、(1), (2) 式を書き直すと、

$$(u-\zeta)\frac{d\rho}{d\zeta} + \rho\frac{du}{d\zeta} = 0 \quad , \tag{91}$$

$$(u-\zeta)\frac{du}{d\zeta} + \frac{C_s^2}{\rho}\frac{d\rho}{d\zeta} = 0 \quad . \tag{92}$$

ここで

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\zeta}{t}\frac{d}{d\zeta} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\zeta}{r}\frac{d}{d\zeta} \quad , \tag{93}$$

を考慮した。C_sの変化（即ち温度の変化）を無視すると、(91), (92)式から

$$u = \zeta + C_s \quad , \tag{94}$$

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\zeta}{C_s}\right) \quad , \tag{95}$$

を容易に得ることができる。（ここでは、$r=0$が音速点となるように座標を定めてある。）また(3)を

$$T = t^a \textcircled{H}(\zeta) \tag{96}$$

の変数に変換すると

$$\frac{K_0 \rho_s / m_i}{\gamma - 1} a \textcircled{H} t^{a-1} = t^{\frac{3}{7}a-2} K_{c0} \frac{d}{d\zeta}\textcircled{H}^{5/2}\frac{d\textcircled{H}}{d\zeta} \quad , \tag{97}$$

ここでは、$u \approx \zeta \gg C_s$と仮定した。即ち、今求めようとしている吸収点近傍では、流れは超音速であると考えた。レーザー光の吸収率をK_aとすると

$$\frac{\partial W_L}{\partial r} = -K_a W_L \tag{98}$$

の関係が成立する。ここで K_a[6] は

$$K_a = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\lambda_L^2 Z^3 e^6 \ln\Lambda}{12\pi^2 C^3 m_i^2 (m_e k_B)^{3/2}} \frac{\rho^2}{(1-\rho/\rho_c)^{1/2} T_e^{3/2}}, \tag{99}$$

と求められている。(98)式は

$$\frac{dW_L}{d\zeta} = -K_{a0}(\zeta) \cdot t^{1-\frac{3}{2}a} \cdot W_L$$

と変形でき、その解は

$$W_L = W_{L0} \cdot e^{-\int_\infty^{\zeta_c} K_{a0}(\zeta) t^{1-\frac{3}{2}a} \cdot d\zeta}$$

$$\approx W_{L0}\left(1 - t^{1-\frac{3}{2}a} \int_\infty^{\zeta_c} K_{a0}(\zeta)\, d\zeta\right), \tag{100}$$

ここで

$$K_{a0}(\zeta) = K_a \cdot t^{\frac{3}{2}a}, \tag{101}$$

であり、(100)で W_{L0} は入射したときのレーザー光のエネルギー・フラックスであり、(100)の最後の式では吸収率が小さい。即ち、$\int K_{a0} t^{1-\frac{3}{2}a} \cdot d\zeta \ll 1$, の近似を用いた。そのとき、吸収されたレーザー光のエネルギー・フラックスは

$$W_{Labsorbed} \approx t^{1-\frac{3}{2}a} \cdot W_{L0} \int_{\zeta_c}^{\infty} K_{a0}(\zeta)\, d\zeta , \qquad (102)$$

この分のエネルギー・フラックスが熱フラックスとしてプラズマ中に運ばれると考えると

$$W_{Labsorbed} \approx K_{c0} T^{5/2} \frac{\partial T}{\partial r}$$

$$= K_{c0}\, t^{\frac{7}{2}a-1} \cdot \textcircled{H}^{5/2} \frac{d\textcircled{H}}{d\zeta}\Big|_{\zeta=\zeta_c} , \qquad (103)$$

(103) 式の左辺は $t^{1-3/2\,a}$, 右辺は $t^{7/2\,a-1}$ の依存性を持っている。他は ζ_c に依存する定数になることから

$$1-\frac{3}{2}a = \frac{7}{2}a - 1 \quad \text{即ち} \quad a = \frac{2}{5} \qquad (104)$$

となることが必要である。そのとき (97) 式は

$$\frac{2k_B \rho Z}{5(\gamma-1)m_i} \textcircled{H} = K_{c0} \frac{d}{d\zeta} \textcircled{H}^{5/2} \frac{d\textcircled{H}}{d\zeta} \qquad (97)'$$

ρ の中の C_s は定数であるように考えると、ρ, $\textcircled{H}$ は ζ のみの関数となり、(97)' は解くことが可能である。しかし、ここではそんなに詳しい解を必要としないので最も簡単な解を求めておこう。しかも、この解は (1)-(3) の方程式を直接数値計算によって解いた解[17]

と驚ろくべき一致を示すことがわかっている。その解は、(97)'の左辺を無視することによって得られ

$$Ⓗ = (A\zeta)^{2/7} \tag{105}$$

となる。Aの値は境界条件(93)から求まり

$$A = \frac{7}{2}\,\frac{W_{L0}\int_{\infty}^{\zeta_c} K_{a0}(\zeta)\,d\zeta}{K_{L0}} \tag{106}$$

(105)は、$u \approx \zeta \gg C_S$ の仮定で導かれたのではあるが、この解が、$u \approx \zeta \approx C_S$ まで適用できると考えると

$$Ⓗ = (Au)^{\frac{2}{7}}$$

即ち、

$$T = t^{\frac{2}{5}}(Au)^{\frac{2}{7}} \tag{107}$$

の関係も音速点まで成立すると考えてよい。亜音速領域は、相変わらず定常解を満足しているとするとこのようにして形成されるT-U曲線は図3-1と違い、図3-5のようになるであろう。破線は定常解を示し、$u > C_S$ の領域では(107)の $t = t_1, t_2$ ($t_1 < t_2$) の二つの時刻の曲線を模式的に示した。もう一つの違いは、3-2節で求めた定常解の場合には、

$$T_S \propto W_L^{2/3} \tag{108}$$

となることが容易に示されるが、今求めた非定常解((107)式)の場合には

$$T_S \sim W_L^{1/3} \tag{109}$$

となることである。

3-5. まとめ

本章では、爆縮という過程の中で重要な役割を演ずる燃焼波領域の取り扱いの方法を色々と検討してきた。この問題に関する研究は、まだ充分に行なわれたとは言い難い。第2章で不連続面として取り扱われた燃焼波面の構造を種々の効果を取り入れて解析した訳であるが、確かに、その波面の幅はペレットのサイズに匹敵するぐらいに長いかもしれないが、波面を横切っての各物理量の関係は、チャプマン・ジュゲー条件を採用した時と大して違いがないということは驚くべきことである。3-2節のような通常の熱伝導による燃焼波の構造を求めようとすると、音速点という特異点が現われてきて解析に支障をきたす。このことは本質的なことではなく、粘性、温度非平衡性、非定常性の結果、解消することができる。その一つの例として、温度非平衡性の一つの簡単なモデルである高速電子による燃焼波解が、何

ら不都合なく求められることを、3-3節で示した。この節の意味を、単に高速電子の影響を取り入れただけだと速断するのは愚かであろう。3-3節の高速電子の伝播が、3-2節の電子による熱伝導をモデル化したものだと考えてみられたい。このことは、3-4節で注意した温度非平衡性の一つの効果と本質的には同じ意味を持ってくるということは明らかである。即ち、プラズマ全体としての運動量のバランスはイオンが背負っており、エネルギーのバランスは電子（高速電子）が背負っているために、運動量バランスの際に出てくる温度に対する制限（イオン温度、もしくは低速電子の温度に対する制限）は、熱フラックスを背負う電子の温度に何ら制限を加えないからである。

3-2，3-3節で得られた結果から、次のことが結論できる。まず、通常の熱伝導及び高速電子のバックグラウンドの電子・イオンとの衝突による熱輸送の範囲内では、第2章で仮定したチャップマン・

ジュゲー条件は、かなり正確に現象を記述できているということが一つである。次に、制限熱流という特殊な熱フラックスの起こる状況では、チャップマン・ジュゲー条件は、制限ファクターϕ_0 ((7)式参照)に大きく依存するということである。このような特殊な状況が現実に起こり得るということと、制限ファクターがどのようなパラメーターに依存するかということは、第4章で議論されるであろう。

現象の非定常性が緩やかであり、非定常な現象を準定常な状態の遷移によって記述することができるとしたことは、第2章及び第3章の最も重要なポイントである。3-4-2節でも確かめられたように、このようにして作られた非定常な解は、非定常な方程式の一つの特解になっていることは確かである。ただ、燃焼波解における低密度領域の振舞いは、本質的に定常性を許さないということは指摘した通りである。このような非定常性の役割は、今後詳細な研究を要するところであろう。

補節：多群近似による高速電子の取り扱い

補1．高速電子コード

この節では．高速電子の輸送を取り扱うために開発した．多群近似拡散法によるコンピューター・シミュレーション・コードの詳細を述べる。基礎方程式は、フォッカー・プランクの衝突項を含む．ブラソフ方程式

$$\frac{\partial F_{eh}}{\partial t}+(\tilde{v}\tilde{\mu}+u_i)\frac{\partial F_{eh}}{\partial x}-\frac{\partial u_i}{\partial x}\left(\tilde{\mu}\frac{\partial}{\partial \tilde{v}}+\frac{1-\tilde{\mu}^2}{\tilde{v}}\frac{\partial}{\partial \tilde{\mu}}\right)(F_{eh}\tilde{v}\tilde{\mu})$$

$$-\frac{e}{m_e}(E+E_R)\left(\tilde{\mu}\frac{\partial F_{eh}}{\partial \tilde{v}}+\frac{1-\tilde{\mu}^2}{\tilde{v}}\frac{\partial F_{eh}}{\partial \tilde{\mu}}\right)$$

$$=\frac{\Gamma_e}{\tilde{v}^2}\frac{\partial F_{eh}}{\partial \tilde{v}}+\frac{\Gamma_i}{2\tilde{v}^3}\frac{\partial}{\partial \tilde{\mu}}\left\{(1-\tilde{\mu}^2)\frac{\partial F_{eh}}{\partial \tilde{\mu}}\right\}+S(\tilde{v}),\quad (A\text{-}1)$$

である。ここで $F_{eh}(x,\tilde{v},\tilde{\mu})$ は高速電子の分布関数、$\tilde{v}$ は V_i で動くイオンの座標系に乗った速度の絶対値，$\tilde{\mu}$ は空間(r)方向と高速電子の速度との方向余弦を表わす。$S(\tilde{v})$ はカットオフ密度での高速電子のソース項を意味する。E は誘導静電場で，E_R は

$$n_c e E_R \equiv \partial P_R / \partial x$$

で定義される。ここで n_c はカットオフ点での全電子粒子密度，P_R は光圧，$-e$ は電子電荷である。Γ_e，Γ_i は以下のように定義される。

$$\Gamma_e = 4\pi n_e e^4 \ln\Lambda / m_e^2$$

$$\Gamma_i = 4\pi n_i e^4 \ln\Lambda / m_e^2$$

m，n はそれぞれ質量，粒子密度を表わし，Z はイオンの原子価，$\ln\Lambda$ はクーロン対数である。さらに添字 e，i はそれぞれ電子，イオンを表わすものとする。(A-1) 式の導出にあたっては，高速電子の速度は，低温電子の熱速度とイオンの流速に較べて非常に大きいということと，高速電子同士の衝突は小さいものと仮定されている。

流体コードと (A-1) を素直に組み合わせて解くことは非常に困難であるので，我々は (A-1) を多群近似と呼ばれる近似を用いて簡単化する。即ち，分布は等方分布からわずかしかずれないと仮定して，分布をルジャンドル関数で展開し，

$$F_{eh}(x, \tilde{v}, \tilde{\mu}) = f_0(x, \tilde{v}) + \tilde{\mu} f_1(x, \tilde{v}) \qquad (A-2)$$

1次の項まで取る。(A-2)を(A-1)に代入して、$\tilde{\mu}$に関して0次と1次のモーメントをとれば、それぞれ

$$\frac{1}{V}\frac{df_0 V}{dt} + \frac{\tilde{v}}{3}\frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{1}{3}\frac{\partial u_i}{\partial x}\frac{1}{\tilde{v}^2}\frac{\partial f_0 \tilde{v}^3}{\partial x}$$

$$- \frac{e}{3m_e}(E+E_R)\frac{1}{\tilde{v}^2}\frac{\partial \tilde{v}^2 f_1}{\partial \tilde{v}} = \frac{\Gamma_e}{\tilde{v}^2}\frac{\partial f_0}{\partial \tilde{v}} + S(\tilde{v}), \qquad (A-3)$$

$$\frac{1}{V}\frac{df_1 V}{dt} + \frac{\tilde{v}}{3}\frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{e}{3m_e}(E+E_R)\frac{\partial f_0}{\partial \tilde{v}}$$

$$= \frac{\Gamma_e}{3\tilde{v}^2}\frac{\partial f_1}{\partial \tilde{v}} - \frac{\Gamma_i}{3\tilde{v}^3} f_1 \quad , \qquad (A-4)$$

となる。ここでVは比体積を意味し、$(m_i n_i)^{-1}$で定義される。またd/dtはu_iの座標系に乗ったラグランジュ微分を意味する。(A-3)、(A-4)の導出に際してはイオンの流体の連続式を使用した。取り扱う現象は高速電子と低温電子のエネルギー交換の時間スケールで起こるであろう。もしEが大きいときには、高速電子とイオンとの衝突頻度は上記の時間スケール内では非常に大きくなる。そのため(A-4)式の左辺第

一項と右辺第一項とは近似的に無視することができるであろう。即ち、

$$f_1 = -\frac{\tilde{v}^3}{\nu_c}\left\{\tilde{v}\frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{e}{m_e}(E+E_R)\frac{\partial f_0}{\partial v}\right\} \qquad (A\text{-}5)$$

我々の欲しいのは物理量（密度とか電流）であって分布関数ではない。だから(A-3)，(A-5)を解いた後に、その分布の速度積分をとって物理量を求めるのは賢明とは言えない。むしろ(A-3)，(A-5)を欲しい物理量の式にしておいて、解く方が簡単である。そこで、今、速度空間を多数の群に分割していって、群の境界を v_0，v_1 ……，…… v_g，v_{g+1}，…… と名づけておき，v_g と v_{g+1} 内にある粒子の密度，流速をそれぞれ N_g，J_g とすれば

$$N_g = \int_{v_g}^{v_{g+1}} \tilde{v}^2 f_0 \, d\tilde{v}, \qquad (A\text{-}6)$$

$$J_g = \frac{1}{3}\int_{v_g}^{v_{g+1}} \tilde{v}^3 f_1 \, d\tilde{v}, \qquad (A\text{-}7)$$

(A-3)，(A-5)式を v_g から v_{g+1} にわたって積分して、(A-6)，(A-7)の定義を用いると

$$\frac{1}{V}\frac{dN_g V}{dt}+\frac{\partial J_g}{\partial x}-\frac{1}{3}\frac{\partial u_i}{\partial x}\left(\Omega_{g+1}V_{g+1}^3 N_{g+1}-\Omega_g V_g^3 N_g\right)$$

$$-\frac{e}{m_e}(E+E_R)\left(\sigma_{g+1}J_{g+1}-\sigma_g J_g\right)$$

$$=\Gamma_e\left(\Omega_{g+1}N_{g+1}-\Omega_g N_g\right)+S(V_g), \qquad (A-8)$$

$$J_g=-\alpha_g\frac{\partial N_g}{\partial x}-\beta_g(E+E_R)N_g+\left(\gamma_{g+1}N_{g+1}-\gamma_g N_g\right)(E+E_R), \qquad (A-9)$$

が得られる。ここで、以下のような群定数を定義した。

$$\sigma_g=\frac{\tilde{v}^2 f_1 \mid \tilde{v}=V_g}{\frac{1}{3}\int_{V_g}^{V_{g+1}}\tilde{v}^3 f_1\, d\tilde{v}}=\frac{2}{V_{g+1}^2-V_g^2}, \qquad (A-10)$$

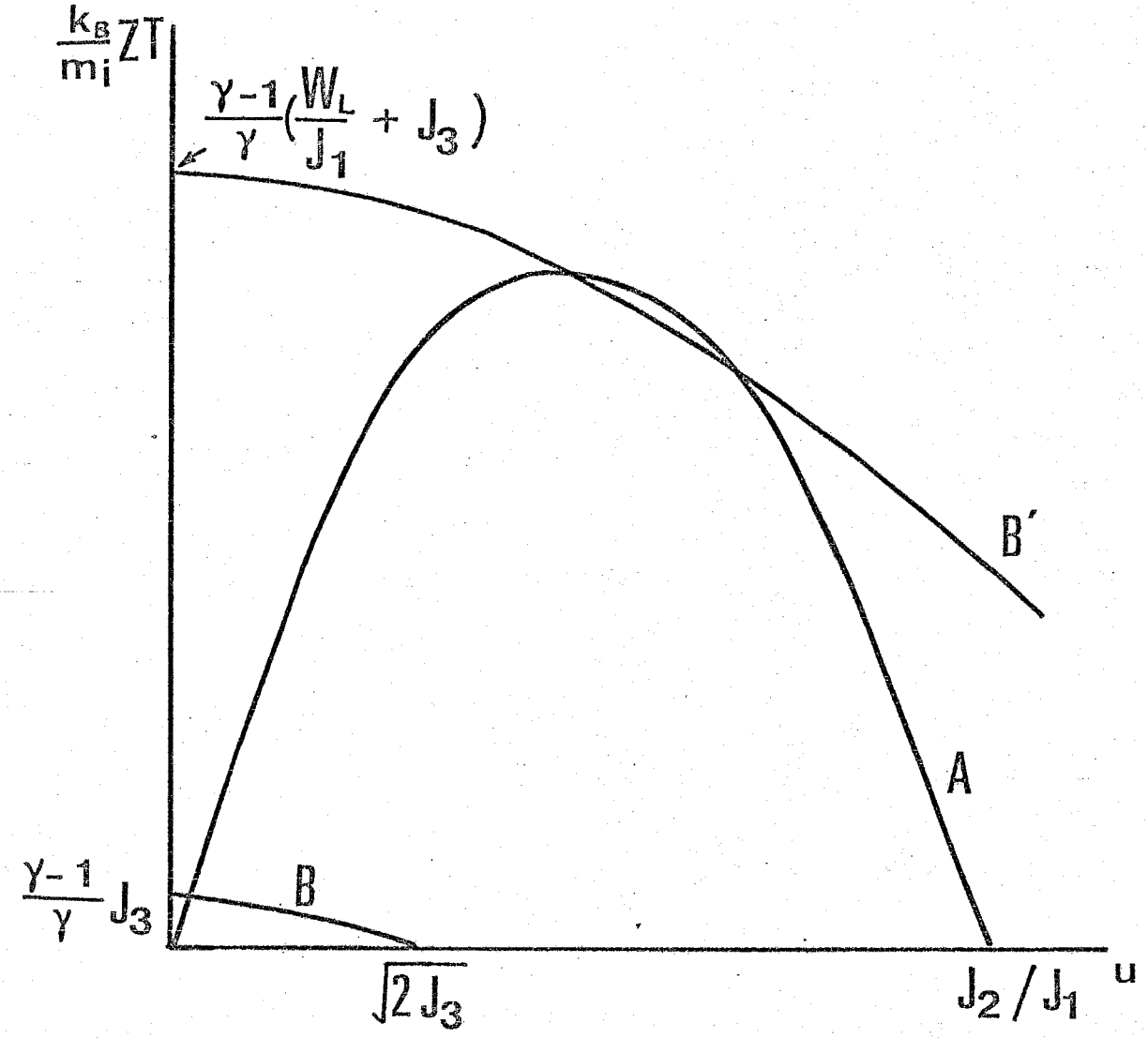
$$\Omega_g=\frac{f_0 \mid \tilde{v}=V_g}{\int_{V_g}^{V_{g+1}}\tilde{v}^2 f_0\, d\tilde{v}}=\frac{1}{V_g^2(V_{g+1}-V_g)}, \qquad (A-11)$$

$$\alpha_g=\frac{V_g^2(V_{g+1}^6-V_g^6)\Omega_g}{18P_i}, \qquad (A-12)$$

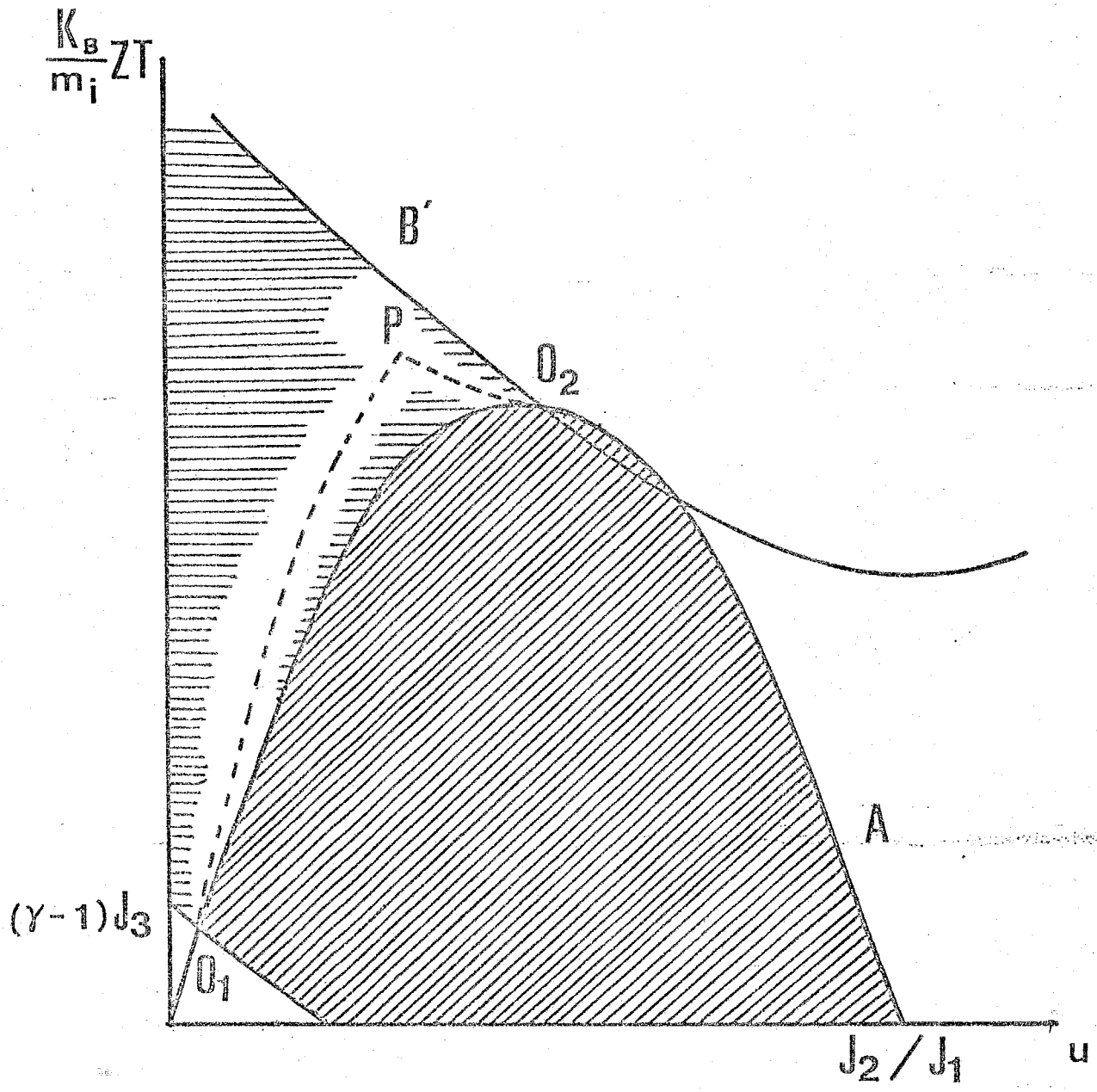
$$\beta_g=\frac{eV_g^2(V_{g+1}^4-V_g^4)\Omega_g}{2P_i m_e}, \qquad (A-13)$$

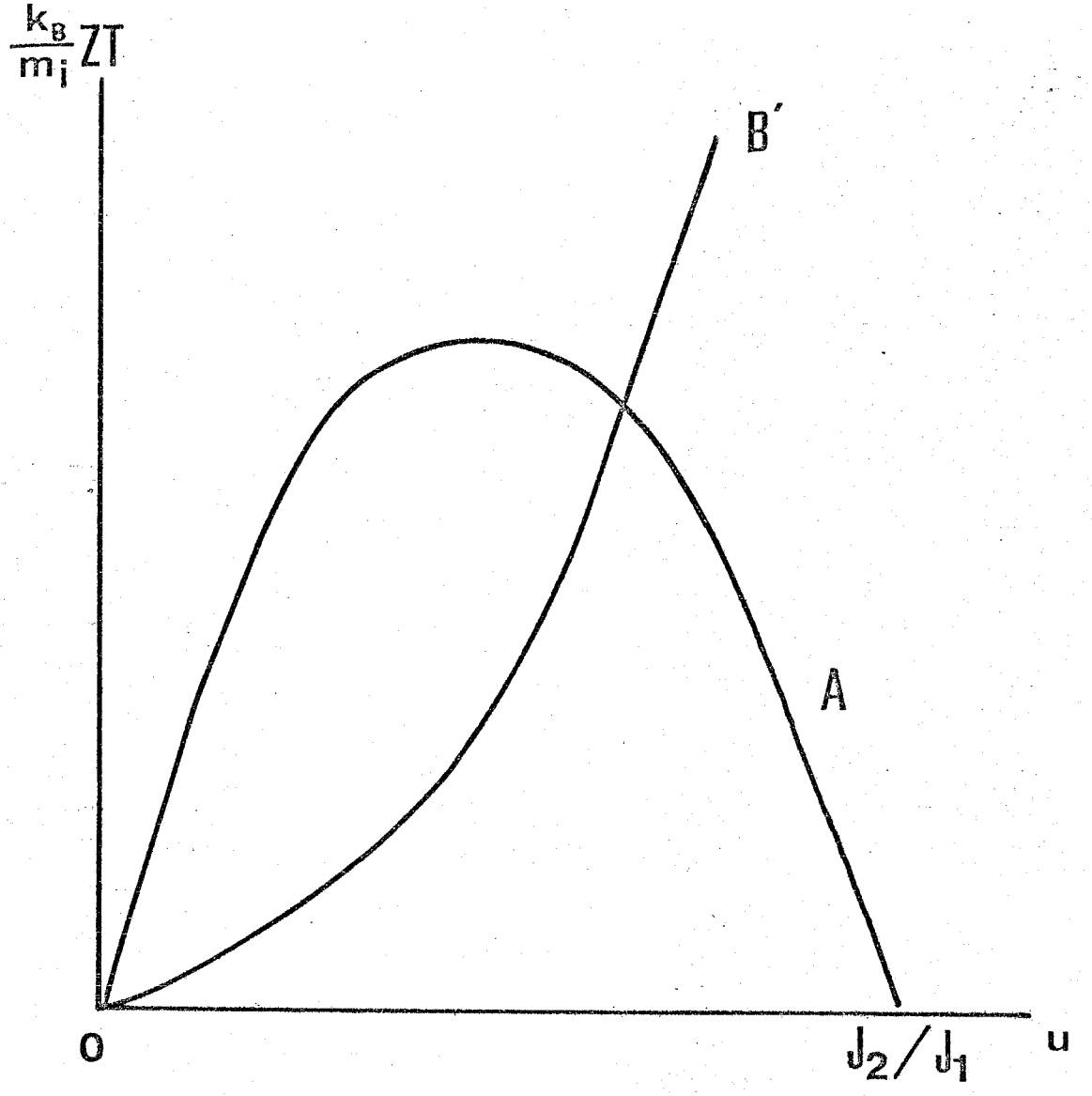
$$\gamma_g=\frac{eV_g^6\Omega_g}{3P_i m_e}, \qquad (A-14)$$

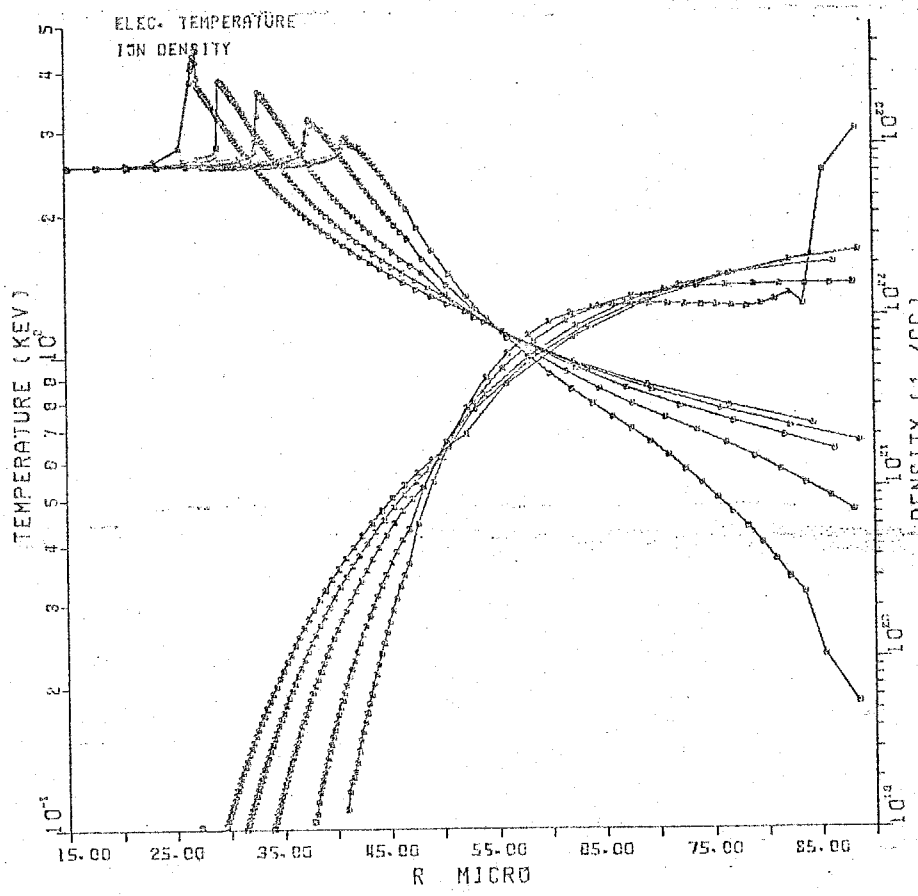
(A-10), (A-11) は群定数とは言っても実は定数ではない。何故なら $\tilde{v}^2 f_1$ と f_0 の v_g での値が未定義であるからである。多群近似の最も大きい仮定は、このような群定数を計算する際に、$v_g < v_{g+1}$ の区間において、f_0, f_1 の形を適当に置くことである。これは速度微分を速度差分に変換するときと事情はかわらない。ただ違うことは、f_0, f_1 をどのように仮定しても、粒子密度、粒子束は保存されるということである。(A-10), (A-11) の第三項の導出に際しては、区間 v_g, v_{g+1} では $\tilde{v}^2 f_0$, $\tilde{v}^2 f_1$ が一定であると見做した。分布を他の形に仮定しても、最終的な結果に与える影響はあまりないことは調べられた。


$\frac{k_B}{m_i} ZT$
$\frac{\gamma-1}{\gamma}\left(\frac{W_L}{J_1} + J_3\right)$
B'
A
$\frac{\gamma-1}{\gamma} J_3$
B
$\sqrt{2 J_3}$
J_2 / J_1
u

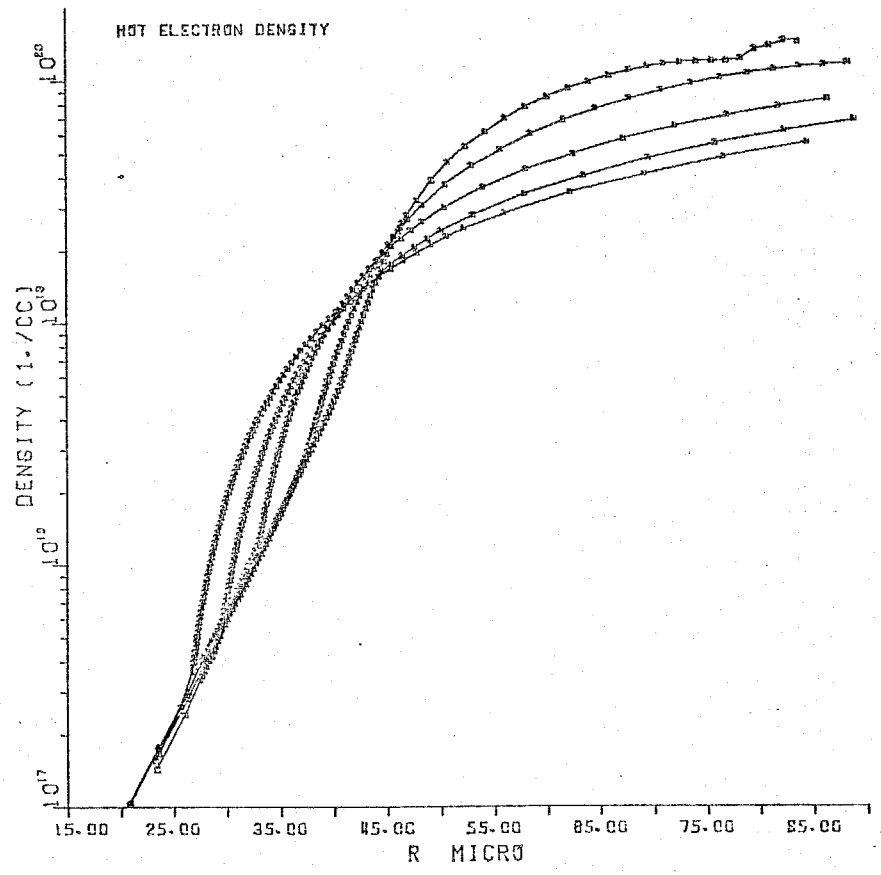
3 - 1


$\frac{K_B}{m_i}ZT$
B'
P
O_2
A
$(\gamma-1)J_3$
O_1
J_2/J_1
u

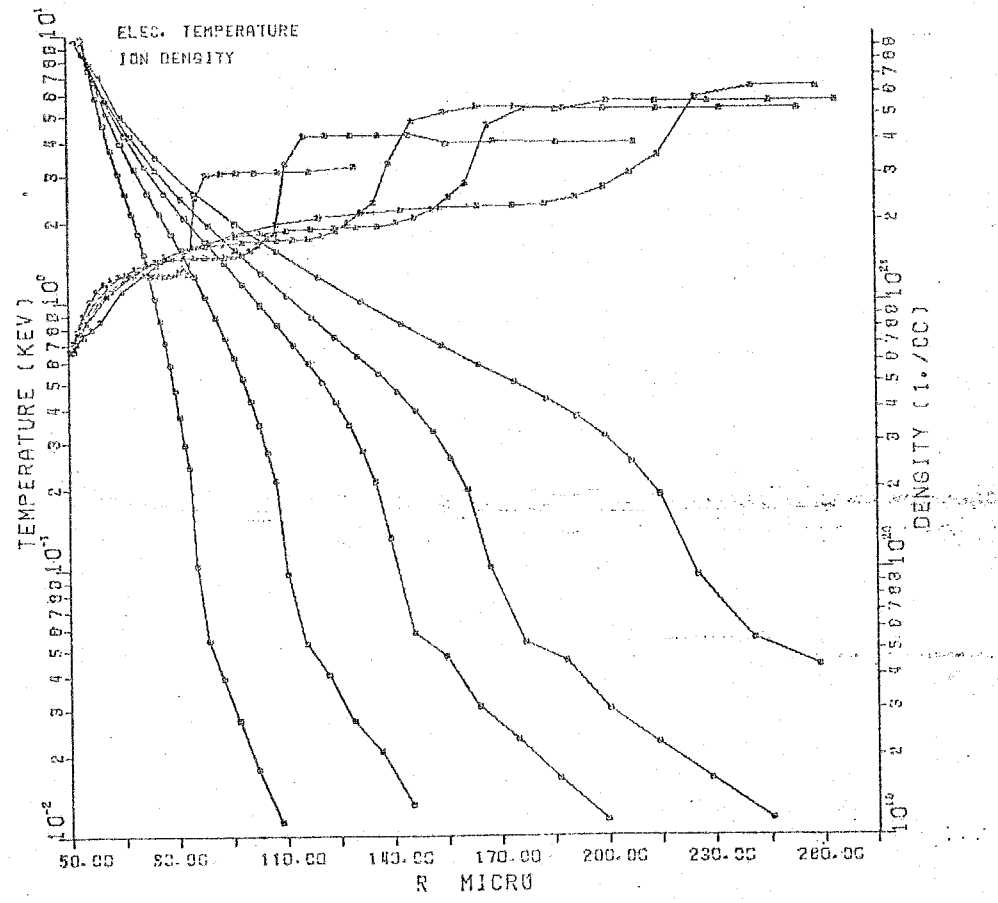

$\frac{k_B}{m_i} ZT$
B′
A
0
J_2/J_1
u


ELEC. TEMPERATURE
ION DENSITY
TEMPERATURE (KEV)
R MICRO
15.00
25.00
35.00
45.00
55.00
65.00
75.00
85.00

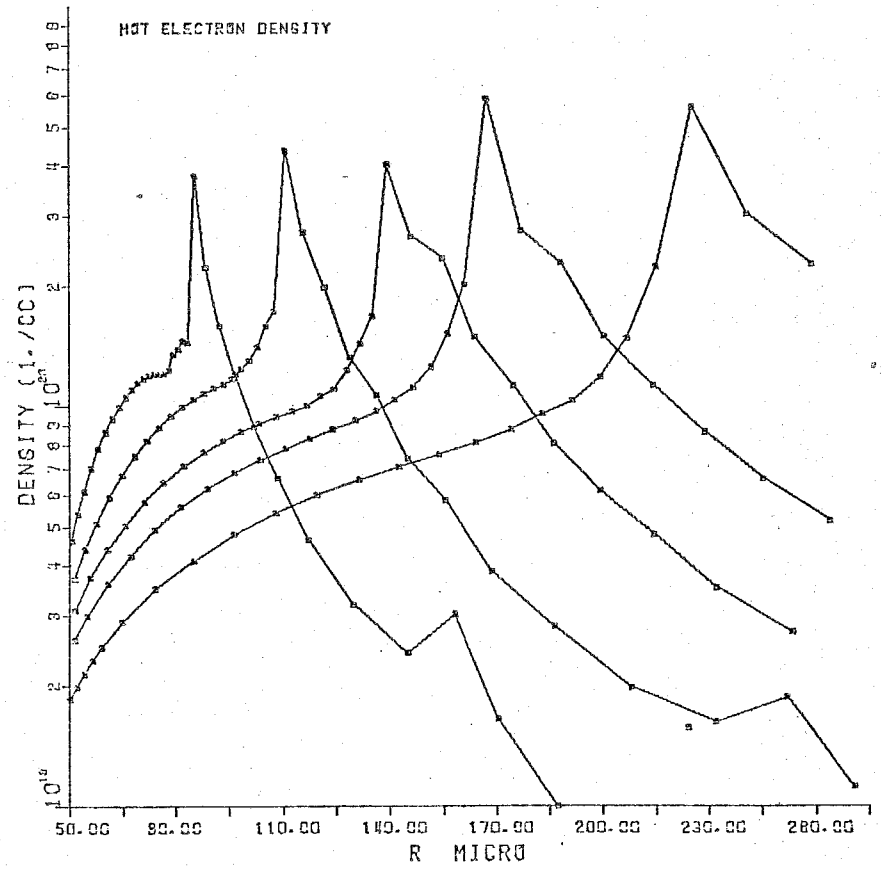
3-4(A)


HOT ELECTRON DENSITY
DENSITY (1./CC)
10^{20}
10^{19}
10^{18}
10^{17}
15.00
25.00
35.00
45.00
55.00
65.00
75.00
85.00
R MICRO

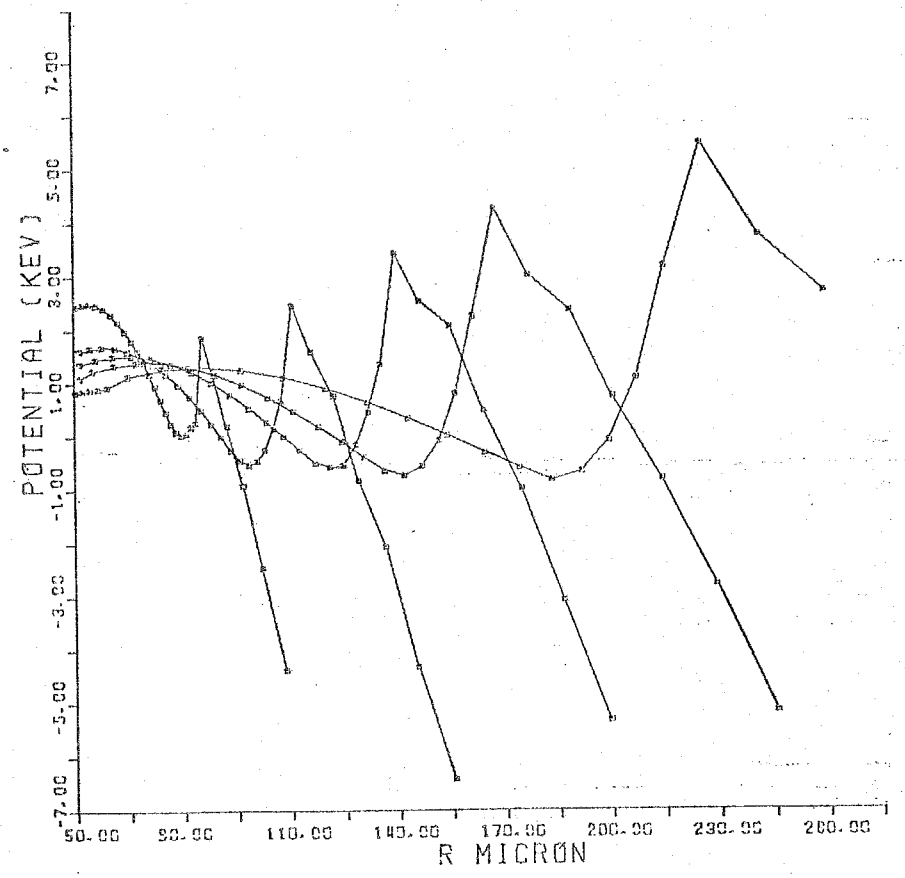
3-4(B)


ELEC. TEMPERATURE
ION DENSITY
TEMPERATURE (KEV)
DENSITY (1./CC)
R MICRO
50.00
80.00
110.00
140.00
170.00
200.00
230.00
260.00

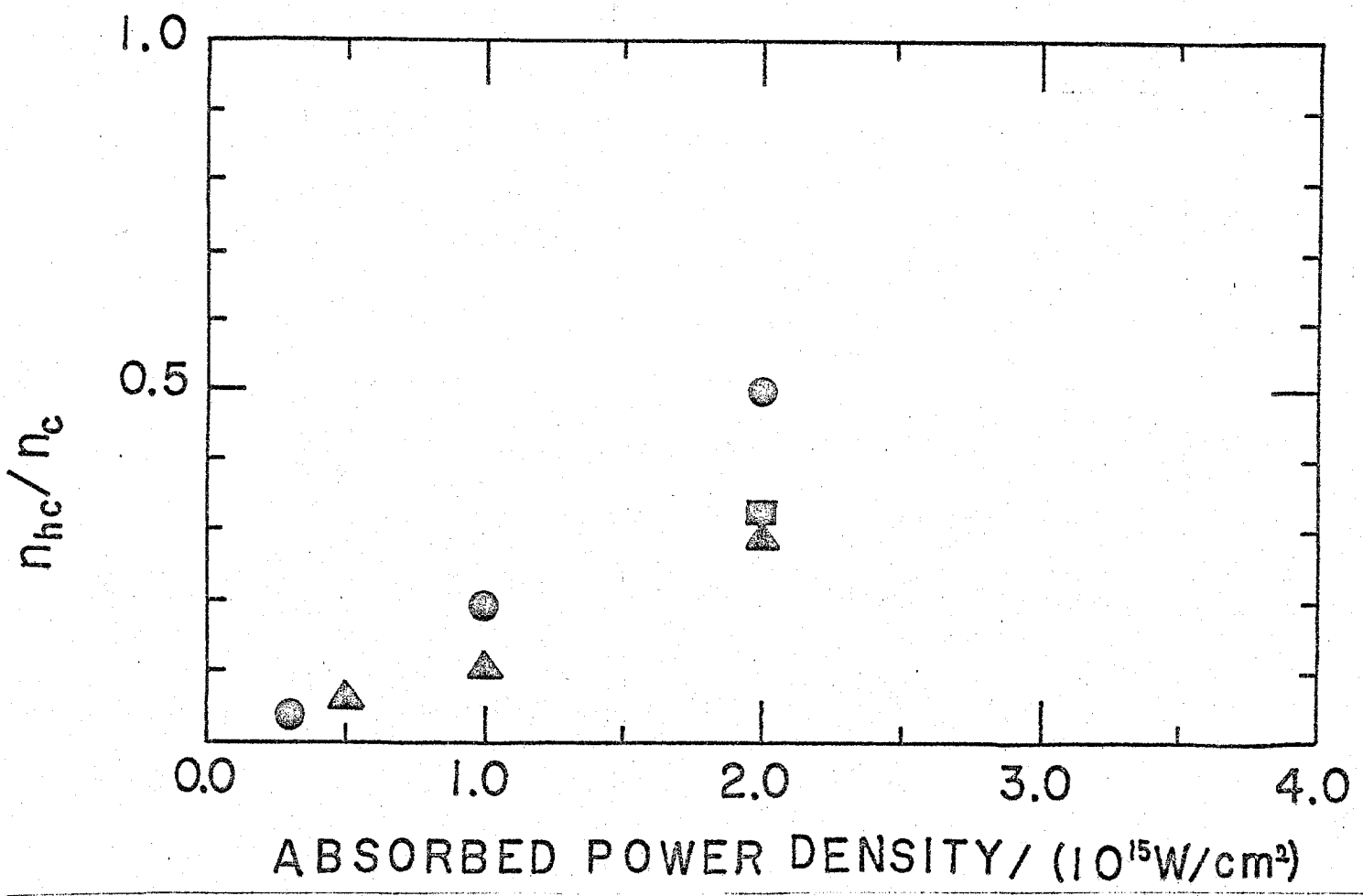
3-5(A)

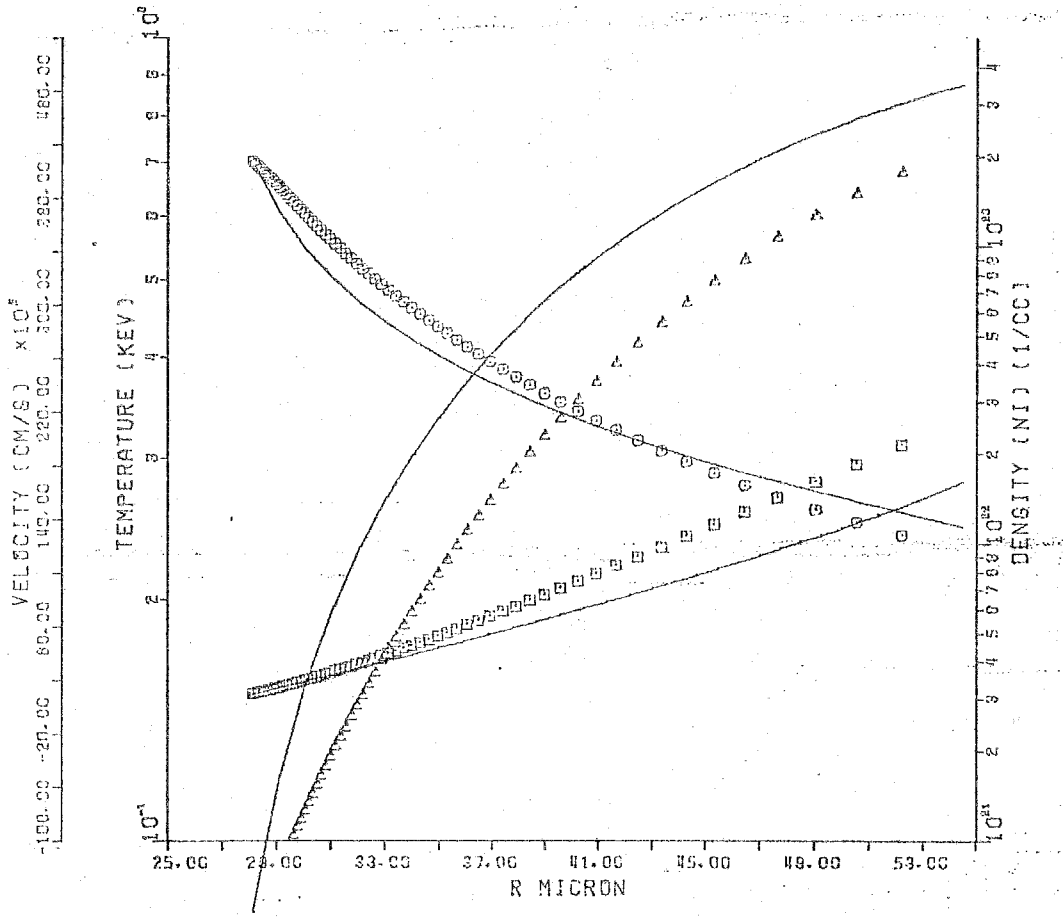

HOT ELECTRON DENSITY
DENSITY (1-/CC)
10^{19}
10^{20}
10^{21}
50.00
80.00
110.00
140.00
170.00
200.00
230.00
260.00
R MICRO

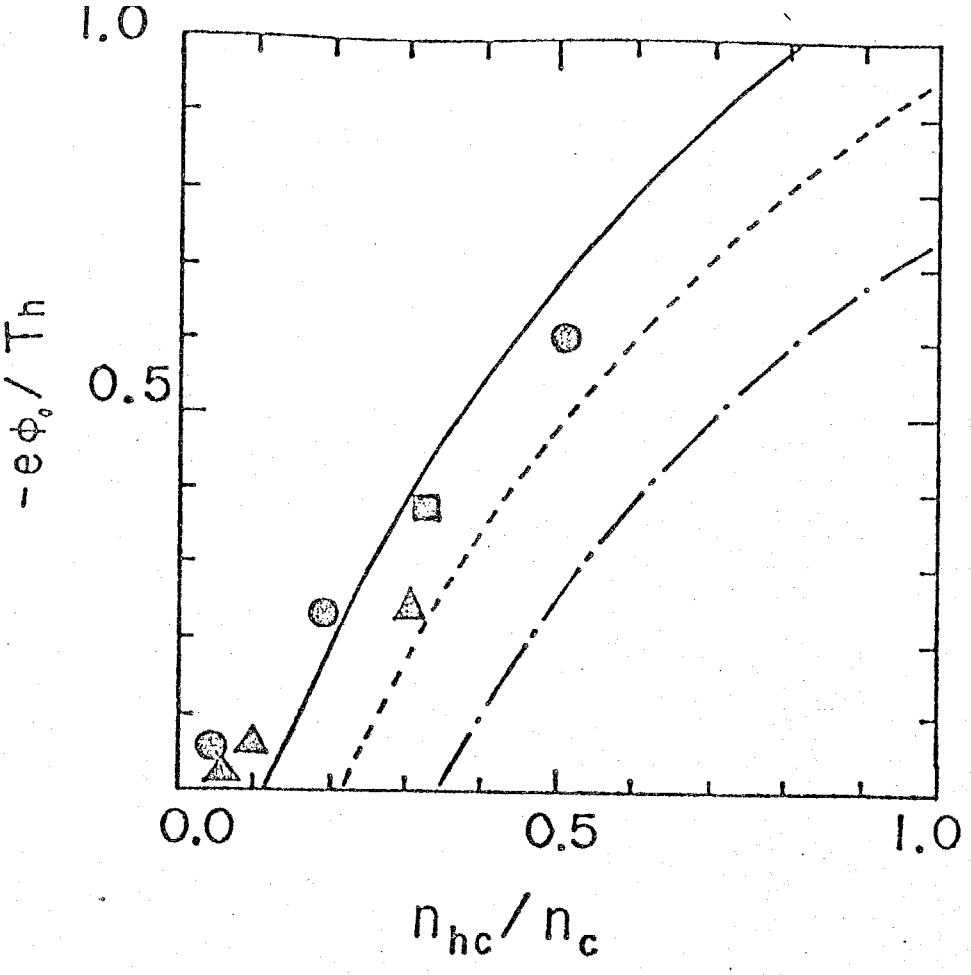
3-5(B)


POTENTIAL (KEV)
7.00
5.00
3.00
1.00
-1.00
-3.00
-5.00
-7.00
50.00
80.00
110.00
140.00
170.00
200.00
230.00
260.00
R MICRON

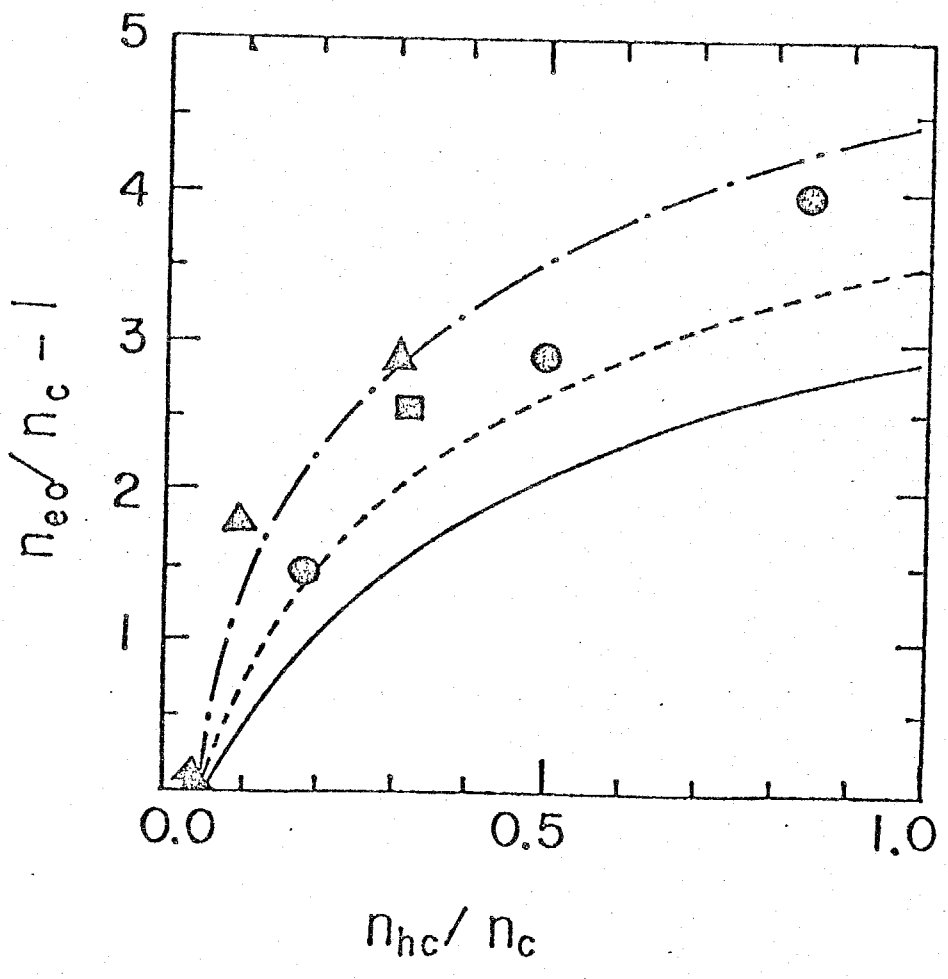
3-5(c)


1.0
0.5
n_{hc}/n_c
0.0
1.0
2.0
3.0
4.0
ABSORBED POWER DENSITY/ (10^{15}W/cm^2)

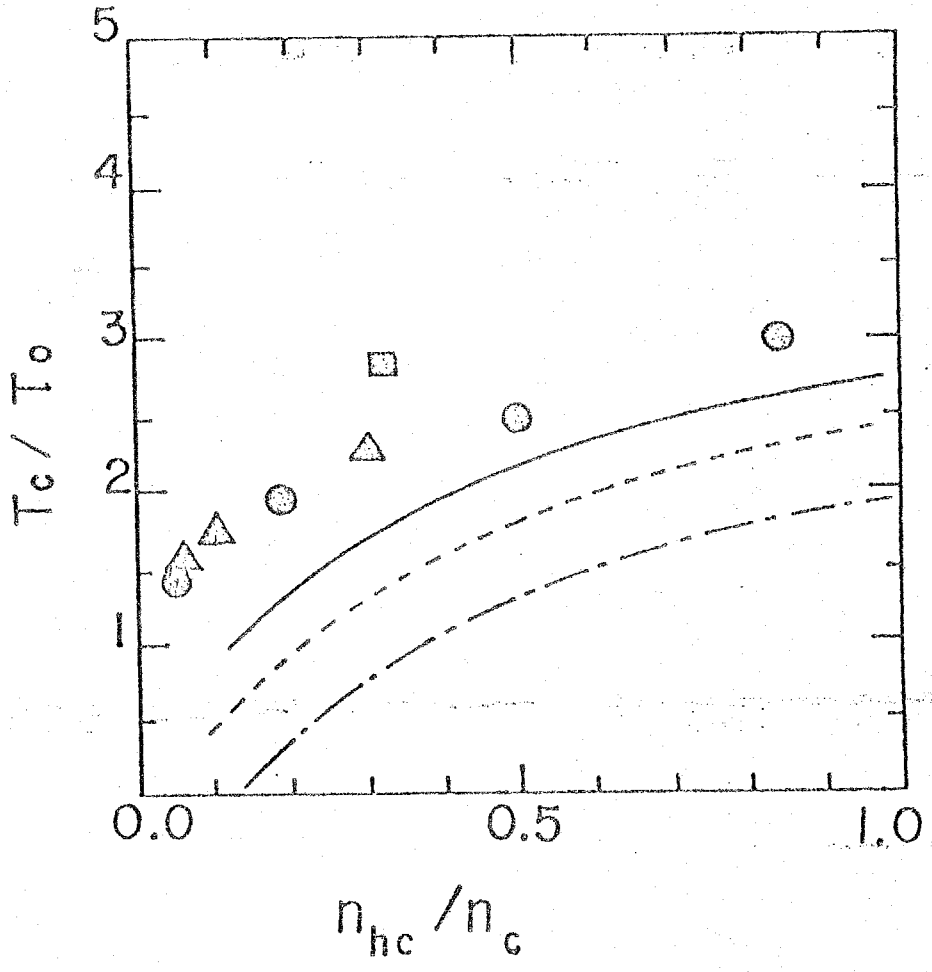

VELOCITY (CM/S) X10^5
-100.00
-20.00
60.00
140.00
220.00
300.00
380.00
TEMPERATURE (KEV)
10^-1
2
3
4
5
6
7
8
9
10^0
DENSITY (NI) (1/CC)
10^21
10^22
10^23
25.00
29.00
33.00
37.00
41.00
45.00
49.00
53.00
R MICRON



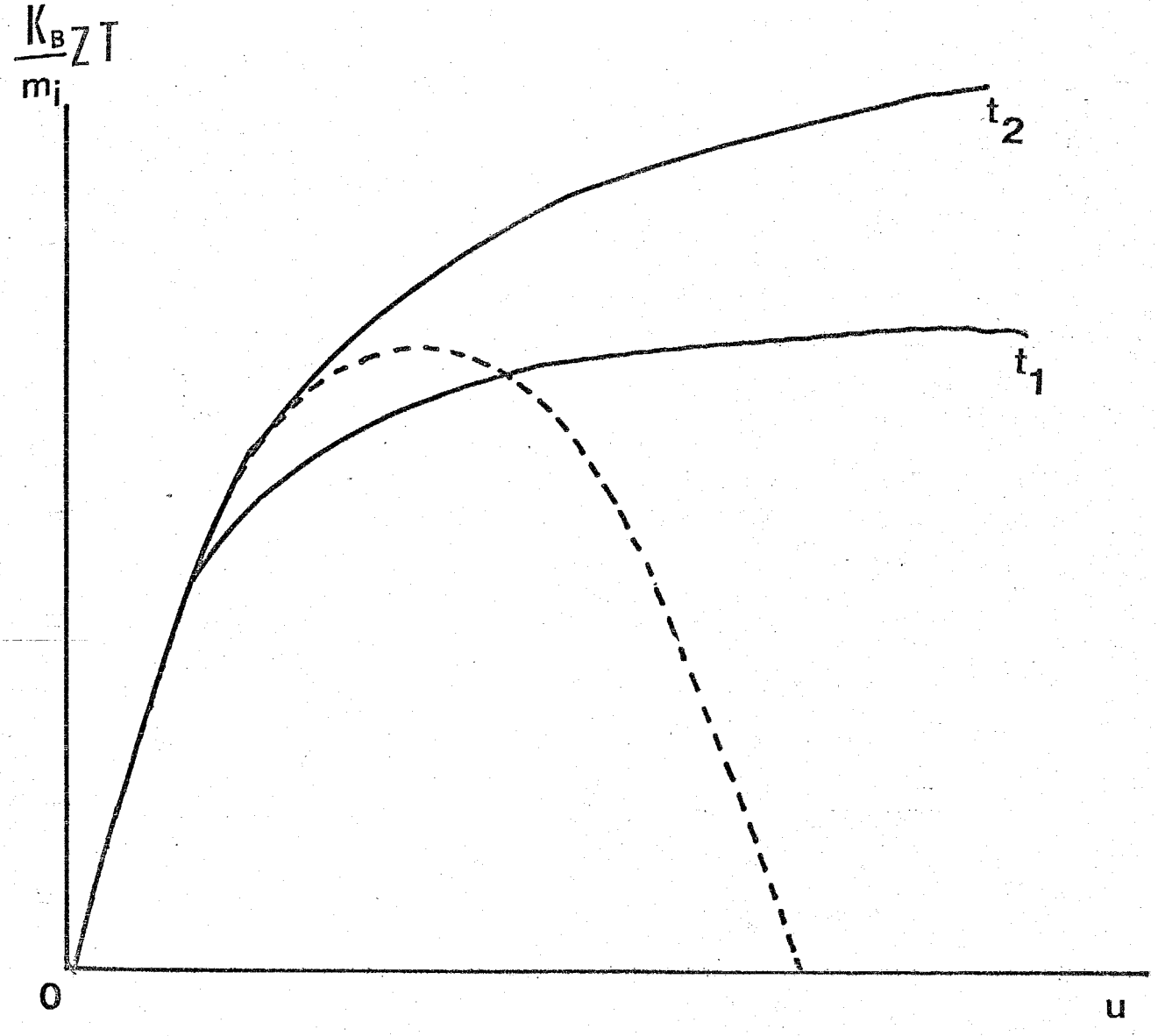
3-8(A)

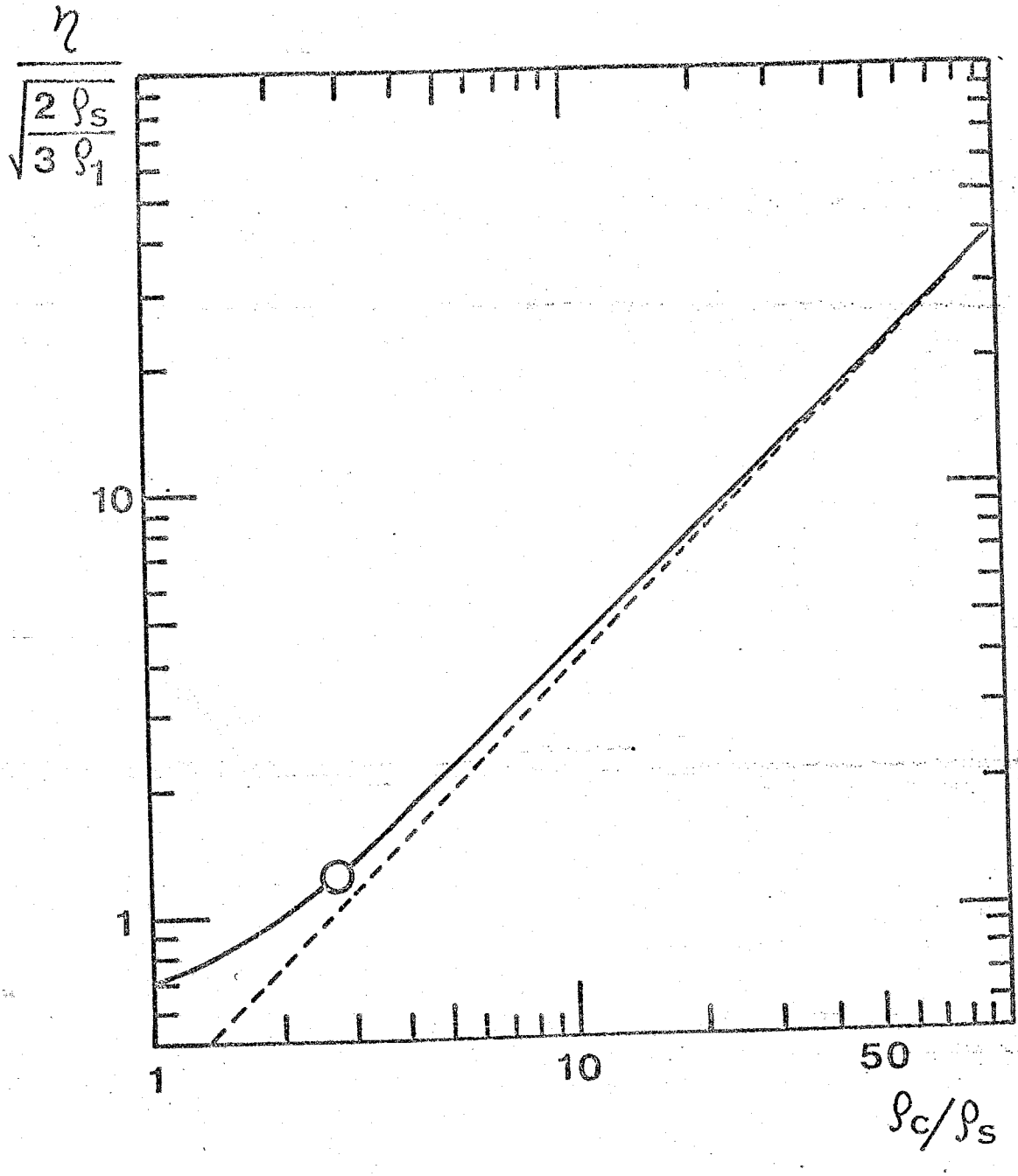


3-8(B)



3-8(c)


$\frac{K_B Z T}{m_i}$
t_2
t_1
0
u


$\frac{\eta}{\sqrt{\frac{2\rho_s}{3\rho_1}}}$
10
1
1
10
50
ρ_c/ρ_s

第 4 章

微視的不安定性と熱流

4-1. まえがき

3-2-5節でも述べたように、熱流が第3章(7)式のような制限熱流になっている状況では、燃焼波条件は制限ファクターϕ_0に依存する。第2章の結論は燃焼波条件の重要性を我々に教えてくれた。

本章では、Morse, Nielson[1]によって提案された制限熱流の考え方を再考してみる。4-3節では、通常のレーザープラズマ中に発生する高速電子によって引き起こされる不安定性について述べる。そしてイオン音波不安定性、ワイベル型不安定性が熱流に対して重要な役割を演じるであろうということを提議する。4-4節では、この中のイオン音波不安定性の非線型的発展を二次元PIC粒子コードによってシミュレートし、簡単な二つの理論との比較を行なった。そこでは、Morse, Nielson 流の制限熱流が、イオン音波不安定性によって変更されることが示される。4-5節では、この結果をもとにして、第2章、

第3章で得られた燃焼波条件の比較を行なう。

4-2. 制限熱流と燃焼波条件

3-2-1節では、吸収点近傍の領域において、古典的な熱伝導に対するフーリエの法則が破れる可能性があることを述べた。この節では、MorseとNielson[1]によって導入された制限熱流の概念を簡単に紹介する。

カット・オフ点で生成された高速電子は高密度領域（前章までと同じく $r<0$ の領域）と真空領域に飛んでゆく。ところが、高速電子が飛んできた地点では、電子の数が増大して電気的な中性が破れてしまう。このために発生した電場は、慣性の大きなイオンにはあまり影響を与えず、主に電子をカット・オフ点の方向へ引き戻そうとする。そのために、バック・グラウンドの電子まで引き戻されて、所謂バック・カレント（逆電流）を形成して再び中性となる。この状態は、高速電子とバック・グラウンドの電子の分布関数を各々矩形で近似することにより、図4-1(a)

のように表わされる。（以下で添字 e. h. b はそれぞれ電子・高速電子・バック・グラウンド電子を表わす） よく知られているように、図のような $V>0$ の区間で、$\partial F_e / \partial V \gtrless 0$ となるような分布関数は不安定であるので、その不安定性により分布関数は最終的には、図4-1(b)のような形に変形してしまうであろう。図中の記号に従うと、上述の電気的中性が保たれる条件は、電流が零、即ち

$$\frac{V_{dh}^2}{2} F_{eh} = \frac{V_{db}^2}{2} F_{eb} , \tag{1}$$

となる。密度の定義

$$n_{eh} \equiv V_{dh} F_{eh} , \quad n_{eb} \equiv V_{db} F_{eb} , \tag{2}$$

を用いると（n_e の添字は F_e の添字と同じ意味）、(1)は、

$$n_{eh} V_{dh} = n_{eb} V_{db} \tag{1'}$$

この分布から、熱流 W_H を計算すると

$$W_H \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m_e V^3 F_e \, dV$$

$$= \frac{m_e n_{eh} V_{dh}^3}{8} \left[\left(\frac{n_{eh}}{n_{eb}} \right)^2 - 1 \right] \tag{3}$$

ここで、(2)、(1)′式を使った。(3)式の絶対値の最大値は、V_{dh} と $n_{eh} + n_{eb}$ ($\equiv n_e$) を固定に考えると

$$n_{eh} = \frac{1}{2} n_{eb} \quad . \tag{4}$$

のときに実現され

$$|W_H|_{max} = \frac{1}{32} m_e n_e V_{dh}^3 \quad . \tag{3}'$$

一方、温度を

$$n_e k_B T_e \equiv \int_{-\infty}^{\infty} m_e V^2 F_e \, dV \quad .$$

と定義すると、(4)の状態のときには

$$T_e = \frac{m_e}{6 k_B} V_{dh}^2 \quad , \tag{5}$$

それ故、(3)′の最大熱流は(5)の T_e を用いて

$$|W_H|_{max} = \frac{3\sqrt{6}}{16} m_e n_e \left(\frac{k_B T_e}{m_e}\right)^{3/2} \quad . \tag{6}$$

と書くことができる。今、

$$|W_H|_{max} \equiv f m_e n_e \left(\frac{k_B T_e}{m_e}\right)^{3/2} \quad . \tag{7}$$

と置けば、第3章(7)式の記法では（但し、$T_e = T$ と見なす）

$$\phi_0 = f \frac{Z k_B^{3/2}}{m_i m_e^{1/2}} \quad ,$$

となり、そのとき第3章(31)式は

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} + \frac{X}{2} = \frac{f}{\sqrt{X}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e Z}} \quad . \tag{8}$$

$\alpha = 1$ は、$X = \gamma$ のときに実現され、(8)式より

$$f = \sqrt{\frac{m_e Z}{m_i}} \cdot \frac{\gamma^{3/2}(\gamma+1)}{2(\gamma-1)} \equiv f_{cr} \quad . \tag{9}$$

のときに実現される。それ故、明らかに

$$f \geq f_{cr} \rightarrow \alpha \geq 1$$

$$f < f_{cr} \rightarrow \alpha < 1$$

となる。$m_e / m_i = 1/4600$, $Z = 1$ (D-Tに相当)

$\gamma = 5/3$ の場合には、

$$f_{cr} \approx 0.1$$

となり、このとき(6)式では、$f \approx 0.46$ であるから、

(8)より

$$X \approx 13.0 \quad , \quad \alpha \approx 2.8$$

となる。図4-2には、f と α の関係を図示しておく。

Morse, Nielson の提案したような制限熱流の

状況では、fはm_i, Zに依存せず、αがm_i, Zに依存してくるということは重要なことである。これが事実ならば、tamperの物質を適当に選ぶことによって、圧縮効率を高めることができるであろう。(しかしながら、図4-1(b)で採用した分布は正確に現象を記述できているかどうかは問題である。次節で述べるように、図4-1(a)の分布は種々の不安定波を励起する。この不安定波、特にイオン音波が分布に与える影響は大きく、Morse, Nielsonの結論が大きく変更される可能性はある。

4-3. 熱流とミクロ不安定

4-3-1. ビーム・プラズマ静電不安定

前節では、図4-1(a)のような分布は不安定であることを述べたが、この不安定波動についてここでもう少し詳しく調べ、4-4節以降で非線型な波と粒子の相互作用の熱流へ及ぼす影響を議論する際の橋渡しとしよう。

運動はすべて一次元的であり、静電的で無衝突の場合に話を限ると、電子全体とイオンの分布関数の従う方程式は

$$\frac{\partial F_\sigma}{\partial t} + v\frac{\partial F_\sigma}{\partial r} + \frac{q_\sigma}{m_\sigma}E\cdot\frac{\partial F_\sigma}{\partial v} = 0 \qquad (10)$$

σはi(イオン)か、e(電子)を表わし、$q_e=-e$, $q_i=Ze$である。電場Eは、ポアッソン方程式

$$\frac{\partial E}{\partial r} = 4\pi(q_i n_i + q_e n_e), \qquad (11)$$

$$n_\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} F_\sigma\, dv \qquad (12)$$

に支配される。今、定常状態($\partial/\partial t = 0$)では一様

で、電場がないとし、その状態の量を〈 〉をつけて表わすことにする。その状態にわずかな摂動が加わったときに、その摂動が成長するかどうかを調べるために、摂動量をδをつけて表わすことにして、(10)(11)式を摂動量の一次まで残して展開すると

$$\frac{\partial \delta F_\sigma}{\partial t} + v\frac{\partial \delta F_\sigma}{\partial r} + \frac{q_\sigma}{m_\sigma}\delta E \frac{\partial \langle F_\sigma \rangle}{\partial v} = 0 . \qquad (10')$$

$$\frac{\partial \delta E}{\partial r} = 4\pi(q_i \delta n_i + q_e \delta n_e) \qquad (11')$$

(10)', (11)'をフーリエ変換すると

$$\delta F_\sigma^{k,\omega} = -\frac{i q_\sigma / m_\sigma}{\omega - kv}\delta E_\sigma^{k,\omega}\frac{\partial \langle F_\sigma \rangle}{\partial v} , \qquad (10'')$$

$$\delta E^{k,\omega} = -\frac{4\pi i}{k}\left[q_e \int \delta F_e^{k,\omega} dv + q_i \int \delta F_i^{k,\omega} \cdot dv\right] \qquad (11'')$$

但し、

$$\begin{pmatrix}\delta F_\sigma \\ \delta E\end{pmatrix} = \int_{-\infty}^{\infty}\int \begin{pmatrix}\delta F_\sigma^{k,\omega} \\ \delta E^{k,\omega}\end{pmatrix} e^{-i\omega t + ikr} \cdot dk \cdot d\omega , \qquad (13)$$

と定義した。(10)'', (11)''より$\delta F_\sigma^{k,\omega}$を消去すると

$$1 + \frac{4\pi}{k}\left[\frac{q_e^2}{m_e}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial \langle F_e \rangle / \partial v}{\omega - kv} dv + \frac{q_i^2}{m_i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial \langle F_i \rangle / \partial v}{\omega - kv} dv\right] = 0 . \qquad (14)$$

これは不安定波の振動数 ω と波数 k の関係を示しており，分散関係式と呼ばれている。(13) 式の $e^{-i\omega t}$ の項を見れば明らかなように，ω の虚数部分（$I_m(\omega)$ と書くことにする。また実数部分を $R_e(\omega)$ と書く）が正であればこの摂動は $\exp[I_m(\omega)t]$ のように成長することがわかる。

今，$\langle F_0 \rangle$ が

$$\langle F_0 \rangle = \frac{n}{\sqrt{2\pi k_B T/m}} \exp\left[-\frac{m(V-V_d)^2}{2k_B T}\right], \tag{15}$$

の形をしていると考え

$$I_W(\zeta) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta}{\zeta - \xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi, \tag{16}$$

の関数を定義すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \langle F_0 \rangle / \partial V}{\omega - kV} dV$$

$$= \frac{n}{\sqrt{2\pi} k k_B T/m} \int \frac{\zeta e^{-\frac{\zeta^2}{2}}}{\zeta - (\frac{\omega}{k} - V_d)/\sqrt{k_B T/m}} d\zeta$$

$$= \frac{n}{k k_B T/m} I_W\left(\frac{\omega/k - V_d}{\sqrt{k_B T/m}}\right), \tag{17}$$

以下では，図 4-1(a) のような矩形分布ではなく，高

速電子，バック・グラウンドの電子，イオンはすべて定常状態ではマックスウェル分布に従うものとする。即ち，

$$\langle F_{eh} \rangle = \frac{\langle n_{eh} \rangle}{\sqrt{2\pi k_B T_{eh}/m_e}} \exp\left[-\frac{m_e(V+V_{dh})^2}{2k_B T_{eh}}\right], \quad (18)$$

$$\langle F_{eb} \rangle = \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\sqrt{2\pi k_B T_{eb}/m_e}} \exp\left[-\frac{m_e(V-V_{db})^2}{2k_B T_{eb}}\right], \quad (19)$$

$$\langle F_i \rangle = \frac{\langle n_i \rangle}{\sqrt{2\pi k_B T_i/m_e}} \exp\left[-\frac{m_i V^2}{2k_B T_i}\right], \quad (20)$$

添字 h，b は図4-1(a)と同じ意味を持っており，V_d は各電子のドリフト速度である。(18)-(20)と $\langle F_e \rangle \equiv \langle F_{eh} \rangle + \langle F_{eb} \rangle$ を考慮して，(14)式を変形する際に，(15)-(17)の形と(18)-(20)の形を比較すると，(14)式は

$$1 + \frac{4\pi e^2}{k^2}\left[\frac{\langle n_{eh} \rangle}{k_B T_{eh}} I_W\left(\frac{\omega/k + V_{dh}}{\sqrt{k_B T_{eh}/m_e}}\right)\right. \quad ⓐ$$

$$+ \frac{\langle n_{eb} \rangle}{k_B T_{eb}} I_W\left(\frac{\omega/k - V_{db}}{\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}}\right) \quad ⓑ$$

$$\left. + \frac{Z^2 \langle n_i \rangle}{k_B T_i} I_W\left(\frac{\omega/k}{\sqrt{k_B T_i/m_i}}\right)\right] = 0 \quad ⓒ \quad (21)$$

(21)式は非常に複雑な形をしているので，ここでは種々の極限状態に分けて考えてみよう。その前に，I_W

は次のような漸近形をもつことに注意しよう。

$|\xi| \gg 1$ では

$$I_W(\xi) = -\frac{1}{\xi^2} - \frac{3}{\xi^4} - \cdots\cdots \tag{22}$$

$|\xi| \ll 1$ では

$$I_W(\xi) = i(\pi/2)^{1/2}\xi e^{-\frac{\xi^2}{2}} + 1 - \xi^2 + \cdots\cdots \tag{22}'$$

最も簡単な場合として、$T_i \to 0$, の場合を考え

(i) $|\omega/k + V_{dh}| / \sqrt{k_B T_{eh}/m_e}$, $|\omega/k - V_{db}| / \sqrt{k_B T_{eb}/m_e} \ll 1$,

のとき

分散関係式 (21) は.

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + \frac{1}{k^2\lambda_{Deh}^2}\left[1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega/k + V_{dh}}{C_{Teh}}\right]$$

$$+ \frac{1}{k^2\lambda_{Deb}^2}\left[1 + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega/k - V_{db}}{C_{Teb}}\right] = 0$$

となり、この式を $R_e(\omega) \gg I_m(\omega)$ の場合について解くと.

$$R_e(\omega) \approx \frac{\pm\,\omega_{pi}}{\sqrt{1 + 1/k^2\lambda_{Deh}^2 + 1/k^2\lambda_{Deb}^2}} \tag{23}$$

$$I_m(\omega) \approx -\sqrt{\frac{\pi}{8}}\frac{R_e(\omega)^3}{\omega_{pi}^2} \cdot \frac{R_e(\omega)/k - V_{db}}{k^2\lambda_{Deb}^2 C_{Teb}}, \tag{23}'$$

今は $T_{eh} > T_{eb}$, $n_{eh} < n_{eb}$, の状態を考えているから. $\lambda_{Deh}^2 \gg \lambda_{Deb}^2$ と見て差しつかえない。そうすると. (23)は

$$I_m(\omega) \approx \mp\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{pi}}{C_{Teb}(1+k^2\lambda_{Deb}^2)^{3/2}}\left[\frac{\pm\omega_{pi}/k}{\sqrt{1+k^2\lambda_{Deb}^2}} - V_{db}\right],$$

となり. $Re(\omega)/k$ の方向. 即ち波の位相速度の方向がバック・グラウンドの電子の方向を向いているとき ($Re(\omega)>0$ 即ち(23″)の複号のうちの上側) で. しかも

$$V_{db} > \frac{\sqrt{\frac{n_e}{n_{eb}}\frac{Z_i k_B T_{eb}}{m_i}}}{\sqrt{1+k^2\lambda_{Deb}^2}}, \qquad (24)$$

のときに波は不安定になる。この不安定性は. イオン音波不安定性と呼ばれている。

(ii) $|\omega/k + V_{dh}| / \sqrt{k_B T_{eh}/m_e}$, $|\omega/k - V_{db}| / \sqrt{k_B T_{eb}/m_e} \gg 1$, のとき

分散関係式(21)は

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2 n_{eh}/n_e}{(\omega + kV_{dh})^2} - \frac{\omega_{pe}^2 n_{eb}/n_e}{(\omega - kV_{db})^2} = 0, \qquad (25)$$

(25)式の左辺を $G(\omega)$ として. $G(\omega)$ を縦軸に, ω を横

軸にとって図示すると図4-3のようになる。図から明らかに、$G(\omega)=0$ の6根のうち2実根は、$\omega<-kV_{dh}$、$\omega>kV_{db}$ の範囲にある。残る4根は、$-kV_d<\omega<kV_{db}$ の間に存在し、曲線のピーク（$\partial G/\partial\omega=0$ の点）が $G(\omega)=0$ の線（横軸）よりも下にある場合は複素根となり、方程式の係数が実数であることから、この複素根はそれぞれ2つずつが共役根になっており、それ故、不安定な解が存在する。(25)式のままでは解析するのがかなり厄介であるが、$m_i/m_e\to\infty$ の場合には、(25)式は

$$1-\frac{\omega_{pe}^2 n_{eh}/n_e}{(\omega+kV_{dh})^2}-\frac{\omega_{pe}^2 n_{eb}/n_e}{(\omega-kV_{db})^2}=0 \qquad (25)'$$

この中で最も簡単な2つの場合を考えてみる。一つは $n_{eh}\approx n_{eb}$ の場合であり、$n_{eh}V_{dh}=n_{eb}V_{db}$ ((1)'に相当) であるとすれば、このとき(25)'は簡単になり

$$\omega^4-(\omega_{pe}^2+2k^2V_d^2)\omega^2+k^2V_d^2(k^2V_d^2-\omega_{pe}^2)=0$$

この解は

$$\omega^2=\frac{\omega_{pe}^2+2k^2V_d^2\pm\omega_{pe}\sqrt{\omega_{pe}^2+8k^2V_d^2}}{2} \qquad (26)$$

ここで $V_d\equiv V_{dh}\approx V_{db}$ と置いた。(26)において

$$kV_d < \omega_{pe} \tag{27}$$

を満たす波に対しては、$\omega^2 < 0$ となり、波は不安定になる。(27)の範囲で成長率が最も大きくなるのは

$$k_{max} = \frac{\sqrt{6}}{4}\frac{\omega_{pe}}{V_d} \tag{28}$$

のときで、そのとき

$$I_m(\omega) = \pm\frac{\omega_{pe}}{2\sqrt{2}}, \quad Re(\omega) = 0. \tag{29}$$

この波は定在波であり、通常二流体不安定性[2]と呼ばれている。

次に $n_{eh} \ll n_{eb}$ の場合を考えてみる。この場合には、n_{eh} に対して共鳴する波が最も成長率が高い。$n_{eh}/n_e \to 0$ の解を $\omega^{(0)}$ とすると(25)より

$$\omega^{(0)} \approx kV_{db} + \omega_{pe}\sqrt{n_{eb}/n_e} \tag{30}$$

$n_{eh}/n_e \neq 0$ の項の $\omega^{(0)}$ に対する補正項を $\omega^{(1)}$ とすると(25)は、

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2 n_{eh}/n_e}{[k(V_{dh}+V_{db}) + \omega_{pe}\sqrt{n_{eb}/n_e} + \omega^{(1)}]^2} - \frac{\omega_{pe}^2 n_{eb}/n_e}{(i\omega^{(1)} + \omega_{pe}\sqrt{n_{eb}/n_e})^2} = 0$$

となる。上式において、n_{eb} によって作られた波の位相速度 $\omega_{pe}\sqrt{n_{eb}/n_e}/k$ が、n_{eb} から見たときの n_{eh} のドリフト速度 $-(V_{dh}+V_{db})$ に等しいという共鳴条件、即ち

$$\left|k(V_{dh}+V_{db})+\omega_{pe}\sqrt{n_{eb}/n_e}\right| \ll \omega^{(1)}$$

を用いると、

$$\omega^{(1)}=\left(\frac{n_{eh}}{2n_e}\right)^{1/3}\omega_{pe},\ \left(\frac{n_{eh}}{2n_e}\right)^{1/3}\cdot\omega_{pe}\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

の3つの解を得る。成長する波だけに限定すると、結局

$$R_e(\omega)=\omega^{(0)}+R_e(\omega^{(1)})=kV_{db}+\omega_{pe}-\frac{(n_{eh}/n_e)^{1/3}}{2^{4/3}}\omega_{pe} \quad (31)$$

$$I_m(\omega)=I_m(\omega^{(1)})=\frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}}\left(\frac{n_{eh}}{n_e}\right)^{1/3}\omega_{pe}\ , \quad (32)$$

この不安定性は普通、ビーム不安定性[2]と呼ばれているものである。

上式(31)、(32)はもう一つ別の波をも意味している。(25)の特別の場合として、$m_e/m_i \neq 0$、$n_{eb}=n_e$ を考えると、

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kV_{db})^2} = 0 \qquad (25'')$$

これは、(25')において n_{eh}/n_e のかわりに、Zm_e/m_i と置いた式に他ならない。(何故ならば $\omega_{pi}^2 = 4\pi Z^2 e^2 n_i/m_i = \frac{m_e Z}{m_i}\omega_{pe}^2$) そのときの不安定波の解は(31), (32)より明らかに

$$R_e(\omega) \fallingdotseq kV_{db} + \omega_{pe} - \frac{\omega_{pe}}{2^{4/3}}\left(\frac{Zm_e}{m_i}\right)^{1/3}, \qquad (33)$$

$$I_m(\omega) \fallingdotseq \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}}\left(\frac{Zm_e}{m_i}\right)^{1/3}\cdot\omega_{pe}. \qquad (34)$$

この不安定性は通常、ブネマン不安定性[2]と呼ばれている。

以上、話を非常に簡単な場合にのみ限定してきたが、より複雑な場合は上記の不安定性のバリエーションにすぎないので、ここまでの例で大体の様子はわかる。(ii)の場合に起こる不安定性はいずれも成長率が大きく、しかも $V_{dh}/\sqrt{k_B T_{eh}/m_e} \gg 1$, $V_{db}/\sqrt{k_B T_{eb}/m_e} \gg 1$ の場合に起こりやすいことがわかる。現実に、吸収領域で発生した高速電子が、高密度領

域に飛来して電場を誘起し，バック・グラウンドの電子を逆流させるときには．$V_{db}/\sqrt{k_B T_{eb}/m_e} \gg 1$ の状況は比較的簡単に実現されるであろう。しかしながら．ここで述べたような二流体不安定性，ビーム不安定性，ブネマン不安定性のような成長率の速い不安定性のために、バック・グラウンド電子は加熱されるか．減速されるかして $V_{db}/\sqrt{k_B T_{eb}/m_e} < 1$ の状況に移行するであろう。著者の求めんとするところは．最終的な定常状態での $V_{db}/\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}$ の値と熱流の大きさであるから．この最後の状態を決定するのは，(i)の場合のようなイオン音波不安定性であろう。

4-3-2. ビーム・プラズマ電磁不安定性

静電波の場合と異なり、電磁波の場合には磁場の存在により粒子の軌道が曲げられるために、粒子運動は本質的に一次元ではあり得なくなる。以下では簡単のために、波の波数方向に座標zをとり、それと直角な誘起電場、誘起磁場の方向にそれぞれ座標x, yをとることにする。4-3-1と同様に一様、定常状態では電磁場はなく、その状態の量を$\langle\ \rangle$をつけて表わし、摂動量にδをつけて表わすと、摂動量に対して線型化されたブラソフ方程式は

$$\frac{\partial \delta F_\sigma}{\partial t} + V_z \frac{\partial \delta F_\sigma}{\partial z} + \frac{q_\sigma}{m_\sigma}\left[\frac{V_x \delta B}{c_l}\frac{\partial \langle F_\sigma \rangle}{\partial V_z} + \left(\delta E - \frac{V_z \delta B}{c_l}\right)\frac{\partial \langle F_\sigma \rangle}{\partial V_x}\right] = 0 \tag{35}$$

誘起電磁場は、マックスウェルの方程式

$$\frac{1}{c_l}\frac{\partial \delta B}{\partial t} = -\frac{\partial \delta E}{\partial z}, \tag{36}$$

$$-\frac{\partial \delta B}{\partial z} = +\frac{4\pi \delta j_x}{c_l} + \frac{1}{c_l}\frac{\partial \delta E}{\partial t} \tag{37}$$

$$\delta j_x = \Sigma_\sigma \int \delta F_\sigma q_\sigma V_x dV_x dV_y dV_z \tag{38}$$

に支配される。（添字 x・y・z はその量の方向を表わす） 変動量を(13)式のようにフーリエ変換して（但しrをzに変更する），(35)を変形すると

$$\delta F_\sigma^{k.\omega} = \frac{-i(q_\sigma/m_\sigma)\delta E^{k.\omega}}{\omega - kV_z}\left[\frac{kV_x}{\omega}\cdot\frac{\partial}{\partial V_x} + \left(1-\frac{kV_z}{\omega}\right)\frac{\partial}{\partial V_z}\right]\langle F_\sigma\rangle , \qquad (39)$$

ここで(36)のフーリエ変換形

$$\delta B^{k.\omega} = \frac{kC_e}{\omega}\delta E^{k.\omega} ,$$

を使った。この式と(39)を使うと(37)は

$$\frac{k^2C_e^2}{\omega^2} - 1 = \sum_\sigma \frac{4\pi q_\sigma^2}{\omega^2 m_\sigma}\iiint \frac{V_x}{\omega - kV_z}\left[kV_x\frac{\partial}{\partial V_z} + (\omega - kV_z)\frac{\partial}{\partial V_z}\right]\times \langle F_\sigma\rangle\, dV_x\cdot dV_y\cdot dV_z \qquad (40)$$

4-3-1の分布関数(18)-(20)の多次元への拡張形を

$$\langle F_{eb}\rangle = \frac{\langle n_{eb}\rangle}{(2\pi k_B T_{eb}/m_e)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{m_e[(V_x+V_{db})^2+V_y^2+V_z^2]}{2k_BT_{eh}}\right\} \qquad (41)$$

$$\langle F_{eh}\rangle = \frac{\langle n_{eb}\rangle}{(2\pi k_B T_{eb}/m_e)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{m_e[(V_x-V_{db})^2+V_y^2+V_z^2]}{2k_BT_{eb}}\right\} \qquad (42)$$

$$\langle F_i \rangle = \frac{\langle n_i \rangle}{(2\pi k_B T_i / m_i)^{3/2}} \exp\left\{ -\frac{m_i (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}{2 k_B T_i} \right\} \qquad (43)$$

とすると (40) 式は

$$\omega^2 - (\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 + k^2 C_e^2)$$

$$+ \omega_{pe} \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\langle n_e \rangle} \left(1 + \frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eh}}\right) I_W \left(\frac{\omega}{k\sqrt{k_B T_{eh}/m_e}}\right)$$

$$+ \omega_{pe}^2 \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\langle n_e \rangle} \left(1 + \frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eb}}\right) I_W \left(\frac{\omega}{k\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}}\right)$$

$$+ \omega_{pi}^2 I_W \left(\frac{\omega}{k\sqrt{k_B T_i / m_i}}\right) = 0 . \qquad (44)$$

$\left(\frac{\omega}{k\sqrt{k_B T_\sigma / m_\sigma}}\right) \ll 1$ の極限では. (44) 式は (22′) を用いて近似的に解くことができ.

$$R_e(\omega) = 0$$

$$I_m(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} k \left[\frac{\langle n_{eh} \rangle}{\langle n_e \rangle} \cdot \frac{m_e V_{dh}^2}{k_B T_{eh}} + \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\langle n_e \rangle} \frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eb}} - \frac{k^2 C_e^2}{\omega_{pe}^2} \right]$$

$$\times \left[\frac{\langle n_{eh} \rangle}{\langle n_e \rangle} \frac{\left(1 + \frac{m_e V_{dh}^2}{k_B T_{eh}}\right)}{\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}} + \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\langle n_e \rangle} \frac{\left(1 + \frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eb}}\right)}{\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}} \right.$$

$$\left. + Z \sqrt{\frac{m_e}{k_B T_i} \frac{m_e}{m_i}} \right]^{-1} , \qquad (45)$$

最も大きな成長率は. $k = k_{max}$ のときに実現される。

$$k_{max}^2 = \frac{\omega_{pe}^2}{3 C_e^2} \left[\frac{\langle n_{eh} \rangle}{\langle n_e \rangle} \frac{m_e V_{dh}^2}{k_B T_{eh}} + \frac{\langle n_{eh} \rangle}{\langle n_e \rangle} \frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eb}} + \frac{Z m_e}{m_i} \right] \qquad (46)$$

そのとき

$$I_m(\omega)\Big|_{max} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3\pi}}\cdot\frac{\omega_{pe}}{C_l}\left[\frac{\langle n_{eh}\rangle}{\langle n_e\rangle}\frac{m_e V_{dh}^2}{k_B T_{eh}} + \frac{\langle n_{eh}\rangle}{\langle n_e\rangle}\times\frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eb}} + \frac{Z m_e}{m_i}\right]\times\left[\frac{\langle n_{eh}\rangle}{\langle n_e\rangle}\frac{\left(1+\frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eh}}\right)}{\sqrt{k_B T_{eh}/m_e}} + \frac{\langle n_{eh}\rangle}{\langle n_e\rangle}\frac{\left(1+\frac{m_e V_{db}^2}{k_B T_{eb}}\right)}{\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}} + Z\sqrt{\frac{m_e}{k_B T_i}\frac{m_e}{m_i}}\right]^{-1}$$

この不安定性は普通ワイベル不安定性[3]と呼ばれているものと本質は同じものである。

この不安定性は磁場を伴なうという意味で非常に重要である。(41), (42)のドリフトの方向から考えて、磁場はレーザー照射ペレットの表面に沿って現われる。粒子は磁場に巻きついて回転する性質を持っているから、このようにして生成された磁場が与える熱流への影響は大きいことが予想される。

4-4. イオン音波不安定性と制限熱流[21],[25]

4-4-1. 理論モデル1

4-3-1節(23″)式で見たように、レーザー核融合の状況下では、迷電流を形成するバック・グラウンドの電子と静止しているイオンとの間のドリフトによって誘起されるイオン音波不安定性が重要である。この節では、最も単純なモデルを使って、イオン音波の熱流に与える影響をみてみる。

4-3-1節(23)でもわかるように、このとき発生するイオン音波の位相速度は、バック・グラウンドの電子のドリフト速度より遅い。そのために、波はバック・グラウンドの電子を減速しようとするであろう。もし、初期の状態で全電流が零となっているとすれば(例えば図4-1(a)の状態)、イオン音波が発生して、バック・グラウンドの電子が減速された時には、有限な電流が生ずる筈である。このとき、先述のように電場Eが発生して、中性化しようとする。この

状況をモデル的に次の方程式で表わしてみよう。

$$\frac{dV_{db}}{dt} = -\nu_{eff}(V_{db} - \omega/k) - \frac{e}{m_e}E \ ,$$

$$\frac{dV_{dh}}{dt} = -\frac{e}{m_e}E \ ,$$

ここで ν_{eff} はイオン音波によって起こる減速率を表わし、ω/k はイオン音波の位相速度である。高速電子に対しては、ω/k と V_{dh} が離れすぎているためにイオン音波の影響は無視できるであろうと思われる。もし、現象が新しい状態のもとで定常に落ち着いたとすると（$d/dt = 0$）、そのときには

電場 $E = 0$,

従って電流が零の条件

$$\langle n_{eh} \rangle V_{dh} = \langle n_{eb} \rangle V_{db} \qquad (47)$$

と

$$\nu_{eff} = 0 \ , \quad \text{か又は} \quad V_{db} = \omega/k \ . \qquad (48)$$

が満たされていなければならない。ν_{eff} は成長率が零になったときに 0 になると考えてよいであろう。そうすると(23″)から、$\nu_{eff} = 0$ になるのは

$$V_{db} = \frac{\sqrt{\frac{\langle n_e \rangle}{\langle n_{eb} \rangle} \frac{2k_B T_{eb}}{m_i}}}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_{Deb}^2}} , \tag{49}$$

のときである。(23)''の形から最大の成長率を与えるのは、$k\lambda_{Deb} \sim 1$ を満たす波であることがわかるから、そのような波だけに注目すると、(23)と(48)の二番目の式より

$$V_{db} = \omega/k \approx \sqrt{\frac{\langle n_e \rangle}{\langle n_{eb} \rangle} \cdot \frac{2k_B T_{eb}}{m_i}} , \tag{50}$$

即ち、(48)の二つの式のいずれの場合にも

$$V_{db} \approx \sqrt{\frac{\langle n_e \rangle}{\langle n_{eb} \rangle} \cdot \frac{2k_B T_{eb}}{m_i}} \equiv C_{ac} \tag{51}$$

が成立する。このとき、(47)より

$$V_{dh} \approx \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\langle n_{eh} \rangle} \cdot C_{ac} \tag{52}$$

初期に、(18)、(19)式のようなマックスウェル分布を持った電子がイオン音波の影響を受けて加熱あるいは減速を受けて、初期と違った温度、ドリフト速度になって定常になる。そのときも、分布は(18)、(19)式の形で表わされるものとしよう。但し、このとき

のTeは最終状態の値であり．ドリフト速度は(50)．(51)式を満足しているものとする。(18)．(19)式を用いて熱流W_Hを計算すると

$$W_H \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m_e V^2 \langle F_e \rangle dV$$

$$= \frac{1}{2} m_e \langle n_e \rangle \left\{ \frac{\langle n_{eb} \rangle}{\langle n_e \rangle} V_{db} \left(\frac{3 k_B T_{eb}}{m_e} + V_{db}^2 \right) \right.$$

$$\left. - \frac{\langle n_{eh} \rangle}{\langle n_e \rangle} V_{dh} \left(\frac{3 k_B T_{eh}}{m_e} + V_{dh}^2 \right) \right\} \qquad (53)$$

以下では混乱のない限り、F_e・F_iは別として、m_e等の〈〉は省略する。ここで次のことを注意しよう。今までは初期にあるV_{db}，V_{dh}が与えられて，それがイオン音波によって減速されるような過程を強調してきたが，実際にはV_{dh}即ちV_{db}が一定に保たれている状況で，むしろTebが上昇して(50)を満たすようになるという記述の方が現実に近いであろう。何故ならば，高速電子はレーザー光の電場などによって，加速されて生成された訳であるから，そのエネルギーはレーザー光の強度に依存している。これから考

えて T_{eh}, V_{dh} はむしろ外から与えられるべきパラメーターである。しかも、イオン音波の影響は高速電子にはあまり及ばないことから、T_{eh}, V_{dh} を固定して考えても差しつかえないであろう。高速電子の分布は実験的にも理論的にもはっきりしていないので、その選び方に任意性が残されてはいるが、(18)式の分布では、$\sqrt{k_B T_{eh}/m_e} \sim V_{dh}$ と置くのが合理的であろう。(また以下では、$T_{eh} \gg T_{eb}$, $n_{eb} \gg n_{eh}$ を仮定しよう。) そうすると、(53)式は V_{dh} のみで表わすことができ、

$$W_H \approx \frac{1}{2} m_e n_{eh} V_{dh}^3 \left\{ \frac{n_{eh}}{n_{eb} n_e} \frac{3 m_i}{m_e Z} - 4 \right\}. \tag{54}$$

(54)式より

$$\frac{n_{eh}}{n_e} \approx \frac{2}{3} \sqrt{\frac{m_e Z}{m_i}} \tag{55}$$

のとき、$|W_H|$ は最大となり

$$|W_H|_{max} \doteqdot \frac{8}{9} m_e n_e V_{dh}^3 \sqrt{\frac{m_e Z}{m_i}}. \tag{56}$$

更に、有効温度 T_{eff} を次のように定義すると

$$T_{eff} \equiv \int m_e V^2 \langle F_e \rangle \, dV$$

$$= \frac{n_{eb}}{n_e}\left(T_{eb} + \frac{m_e \cdot V_{db}^2}{k_B}\right) + \frac{n_{eh}}{n_e}\left(T_{eh} + \frac{m_e \cdot V_{dh}^2}{k_B}\right)$$

$$\approx \frac{4}{9}\frac{m_e}{k_B} \cdot V_{dh}^2 \,, \qquad (57)$$

ここで(55)式を使った。(56)と T_{eff} を使って書き直すと

$$|W_H|_{max} \approx f \cdot m_e n_e \left(\frac{k_B T_{eff}}{m_e}\right)^{3/2} , \qquad (58)$$

$$f = 3\sqrt{\frac{m_e Z}{m_i}} \qquad (58')$$

ここで求まった(55), (58)を4-2節の(4), (6)と比較してみると、その違いは明らかであろう。

4-4-2. 理論モデル2

イオン音波との相互作用の結果、最終的に到達されるべきバック・グラウンド電子のドリフト速度が4-4-1節で得られた値に到達する前に、別の機構が働らく可能性がある。その一つは、Bekshtein と Sagdeev[4] によって提案された、高速イオンの出現で

ある。イオン音波は、位相速度がイオンと電子の速度の中間にあるため、バック・グラウンドの電子を加熱・減速すると共に、イオンをも加熱・加速する。このときに生成された、イオンの高エネルギー部分によるランダウ減衰のために、不安定波の成長が止まる可能性がある。このことを見るために、(21)-(23)"の解析をイオンの分布を次の二つに分けてやり直してみよう。

$$\langle F_i \rangle = \frac{(1-X_i)\, n_i}{\sqrt{2\pi k_B T_i / m_i}} \exp\left[-\frac{m_i V^2}{2 k_B T_i}\right] + \frac{X_i \cdot n_i}{\sqrt{2\pi k_B T_i^{\,\mathrm{eff}} / m_i}} \exp\left[-\frac{m_i V^2}{2 k_B T_i^{\,\mathrm{eff}}}\right], \qquad (59)$$

とする。ここで X_i は高エネルギーイオンの割合、$T_i^{\,\mathrm{eff}}$ は高エネルギーイオンの温度である。(59)を使うと分散関係式は、(21)のかわりに

$$1 + \frac{4\pi e^2}{k^2}\left[\frac{n_{eh}}{k_B T_{eh}} I_W\left(\frac{\omega/k + V_{dh}}{\sqrt{k_B T_{eh}/m_e}}\right) + \frac{n_{eb}}{k_B T_{eb}} I_W\left(\frac{\omega/k - V_{db}}{\sqrt{k_B T_{eb}/m_e}}\right)\right.$$

$$+\frac{Z^2(1-X_i)n_i}{k_B T_i} I_W\left(\frac{\omega/k}{\sqrt{k_B T_i/m_i}}\right)$$

$$+\frac{Z^2 X_i \cdot n_i}{k_B T_i^{\,eff}} I_W\left(\frac{\omega/k}{\sqrt{k_B T_i^{\,eff}/m_i}}\right)\Bigg]$$

$$= 0 , \qquad (60)$$

となる。 $T_i^{eff} \to 0$, $|\omega/k + V_{dh}| / \sqrt{k_B T_{eh}/m_e} \ll 1$,

$|\omega/k - V_{db}| / \sqrt{k_B T_{eb}/m_e} \ll 1$, $|\omega/k| / \sqrt{k_B T_i^{\,eff}/m_i} \ll 1$.

の場合を考えると、(60)式は

$$1-\frac{\omega_{pi}^{\,2}}{\omega^2}(1-X_i)+\frac{1}{k^2\lambda_{Deh}^{\,2}}\left[1+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega/k+V_{dh}}{C_{Teh}}\right]$$

$$+\frac{1}{k^2\lambda_{Deb}^{\,2}}\left[1+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega/k-V_{db}}{C_{Teb}}\right]$$

$$+\frac{1}{k^2\lambda_{Deb}^{\,2}}\cdot\frac{T_{eb}}{T_i^{\,eff}}\,\frac{X_i Z\cdot n_e}{n_{eb}}\left[1+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\omega/k}{\sqrt{k_B T_i^{\,eff}/m_i}}\right]$$

$$= 0$$

これを解くと、

$$R_e(\omega) \approx \frac{\pm(1-X_i)\,\omega_{pi}}{\sqrt{1+\frac{1}{k^2\lambda_{Deh}^{\,2}}+\frac{1}{k^2\lambda_{Deb}^{\,2}}+\frac{1}{k^2\lambda_{Deb}^{\,2}}\,\frac{T_{eb}}{T_i^{\,eff}}\,\frac{X_i Z\cdot n_e}{n_{eb}}}} \qquad (61)$$

$$I_m(\omega) \approx -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{R_e(\omega)^3}{k^2 \lambda_{Deb}^2 C_{Teb} \omega_{pi}^2 (1-X_i)}$$

$$\times \left[\frac{R_e(\omega)}{k} \left(1 + \frac{T_{eb}}{T_i^{eff}} \frac{X_i Z n_e}{n_{eb}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\right) - V_{db} \right], \quad (62)$$

ここで、(62)に対する高速電子の寄与は除いた。X_iがあまり小さくなければ、(62)式の[ ]内の( )内の第2項は第1項より大きくなる可能性がある。即ち、イオンによるランダウ減衰の方が電子によるものより大きくなることがある。今、$T_{eb} \sim T_i^{eff}$、$\langle n_e \rangle \sim \langle n_{eb} \rangle$、$k\lambda_{Deb} \sim 1$ と考えると、$I_m(\omega) = 0$ となる条件は

$$\frac{V_{db}}{C_{ac}} \approx X Z \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}. \quad (63)$$

高エネルギーイオンの割合X_iは、この条件からは求めることができない。それ故、運動量とエネルギーの保存関係からX_iを推定することにしよう。

今、V_{db}が減速されることによって、運動量が高速イオン（その速度は大体C_{ac}のオーダーである）に移ってゆくものとすると、

$$\frac{d}{dt}(m_i X_i n_i C_{ac}) \approx m_e n_e \nu_{eff} V_{db}, \quad (64)$$

ここで ν_{eff} は V_{db} の減速率を表わす。またエネルギーの保存も同様に

$$\frac{d}{dt}(n_e k_B T_{eb}) \approx m_e n_e \nu_{eff} V_{db}^2 , \tag{65}$$

$n_e \approx Z n_i$ と (63) を使うと、(64) は

$$\frac{dV_{db}}{dt} \approx Z^2 \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}\, \nu_{eff} V_{db} . \tag{66}$$

これと (65) より、ν_{eff} を消去すると

$$\frac{V_{db}}{C_{ac}} \approx \sqrt{Z}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/4} . \tag{67}$$

これをもとにして、(54) を求めたと同じ過程を辿ってゆくと、

$$W_H \approx \frac{1}{2} m_e n_{eh} V_{dh}^3 \left\{ 3\left(\frac{n_{eh}}{n_e}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} Z^{-2} - 4 \right\} , \tag{68}$$

ここで、$n_e \sim n_{eb}$ と考えた。(68) 式は、

$$\frac{n_{eh}}{n_e} \approx \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/4} Z$$

のとき、W_H が最大となり、

$$|W_H|_{max} \approx \frac{8}{9} m_e n_e V_{dh}^3 \cdot \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/4} \cdot Z \tag{69}$$

また (57) で定義された有効温度は、同様にして

$$T_{eff} \approx \frac{4}{9}\frac{m_e}{k_B} V_{dh}^2 , \tag{70}$$

となる。(69)を(70)を用いて書き直すと

$$|W_H|_{max} \approx f \cdot m_e n_e \left(\frac{k_B T_{eff}}{m_e}\right)^{3/2} , \tag{71}$$

$$f \equiv \frac{2\sqrt{6}}{3}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/4} \cdot Z , \tag{71'}$$

4-4-3. シミュレーション

4-4-1節で述べたような現象を、より現実的に取り扱おうとするとかなり難しい。例えば、ある地点（所謂、吸収点）で発生した高速電子が、バック・グラウンドのプラズマと相互作用してゆく過程をシミュレートしようとすると、イオン音波が成長する時間（$\approx I_m(\omega)^{-1}$）の間に高速電子は、$V_{dh} I_m(\omega)^{-1} \approx \frac{m_i}{m_e}\lambda_{Deb}\frac{n_e}{n_{eh}}$ の距離だけ飛ぶことになる。勿論、発生する波の波長は λ_{Deb} 程度であるから、この波長を検知できる分解能を必要とする。それ故、少なく見積っても、$10(m_i n_e)/(m_e n_{eh})$ の空間メッシュが必要で

ある。もう一つ重要なことは、次元の問題である。波と電子の相互作用を考える場合には、一次元と二次元は本質的に違うことはすぐわかる。例えば、一次元的なポテンシャルの谷があったとき、そこで電子がはね返されると考えてみよう。このポテンシャルの谷が、今考えている一次元の方向と直角の方向に凸凹になっているとすると、はね返されない電子もでてくる。それ故、二次元的なシミュレーションを行なう必要がある関係で、先述の空間メッシュはたとえ $m_i/m_e = 100$ で妥協したとしても不可能に近いことがわかるであろう。それではどうするか。一つの方法は、空間のある区間（上述の $V_{dh} I_m(\omega)^{-1}$ よりはるかに短かい）を切り出してその中だけを見てゆく方法であるが、その区間の端でどういう境界条件を採用するかということが非常に問題である。（かながら非常に短かい区間であれば左右の端で周期境界条件を採用することができるであろう。要するにこの方法は、4-4-1節で取り扱った理論モデルを

詳細に調べたにすぎないということがわかるであろう。

イオン音波の成長する時間内に高速電子の飛ぶ距離 $V_{dh} I_{m(\omega)}^{-1}$ は、この系の非一様性のスケールと考えてよいであろう。このスケールはイオン音波の波長スケールと較べて非常に長いから、上記の非一様性は直接イオン音波に影響を与えることはないであろう。かと言って、この系から切り出したシミュレーションの区間（$\approx 16 \lambda_{Deb}$）を完全に周期的であると考えるのは誤まりである。この区間が完全に周期的であるときには、この区間内に一様電流は存在しても構わない。ところが4-4-1節でも述べたように電流が流れれば電場が発生し、電気的中性を保とうとするように逆電流が流れるという記述は明らかに周期性と矛盾する。そこで以下のシミュレーションでは、一様電流を常に抑制する操作を加えることによってこの矛盾を解決した。

シミュレーションはPIC法（Particles in Cell）

と呼ばれる超粒子コードを用いたが、この方法については補節で述べることにする。シミュレーション領域は図4-12のように、$\Delta y = 0.5 V_0/\omega_{pe}$ の間隔のグリッドによって区切られている。高速電子のドリフト方向にx軸をとり、それと直角方向にy軸をとることにして、x・y方向の周期区間の長さは $16 V_0/\omega_{pe}$ とする。V_0 はシミュレーションにおける速度の単位である。使用した超粒子の数は、電子・イオン共に同数で8192個。時間ステップは $0.25\,\omega_{pe}^{-1}$ と $0.1\,\omega_{pe}^{-1}$ の二つの場合について行ない、双方を比較して有意差のないことを確かめた。シミュレーションの初期分布としては、(41)−(43)（但し $V_z = 0$）を採用した。但し、$T_{eb} = \frac{1}{2}\frac{m_e}{k_B} V_0^2$, $T_{eb}/T_i = 50$, $T_{eh}/T_{eb} = 16$, $V_{db} = V_0$, $V_{dh} = 4V_0$, $\langle n_{eh}\rangle/\langle n_e\rangle = 0.2$, ととった。このとり方によれば、上述のグリッド間隔の単位である V_0/ω_{pe} は $\sqrt{2\langle n_{eb}\rangle/\langle n_e\rangle}\,\lambda_{Deb}$ に相当する。

図4-4は、(41)・(42)になるように乱数を発生させて作った電子の分布関数である。以下ではこの初期分布

をもとに、m_i/m_e の値が 25, 100, の二つの場合の不安定性の時間発展を調べてゆく。

図4-5は、$m_i/m_e = 25$ のときの $k\lambda_{Deb} \approx 1.2$ の波のフーリエ成分の時間発展を示す。(この図は電子プラズマ振動数以上の周波数成分をカットするようにして描いたものである。) このような図から種々のモードの振動数と成長率を読み取り、図4-6に示した。実線の理論値をかなりの正確さで再現できていることがわかる。図4-7, 4-8, はそれぞれバックグラウンドの電子のドリフト速度、温度を m_i/m_e が25と100の場合を比較しながら時間的にプロットしたものである。参考までに $\omega_{pi}t = 60$ ($m_i/m_e = 100$) のときの電子の分布関数を描くと図4-9のようになっている。

表4-1

m_i/m_e	V_{db}^f / V_0	$T_{eb}^f / (\frac{m_e V_0^2}{2k_B})$	$V_{db}^f / \sqrt{\frac{k_B T_{eb}^f}{m_e}}$
25	0.75 ~ 0.78	1.35	0.46 ~ 0.47
100	0.58 ~ 0.60	1.8	0.31 ~ 0.33

この結果をまとめると、表4-1のようになる。Tehに関しては殆んど変化がないので省略した。表中で上つきの添字fは最終状態を意味する。以上の結果から考えて、

$$V_{db}^{f} \approx \beta \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\ell} \sqrt{\frac{k_B T_{eb}^{f}}{m_e}} \tag{72}$$

$$0.97 < \beta < 1.24 \quad , \quad 3.3 < \frac{1}{\ell} < 4 \, , \tag{72'}$$

であることがわかる。これだけのシミュレーションで結論を下すことは危険であるが、理論モデル1にはどう考えても近くはないことはわかるであろう。実際には、理論モデル2で考えたような状況が実現しているであろうという間接的な証拠は、図4-10に示されている。これは、$m_i/m_e = 100$, $\omega_{pi} t = 60$, におけるイオンの分布関数を描いたものである。(63), (67)に依れば、高速イオンの割合は約$(m_e/m_i)^{1/4}$のオーダーであるから、$m_i/m_e = 100$の場合、その割合は0.3になっているべきである。図4-10から求められ

なこの割合は.

$$0.2 \lesssim x_i \lesssim 0.3$$

また、イオン温度に関しては、分布に山のできている値の速度で大体見積もると

$$T_i^{eff} \sim 0.06 \frac{m_i}{k_B} V_0^2 .$$

このときのバック・グラウンド電子の温度は

$$T_{eb}^{f} \sim 3.6 \frac{m_e}{k_B} V_0^2$$

となり. $m_i/m_e = 100$ では

$$\frac{T_i^{eff}}{T_{eb}} \approx \frac{m_i}{m_e} \cdot \frac{0.06}{3.6} \approx 1.7$$

となっていることがわかるであろう。

4-5. まとめ

本章では、イオン音波の制限熱流への影響を簡単な理論解析及びシミュレーションによって解析した。その結果、$Z=1$ の状況では制限ファクター f は、

$$f \approx \frac{2\sqrt{6}}{3}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{4}} \quad , \tag{73}$$

と変更されることが推論された。$Z \neq 1$ の状況の Z 依存性は更に詳しいシミュレーションに待たねば速断はできぬが、一応の Z 依存性は (71)′ に示される通りであると思われる。図 4-11 には、$m_i/m_e \fallingdotseq 4600$, $Z=1$ (D-T に相当) の場合の Morse, Nielson 流 ((6) 式参照)、理論モデル 1 ((58) 式参照)、理論モデル 2 ((71)′ 式参照) による制限ファクター f と α の関係をそれぞれ、○、△、□で示した。それぞれの α の値は大きく違わないが、この α のわずかの違いが効率を大きく左右することは第2章で見た通りである。そ

れ故．この違いは爆縮過程のうえからもかなり重要なことがわかる。

ここでは取り上げなかったが，4-3節で紹介した不安定性のうちの電磁波モードの不安定性（所謂ワイベル型不安定性）には，もっと種々のモードが存在する。[VIII] このモードに関する線型理論と，熱流へ及ぼす影響に関する研究は，著者らによってなされているが，[XI] 本論文では省略する。ただ，その不安定性の熱流へ及ぼす影響の仕方は，本章の様子とかなり違うということだけを述べるにとどめよう。

補節：超粒子コード

補1．基本概念

レーザー・プラズマの微視的現象をコンピューターでシミュレートしようとする時．例えば全部の粒子の軌跡を追跡するものとしよう。Nd.ガラスレーザーのカット・オフ密度（$\approx 10^{21} cm^{-3}$）で1keVのプラズマでは．デバイ長は$7.4 \times 10^{-3} \mu m$となる。今．10デバイ長の立方体中に含まれる電子の数を計算してみると．約4×10^{16}個という莫大な数になることがわかる。幸いなことに．プラズマは荷電粒子の集まりであるために．相互作用の及ぼす範囲が粒子の半径よりも遙かに大きく．粒子の集団的運動の方が個別的運動に較べて重要な役割を背負ってくれている。このために．粒子を個別的に取り扱わずに集団となった粒子群を一つの超粒子として考え．この超粒子の個々の運動を追跡していってもある程度は正確な記述ができるのである。このことは．宇宙の力学を考える

場合に、恒星の集まりである星雲を一つの個体として認識する方法に似ているであろう。ただ大切なことは、コンピューターの記憶容量との兼ね合いで、どの程度の超粒子が物理的に正しい結果を導くかは問題である。

荷電粒子の運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{r}_\sigma}{dt} = \mathbf{v}_\sigma , \tag{A-1}$$

$$\frac{d\mathbf{v}_\sigma}{dt} = \frac{g_\sigma}{m_\sigma} \cdot \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_\sigma}{c_l} \times \mathbf{B}\right) \tag{A-2}$$

で記述できる。ここで添字σは、i(イオン)、e(電子)を表わし、$\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$はそれぞれ各粒子の空間座標、速度を表わす。ここで、$\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$は電場・磁場を表わし

マックスウェルの方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c_l \, \mathrm{rot}\, \mathbf{E} , \tag{A-3}$$

$$\mathrm{rot}\, \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c_l} \mathbf{j} + \frac{1}{c_l} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} , \tag{A-4}$$

$$\mathrm{div}\, \mathbf{B} = 0 \tag{A-5}$$

$$\mathrm{div}\, \mathbf{E} = 4\pi (g_i n_i + g_e n_e) , \tag{A-6}$$

(j, n, c_eは電流、密度、光速を表わす)によって支配されている。今、粒子N個を一まとめにして一つの超粒子を考えると、その質量・電荷はそれぞれ$N m_e$, $N q_e$となる。(A-2)式を見てもこのような操作に対して、方程式は不変であることがわかる。(A-4), (A-6)も不変であるためには、n/Nを新しい密度とすれば良い。それ故、以下では(A-1)~(A-6)を超粒子に対する方程式と見做しておこう。簡単のために、以下の説明は静電コードの話に限定するが、これを電磁コードに拡張するのは容易である。

(A-1), (A-2)によって動かされた超粒子は、その空間配位によって(A-6)に従って静電場を形造る。しかし、(A-6)によって、超粒子の存在する位置の電場を直接計算するのはかなりの労力と時間が必要であるため、ここでもう一つの平均操作を行なう。このことができるのも、プラズマの集団的性質の賜物である。図4-12のようなx-y平面内のグリッドを考える。この格子間隔をΔgにしておく。更に超粒子は

Δh 平方の大きさを持っているものとしよう。（第4章では、$\Delta g = \Delta P$ という所謂ＰＩＣ法を用いた。）図中で、黒丸印（•）が超粒子の中心で、破線がその外形を示し、×印がグリッドで囲まれた部分（これをセルと呼ぼう）の中心を示す。この一個の超粒子に対して、あるセル内に入った部分の密度は（例えば図中の斜線部分）そのセルの中心（×点）に存在するように振り分ける。このようにして、粒子密度を各セルの中心毎に求めると、あとは(A-6)に従って、各セル中心上の電場を求めることができる。ところが、実際の各粒子はセル中心上にはないから、この粒子に働く電場の力を近似する必要がある。それは先程の操作と同じで、あるセル内に入った部分（例えば図中の斜線部分）は、そのセル中心の電場を受けると考えればよい。以上のことをまとめて書くと以下のようになる。

セル(α)の中心における粒子密度

$$= \sum_b \frac{\text{超粒子(b)のセル(a)内に含まれる面積}}{\text{超粒子(b)の全面積}}$$

$$\times \text{超粒子(b)の密度} \quad , \qquad (A-7)$$

超粒子(b)の感じる電場

$$= \sum_a \frac{\text{超粒子(b)のセル(a)内に含まれる面積}}{\text{超粒子(b)の全面積}}$$

$$\times \text{セル(a)の中心点における電場} , \qquad (A-8)$$

補2. ポアソン方程式の解法

次に、(A-6)から電場を計算する方法について述べる。(A-6)の右辺を$-Q_s^{(0)}$とおき、

$$E = -\mathrm{grad}.\,\varphi \qquad (A-9)$$

のポテンシャルを定義すると、(A-6)は

$$\Delta\varphi = Q_s^{(0)} , \qquad (A-10)$$

となる。(A-10)をy方向にフーリエ変換すると

$$\frac{d^2\varphi^k}{dx^2} - k^2\varphi^k = Q_s^{k(0)} , \qquad (A-11)$$

ここで

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{pmatrix}\varphi\\ Q_s^{(0)}\end{pmatrix} e^{-iky}\,dy = \begin{pmatrix}\varphi^k\\ Q_s^{k(0)}\end{pmatrix} \qquad (A-12)$$

と定義した。(A-11)を差分化すると

$$\varphi_{i+1}^{k} - \lambda^{(0)}\varphi_{i}^{k} + \varphi_{i-1}^{k} = Q_{si}^{k(0)} \cdot \Delta g^{2}, \qquad (A-13)$$

$$\lambda^{(0)} \equiv 2 + (k\Delta g)^{2}, \qquad (A-14)$$

ここで添字 i はセル中心の認識番号である。(A-13)を解く方法が種々あるが、以下では次のような方法を用いた。(A-13)を次のように並べてみよう。

$$\varphi_{i}^{k} - \lambda^{(0)}\varphi_{i-1}^{k} + \varphi_{i-2}^{k} = Q_{S,i-1}^{k(0)} \Delta g^{2}, \qquad (A-13')$$

$$\varphi_{i+1}^{k} - \lambda^{(0)}\varphi_{i}^{k} + \varphi_{i-1}^{k} = Q_{S,i}^{k(0)} \Delta g^{2}, \qquad (A-13'')$$

$$\varphi_{i+1}^{k} - \lambda^{(0)}\varphi_{i+1}^{k} + \varphi_{i}^{k} = Q_{S,i+1}^{k(0)} \Delta g^{2}, \qquad (A-13''')$$

この三式から、(A-13)' + (A-13)''' + $\lambda^{(0)}$ × (A-13)'' を作ると

$$\varphi_{i+2}^{k} - \lambda^{(1)}\varphi_{i}^{k} + \varphi_{i-2}^{k} = Q_{S,i}^{k(1)} \Delta g^{2}, \qquad (A-15)$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda^{(1)} &= 2 - \lambda^{(0)2}, \\ Q_{S,i}^{k(1)} &= Q_{S,i-1}^{k(0)} + \lambda^{(0)} Q_{S,i}^{k(0)} + Q_{S,i+1}^{k(0)} \end{aligned}\right\} \qquad (A-16)$$

となる。この方程式は(A-13)と類似しているが、i が

1つおきになっている点が違う。今、x方向のセルの数が 2^{N_g} 個あり、境界では周期的境界条件が成立するとしよう。図4-13を参考にしながら以後の操作を説明してゆく。第一行目には、(A-7)の操作と(A-12)のフーリエ変換によって求められた $Q_s^{k(0)}$ をセルの順序に並べたもので、丸の上の番号はセルの番号である。(この例では $N_g=3$ である。) 黒丸は境界のセルであり、図中では今考えている系の右側にもう一つ同じ系をくっつけてある。次に第二行目には、(A-16)式を決定される $Q_s^{k(1)}$ の中で後の操作に必要なものを表わす。以下同様の操作の後に最後に得られるのは、$Q_{s,2^{N_g}+1}^{k(N_g)}$ (図中では $Q_{s,9}^{k(3)}$) である。このときの φ を決定する方程式は、(A-15)と同様

$$\varphi_1^k - \lambda^{(N_g)} \varphi_{2^{N_g}+1}^k + \varphi_{2^{N_g+1}+1}^k = Q_{s,2^{N_g}+1}^{k(N_g)} \Delta g^2 , \qquad (A-17)$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda^{(N_g)} &= 2 - \lambda^{(N_g-1)^2} \\ Q_{s,2^{N_g}+1}^{k(N_g)} &= Q_{s,1}^{k(N_g-1)} + \lambda^{(N_g-1)} Q_{s,2^{N_g}+1}^{k(N_g-1)} + Q_{s,2^{N_g+1}+1}^{k(N_g-1)} \end{aligned}\right\} \qquad (A-18)$$

となる。これと周期性より

$$\varphi_1^k = \varphi_{2^{Ng}+1}^k = \varphi_{2^{Ng+1}+1}^k = \frac{Q_{s,2^{Ng}+1}^{k(Ng)} \Delta g^2}{2-\lambda^{(Ng)}}, \qquad (A-19)$$

が求められる。このようにして求められた φ^k を、図4-13(b)の第一行目に記した。(A-17)の一つ前の段階の式

$$\varphi_{i-2^{Ng-1}}^k - \lambda^{(Ng-1)} \varphi_i^k + \varphi_{i+2^{Ng-1}}^k = Q_{s,i}^{k(Ng-1)} \cdot \Delta g^2, \qquad (A-20)$$

を使って、$\varphi_{2^{Ng-1}+1}^k$ を求めることができる。($i = 2^{Ng-1}+1$ とせよ) その操作は図中の第二行目に記されている。この操作を遡上ってゆけば、図中の第三、四行目のようにしていって、すべての点の φ^k を求めることができる。この操作を行なうプログラム TRDIG を 201 頁に掲げておく。引数Qには、(A-13)式中の $Q_{si}^{k(0)} \Delta g^2$ が入る。RAMは(A-14)の $\lambda^{(0)}$ に相当し、Mには Ng-1 が入る。Q, RQ, RA のディメンジョンは各々、2^{Ng}(プログラム中のJM-1に相当)、$2^{Ng+1}+1$、$Ng+1$、と取らねばならない。(A-10)式のように、$Q_s^{(0)}$ が各メッシュ上で与えられたときに、

ポテンシャルを解く方法は、上記TRDIGと共にPOISONのサブルーチンで完成される。（ 頁参照） /TWŌ/というCŌMMŌN領域中のQ, Pはそれぞれ電荷$(n_e - n_i)$, ポテンシャルを表わす。ディメンジョンに関しては、Q, Pが$(2^{Ng-1}) \times (2^{Ng}+1)$, FFP, FFQ, A, Bが$2^{Ng}$, FFA, FFBが$2^{Ng-1}$ FQC, FQSが$2^{Ng} \times 2^{Ng}$である。

補3. 初期分布の発生

シミュレーションを行なう際にまず最初に出会う問題は、初期の粒子分布の発生方法であろう。以下では、粒子の実空間, 速度空間での初期値の与え方を述べる。粒子が

$$F \propto \exp\left[-\frac{m(V_x^2+V_y^2)}{2T}\right] \qquad (A\text{-}21)$$

の分布になるように設定したい場合には、

$$\iint F\,dV_x\,dV_y \propto \int_0^{2\pi}\int_0^{V} \exp\left[-\frac{mV^2}{2T}\right] V\cdot dV\cdot d\theta$$

$$\propto \exp\left[-\frac{mV^2}{2T}\right] \equiv \mathcal{F}(V), \qquad (A\text{-}22)$$

を使うと便利である。ここで $V_x = V\cos\theta$, $V_y = V\sin\theta$ であり、$\mathcal{F}(V)$ は所謂累積密度関数と呼ばれるものに相当する。F. $\mathcal{F}$ の最大値を1に規格化して図示すると、図4-14のようになる。今、0から1までの間の一様乱数 R_{N1}, R_{N2} を発生させ、$\mathcal{F}(V) = R_{N1}$ となる V を求めてやる。この操作を無限回繰り返せば、速度 V を持つ確率は(A-21)の F に従ってゆくようになるであろう。それ故、

$$V = \mathcal{F}^{-1}(R_{N1}) \equiv \sqrt{-\frac{2T}{m}\cdot \ln R_{N1}}\ , \qquad (A-23)$$

と、

$$\theta = 2\pi \times R_{N2}\ , \qquad (A-24)$$

を用いて、各粒子に

$$V_x = V\cos\theta\ ,\quad V_y = V\sin\theta$$

の初期速度を与えていってやれば、望みの(A-21)の、マックスウェル分布を生成することができる。

図4-4は、(41), (42)の分布を乱数によって発生させたものである。

次に、空間的に粒子をどうばらまくかであるが、あまりにも整然と並べすぎても不安定性の出方が片寄ってくるので、一様乱数的に全空間に分布している方が良い。ところが、電子とイオンを完全にランダムに分布させてしまうと、初期ノイズが大きすぎてこれもうまくない。そこで考えられたのが、以下に示す方法である。こういう風な与え方をした場合比較的短時間のうちに、熱平衡状態に達し、その運動スペクトルは運動散逸定理によって導かれるスペクトルに近いものが得られる。この結果は、図4-15を見ればよくわかる。図中の実線が理論値、丸印が測定値である。

この分布の発生法は、200頁に示すINITLというサブルーチンによって行なわれる。ここで、YE, ZEはそれぞれ、電子、イオンの情報を持っていて、YE(1), YE(2), YE(3), YE(4)には順次、1番目の電子の位置のx座標、y座標、x方向の速度、y方向の速度という順序で記憶されている。

YE(5)以下は第2番目の電子から始まり、以下この繰り返しであり、ZEについても同様である。この中で変更可能なものは、□で囲まれたパラメーターである。但し、AAA1はイオン温度と、AAA1 = $\sqrt{T_i} \times SM$の関係がある。($SM = m_e/m_i$) T1はバックグラウンド電子の温度、K1はバックグラウンド電子の数、BETは高速電子の温度とT1との比。またここでは、バックグラウンド電子と高速電子のドリフト速度はそれぞれ、-1.0, 4.0と指定してある。

補4. その他のプログラム

(A-7)に示されている。セル中心における粒子密度を求める操作は、SOURCE, SOURCIによって行なわれ、それぞれ引数Qに入る。(　　頁参照) Qのディメンジョンは、$(2^{Ng}+1) \times (2^{Ng}+1)$。注意しなければならないのは、このプログラムは周期境界条件の時しか使えないということである。(その他の

境界条件の場合も、別に難かしくはないが。)

それでは、これらのサブルーチンを使ったメイン・プログラムの例を　　頁に示そう。指定できるパラメーターは、□で囲まれに部分で、SM：質量比 m_e/m_i, NN：1セル内の粒子個数（KK=(IM-1)×(JM-1)×NN が全個数）, IM=$2^{N_9}+1$（x方向）, JM=$2^{N_9}+1$（y方向）. DX=Δg, DY=Δg, DT：時間刻み, NOUT：打ち出し周期。プログラムのⒶの部分は、ポテンシャルから電場EX, EYを求めている。Ⓑ, Ⓒの部分では、それぞれ電子、イオンの運動を解く操作を行なう。Ⓓの部分は、平均熱流を求め、電流一定（今は零）となるようにフィード・バックするための一様電場E0を求める操作を行なう。EABには、その電場によるジュール加熱で注入されたエネルギーが計算されている。

```
      SUBROUTINE POISON
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON DX,DY,SS1,IM,JM,KK,NN
      COMMON/TWO/Q(33,33),P(33,33)
      DIMENSION FFP(32),FFQ(32),FFA(16),FFB(16),FQC(32,32),
     1   FQS(32,32),A(32),B(32)
      DATA PI2/6.2831853071795865/
      NA=IM-1  ; NAB2=NA/2
      DO 1 J=1,JM-1
      DO 2 I=1,IM-1
    2 FFQ(I)=Q(I,J)*DY**2
      CALL DRFTR(FFQ,FFA,FFB,NA)
      DO 3 I=1,NAB2
    9 FQC(I,J)=FFA(I)
    3 FQS(I,J)=FFB(I)
    1 CONTINUE
      DO 4 I=1,NAB2
      IF(I.EQ.1) GO TO 1000
      DO 5 J=1,JM-1
    5 FFQ(J)=FQC(I,J)
      AK=FLOAT(I-1)/FLOAT(NA)*PI2*DY/DX
      RAM=-(2.+AK**2)
      CALL TRDIG(FFQ,RAM,4)
      DO 6 J=1,JM-1
    6 FQC(I,J)=FFQ(J)
      GO TO 4
 1000 DO 1001 J=1,JM-1
 1001 FQC(I,J)=0.0
    4 CONTINUE
      DO 7 I=1,NAB2
      DO 8 J=1,JM-1
    8 FFQ(J)=FQS(I,J)
      AK=FLOAT(I-1)/FLOAT(NA)*PI2*DY/DX
      IF(I.EQ.1) AK=PI2*0.5
      RAM=-(2.+AK**2)
      CALL TRDIG(FFQ,RAM,4)
      DO 9 J=1,JM-1
    9 FQS(I,J)=FFQ(J)
    7 CONTINUE
      DO 11 J=1,JM-1
      DO 10 I=2,NAB2
      FFP(I)=FQC(I,J)
   10 FFP(NA-I+2)=FQC(I,J)
      FFP(1)=FQC(1,J)  ; FFP(NAB2+1)=FQS(1,J)
      CALL DRFTR(FFP,FFA,FFB,NA)
      DO 12 I=2,NAB2
      P(I,J)=FFA(I)
   12 P(NA-I+2,J)=FFA(I)
      P(1,J)=FFA(1) ; P(NAB2+1,J)=FFB(1)
      DO 13 I=2,NAB2
      FFP(I)=FQS(I,J)
   13 FFP(NA-I+2)=-FQS(I,J)
      FFP(1)=0.0 ; FFP(NAB2+1)=0.0
      CALL DRFTR(FFP,FFA,FFB,NA)
      DO 14 I=2,NAB2
      P(I,J)=P(I,J)+FFB(I)
   14 P(NA-I+2,J)=P(NA-I+2,J)-FFB(I)
   11 P(IM,J)=P(1,J)
      DO 15 I=1,IM
   15 P(I,JM)=P(I,1)
      DNOR=1./FLOAT(IM-1)
      DO 16 J=1,JM
      DO 16 I=1,IM
   16 P(I,J)=P(I,J)*DNOR
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE SOURCE(Q)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON DX,DY,SS1,IM,JM,KK,NN
      COMMON/ONE/YE(32768)
      DIMENSION Q(33,33)
      DO 2 J=1,JM
      DO 2 I=1,IM
    2 Q(I,J)=0.0
      DO 3 K=1,KK
      X1=YE(4*(K-1)+1);Y1=YE(4*(K-1)+2);IX=IFIX(X1/DX);IY=IFIX(Y1/DY
      Q(IX+1,IY+1)=Q(IX+1,IY+1)+(1.-X1/DX+IX)*(1.-Y1/DY+IY)/FLOAT(NN
      Q(IX+2,IY+1)=Q(IX+2,IY+1)+(X1/DX-IX)*(1.-Y1/DY+IY)/FLOAT(NN)
      Q(IX+2,IY+2)=Q(IX+2,IY+2)+(X1/DX-IX)*(Y1/DY-IY)/FLOAT(NN)
      Q(IX+1,IY+2)=Q(IX+1,IY+2)+(1.-X1/DX+IX)*(Y1/DY-IY)/FLOAT(NN)
    3 CONTINUE
      DO 2000 J=1,JM
      Q(1,J)=Q(1,J)+Q(IM,J)
 2000 Q(IM,J)=Q(1,J)
      DO 3000 I=1,IM
      Q(I,1)=Q(I,1)+Q(I,JM)
 3000 Q(I,JM)=Q(I,1)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE SOURC1(Q)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON DX,DY,SS1,IM,JM,KK,NN
      COMMON/ONE1/ZE(32768)
      DIMENSION Q(33,33)
      DO 2 J=1,JM
      DO 2 I=1,IM
    2 Q(I,J)=0.0
      DO 3 K=1,KK
      X1=ZE(4*(K-1)+1);Y1=ZE(4*(K-1)+2);IX=IFIX(X1/DX);IY=IFIX(Y1/DY)
      Q(IX+1,IY+1)=Q(IX+1,IY+1)+(1.-X1/DX+IX)*(1.-Y1/DY+IY)/FLOAT(NN)
      Q(IX+2,IY+1)=Q(IX+2,IY+1)+(X1/DX-IX)*(1.-Y1/DY+IY)/FLOAT(NN)
      Q(IX+2,IY+2)=Q(IX+2,IY+2)+(X1/DX-IX)*(Y1/DY-IY)/FLOAT(NN)
      Q(IX+1,IY+2)=Q(IX+1,IY+2)+(1.-X1/DX+IX)*(Y1/DY-IY)/FLOAT(NN)
    3 CONTINUE
      DO 2000 J=1,JM
      Q(1,J)=Q(1,J)+Q(IM,J)
 2000 Q(IM,J)=Q(1,J)
      DO 3000 I=1,IM
      Q(I,1)=Q(I,1)+Q(I,JM)
 3000 Q(I,JM)=Q(I,1)
      RETURN
      END
```

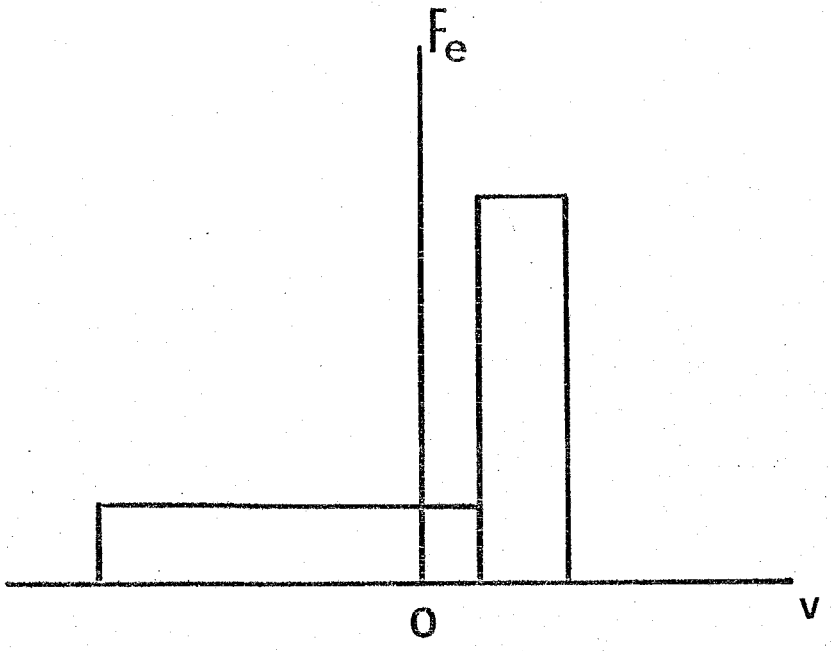
```
      SUBROUTINE INITL
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON DX,DY,SS1,IM,JM,KK,NN
      COMMON/ONE/YE(32768)
      COMMON/ONE1/ZE(32768)
      DATA PI2/6.2831853071795865/
      IX=27107;IY=13331;IU=11261;IV=25541;IT=14669
      AAA1=0.0141421356
      T1=1.0;ALF=0.2;BET=4.0 ;K1=KK*8/10 ; K2=K1+1
      BET=16.0
      DO 1 K=1,K1
      IX=(IX*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z;IY=(IY*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z
      YE(4*(K-1)+1)=FLOAT(IX)*.4656613E-9*FLOAT(IM-1)*DX
      YE(4*(K-1)+2)=FLOAT(IY)*.4656613E-9*FLOAT(JM-1)*DY
      IU=(IU*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z;IV=(IV*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z
      RAV=SQRT(-T1*LOG(1.-FLOAT(IU)*.4656613E-9*0.99))
      TETA=PI2*FLOAT(IV)*.4656613E-9
                        U1=RAV*COS(TETA) ; V1=RAV*SIN(TETA)
      YE(4*(K-1)+3)=U1-1.0
      YE(4*(K-1)+4)=V1
      ZE(4*(K-1)+1)=YE(4*(K-1)+1)
      ZE(4*(K-1)+2)=YE(4*(K-1)+2)
      ZE(4*(K-1)+3)=U1*AAA1
    1 ZE(4*(K-1)+4)=V1*AAA1
      DO 2 K=K2,KK
      IX=(IX*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z;IY=(IY*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z
      YE(4*(K-1)+1)=FLOAT(IX)*.4656613E-9*FLOAT(IM-1)*DX
      YE(4*(K-1)+2)=FLOAT(IY)*.4656613E-9*FLOAT(JM-1)*DY
      IU=(IU*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z;IV=(IV*48828125).AND.'7FFFFFFF'Z
      RAV=SQRT(-T1*BET*LOG(1.-FLOAT(IU)*.4656613E-9*0.99))
      TETA=PI2*FLOAT(IV)*.4656613E-9
                        U1=RAV*COS(TETA) ; V1=RAV*SIN(TETA)
      YE(4*(K-1)+3)=U1+4.0
      YE(4*(K-1)+4)=V1
      ZE(4*(K-1)+1)=YE(4*(K-1)+1)
      ZE(4*(K-1)+2)=YE(4*(K-1)+2)
      ZE(4*(K-1)+3)=U1*AAA1/SQRT(BET)
    2 ZE(4*(K-1)+4)=V1*AAA1/SQRT(BET)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE TRDIG(Q,RAM,M)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON DX,DY,SSI,IM,JM,KK,NN
      DIMENSION Q(32),RQ(65),RA(6)
      RA(1)=RAM;NB2=(JM-1)/2
      DO 1 I=1,JM-1
    1 RQ(I+NB2)=Q(I)
      DO 2 I=1,NB2+1
    2 RQ(I+JM-1+NB2)=Q(I)
      DO 3 I=1,NB2
    3 RQ(I)=Q(I+NB2)
      DO 4 I=1,M+1
    4 RA(I+1)=2.-RA(I)**2
      N1=JM-1
      DO 5 J=1,M+1
      DO 6 I=1,N1-1
      II=2**J*I+1 ; IN=2**(J-1)
    6 RQ(II)=RQ(II-IN)-RA(J)*RQ(II)+RQ(II+IN)
    5 N1=N1/2
      RQ(JM)=RQ(JM)/(RA(M+2)+2.);RQ(1)=RQ(JM);RQ(2*(JM-1)+1)=RQ(JM)
      N1=1
      DO 7 J=1,M+1
      N1=N1*2
      DO 8 I=1,N1
      II=2**(M-J+2)*I-2**(M-J+1)+1 ; IN=2**(M-J+1)
    8 RQ(II)=(RQ(II)-RQ(II-IN)-RQ(II+IN))/RA(M-J+2)
    7 CONTINUE
      DO 9 I=1,JM-1
    9 Q(I)=RQ(NB2+I)
      RETURN
      END
```

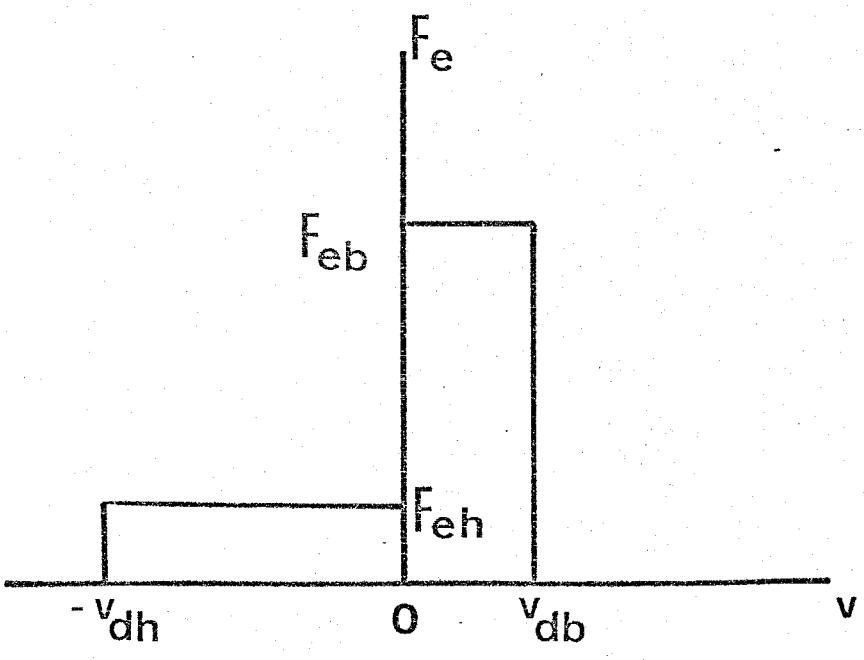
```
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON DX,DY,SS1,IM,JM,KK,NN
      COMMON/TWO/Q(33,33),P(33,33)
      COMMON/ONE/YE(32768)
      COMMON/ONE1/ZE(32768)
      DIMENSION QI(33,33),EX(33,33),EY(33,33)
      E0=0.0 ; EAB=0.0
      SM=0.01
      NN=8 ;DX=.5;DY=.5;DT=0.2 ;IM=33;JM=33;NNN=0;NOUT=200
      NOUT=100
      DT=0.25
      KK=(IM-1)*(JM-1)*NN ;T=0.0
      CALL INITL
   10 NNN=NNN+1  ;T=T+DT
      DO 4 J=1,JM
      EX(1,J)=-(P(2,J)-P(IM-1,J))/(2.*DX)
      EX(IM,J)=EX(1,J)
      DO 4 I=2,IM-1
    4 EX(I,J)=-(P(I+1,J)-P(I-1,J))/(2.*DX)
      DO 5 I=1,IM
      EY(I,1)=-(P(I,2)-P(I,JM-1))/(2.*DY) ; EY(I,JM)=EY(I,1)
      DO 5 J=2,JM-1
    5 EY(I,J)=-(P(I,J+1)-P(I,J-1))/(2.*DY)
      DO 6 K=1,KK
      X1=YE(4*(K-1)+1)  ; Y1=YE(4*(K-1)+2)
      IX=IFIX(X1/DX    ) ; IY=IFIX(Y1/DY)
      AL=X1/DX-FLOAT(IX)      ; BL=Y1/DY-FLOAT(IY)
      EPX=EX(IX+1,IY+1)*(1.-AL)*(1.-BL)+EX(IX+1,IY+2)*BL*(1.-AL)
     1   +EX(IX+2,IY+1)*AL*(1.-BL)+EX(IX+2,IY+2)*AL*BL
      EPX=EPX+E0
      IY1=IY;IX1=IX;AL1=AL;BL1=BL
      EPY=EY(IX1+1,IY1+1)*(1.-AL1)*(1.-BL1)+EY(IX1+1,IY1+2)*BL1*(1.-AL1
     1 )+EY(IX1+2,IY1+1)*AL1*(1.-BL1)+EY(IX1+2,IY1+2)*AL1*BL1
      U1=YE(4*(K-1)+3) ; V1=YE(4*(K-1)+4) ;U1=U1-DT*EPX;X1=X1+DT*U1
      IF(X1.GT.FLOAT(IM-1)*DX) X1=X1-FLOAT(IM-1)*DX
      IF(X1.LT.0.0) X1=X1+FLOAT(IM-1)*DX
      V1=V1-DT*EPY ; Y1=Y1+DT*V1
      IF(Y1.GT.FLOAT(JM-1)*DY) Y1=Y1-FLOAT(JM-1)*DY
      IF(Y1.LT.0.0) Y1=Y1+FLOAT(JM-1)*DY
      YE(4*(K-1)+1)=X1 ; YE(4*(K-1)+2)=Y1 ; YE(4*(K-1)+3)=U1
    6 YE(4*(K-1)+4)=V1
      DO 16 K=1,KK
      X1=ZE(4*(K-1)+1)  ; Y1=ZE(4*(K-1)+2)
      IX=IFIX(X1/DX    ) ; IY=IFIX(Y1/DY)
      AL=X1/DX-FLOAT(IX)      ; BL=Y1/DY-FLOAT(IY)
      EPX=EX(IX+1,IY+1)*(1.-AL)*(1.-BL)+EX(IX+1,IY+2)*BL*(1.-AL)
     1   +EX(IX+2,IY+1)*AL*(1.-BL)+EX(IX+2,IY+2)*AL*BL
      EPX=EPX+E0
      IY1=IY;IX1=IX;AL1=AL;BL1=BL
      EPY=EY(IX1+1,IY1+1)*(1.-AL1)*(1.-BL1)+EY(IX1+1,IY1+2)*BL1*(1.-AL1
     1 )+EY(IX1+2,IY1+1)*AL1*(1.-BL1)+EY(IX1+2,IY1+2)*AL1*BL1
      U1=ZE(4*(K-1)+3) ; V1=ZE(4*(K-1)+4) ;U1=U1+SM*DT*EPX;X1=X1+DT*U1
      IF(X1.GT.FLOAT(IM-1)*DX) X1=X1-FLOAT(IM-1)*DX
      IF(X1.LT.0.0) X1=X1+FLOAT(IM-1)*DX
      V1=V1+SM*DT*EPY ; Y1=Y1+DT*V1
      IF(Y1.GT.FLOAT(JM-1)*DY) Y1=Y1-FLOAT(JM-1)*DY
      IF(Y1.LT.0.0) Y1=Y1+FLOAT(JM-1)*DY
      ZE(4*(K-1)+1)=X1 ; ZE(4*(K-1)+2)=Y1 ; ZE(4*(K-1)+3)=U1
   16 ZE(4*(K-1)+4)=V1
```

(A) (B) (C)

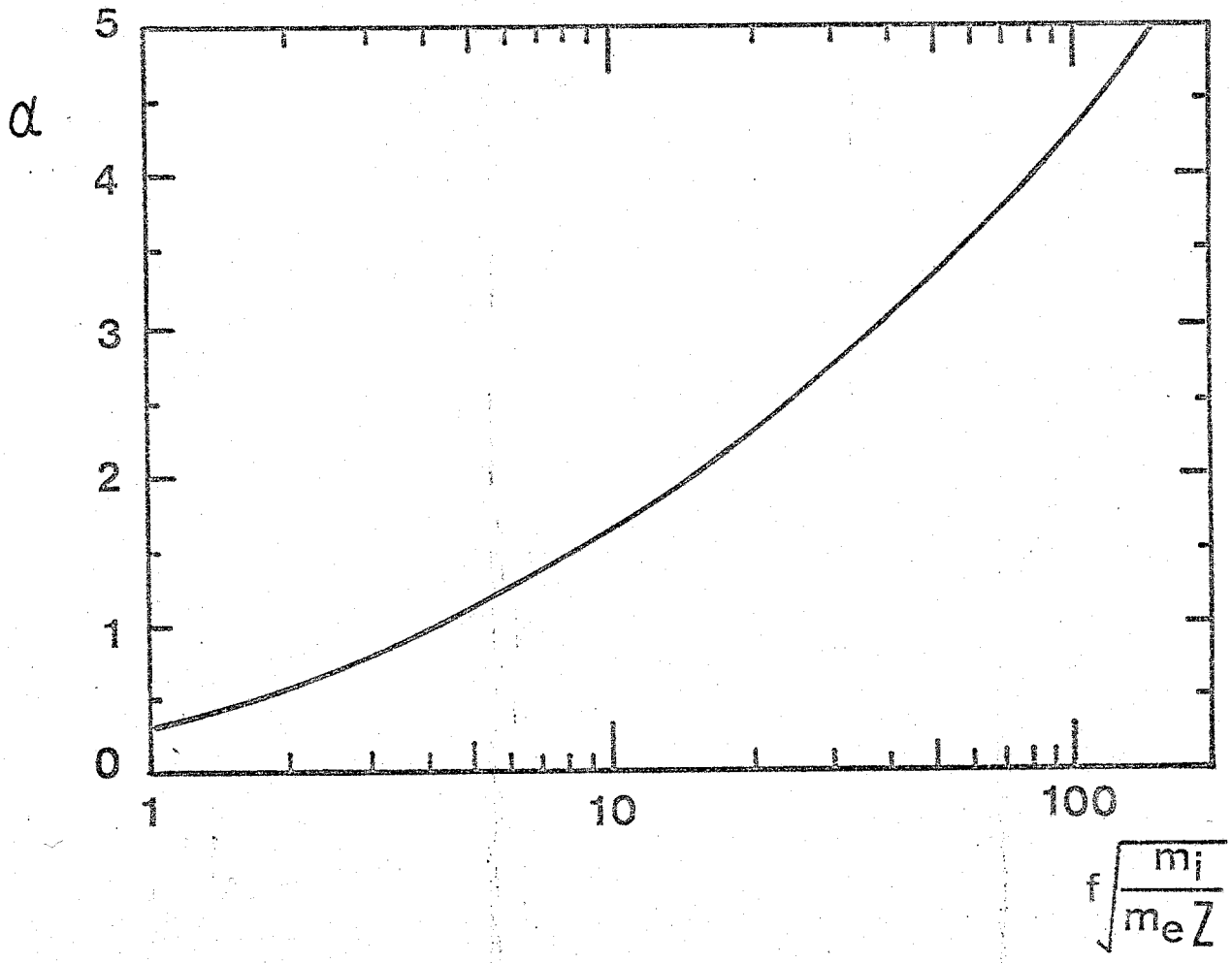
```
      DENE=FLOAT(KK)   ; DENI=DENE
      CURRE=0.0   ; CURRI=0.0
      DO 7777 K=1,KK
 7777 CURRE=CURRE+YE(4*(K-1)+3)
      CURRE=CURRE/DENE
      DO 7778 K=1,KK
 7778 CURRI=CURRI+ZE(4*(K-1)+3)
      CURRI=CURRI/DENI
      CURR0=CURRE-CURRI
      E1=E0+CURR0*DT
      EAB=EAB-CURR0          *(E0+E1)*0.5*DT*FLOAT(KK)/FLOAT(NN)
      E0=E1
      CALL SOURCE(Q)
      CALL SOURCI(QI)
      DO 2000 J=1,JM
      DO 2000 I=1,IM
 2000 Q(I,J)=Q(I,J)-QI(I,J)
      CALL POISON
      IF(MOD(NNN,NOUT),NE,0) GO TO  9000
      WRITE(6,98) NNN
   98 FORMAT(1H ,4HNNN=,I4)
 9000 IF(NNN.GT.8000) GO TO 40
      IF(L.NE.KN) GO TO 10
      GO TO 11
   40 STOP
      END
```

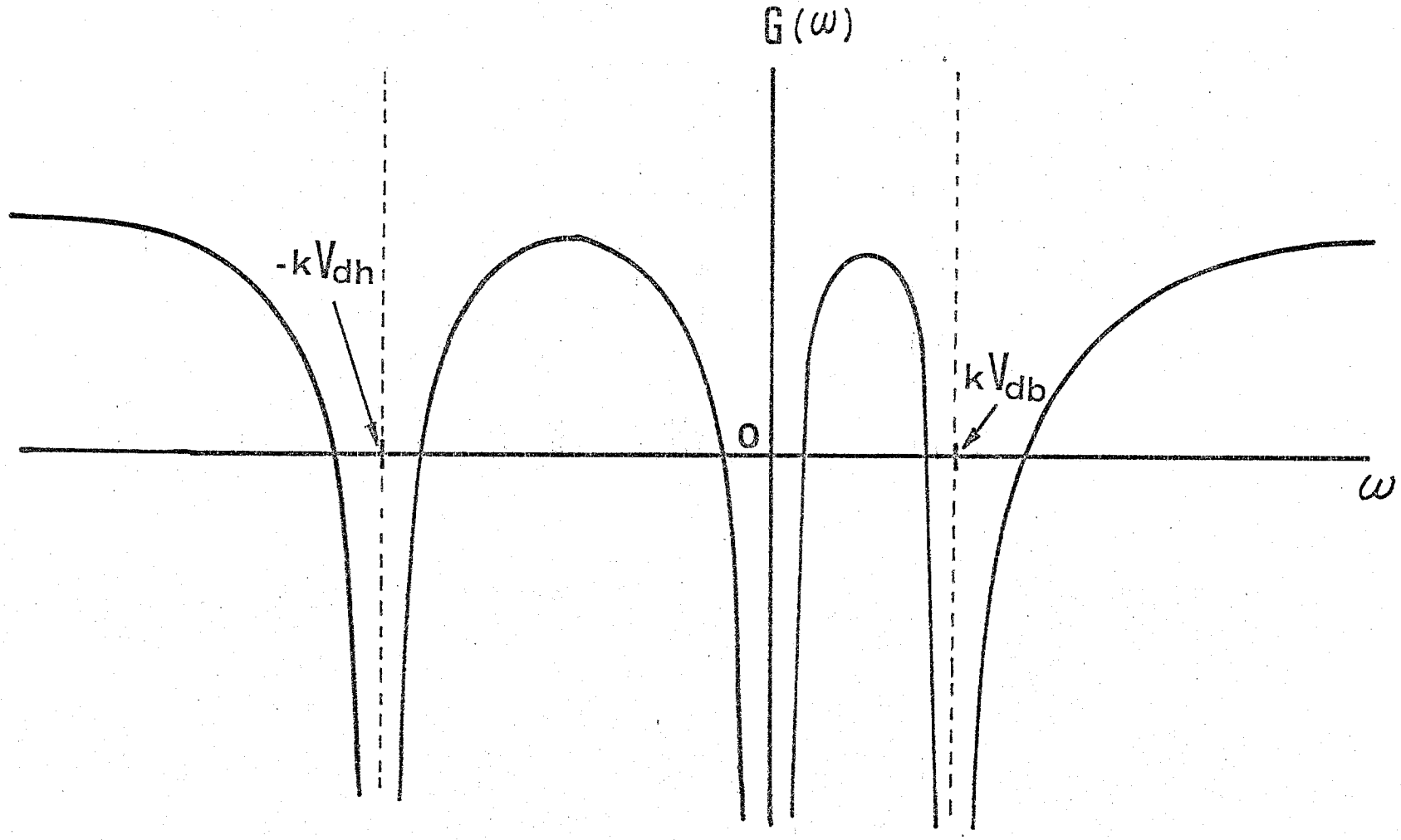


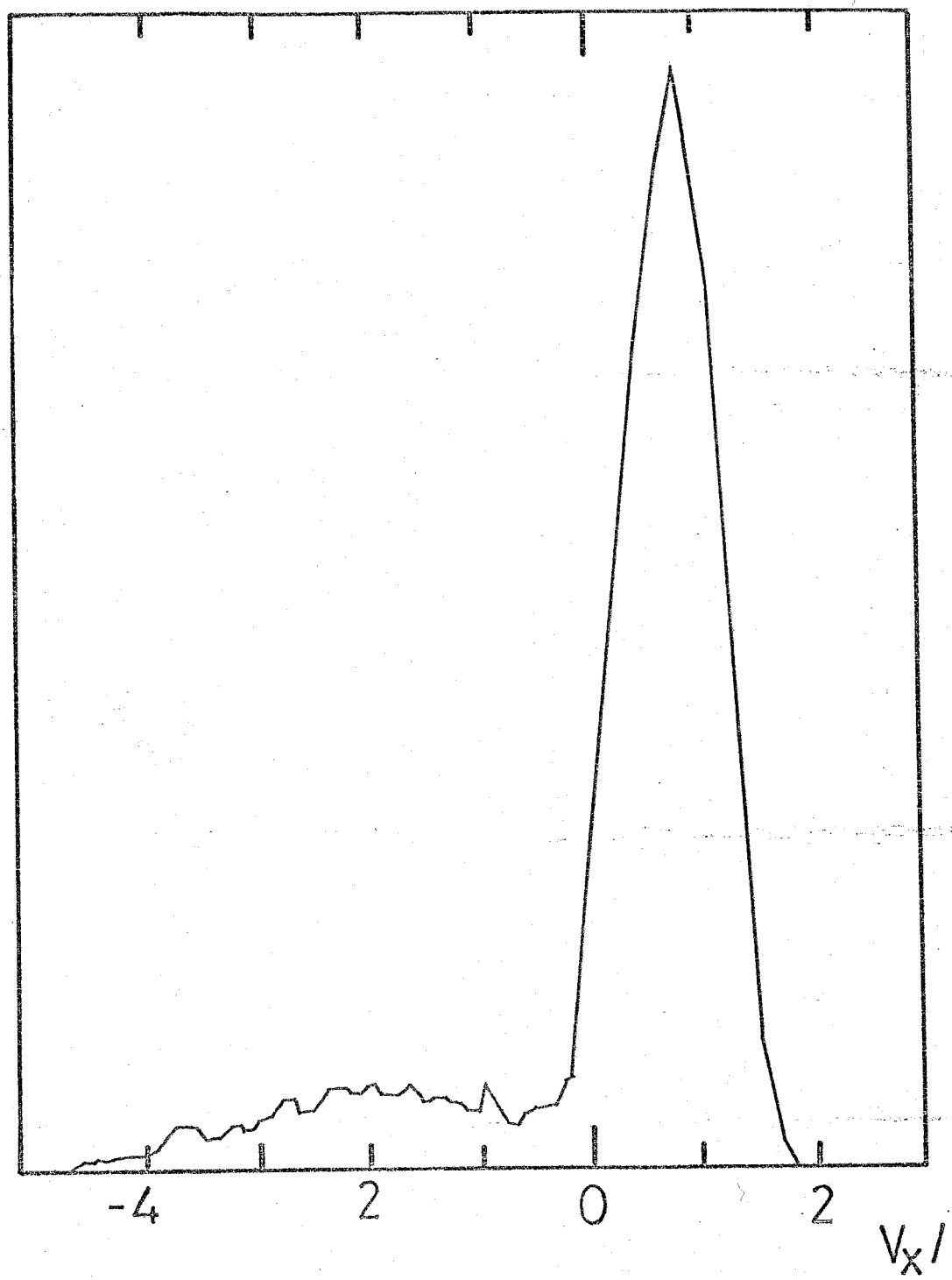
4 - 1 (a)

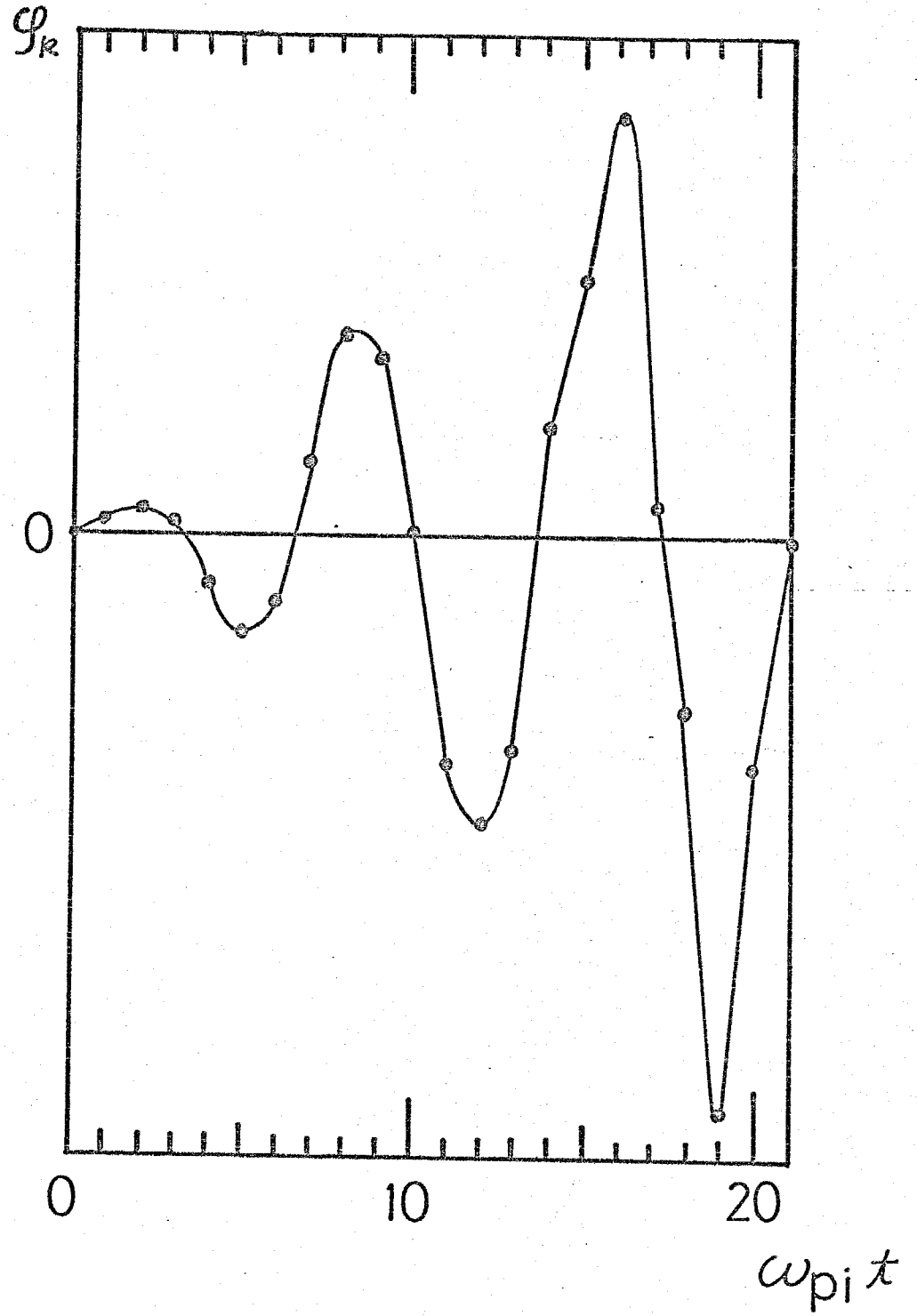


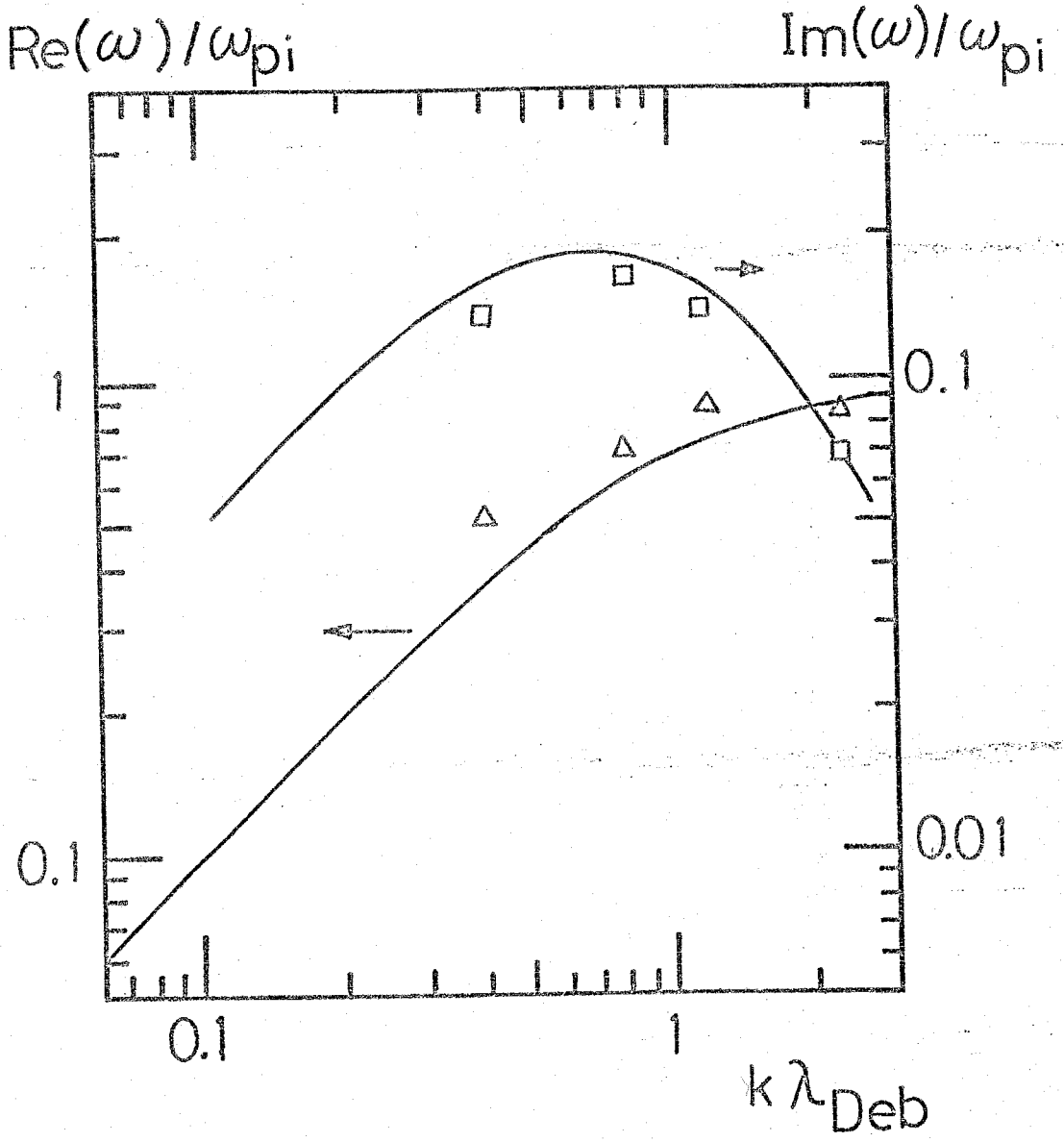
4 - 1 (b)

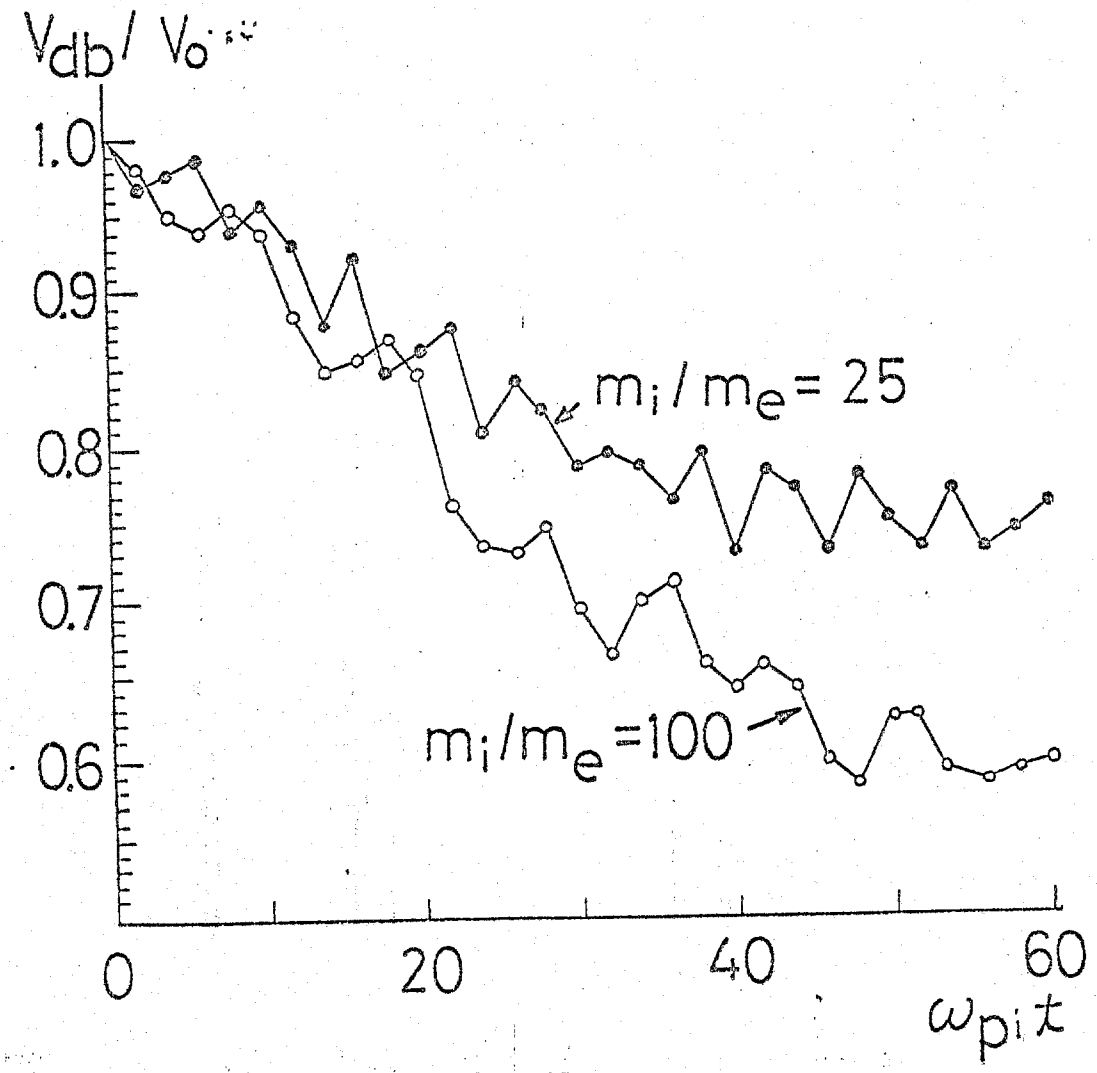

α
5
4
3
2
1
0
1
10
100
f √(mi/me Z)

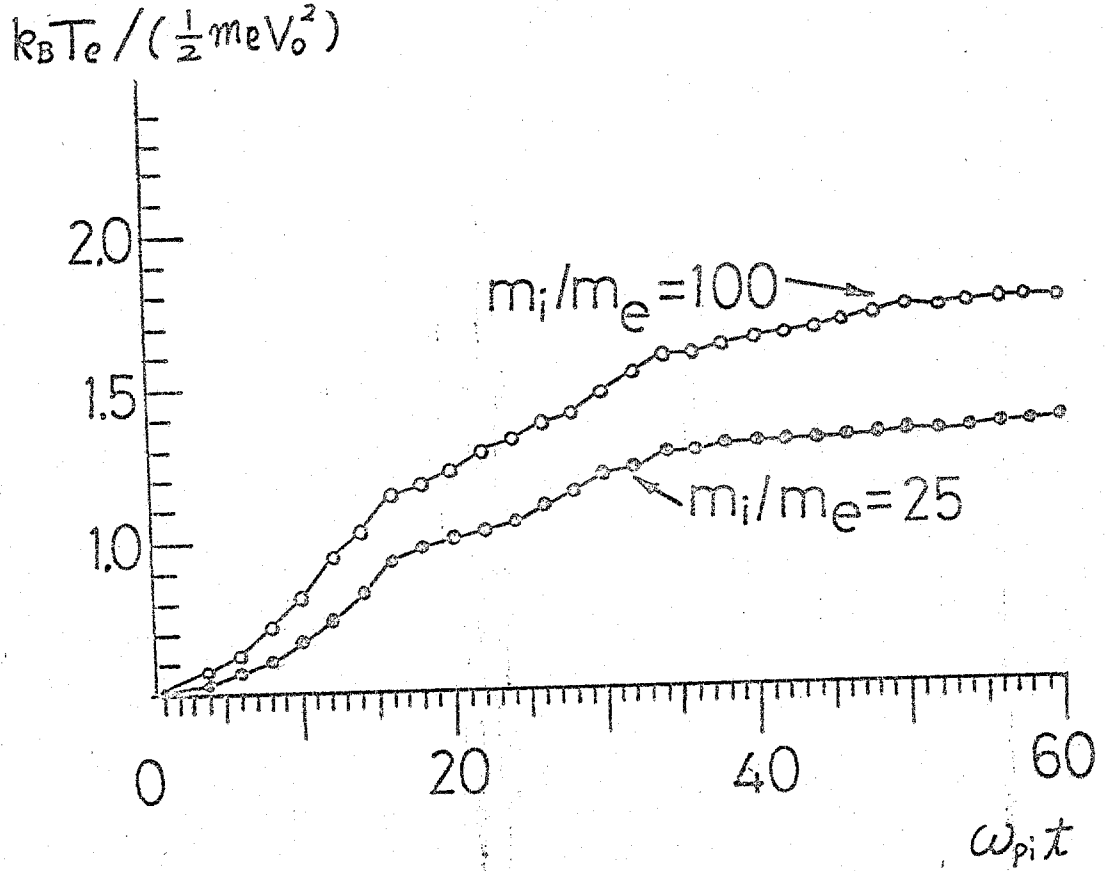

G(ω)
-kV_dh
kV_db
0
ω

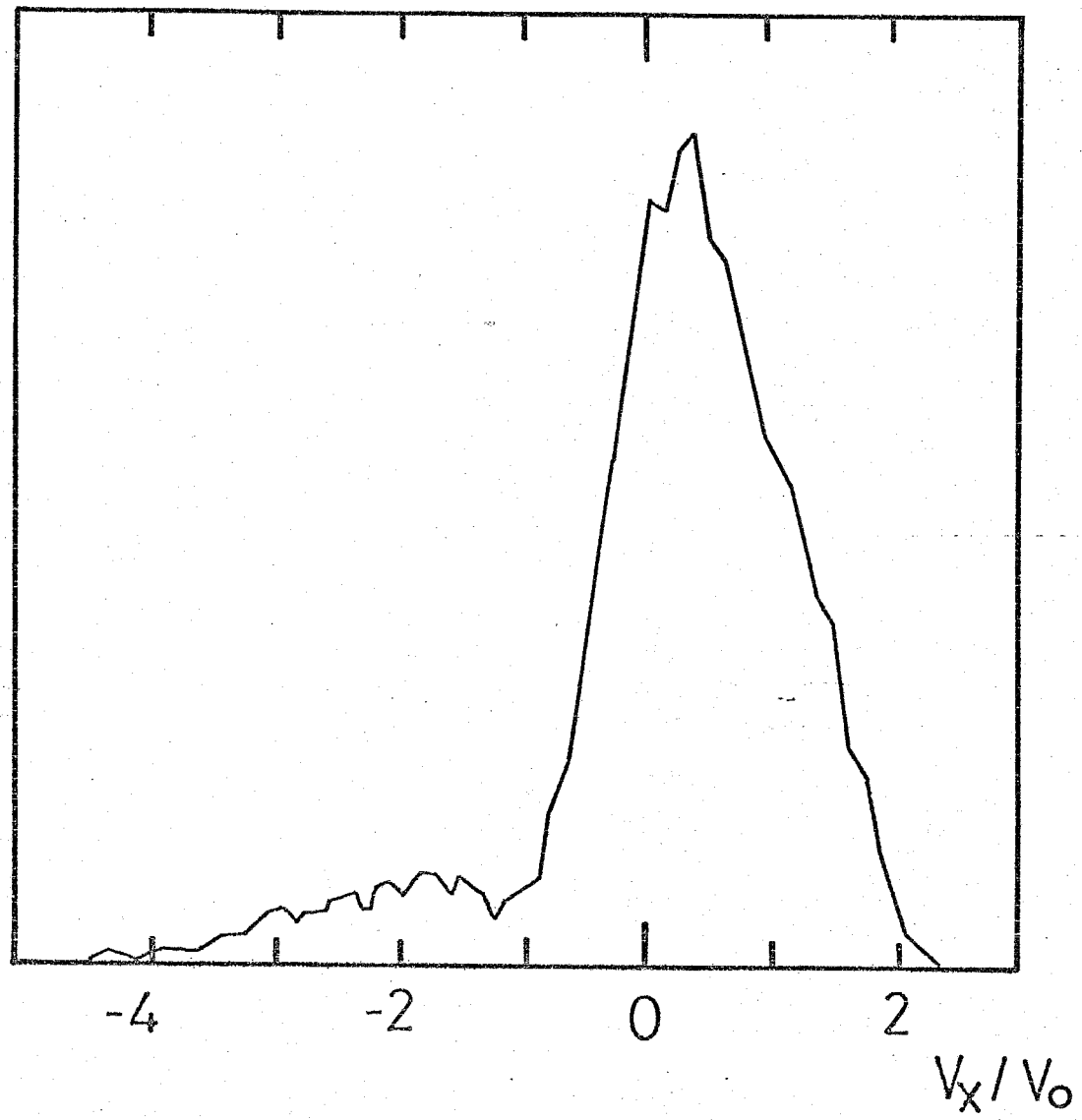

-4
2
0
2
$V_x/$


φ_k
0
0
10
20
$\omega_{pi}t$

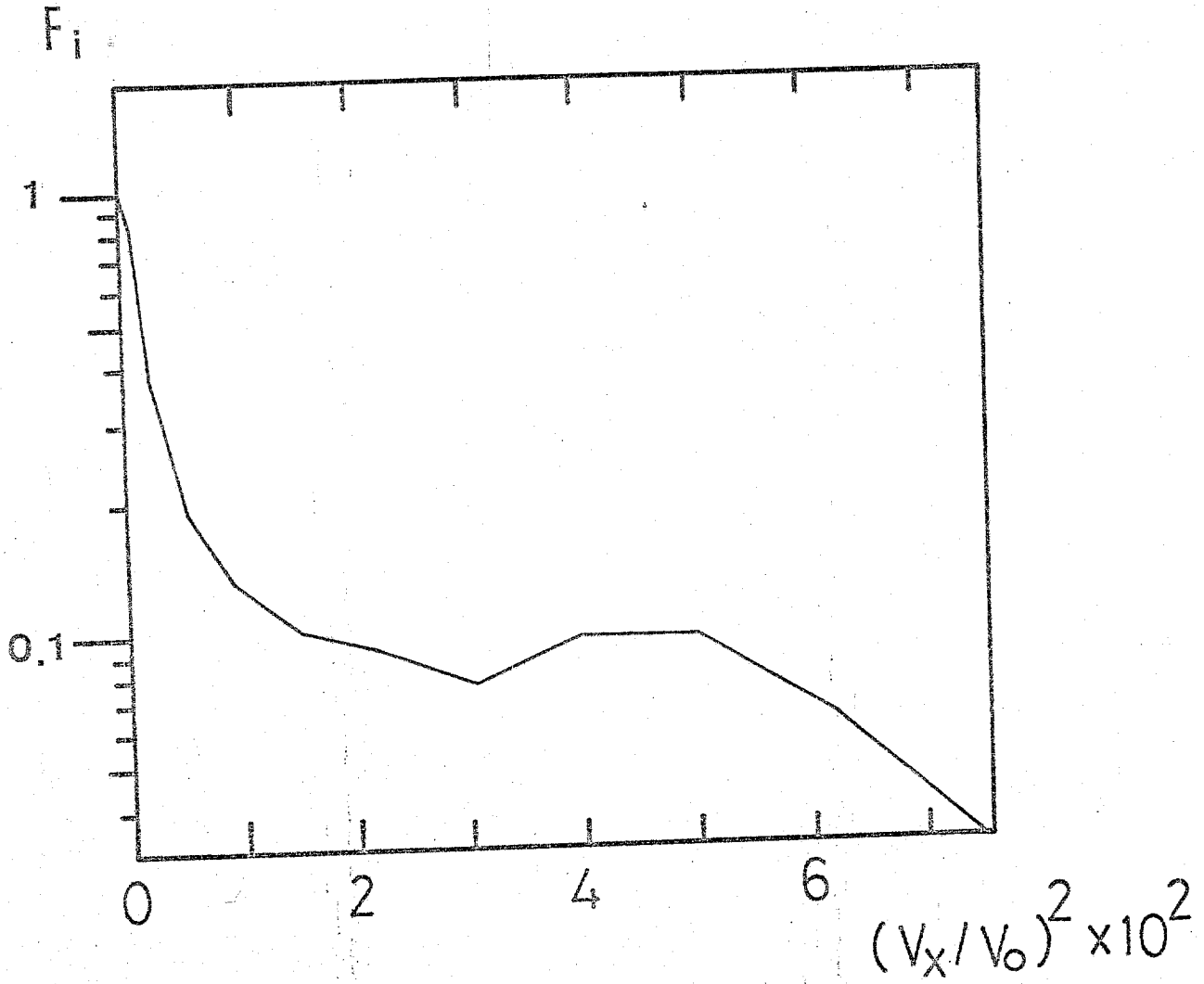

Re(ω)/ωpi
Im(ω)/ωpi
1
0.1
0.1
0.01
0.1
1
kλDeb

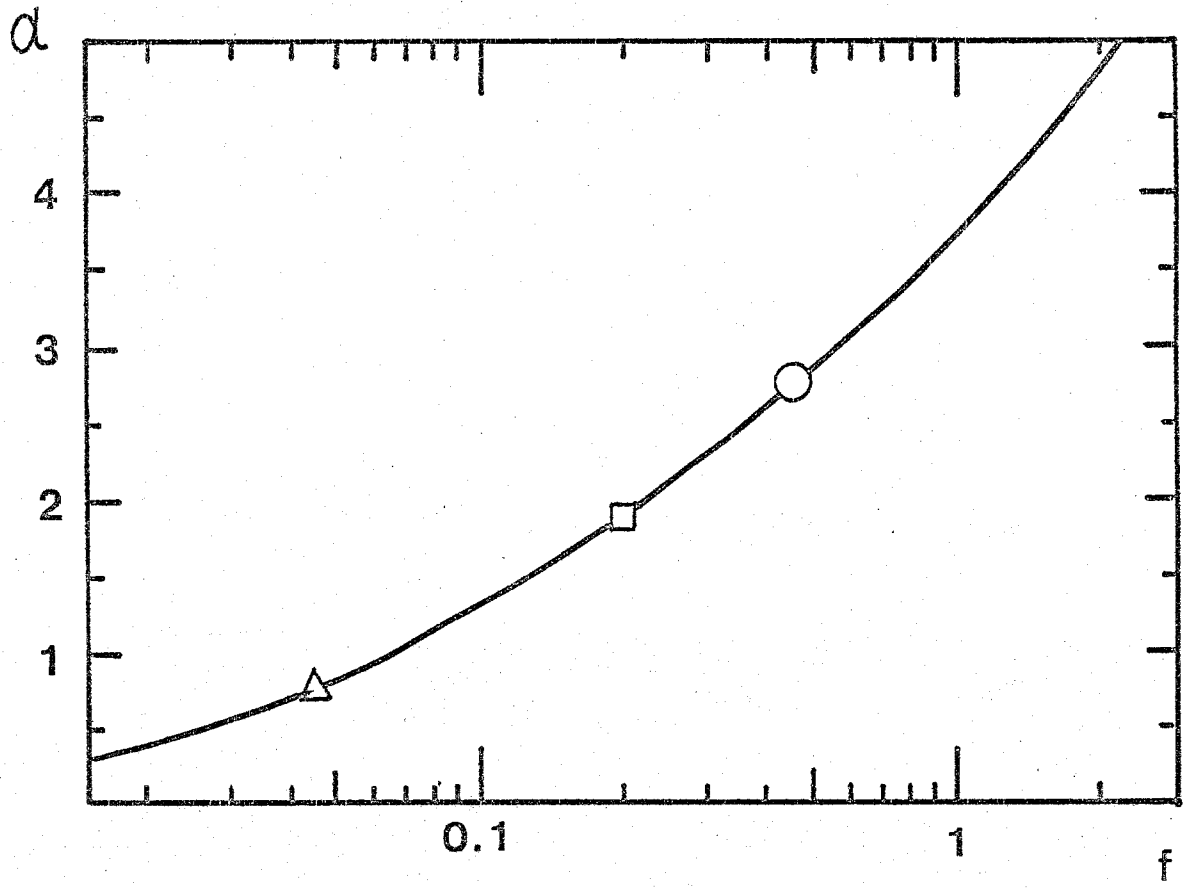

V_{db}/V_o
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
$m_i/m_e = 25$
$m_i/m_e = 100$
0
20
40
60
$\omega_{pi}t$

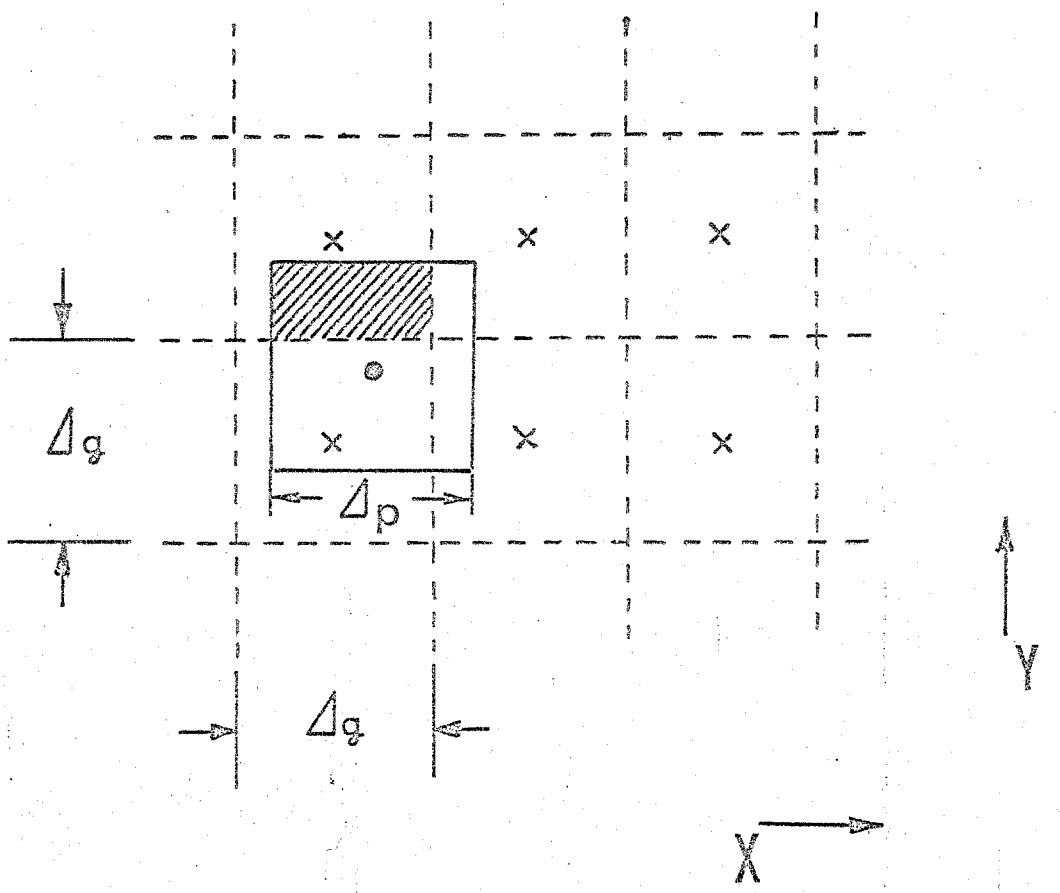

$k_B T_e / (\frac{1}{2} m_e V_0^2)$
2.0
1.5
1.0
$m_i/m_e = 100$
$m_i/m_e = 25$
0
20
40
60
$\omega_{pi} t$

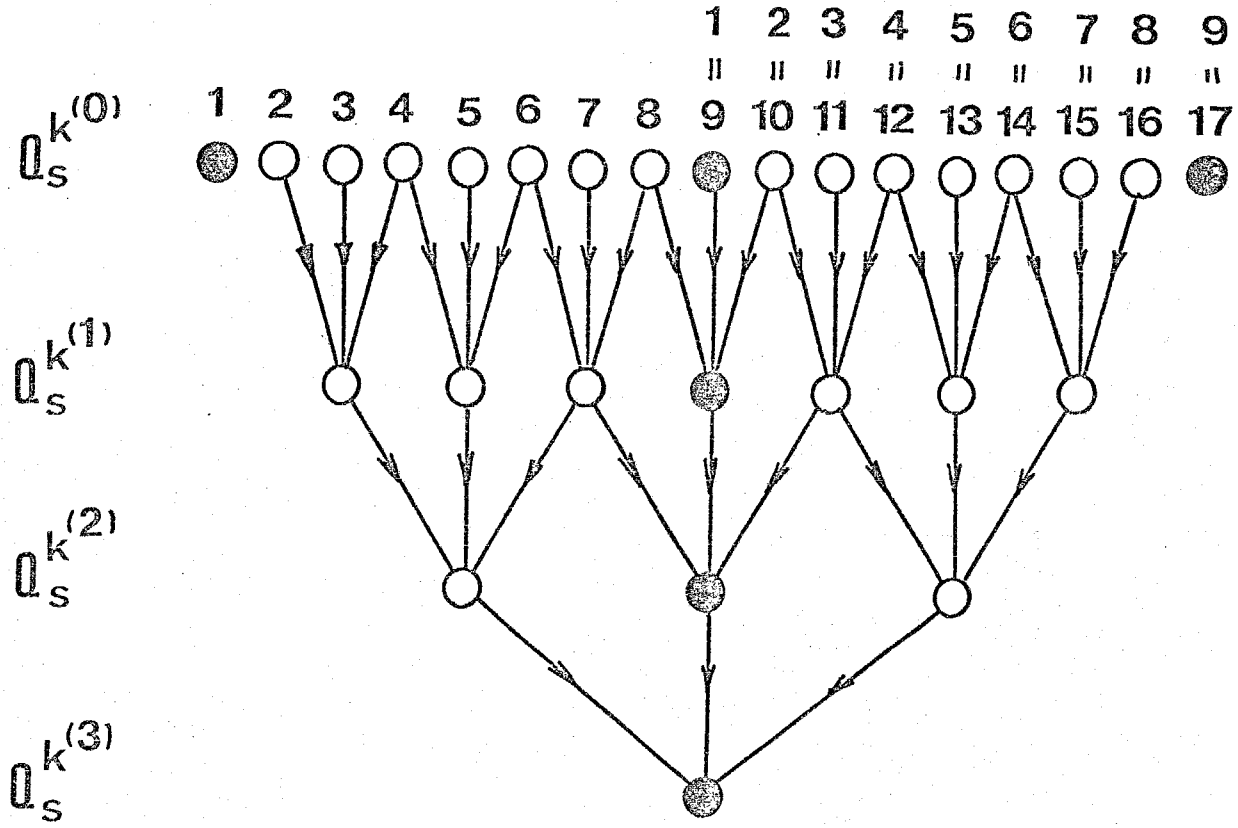


4 - 9

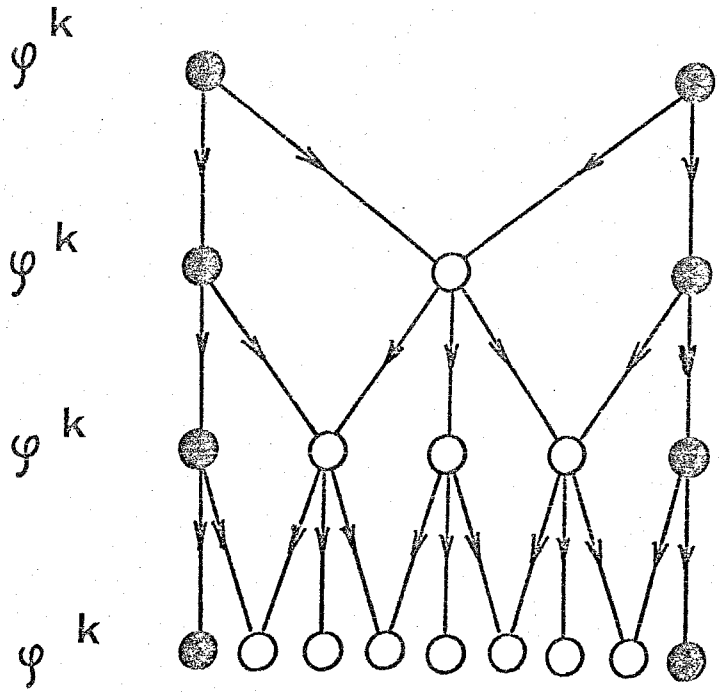

F_i
1
0.1
0
2
4
6
$(V_x/V_o)^2 \times 10^2$


α
4
3
2
1
0.1
1
f

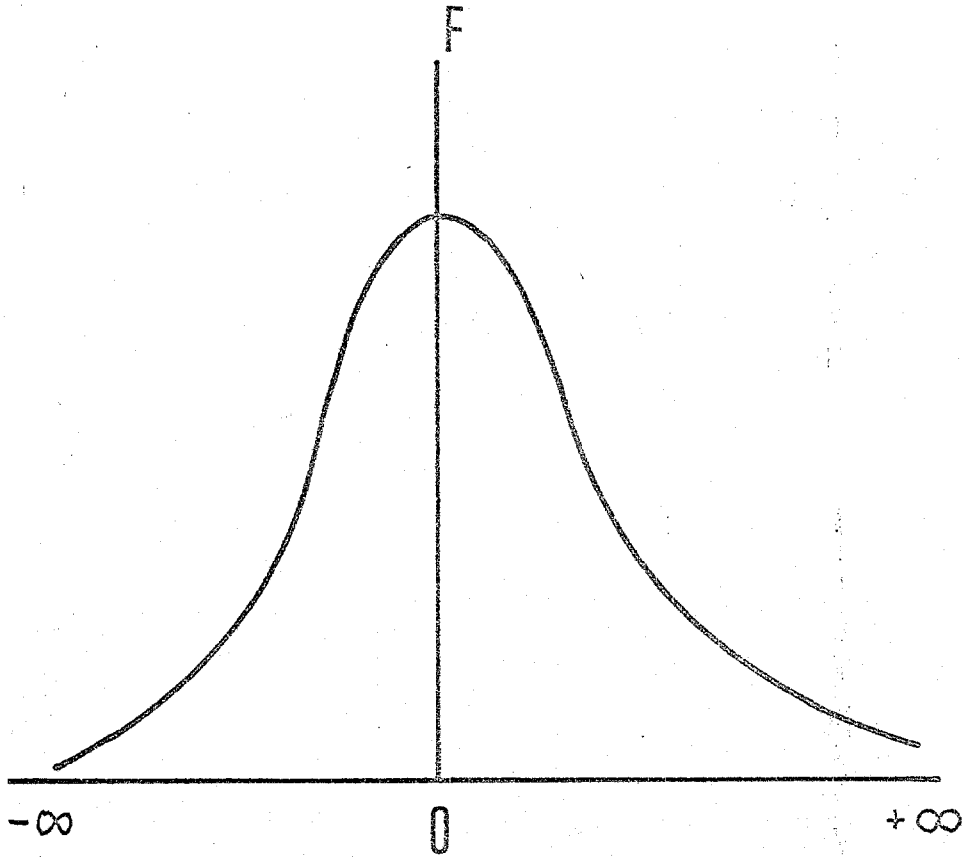

Δg
Δp
Δg
Y
X

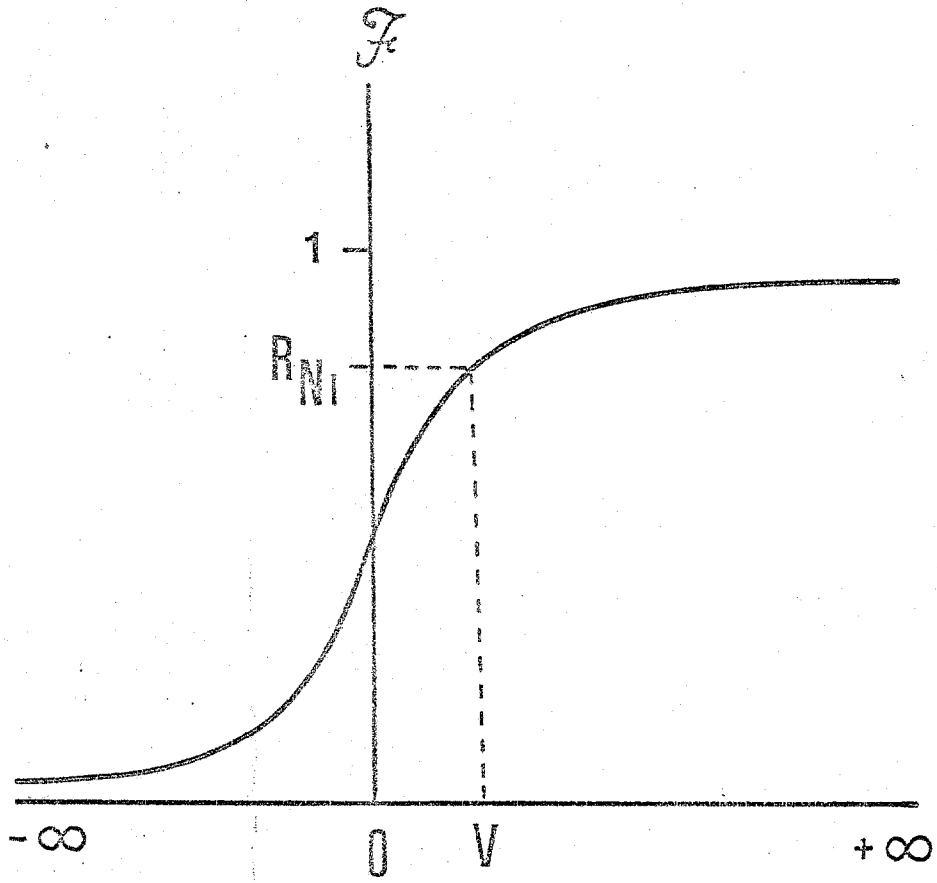

1 2 3 4 5 6 7 8 9
= = = = = = = = =
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
$Q_s^{k(0)}$
$Q_s^{k(1)}$
$Q_s^{k(2)}$
$Q_s^{k(3)}$

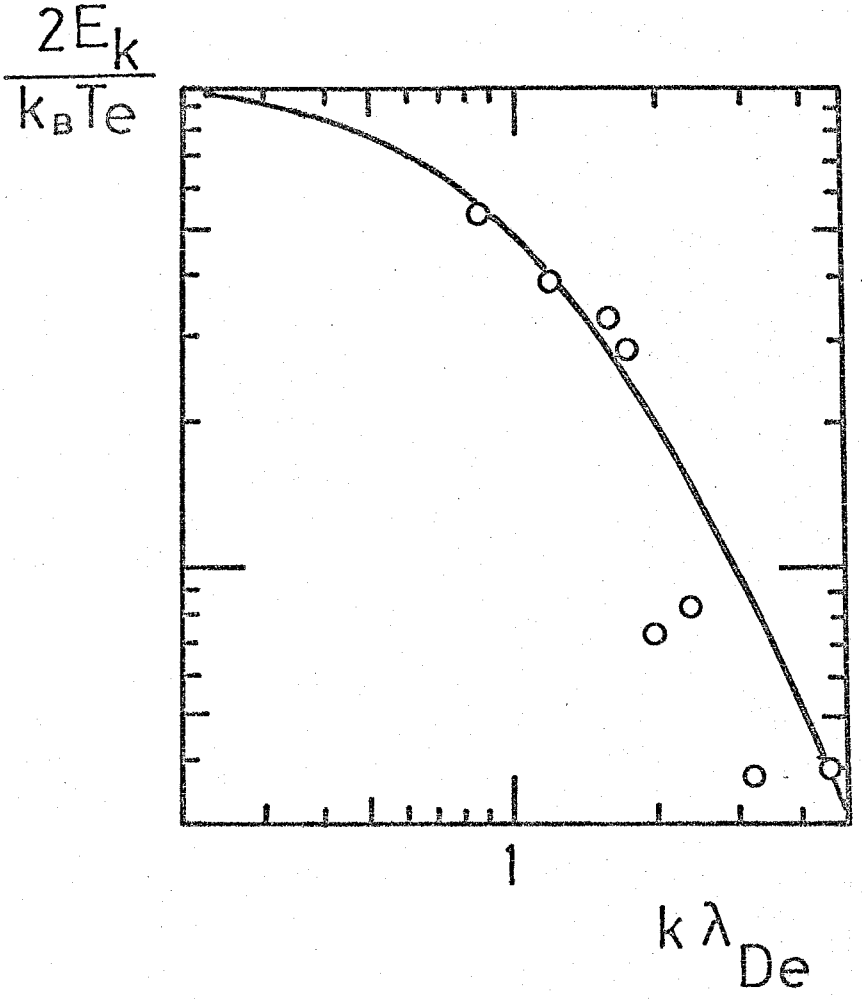
4 - 13 (a)


φ^k
φ^k
φ^k
φ^k

4 - 13 (b)


L
-∞
0
+∞


F
1
RN
-∞
0
V
+∞


2E_k / k_B Te
1
k λ_De

第 5 章

電磁波とプラズマ

の

相互作用

5-1. まえがき

第3章では、燃焼波面の構造とその圧縮の効率に及ぼす影響を考え、第4章ではその中で最も特異な性質を持つ制限熱流の考え方を検討し、チャップマン・ジュゲー条件との比較を試みた。本章で取り扱う現象は第3章、第4章とまったく趣きを異にしたものである。

数十、数百KJのレーザー光のエネルギーを、数十nsecのうちにプラズマに注入するということを想像しただけで、何となくプラズマは滅茶苦茶になっているのではないかという想いを抱く人の方がむしろ正常であろう。もし、プラズマが本当に強く乱れているのなら、その影響は第3・第4章で取り扱ったような綺麗なものではない筈である。乱れの影響がどのような形で燃焼波の性質に影響を与えるかということの一つの例として、次のようなことを考えてみればよい。第3章の(1)式を二次元的(x, y平

面）に焼き直して書き下してみよう。

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} = 0 \quad . \tag{1}$$

但し．ある速度で動く座標系に乗って定常であるとした。物理量がx方向のみに変化する場合は．第3章と全く同じ結果になるが．もしy方向にも変化がある場合は．と考えてみよう。y方向の変化が周期的である場合にはその一周期に渡って(1)を平均してみると

$$\langle \rho u_x \rangle = 一定 \equiv J_1 \quad . \tag{2}$$

を得る。これは一見すると第3章の(8)式と同じようである．しかし．この解釈は全く違う。今．各物理量をy方向の一周期に渡って平均した量を〈 〉をつけて表わし．それからのズレをδをつけて表わすとすれば．(2)は

$$\langle (\langle \rho \rangle + \delta\rho)\cdot(\langle u_x \rangle + \delta u_x) \rangle$$

$$= \langle \rho \rangle \langle u_x \rangle + \langle \delta\rho \cdot \delta u_x \rangle$$

となる。上式のうちで$\langle \rho \rangle \cdot \langle u_x \rangle$の項が実は．第3

章の(8)式と同じ意味であることは明らかであろう。そうすると、上式右二項の$\langle \delta p \cdot \delta u_x \rangle$は、狭い意味の平均的な質量の保存則を破る効果であることがわかるであろう。これが乱れの燃焼波解に及ぼす影響の一つである。

このように、乱れが燃焼波解を修正することはわかるが、その乱れが存在する領域の大きさ等は考えておく必要がある。何故なら、上で述べた$\langle \delta p \cdot \delta u_x \rangle$の存在する範囲が燃焼波の幅と問題にならないくらい狭ければ、実際上はまったく影響がないであろうことは容易に想像がつく。そのことを一応念頭において、どのような状況でこのような乱れが起きるかということを調べることが本章の目的である。電磁波とプラズマの境界は、不安定になり得るということは、Sagdeev[1]によって指摘された。また、Valeo[2], Estabrook[3]らは、垂直入射・斜めS偏光入射の場合の電磁波とプラズマの境界面が不安定となることを指摘した。しかし彼らは、プラズマの流れのことを

考慮しなかった。第3章でも解析したように、レーザー光の存在する吸収点付近では、プラズマ中に亜音速、超音速かのいずれかの流れが形成されている。この影響は、Valeoらの行なった解析の結果を変えてしまうことが、5-3節で示されるであろう。また彼らは、P偏光波は本質的にS偏光波と同じであると考えたが、その考えの誤りも5-4節で指摘する。

5-2. 相互作用の一般論

5-2-1. 基礎方程式

電磁波に対しては、マックスウェル方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -C_l \nabla \times \mathbf{E} \,, \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{C_l} \mathbf{j} + \frac{1}{C_l} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \,, \tag{2}$$

より $\mathbf{B}$ を消去すると、$\mathbf{E}$ について

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + C_l^2 [\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E}] = -4\pi \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \,, \tag{3}$$

の方程式を得る。$\mathbf{j}$ に関しては、電場 $\mathbf{E}$ に対するプラズマの応答を調べることにより決定される。今、非常に高周波で振動している電場に対しては、イオンは追随できず専ら電子がこの高周波電流を背負っている。この電場に応答する電子の運動は

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla(n_e \mathbf{V}_e) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + \mathbf{V}_e \cdot \nabla \cdot \mathbf{V}_e = -C_{Te}^2 \nabla \ln n_e$$

$$-\frac{e}{me}\left(\mathbb{E}+\frac{\mathbb{V}e}{C_l}\times\mathbb{B}\right), \tag{5}$$

の方程式で記述できる。ここでは簡単のために等温過程であるとした。各物理量が高周波で振動する項（～をつけて表わす）と、振動しない項（高周波の一周期にわたる平均〈〉で表わす）の和で書けるとする。即ち

$$A=\langle A\rangle+\tilde{A}, \quad A=(ne, \mathbb{V}e, \mathbb{E}, \mathbb{B}), \tag{6}$$

と書けるとして、次の関係

$$\begin{aligned} AA'-\langle AA'\rangle &= [\langle A\rangle+\tilde{A}][\langle A'\rangle+\tilde{A}']-\langle A\rangle\langle A'\rangle-\langle\tilde{A}\tilde{A}'\rangle \\ &= \langle A\rangle\tilde{A}'+\tilde{A}\langle A'\rangle+[\tilde{A}\tilde{A}'-\langle\tilde{A}\tilde{A}'\rangle] \\ &\approx \langle A\rangle\tilde{A}'+\tilde{A}\langle A'\rangle \end{aligned} \tag{7}$$

を仮定しよう。(7)式の近似 $\tilde{A}\tilde{A}'-\langle\tilde{A}\tilde{A}'\rangle\approx 0$ は quasi-linear の近似と呼ばれているものである。そのとき(4)，(5)式の高周波の一周期にわたる平均

$$\frac{\partial\langle ne\rangle}{\partial t}+\nabla[\langle ne\rangle\langle\mathbb{V}e\rangle+\langle\tilde{ne}\,\tilde{\mathbb{V}e}\rangle]=0, \tag{4-a}$$

$$\frac{\partial \langle V_e \rangle}{\partial t} + \langle V_e \rangle \cdot \nabla \langle V_e \rangle + \langle \tilde{V}_e , \nabla \tilde{V}_e \rangle$$

$$= -C_{Te}^2 \left[\frac{\nabla \langle n_e \rangle}{\langle n_e \rangle} - \frac{\langle \tilde{n}_e \cdot \nabla \tilde{n}_e \rangle}{\langle n_e \rangle^2} \right]$$

$$- \frac{e}{m_e} \left\{ \langle E \rangle + \frac{1}{C_l} \left[\langle V_e \rangle \times \langle B \rangle + \langle \tilde{V}_e \times \tilde{B} \rangle \right] \right\}$$

(5-a)

を(4), (5)式から差し引いた式は.

$$\frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial t} + \nabla \left[\langle n_e \rangle \tilde{V}_e + \tilde{n}_e \langle V_e \rangle \right] = 0 , \qquad (4\text{-}b)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_e}{\partial t} + \langle V_e \rangle \cdot \nabla \tilde{V}_e + \tilde{V}_e \cdot \nabla \langle V_e \rangle$$

$$= -C_{Te}^2 \cdot \nabla \left(\frac{\tilde{n}_e}{\langle n_e \rangle} \right)$$

$$- \frac{e}{4e} \left\{ \tilde{E} + \frac{1}{C_l} \left[\langle V_e \rangle + \tilde{B} + \tilde{V}_e \times \langle B \rangle \right] \right\}$$

(5-b)

となる。ここで $\tilde{n}_e$ の3次以上は省略した。これは(7)の仮定と同程度の近似である。今. 簡単のために $\langle V_e \rangle$, $\langle B \rangle$ を零とすると. (4-a)-(5-b)式は. それぞれ以下のようになる。

$$\frac{\partial \langle n_e \rangle}{\partial t} + \nabla \langle \tilde{n}_e , \tilde{V}_e \rangle = 0 , \qquad (4\text{-}c)$$

$$\langle \tilde{V}_e \cdot \nabla \tilde{V}_e \rangle = -C_{Te}^2 \left[\frac{\nabla \langle n_e \rangle}{\langle n_e \rangle} - \frac{\langle \tilde{n}_e \cdot \nabla \tilde{n}_e \rangle}{\langle n_e \rangle^2} \right]$$

$$- \frac{e}{m_e} \left\{ \langle E \rangle + \frac{1}{C_e} \langle \tilde{V}_e \times \tilde{B} \rangle \right\} \qquad (5\text{-}c)$$

$$\frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial t} + \nabla (\langle n_e \rangle \tilde{V}_e) = 0 , \qquad (4\text{-}d)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_e}{\partial t} = -C_{Te}^2 \nabla \left(\frac{\tilde{n}_e}{\langle n_e \rangle} \right) - \frac{e}{m_e} \tilde{E} , \qquad (5\text{-}d)$$

一方イオンは、高周波に対しては全く応答しないとすると

$$\frac{\partial \langle n_i \rangle}{\partial t} + \nabla (\langle n_i \rangle \langle V_i \rangle) = 0 , \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial t} + \langle V_i \rangle \cdot \nabla \langle V_i \rangle = \frac{Ze}{m_i} \langle E \rangle , \qquad (9)$$

の方程式に支配される。ここで、イオンの温度は無視した。以下で使用される方程式は (3), (4-c), (5-c), (4-d), (5-d), (8), (9) である。

5-2-2. 一次元定常解と入射波の種類

(5-c) の右辺第二項と、(5-d) の右辺第一項は、他の項に較べて、$[C_{Te}/(C_e k_0 L)]^2$ だけ小さい。ここで

k_0 はレーザー光の真空中での波数で. $k_0 = \omega_0 / C_\ell$, またLは非一様性のスケール長である。以下では. これらの項を無視して考えると. (5)式より

$$\frac{\partial \tilde{j}}{\partial t} \equiv \frac{\partial}{\partial t}(-e\langle n_e\rangle \tilde{V}_e) = +\frac{e^2}{m_e}\langle n_e\rangle \tilde{E}, \qquad (10)$$

ここで $\langle n_e\rangle$ は時間変化がないものとした。この $\tilde{j}$ は(3)式の j と一致する筈であるから. 以下では(10)式中の~を除いて(3)式に代入すると.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + C_\ell^2 [\nabla(\nabla\cdot E) - \Delta E] = -\langle\omega_{pe}\rangle^2 E . \qquad (11)$$

$$\langle\omega_{pe}\rangle^2 \equiv \frac{4\pi\langle n_e\rangle e^2}{m_e} \qquad (12)$$

(11)式の解として

$$E = \overset{+}{E}_0(x)\exp(ik_{y0}y - i\omega_0 t) + \overset{-}{E}_0(x)\exp(-ik_{y0}y + i\omega_0 t), \qquad (13)$$

の形を考えよう。ここでは. 直角座標を用い. (x. y z), $E = (E_x, E_y, E_z)$ と記すことにする。このとき(11)式は各成分毎に

$$(k_{y0}^2 - \frac{\omega_0^2}{C_\ell^2}\cdot\epsilon_{d0})\overset{\pm}{E}_{x0} \pm ik_{y0}\frac{d\overset{\pm}{E}_{y0}}{dx} = 0 . \qquad (14)$$

$$\frac{d^2 E_{yo}^{\pm}}{dx^2} + \frac{\omega_0^2}{c_\ell^2}\epsilon_{do} E_{yo}^{\pm} \mp i k_{yo} \frac{d E_{xo}^{\pm}}{dx} = 0 , \qquad (15)$$

$$L_S E_{zo}^{\pm} \equiv \left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{\omega_0^2}{c_\ell^2}\epsilon_{do} - k_{yo}^2\right] E_{zo}^{\pm} = 0 , \qquad (16)$$

(14), (15) については もっと違った表現ができる。(11)式の発散をとると

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla \vec{E} = -\nabla\left(\frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2}{c_\ell^2}\vec{E}\right)$$

$$= -\frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2}{c_\ell^2}\nabla\vec{E} - \vec{E}\nabla\left(\frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2}{c_\ell^2}\right) . \qquad (17)$$

ここで $\langle\omega_{pe}\rangle$ 即ち $\langle n_e\rangle$ は x 方向のみに変化すると考えた。(17)は(13)の形に対しては

$$E_{yo}^{\pm} = \frac{\pm i}{k_{yo}\epsilon_{do}} \frac{d}{dx}(\epsilon_{do} E_{xo}^{\pm}) , \qquad (18)$$

となる。これを用いて(14)式から E_{yo} を消去すると

$$L_P E_{xo}^{\pm} \equiv \frac{d^2 E_{xo}^{\pm}}{dx^2} + \frac{d}{dx}\left(\frac{E_{xo}^{\pm}}{\epsilon_{do}} \cdot \frac{d\epsilon_{do}}{dx}\right)$$

$$+ \left(\frac{\omega_0^2}{c_\ell^2}\epsilon_{do} - k_{yo}^2\right) E_{xo}^{\pm} = 0 , \qquad (19)$$

ここで.

$$\epsilon_{do} \equiv 1 - \frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2}{\omega_0^2} , \qquad (20)$$

と定義した。(16), (19)式はそれぞれ、S-, P-偏光波と呼ばれ、偏光方向を模式的に示すと図5-1, 5-2のようになる。通常、波の波数が0, ∞になる点をそれぞれカット・オフ点, 共鳴点と呼んでいるが[4]、その意味を上二式について考えてみよう。(16)式中の $\omega_0^2/c_0^2 \times \epsilon_{d0} - k_{y0}^2$ を一定値 a と考えたとき、$a>0$ ならば(16)式は $\exp[\pm i\sqrt{a}\,x]$ の振動解、即ち伝搬する解を与えるが、$a<0$ では $\exp[\pm\sqrt{-a}\,x]$ の単調減少か、増大する解を与える。但し無限遠方で波の振幅が無限大になることはあり得ないから、$a<0$ のときは無限遠方に向かって単調減少する解だけが物理的に正しい解となる。誘電率の定義(20)から明らかなように真空中では $\epsilon_{d0}=1$ であるから、そこでは明らかに $a>0$ である。ϵ_{d0} の形から考えて、密度 $\langle n_e\rangle$ が増加するにつれて a は徐々に減少し、$a=0$, 即ち、

$$\frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2}{\omega_0^2} = \cos^2\theta \quad , \tag{21}$$

の点を通過後、$\alpha < 0$ となって波は単調に減少してゆくであろう。このように(21)の地点よりも高密度側に波は進行することができないことから、この点をカット・オフ点と呼んでいる。(21)式中のθは光の入射角度であり、

$$\sin\theta \equiv \frac{k_{y0}}{k_0} = \frac{k_{y0} c_e}{\omega_0} \quad , \tag{22}$$

と考え、密度勾配と同方向に入射した場合(所謂、垂直入射)を$\theta = 0°$と定義した。さらに、(19)式中の第1、2項のみを考えると

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\epsilon_{d0}}\frac{d}{dx}(\epsilon_{d0} E_{x0}^{\pm})\right] \approx 0 \quad , \tag{19'}$$

となり、$\epsilon_{d0} = 0$ 近傍では $E_{x0}^{\pm} \propto \epsilon_{d0}^{-1}$ の形でE_{x0}が発散する。それ故、この点即ち

$$\langle \omega_{pe} \rangle = \omega_0 \tag{23}$$

となる点のことを共鳴点と呼んでいる。$\langle \omega_{pe} \rangle$の定義式(12)と(21)、(23)式から明らかなように、共鳴点はカット・オフ点よりも高密度側にある。真空側から入射した光は、カット・オフ点を通り過ぎた後、急激な

減衰を受ける。この過程を生き残ったわずかな光が共鳴点でプラズマと共鳴を起こし、吸収につながってゆく。この意味で、P-偏光波は吸収に大きく寄与するが、S-偏光波は寄与しないということが言える。しかしながら、実際のレーザー核融合では球対称照射の配置からS，P両方の偏光はどうしても混在することになるから、両方の違いを調べておくことは重要である。

もう一つ重要なことはϵ_{do}の形である。ϵ_{do}は高周波分を取り除いた$\langle n_e \rangle$に依存しており、このとき電気的中性が保たれ$\langle n_e \rangle$は$Z\langle n_i \rangle$にほぼ等しいと考えてよい。(16)，(19)式で取り扱っているような一次元的で定常な場合には、その密度$\langle n_i \rangle$は、(4-c)，(5-c)(4-d)，(5-d)，(8)，(9)を使って決定される。$[C_{re}/(C_e k_0 L)]^2$のオーダーを無視し、$\langle\ \rangle$の量は時間的変化はなく～の量は$\exp(-i\omega_0 t)$の依存性を仮定すると、(5-d)より

$$\tilde{v}_e = -\frac{ie}{m_e \omega_0}\tilde{E}\ ,, \qquad (24)$$

これを(5-C)に代入すると

$$\langle \tilde{E} \rangle = -\frac{e}{m_e \omega_0^2} \langle \tilde{E} \times (\nabla \cdot \tilde{E}^*) \rangle$$

$$-\frac{e}{m_e \omega_0^2} \langle \tilde{E} \cdot \nabla \tilde{E}^* \rangle - \frac{m_e C_{re}^2}{e \langle n_e \rangle} \nabla \langle n_e \rangle$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e \omega_0^2} \nabla (\tilde{E} \cdot \tilde{E}^*) - \frac{m_e C_{re}^2 \nabla \langle n_e \rangle}{e \langle n_e \rangle}, \quad (25)$$

ここで＊は複素共役を示し、$\tilde{E} \times (\nabla \times \tilde{E}^*) = \frac{1}{2} \nabla (\tilde{E} \cdot \tilde{E}^*) - \tilde{E} \cdot \nabla \tilde{E}^*$ と(1)式 $\tilde{B} = -i \cdot C_e / \omega_0 \nabla \times \tilde{E}$ を使った。

(8)式より

$$\langle n_i \rangle \langle V_{ix} \rangle = 一定 \equiv J_i \quad (26)$$

(9)式より

$$\langle V_{ix} \rangle \frac{d}{dx} \langle V_{ix} \rangle = -\frac{Z e^2}{2 m_i m_e \omega_0^2} \nabla (\tilde{E} \cdot \tilde{E}^*)$$

$$- \frac{Z k_B T_e \nabla \langle n_i \rangle}{\langle n_i \rangle m_i}, \quad (27)$$

ここで(25)式を用いた。ここで V_i の添字 x は x 成分を表わす。以下では二つの極限状態を考えてみよう。一つは流れのない場合で(27)式の左辺が無視できる場合である。左辺と右辺第2項の比は、

$$\frac{m_i V_i^2}{2 k_B T_e} \sim \frac{V_i^2}{C_s^2}$$

で所謂マッハ数（≡M）に対応するから．左辺が無視できるのは亜音速の場合（$M \ll 1$）である。このとき (26)．(27) 式より

$$\langle n_i \rangle = n_{i0} \exp\left[- \frac{e^2 \langle \tilde{E} \cdot \tilde{E}^* \rangle}{2 m_e \omega_0^2 k_B T_e} \right] \qquad (28)$$

n_{i0} は $\langle \tilde{E} \cdot \tilde{E}^* \rangle = 0$ のときの $\langle n_i \rangle$ の値である。この表式によると．電場が増加すれば $\langle n_i \rangle$ が減る．即ち穴が堀れるということになる。これを (20) に代入すると

$$\epsilon_{d0} = 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{\omega_0^2} \exp\left[- \frac{e^2 \langle \tilde{E} \cdot \tilde{E}^* \rangle}{2 m_e \omega_0^2 k_B T_e} \right] \qquad (29)$$

$$\omega_{p0}^2 \equiv \frac{4\pi Z n_{i0} e^2}{m_e}$$

となる。一方．超音速（$M \gg 1$）の場合には．(27) は

$$\frac{1}{2} m_i \langle V_{ix} \rangle^2 + \frac{Ze^2}{2 m_e \omega_0^2} \langle \tilde{E} \cdot \tilde{E}^* \rangle$$

$$= 一定 = J_2 \qquad (30)$$

を導く。これを (26) 式より

$$\langle n_i \rangle = J_1 \sqrt{\frac{m_i}{2\left(J_2 - \frac{Ze^2}{2m_e\omega_0^2}\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^* \rangle\right)}}$$

となり、$\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^* \rangle = 0$ のとき $\langle V_{ix} \rangle = V_{i0}$ とすると J_1, J_2 が求まり、結局

$$\langle n_i \rangle = n_{i0}\left[1 - \frac{Ze^2\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^* \rangle}{m_e m_i \omega_0^2 V_{i0}^2}\right]^{-1/2}, \qquad (31)$$

と決定される。これは、(28)式とは逆に電場が増加すれば $\langle n_i \rangle$ が増加することを意味する。この違いは種々の特性に大きな影響を与えるということが後にわかるであろう。(31)を(20)に代入すると

$$\epsilon_{d0} = 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{\omega_0^2}\left[1 - \frac{Ze^2\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^* \rangle}{m_e m_i \omega_0^2 V_{i0}^2}\right]^{-1/2}, \qquad (32)$$

ϵ_{d0} が(29), (32)式で与えられるときの電場の形を求めてみよう。まず、S-偏光波の場合を考えると、(16)式を一回積分すると

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dE_{z0}^{\pm}}{dx}\right)^2 + \int\left(\frac{\omega_0^2}{C_L^2}\epsilon_{d0} - k_{y0}^2\right)E_{z0}^{\pm}\cdot dE_{z0}^{\pm}$$

$$= \text{一定} = A, \qquad (33)$$

となる。さらに簡単のために $E_{z0}^{\pm}$ が弱いときに話を

限定しよう。即ち(29)式を $e^2\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^*\rangle/(2m_e\omega_0^2 k_B T_e) \ll 1$ と考えて.

$$\epsilon_{do} = 1 - \frac{\omega_{po}^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega_{po}^2 e^2 \langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^*\rangle}{2m_e \omega_0^4 k_B T_e} , \tag{34}$$

と近似し. (32)式を $Ze^2\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^*\rangle/(m_e m_i \omega_0^2 V_{io}^2) \ll 1$ と考えて

$$\epsilon_{do} = 1 - \frac{\omega_{po}^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega_{po}^2 Ze^2 \langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^*\rangle}{m_e m_i \omega_0^4 V_{io}^2} , \tag{35}$$

今. E は $E_{z0}(=E_{z0}^+ = E_{z0}^-)$ 成分しか持たないとすると. $\langle \tilde{E}\cdot\tilde{E}^*\rangle$ は E_{z0}^2 と書くことが出来る。(34). (35)をまとめて

$$\epsilon_{do} = 1 - \frac{\omega_{po}^2}{\omega_0^2} + a E_{z0}^2 , \tag{36}$$

と書くと. (33)は

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dE_{z0}}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2}\left[\frac{\omega_0^2-\omega_{po}^2}{C_l^2} - k_{y0}^2\right]E_{z0}^2 + \frac{aE_{z0}^4}{4} = A$$

となる。$x\to-\infty$ で. $E_{z0}\to 0$. $dE_{z0}/dx\to 0$ の制限を加えると. $A=0$ と決定され. 上式をもう一度積分して

$$\int \frac{dE_{z0}}{E_{z0}\sqrt{b-\frac{a}{2}E_{z0}^2}} = \pm\int dx , \tag{37}$$

$$\ell \equiv k_{y0}^2 + \frac{\omega_{p0}^2 - \omega_0^2}{c_\ell^2} , \tag{38}$$

この解は

(i) $a > 0$ のとき

$\ell > 0$ でなければならず．そのとき(37)は．

$$E_{z0} = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}\, \mathrm{sech}(\sqrt{\ell}\, x) , \tag{39}$$

となる。

(ii) $a < 0$ のとき

$\ell > 0$ では

$$E_{z0} = \sqrt{-\frac{2\ell}{a}} \cdot \cos\mathrm{sech}(\sqrt{\ell}\, x) , \tag{40}$$

$\ell < 0$ では

$$E_{z0} = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}\, \cos\mathrm{sec}(\sqrt{-\ell}\, x) . \tag{41}$$

となる。

次節以下では．このような孤立的な定常解が．摂動に対して安定かどうかを調べる。

5-2-3. 摂動に対する方程式

前節で求まった解にある摂動（δをつけて摂動量を表わす）が加わったときの摂動の成長を調べてみよう。摂動量に対しても(3)式は成立し、

$$\frac{\partial^2 \delta E}{\partial t^2} + C_l^2 [\nabla(\nabla \cdot \delta E) - \Delta \delta E] = -4\pi \frac{\partial \delta j}{\partial t} \qquad (42)$$

前節と同様に $[C_{le}/(C_e k_0 L)]^2$ の項を無視し、～の3次以上の項を無視すると、(4-c), (5-d) はこの場合も(10)式と同じ形に帰する。但し、ここでは $\partial \langle ne \rangle / \partial t \neq 0$ であることに注意しよう。(10)式で、j, $\langle ne \rangle$, $\tilde{E}$ は今の場合、

$$j \longrightarrow \tilde{j} + \delta j \qquad (43)$$

$$\langle ne \rangle \longrightarrow \langle ne \rangle + \delta \langle ne \rangle \qquad (44)$$

$$\tilde{E} \longrightarrow E + \delta E \qquad (45)$$

と書き直すべきものである。$\delta \langle ne \rangle$ は $\langle ne \rangle$ からのズレ

$$\delta \langle ne \rangle = \left\{ \delta \langle ne \rangle \overset{\omega, K_y, K_z}{} \exp[i k_y y + i K_z z - i\omega t] + c.c. \right\} \qquad (46)$$

を表わす。(45)式中の $\bar{E}$ は前節(13)式と同じ意味で一次元の定常解（$\bar{j}$ も同じ），δE はそれからのズレ

$$\delta E = \left[\delta E^{\omega, k_y, k_z} \cdot \exp(i k_y y + i k_z z - i \omega t) + c.c. \right]$$

（c.c. は複素共役）　(47)

を表わす。δj も(47)と同じ依存性をもつとすると，(10)式を(43)-(45)の形に変換して δ の2次以上を省略した形

$$\frac{\partial \delta j}{\partial t} = \frac{e^2}{m_e} \left[\langle n_e \rangle \delta E + \delta \langle n_e \rangle \bar{E} \right] \qquad (48)$$

は，

$$-i\omega \delta j^{\omega, k_y, k_z} = \frac{e^2}{m_e} \langle n_e \rangle \delta E^{\omega, k_y, k_z}$$

$$+ \frac{e^2}{m_e} \delta \langle n_e \rangle^{\Omega, k_y, K_z} \left\{ \bar{E}_0^{+} \exp \left[i (K_y + k_{y0} - k_y) y \right. \right.$$

$$\left. + i (K_z - k_z) z - i (\Omega + \omega_0 - \omega) t \right]$$

$$+ \bar{E}_0^{-} \exp \left[i (K_y - k_{y0} - k_y) y + i (K_z - k_z) z \right.$$

$$\left. \left. - i (\Omega - \omega_0 - \omega) t \right\} \right. \qquad (49)$$

に帰着する。(49)の右辺を，$2\pi/k_{y0}$，$2\pi/\omega_0$，の周期で空間時間的に平均すると，残るのは，

$$k_y = K_y + k_{y0}\,,\quad \omega = \Omega + \omega_0\,,\quad k_z = K_z\,. \tag{50}$$

のモードと

$$k_y = K_y - k_{y0}\,,\quad \omega = \Omega - \omega_0\,,\quad k_z = K_z\,. \tag{51}$$

のモードだけである。今、(50), (51) のモードをそれぞれ +, − をつけて表示する。例えば

$$\delta j^{\Omega+\omega_0,\, K_y+k_{y0},\, K_z} \equiv \delta j^{+} \tag{52}$$

のように表わすと (49) は二つのモードに対して

$$-i(\Omega \pm \omega_0)\,\delta j^{\pm} = \frac{e^2}{m_e}\langle n_e\rangle\,\delta E^{\pm} + \frac{e^2}{m_e}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_0^{\pm}\,,\quad (\text{複号同順}) \tag{53}$$

となる。但し、$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega,K_y,K_z}$ は $\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}$ と略記した。この二つのモードに対しては、(42) 式の x, y, z 成分は

$$\left[(K_y \pm k_{y0})^2 + K_z^2 + \frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2 - (\Omega+\omega_0)^2}{c_l^2}\right]\delta E_x^{\pm}$$

$$+ i\frac{d}{dx}\left[(K_y \pm k_{y0})\,\delta E_y^{\pm} + K_z\,\delta E_z^{\pm}\right]$$

$$= -\frac{4\pi e^2}{c_l^2 m_e}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{x0}^{\pm}\,, \tag{54}$$

$$\left[-\frac{d^2}{dx^2}+(K_y \pm k_{y0})^2+\frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2-(\Omega\pm\omega_0)^2}{c_l^2}\right]\delta E_z^{\pm}$$

$$+iK_z\left[\frac{d\delta E_x^{\pm}}{dx}+i(K_y\pm k_{y0})\delta E_y^{\pm}\right]$$

$$=-\frac{4\pi e^2}{m_e c_l^2}\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}^{\pm}\ , \qquad (55)$$

y 成分については (42) 式を使わずに (42) の発散

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\nabla\cdot\delta\mathbb{E})=-4\pi\frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\delta\mathbb{j} \qquad (56)$$

と (49)

$$\delta j^{\pm}=\frac{i\left[\frac{e^2}{m_e}\langle n_e\rangle\delta\mathbb{E}^{\pm}+\frac{e^2}{m_e}\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\mathbb{E}_0^{\pm}\right]}{(\Omega\pm\omega_0)}$$

あるいは

$$\delta\mathbb{j}=\frac{i\left[\frac{e^2}{m_e}\langle n_e\rangle\delta\mathbb{E}+\frac{e^2}{m_e}\delta\langle n_e\rangle\mathbb{E}\right]}{\Omega\pm\omega_0}$$

((13), (46), (47) 参照) であるから

$$\left[(\Omega\pm\omega_0)^2-\langle\omega_{pe}\rangle^2\right]\times\left[\frac{d\delta E_x^{\pm}}{dx}+i(K_y\pm k_{y0})\delta E_y^{\pm}\right.$$

$$\left.+iK_z\delta E_z^{\pm}\right]$$

$$=\delta E_x^{\pm}\frac{d\langle\omega_{pe}\rangle^2}{dx}+\frac{4\pi e^2}{m_e}\left[\frac{d\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\cdot E_{x0}^{\pm}}{dx}\right.$$

$$+ i(K_y \pm k_{y0})\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{y0}^{\pm} + iK_z \delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}^{\pm} \Big] \qquad (57)$$

(57) を (54) に代入すると

$$\Big[(K_y \pm k_{y0})^2 + K_z^2 + \frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2 - (\Omega+\omega_0)^2}{C_l^2} - \frac{d^2}{dx^2}\Big]\delta E_x^{\pm}$$

$$+ \frac{d}{dx}\frac{\delta E_x^{\pm} d\langle\omega_{pe}\rangle^2/dx}{(\Omega\pm\omega_0)^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2} = -\frac{4\pi e^2}{C_l^2 m_e}\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{x0}^{\pm}$$

$$-\frac{4\pi e^2}{m_e}\frac{d}{dx}\left\{\frac{d(\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{x0}^{\pm})/dx + i\big[(K_y \pm k_{y0})E_{y0}^{\pm} + K_z E_{z0}^{\pm}\big]\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}}{(\Omega\pm\omega_0)^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}\right\}$$

(58)

(57) を (54) に代入すると

$$\Big[(K_y \pm k_{y0})^2 + K_z^2 + \frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2 - (\Omega\pm\omega_0)^2}{C_l^2} - \frac{d^2}{dx^2}\Big]\delta E_z^{\pm}$$

$$= -\frac{iK_z}{(\Omega\pm\omega_0)^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}\left\{\delta E_x^{\pm}\frac{d\langle\omega_{pe}\rangle^2}{dx} + \frac{4\pi e^2}{m_e}\Big[\frac{d}{dx}(\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{x0}^{\pm})\right.$$

$$\left. + i(K_y \pm k_{y0})\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{y0}^{\pm} + iK_z\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}^{\pm}\Big]\right\}$$

$$-\frac{4\pi e^2}{m_e C_l^2}\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}^{\pm}. \qquad (59)$$

となる。(58) と (59) 式とから電場を求める際に、$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}$ の形が必要となってくるが、その基礎となる方程式は (27) 式を導いたのと同様の操作によって求

めることができる。即ち、$\langle \mathbb{E} \rangle$ が (25) 式で与えられるとすると、(9) 式より

$$\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial t} + \langle v_i \rangle \cdot \nabla \langle v_i \rangle = -\frac{Ze^2}{2m_i m_e \omega_0^2} \nabla (\tilde{\mathbb{E}} \cdot \tilde{\mathbb{E}}) - \frac{C_s^2}{\langle n_i \rangle} \nabla \langle n_i \rangle \tag{60}$$

この式と (8) 式を基礎として

$$\left.\begin{aligned} &\langle v_i \rangle \longrightarrow \langle v_i \rangle + \delta \langle v_i \rangle , \\ &\langle n_i \rangle \longrightarrow \langle n_i \rangle + \delta \langle n_i \rangle , \\ &\tilde{\mathbb{E}} \longrightarrow \mathbb{E} + \delta \mathbb{E} . \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

の変換を行ない、δ の 2 次以上は無視すると、(8) (60) 式はそれぞれ

$$\frac{\partial \delta \langle n_i \rangle}{\partial t} + \nabla \left[\langle n_i \rangle \delta \langle v_i \rangle + \delta \langle n_i \rangle \langle v_i \rangle \right] = 0 \tag{62}$$

$$\frac{\partial \delta \langle v_i \rangle}{\partial t} + \langle v_i \rangle \cdot \nabla \delta \langle v_i \rangle + \delta \langle v_i \rangle \cdot \nabla \langle v_i \rangle = \frac{Ze^2}{2m_i m_e \omega_0^2} \nabla \left[\mathbb{E} \cdot \delta \mathbb{E} + \mathbb{E} \cdot \delta \mathbb{E} \right] - \frac{C_s^2 \nabla \delta \langle n_i \rangle}{\langle n_i \rangle} + \frac{C_s^2 \delta \langle n_i \rangle \cdot \nabla \langle n_i \rangle}{\langle n_i \rangle^2} , \tag{63}$$

$\delta \langle n_i \rangle$, $\delta \langle v_i \rangle$ の依存性を (46) と同様に考え、$\delta \mathbb{E}$, $\mathbb{E}$

の依存性は前と同様(47), (13)のようであるとすると

(62)は

$$-i\Omega\delta\langle n_i\rangle^{\Omega}_{①} + \frac{d}{dx}\left[\langle n_i\rangle\delta\langle V_{ix}\rangle^{\Omega}_{②} + \delta\langle n_i\rangle^{\Omega}\langle V_{ix}\rangle\right]$$

$$+ i\langle n_i\rangle\left[K_y\delta\langle V_{iy}\rangle^{\Omega}_{③} + K_z\delta\langle V_{iz}\rangle^{\Omega}\right] = 0 , \qquad (64)$$

となる。ここで

$$\left.\begin{aligned}\langle \mathbb{V}_i\rangle &= (\langle V_{ix}\rangle, 0, 0)\\ \delta\langle \mathbb{V}_i\rangle &= (\delta\langle V_{ix}\rangle, \delta\langle V_{iy}\rangle, \delta\langle V_{iz}\rangle)\end{aligned}\right\} \qquad (65)$$

とした。(63)式も成分別に書くと.

$$-i\Omega\delta\langle V_{ix}\rangle^{\Omega} + \frac{d}{dx}\left[\langle V_{ix}\rangle\delta\langle V_{ix}\rangle^{\Omega}\right]$$

$$= -\frac{Ze^2}{2m_i m_e \omega_0^2}\frac{d}{dx}\left[\frac{(\mathbb{E}_0^{+}+\mathbb{E}_0^{-})\mathbb{F}^{+} + (\mathbb{E}_0^{-}-\mathbb{E}_0^{+})\mathbb{F}^{-}}{2}\right]$$

$$- C_s^2\frac{d}{dx}\left(\frac{\delta\langle n_i\rangle^2}{\langle n_i\rangle}\right) , \qquad (66)$$

$$-i\Omega\delta\langle V_{iy}\rangle^{\Omega} + \langle V_{ix}\rangle\frac{d\delta\langle V_{iy}\rangle^{\Omega}}{dx} = -\frac{iK_y Ze^2}{2m_i m_e\omega_0^2}$$

$$\times\left[\frac{(\mathbb{E}_0^{+}+\mathbb{E}_0^{-})\mathbb{F}^{+} + (\mathbb{E}_0^{-}-\mathbb{E}_0^{+})\mathbb{F}^{-}}{2}\right]$$

$$-\frac{iK_y C_s^2}{\langle n_i\rangle}\delta\langle n_i\rangle^{\Omega} , \qquad (67)$$

$$-i\Omega\delta\langle V_{iz}\rangle^{\Omega} + \langle V_{iz}\rangle \frac{d\delta\langle V_{iz}\rangle^{\Omega}}{dx}$$

$$= -\frac{iK_z Ze^2}{2m_i m_e \omega_0^2}\left[\frac{(E_0^+ + E_0^-)F^+ + (E_0^- - E_0^+)F^-}{2}\right] - \frac{iK_z C_s^2}{\langle n_i\rangle}\delta\langle n_i\rangle^{\Omega}, \tag{68}$$

ここで

$$F^{\pm} = \delta E^+ \pm \delta E^-, \quad (\text{複号同順}) \tag{69}$$

と定義した。x方向の非一様性のスケールをLとしよう。($k_0 L \sim O(1)$のオーダーである。) (64)式の②と③の項の比は

$$\frac{\delta\langle V_{ix}\rangle^{\Omega}}{\delta\langle V_{iy}\rangle^{\Omega}} \cdot \frac{1}{K_y \cdot L} \approx \frac{1}{(K_y L)^2},$$

となる。(66)と(67)の形から $\delta\langle V_{ix}\rangle^{\Omega}/\delta\langle V_{iy}\rangle^{\Omega} \sim (K_y L)^{-1}$ と見積った。今、非常に長い波長の摂動のみに注目しよう。実際上の問題として、このような波長の不安定性が最も重要である。即ち、$K_y L \gg 1$, $K_z L \gg 1$, の摂動に対しては、

$$\delta\langle V_{iy}\rangle^{\Omega} \sim \delta\langle V_{iz}\rangle^{\Omega} \longrightarrow 0, \tag{70}$$

と考えてよい。この仮定より、結局、方程式(64)は

$$-i\Omega\delta\langle n_i\rangle^{\Omega} + \frac{d}{dx}\left[\langle n_i\rangle\delta\langle V_{ix}\rangle^{\Omega} + \delta\langle n_i\rangle^{\Omega}\langle V_{ix}\rangle\right]$$

$$= 0 , \qquad (71)$$

になり、運動方程式としては x 成分に対する式 (66) しか必要でなくなる。(66), (71) はかなり難かしい形をしているので、ここで種々の場合に分けて近似解を求めてみよう。

(i) 超音速流

一次元定常解の流れが超音速流 ($\langle V_{ix}\rangle \gg C_s$) である場合には、次の二つの場合がある。

(i-a) $L\Omega \gg \langle V_{ix}\rangle \gg C_s$ の場合

この場合には (71) 式の第3項、(66) 式の左辺第2項、右辺の第2項 (C_s^2 のかかっている項) が省略でき

$$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} \equiv Z\,\delta\langle n_i\rangle^{\Omega}$$

$$= -\frac{Ze^2}{2m_i m_e \omega_0^2 \Omega^2}\frac{d}{dx}\left\{\langle n_e\rangle\frac{d}{dx}\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{(E_0^+ + E_0^-)F^+ + (E_0^- - E_0^+)F^-}{2}\right]\right\} , \qquad (72)$$

を得る。

(i-b) $\langle V_{ix}\rangle \gg L\Omega$, C_s の場合

この場合には、(71) 式の第1項、(66) 式の左辺第1項と右辺の第2項が省略でき

$$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} = \frac{Ze^2\langle n_e\rangle}{2m_i m_e \omega_0^2 \langle V_{iz}\rangle^2}\left[\frac{(E_0^+ + E_0^-)F^+ + (E_0^- - E_0^+)F^-}{2}\right], \quad (73)$$

(ii) 亜音速流 ($\langle V_{ix}\rangle \ll C_s$)

(ii-a) $\langle V_{ix}\rangle \ll C_s \ll L\Omega$ の場合

この場合には、(71) 式の第3項、(66) 式の左辺第2項、右辺第2項が省略でき、(72) と同じ結果を得る。

(ii-b) $\langle V_{ix}\rangle, L\Omega \ll C_s$ の場合

この場合には、(66) 式の右辺のみが残り

$$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} = -\frac{Ze^2\langle n_e\rangle}{2m_i m_e \omega_0^2 \cdot C_s^2}\left[\frac{(E_0^+ + E_0^-)F^+ + (E_0^- - E_0^+)F^-}{2}\right], \quad (74)$$

を得る。

5-3. S-偏光波の安定性

$E_{x0}^{\pm} = E_{y0}^{\pm} = 0$, $E_{z0}^{+} = E_{z0}^{-} \equiv E_{z0} \neq 0$, の S-偏光波に対しては.

(58), (59) 式はそれぞれ

$$\left[(K_y \pm k_{y0})^2 + K_z^2 + \frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2 - (\Omega \pm \omega_0)^2}{C_l^2} - \frac{d^2}{dx^2}\right]\delta E_x^{\pm}$$

$$+ \frac{d}{dx}\,\frac{\delta E_z^{\pm}\, d\langle\omega_{pe}\rangle^2/dx}{(\Omega \pm \omega_0)^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}$$

$$= -\frac{4\pi e^2 i K_z}{m_e}\,\frac{d}{dx}\left[\frac{\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}}{(\Omega \pm \omega_0)^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}\right], \qquad (75)$$

$$\left[(K_y + k_{y0})^2 + K_z^2 + \frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2 - (\Omega \pm \omega_0)^2}{C_l^2} - \frac{d^2}{dx}\right]\delta E_z^{\pm}$$

$$= -\frac{iK_z}{(\Omega \pm \omega_0)^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}\left\{\delta E_x^{\pm}\,\frac{d\langle\omega_{pe}\rangle^2}{dx}\right.$$

$$\left. - \frac{4\pi e^2}{m_e} K_z\, \delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}\right\} - \frac{4\pi e^2}{m_e C_l^2}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}, \qquad (76)$$

上の二つの方程式は線型であるから. $\delta E_x^{\pm}$ が零の解と. $\delta E_z^{\pm}$ が零の解を調べておけば. すべての解はその線型結合で表わされる。$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}$ は $\delta E_z^{\pm}$ に依存しているから. $\delta E_z^{\pm} = 0$ のときは (76) から必然的に $\delta E_x^{\pm} = 0$ とならねばならない。それ故、ここでは

$\delta E_x^{\pm} = 0$ で、$\delta E_z^{\pm} \neq 0$ の解だけに注目すればよいことがわかる。$\delta E_x^{\pm} = 0$ とすると (75) 式から、$K_z = 0$ でなければならない。この解に対しては (76) 式の二つのモードに関する方程式の和と差をとることにより、

$$-L_S F_z^{+} + \left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_\ell^2}\right) F_z^{+} + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega \omega_0}{C_\ell^2}\right) F_z^{-}$$

$$= -\frac{8\pi e^2}{m_e C_\ell^2} \delta \langle n_e \rangle^{\Omega} E_{z0} \,, \tag{77}$$

$$-L_S F_z^{-} + \left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_\ell^2}\right) F_z^{-} + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega \omega_0}{C_\ell^2}\right) F_z^{+} = 0. \tag{78}$$

を得る。オペレータ L_S は (16) 式で、$F^{\pm}$ は (69) で定義されている。上の (77), (78) 式の各項の中の最も支配的な項だけ残すと

$$L_S F_z^{\pm (0)} = 0 \tag{79}$$

となる。このとき (77) 式の右辺が $L_S F_z^{+}$ に較べて無視できる条件は

$$E_{z0}^2 / (4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e) \ll 1 \,. \tag{79'}$$

である。(この点に関してはこの節の終わりに議論

する。) (77), (78) 式は.

$$F_z^{\pm} = F_z^{\pm(0)} + F_z^{\pm(1)}, \quad (F_z^{\pm(0)} \gg F_z^{\pm(1)}) \tag{80}$$

と考えねと

$$-L_s F_z^{+(1)} + \left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_\ell^2}\right) F_z^{+(0)} + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega \omega_0}{C_\ell^2}\right) F_z^{-(0)}$$

$$= -\frac{8\pi e^2}{m_e C_\ell^2} \delta \langle n_e \rangle^{\Omega} E_{z0}, \tag{81}$$

$$-L_s F_z^{-(1)} + \left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_\ell^2}\right) F_z^{-(0)} + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega \omega_0}{C_\ell^2}\right) F_z^{+(0)} = 0, \tag{82}$$

上記二つの方程式が解けるための条件を求めてみよう。(81), (82) 式に $F_z^{+(0)*}$ をかけて全空間で積分すると (積分を記号 $\langle 1 \rangle$ で表わすことにする) 両式はそれぞれ

$$\left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_\ell^2}\right) \langle F_z^{+(0)*} | F_z^{+(0)} \rangle + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega \omega_0}{C_\ell^2}\right) \langle F_z^{+(0)*} | F_z^{-(0)} \rangle$$

$$= -\frac{8\pi e^2}{m_e C_\ell^2} \langle F_z^{+(0)*} | \delta \langle n_e \rangle^{\Omega} E_{z0} \rangle, \tag{83}$$

$$\left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_\ell^2}\right) \langle F_z^{+(0)*} | F_z^{-(0)} \rangle + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega \omega_0}{C_\ell^2}\right) \langle F_z^{+(0)*} | F_z^{+(0)} \rangle$$

$$= 0, \tag{84}$$

ここで、オペレータ L_S の自己共役性

$$\langle F_z^{+(0)*} | L_S F_z^{\pm(1)} \rangle = \langle F_z^{\pm(1)} | L_S F_z^{+(0)*} \rangle$$

と、(79) を使って。(83), (84) から $\langle F_z^{+(0)*} | F_z^{-(0)} \rangle$ を消去すると

$$\left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_s^2}\right)^2 - 4\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega\omega_0}{C_s^2}\right)^2$$

$$= -\frac{8\pi e^2}{m_e C_s^2}\left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_s^2}\right)\frac{\langle F_z^{+(0)*} | \delta\langle n_e\rangle^{\Omega} F_{z0}\rangle}{\langle F_z^{+(0)*} | F_z^{+(0)}\rangle}, \qquad (85)$$

(85) は所謂 分散関係式と呼ばれるものに相当する。(72) ~ (74) で求めた $\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}$ の形は Ω に無関係か、Ω の二乗に逆比例する。それ故、ここでは次の二つの場合について調べてみよう。

(i) $-8\pi e^2\langle F_z^{+(0)*} | \delta\langle n_e\rangle^{\Omega} E_{z0}\rangle / (m_e\omega_0^2\langle F_z^{+(0)*} | F_z^{+(0)}\rangle) = a$

のとき

これは (73), (74) の場合に対応し、各式についてそれぞれ

$$a = -\left(\frac{\langle\omega_{pe}\rangle}{\omega_0}\right)^4 \frac{\left\langle \frac{F_z^{+(0)*} | F_z^{+(0)} \cdot E_{x0}}{\langle n_e\rangle^2}\right\rangle / \langle F_z^{+(0)*} | F_z^{+(0)}\rangle}{4\pi\langle n_e\rangle^2 k_B T_e}\left(\frac{C_s}{\langle V_{ix}\rangle}\right)^2, \qquad (73)'$$

$$\alpha = +\left(\frac{\langle\omega_{pe}\rangle}{\omega_0}\right)^4 \frac{\langle F_z^{+(0)*} \mid \dfrac{F_z^{+(0)}\, E_{z0}^{2}}{\langle n_e\rangle} \rangle \Big/ \langle F_z^{+(0)*} \mid F_z^{+(0)} \rangle}{4\pi \langle n_e\rangle^2 k_B T_e}, \qquad (74)'$$

となっている。(85) 式の左辺第一項を無視して整理すると

$$\frac{\omega_0^2}{C_\ell^4}(\alpha-4)\Omega^2 + \frac{8K_y k_{y0}\omega_0}{C_\ell^2}\Omega$$

$$-K_y^2\left(4k_{y0}^2 + \frac{\omega_0^2}{C_\ell^2}\alpha\right) = 0, \qquad (86)$$

(86) を解くと

$$\Omega = \frac{-\dfrac{4K_y k_{y0} C_\ell^2}{\omega_0} \pm K_y C_\ell \sqrt{\alpha\left[\alpha + 4\left(k_{y0}^2 C_\ell^2/\omega_0^2 - 1\right)\right]}}{\alpha - 4} \qquad (87)$$

それ故、安定条件（Ω が実数である条件）は

$$\alpha\left[\alpha + 4\left(k_{y0}^2 C_\ell^2/\omega_0^2 - 1\right)\right] \geq 0$$

即ち

$$\alpha \leq 0 \quad \text{か又は} \quad \alpha \geq 4\left(1 - k_{y0}^2 C_\ell^2/\omega_0^2\right), \qquad (88)$$

のとき安定である。この条件と (73)', (74)' と見較べると、超音速流で低周波モード (73)' は安定である。亜音速流低周波モード (74)' は

$$\alpha \geq 4\left(1 - k_{y0}^2 C_\ell^2/\omega_0^2\right)$$

のとき安定である。今 $\langle F_x^{+(0)*} \mid \frac{F_x^{+(0)} E_{x0}^2}{\langle n_e \rangle} \rangle / \langle F_z^{+(0)*} \mid F_z^{+(0)} \rangle \approx \frac{E_{x0}^2}{\langle n_e \rangle}$ と考えると上記の条件は

$$\frac{E_{x0}^2}{4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e} \geq \frac{4}{\cos^2\theta} \geq 4$$

となる。（ここでは $\langle \omega_{pe} \rangle$ はカット・オフ密度 (21) 式を用い、$k_{y0}/k_0 = \sin\theta$ を用いた。）これは、摂動法の適用範囲 (79)' を越えている。

(ii) $-8\pi e^2 \langle F_z^{+(0)*} \mid \delta \langle n_e \rangle E_{z0} \rangle / (m_e \omega_0^2 \langle F_z^{+(0)*} \mid F_z^{+(0)} \rangle) = a/\Omega^2$

のとき

これは高周波モード (72) に対応し、そのとき a は

$$a = -\frac{Ze^2}{m_e m_i \langle n_e \rangle} \frac{\langle \omega_{pe} \rangle^2}{\omega_0^4} \cdot \frac{\langle \langle n_e \rangle \frac{d(E_{x0} F_x^{+(0)*})}{dx} \mid \frac{d(E_{x0} F_x^{+(0)})}{dx} \rangle}{\langle F_z^{+(0)} \mid F_z^{+(0)} \rangle} \quad (72)'$$

となり、今

$$\langle \langle n_e \rangle \frac{d(E_{x0} F_x^{+(0)*})}{dx} \mid \frac{d(E_{x0} F_x^{+(0)})}{dx} \rangle / \langle F_z^{+(0)*} \mid F_z^{+(0)} \rangle \rangle$$

$$\approx \frac{\langle n_e \rangle E_{x0}^2}{L^2}$$

と考えると、a/Ω^2 のオーダーは

$$\frac{a}{\Omega^2} \sim \frac{E_{z0}^2}{4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e} \cdot \frac{C_s^2}{L^2 \Omega^2} \quad , \tag{89}$$

である。(85) 式の左辺第一項を無視して整理すると

$$\Omega^4 - \frac{2C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0^2}\Omega^3 + \left[\left(\frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\right)^2 - \frac{a}{4}\right]\Omega^2$$

$$+ \frac{a}{4} C_\ell^2 K_y^2 = 0 \quad , \tag{90}$$

(90) の左辺を $G(\Omega)$ と置くと

$$\frac{dG}{d\Omega} = 2\Omega \left\{ 2\Omega^2 - \frac{3C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\Omega + \left[\left(\frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\right)^2 - \frac{a}{4}\right] \right\}$$

となり、$dG/d\Omega$ の根は

$$\Omega_1 = 0, \quad \Omega_{2,3} = \frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{4\omega_0}\left[3 \pm \sqrt{1 + \frac{2a\omega_0^2}{K_y^2 k_{y0}^2 C_\ell^4}}\right] \quad , \tag{91}$$

(91) の中で

$$\frac{a\omega_0^2}{K_y^2 k_{y0}^2 C_\ell^4} \sim \frac{a}{K_y^2 C_\ell^2} \sim \frac{E_{z0}^2}{4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e}\left(\frac{C_s}{K_y L C_\ell}\right)^2 ,$$

興味のある波長領域は、$[C_s/(K_y L C_\ell)]^2 \ll 1$ であるから、$\Omega_{2,3}$ を

$$\Omega_2 \approx \frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{2\omega_0}\left[1 - \frac{a\omega_0^2}{2K_y^2 k_{y0}^2 C_\ell^4}\right]$$

$$\Omega_3 \approx \frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\left[1 + \frac{a\omega_0^2}{4K_y^2 k_{y0}^2 C_\ell^4}\right]$$

と展開して．Gの中に代入すると

$$G(\Omega_2) \approx \frac{1}{16}\left(\frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\right)^4 - \frac{a}{16}\left(\frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\right)^2$$

$$+ \frac{a}{4}\left(C_\ell^2 K_y^2 + \frac{a}{4}\right)$$

$$\approx \frac{1}{16}\left(\frac{C_\ell^2 K_y k_{y0}}{\omega_0}\right)^4 > 0 , \qquad (92)$$

ここで

$$(C_\ell K_y)^2 = \left(\frac{C_\ell^2 K_y k_0}{\omega_0}\right)^2 , \quad k_0 \sim k_{y0}$$

を用いた。また

$$G(\Omega_3) \approx \frac{a C_\ell^2 K_\ell^2}{4}\left[1-\left(\frac{k_{y0}}{k_0}\right)^2\right] , \qquad (93)$$

$\Omega_1 < \Omega_2 < \Omega_3$ の順序から考えて安定である条件．

即ち．(90) 式が4実根をもつ条件は．

$$G(\Omega_1) < 0 , \quad G(\Omega_2) > 0 , \quad G(\Omega_3) < 0 , \qquad (94)$$

であり．これは明らかに

$$a < 0 , \qquad (95)$$

のときに実現される。(72)' の形を見れば．この条件が満足されているのは明らかであろう。

この節で得られた結果をまとめると、S-偏光波に対しては高周波モード(72)は安定であり、低周波モードは超音速(73)のとき安定で、亜音速のとき不安定である。この結果の物理的意味は明らかである。今、y方向に密度変動が起こったとすると、屈折率($\propto \sqrt{\epsilon_{d0}}$)の違いから、電磁波は密度の低い方へ屈折する。それ故、密度の低い部分に電磁波が集中し光圧が増加する。長さLの領域をある特定の速度(C_s 或いは $\langle V_{ix} \rangle$)が横切る時間が、現象の起こる時間スケール(Ω^{-1})よりも非常に短かい時には、現象はほぼ定常を仮定できる。そのとき、亜音速の場合には光圧が加わると共に密度が減少するため、不安定を助長する。超音速の場合には、光圧が加わると共に逆に密度が増大するので、安定化の方向に働く。

基礎式(81), (82)を導く際に、(79)' の仮定を導入したが、この仮定は高周波モード、或いは超音速流の場合の低周波モードに関しては必要ないことを注意しよう。何故ならば、(77)の右辺が(79)式のよう

に無視できる条件はそれぞれのモードに対して

$$\frac{E_{z0}^2}{4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e} \frac{C_s^2}{L^2 \Omega^2} \ll 1$$

$$\frac{E_{z0}^2}{4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e} \frac{C_s^2}{\langle V_{iz} \rangle^2} \ll 1 .$$

となり、$E_{z0}^2 / 4\pi \langle n_e \rangle k_B T_e \sim 1$ の場合でも上の二つの条件は満足されるからである。

次の節に移る前にもう一つ注意を喚起すべきことがある。それは $k_{y0} \to 0$ にしたときに結果がどう変わるかということである。この配位は垂直入射に相当する。(85) までの議論では $k_{y0} \to 0$ としても構わない。そのとき (85) は

$$\left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_l^2}\right)^2 - 4\frac{\Omega^2 \omega_0^2}{C_l^4}$$

$$= \frac{8\pi e^2}{m_e C_l^2}\left(K_y^2 - \frac{\Omega^2}{C_l^2}\right) \frac{\langle F_z^{+(\omega)*} | \delta \langle n_e \rangle^{\Omega} E_{z0} \rangle}{\langle F_z^{+(\omega)*} | F_z^{+(\omega)} \rangle} \qquad (96)$$

となり.

$$-8\pi e^2 \langle F_z^{+(\omega)*} | \delta \langle n_e \rangle^{\Omega} E_{z0} \rangle / (m_e \omega_0^2 \langle F_z^{+(\omega)*} | F_z^{+(\omega)} \rangle)$$

$$= a/\Omega^2$$

のときには、(96) の左辺第一項を無視すると

$$\Omega^4 - \frac{a}{4}\Omega^2 + \frac{a C_\ell^2}{4} K_y^2 = 0$$

となり、その解

$$\Omega^2 = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 16 a C_\ell^2 K_y^2}}{8} , \qquad (97)$$

は $a<0$ では $\Omega^2<0$ となり、Ω は虚根をもつ。このとき Ω は共役根をもつため、必ず成長する解が存在する。[3] $a>0$ では

$$a(a - 16 C_\ell^2 K_y^2) > 0 , \qquad (98)$$

のときに Ω が実根となる。それ故、$K_y > \sqrt{a}/(4C_\ell)$ の波は不安定となる。以上から、垂直入射の場合には高周波のモードは不安定であることがわかる。これは斜め入射の場合とまったく異なる性質である。

5-4. P-偏光波の安定性

ここでは $E_{x0}^{+}=E_{x0}^{-}\equiv E_{x0}\neq 0$, $E_{y0}^{+}=-E_{y0}^{-}\equiv E_{y0}\neq 0$, ($E_{x0}$, λE_{y0} は実数), $E_{z0}^{\pm}=0$ の場合を考えよう。(58) 式の二つのモードの和を作ると

$$\left[K_y^2+k_{y0}^2+K_z^2+\frac{\langle\omega_{pe}\rangle^2-(\Omega^2+\omega_0^2)}{c_l^2}-\frac{d^2}{dx^2}\right]F_x^{+}$$

$$+2\left(K_y k_{y0}-\frac{\Omega\omega_0}{c_l^2}\right)F_x^{-}$$

$$=-\frac{d}{2dx}\left[\left(A^{+}F_x^{+}+A^{-}F_x^{-}\right)\frac{d\langle\omega_{pe}\rangle^2}{dx}\right]$$

$$-\frac{8\pi e^2}{c_l^2 m_e}\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}E_{x0}$$

$$-\frac{4\pi e^2}{m_e}\frac{d}{dx}\left\{A^{+}\frac{d}{dx}\left[\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}E_{x0}\right]\right\}$$

$$-i\frac{4\pi e^2}{m_e}\frac{d}{dx}\left[\left(K_y A^{-}+k_{y0}A^{+}\right)E_{y0}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\right] \quad (99)$$

ここで

$$A^{\pm}\equiv\frac{1}{(\Omega+\omega_0)^2-\langle\omega_{pe}\rangle^2}\pm\frac{1}{(\Omega-\omega_0)^2-\langle\omega_{pe}\rangle^2}, \quad (100)$$

と置いた。もし $|\langle\omega_{pe}\rangle^2-\omega_0^2|\gg\Omega^2$ と仮定できるならば、(100) は

$$A^{+} \approx \frac{2}{\omega_0^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}, \quad A^{-} \approx \frac{-4\Omega\omega_0}{\omega_0^2 - \langle\omega_{pe}\rangle^2}, \tag{101}$$

となり、そのとき(99)は

$$-L_p F_x^{+} + \left[K_y^2 + K_z^2 - \frac{\Omega^2}{C_l^2}\right] F_x^{+}$$

$$+2\left(K_y K_{y0} - \frac{\Omega\omega_0}{C_l^2}\right) F_x^{-}$$

$$= -\frac{2\Omega}{\omega_0}\frac{d}{dx}\left(\frac{F_x^{-}}{\epsilon_{d0}}\frac{d\epsilon_{d0}}{dx}\right) - \frac{8\pi e^2}{m_e C_l^2}\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}_{①} E_{x0}$$

$$-\frac{8\pi e^2}{m_e\omega_0^2}\frac{d}{dx}\left\{\frac{1}{\epsilon_{d0}}\frac{d}{dx}\left[\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}_{②} E_{x0}\right]\right\}$$

$$-i\frac{8\pi e^2}{m_e\omega_0^2}\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{k_{y0}}{\epsilon_{d0}}{}^{③} - \frac{2\Omega K_y}{\omega_0\epsilon_{d0}^2}{}^{④}\right) E_{y0}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\right] \tag{102}$$

ここで、L_pは(19)式で定義されている。同様に(58)式の二つのモードの差を作ると

$$-L_p F_x^{-} + \left(K_y^2 + K_z^2 - \frac{\Omega^2}{C_l^2}\right) F_x^{-} + 2\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega\omega_0}{C_l^2}\right) F_x^{+}$$

$$= -\frac{2\Omega}{\omega_0}\frac{d}{dx}\left(\frac{F_x^{+}}{\epsilon_{d0}}\frac{d\epsilon_{d0}}{dx}\right)$$

$$+\frac{8\pi e^2}{m_e\omega_0^2}\frac{d}{dx}\left[\frac{2\Omega}{\omega_0\epsilon_{d0}^2}\frac{d}{dx}\left(\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}_{①} E_{x0}\right)\right.$$

$$\left.+i\left(\frac{2k_{y0}\Omega}{\omega_0\epsilon_{d0}}{}^{②} - \frac{k_y}{\epsilon_{d0}}{}^{③}\right) E_{y0}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\right] \tag{103}$$

(102)の右辺の各オーダーを見積ると

$$\frac{②}{①} \approx \frac{1}{k_0^2 L^2 \epsilon_{d0}} , \quad \frac{③}{①} \approx \frac{1}{k_0 L \epsilon_{d0}} \frac{k_{y0} E_{y0}}{k_0 E_{x0}} ,$$

$$\frac{④}{①} \approx \frac{1}{k_0 L \epsilon_{d0}^2} \frac{K_y}{k_0} \frac{\Omega E_{y0}}{\omega_0 E_{x0}} ,$$

ここでLは空間の非一様性のスケールである。このオーダーから考えて(102)の④は無視することが可能であろう。また(103)の右辺の各項のオーダー

$$\frac{②}{①} \approx \frac{E_{y0}}{E_{x0}} k_{y0} L , \quad \frac{③}{①} \approx K_y L \epsilon_{d0} \frac{\omega_0 E_{y0}}{\Omega E_{x0}} ,$$

より考えて、(1-62)の①, ②は無視することができるであろう。($K_y C_e / \Omega \gg 1$ と考える.) この時、最も支配的な項は前節の議論と同様に

$$-L_p F_x^{\pm(0)} = 0 . \tag{104}$$

次に

$$F_x^{\pm} = F_x^{\pm(0)} + F_x^{\pm(1)} , \quad (F_x^{\pm(0)} \gg F_x^{\pm(1)}) \tag{105}$$

と考えよう。前節と同じ過程を踏むためには、オペレーターL_pの自己共役性を言う必要がある。しかし残念ながらL_pは自己共役ではない。この困難は、次

の変数変換

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{|\epsilon_{do}|}\frac{d}{d\zeta} \quad . \tag{106}$$

を行なうことによって解消できる。(106) を使うと

$$L_p A = \frac{1}{\epsilon_{do}^2}\frac{d^2A}{d\zeta^2} - \frac{1}{\epsilon_{do}}\left(\frac{d^2\epsilon_{do}^{-1}}{d\zeta^2}\right)A$$

$$+\left(\frac{\omega_o^2}{c_\ell^2}\epsilon_{do} - k_{yo}^2\right)A$$

となるから

$$L_p' A \equiv \epsilon_{do}^2 L_p A$$

$$= \frac{d^2A}{d\zeta^2} + \left(\frac{\omega_o^2}{c_\ell^2}\epsilon_{do} - k_{yo}^2 - \frac{1}{\epsilon_{do}}\frac{d^2\epsilon_{do}^{-1}}{d\zeta^2}\right)\epsilon_{do}^2 A \tag{107}$$

で定義されるオペレーター L_p' は ζ 空間で

$$\langle B | L_p' A\rangle_\zeta = \langle A | L_p' B\rangle_\zeta$$

を満足し、自己共役となる。ここで $\langle 1\rangle_\zeta$ は ζ の全空間にわたる積分を表わす。(102), (103) の方程式に左から $F_x^{+(0)*}\epsilon_{do}^2$ をかけて、ζ 空間で積分すると

$$\left[K_y^2 + K_z^2 - \frac{\Omega^2}{c_\ell^2}\right]\langle F_x^{+(0)*}\epsilon_{do}^2 | F_x^{+(0)}\rangle_\zeta$$

$$+2\left(K_y k_{yo} - \frac{\Omega\omega_o}{c_\ell^2}\right)\langle F_x^{+(0)*}\epsilon_{do}^2 | F_x^{-(0)}\rangle_\zeta$$

$$= -\frac{2\Omega}{\omega_0}\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}\,|\,\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F_x^{-(0)}}{\epsilon_{d0}^3}\frac{d\epsilon_{d0}}{d\xi}\right)\rangle_\xi$$

$$-\frac{8\pi e^2}{m_e\omega_0^2}\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}\,|\,\frac{d}{d\xi}\Big[\frac{1}{\epsilon_{d0}^2}\frac{d}{d\xi}$$

$$\times\left(\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}E_{x0}\right)+i\frac{k_{y0}}{\epsilon_{d0}}E_{y0}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\Big]\rangle_\xi$$

$$-\frac{8\pi e^2 i}{m_e c_s^2}\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}^2\,|\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}E_{x0}\rangle_\xi\,, \qquad (108)$$

$$\left(k_y^2+k_z^2-\frac{\Omega^2}{c_s^2}\right)\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}^2\,|\,F_x^{-(0)}\rangle_\xi$$

$$+2\left(k_y k_{y0}-\frac{\Omega\omega_0}{c_s^2}\right)\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}^2\,|\,F_x^{+(0)}\rangle_\xi$$

$$= -\frac{2\Omega}{\omega_0}\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}\,|\,\frac{d}{d\xi}\left(\frac{F_z^{+(0)}}{\epsilon_{d0}^3}\frac{d\epsilon_{d0}}{d\xi}\right)\rangle_\xi$$

$$-\frac{8\pi e^2 i}{m_e\omega_0^2}\langle F_x^{+(0)*}\,\epsilon_{d0}\,|\,\frac{d}{d\xi}\left(\frac{k_y}{\epsilon_{d0}}E_{y0}\,\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\right)\rangle_\xi$$

(109)

ここで、(104), (105) と

$$\langle F_x^{+(0)*}\,L_p'\,F_z^{\pm(1)}\rangle_\xi = \langle F_x^{\pm(1)}\,L_p'\,F_x^{+(0)*}\rangle_\xi$$

を用いた。(109) の第一項が他の項に較べて無視できると考えると

$$\left(K_y k_{y0} - \frac{\Omega\omega_0}{C_s^2}\right) + \frac{\Omega}{\omega_0} b + \frac{4\pi e^2}{m_e \omega_0^2} a$$

$$= 0 \quad . \tag{110}$$

ここで

$$b \equiv \frac{\left\langle F_x^{+(0)*} \epsilon_{d0} \,\middle|\, \frac{d}{d\zeta}\left(\frac{F_x^{+(0)}}{\epsilon_{d0}} \frac{d\epsilon_{d0}}{d\zeta}\right)\right\rangle_\zeta}{\left\langle F_x^{+(0)*} \epsilon_{d0}^2 \,\middle|\, F_x^{+(0)}\right\rangle_\zeta} , \tag{111}$$

$$a \equiv \frac{i\left\langle F_x^{+(0)*} \epsilon_{d0} \,\middle|\, \frac{d}{d\zeta}\left(\frac{K_y}{\epsilon_{d0}} E_{y0} \delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\right)\right\rangle_\zeta}{\left\langle F_x^{+(0)*} \epsilon_{d0}^2 \,\middle|\, F_x^{+(0)}\right\rangle_\zeta} \tag{111'}$$

$F_x^{+(0)*}$ の形は、(57) 式の支配的な項のみからの寄与では、

$$\frac{d\epsilon_{d0} F_x^{+(0)*}}{d\zeta} = i\epsilon_{d0} |\epsilon_{d0}| k_{y0} F_y^{-(0)*} \tag{112}$$

の関係で、$F_y^{-(0)*}$ と結ばれている。今、$F_x^{+(0)} = F_x^{+(0)*}$（即ち $F_x^{+(0)}$ は実数）と考えても一般性は失わない。それ故、(112) より $F_y^{-(0)}$ は純虚数となることがわかるであろう。また、この節の始めに仮定したように、E_{x0} は実数、E_{y0} は純虚数であること、さらに (73) (74) 式より $\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}$ は

$$\frac{(E_{0}^{+}+E_{0}^{-})F^{+}+(E_{0}^{-}-E_{0}^{+})F^{-}}{2}$$

$$= E_{x0}F_{x}^{+} - E_{y0}F_{y}^{-}, \qquad (113)$$

に比例していることから考えて、a, b は実数であることがわかる。しかも、(73) (74) の場合（即ち低周波モードの場合）には、a が Ω に依らないことと、(110) から考えて、Ω は実根しか持つことができない。よってこの場合には、安定性が保証される。次に、$\delta\langle n_e\rangle^{\Omega}$ が (72) 式で表わされるような高周波モードの場合には、a は部分積分と（無限遠方の境界条件は、すべての摂動量と摂動量のすべての導関数が零になるように考えておく。）(112) 式を使うことにより、

$$a = \frac{k_{y0}K_{y}\langle |\epsilon_{d0}|E_{y0}F_{y}^{-(0)*} \mid \delta\langle n_e\rangle^{\Omega}\rangle_{\zeta}}{\langle F_{x}^{+(0)*}\epsilon_{d0}^{2} \mid F_{x}^{+(0)}\rangle_{\zeta}}$$

$$= \frac{-\frac{Ze^{2}k_{y0}K_{y}}{2m_{i}m_{e}\omega_{0}^{2}\Omega^{2}}\langle E_{y0}F_{y}^{(0)*} \mid \frac{d}{d\zeta}\left[\frac{\langle n_e\rangle}{|\epsilon_{d0}|}\frac{d}{d\zeta}(E_{x0}F_{x}^{+(0)} - E_{y0}F_{y}^{-(0)})\right.}{\langle F_{x}^{+(0)*}\epsilon_{d0}^{2} \mid F_{x}^{+(0)}\rangle_{\zeta}}$$

$$= \frac{\frac{Ze^2 k_{y0} K_y}{2m_i m_e \omega_0^2 \Omega^2} \left\langle \frac{d E_{y0} F_y^{-(0)*}}{d\zeta} \middle| \frac{\langle ne \rangle}{|E_{d0}|} \frac{d(E_{x0} F_x^{+(0)} - E_{y0} F_y^{-(0)})}{d\zeta} \right\rangle_\zeta}{\left\langle F_x^{+(0)*} E_{d0}^2 \middle| F_x^{+(0)} \right\rangle_\zeta}$$

$$\equiv A/\Omega^2 , \quad (A \text{は実数}) \tag{114}$$

と求めることができる。このとき (110) は

$$G(\Omega) \equiv \left(\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{C_\ell^2}\right)\Omega^3 + K_y k_{y0} \Omega^2 + \frac{4\pi e^2}{m_e \omega_0^2} A \equiv 0, \tag{115}$$

となる。$G(\Omega)$ が極値を持つ Ω を求めるために

$$dG/d\Omega = \left[3\left(\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{C_\ell^2}\right)\Omega + 2 K_y k_{y0}\right]\Omega = 0 , \tag{116}$$

を使うと.

$$\Omega = 0, \quad \frac{-\frac{2}{3} K_y k_{y0}}{\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{C_\ell^2}} , \tag{117}$$

が求まる。これより. (115) が実根のみを持つ条件は

(i) $k \geq \left(\frac{\omega_0}{C_\ell}\right)^2$ のとき

$$\left.\begin{aligned} G(0) &= \frac{4\pi e^2}{m_e \omega_0^2} A \leq 0 , \\ G\left(\frac{-\frac{2}{3} K_y k_{y0}}{\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{C_\ell^2}}\right) &= \frac{\frac{4}{27}(k_{y0} K_y)^3}{\left(\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{C_\ell}\right)^2} + \frac{4\pi e^2}{m_e \omega_0^2} A \geq 0, \end{aligned}\right\} \tag{118}$$

(ii) $k < \left(\frac{\omega_0}{c_l}\right)^2$ のとき

$$G(0) \leq 0, \quad G\left(\frac{-\frac{2}{3}K_y k_{y0}}{\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{c_l^2}}\right) \geq 0, \tag{119}$$

となる。(118), (119) のいずれの場合でも

$$-\frac{\frac{m_e \omega_0^2}{27\pi e^2}(k_{y0}K_y)^3}{\left(\frac{k}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{c_l^2}\right)^2} \leq A \leq 0, \tag{120}$$

が安定であるための条件となる。Aの符号を見るために、(114) を分解して考えよう。まず分母は必ず正である。また分子の符号を考えるとき、$F_x^{+(0)}$ に一つの仮定を設けておく。(104) からも明らかなように、$F_x^{\pm(0)}$ は E_{x0} と同じ方程式に従う。それ故、$F_x^{+(0)} = f_E E_{x0}$ (f_E は実数) と考えておこう。そのとき (112) 式、および (18) 式とから、$F_y^{-(0)*} = \mp f_E E_{y0}^{\pm} = -f_E E_{y0}$ ($F_y^{-(0)} = f_E E_{y0}$) となることは簡単にわかる。今、$-E_{y0} \cdot E_{y0} = |E_{y0}|^2$ であることに注目すると、(114) の分子の $\langle | \rangle_S$ 内の部分は、

$$f_E^2 \frac{\langle n_e \rangle}{|E_{d0}|} \cdot \frac{d|E_{y0}|^2}{d\zeta} \frac{d}{d\zeta}(|E_{x0}|^2 + |E_{y0}|^2) , \qquad (121)$$

となる。(121) の符号は $\frac{d|E_{y0}|^2}{d\zeta} \frac{d|E_{x0}|^2}{d\zeta}$ の符号に大きく依存するが、通常のP-偏光波の場合には、$\frac{d|E_{y0}|^2}{d\zeta} \cdot \frac{d|E_{x0}|^2}{d\zeta} > 0$ 、と考えても良いであろう。[5] それ故、$A \geq 0$ となり、P-偏光波は不安定となる。

$d/d\zeta \sim 1/L \sim k_0$ と考えて A を推定すると

$$A \sim \frac{Ze^2 K_y k_{y0} \langle n_e \rangle |E_{y0}|^2}{2 m_i m_e C_l^2} , \qquad (122)$$

となり、(108), (109) を導く際の仮定 $K_y C_l / \Omega \gg 1$ 、を考慮すると (115) から大体の成長率を求めることができ

$$\Omega \approx \pm i \omega_0 \frac{|E_{y0}|}{\sqrt{8\pi m_i \langle n_e \rangle C_l^2}} , \qquad (123)$$

の程度である。

5-5. まとめ

本章の線型理論の範囲内でわかったことをまとめると、表5-1のようになる。この表中のX印は本章で取り上げなかったものであり、不安定なものの横に書かれている数字は成長率を求める式の番号を意味している。

表5-1

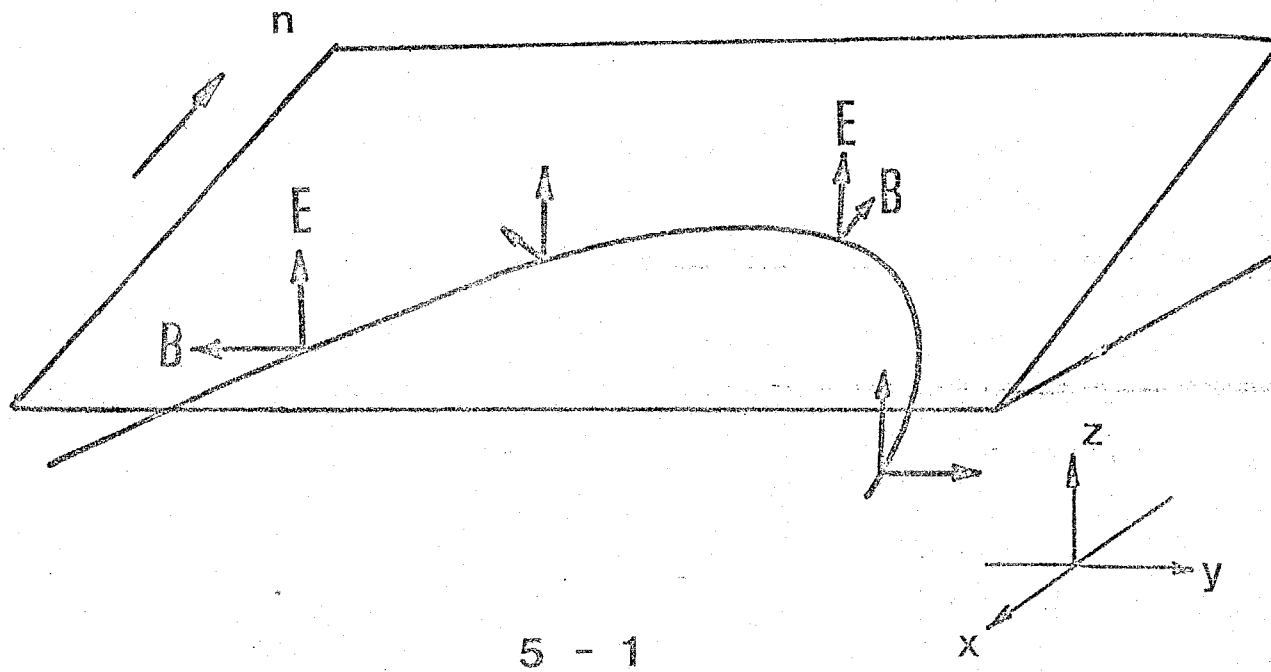
		垂直入射	S-偏光波	P-偏光波
高周波モード		不安定 (97)	安定	不安定 (123)
低周波モード	亜音速		不安定 (87)	安定
	超音速		安定	安定

以上のことからわかることは、プラズマと電磁波との相互作用は実に複雑きわまるものであり、5-1節で述べた乱れの影響を考えるためには、より詳細な研究によって個々の現象を一つずつ解明してゆかねばならない。5-1節で述べたように、あまり

にも局在化した乱れでは、燃焼波そのものに大して影響を与えないということから、本章で取り扱った $K_y, K_z \ll K_{y0}$ の不安定波は、充分その任を果たすであろうことは想像に難くない。但し、5-1節で言う局在性はここで言うx方向の局在性であるから、K_y, K_z で判断することはできぬが、この不安定性の非線型的発展を追ってゆけば、x方向の局在のスケールは K_y^{-1}, K_z^{-1} のスケールと同程度になる可能性はある。

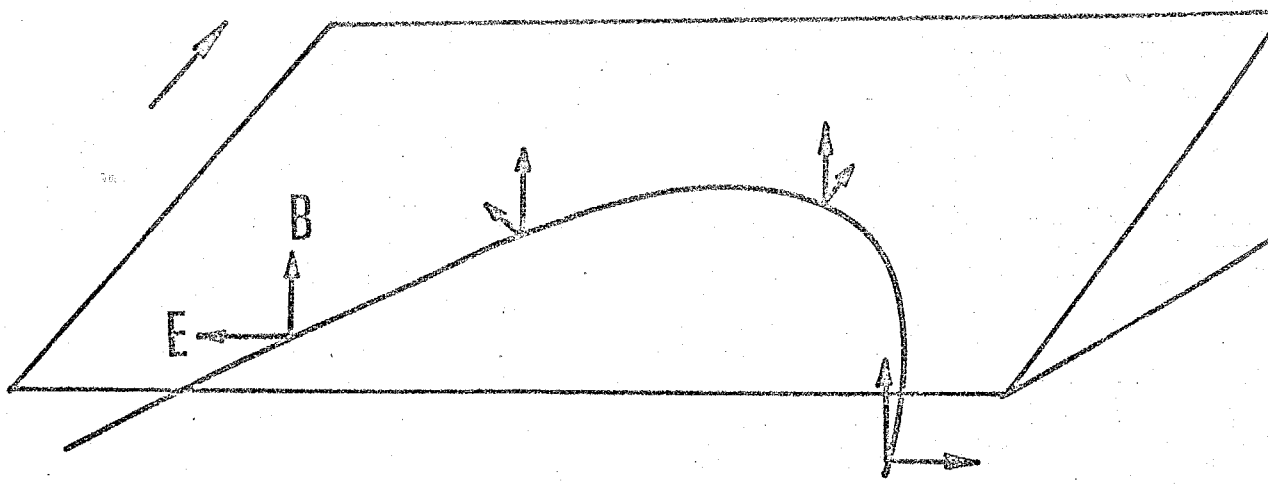
本章の結論を直ちに第3章等の解析と関連づけてゆくことは、現在のところできていないが、本論文では、このような乱れによる燃焼波解の修正を考慮することが必要であるということを提議するにとどめ、今後の研究に期待することにしよう。

S - polarization



5 - 1

P - polarization



5 - 2

第 6 章

爆縮の安定性

6-1. まえがき

第2章では、圧縮が完全に対称で一次元的に起こるものと仮定して解析を進めた。しかし、実際問題として、レーザー光を周囲から照射して、数百μmという小球を数十μmにまで完全な球対称で圧縮するということは、曲芸としか言いようがない。数多くの研究が明らかにしたように、確かにこのような圧縮方法は不安定である。完全に球が壊れてしまわないまでも、圧縮の効率を低下させる程度にまで不安定性が成長することは否めない。

本章では、このような不安定性の源を探り、その不安定性に付随する他の効果の影響、さらには効率を低下させることなく安定に爆縮をさせる方法を探究することを目的とする。6-2節では、爆縮に付随して発生するレーリー・テーラー不安定性とは何かということを述べ、レーリー・テーラー不安定性の成長に伴なって磁場が誘起されることを示す。この磁

場は、才3・4章で重要であることがわかった熱伝導に大きな影響を与えることが示される。6-3節では新しい爆縮の方法を提案し、その物理的意味、安定性等について議論する。

6-2. レーリー・テーラー不安定性

6-2-1. 爆縮とレーリー・テーラー不安定性

第2章で取り上げた爆縮過程においては、ペレットの表面（燃焼波面）は中心に向かって常に加速度運動をしている。（例えば図2-7のA-A'-A''のように）この波面に乗った座標系では、外向き（真空側の方へ向かって）に慣性力（例えばρg）が働らいていることになる。こういう状態は一般に不安定であることがわかっている。ここでは、その成長のしくみを簡単に見てみよう。今,図6-1に示されているように $0 \leq x \leq x_0$ の間に $\rho = \rho_0$ の物質が存在し、$x > x_0$ には ρ_0 に較べて非常に希薄で高温の物質が存在しているものとしよう。運動方程式

$$\rho\left(\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial x}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g . \qquad (1)$$

を考えよう。定常でつり合っているとすると(1)より

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g , \qquad (2)$$

これから求まるpの形は図6-1に示されている。今 $x=x_0$ の表面が微少変位 ζ を起こしたとすると、新たな表面上のpの値は、低密度側では殆ど変位する前の状態（$p=p_0(x)$）と等しい筈であるから、高密度側の圧力 p_1 は

$$p_1(x) = p_0(x-\zeta)$$

$$= p_0(x) - \frac{\partial p_0}{\partial x}\zeta = p_0(x) - \rho_0 g \zeta \qquad (3)$$

となっていなければならない。この圧力の変動によって物質は動かされ、(1) より

$$\rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \rho_0 g$$

$$= +\rho_0 \frac{g\partial\zeta}{\partial x}, \quad \left(\because \frac{\partial p_0}{\partial x} = \rho_0 g\right) \qquad (4)$$

となる。非圧縮性流体の場合には図6-2のように、表面が凹凸すると、そこには回りから矢印のように物質が流れ込むために、y方向の波数をkとすると表面で発生した擾動は表面から遠ざかるにつれて、$\exp[\pm k(x-x_0)]$ で減衰してしまう。$\partial V/\partial t = \partial^2\zeta/\partial t^2$

であることから考えると(4)式

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = gk\zeta \tag{5}$$

は

$$\zeta \propto \exp\left[\sqrt{gk}\, t\right] \tag{5'}$$

で成長する解を与える。この現象は、レーリーテーラー不安定性[1]と呼ばれている。

加速度 g の大きさを、第2章の結果を用いて求めてみよう。第2章(55)式より、波面の速度 U は

$$U = Va - CaN \tag{6}$$

で求められ、Va, Ca, N, ξ については、第2章(80)(74)、(70)、(51)を使うと

$$g \equiv \left|\frac{dU}{dt}\right| = \left|\frac{dU}{d\xi}\cdot\frac{d\xi}{dt}\right|$$

$$= \left\{\frac{4C_0}{\gamma+1} G \exp\left[\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} G\xi\right]\right.$$

$$\left. + \frac{4[(\gamma-1)\alpha+1]G-8}{(\gamma+1)\alpha} C_0 N_0 \cdot \exp\left[\frac{4[(\gamma-1)\alpha+1]G-8}{(\gamma+1)\alpha}\xi\right]\right\}$$

$$\times\left\{2\bar{\tau}_0 G + \tau_0 \frac{(\gamma+2)G+\gamma}{\gamma+1}\cdot\exp\left[-\frac{\gamma(1-G)}{\gamma+1}\xi\right]\right\}^{-1} \exp(2G\xi) \tag{7}$$

(7)式において、$\xi \approx 0$ のときは（即ち爆縮の初期）

$$g \approx \frac{\left[\frac{4G}{\gamma+1} + \frac{4[(\gamma-1)\alpha+1]G-8}{(\gamma+1)\alpha} N_0\right] C_0}{2\bar{\tau}_0 G + \tau_0 \frac{(\gamma+2)G+\gamma}{\gamma+1}}$$

第2章の(52), (53), (65)を使ってこれを書き直すと

$$g \approx \frac{3R_{f0}\, t_s^{-2}}{4\sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}} + \frac{5}{8}\frac{R_{h0}}{R_{f0}} \cdot \rho_{h0}/\rho_{f0}\left(\sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}}+1\right)}$$

ここで、$R_{f0}/\sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}} \gg R_{h0}$, $\gamma = 5/3$, $\alpha = 1$, $N_0 \ll$

を用いた。(8)から明らかなように、ρ_{h0}/ρ_{f0} が大き

程、加速が少なくてすむ。レーリーテーラー不安

性の成長時間 t_R は

$$t_R = (gk)^{-1/2} \quad ,$$

であるから、(8)を用いて $t_R \approx t_s$ となるような

$k = k_m$ を求めると

$$k_m R_{f0} \approx \frac{4\sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}} + \frac{5}{8}\frac{R_{h0}}{R_{f0}}\frac{\rho_{h0}}{\rho_{f0}}\left(\sqrt{\rho_{h0}/\rho_{f0}}+1\right)}{3}$$

以上のことから $k > k_m$ の波は爆縮の終わるまで

充分に成長してしまうから、危険である。$L = 2\pi$

とすると、$L<L_m$ の波が危険である。$\rho_{ho}/\rho_{fo}=1$、$R_{ho}=0$ の場合には $L_m \approx 6R_{fo}$ となる。また

(i) $R_{ho}\rho_{ho}/(R_{fo}\rho_{fo}) \gg 1$ のとき

$$L_m = \frac{48\pi}{5}\frac{R_{fo}^2}{R_{ho}}\frac{\rho_{fo}}{\rho_{ho}(\sqrt{\rho_{ho}/\rho_{fo}}+1)} \tag{10}$$

(ii) $R_{ho}\rho_{ho}/(R_{fo}\rho_{fo}) \ll 1$ のとき

$$L_m = \frac{3\pi}{2}R_{fo}\sqrt{\frac{\rho_{fo}}{\rho_{ho}}} \quad (\gg R_{ho}) \tag{11}$$

上述の結果は $\zeta \approx 0$ の加速度をもとにして推測したものであるが、いずれにせよ、充分に不安定となる状況にあることがわかる。何故ならば、$\zeta \to$ 大となるにつれて(7)の支配的な項は次のように時間的に増大してゆく。即ち $\zeta \to \infty$ の極限では

$$g \approx \frac{R_{fo}}{t_s^2}\cdot\frac{2}{\gamma+1}\cdot\sqrt{\frac{\rho_{fo}}{\rho_{ho}}}\,(1-t/t_s)^{\frac{-2\gamma}{\gamma+1}} \tag{12}$$

ここで、$R_{fo}/\sqrt{\rho_{ho}/\rho_{fo}} \gg R_{ho}$ を使った。(12)は t が t_s に近づくにつれ、無限大に発散してゆく。それ故、(10)(11)式のように $t \approx 0$ の加速度でも不安定であるのであるから、(12)の場合は尚更であろう。

6-2-2. レーリー・テーラー不安定性と誘起磁場 (V)

マックスウェルの方程式

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -C_l \nabla \times E \tag{13}$$

から考えて、磁場が発生するためには $\nabla \times E$ が存在する必要がある。静電的なポテンシャル場では（φ をポテンシャルとすると）

$$E = -\nabla \varphi$$

であるから、このような電場は(13)には寄与しない。(13)に寄与し得る電場の一つに次の例がある。電子の運動方程式

$$m_e\left(\frac{\partial V_e}{\partial t} + V_e \cdot \nabla V_e\right) = -\frac{1}{n_e}\nabla p_e - e\left(E + \frac{V_e}{C_l} \times B\right), \tag{14}$$

を考えよう。ここでは衝突等は無視した。電子の慣性項が無視できるとすると、(14)式は

$$E = \frac{-1}{e n_e}\nabla p_e - \frac{V_e}{C_l} \times B, \tag{15}$$

を与える。(15)より

$$\nabla \times E = -\frac{1}{e}\nabla n_e \times \nabla p_e - \nabla \times \left(\frac{V_e}{C_l} \times B\right), \tag{16}$$

となり．最初磁場が存在しないときは．n_eとp_eの勾配の方向が平行でないときに$\nabla\times E$が存在する。それでは．n_eとp_eの勾配の方向が平行でない状況がどうやって作られるかを考えてみよう。図6-3のように密度勾配のある状態に．レーザー光が非一様に照射される状況はその一例であるが．このような非一様照射は考えないことにして．今はレーザー光が一様に当たっている場合でもなおかつ．磁場の発生する機構を考えよう。現象が断熱的であるときには．

$$p_e = a n_e^{\gamma}, \qquad (17)$$

の関係があるが．aが定数のときには$\nabla n_e \times \nabla p_e = 0$となることは明らかである。$a$が定数でない状況は第3章で取り扱ったような燃焼波面の近傍で作られる。そこでは前節の(2)式に近い関係が成立する。このようなときは．図6-1からも明らかなように．$x = x_0$の前後でρが不連続的に変化するが．pは連続であるような状況になっている。このことをもう少し詳しく調べてみよう。このときに用いる方程式

は通常の電磁流体の方程式[2]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} = 0 , \tag{18}$$

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(p + \frac{B_z^2}{8\pi}\right) + \rho g , \tag{19}$$

$$\rho \frac{Du_y}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(p + \frac{B_z^2}{8\pi}\right) , \tag{20}$$

$$\frac{D}{Dt}\left(p\rho^{-\gamma}\right) = 0 , \tag{21}$$

と、磁場に対する方程式((13), (16)式)

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial u_x B_z}{\partial x} - \frac{\partial u_y B_z}{\partial y} + \frac{m_i C_s}{e}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(p + \frac{B_z^2}{8\pi}\right)}{\partial y}\right\} - \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(p + \frac{B_z^2}{8\pi}\right)}{\partial x}\right\}\right] , \tag{22}$$

である。ここでは座標のx軸をgの方向にとった。発生する磁場の方向をz軸にとり(B_z)、それと直角にy軸をとった。イオン温度は無視し、p_eをpと同等に見做した。(18)~(20)式で速度をuとったのは、ここではペレットの燃焼波面に乗った座標系と考え

られる状況を強調するためである。D/Dt はラグランジュ微分で

$$D/Dt = \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y}. \quad (23)$$

と定義されている。

爆縮の途中のある時点では、加速度系に乗った座標系で瞬間的に

$$\frac{\partial p_0}{\partial x} = \rho_0 g, \quad u_x = u_y = 0, \quad \partial/\partial y = 0. \quad (24)$$

という定常状態に近い状態が実現されているものとしよう。(24)の状態は前節の(2)と同様に、レーリーテーラー不安定を誘起する。今、密度分布が図6-4のようになっているものとしよう。レーリーテーラー不安定性が起こって、圧力、密度、速度（x、y方向）がそれぞれ

$$p_0 + \delta p, \quad \rho_0 + \delta\rho, \quad \delta u_x, \quad \delta u_y, \quad (25)$$

のように変動するものとして、各摂動量は $e^{iky+\sigma t}$ の依存性を持つとすると、(22)式の磁場の生成源

$$S_B \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\right)$$

$$= \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial y}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial y}\right), \tag{26}$$

は、δの一次までの近似内では

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial y} = ik\delta\rho, \quad \frac{\partial \delta p}{\partial y} = ik\delta p,$$

と(24)を使って

$$S_B = \frac{ik}{\rho_0}\left(g\delta\rho - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho_0}{\partial x}\cdot\delta p\right), \tag{27}$$

と書ける。摂動が非圧縮的であるとすると、(18)は

$$\sigma\delta\rho + \delta u_x \frac{\partial \rho_0}{\partial x} = 0, \tag{28}$$

$$\frac{\partial \delta u_x}{\partial x} + ik\delta u_y = 0. \tag{29}$$

とに分解される。また(19), (20)は

$$\rho_0\sigma\delta u_x = -\frac{\partial \delta p}{\partial x} + \delta\rho\cdot g, \tag{30}$$

$$\rho_0\sigma\delta u_y = -ik\delta p. \tag{31}$$

と線型化される。(31)と(29)を使うと

$$\delta p = -\frac{\rho_0\sigma}{k^2}\frac{\partial \delta u_x}{\partial x}, \tag{32}$$

と求まり．結局(28)と合わせて(27)の生成源はδu_xのみで

$$S_B = \frac{ikg}{\sigma}\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho_0}{\partial x}\left(\frac{\sigma^2}{gk^2}\frac{\partial \delta u_x}{\partial x} - \delta u_x\right), \qquad (33)$$

と書き表わすことができる。この形から見て．$\partial\rho_0/\partial x = 0$ の領域では磁場は発生しないことは明らかである。(33)を求めるためには．$0 \le x \le L$．の領域（図6-4参照）でのδu_xの固有関数を求める必要がある。そのために．(28)-(32)を使って変数をδu_xだけ残すようにすると

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_0\frac{\partial \delta u_x}{\partial x}\right) - k^2\left(1 + \frac{g}{\sigma^2}\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho_0}{\partial x}\right)\delta u_x = 0, \qquad (34)$$

が得られる。$x \le 0$，$x \ge L$，の領域では$\partial\rho_0/\partial x = 0$であるから(34)は

$$\frac{\partial^2 \delta u_x}{\partial x^2} - k^2 \delta u_x = 0. \qquad (35)$$

になり．固有関数$e^{\pm kx}$を持つ。無限遠で擾動量が零になるという要請から．各領域で

$$\delta u_x = \begin{cases} a\,e^{kx} & (x \le 0) \\ b\,e^{-kx} & (x \ge L) \end{cases}$$

が得られる。 a, b は定数である。 また $0 \le x \le L$ の領域で, $\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho_0}{\partial x} = -K_\rho$ であるとすると. (34) は

$$\frac{\partial^2 \delta u_x}{\partial x^2} - K_\rho \frac{\partial \delta u_x}{\partial x} - k^2\left(1 - \frac{gK_\rho}{\sigma^2}\right)\delta u_x = 0, \qquad (36)$$

となる。 $K_\rho \to \infty$ の近似内では. (36) は

$$\delta u_x = a' e^{K_\rho x} + b' e^{\frac{gk^2}{\sigma^2}x}, \qquad (37)$$

の形の固有関数をもつ。 (a', b' は定数。) $x=0$ で δu_x と $\partial \delta u_x/\partial x$ (或いは δu_y) が連続であることを要請すれば

$$a = a' + b', \qquad (38)$$

$$ka = K_\rho a' + \frac{gk^2}{\sigma} b' \qquad (39)$$

また. $x = L$ でも同様に

$$a' e^{K_\rho L} + b' e^{\frac{gk^2}{\sigma^2}L} = b\,e^{-kL}, \qquad (40)$$

$$K_\rho a' e^{K_\rho L} + \frac{gk^2}{\sigma^2} b' e^{\frac{gk^2}{\sigma^2}L} = -k\,b\,e^{-kL}. \qquad (41)$$

が得られる。(38)-(41)において、a, b, a', b' が零でない解を持つためには

$$\frac{K_\rho+k}{K_\rho-k}\left(\frac{gk}{\sigma^2}-1\right)e^{K_\rho L}=e^{\frac{gk^2}{\sigma^2}L}\left(\frac{gk}{\sigma^2}+1\right), \tag{42}$$

が成立しなければならない。今(42)に $K_\rho\to\infty$, $L\to 0$, $K_\rho L\to$有限. の操作を行なうと

$$\sigma^2=gk\,\frac{1-e^{-K_\rho L}}{1+e^{-K_\rho L}}$$

が得られる。これは、$x\le 0$ の密度を ρ_{II}, $x\ge L$ の密度を ρ_I としたとき、$\rho_I=\rho_{II}e^{-K_\rho L}$ から考えて

$$\sigma^2=gk\cdot\frac{\rho_{II}-\rho_I}{\rho_{II}+\rho_I} \tag{43}$$

を与える。これは $\rho_I\to 0$ では通常のレーリーテーラー不安定性となる。$\sqrt{(\rho_{II}-\rho_I)/(\rho_{II}+\rho_I)}$ は Atwood 数と呼ばれているものである。

次に、(33)の S_B を推定してみよう。(37)の固有関数を使うと

$$S_B=\frac{-ikgK_\rho}{\sigma}\left(\frac{\sigma^2K_\rho}{gk^2}-1\right)\frac{\frac{gk}{\sigma^2}-1}{1-K_\rho/k}b'e^{K_\rho x}, \tag{44}$$

となる。ここでは

$$\alpha' = \frac{\frac{gk}{\sigma^2} - 1}{1 - K_\rho / k} \ell' , \tag{45}$$

を使った。$K_\rho / k \to \infty$ の極限では、(44)は

$$S_B = i K_\rho \sigma \ell' e^{K_\rho x} \left(\frac{gk}{\sigma^2} - 1 \right) \tag{46}$$

の形を持つ。このことは、成長率が $\sigma = \sqrt{gk}$ からはずれるような不安定に対しては、いつも磁場が発生する可能性があることを意味する。成長率が $\sigma^2 = \sqrt{gk}$ からはずれる原因は種々あるが、一つは(43)のように $\rho_I \neq 0$ のとき、または流体の圧縮性の効果、$K_\rho L \sim 1$ の効果などが考えられる。

以下では、図6-5(a)のような初期プロファイルを持つ系で、(18)－(22)を直接、数値的に解くことによって磁場の生成をシミュレートした結果を掲げておく。数値計算に際しては、Shultz によって開発された二次元MHDラグランジュコード[3]を用いた。この方法は、オイラー座標 x, y を α, β というラグラン

ジュ座標に変換して、α、β の軌跡を追跡してゆくものである。α、β、x、y は面積ヤコビアン j_B

$$j_B \equiv \frac{\partial x}{\partial \alpha}\cdot\frac{\partial y}{\partial \beta} - \frac{\partial x}{\partial \beta}\frac{\partial y}{\partial \alpha} \tag{47}$$

によって

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{1}{j_B}\frac{\partial y}{\partial \beta}\frac{\partial}{\partial \alpha} - \frac{1}{j_B}\frac{\partial y}{\partial \alpha}\frac{\partial}{\partial \beta} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= -\frac{1}{j_B}\frac{\partial x}{\partial \beta}\frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{1}{j_B}\frac{\partial x}{\partial \alpha}\frac{\partial}{\partial \beta} \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

のように関係づけられている。空間を α、β の二次元メッシュに切り、メッシュの交点の運動を追跡してゆく。（図6-6, 6-7参照）　このときメッシュに囲まれた四辺形の面積 j_B の変化につれ、その中の密度は

$$\rho j_B = 一定$$

のように変化することは物質の保存から明らかである。他の B_z、P、u_x、u_y についても、(48)式を用いて(19)－(22)を変形して差分化して求めてゆく訳であるが詳細は Shultz の著書[3]に譲ることとしてここでは述べ

ない。（Shultzの著書の使用した方程式は(18)－(22)とは異なっているが、その思想を組み入れて(18)－(22)を差分化することは容易である。）図6-5(b)は $t=0$ における α-β メッシュの配位である。g は図の矢印の方向に働らいているものとする。図6-6，図6-7はそれぞれ $t=2.0\,t_0$，$t=3.0\,t_0$ におけるラグランジュ・メッシュの配位である。ここで t_0 は $1/\omega_{osc}$ をとり、速度は gt_0、空間スケールは gt_0^2 で無次元化してある。$\partial\rho_0/\partial x<0$ の領域で不安定性が生じていることがわかる。このとき、発生した磁場の絶対値の最大値（全空間領域中での最大値）をプロットしたのが図6-8である。破線は、最も大きな成長率を示す波の成長率を表わす理論曲線である。$t\geq 3.0/\omega_{osc}$ 以降は計算時間が加速度的に長くかかり始めるために、ここで打ち切った。このとき発生した磁場は、重水素、三重水素の固体密度、温度1KeVの場合に換算すると、約6MG程度になることがわかった。このときの波の大体の波長は数10μm程度である。

電子の熱伝導係数は一様磁場中では、磁場なしの場合に較べて、大体

$$\frac{1}{1+(\omega_{ce}/\omega_c)^2}$$

倍だけ、小さくなる。今、得られた値を代入するとこの値は、$1/37 \approx 0.03$ 程度になり、熱伝導がかなり小さく押えられるようになることがわかる。

6-3. 安定な爆縮方法[X],[X']

6-3-1. 安定な爆縮の可能性

前節まで述べてきたレーリーテーラー不安定性は、爆縮過程に付随して不可避的なものと考えられがちであるが、実はそうではない。第2章で取り扱ったような爆縮では、勿論ペレットの表面（所謂、燃焼波面）は中心向きに加速を受ける。ここでは、このような加速を受けない爆縮が可能であることを提示する。

現象が断熱的であるとして、第2章の方程式(22)(23)の球座標系を使うことにすると

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial \rho V r^2}{\partial r} = 0, \tag{50}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{c^2}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial r}, \tag{51}$$

今、座標系を流体に乗った座標系（所謂、ラグランジュ系）

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} &\equiv \frac{\partial}{\partial t} + V\frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{\rho_0 r_0^2}\frac{\partial}{\partial r_0} &\equiv \frac{1}{\rho r^2}\frac{\partial}{\partial r} \end{aligned}\right\} \qquad (52)$$

に変換しよう。ここで0は初期の値を表わす。そうすると(50)は

$$-\frac{\partial(1/\rho)}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{\rho_0 r_0^2}\frac{\partial V r^2}{\partial r_0} = 0,$$

また、上記の方程式は

$$\frac{\partial r}{\partial \bar{t}} = V \qquad (53)$$

の関係を用いることにより、積分できて

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{r^2}{r_0^2}\frac{\partial r}{\partial r_0} \qquad (54)$$

(51)式も同様に

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{t}} = -\frac{c^2 r^2}{\rho_0 r_0^2}\frac{\partial \rho}{\partial r_0}. \qquad (55)$$

となる。ここで(54), (55)の解として

$$r = r_0 h(\bar{t}), \qquad (56)$$

の形のものを求めてみよう。[5] そのとき(54)式より

$$\rho = \rho_0 / h^3(\bar{t}). \qquad (57)$$

これと(53)式と

$$C^2 \equiv \gamma \frac{p}{\rho} = C_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} , \tag{58}$$

を使うと(55)式は

$$h^{3\gamma-2} \frac{\partial^2 h}{\partial \bar{t}^2} = - \frac{C_0^2}{\rho_0 r_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial r_0} , \tag{59}$$

初期状態が一様 ($\partial/\partial r_0 = 0$) である場合を考えると、(59)式は

$$h = 1 - \bar{t}/t_s , \tag{60}$$

を導く。ここで $\bar{t} = t_s$ で $r = 0$ になる ((56)式参照) と考えた。(56)式は各流体粒子の軌跡と考えてよいから、(60)式は、流体の各部分は一定速度で動く、即ち加速を受けないということを意味している。今、ペレット表面の座標をRとすると表面は一定速度

$$\frac{\partial R}{\partial \bar{t}} = -R_0/t_s , \tag{61}$$

で動くことになる。このような状況が作り得るとすれば、この爆縮はレーリーテーラー不安定性を引き起こすことはないであろう。今、このような爆縮を

実現させるために表面に加えるべき圧力を求めてみよう。現象は断熱的であるから(57), (60)式を用いると

$$p = p_0(1-\bar{t}/t_s)^{-3\gamma} = p_0(1-\bar{t}/t_s)^{-5}, \quad (\gamma = 5/3) \qquad (62)$$

この圧力は、ペレット表面にレーザー光を照射することにより実現されることは、才2・3章で見たとおりである。このときの表面に加えられる力学的仕事率 W_m は

$$W_m \equiv |pVr^2| = p_0 R_0^3/t_s \cdot (1-\bar{t}/t_s)^{2-3\gamma}$$

$$= p_0 R_0^3/t_s \cdot (1-\bar{t}/t_s)^{-3}, \qquad (63)$$

となる。

以上で求められた種々の物理量の時間依存性を2-2-2節で求めた爆縮方法の場合と対比させて表6-1.に示す。そこでは、0は初期値を表わし、ρ_f, W_{mf}, はそれぞれ、最終的に得たい密度と、それを実現するためにペレット表面に加えるべき力学的仕事率の最終値を表わす。τ_f ($\tau \equiv 1-t/t_s$) は、ρ_f が得られる時刻の指針となるものである。この表の意味する

	§ 6-3-1	§ 2-2-2
ρ / ρ_o	τ^{-3}	$\tau^{-3/2}$
v / c_o	τ^{0}	$\tau^{-1/2}$
r / r_o	τ^{1}	$\tau^{1/2}$
p / p_o	τ^{-5}	$\tau^{-5/2}$
W_m / W_{mo}	τ^{-3}	τ^{-2}
τ_f	$A^{-1/3}$	$A^{-2/3}$
W_{mf} / W_{mo}	A^{1}	$A^{4/3}$

$\tau \equiv 1 - t/t_s$, $A \equiv \rho_f / \rho_o$, $W_{mo} \equiv \rho_o R_o^3 / t_s$,

表 6 - 1

ことは非常に重要である。同じ ρ_f を得ようとするならば、本節の方法の方が W_{mf} が少なくて済む。例えば、$\rho_f = 10^4 \rho_0$ の圧縮を得ようとすると、本節の方法は、2-2-2節の方法の約20分の1の W_{mf} で済む。またこのとき、本節の方法は2-2-2節の方法と較べて、20倍の τ_f で良いことになる。W_m を $(1-t/t_s)^{-l}$ に従って大きくしてゆこうとしても、実際の実験においてはシミュレーション程正確に t_s を決定することはできない。t_s の誤差がどこまで許されるかということはレーザー核融合の一つの課題でもある。τ_f が大きいということは、t_s の誤差が大きくても済むという意味で非常に有利である。例えば $\rho_f = 10^4 \rho_0$ を得るためには、この誤差は本節の方法の場合には5%まで許されるが、2-2-2節の方法では0.25%までしか許されない。

(57), (62)式からも明らかなように、この爆縮は、$0 \leq r \leq R$ にわたってすべての量が一様な状態で起こる。このような爆縮は、物理的にどのように解釈す

べきかを考えてみよう。図6-9には、この過程が模式的に示されている。ペレットの表面がA_1-A_2のように動いたとき、中心($r=0$)に向かって衝撃波A_1-O_1(マッハ数M_1)が生成されるであろう。図中の破線はそのときの流体粒子の軌跡を表わす。衝撃波の到達するまでは流体は静止しているのであるから、極く初期の状態では(56)、(60)を満足できないことは明らかであろう。何故ならば、(56)、(60)は流体粒子は最初から一定の速度($=-R_0/t_s$)で動いている筈だからである。この初期の状態が、(56)、(60)を満足できるようになるまでの様子を考えてみよう。中心に到達した衝撃波はそこで反射し、O_1-A_2となってペレット表面に戻ってゆく。このような過程を球対称爆縮の場合について行なうことは非常に難かしいので、ここでは平面対称爆縮の場合で考え、その結果を考慮して球対称の場合の参考とすることにしよう。衝撃波A_1-O_1に関して、第2章の(4)、(5)式を適用しよう。今、衝撃波の到達する前の状態が、温度が零に近く

($p_a \approx 0$)．静止しているものとしよう。($V_a \approx 0$)．そのとき生ずる衝撃波は非常に強くなる。($M_1 \gg 1$) この仮定のもとに．第2章(4)．(5)式を変形すると．

$$p_b \approx \frac{2}{\gamma+1} \rho_a U. \tag{64}$$

$$\rho_b / \rho_a \approx \frac{\gamma+1}{\gamma-1}. \tag{65}$$

$$V_b \approx \frac{2}{\gamma+1} U, \tag{66}$$

となる。衝撃波背後の流速(V_b)は A_1-A_2 とほぼ等しくなるので．(66)の V_b はペレット表面の速度を与えることになる。即ち．ペレット表面を一定の速度 V_b ((61)式では $-R_0/t_s$ と置いた) で動かしてやれば．(61)式で与えられる U の速さで衝撃波は内向きに進んでゆく。次に．中心で反射した後の衝撃波 O_1-A_2 のマッハ数 M_2 を求めてみよう。衝撃波 A_1-O_1 の前方．後方．衝撃波 O_1-A_2 の後方の状態量をそれぞれ．添字 a，b，c をつけて表わし．衝撃波の速さを A_1-O_1，O_1-A_2 についてそれぞれ U_1，U_2 と書くことにする。

衝撃波 A_1-O_1 について、第2章(5)式から

$$V_b - V_a = \frac{2(1-M_1^2)}{(\gamma+1)M_1} C_a \quad , \tag{67}$$

O_1-A_2 についても

$$V_c - V_b = \frac{2(1-M_2^2)}{(\gamma+1)M_2} C_b \quad , \tag{68}$$

が成立し、第2章(4)、(5)式より

$$\frac{C_b}{C_a} = \sqrt{\left[1+\frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2-1)\right]\frac{(\gamma-1)+2/M_1^2}{\gamma+1}} \quad , \tag{69}$$

の関係があるから、$V_a = V_c = 0$ ($V_b<0$, $M_1<0$) として、(67)、(68)を解くと、

$$|M_2| = \frac{a+\sqrt{a^2+4}}{2} \quad , \qquad a \equiv \frac{(\gamma+1)(M_1^2-1)}{[2\gamma M_1^2+1-\gamma][(\gamma-1)M_1^2+2]} \tag{70}$$

が得られる。

次に、反射してきた衝撃波 O_1-A_2 がペレット表面に帰ってきたとき、そこの圧力が増加して（レーザー光の照射が強くなることに対応する。）この衝撃波をはねかえすことができ、衝撃波 A_2-O_2（マッハ数 M_3、速度 U_3）を形成し、その背後の流速が A_1-O_1 の背後の流速と一致することができるものとしよう。

(67)-(69)と同様のプロセスで

$$|M_2| = \frac{a+\sqrt{a^2+4}}{2}, \quad a \equiv \frac{(\gamma+1)(M_2^2-1)}{[2\gamma M_2^2+1-\gamma][(\gamma-1)M_2^2+2]} \tag{71}$$

を得ることができる。これ以後の過程は(69), (71)のくり返しである。このマッハ数の順列を計算してゆくと、$M_1=\infty$, $M_2=\sqrt{5}$, $M_3=\sqrt{3}$, ‥となる。第2章(6)′式で示されているように、不連続面を横切ってのエントロピーの変化ΔSは、

$$\Delta S = \frac{16\gamma}{3(\gamma+1)^2}\Delta M^3, \quad (M=1+\Delta M)$$

であるから、衝撃波が数回反射するうちに、(62)式の結果の妥当性は保証されてくる。

この節を終わる前に、図6-10に示されている過程を調べておこう。この図は、A_1-Oの接触不連続面に衝撃波A_5-O(マッハ数$M_5=1+\Delta M_5$, $0<\Delta M_5 \ll 1$とする)が入射し、一部$O-A_2$(マッハ数$M_2=1+\Delta M_2$, $0<\Delta M_2 \ll 1$とする)となって透過し、また一部が$O-A_4$(マッハ数$M_4=1+\Delta M_4$, $0<\Delta M_4 \ll 1$とする)となって反射する模様を示している。そのとき接触不連続面は$O-A_3$のよう

に減速される。図中の各領域における物理量は、その対応する番号を添字として表わされるように約束すると、今考えようとしている過程は、$p_2 > p_1$ の場合であり、これは 2-3-1 節の状況と逆の状況である。

2-3-1 節と同様に、$A_1 - 0 - A_3$ を横切って圧力、流速が連続である。即ち、

$$p_1 = p_2, \quad p_3 = p_4, \quad V_1 = V_2, \quad V_3 = V_4, \tag{72}$$

第2章(4)式の関係を、$0 - A_2$ に適用すると、

$$p_3 \approx \left(1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_2\right) p_2, \tag{73}$$

また、$A_5 - 0$, $0 - A_4$ に適用すると

$$p_4 \approx p_5 \left(1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} \Delta M_4\right)$$

$$\approx p_1 \left[1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1} (\Delta M_5 + \Delta M_4)\right] \tag{74}$$

(73), (74) と (72) を組み合わせて

$$\Delta M_2 = \Delta M_5 + \Delta M_4, \tag{75}$$

を得る。一方流速については、第2章(17)式を $0 - A_2$ に適用すると、

$$V_3 \approx V_2 + \frac{4}{\gamma+1} C_2 \Delta M_2, \qquad (76)$$

また、A_5-0, $0-A_4$ に適用すると

$$V_4 \approx V_5 - \frac{4}{\gamma+1} C_5 \cdot \Delta M_4$$

$$\approx V_1 + \frac{4}{\gamma+1} C_1 (\Delta M_5 - \Delta M_4). \qquad (77)$$

音速の定義から

$$\frac{C_2}{C_1} = \sqrt{\frac{P_2 \rho_1}{P_1 \rho_2}} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}$$

となるから、これと(76)、(77)、(72)を組み合わせると

$$\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \Delta M_2 = \Delta M_5 - \Delta M_4, \qquad (78)$$

を得る。(75)、(78)より

$$\Delta M_2 = \frac{2}{1+\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}} \Delta M_5, \quad \Delta M_4 = \frac{1-\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}}{1+\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}} \Delta M_5 \qquad (79)$$

この結果から明らかなように、$\sqrt{\rho_1/\rho_2}$ が1に近づくと、反射衝撃波 $0-A_4$ は生じなくなる。また、ΔM_5 を固定したときには $\sqrt{\rho_1/\rho_2}$ が小さい程、ΔM_4 が大きくなることがわかる。このことより、効率よく反射衝

撃波を生じさせたい場合には、外側に質量の重い物質を配置する方が良いことがわかるであろう。

6-3-2. 爆縮のシミュレーション

(64)式以下の解析は平面対称爆縮の場合に限られ、単なる参考程度の議論にすぎない。球面対称爆縮の場合の解析は非常に困難となってくるために、数値計算に頼らざるを得ない。この節では、(50)~(63)の簡単な解析の結果が、具体的にどのような形で実現されてゆくかを明らかにしてゆく。第2章で考えた多重構造ペレットの利点と前節の終わりで述べた有効性を考慮して、ここでは多重構造ペレットに話を限って進めてゆくことにする。以下で使用するシミュレーション・コードに関しては、補節で詳述する。シミュレーションのパラメーターは以下のすべてのシミュレーションに共通で、初期温度 1eV、初期数密度 $5\times10^{22}cm^{-3}$、初期半径 400μm、のD-T固体球のまわりを、厚さ 10μm、D-T固体の50倍の重さ

を持つ物質で囲んであるものとする。このまわりの物質を以下ではtamperと呼ぼう。tamper物質の有効原子価Zeffは10と置いた。

まず最初のシミュレーションは前節前半の解析を考えて、tamperの外側の表面が一定速度 $U_p = 1.12 \times 10^6$ cm/sec で動くという設定のもとに行なった。図6-11は流体粒子の時空間的動きを示している。この図を図6-9と比較してその動きを追って見ることは興味あることであろう。図中の黒で塗りつぶした部分はtamperの部分である。流体粒子の軌跡は数回の衝撃波の反射の後に、(56), (60)で示される解に近づいてゆくことがわかるであろう。その反射回数から考えて、(69), (71)から求められるマッハ数で推測した結果を、球状爆縮の場合にあてはめて考えても、そう大きな間違いは起こらないであろうと思われる。

解の形が、(60)に近い場合にはその安定性は保証されるであろうが、その前の漸近的段階においては必らずしも安定であるとは限らない。図6-11の軌跡

に示されているように、確かにtamperの外側の表面は、ほんの初期を除いては加速を受けずに動き得る。この初期の加速の影響は簡単に見積ることができる。(5)を基礎として、今 $g \to g\delta(t)$ ($\delta(t)$ はデルタ関数) と変換してみると、(5)式は積分できて

$$\frac{\partial \zeta(t)}{\partial t} = gk\zeta(0)$$

即ち、

$$\zeta(t) = gk\zeta(0)\, t, \qquad (80)$$

を与える。今の場合 g は外側表面の速度に対応する。(何故ならば、$g\delta(t)$ が加速度で、これを1回時間で積分したものが、速度 g となるからである。) それ故、$g = R_0/t_s$ と置くと(80)は

$$\zeta(t) = kR_0\zeta(0)\, t/t_s \qquad (81)$$

となる。これと比較するために、ペレットの表面が常に一定の加速度 g で内向きに進む場合には、R_0 の半径が $t = t_s$ で常に収縮する条件

$$\frac{1}{2} g t_s^2 = R_0$$

を用いて、(5)'式中の g を消去すると

$$\zeta(t) = \zeta(0) \exp\left[\sqrt{2kR_0} \cdot t/t_s\right], \qquad (82)$$

となる。$t \approx t_s$ の時点での擾動 ζ の成長は、(81)の場合は(82)に較べて非常に小さいことがわかる。このように外側の表面の瞬間的加速による不安定性は、今は考える必要がない。しかし、tamperの内側の表面は、$10 \lesssim t \lesssim 20$ msec の間で強い減速を受けるためにここでの不安定性が心配である。この安定性に関しては詳しい解析をしてゆく必要があるが、その前に若干の議論をしておこう。図6-11の様子から見て、tamperの内側にかかる加速度は $g\cos(\omega t)$ の形をしていると考えられる。そのとき(5)は

$$\frac{\partial^2 \zeta(t)}{\partial t^2} = gk\cos(\omega t) \cdot \zeta(t). \qquad (83)$$

に変換される。これはマシュー方程式に帰着する。マシュー方程式の性質から、

$$\omega \geq \sqrt{gk} \qquad (84)$$

のときに解は安定になるであろうことが推測できる。

ω, g の値は、tamper の外側表面の運動に深く関係している。このことは図6-12の結果を見れば明らかであろう。これは図6-11と全く同じ条件下で、外側の表面が $0 \leq t \leq 5\,nsec$ の間だけ一定加速度で動き、$t \geq 5\,nsec$ では一定速度で動くようにセットしたときの流体粒子の軌跡を表わす。図6-11と図6-12を見較べてみれば、直観的には後者の方が内側に加わる加速度の大きさが小さいので、より安定であるように思える。しかし、これは一概には言えないことは次に述べることからも類推できる。今、Δt の時間内に ΔV だけ速度の変化があるとしよう。このときの加速度 g は

$$g = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

となり、この g の影響により Δt 内に成長する割合は

$$\exp(\gamma \Delta t) \approx \exp\left[\sqrt{gk} \cdot \Delta t\right]$$

$$= \exp\left[\sqrt{\Delta V \cdot k}\, \Delta t\right] \qquad (85)$$

と見積ることができる。この意味するところは重要

である。即ち、ΔVの変化を起こさせようとする場合には、Δtができる限り短い方がより安定であるということである。このことは、(81)と(82)の違いをもっと一般的に述べたことに相当する。次節では、(83)、(84)のモデル的な考え方にとらわれずに、実際に図6-11,12で得られた一次元球対称の爆縮が安定であるかどうかを調べてゆく。

6-3-3. 爆縮の安定性のシミュレーション

ここで用いられる二次元MHDコードは、6-2-2節で使用した,Shultzの考え方に基づいて作られたものであり、以下で取り扱うシミュレーション領域の配位は、図6-13に示されている。図はZ軸に関して回転対称であり、計算は図のように球の$\frac{1}{4}$の部分を切り出して行なった。図のような二次元の計算をまともに行なうと多大の時間を浪費することになるので、著者はこれを解消するために、コードを一次元・二次元の可変コードに組んだ。この思想は、一次元

コードとして使用する際には図中の斜線部分だけの計算しか行なわないということだけのことであるが、これを二次元のコードの中にコンパクトに収めることができるので、純一次元のコード（補節参照）と較べたときの多少のロスはやむを得ない。図6-14は、前節の図6-11とほぼ同じパラメーターのもとに、二次元コードを一次元コードとして使用して計算したときの、流体粒子の軌跡を示す。このコードの特徴は、図6-11と見較べてもわかるように、中心付近の振る舞いがより正確にできることである。図6-15はこの計算のときの、tamper内側の表面速度の時間変化と平均加速度を描いたものである。図より、$13 \leq t \leq 18$ nsec の間で、大きく減速されていることがわかる。通常のレーリーテーラー不安定性に対しては、この時間が最も危険な状態であろう。

この不安定性を調べるために、$t = 14.0$ nsec 以降ではコードは二次元に切り換えられた。（この利点を強調するために具体的な計算時間を掲げておくと

計算に要した時間は．東京工業大学計算機センター M180 で 10分であるが．最初から二次元で計算してゆくと．1時間以上は要する計算である。）図6-16は．tamper の最も内側の部分の密度を．角度方向にフーリエ変換して．代表的なモードの振幅を時間的に描いたものである。角度方向の揺動がかなり小さいことがわかる。しかも．$t \geq 17.5$ nsec では途に振幅が減少しているのがわかるであろう。図6-17は．ある時刻（図中に書かれている時刻）の．0.25 nsec 前後にわたって平均した成長率のモード数に対する依存性を．三つの時刻を比較して描いたものである。(a)は．$t = 15.5$ nsec，(b)は $t = 16.0$ nsec (c)は $t = 16.5$ nsec．における依存性を示す。

通常のレーリー・テーラー不安定性では．勿論．モード数の 1/2 乗に比例すべきであるが．図6-17．のような非定常的振る舞いは．これとは全く異なっているように思われる。この点に関しては．まだまだ調べるべき多くの点が残されている訳であるが．

本論文ではこれ以上は深く立ち入らないことにして、6-3-1節で提唱し、6-3-2節でシミュレートした爆縮方法は、安定性に関してはかなり有望であるということを述べるだけにしておこう。

6-3-4. レーザー光の照射

前節までは、tamperの外側をまるでピストンで押しでもするように、取り扱ってきた。このピストンの役割をするのは、第3章で取り扱ったように、レーザー光を吸収した低密度領域の高温部分である。第2章で導いたような力学的仕事率とレーザー光のエネルギー・フラックスの関係は、爆縮のメカニズムの違いのために、この章の結論の参考にする訳にはゆかない。この点に関しては、将来より詳しく研究してゆく必要があるが、ここでは、簡単なシミュレーションの一例を示し、図6-11或いは図6-12とほぼ同様の爆縮方法が、レーザー・エネルギーの注入によっても実現でき得ることを示唆するにとどめよう。

図6-18は、図6-19の実線のようなレーザー光を注入したときの、流体粒子の軌跡を表わす。図6-18では破線は固体D-T部分、実線はtamper部分を表わしている。図6-19のレーザー光の強度が初期にパルス状に与えられているのは、強い衝撃波を作るためである。図中の黒丸は、tamper領域の力学的仕事率($W_m = pVr^2$)を表わしており、同じ時刻にはたくさんの黒丸があるように描かれているが、これはtamper領域内の各メッシュ上のW_m(但し、負のとき)をすべてプロットしたためである。それ故、実線と黒丸を比較したときには、その包絡線のピークと較べるべきである。図6-11のシミュレーションにおけるtamperの最外殻のW_mを描いた図6-20を、この図と見較べると興味深いことである。

6-4. まとめ

6-2節では、燃焼波面に乗った座標系で、慣性力gが一定に作用していると見なせる状況を考え、そこにレーリー・テーラー不安定性が発生し、それに伴ない磁場が生成されることを見た。もとより、このような座標系の取り方が可能かどうかは、多少問題となるであろうが、実際の過程の本質は見失なっていないであろう。重要なことは、たとえ球対称で一様にレーザー光を照射しても、レーリー・テーラー不安定性を生じる限りは、それに伴なって磁場が発生するという点にある。電子のラーモア半径は非常に短かいので、この時に発生した磁場に巻きついて運動してしまい、電子による熱流が押えられることになる。この結果が、良い方に働らくか悪い方に働らくかはその場合によって異なるが、6-2節で見た限りでは、かなり大きな影響を与えることがわかるであろう。

6-3節では、安定に爆縮を起こすためには、加速する時間をできる限り短かくすることが本質的であることを述べ、このことを利用して安定に圧縮する方法を提案した。さらに、一次元・二次元のMHDコードを用いて詳細に検討した結果、かなり有望であることが明らかにされた。この爆縮方法のもう一つの利点は、レーザー光に対する制限がかなり緩和されるということである。

補節. シミュレーション・コード

補-1. 純一次元シミュレーション・コード

基礎方程式は、一次元球対称の仮定のもとに、次の六つの方程式を採用した。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial \rho V r^2}{\partial r} = 0 \quad , \tag{B-1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_i + p_e + q_v}{\partial r} \quad , \tag{B-2}$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} + V\frac{\partial T_i}{\partial r} = -\frac{2m_i(p_i + q_v)}{3\rho k_B r^2}\frac{\partial r^2 V}{\partial r} - \frac{T_i - T_e}{\tau_{eq}} + W_i \quad , \tag{B-3}$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + V\frac{\partial T_e}{\partial r} = -\frac{2m_i p_e}{3\rho k_B r^2}\frac{\partial r^2 V}{\partial r} - \frac{2m_i C_L}{3\rho k_B r^2}\frac{\partial r^2 W_L}{\partial r} + \frac{T_i - T_e}{\tau_{eq}} - \frac{2m_i}{3\rho k_B r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 K_c \frac{\partial T_e}{\partial r}\right) + W_e - A_B \rho T_e^{1/2} \quad , \tag{B-4}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + V\frac{\partial Y}{\partial r} \equiv W_f \equiv \frac{\rho}{4m_i}(1-Y)^2\langle\sigma v\rangle , \qquad (B-5)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2 W_L}{\partial r} + K_a W_L = 0 . \qquad (B-6)$$

ここで、η_vは人工粘性を表わし、W_i, W_eはそれぞれ

$$W_i = 2(1-f_0)\,\mathcal{E}_\alpha W_f / 3k_B ,$$

$$W_e = 2 f_0 \mathcal{E}_\alpha W_f / 3k_B , \qquad (B-7)$$

と書かれ、核融合反応によって発生するα粒子のエネルギー($\mathcal{E}_\alpha$)の再吸収を表わす。但し、f_0は

$$f_0 = \frac{\vartheta 2}{32 + T_e(^\circ K)/1.16\times 10^7}, \qquad (B-8)$$

と定義した。(B-4)式中のA_Bの項は、制動輻射損失の効果であり、

$$A_B = 2.84\times 10^{-27} / (3k_B m_i) \qquad (B-9)$$

他の項は、各章で現われたものと同様であるから、ここでは説明は省略する。

ここで用いるシミュレーションは、(B-1)～(B-6)をラグランジュ系に変換して行なう。即ち、ここでは、rを

$$m_L = 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr \qquad (B\text{-}10)$$

の新しい座標 m_L に変換する。このときオペレーターは、

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial m_L} &= \frac{1}{4\pi\rho r^2}\frac{\partial}{\partial r} \end{aligned}\right\} \qquad (B\text{-}11)$$

のように変換される。これをコード化したプログラムを以下に示すが、その前に、以下にプログラム中の文字（左側）と物理量（右側）との対応関係を示しておく。

U ↔ V, R ↔ r, V ↔ ρ^{-1}, TE ↔ Te,

TI ↔ Ti, PE ↔ W_L, YA ↔ Y, Q ↔ q_v,

WE ↔ We, WI ↔ Wi,

DT ↔ 時間刻み, DM ↔ dm_L,

MM ↔ 空間メッシュの数,

M1 ↔ ここから先が tamper 領域となる。

Z0 ↔ Z（原子価）, W0 ↔ tamperのD-Tに対する重量比

RO ↔ 空間の尺度（この量で無次元化したという意味）

TO ↔ 温度の尺度（°K），RAM ↔ レーザー光の波長（cm）

TAO ↔ 時間の尺度（sec.），

PIN ↔ レーザー光強度の尺度（$erg/cm^3 \cdot sec$）

VO ↔ 速度の尺度．DEN ↔ 密度の尺度

BC ↔ k_B，WMI ↔ m_i，CO ↔ C_ℓ．

WME ↔ m_e，EO ↔ e，

補－2．一次元・二次元シミュレーション・コード

本節の基礎方程式は Schultz のものと全く同じであるから．ここでは省略する。この方程式は(B-1)～(B-4)の二次元形式であり．核融合反応，熱伝導．レーザー光の吸収．制動輻射の効果はすべて省略した．最も基本的なものである。ここでも．必要な物理量の対応だけ示すと．

$U_R \leftrightarrow V_r$，$UZ \leftrightarrow V_z$，$R \leftrightarrow r$．

$Z \leftrightarrow z$，$Y \leftrightarrow j_B$．$V \leftrightarrow \rho^{-1}$．

$TE \leftrightarrow T_e$，$TI \leftrightarrow T_i$，

KN ↔ r方向のメッシュ数.

M1 ↔ ここから外側がtamper領域,

LN ↔ 角度方向のメッシュ数（図6-13参照）

UB1 ↔ 一番外側のメッシュの動く速さ.

他は補-1.と同じである。

PURE

ONE-DIMENSIONAL

CODE

M A I N

```
      COMMON U( 60,2),R( 60,2),V( 60,2),TE( 60,2),TI( 60,2),PE( 60)
     1   ,YA( 60,2),Q( 60),TEP( 60),TIP( 60),WE( 60),WI( 60),BSR( 60)
     2   ,ER( 60),PDE( 60),PDI( 60),TCE( 60),SPR(60),SHEC(60)
     3   ,DT,DM,U0,H0,D,AA,FR,SM,G,ES,AA1,BB1,EOT,BR,T ,Z0
     4                    ,SYA,SPEX,TEU,TET,TEU1,TET1,SPEX0,W0,T0,MM,M1
      DT=0.005
      DM=1.67
      MM=38
      M1=30
      Z0=10.0
      W0=50.0
      NOUT=200
      R0=0.04
      T0=9.09E+6
      RAM=1.0E-4
      TA0=1.0E-9
      PIN=1.0E+20
C     INITIAL CONDITION
      R(1,1)=0.0
      DO 1 J=1,MM
      V(J,1)=0.02
      U(J,1)=0.0
      TE(J,1)=1.1E-3
      TI(J,1)=TE(J,1)
      Q(J)=0.0
      IF(J.EQ.MM) GO TO 3
      Y=R(J,1)**3+DM*V(J,1)
      R(J+1,1)=CBRT(Y)
    3 YA(J,1)=0.0
    1 CONTINUE
      V(MM,1)=1.E+10
C     **********************************************************************
C     **********PROGRAM LASIMP (BY T. YABE)***********************************
C     **********KEISAN HAJIME*************************************************
      BC=1.38E-16
      WMI=1.673E-24*2.5
      E0=4.803E-10
      WME=9.11E-28
      RL0=18.6
      PAI=3.141592
      C0=3.0E+10
      U0=SQRT( 5.0*BC*T0/(3.0*WMI))
      DEN=(C0/(E0*RAM))**2*PAI*WME
      WRITE(6,1000) U0,DEN
 1000 FORMAT(1H ,3HU0=,E15.7,6HCM/SEC,10X,4HDEN=,E15.7,6H/CM**3)
      D=U0*TA0/R0
      SM=SQRT(WME/WMI)
      H0=1.89*(2.0/PAI)**1.5*TA0*(BC*T0)**2.5/(SQRT(WME)*DEN*E0**4
     1     *RL0*R0**2)
      H0=0.0
      FR=H0*0.406*WME/(1.89*(2.0/PAI)**1.5*WMI)
      ES=TA0*3.0*(2.0*PAI*WME)**0.5*DEN*E0**4*RL0/(3.0*WMI*(BC*T0)**
      BR=TA0*DEN*2.84E-27/(SQRT(T0)*3.0*BC)
      AA1=0.25*5.3E-12*TA0*DEN*(1.0E+7/T0)**0.6666666
      BB1=21.0*(1.0E+7/T0)**0.3333333
      EOT=2.0*3.52*1.602E-6/(3.0*BC*T0)
      N=1
      T=0.0
```

```
      AA=R0*RAN**2*DEN**2/(5.0E+27*(T0/11600.0)**1.5)
      G=PIN*TA0   /(BC*T0*DEN*R0)*2.0/3.0
      WRITE(6,2000) D,SM,HD,FR,ES,BR,AA1,BB1,EDT
 2000 FORMAT(1H ,9(E12.4,1X))
      AC2=0.0
      UB1=-0.05
      AC1=0.0
      T1=0.0
      R00=R(MM,1)
      PL00=2.0
      PE(MM)=0.0
   10 T=T+DT
      N=N+1
      PEA=20.0*EXP(-(T-5.0)**2/7.77)
      PE(MM)=PL00/(1.-T/30.0)**3 +PEA
      PE(MM)=PE(MM)/2.5*(R00/R(MM,1))**2
      CALL KEISAN
      AAK=FLOAT(IFIX(T))
      IF((T-AAK)*(T-DT-AAK).LE.0.0) GO TO 11
      IF(MOD(N   ,NOUT ).EQ.0) GO TO 11
      GO TO 18
   11 WRITE(6,12) T
   12 FORMAT(1H ,2HT=,E13.5)
      WRITE(6,13) SYA,SPEX,SPEX0,TEU,TET,TEU1,TET1
   13 FORMAT(1H ,1H*,7(E13.5,2X))
      WRITE(6,15) ((J,V(J,2),U(J,2),TI(J,2),TE(J,2),R(J,2)
     1      ,YA(J,2)),J=1,MM)
   15 FORMAT((1H ,I4,6(3X,E13.5)))
      WRITE(6,16) ((WE(J),WI(J), PE(J),ER(J),PDE(J),Q(J),TCE(J)),J=1,MM)
   16 FORMAT((1H ,7(E13.5,3X)))
      DELR=R(MM,2)-R(M1,2)
      AC3=(U(M1,2)-AC1)/(T-T1)
      AC1=U(M1,2)
      T1=T
      WRITE(6,111) AC2,AC3,DELR
  111 FORMAT(1H ,3E12.5)
      WRITE(6,113) ((SPR(J),SMEC(J)),J=1,MM)
  113 FORMAT(1H ,4(1H*,2E13.5))
   18 DO 19 J=1,MM
      V(J,1)=V(J,2)
      U(J,1)=U(J,2)
      TE(J,1)=TE(J,2)
      TI(J,1)=TI(J,2)
      R(J,1)=R(J,2)
      YA(J,1)=YA(J,2)
   19 CONTINUE
      IF(T.GT.30.0) GO TO 20
      GO TO 10
   20 STOP
      END
```

K E I S A N

```
      SUBROUTINE KEISAN
      COMMON U( 60,2),R( 60,2),V( 60,2),TE( 60,2),TI( 60,2),PE( 60)
     1  ,YA( 60,2),Q( 60),TEP( 60),TIP( 60),WE( 60),WI( 60),BSR( 60)
     2  ,ER( 60),PDE( 60),PDI( 60),TCE( 60),SPR(60),SMEC(60)
     3  ,DT,DM,U3,HD,D,AA,FR,SM,G,ES,AA1,BB1,EDT,BR,T ,Z0
     4                 ,SYA,SPEX,TEU,TET,TEU1,TET1,SPEX0,W0,T0,MM,M1
      DIMENSION PEX( 60),AI( 60),BI( 60)
      DO 102 J=1,MM
  102 TEP(J)=TE(J,1)**2.5
      C=2.0
      MMM=MM-1
      DO 101 JJL=1,MMM
      L=MM-JJL
      XY=1.-Z0/V(L,1)
      IF(XY.LE.0.0) GO TO 100
      WY=AA/(TE(L,1)**1.5*V(L,1)**2*SQRT(1.-Z0/V(L,1)))
      WW=WY*V(L,1)/(3.*R(L,1)**2)*Z0**3
      PE(L)=(R(L+1,1)/R(L,1))**2*PE(L+1)*EXP(-DM*WW)
      GO TO 101
  100 PE(L)=0.0
  101 CONTINUE
      Q(MM)=0.0
      R(1,2)=0.0
      SYA=0.0
      SPEX=0.0
      TEU=0.0
      TET=0.0
      TEU1=0.0
      TET1=0.0
      WEIT=1.0
      DO 105 J=2,MM
      AVT1=(TE(J,1)*(1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/M1))+TI(J,1))/V(J,1)
      AVT2=(TE(J-1,1)*(1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/(M1+1)))+TI(J-1,1))/V(J-1,1)
      IF(J.EQ.M1) WEIT=0.5*(W0+1.)
      IF(J.GT.M1) WEIT=W0
      U(J,2)=U(J,1)-DT*D/DM*R(J,1)**2*(AVT1-AVT2+Q(J)-Q(J-1))/WEIT*0.9
     1   *2.0
      R(J,2)=R(J,1)+DT*D*U(J,2)
  105 CONTINUE
      U(1,2)=0.0
      AI(MM)=1.
      BI(MM)=0.0
      DO 110 L=1,MMM
      WEIT=1.0
      J=MM-L
      V(J,2)=(R(J+1,2)**3-R(J,2)**3)/DM
      IF(J.GE.M1) WEIT=W0
      XU=U(J+1,2)-U(J,2)
      IF(XU.GE.0.0) GO TO 103
      Q(J)=XU**2*C**2/(V(J,1)+V(J,2))*WEIT*2.0
      GO TO 104
  103 Q(J)=0.0
  104 CONTINUE
      BTI=BB1/ TI(J,1)**0.3333333
      IF(BTI.LT.10.0 ) GO TO 106
      WR=0.0
      GO TO 107
  106 WR=AA1*(1.0-YA(J,1))**2*EXP(-BTI)/(V(J,1)*TI(J,1)**0.6666666)
  107 YA(J,2)=YA(J,1)+DT*WR
```

```
      WI(J)=EDT*(1.-F)*WR
      BSR(J)=0.0
      SF=SM**2/WEIT
      ERT=DT*ES /(V(J,1)*(SF*TI(J,1)+TE(J,1))**1.5)*(1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/
     1    M1))**2
      IF(ERT.LT.0.5) GO TO 108
      ERT=0.5
  108 ER(J)=ERT*(TI(J,1)-TE(J,1))
      PDE(J)=-TE(J,1)/(3.*V(J,1))*(V(J,2)-V(J,1))
      PDI(J)=-1./3.*(TI(J,1)/V(J,1)+Q(J))*(V(J,2)-V(J,1))
      TEY=TE(1,1)
      VX=V(1,1)
      IF(J.EQ.1) GO TO 111
      TEY=TE(J-1,1)
      VX=V(J-1,1)
  111 CONTINUE
      PEX(J)=3.*G*(R(J+1,1)**2*PE(J+1)-R(J,1)**2*PE(J))/(DM*Z0)
      Z1=1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/M1)
      Z2=1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/(M1-1))
      Z3=1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/(M1+1))
      G1=R(J+1,1)**4/(Z2*V(J+1,1)+Z1*V(J,1))
      G2=R(J,1)**4/(Z1*V(J,1)+Z3*VX)
      TCE(J)=12./7.*HD*DT/(DM**2*Z1)*(G1*TE(J+1,1)**3.5-(G1+G2)*TE(J,1)
     1    **3.5+G2*TEY**3.5)
      A00 =6.*HD*DT/(DM**2*Z1)
      A1=-A00*G1*TEP(J+1)
      B1=1.+1./(3.*V(J,2))*(V(J,2)-V(J,1))+A00*(G1+G2)*TEP(J)
      C1=-A00*G2*TEY**2.5
      D1=TE(J,1)+PDE(J)-1.5*TCE(J)+ER(J)+(WE(J)+PEX(J)-BSR(J))*DT
      TI(J,2)=(PDI(J)-ER(J)+TI(J,1)+DT*WI(J))/(1.+1./(3.*V(J,2))
     1  *(V(J,2)-V(J,1)))
      IF(TI(J,2).LT.1.0E-5)  TI(J,2)=1.0E-5
      AI(J)=-C1/(A1*AI(J+1)+B1)
      BI(J)=(D1-A1*BI(J+1))/(A1*AI(J+1)+B1)
  110 CONTINUE
      V(1 ,2)=(R(  2 ,2)**3-R(1 ,2)**3)/DM
      V(MM,2)=1.E+10
      TI(MM,2)=TI(MM-1,2)
      SPEX=PE(MM)*R(MM,2)**2
      SPEX0=SPEX0+SPEX*DT
      YA(MM,2)=0.0
      WE(MM)=0.0
      WI(MM)=0.0
      U(1,2)=0.0
      TE(1,2)=BI(1)/(1.-AI(1))
      IF(TE(1,2).LT.1.E-5) TE(1,2)=1.E-5
      DO 120 J=2,MM
      TE(J,2)=AI(J)*TE(J-1,2)+BI(J)
  120 IF(TE(J,2).LT.1.0E-5)  TE(J,2)=1.0E-5
      WEIT=1.0
      DO 222 J=1,MM
      PDE(J)=PDE(J)/DT
      PDI(J)=PDI(J)/DT
      ER(J)=ER(J)/DT
      TCE(J)=TCE(J)/DT
      Z1=1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/M1)
      SPR(J      )=(Z1*TE(J,2)+TI(J,2))/V(J,2)
      SMEC(J      )=SPR(J      )*U(J,2)*R(J,2)**2
      IF(J.GE.N1) WEIT=W0
      IF(U(J,2).GT.0.0) GO TO 109
      TEU=U(J,2)**2*WEIT*5.0*DM /3.0 +TEU
      TET=TET+(TE(J,2)*(1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/M1))+TI(J,2))*1.5*DM
  109 SYA=SYA+YA(J,2)*DM
      TEU1=TEU1+U(J,2)**2 *WEIT*5.0*DM/3.0
      TET1=TET1+(TE(J,2)*(1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/M1))+TI(J,2))*1.5*DM
  222 CONTINUE
      IF(T.GT. 2.0) CALL HENKO  ------>|        RETURN
                                       |        END
```

H E N K O

```
      SUBROUTINE HENKO
      COMMON U( 60,2),R( 60,2),V( 60,2),TE( 60,2),TI( 60,2),PE( 60)
     1  ,YA( 60,2),Q( 60),TEP( 60),TIP( 60),WE( 60),WI( 60),BSR( 60)
     2  ,ER( 60),PDE( 60),PDI( 60),TCE( 60),SPR(60),SMEC(60)
     3  ,DT,DM,UB,HD,D,AA,FR,SM,G,ES,AA1,BB1,EDT,BR,T ,Z0
     4                 ,SYA,SPEX,TEU,TET,TEU1,TET1,SPEX0,W0,T0,MM,M1
      NNN=0
      WEIT=1.0
      MMM=MM-1
      CRMAX=0.0
      DO 8898 J=1 ,MMM
      IF(J.GE.M1) WEIT=W0
      TEE=TE(J,2)*(1.+(Z0-1.)*FLOAT(J/M1))
      CRR=SQRT((TEE     +TI(J,2))/WEIT)*DT/(R(J+1,2)-R(J,2))
      IF(CRMAX.LE.CRR) CRMAX=CRR
      IF(CRR.GT.1.0) NNN=1
8898  CONTINUE
      IF(CRMAX*2.0.LT.0.5) NNN=2
      IF(NNN.EQ.0) GO TO 8899
      IF(NNN.EQ.2) GO TO 3333
6778  DT=0.5*DT
      WRITE(6,8999) DT
6999  FORMAT(1H ,3HDT=,E15.7)
      DO 8897 J=1 ,MM
      V (J,2)=0.75*V( J,2)+0.25*V (J,1)
      TE(J,2)=0.75*TE(J,2)+0.25*TE(J,1)
      TI(J,2)=0.75*TI(J,2)+0.25*TI(J,1)
      R (J,2)=0.75*R (J,2)+0.25*R (J,1)
      YA(J,2)=0.75*YA(J,2)+0.25*YA(J,1)
8897  CONTINUE
      GO TO 8899
3333  T=T-DT
      DT=DT*2.
      WRITE(6,8999) DT
      DO 3334 J=1,MM
      V (J,2)=0.5*(V (J,2)+V (J,1))
      R (J,2)=0.5*(R (J,2)+R (J,1))
      TE(J,2)=0.5*(TE(J,2)+TE(J,1))
      TI(J,2)=0.5*(TI(J,2)+TI(J,1))
      YA(J,2)=0.5*(YA(J,2)+YA(J,1))
3334  U(J,2)=U(J,1)
8899  RETURN
      END
```

MIXED

ONE- & TWO-DIMENSIONAL

CODE

M A I N

```
      COMMON UR(30,20,2),UZ(30,20,2),R(30,20,2),Z(30,20,2),Q1(30,20,2),
     1       Q2(30,20,2),Q3(30,20,2),Q4(30,20,2),Y(30,20,2),V(30,20,2)
     2      ,TE(30,20,2),TI(30,20,2),AM(30,20)
     3      ,DT,DK,DL,HD,ES,BR,UB,W0,SN,KN,LN,M1,N1,NN
      DIMENSION FFP(16),FFA( 8),FFB( 8)
      DT=5.E-3
      NOUT=100
      DZ0=0.133
      KN=22
      M1=17
      W0=50.0
      BC=1.38E-16
      AMI=1.673E-24*2.5
      E0=4.803E-10
      AME=9.11E-28
      RL0=18.6
      PAI=3.141592
      C0=3.E+10
      T0=1.16E+7
      RAM=1.E-4
      TA0=1.E-9
      L0=SQRT(BC*T0/AMI)
      R0=U0*TA0
      DEN=(C0/(E0*RAM))**2*PAI*AME
      SN=SQRT(AME/AMI)
      DK=1.
      DL=1.
      LN=11
      UB1=-0.057
      DTETA=PAI/(FLOAT(LN-3)*4.)
      DO 3 L=1,LN
      DO 3 K=1,KN
      DZ=DZ0*FLOAT(K-2)
      IF(K.GT.N1) DZ=DZ0*FLOAT(M1-2)+DZ0/10.*FLOAT(K-M1)
      R(K,L,1)=DZ              *COS(DTETA*FLOAT(L-2))
    3 Z(K,L,1)=DZ              *SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      DO 5 L=1,LN
      DO 5 K=1,KN
    5 V(K,L,1)=0.02
      DO 8 L=2,LN
      DO 8 K=2,KN
      Y(K-1,L-1,1)=0.25*((R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))
     1            *(Z(K-1,L,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L-1,1)-Z(K,L-1,1))
     2            -(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L-1,1)-R(K,L-1,1))
     3            *(Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))     )
      AM(K-1,L-1)=       (R(K,L,1)+R(K-1,L,1)+R(K,L-1,1)+R(K-1,L-1,1))
     1     *0.25*Y(K-1,L-1,1)/V (K-1,L-1,1)
    8 CONTINUE
      DO 9 K=1,KN-1
      Y(K,LN,1)=Y(K,LN-2,1)
    9 AM(K,LN)=AM(K,LN-2)
      DO 10 L=1,LN
      DO 10 K=1,KN
      UR(K,L,1)=0.0
      UZ(K,L,1)=0.0
      Q1(K,L,1)=0.0
      Q2(K,L,1)=0.0
```

```
      Q3(K,L,1)=0.0
      Q4(K,L,1)=0.0
      TE(K,L,1)=1.E-3
   10 TI(K,L,1)=1.E-3
      DO 12 L=1,LN
      Y(KN,L,1)= 1.E+10
      AM(KN,L)=AM(KN-1,L)
   12 V(KN,L,1)=Y(KN,L,1)/AM(KN,L)
      DO 13 K=1,KN-1
      Y(K,LN,1)=Y(K,LN-2,1)
   13 AM(K,LN)=AM(K,LN-2)
      T=0.0
      NN=0
      T1=0.1
      N1=2800
 3000 T=T+DT
      NN=NN+1
      UB=UB1*T/T1
      IF(T .GT.T1) UB=UB1
      LN=11
      IF(NN.LE.N1) LN=3
      IF(NN.NE.N1+1) GO TO 8001
      DO 8002 L=1,LN
      DO 8002 K=1,KN
      UR(K,L,1)=UR(K,2,1)*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
      UZ(K,L,1)=UR(K,2,1)*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      R (K,L,1)= R(K,2,1)*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
      Z (K,L,1)= R(K,2,1)*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      Q1(K,L,1)=0.
      Q2(K,L,1)=0.
      Q3(K,L,1)=0.
      Q4(K,L,1)=0.
      Y'(K,L,1)=Y (K,2,1)
      V_(K,L,1)=V_(K,2,1)
      TE(K,L,1)=TE(K,2,1)
 8002 TI(K,L,1)=TI(K,2,1)
 8001 CONTINUE
      CALL KEISAN
      IF(MOD(NN-1,NOUT).EQ.0) GO TO 15
      GO TO 16
   15 WRITE(6,1001) T
 1001 FORMAT(1H ,2HT=,E13.5)
      IF(NN.LE.N1) GO TO 8000
      WRITE(6,1000) ((UR(K,L,2),L=1,LN),K=1,KN)
      WRITE(6,1000) ((R (K,L,2),L=1,LN),K=1,KN)
      WRITE(6,1000) ((Z (K,L,2),L=1,LN),K=1,KN)
      WRITE(6,1000) ((V (K,L,2),L=1,LN),K=1,KN)
      WRITE(6,1000) ((TE(K,L,2),L=1,LN),K=1,KN)
 1000 FORMAT((1H ,11E11.4))
      LF=2*(LN-3)
      DO 5000 K=3,KN-1
      DO 5001 L=1,LN-3
      FFP(L)=V(K,LN-L,2)
 5001 FFP(LN-3+L)=V(K,L+1,2)
      CALL RFTR(FFP,FFA,FFB,LF)
      WRITE(6,5002) (FFA(I),I=1,8 )
      WRITE(6,5002) (FFB(I),I=1,8 )
 5002 FORMAT((1H ,8E12.5))
 5000 CONTINUE
      GO TO 16
 8000 WRITE(6,1002) (R(K,2,2),Y(K,2,2),V(K,2,2),Q1(K,1,2),Q1(K,2,2),
     1  Q2(K,1,2),Q2(K,2,2),TE(K,2,2),UR(K,2,2),K=1,KN)
```

```
002 FORMAT((1H ,9E12.5))
 16 DO 2000 L=1,LN
    DO 2000 K=1,KA
    UR(K,L,1)=UR(K,L,2)
    UZ(K,L,1)=UZ(K,L,2)
    R (K,L,1)=R (K,L,2)
    Z (K,L,1)=Z (K,L,2)
    Q1(K,L,1)=Q1(K,L,2)
    Q2(K,L,1)=Q2(K,L,2)
    Q3(K,L,1)=Q3(K,L,2)
    Q4(K,L,1)=Q4(K,L,2)
    Y (K,L,1)=Y (K,L,2)
    V (K,L,1)=V (K,L,2)
    TE(K,L,1)=TE(K,L,2)
2000 TI(K,L,1)=TI(K,L,2)
    IF(NN.GT.12000),GO TO 4000
    GO TO 3000
4000 STOP
    END
```

K E I S A N

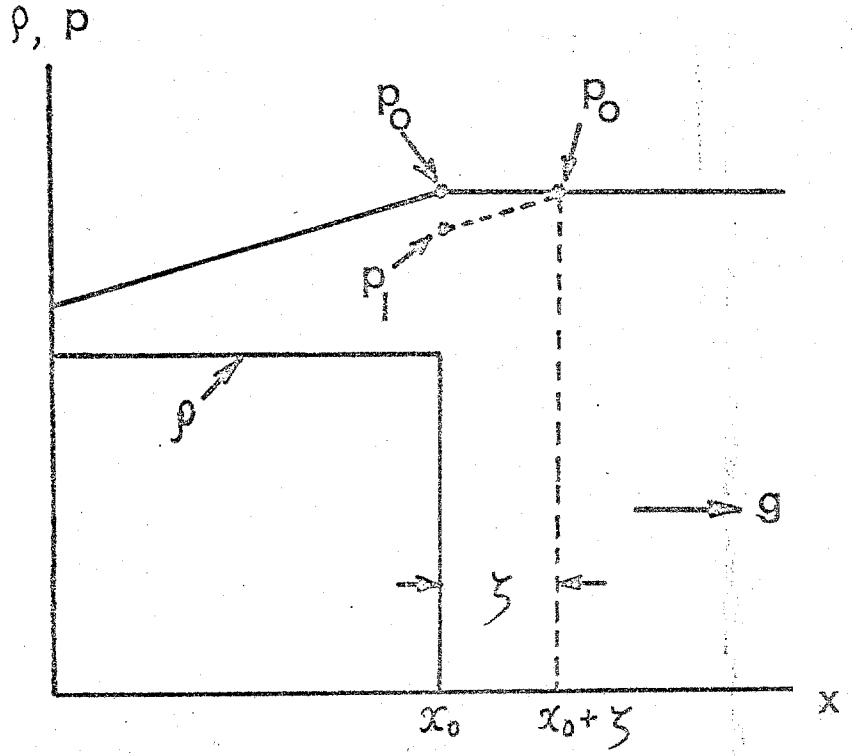
```
      SUBROUTINE KEISAN
      COMMON UR(30,20,2),UZ(30,20,2),R(30,20,2),Z(30,20,2),Q1(30,20,2),
     1       Q2(30,20,2),Q3(30,20,2),Q4(30,20,2),Y(30,20,2),V(30,20,2)
     2      ,TE(30,20,2),TI(30,20,2),AM(30,20)
     3      ,DT,DK,DL,HD,ES,BR,UB,W0,SM,KN,LN,M1,N1,NN
      DIMENSION DUAK(3),TUBL(3)
      DO 100 L=2,LN-1
      DO 100 K=3,KN-1
      DR1=  0.5*(R(K+1,L+1,1)-R(K,L+1,1)+R(K+1,L,1)-R(K,L,1))
      DR2=  0.5*(R(K+1,L-1,1)-R(K,L-1,1)+R(K+1,L,1)-R(K,L,1))
      DR3=  0.5*(R(K,L+1,1)-R(K-1,L+1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))
      DR4=  0.5*(R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))
      TR1=  0.5*(R(K+1,L+1,1)-R(K+1,L,1)+R(K,L+1,1)-R(K,L,1))
      TR2=  0.5*(R(K-1,L+1,1)-R(K-1,L,1)+R(K,L+1,1)-R(K,L,1))
      TR3=  0.5*(R(K+1,L,1)-R(K+1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K,L-1,1))
      TR4=  0.5*(R(K-1,L,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K,L-1,1))
      DZ1=  0.5*(Z(K+1,L+1,1)-Z(K,L+1,1)+Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1))
      DZ2=  0.5*(Z(K+1,L-1,1)-Z(K,L-1,1)+Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1))
      DZ3=  0.5*(Z(K,L+1,1)-Z(K-1,L+1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))
      DZ4=  0.5*(Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))
      TZ1=  0.5*(Z(K+1,L+1,1)-Z(K+1,L,1)+Z(K,L+1,1)-Z(K,L,1))
      TZ2=  0.5*(Z(K-1,L+1,1)-Z(K-1,L,1)+Z(K,L+1,1)-Z(K,L,1))
      TZ3=  0.5*(Z(K+1,L,1)-Z(K+1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K,L-1,1))
      TZ4=  0.5*(Z(K-1,L,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K,L-1,1))
      GZA1= 2.0*SQRT((DR3+DR4)**2+(DZ3+DZ4)**2) /(SQRT((DR1+DR2)**2
     1      +(DZ1+DZ2)**2)+SQRT((DR3+DR4)**2+(DZ3+DZ4)**2))
      AIT1= 2.0*SQRT((TR3+TR4)**2+(TZ3+TZ4)**2) /(SQRT((TR1+TR2)**2+
     1      (TZ1+TZ2)**2)+SQRT((TR3+TR4)**2+(TZ3+TZ4)**2))
      GZA= MAX(0.2,MIN(GZA1,1.8))
      AIT= MAX(0.2,MIN(AIT1,1.8))
      UR11= 0.25*(Z(K,L,1)-Z(K,L-1,1)+Z(K-1,L,1)-Z(K-1,L-1,1)
     1     +Z(K+1,L,1)-Z(K+1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K,L-1,1))
     2     /(Y(K-1,L-1,1)/V(K-1,L-1,1)+Y(K,L-1,1)/V(K,L-1,1))
     3     *((TE(K,L-1,1)+TI(K,L-1,1))/V(K,L-1,1)
     4     -(TE(K-1,L-1,1)+TI(K-1,L-1,1))/V(K-1,L-1,1))
      UR21=  0.25*(Z(K,L+1,1)+Z(K-1,L+1,1)-Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1)
     1     +Z(K,L+1,1)+Z(K+1,L+1,1)-Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1))
     2     /(Y(K-1,L,1)/V(K-1,L,1)+Y(K,L,1)/V(K,L,1))
     3     *((TE(K,L,1)+TI(K,L,1))/V(K,L,1)-(TE(K-1,L,1)
     4     +TI(K-1,L,1))/V(K-1,L,1))
      UR31=  0.25*(Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1)+Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)
     1     +Z(K,L+1,1)-Z(K-1,L+1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))
     2     /(Y(K-1,L-1,1)/V(K-1,L-1,1)+Y(K-1,L,1)/V(K-1,L,1))
     3     *((TE(K-1,L,1)+TI(K-1,L,1))/V(K-1,L,1)-(TE(K-1,L-1,1)
     4     +TI(K-1,L-1,1))/V(K-1,L-1,1))
      UR41=  0.25*(Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1)+Z(K+1,L-1,1)-Z(K,L-1,1)
     1     +Z(K+1,L+1,1)-Z(K,L+1,1)+Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1))
     2     /(Y(K,L-1,1)/V(K,L-1,1)+Y(K,L,1)/V(K,L,1))
     3     *((TE(K,L,1)+TI(K,L,1))/V(K,L,1)-(TE(K,L-1,1)
     4     +TI(K,L-1,1))/V(K,L-1,1))
      UZ11=-0.25*(R(K,L,1)-R(K,L-1,1)+R(K-1,L,1)-R(K-1,L-1,1)
     1     +R(K+1,L,1)-R(K+1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K,L-1,1))
     2     /(Y(K-1,L-1,1)/V(K-1,L-1,1)+Y(K,L-1,1)/V(K,L-1,1))
     3     *((TE(K,L-1,1)+TI(K,L-1,1))/V(K,L-1,1)
     4     -(TE(K-1,L-1,1)+TI(K-1,L-1,1))/V(K-1,L-1,1))
      UZ21=- 0.25*(R(K,L+1,1)+R(K-1,L+1,1)-R(K,L,1)-R(K-1,L,1)
     1     +R(K,L+1,1)+R(K+1,L+1,1)-R(K+1,L,1)-R(K,L,1))
     2     /(Y(K-1,L,1)/V(K-1,L,1)+Y(K,L,1)/V(K,L,1))
     3     *((TE(K,L,1)+TI(K,L,1))/V(K,L,1)-(TE(K-1,L,1)
```

```
4       +TI(K-1,L,1))/V(K-1,L,1))
 UZ31=- 0.25*(R(K,L,1)-R(K-1,L,1)+R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)
1       +R(K,L+1,1)-R(K-1,L+1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))
2       /(Y(K-1,L-1,1)/V(K-1,L-1,1)+Y(K-1,L,1)/V(K-1,L,1))
3       *((TE(K-1,L,1)+TI(K-1,L,1))/V(K-1,L,1)-(TE(K-1,L-1,1)
4       +TI(K-1,L-1,1))/V(K-1,L-1,1))
 UZ41=- 0.25*(R(K+1,L,1)-R(K,L,1)+R(K+1,L-1,1)-R(K,L-1,1)
1       +R(K+1,L+1,1)-R(K,L+1,1)+R(K+1,L,1)-R(K,L,1))
2       /(Y(K,L-1,1)/V(K,L-1,1)+Y(K,L,1)/V(K,L,1))
3       *((TE(K,L,1)+TI(K,L,1))/V(K,L,1)-(TE(K,L-1,1)
4       +TI(K,L-1,1))/V(K,L-1,1))
 UR12=  (0.125*(R(K+1,L,1)+R(K,L,1)+R(K+1,L-1,1)+R(K,L-1,1))
1       *(Z(K+1,L,1)+Z(K,L,1)-Z(K+1,L-1,1)-Z(K,L-1,1))*Q1(K,L-1,1)
2       -0.125*(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)+R(K-1,L-1,1)+R(K,L-1,1))
3       *(Z(K,L,1)+Z(K-1,L,1)-Z(K-1,L-1,1)-Z(K,L-1,1))*Q2(K-1,L-1,
4       )/(AM(K,L-1)+AM(K-1,L-1))
 UZ12=   (-0.5
1       *(R(K+1,L,1)+R(K,L,1)-R(K+1,L-1,1)-R(K,L-1,1))*Q1(K,L-1,1)
2       +0.5
3       *(R(K,L,1)+R(K-1,L,1)-R(K-1,L-1,1)-R(K,L-1,1))*Q2(K-1,L-1,
4       )/(AM(K,L-1)+AM(K-1,L-1))
 UR22=   (0.25*(R(K,L,1)+R(K+1,L,1)+R(K,L+1,1)+R(K+1,L+1,1))
1       *(Z(K,L+1,1)+Z(K+1,L+1,1)-Z(K,L,1)-Z(K+1,L,1))*Q3(K,L,1)
2       -0.25*(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)+R(K-1,L+1,1)+R(K,L+1,1))
3       *(Z(K-1,L+1,1)+Z(K,L+1,1)-Z(K-1,L,1)-Z(K,L,1))
4       *Q3(K-1,L,1))/(AM(K,L)+AM(K-1,L))
 UZ22=   (-0.5
1       *(R(K,L+1,1)+R(K+1,L+1,1)-R(K,L,1)-R(K+1,L,1))*Q3(K,L,1)
2 +0.5  *(R(K-1,L+1,1)+R(K,L+1,1)-R(K-1,L,1)-R(K,L,1))
4       *Q3(K-1,L,1))/(AM(K,L)+AM(K-1,L))
 UR32=(0.125*(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)+R(K-1,L+1,1)+R(K,L+1,1))
1       *(Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1)+Z(K,L+1,1)-Z(K-1,L+1,1))*Q2(K-1,L,1)
2       -0.125*(R(K-1,L-1,1)+R(K,L-1,1)+R(K-1,L,1)+R(K,L-1,1))
3       *(Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))*Q2(K-1,L-1,
4       )/(AM(K-1,L)+AM(K-1,L-1))
 UZ32=  *(-0.5
1       *(R(K,L,1)-R(K-1,L,1)+R(K,L+1,1)-R(K-1,L+1,1))*Q2(K-1,L,1
2 +0.5  *(R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))*Q2(K-1,L-1
3       )/(AM(K-1,L)+AM(K-1,L-1))
 UR42=  (0.125*(R(K,L,1)+R(K+1,L,1)+R(K,L+1,1)+R(K+1,L+1,1))
1       *(Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1)+Z(K+1,L+1,1)-Z(K,L+1,1))*Q4(K,L,1)
2       -0.125*(R(K,L-1,1)+R(K+1,L-1,1)+R(K,L,1)+R(K+1,L,1))
3       *(Z(K+1,L-1,1)-Z(K,L-1,1)+Z(K+1,L,1)-Z(K,L,1))*Q4(K,L-1,1
4       /(AM(K,L-1)+AM(K,L))
 UZ42=  (-0.5
1       *(R(K+1,L,1)-R(K,L,1)+R(K+1,L+1,1)-R(K,L+1,1))*Q4(K,L,1)
2 +0.5  *(R(K+1,L-1,1)-R(K,L-1,1)+R(K+1,L,1)-R(K,L,1))*Q4(K,L-1,1
3       /(AM(K,L-1)+AM(K,L))
  UR1=UR11+UR12
  UZ1=UZ11+UZ12
  UR2=UR21+UR22
  UZ2=UZ21+UZ22
  UR3=UR31+UR32
  UZ3=UZ31+UZ32
  UR4=UR41+UR42
  UZ4=UZ41+UZ42
  WEIT=1.0
  IF(K.GE.M1) WEIT=W0
  UR(K,L,2)= UR(K,L,1) -DT    *(AIT*UR1+(2.0-AIT)*UR2 -GZA*UR3
1               -(2.0-GZA)*UR4)/(DK*DL)
2               /WEIT
  UZ(K,L,2)= UZ(K,L,1) -DT    *(AIT*UZ1+(2.0-AIT)*UZ2 -GZA*UZ3
```

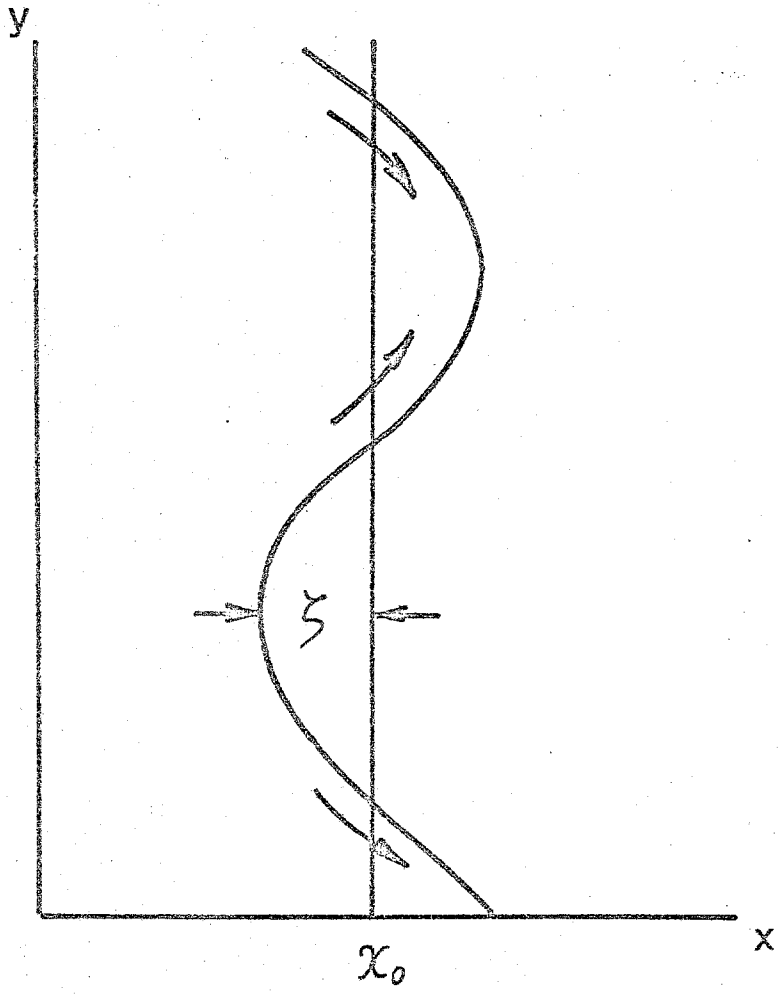
```
     1          -(2.0-GZA)*UZ4)/*EIT
      R(K,L,2)=R(K,L,1)+ DT*UR(K,L,2)
  100 Z(K,L,2)=Z(K,L,1)+ DT*UZ(K,L,2)
      DTETA=3.141592/(4.*8.)
      IF(NN.LE.N1) GO TO 1000
      DO 103 K=3,KN-1
      UR(K,1,2)= UR(K,3,2)
      UZ(K,1,2)=-UZ(K,3,2)
      R (K,1,2)= R (K,3,2)
      Z (K,1,2)=-Z (K,3,2)
      UR(K,LN,2)=UZ(K,LN-2,2)
      UZ(K,LN,2)=UR(K,LN-2,2)
      R (K,LN,2)=Z (K,LN-2,2)
  103 Z (K,LN,2)=R (K,LN-2,2)
      DO 102 L=1,LN
      UR(1,L,2)=-UR(3,L,2)
      UR(2,L,2)=0.0
      UZ(1,L,2)=-UZ(3,L,2)
      UZ(2,L,2)=0.0
      R (1,L,2)=-R (3,L,2)
      R (2,L,2)=0.0
      Z (2,L,2)=0.0
  102 Z (1,L,2)=-Z (3,L,2)
      DO 105 L=1,LN
      DTETA=3.141592/(FLOAT(LN-3)*4.)
      UR(KN,L,2)=UB*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
      UZ(KN,L,2)=UB*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      R(KN,L,2)=R(KN,L,1)+DT*UR(KN,L,2)
  105 Z(KN,L,2)=Z(KN,L,1)+DT*UZ(KN,L,2)
      DO 106 L=1,LN
      DO 106 K=1,4
      UR(K,L,2)=UR(K,2,2)*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
      UZ(K,L,2)=UR(K,2,2)*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      R (K,L,2)=R (K,2,2)*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
  106 Z (K,L,2)=R (K,2,2)*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      GO TO 1002
 1000 UR(2,2,2)=0.0
      UR(1,2,2)=-UR(3,2,2)
      UR(KN,2,2)=UB
      UZ(1,2,2)=-UZ(3,2,2)
      UZ(2,2,2)=0.0
      UZ(KN,2,2)=0.0
      R (1,2,2)=-R (3,2,2)
      R (2,2,2)=0.0
      R(KN,2,2)=R(KN,2,1)+DT*UR(KN,2,2)
      Z (1,2,2)=-Z (3,2,2)
      Z (2,2,2)=0.0
      Z(KN,2,2)=Z(KN,2,1)+DT*UZ(KN,2,2)
      DO 1001 L=1,LN
      DO 1001 K=1,KN
      UR(K,L,2)=UR(K,2,2)*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
      UZ(K,L,2)=UR(K,2,2)*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
      R (K,L,2)=R (K,2,2)*COS(DTETA*FLOAT(L-2))
 1001 Z (K,L,2)=R (K,2,2)*SIN(DTETA*FLOAT(L-2))
 1002 CONTINUE
      DO 200 L=2,LN
      DO 200 K=3,KN-1
      TR=  SQRT((0.5*(Z(K-1,L,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L-1,1)-Z(K,L-1,1)))**2
     1          +(0.5*(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L-1,1)-R(K,L-1,1)))**2)
      DR=   SQRT((0.5*(Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1)))**2
     1          +(0.5*(R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1)))**2)
      DUA1= MIN(0.5 *((Z(K-1,L,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L-1,1)-Z(K,L-1,1))
```

```
     1           *(UR(K,L,1)-UR(K-1,L,1))
     2                -(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L-1,1)-R(K,L-1,1))
     3           *(UZ(K,L,1)-UZ(K-1,L,1)) )/(TR*DK),0.0)
      DUA3= MIN(0.5 *((Z(K-1,L,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L-1,1)-Z(K,L-1,1))
     1           *(UR(K,L-1,1)-UR(K-1,L-1,1))
     2                -(R(K-1,L,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L-1,1)-R(K,L-1,1))
     3           *(UZ(K,L-1,1)-UZ(K-1,L-1,1)))/(TR*DK),0.0)
      TUB2=MIN(-0.5*((Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))
     1           *(UR(K,L,1)-UR(K,L-1,1))
     2           -(R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))
     3           *(UZ(K,L,1)-UZ(K,L-1,1)))/(DR*DL),0.0)
      TUB4=MIN(-0.5*((Z(K,L-1,1)-Z(K-1,L-1,1)+Z(K,L,1)-Z(K-1,L,1))
     1           *(UR(K-1,L,1)-UR(K-1,L-1,1))
     2           -(R(K,L-1,1)-R(K-1,L-1,1)+R(K,L,1)-R(K-1,L,1))
     3           *(UZ(K-1,L,1)-UZ(K-1,L-1,1)))/(DR*DL),0.0)
      DO 202 J=1,3
      I=K-2+J
      D1= 0.25*((Z(I-1,L,1)+Z(I,L,1)-Z(I-1,L-1,1)-Z(I,L-1,1))
     1           *(UR(I,L-1,1)-UR(I-1,L-1,1)+UR(I,L,1)-UR(I-1,L,1))
     2          -(R(I-1,L,1)+R(I,L,1)-R(I-1,L-1,1)-R(I,L-1,1))
     3           *(UZ(I,L-1,1)-UZ(I-1,L-1,1)+UZ(I,L,1)-UZ(I-1,L,1)))
      TR1=SQRT((0.5*(Z(I -1,L,1)+Z(I,L,1)-Z(I-1,L-1,1)-Z(I,L-1,1)))**2
     1          +(0.5*(R(I-1,L,1)+R(I,L,1)-R(I-1,L-1,1)-R(I,L-1,1)))**2)
      D2= -0. 25*((Z(I,L-1,1)-Z(I-1,L-1,1)+Z(I,L,1)-Z(I-1,L,1))
     1           *(UR(I-1,L,1)+UR(I,L,1)-UR(I-1,L-1,1)-UR(I,L-1,1))
     2            -(R(I,L-1,1)-R(I-1,L-1,1)+R(I,L,1)-R(I-1,L,1))
     3           *(UZ(I-1,L,1)+UZ(I,L,1)-UZ(I-1,L-1,1)-UZ(I,L-1,1)))
      DR1= SQRT((0.5*(Z(I,L-1,1)-Z(I-1,L-1,1)+Z(I,L,1)-Z(I-1,L,1)))**2
     1          +(0.5*(R(I,L-1,1)-R(I-1,L-1,1)+R(I,L,1)-R(I-1,L,1)))**2)
      DUAK(J)=MIN(D1/TR1,0.0)
      TUBL(J)=MIN(D2/DR1,0.0)
  202 CONTINUE
      DDUA1= ABS(DUAK(3)-DUAK(2))
      DDUA2=ABS(DUAK(2)-DUAK(1))
      TTUB1=ABS(TUBL(3)-TUBL(2))
      TTUB2=ABS(TUBL(2)-TUBL(1))
      WEIT=1.
      IF(K.GE.K1+1) WEIT=K0
      Q1(K-1,L-1,2)=-1.0/V(K-1,L-1,1)*DUA1*(DDUA1+DDUA2) *WEIT
      Q2(K-1,L-1,2)=-1.0/V(K-1,L-1,1)*TUB2*(TTUB1+TTUB2) *WEIT
      Q3(K-1,L-1,2)=-1.0/V(K-1,L-1,1)*DUA3*(DDUA1+DDUA2) *WEIT
  200 Q4(K-1,L-1,2)=-1.0/V(K-1,L-1,1)*TUB4*(TTUB1+TTUB2) *WEIT
      IF(NN.LE.N1) GO TO 1003
      DO 204 K=2,KN-2
      Q1(K,LN,2)=Q1(K,LN-3,2)
      Q2(K,LN,2)=Q2(K,LN-3,2)
      Q3(K,LN,2)=Q3(K,LN-3,2)
  204 Q4(K,LN,2)=Q4(K,LN-3,2)
 1003 DO 203 L=1,LN-1
      Q1(1,L,2)=Q1(2,L,2)
      Q2(1,L,2)=Q2(2,L,2)
      Q3(1,L,2)=Q3(2,L,2)
      Q4(1,L,2)=Q4(2,L,2)
      K=KN-1
      Q1(K,L,2)=0.0
      Q2(K,L,2)=0.0
      Q3(K,L,2)=0.0
      Q4(K,L,2)=0.0
      K=KN
      Q1(K,L,2)=0.0
      Q2(K,L,2)=0.0
```

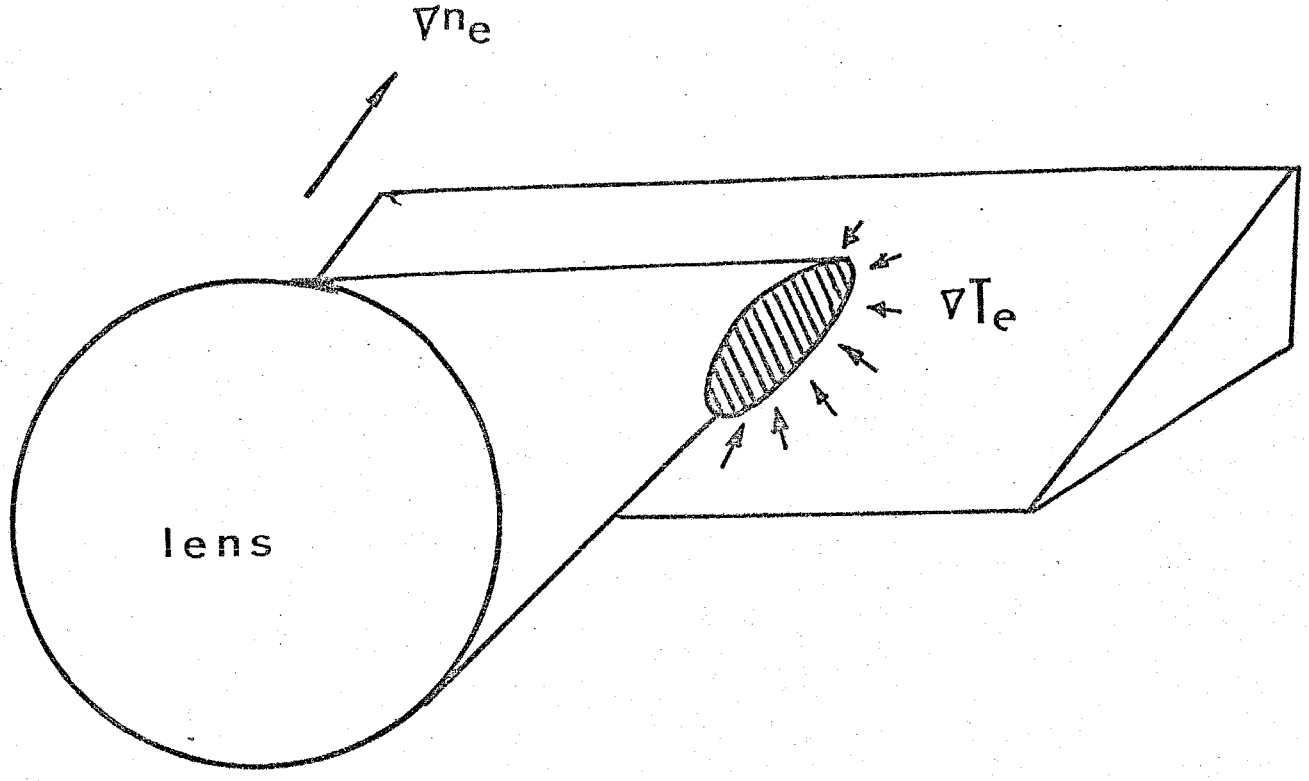
```
203 Q4(K,L,2)=0.0
    DO  300  L=2,LN
    DO 300 K=3,KN
    Y(K-1,L-1,2)=0.25*((R(K,L-1,2)-R(K-1,L-1,2)+R(K,L,2)-R(K-1,L,2))
   1           *(Z(K-1,L,2)+Z(K,L,2)-Z(K-1,L-1,2)-Z(K,L-1,2))
   2           -(R(K-1,L,2)+R(K,L,2)-R(K-1,L-1,2)-R(K,L-1,2))
   3           *(Z(K,L-1,2)-Z(K-1,L-1,2)+Z(K,L,2)-Z(K-1,L,2)))
    V(K-1,L-1,2)=     (R(K,L,2)+R(K-1,L,2)+R(K,L-1,2)+R(K-1,L-1,2))
   1     *0.25*Y(K-1,L-1,2)/AM(K-1,L-1)
    IF(V(K-1,L-1,2).GT.0.) GO TO 9900
    WRITE(6,9901) ((R (J,I,1),I=1,LN),J=1,KN)
    WRITE(6,9901) ((Z (J,I,1),I=1,LN),J=1,KN)
    WRITE(6,9901) ((V (J,I,1),I=1,LN),J=1,KN)
    WRITE(6,9901) ((V (J,I,2),I=1,LN),J=1,KN)
9901 FORMAT((1H ,11E11.4))
9900 CONTINUE
    TRDU=MIN(0.25*((Z(K-1,L,2)+Z(K,L,2)-Z(K-1,L-1,2)-Z(K,L-1,2))
   1           *(UR(K,L-1,2)-UR(K-1,L-1,2)+UR(K,L,2)-UR(K-1,L,2))
   2               -(R(K-1,L,2)+R(K,L,2)-R(K-1,L-1,2)-R(K,L-1,2))
   3           *(UZ(K,L-1,2)-UZ(K-1,L-1,2)+UZ(K,L,2)-UZ(K-1,L,2))
   4           ),0.0)
    DRTU=MIN(-0.25*((Z(K,L-1,2)-Z(K-1,L-1,2)+Z(K,L,2)-Z(K-1,L,2))
   1           *(UR(K-1,L,2)+UR(K,L,2)-UR(K-1,L-1,2)-UR(K,L-1,2))
   2                -(R(K,L-1,2)-R(K-1,L-1,2)+R(K,L,2)-R(K-1,L,2))
   3           *(UZ(K-1,L,2)+UZ(K,L,2)-UZ(K-1,L-1,2)-UZ(K,L-1,2))
   4           ),0.0)
    DEQ=     -DT*V(K-1,L-1,2)/Y(K-1,L-1,2)*(0.25*(Q1(K-1,L-1,1)
   1           +Q1(K-1,L-1,2)+Q3(K-1,L-1,1)+Q3(K-1,L-1,2))*TRDU
   3           +0.25*(Q2(K-1,L-1,1)+Q2(K-1,L-1,2)+Q4(K-1,L-1,1)
   3           +Q4(K-1,L-1,2))*DRTU)
    TE(K-1,L-1,2)=(TE(K-1,L-1,1)+0.5*DEQ)*(V(K-1,L-1,1)/V(K-1,L-1,2))
   1   **0.66666666666
 300 TI(K-1,L-1,2)=TE(K-1,L-1,2)
    IF(NN.LE.N1) GO TO 1004
    DO 306 K=2,KN-1
    Y(K,LN,2)=Y(K,LN-2,2)
    V(K,LN,2)=V(K,LN-2,2)
    TE(K,LN,2)=TE(K,LN-2,2)
 306 TI(K,LN,2)=TI(K,LN-2,2)
1004 DO 307 L=1,LN
    Y(KN,L,2)= 1.E+10
    V(KN,L,2)=Y(KN,L,2)/AM(KN,L)
    V(1,L,2)= V(2,L,2)
    Y(1,L,2)=-Y(2,L,2)
    TE(1,L,2)=TE(2,L,2)
    TI(1,L,2)=TI(2,L,2)
    TE(KN,L,2)=0.0
 307 TI(KN,L,2)=0.0
    DO 306 L=1,LN
    DO 308 K=1,3
    Y (K,L,2)=Y (K,2,2)
    V (K,L,2)=V (K,2,2)
    TE(K,L,2)=TE(K,2,2)
 308 TI(K,L,2)=TI(K,2,2)
    RETURN
    END
```



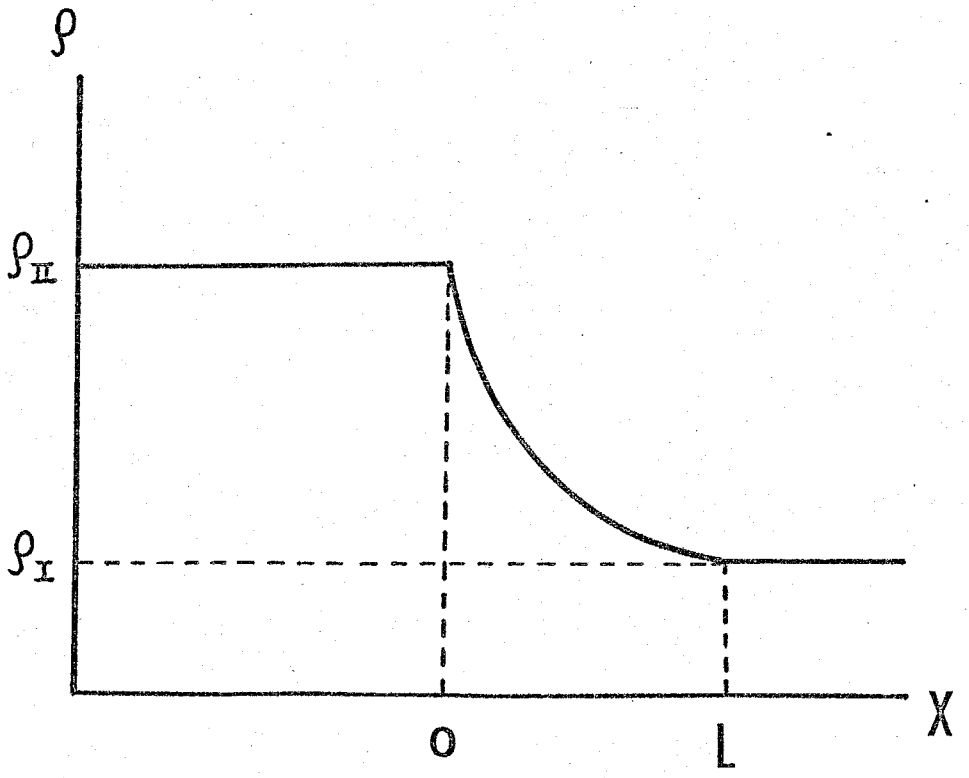
6 - 1



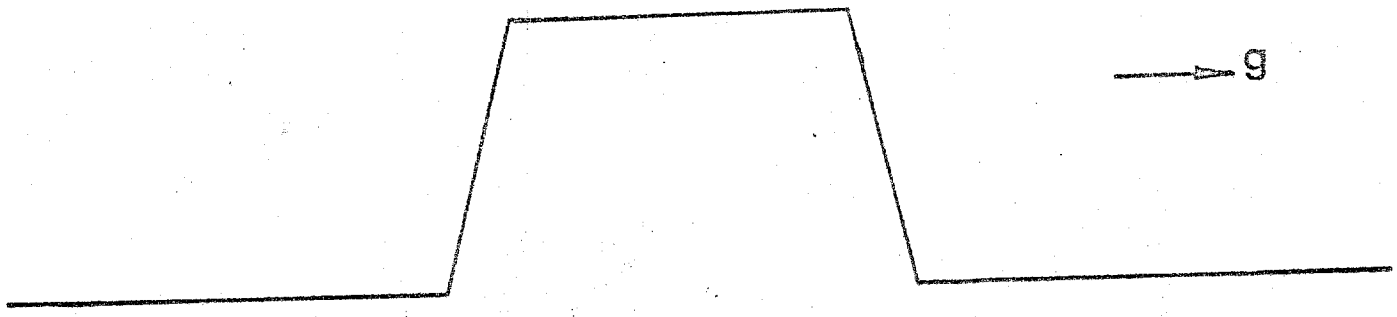
6 - 2



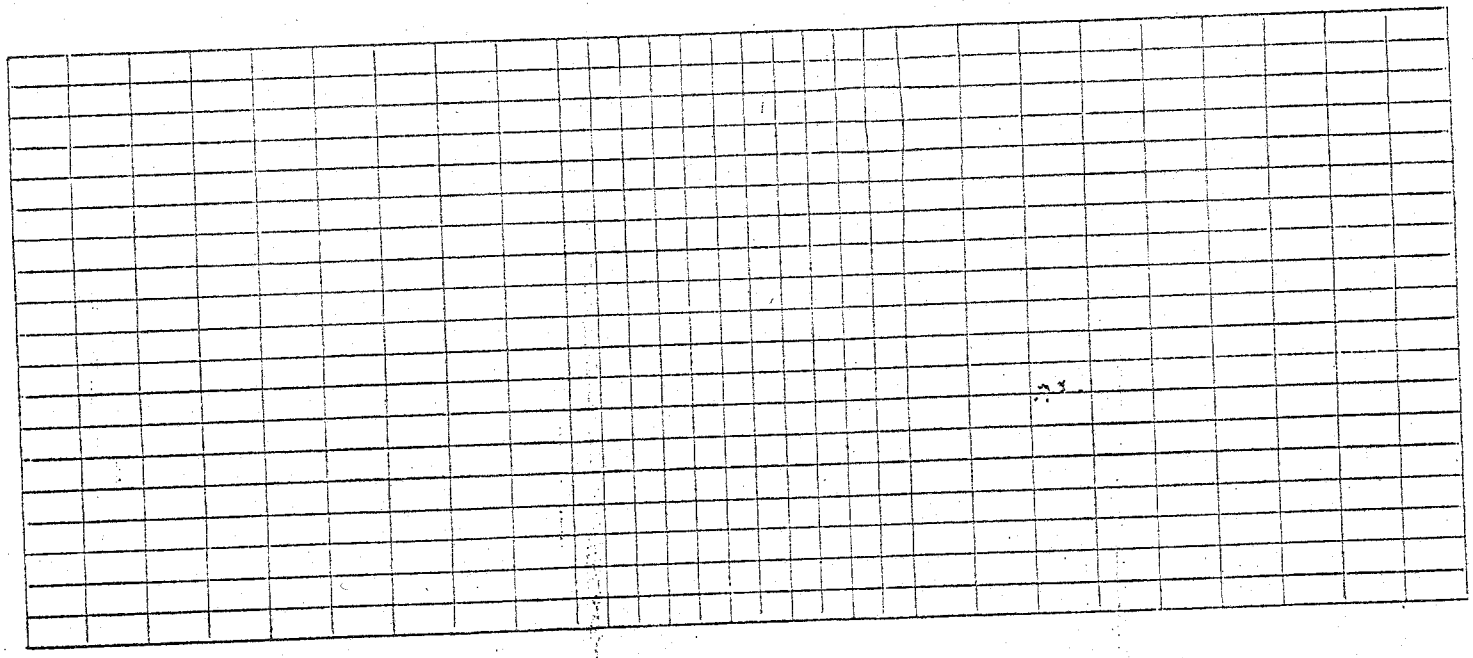
6 - 3



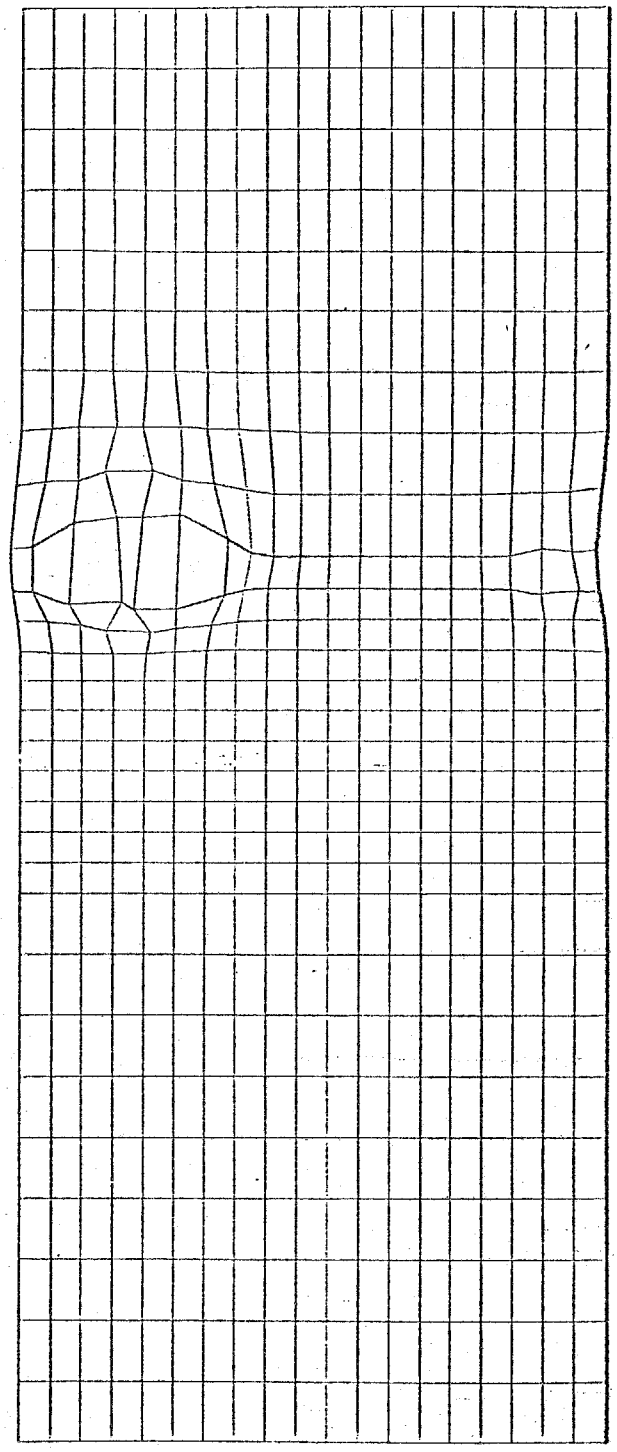
6 - 4



6 - 5(a)



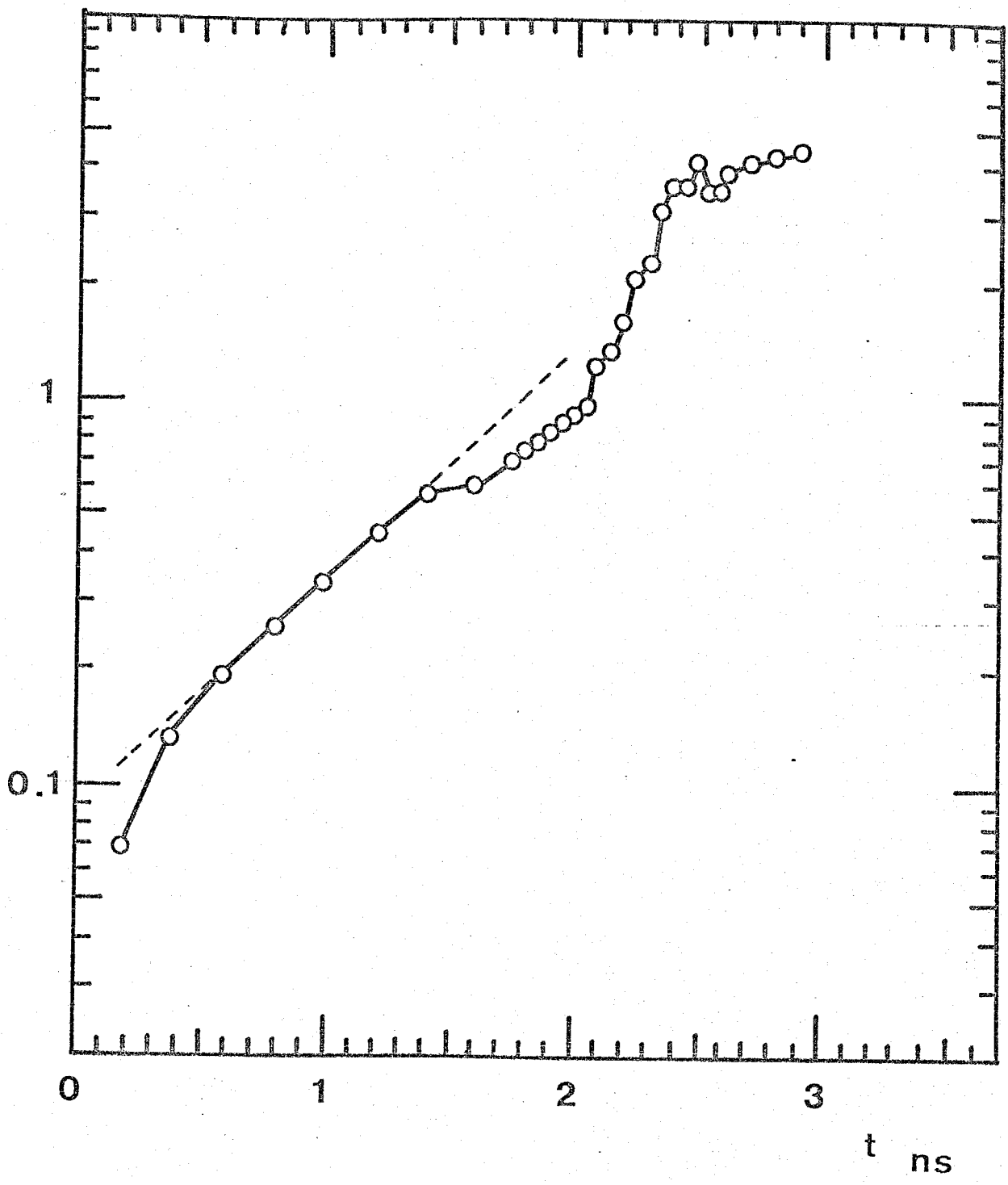
6 - 5 (b)

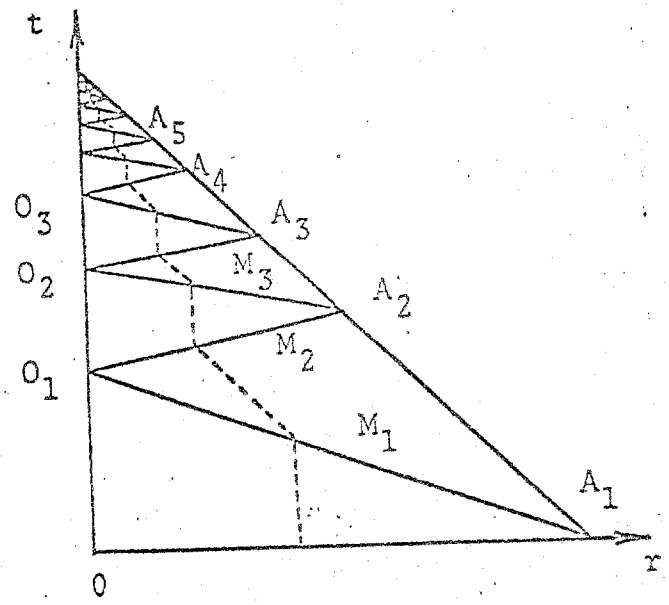


σ

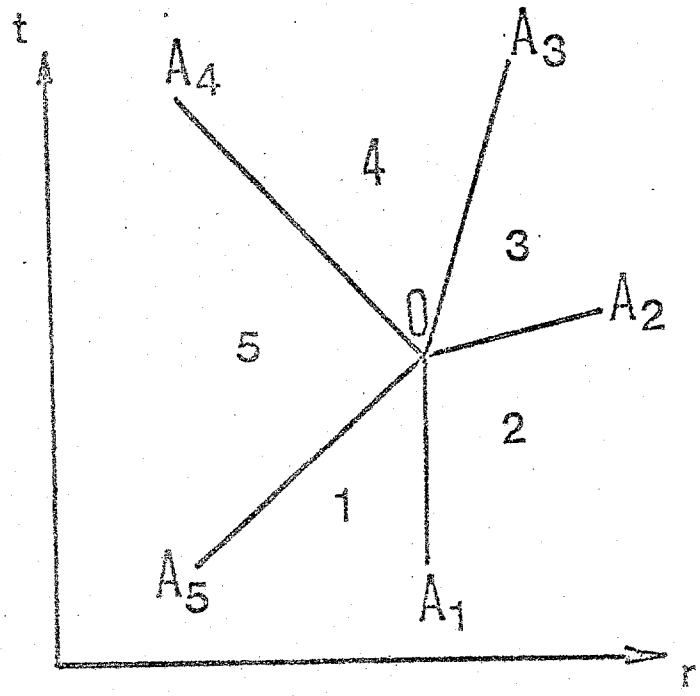
6 1 6

S

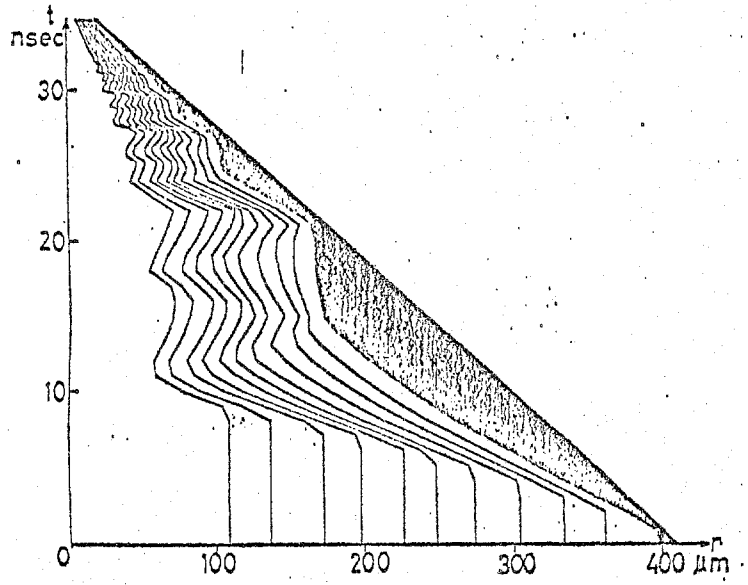

B_z(MG)/ 5.9
1
0.1
0
1
2
3
t ns



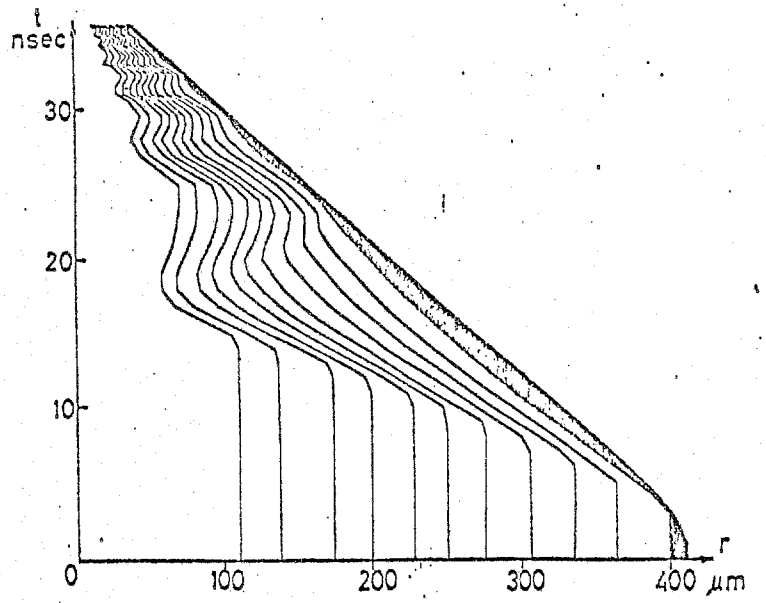
6 - 9



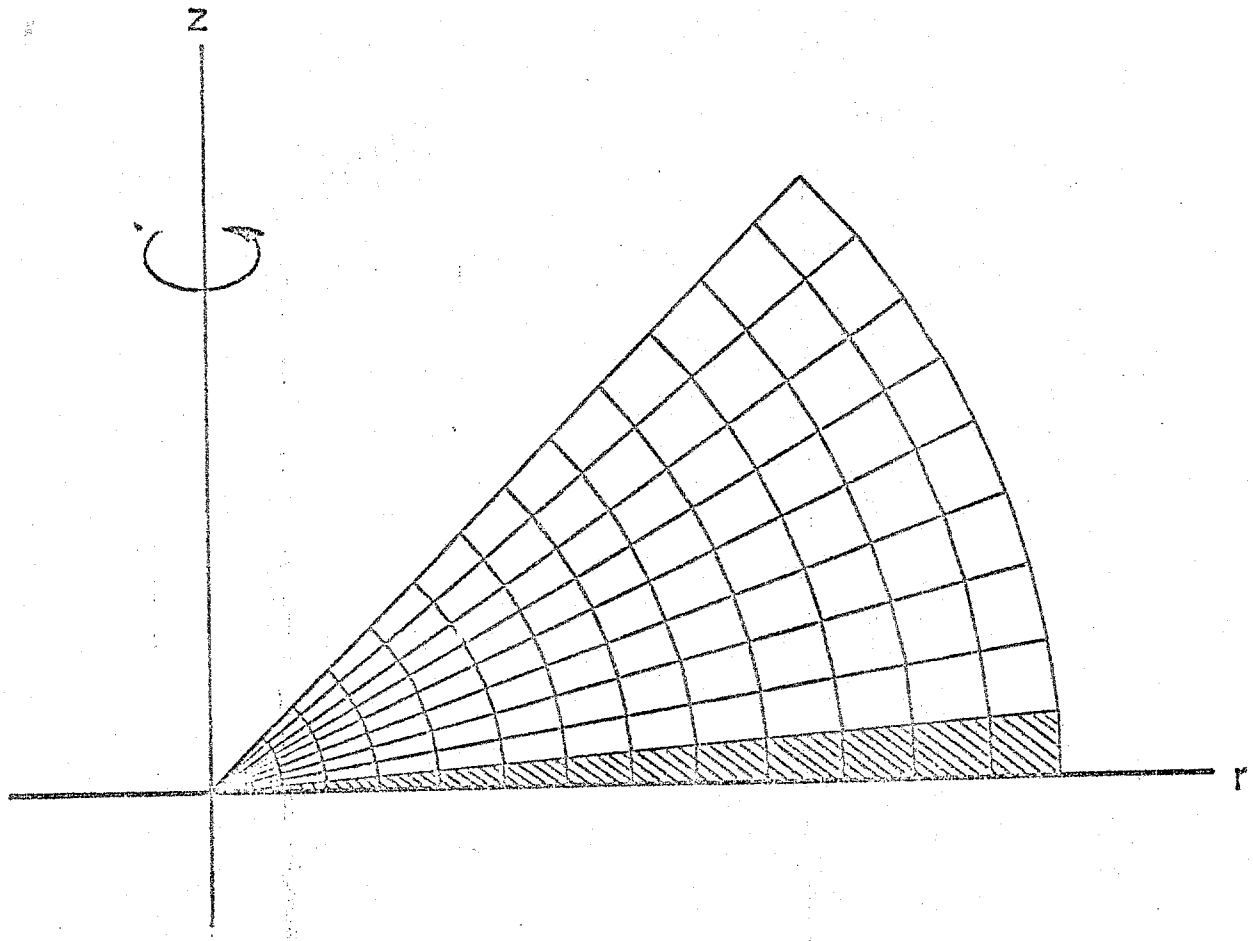
6 - 10

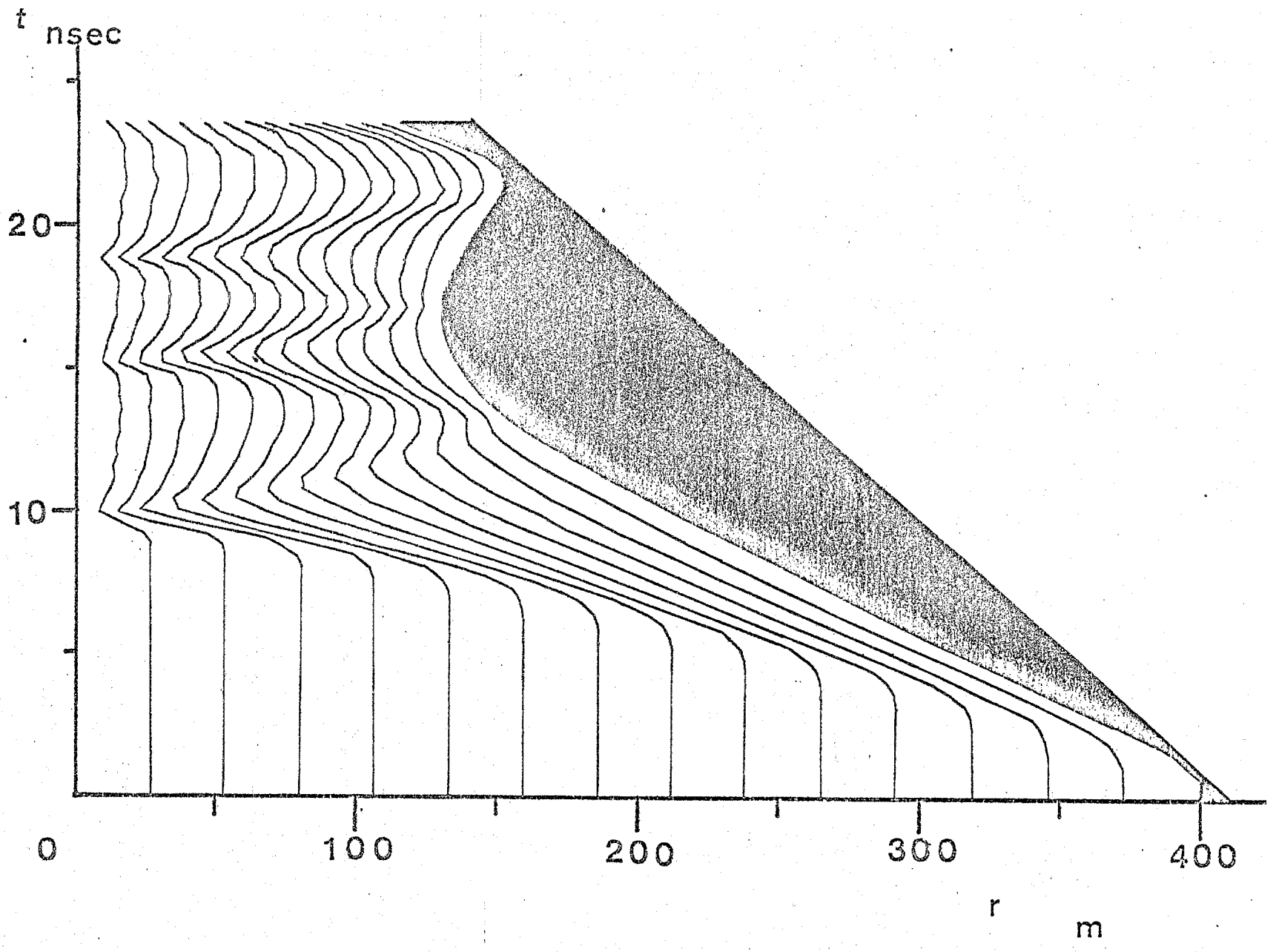

t
nsec
30
20
10
0
100
200
300
400 μm
r

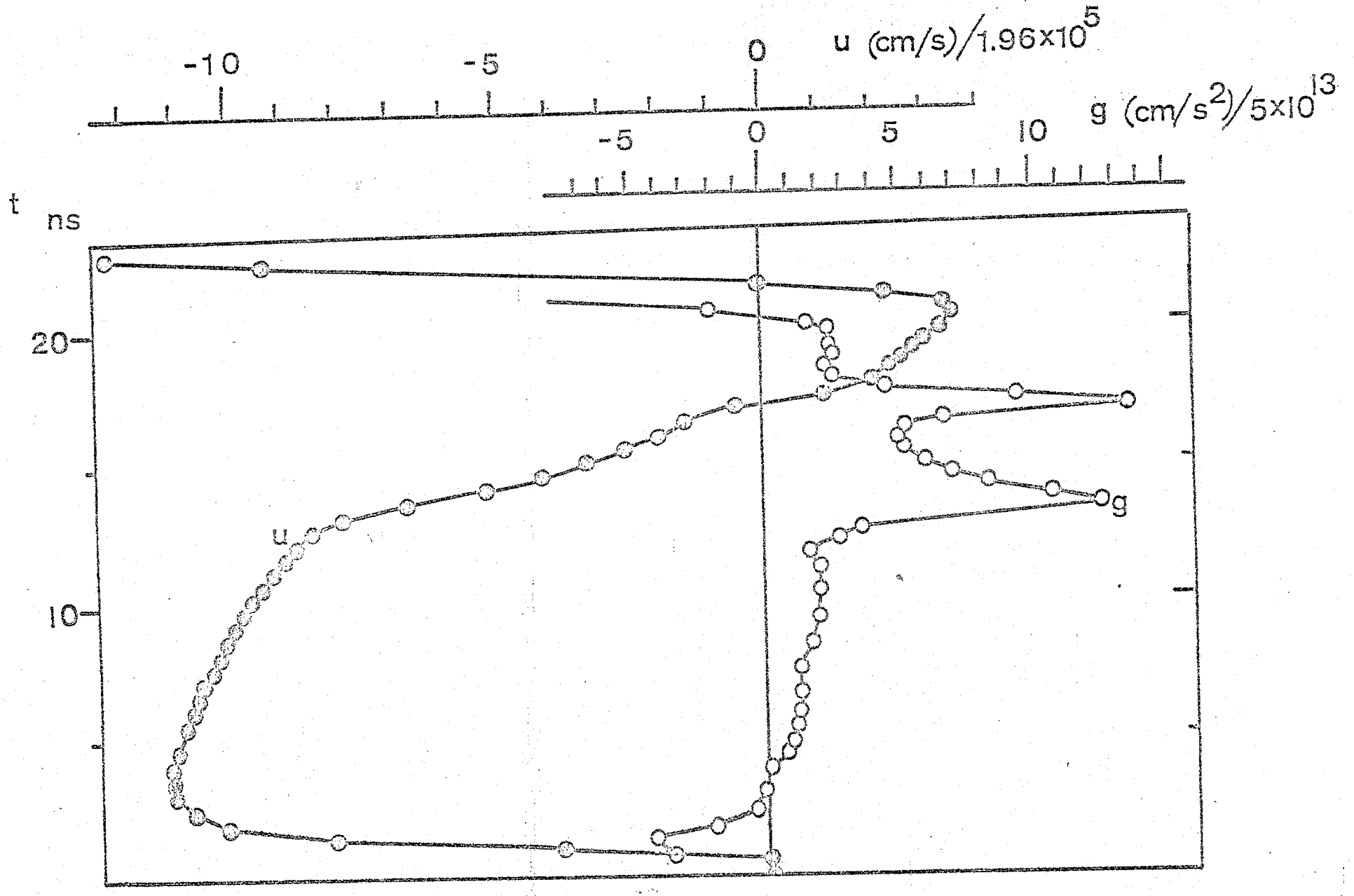
6 - 11

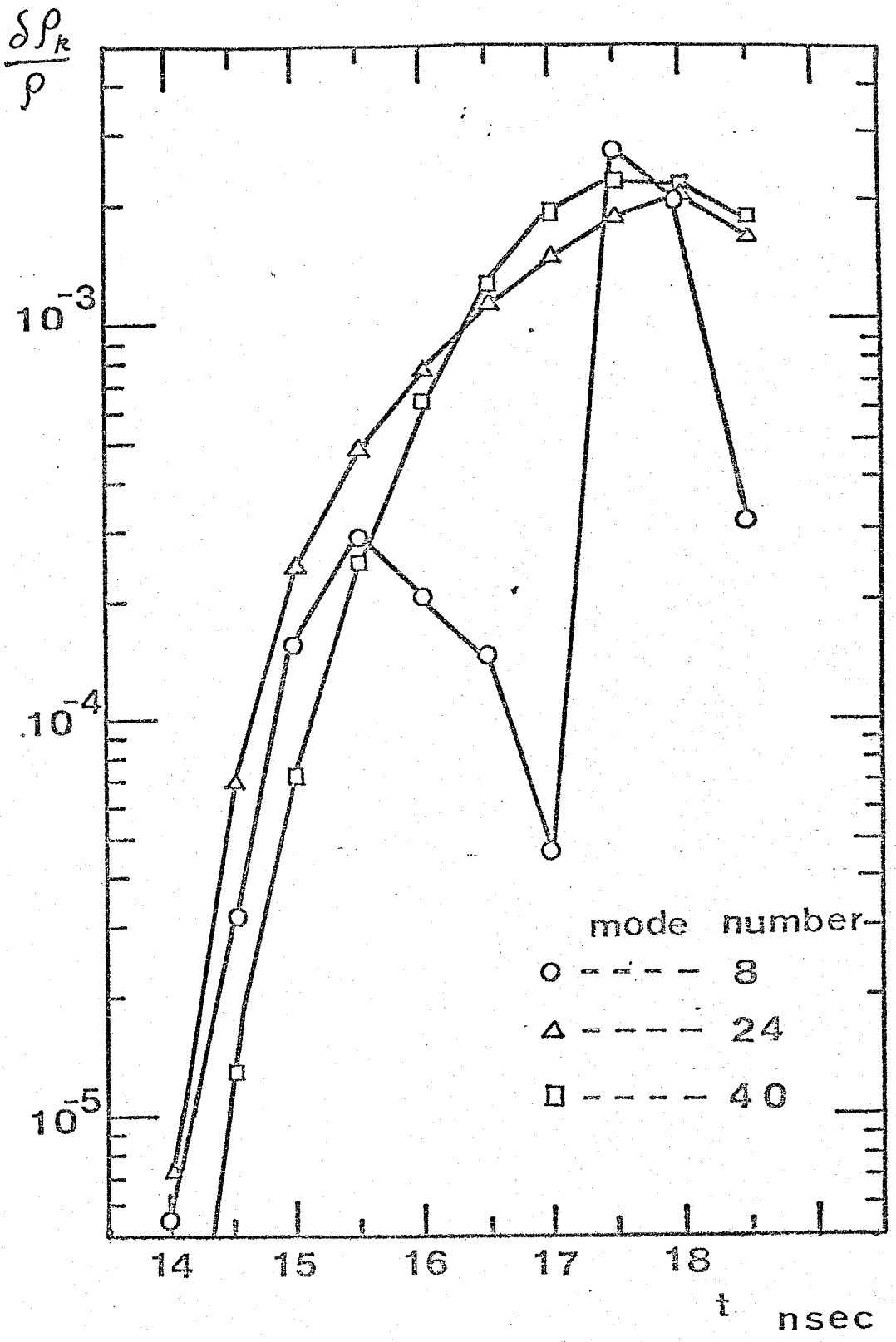

t
nsec
30
20
10
0
100
200
300
400 μm
r

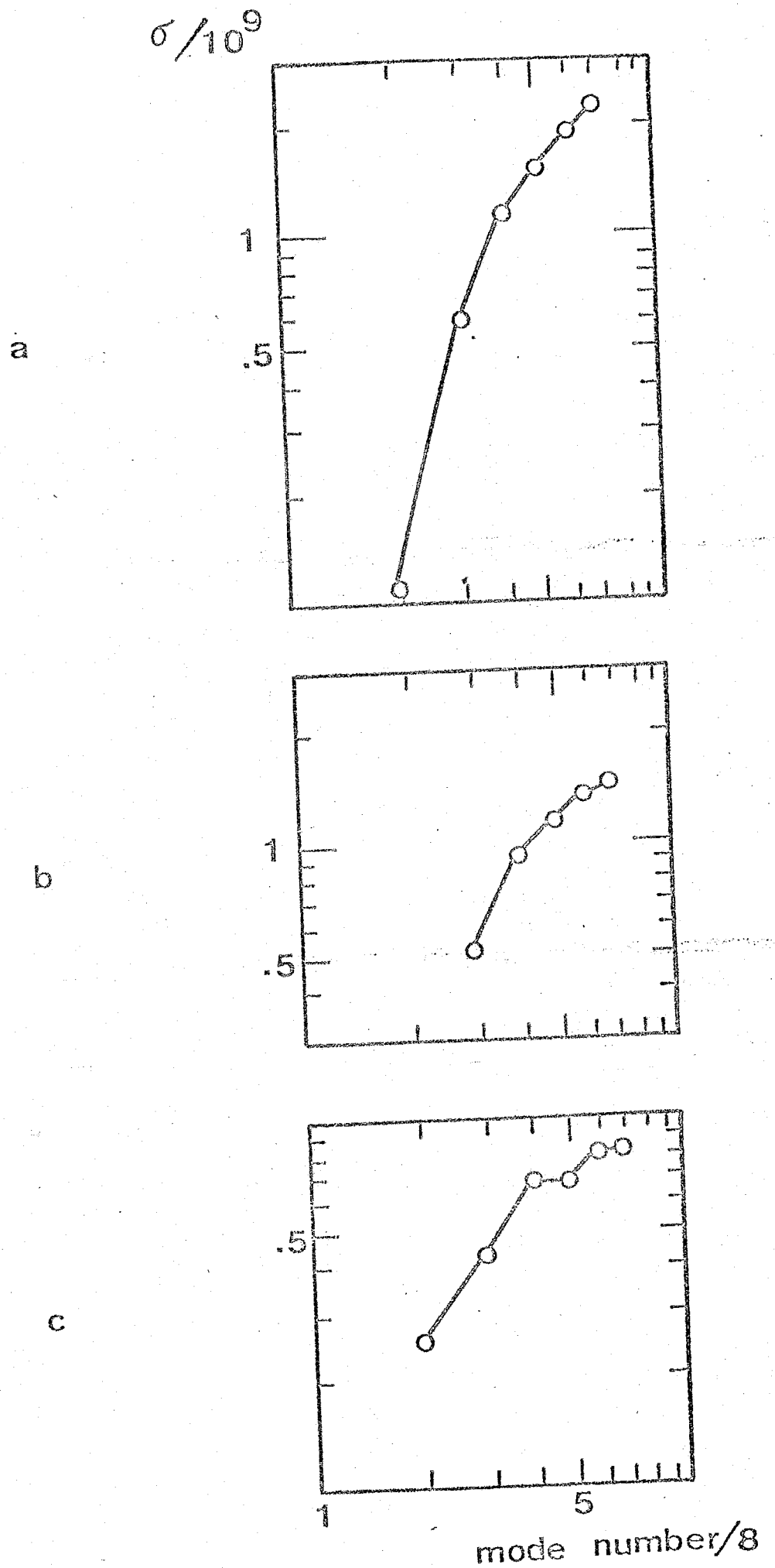
6 - 12

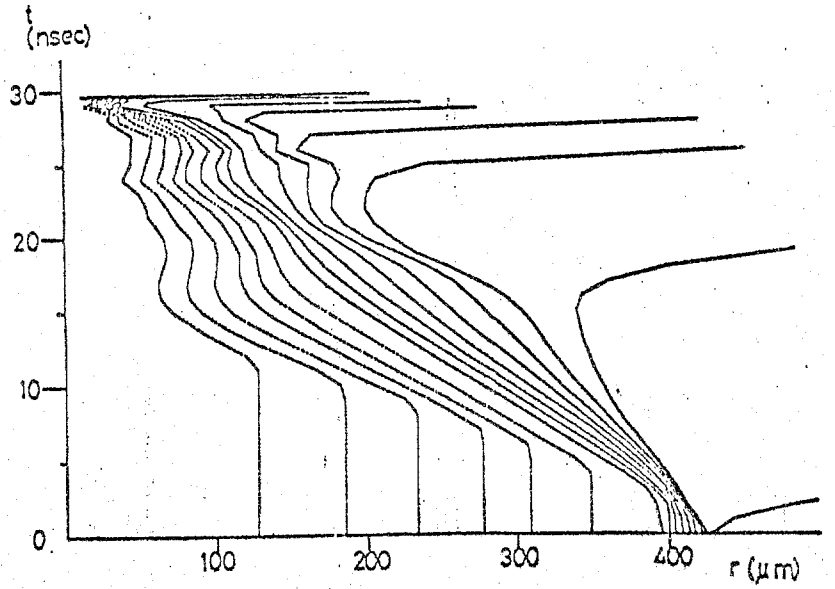

z
r

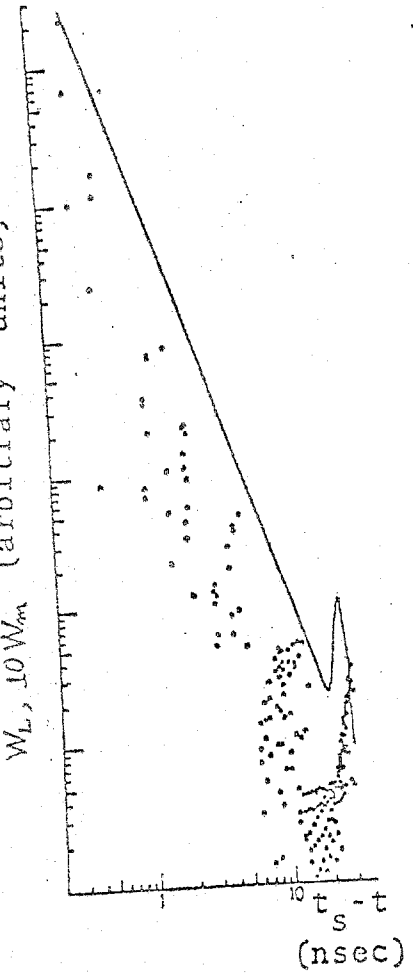

t nsec
20
10
0
100
200
300
400
r
m


u (cm/s)/1.96x10^5
-10
-5
0
g (cm/s^2)/5x10^13
-5
0
5
10
t
ns
20
10
u
g

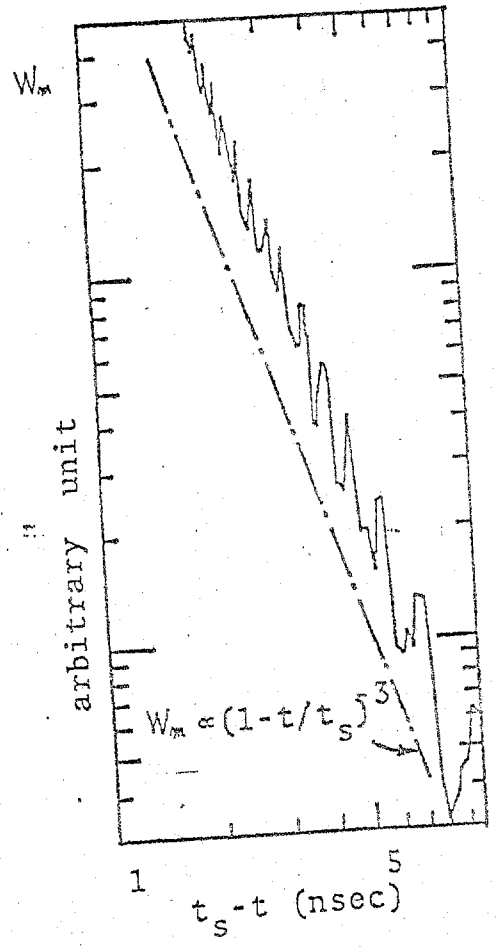

$\frac{\delta \rho_k}{\rho}$
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
14
15
16
17
18
t nsec
mode number
8
24
40


σ/10^9
a
1
.5
1
b
1
.5
c
.5
1
5
mode number/8


t
(nsec)
30
20
10
0
100
200
300
400
r (μm)


W_L, $10W_m$ (arbitrary units)
10
$t_s - t$
(nsec)

6 - 19


W_m
arbitrary unit
$W_m \propto (1-t/t_s)^3$
1
5
$t_s - t$ (nsec)

6 - 20

第7章 結論

レーザー核融合の理論的研究は．大きく二つのグループに分けられる。一つは吸収過程を中心とするもので．この研究領域に関してはかなり多くの研究者が関心を持って．詳しい研究が行なわれてきた．それに対してもう一つのグループは爆縮過程を中心とするもので．多分に工学的色彩が感じられる領域でもあり．本質的に非定常・非平衡状態であるがために必然的にコンピューターによるシミュレーションを行なわなければならないという事情のためであろうか．この領域の研究はごく一部に限られてきた。それ故．吸収過程と爆縮過程の橋渡しを積極的に行なおうとする研究は更に少ないと言える。本論文は．爆縮に関連する種々のプロセスを分析して．爆縮の効率向上のために重要なプロセスを検討することを目的とした。それ故．レーザー光の吸収によってプラズマ（主に電子）に与えられたエネルギーが輸送され．圧縮に要する仕事に変えられるまでの過程と．

爆縮の種々の方法について解析した。

第2章では、爆縮の最も基本的なプロセスを考えた。そこでは、強い衝撃波による圧縮は効率低下の一因となり、出来る限り弱い多数の衝撃波の重ね合わせによる圧縮（所謂、断熱圧縮）の方が好ましいことを明らかにし、そのためにペレット表面に加うるべき仕事を導いた。このような力をペレット表面に与えるためには、レーザー光がカット・オフ密度で遮断されることを利用する。ペレット表面でカットされたレーザー光はそこで吸収され、ペレット表層部を高圧にする。この圧力がペレット表面に加わり、衝撃波を駆動する。第2章では、このようなプロセスを簡単なモデルで取り扱い、チャップマン・ジュゲー条件という燃焼波条件を導入することによって、吸収されたレーザー光のエネルギー・フラックスと表面に加わる圧力との関係を導くことができた。この章の理論の特徴は二つある。一つは、この理論が多重構造ペレットに対して適用できるということであ

る。外側にtamperを配した多重構造のペレットの爆縮では、tamperと燃料D-Tとの境界で起こる希薄波の反射が重要であり、効率の減少につながることが明らかにされた。この点と、第1章でも述べたようなtamperの利点（核融合反応効率の増大、高速電子の遮断）との兼ね合いは再考の余地が残されている。もう一つの特徴は、燃焼波条件の導入の際、チャップマン・ジュゲー条件からのズレ（α）を未定のまま残したということである。解析の結果は、αの圧縮効率に与える影響が非常に大きいということを示した。このαの重要性は、燃焼波領域の解析を詳しく行なうことを要求した。この解析は第3章で行なわれた。レーザー光を吸収しながら膨張する燃焼波領域では熱を輸送するメカニズムが重要である。それ故、このメカニズムとして三つの異なったタイプの現象を対象に解析した。一つは、通常の熱伝導によるもので、音速点における特異性のために解析上の不都合が生ずるが、温度非平衡、粘性等の影響により

これを解消することが可能であり、これによって導かれる燃焼波条件は、チャップマン・ジュゲー条件にかなり近い（$\gamma^{-1/2} \leq \alpha \leq 1$）ことがわかった。次は、高速電子に変換されたエネルギーが高密度領域のプラズマと衝突して熱化するプロセスを考慮したものであり、構造は熱伝導の場合とかなりの違い，カットオフ近傍ではイオン波乱流によって励起された誘導電場により，密度の急峻化が起こることがわかった。　最後の一つは、制限熱流の状況であり、その場合には、燃焼波条件は制限ファクター（f 或いは ϕ_0）に大きく左右されることが明らかにされた。

この制限熱流の燃焼波条件に及ぼす様子の重要性から、第4章では制限熱流の概念を再考した。レーザー核融合の状況下で起こり得る静電不安定性，電磁不安定性を調べ、その中で特に重要であると思われるイオン音波不安定性について詳しく調べ、その制限熱流に与える影響を簡単な理論モデルと超粒子コードによるシミュレーションとを比較しながら

解析した。このようなモデルと、Morseによるモデルとの燃焼波条件に与える影響とを比較し、Morseのモデルの方がより大きいαを与えることが明らかにされた。第2章の結果では、αが大きい方が効率が良いということになる。

第5章では、プラズマ中のマクロな乱れによって、燃焼波に対する状況が変化することを指摘し、そのマクロな乱れを作る原因を線型理論の範囲内で調べた。この章はあくまで第3章の延長であることを常に念頭に置き、吸収点付近でのプラズマの流れが超音速であるか、亜音速であるかの違いの及ぼす影響を調べた。この結果、S-偏光波に対しては超音速流の状況が安定であり、垂直入射とP-偏光波の場合には、流れの速さに関わらず不安定であることが明らかにされた。

第6章では、第5章の乱れよりももっと大きな乱れを問題にした。第2章で解析した爆縮方法は、必ずレーリー・テーラー不安定性に晒されるというこ

とを明らかにし、その不安定性に伴なって、自己磁場が誘起されることを示した。この磁場は、通常の磁場なしの場合の熱伝導率を40分の1程度に減少させる役割を持つことがわかった。熱伝導率の低下はそのまま効率の低下につながることは明らかである。そこで、このような不安定性を克服する方法を考えた。第6章の後半は、この方法の解析にあてられた。簡単な理論によって予測されたこの新しい爆縮の方法は、一次元の球対称シミュレーションの結果とかなりの良い一致を示した。また、二次元のシミュレーションによる安定性の解析も、この簡単な理論の妥当性を支持した。

本論文によって明らかにされた種々の事実は、将来、より詳しいコンピューター・シミュレーションとの比較によって確かめてゆく必要があるであろう。

研究業績

(i) 主論文

(Ⅰ) T.Yabe,K.Niu : "Hydrodynamic Interpretation of Plasma Motions after the Anomalous Heating by a Laser"
J.Phys.Soc.Japan, vol.37, p1445 (1974).

(Ⅱ) K.Niu,T.Yabe,M.Hori : "Instability and Breaking up of a Bulk of Gas with a High Relative Velocity to a Surrounding Liquid"
J.Phys.Soc.Japan, vol.38, p1141 (1975).

(Ⅲ) T.Yabe,K.Niu : "Numerical Analysis on Implosion of Laser-Driven Target Plasma"
J.Phys.Soc.Japan, vol.40, p863 (1976).

(Ⅳ) T.Yabe,K.Niu : "Numerical Analysis on the Stability of Laser-Driven Pellet Implosion"
J.Phys.Soc.Japan, vol.40, p1164 (1976).

(Ⅴ) T.Yabe,K.Niu : "Induced Magnetic Fields in Pellet Plasma Accompanied by Strongly Accelerated Motion"
J.Phys.Soc.Japan, vol.40, p1221 (1976).

(Ⅵ) T.Yabe,K.Niu : "A Model for Super-Compression of a Structured Slab"
Nuclear Fusion, vol.17-2, p269 (1977).

(Ⅶ) H.Murakami,T.Yabe,K.Niu : "Stability of Decelerating Shock Wave"
Trans.Japan Soc. for Aero.Spac.Sci., vol.20, p100 (1977).

(Ⅷ) T.Okada,T.Yabe,K.Niu : "Spontaneous Generation of Electromagnetic Waves in Plasmas with Electron Thermal Flux"
J.Phys.Soc.Japan, vol.43, p1042 (1977).

(IX) T.Yabe,K.Mima,K.Yoshikawa : "Hot-Electron-Driven Ablation Structure"
Submitted for Nuclear Fusion

(X) T.Yabe,K.Niu : " A New Laser-Driven Stable Implosion Scheme.I"
J.Pnys.Soc.Japan, vol.45, p1394 (1978).

(XI) T.Okada,T.Yabe,K.Niu : "Thermal-Flux Reduction by Electromagnetic Instability"
J.Plasma Physics , vol.20, p405 (1978).

(XII) T.Yabe et al : "Computational Study of Laser Implosion and Comparison with Experimental Results at ILE."
Proceedings of 9-th European Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics,Oxford (1979).

(XIII) H.Takabe,T.Yabe,K.Nishihara : " Ablation and Compression Mechanism in Laser Fusion Plasma."
Rev. Laser Engineering, vol.7,p394(1979)

(XIV) T.Yabe et al : "Numerical Modeling of High Energy Electron Transport"
Tech. Rep. Osaka Univ. vol 30,no.1 (1980).

(ii) 参考論文

(III') T.Yabe,K.Niu : "Numerical Analysis on Implosion of Laser-Driven Target Plasma"
I P P J - 208 (1974).

(III") 矢部，丹生："レーザー核融合におけるコンピューターシミュレーション I. レーザーインプロージョン"
核融合研究 vol.34(別冊その1), p3 (1975).

(IV') T.Yabe,K.Niu : "Numerical Analysis on Stability of Laser-Driven Pellet Implosion"
I P P J - 225 (1975).

(VI') T.Yabe,K.Niu : "Analytical Model for Super-Compression of Multi-Structured Pellet"
I P P J - 230 (1975).

(VI") 矢部，丹生："多重構造ペレットの爆縮"
レーザー研究 vol.4, p40 (1976).

(VI''') K.Niu,T.Yabe : " Model for Implosion of Structured Slab"
in "*Laser Interaction and Related Plasma Phenomena*"
vol.4B, p1039 (Plenum Press, New York 1977).

(VIII′) T.Okada,T.Yabe,K.Niu : "Spontaneous Growing Transverse Waves in Plasma Due to a Temperature Gradient"
核融合研究 vol.37(別冊その3), p129 (1977).

(X′) T.Yabe,K.Niu : "Possibility of Stable Implosion of Structured Pellet I."
I P P J - 293 (1977).

(i) 丹生,矢部: "交番電場で誘起されるプラズマ中の非線型波動"
数理解析研講究録 vol.185, P93 (1973).

(ii) K.Niu,T.Yabe : "Hydrodynamic Approach to Implosion of Target Plasma"
レーザー研究 vol.2, p157 (1974).

(ii′) K.Niu,T.Yabe : "Hydrodynamic Approach to Implosion of Target Plasma"
Proc.Seminar on "Laser Interaction with Plasma" (1975).

(iii) H.Murakami,T.Yabe,K.Niu : "Thermal Conductivity in a Laser-Driven-Pellet"
I P P J - 226 (1975).

(iii′) 村上,矢部,丹生 : " 超高速電子の輸送過程に及ぼす影響"
核融合研究 vol.34(別冊その1), p11 (1975).

(iv) T.Yabe,K.Niu : "Rayleigh-Taylor Instability in Laser Fusion"
核融合研究 vol.35(別冊その3),p63 (1976).

(v) T.Yabe,K.Niu : "Electron-Flux Limitation Due to Ion Acoustic Instability"
I P P J - 254 (1976).

(v′) T.Yabe,K.Niu : "Electron-Flux Limitation Due to Ion Acoustic Instability"
Proc.Seminar on "Laser Interaction with Matter" (1977).

参考文献

第1章

(1) J. D. Lawson : Proc. Roy. Soc. London, vol.70, Pt.1, p6 (1957).

(2) N. G. Basov, O.N.Krokhin : Sov.Phys.JETP, vol.19,p123 (1964).
J.M.Dawson : Phys. Fluids, vol.7, p981 (1964).
J.W.Daiber *et. al.* : Phys. Fluids, vol.9, p617 (1966).

(3) M.S.Chu : Phys. Fluids, vol.15, p413 (1972).

(4) J.Nuckolls : in "*Laser Interactions and Related Plasma Phenomena*" vol.3, (Plenum Press, New York, 1974).

(5) J.Nuckolls,L.Wood,A.Thiessen,G.Zimmerman : Nature, vol.239, p139 (1972).

(6) R.E.Kidder : Nuclear Fusion, vol.14, p53 & p797 (1974).

(7) J.S.Clarke,H.N.Fisher,R.J.Mason : Phys.Rev.Letters, vol.30, p89 (1973).

(8) J.D.Lindl,W.C.Mead : Phys.Rev.Letters, vol.34, p1273 (1975).

(9) R.E.Kidder : Nuclear Fusion, vol.16-1, p3 (1976).

(10) W.L.Kruer,J.M.Dawson : Phys.Fluids, vol.15, p446 (1972).

(11) C.Yamanaka *et. al.* : Phys. Rev., vol.A6, p2335 (1972).

(12) J.D.Lindl : Nuclear Fusion vol.14, p511 (1974).

(13) S.Mikoshiba,BAhlborn : Phys.Fluids, vol.17, p1198 (1974).

(14) C.Ferro-Fontan *et.al.* : Phys. Lett., vol.55A, p35 (1975).

(15) R.J.Mason : Nuclear Fusion, vol.15, p1031 (1975).

(16) J.L.Bobin : Phys.Fluids, vol.14, p2341 (1971).

(17) S.J.Gitomer,R.L.Morse,B.S.Newberger : Phys.Fluids, vol.20, p234 (1977).

(18) Yu.V.Afanasiev *et. al.* : Zh.Eksp.Teor.Fiz., vol.71, p594 (1976).

(19) F.S.Felber : Phys.Rev.Letters, vol.39, p84 (1977).

(20) R.L.McCrory,R.L.Morse : Phys.Rev.Letters, vol.38,p544 (1977).

(21) R.L.Morse,C.W.Nielson : Phys.Fluids, vol.16, p909 (1973).

(22) R.J.Bickerton : Nuclear Fusion, vol.13, p457 (1973).

(23) W.M.Manheimer,H.H.Klein : Phys.Fluids, vol.18, p1299 (1975).

(24) W.M.Manheimer : Phys.Fluids, vol.20, p265 (1977).

(25) W.M.Manheimer : Phys.Fluids, vol.19, p1354 (1976).

(26) E.Valeo : Phys.Fluids, vol.17, p1391 (1974).

(27) E.J.Valeo,K.G.Estabrook : Phys.Rev.Letters, vol.34, p1008 (1975).

(28) V.E.Zakharov : Sov.Phys. JETP, vol.26, p994 (1968).
V.E.Zakharov : Sov.Phys. JETP, vol.35, p908 (1972).
V.E.Zakharov,A.M.Rubenchik : Sov.Phys. JETP, vol.38, p494 (1974).

(29) J.N.Shiau,E.B.Goldman,C.I.Wey : Phys.Rev.Letters, vol.32, p352 (1974).

(30) D.B.Henderson,R.L.Morse : Phys.Rev.Letters, vol.32, p355 (1974).

(31) S.E.Bodner : Phys.Rev.Letters, vol.33, p761 (1974).

第2章

(1) J.S.Clarke,H.N.Fisher,R.J.Mason : Phys.Rev.Letters, vol.30, p89 (1973).

(2) 舟生 : "流体物理学" (朝倉, 1971).

(3) R.Courant,K.O.Friedrichs : *"Supersonic Flow and Shock Waves"* (Interscience Publishers, Inc., New York 1948).

(4) 谷内,西原 : "非線型波動" (岩波, 1977).

(5) von Neumann : J.Progress report on the theory of shock waves. National Defense Research Committee, Division 8, Office of Scientific Research and Development No.1140 (1943).

(6) Ya. B.Zel'dovich,A.S.Kompaneets : *"Theory of Detonation"* (Academic Press, New York 1960).

(7) R.E.Kidder : Nuclear Fusion, vol.14, p53 (1974).

(8) K.A.Brueckner,S.Jorna : Rev. Mod. Phys., vol.46, p325 (1974).

第3章

(1) W.L.Kruer, J.M.Dawson : Phys.Fluids, vol.15, p446 (1972).
J.P.Freidberg *et. al.* : Phys.Rev.Letters, vol.28, p795 (1972).

(2) L.Spitzer : *"Physics of Fully Ionized Gases"* (Interscience, New York 1969).
S.I.Braginskii : in *"Review of Plasma Physics"* , vol.1 (Consaltants Bureau, New York 1965).

(3) R.L.Morse,C.W.Nielson : Phys.Fluids, vol.16, p909 (1973).

(4) R.J.Bickerton : Nuclear Fusion, vol.13, p457 (1973).

(5) J.L.Bobin : Phys.Fluids, vol.14, p2341 (1971).

(6) J.Dawson,C.Oberman : Phys.Fluids, vol.5, p517 (1962).
J.Dawson.C.Oberman : Phys.Fluids, vol.6, p394 (1963).

(7) 高部,木村,矢部,西原：日本物理学会，第32回年会予稿集 (1977).

第4章

(1) R.L.Morse,C.W.Nielson : Phys.Fluids, vol.16, p909 (1973).

(2) A.B.Mikhailovskii : "*Theory of Plasma Instabilities*", vol.1
(Consaltants Bureau, New York 1974).

(3) E.S.Weibel : Phys.Rev.Letters, vol.2, p83 (1959).

(4) G.E.Vekshtein,R.Z.Sagdeev : JETP Lett., vol.11, p194 (1970).

(5) R.L.Morse : in "*Mehods in Computational Physics*" , vol 9
(Academic Press, New York 1970).

第5章

(1) R.Z.Sagdeev : in "*Plasma Physics and Problems of Controlled Thermonuclear Reactions*", vol.3
(Pergamon, Oxford 1959).

(2) E.J.Valeo : Phys.Fluids, vol.17, p1391 (1974).

(3) E.J.Valeo,K.G.Estabrook : Phys.Rev.Letters, vol.34, p1008 (1975).

(4) T.H.Stix : "*The Theory of Plasma Waves*" (McGraw-Hill, New York 1962).

(5) J.P.Freidberg et. al. : Phys.Rev.Letters, vol.28, p795 (1972).

第6章

(1) G.Taylor : Proc.Roy.Soc., vol.210A, p192 (1950).

(2) 丹生：“流体物理学” (朝倉, 1971).

(3) W.D.Shultz : in "*Methods in Computational Physics*", vol 3 (academic Press, New York 1964).

(4) S.I.Braginskii : in "*Review of Plasma Physics*", vol.1 (Consaltants Bureau, New York 1965).

(5) R.E.Kidder : Nuclear Fusion, vol.14, p53 (1974).

謝　辞

終わりに臨み、卒業研究に於ける解逅以来、6年間、終始変わらぬ暖かさを持って人間味溢れる御指導をして戴いた、丹生慶四郎教授に感謝の意を表すると共に、ともすれば非現実的な理論に走りがちな著者を叱咤激励して下さった、塩田進助教授に感謝致します。また、研究の遂行に際して、貴重な御意見を賜り、議論をして下さった、山中千代衛教授を始めとする大阪大学レーザー核融合センターの諸先生方、都立工科短期大学の村上弘幸助教授、東京学芸大学の下条隆嗣助手、東京農工大学の岡田利男助手、理化学研究所の丹波護武氏に感謝の意を表します。