

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

題目(和文)	マイクロ波非相反回路に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	荒木純道
Author(English)	Kiyomichi Araki
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第1000号, 授与年月日:1978年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: , Report number:甲第1000号, Conferred date:1978/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

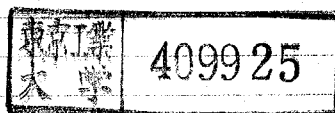
マイク非相反回路  
に関する研究

昭和 53年 1月

指導教官：内藤喜久助教授

提出者：東京工業大学大学院 博士課程  
理工学研究科 電子物理工学専攻

荒木 純道



## 目 次

第1章	序論	1
§ 1	マイクロ波非相反回路の研究の歴史と現状	1
§ 2	マイクロ波非相反回路の研究における問題点	2
§ 3	本論文の構成と成果	3
	文献	6
第2章	フェライト基板ストリップ線路の解析	8
§ 1	まえがき	8
§ 2	フェライト基板ストリップ線路の固有姿態	10
§ 3	エッジガイドモードの伝搬特性と側壁アドミタンス	17
	(1) 半無限導体の境界にアドミタンスを装荷した場合	17
	(2) 有限幅の線路にアドミタンスを装荷した場合	23
§ 4	フェライト基板ストリップ線路における反射問題とその応用	26
	(1) モード整合法による反射問題の解析	26
	(2) 数値計算	29
	(3) 実験結果	34
	(4) 新しい構造のEGMアイソレータ	36
§ 5	非相反導波路と結合線路	38
	(1) 非相反リアクティブ減衰器	38
	(2) 逆結合線路	40
	(3) 非相反導波路と逆結合線路との類似性	42
§ 6	おそび	45
	文献	46
	付録	48
第3章	側壁短絡型エッジガイドモードアイソレータ	56
§ 1.	まえがき	56

§ 2	側壁短絡型フェライト基板ストリップ <sup>o</sup> 線路の伝搬特性	57
§ 3	側壁短絡型エッジガイドモードアイソレータと その動作特性の解析	61
	(1) 実験結果	62
	(2) 反射特性の解析	67
	(3) 電磁界分布	73
§ 4	1.7 GHz 帯エッジガイドモードアイソレータ	84
§ 5	おすび	92
	文献	93
	附録	95
第4章	エッジガイドモード・サーキュレータと磁気同調フィルタ	99
§ 1	まえがき	99
§ 2	エッジガイドモードサーキュレータ	101
§ 3	準サーキュレータの提案と試作	104
§ 4	磁気同調フィルタの動作特性	107
	(1) 実験結果	108
	(2) 理論的考察	113
	(3) 不平衡円形共振器	117
§ 5	おすび	120
	文献	121
	附録	123
第5章	サーキュレータの不変量	127
§ 1	まえがき	127
§ 2	回路不変量とそれに基づく解析法	127
§ 3	3ポートサーキュレータの不変量	132
	(1) 回転対称性	132
	(2) 回転対称性を保存する相互無損失6ポート回路	133

	(3) 3ポートサーキュレータの不変量	136
§ 4	nポートサーキュレータの不変量	138
§ 5	おまじ	140
	文献	141
	附録	143
第6章	サーキュレータの標準形式と性能指数	148
§ 1	まえがき	148
§ 2	サーキュレータの標準形と一般形	148
§ 3	サーキュレータの性能指数	152
§ 4	サーキュレータの補償回路の能力	156
	(1) 従来の補償回路の能力	156
	(2) 新しい補償回路の能力	159
	(3) 補償回路中の損失の影響	159
§ 5	nポートサーキュレータへの拡張	160
§ 6	おまじ	160
	文献	161
	附録	162
第7章	結論	165
	謝辞	167
	本研究に関する発表論文・資料	168

## 第1章 序論

### § 1-1. マイクロ波非相反回路の研究の歴史と現状.

第2次世界大戦後間もなくして、磁化されたフェリ磁性体が非相反な磁気的特性を示すこと、特にマイクロ波帯で顕著な特性を示すことが明らかにされた。即ち、1949年には Polder によって<sup>(1)</sup> 強磁性体がマイクロ波帯においてファラデー回転を示すことが指摘され、謂ゆる Polder のテンソル透磁率の公式が導出された。更に、1952年には、Hogan が<sup>(2)</sup> フェリ磁性体がやはりマイクロ波帯で顕著なファラデー回転を示すことを明らかにし、マイクロ波非相反回路の実現可能性を指摘した。その当時は、マイクロ波工学及び工業の勃興期に当り、戦時中の主たる研究対象であったレーダーからマイクロ波通信へとその応用分野を拡大しつつあった時期であった。そのため、フェリ磁性体を用いたマイクロ波非相反回路の研究も急速に進展し、サーキュレーター、アイソレーター、非相反移相器、スイッチ、変調器等の重要な回路が実現された。そして、これらの回路を用いることにより、通信システム的设计、構成は容易なものになった。

また、フェリ磁性体を用いた回路は、回路理論的に見ても、「非相反受動回路」という従来考えられていなかった新しい研究分野を提供した。Tellegen は、1948年に「ジアイレーター」なる概念を提案し、非相反受動回路の研究の先鞭をつけた。<sup>(3)</sup> 以後、Carlin 等によって、非相反回路に対する回路細的考察が推進され、非相反回路の構成論<sup>(4)</sup> や物理的実現性が研究された。<sup>(5)</sup>

その後も、マイクロ波工学の研究は着実に進展し、今日の隆盛を見るに至った。特に、1960年代におけるマイクロ波トランジスタ及びガンダイオードインパットダイオード等のマイクロ波半導体素子の出現は、マイクロ波回路の固体化、集積化を促進し<sup>(6)</sup>、それと共に回路構成は、導波管系からストリップ線路系へと漸次移行していった。

また、最近では、家庭用電子レンジ、タバコの乾燥機、ビルの破壊、トンネルの掘削等にマイクロ波電力が用いられており、それらに対する実用研究も盛んに行なわれている。<sup>(7)</sup> 更に、マイクロ波の生体への影響や、より進んで癌の診断や治療等の積極的応用も、研究されつつある。<sup>(8)</sup> このように、マイクロ波工学の研究成果は、広く現代社会に生かされている記である。

## § 1-2. マイクロ波非相反回路の研究における問題点

マイクロ波工学は、既に述べたように社会の情報通信システムの建設に、多大な貢献をなして来た。しかし、現代の複雑な情報化社会においては、マイクロ波工学に課せられる要求は、ますます高次元なものになって来ており、我々マイクロ波工学に従事する者は、これからも社会の要請に答えて行かねばならない。即ち、ミリ波通信に代表される広帯域超多重通信においては、回路特性の広帯域化が、また現在既に行なわれている衛星通信や将来予定されている衛星放送においては、受信回路系の低損失化、低雑音化が、さらにレーダーや長距離中継通信においては、回路の大電力化が、また経済性、信頼性の向上を目的とした回路の集積化においては、小型軽量簡易化が、各々要求されているのである。そして、このような要求、つまり回路の広帯域化、低損失化、大電力化、小型化、軽量化等は、マイクロ波非相反回路にも当然のことながら課せられて来ている。

それと同時に、非相反回路に対する回路理論的研究にも、まだ多くの未解決な問題が残されている。例えば、「非相反回路は、何をなし得るのか」というような問題は基本的ではあるが、それだけ重要であり、こうした問題を種々の観点から検討することは、ただ単に理論的興味ということ以上に、具体的な回路の設計製作を行なって行く上での指針や方法論を与えてくれるはずであり、充分その意義を持ち得ると考えられる。

本研究は、以上に述べた状況背景の下に、マイクロ波非相反回路の研究を行

なったものであり，上記の諸問題のうちの幾つかについて，著者なりの解決法を試みたものである。より具体的に述べると，磁化フェライトを基板としたストリップ線路構造で，マイクロ波非相反回路を構成し，回路の広帯域化，集積化，高順逆方向比，小型化等を図ると共に，重要な非相反回路であるサーキュレーターに関して，回路網的考察を行ない，サーキュレーターの回路特性についてのより深い洞察を得ることを，目的としたものである。

### § 1-3. 本論文の構成と成果.

では，次に本論文の構成について，簡単に説明しておく。本論文は，7章から成っている。第1章は，序論であり，本研究の背景，目的，概要をまとめたものである。次の第2章から第4章までは，マイクロ波非相反回路の設計製作に関する実用研究である。ここでは，マイクロ波非相反回路をフェライト基板上の平面回路構造で，全て実現している。そのような回路を，特にエッジガイドモード (Edge-guided Mode) デバイスと呼んでいる。<sup>\*</sup> 導波管系で構成されていた従来の非相反回路に比べて，EGM デバイスは，広帯域な特性を有し，集積化に適するという利点を持っている。<sup>(10)</sup> 第2章では，まずフェライト基板のストリップ線路の解析を行ない，通常の等方性誘電体基板のストリップ線路には見られなかった特徴的な伝搬特性を明らかにした。特に，固有姿態の伝送電力に関する重畳性が，媒質の損失によって成立しなくなることを明らかにした。次に，終端開放と終端短路という2つの基本的反射問題を取り上げ，これをモード整合法に基づいて<sup>(11)</sup>，数値解析した。その結果，両者の反射係数の大きさは，完全磁気壁，完全電気壁という終端条件にも拘らず，1未満であり，特に終端短路時には，殆んど反射が生じないことが判明した。更に，このことは実験的にも確認された。結局，フェライト基板ストリップ線路においては，終端短路がほぼ無反射終端と見なせることがわかったので，この性質を応用して，新しい構造のEGMアイソレータを開発した。<sup>(12)</sup> 最後に，

\* 1970年，Hines によって提案された。<sup>(9)</sup>



フェライト基板ストリップ線路も含めたより一般的な非相反導波路の伝播特性に考察を加え、逆方向結合線路との間に密接な類似性が成立することを明らかにし、更には逆方向結合線路の多段接続の問題を簡単化する手順を示した。また、この議論の過程で、回路網の無損失性に関する簡潔な必要十分条件式を得た。<sup>(13)</sup>

続いて第3章は、著者が新たに開発した側壁短絡型EGMアイソレータに関する研究成果をまとめたものである。<sup>(14)</sup> 従来のEGMアイソレータが付加的な抵抗体を必要していたのに対して、ここで提案された側壁短絡型は、フェライト媒質のみ損失を利用するだけで付加的抵抗体を一切用いていない簡単な構造のものであり、しかも高アイソレーションを有することを特長としている。このアイソレータの動作特性について、詳細な理論的及び実験的検討を行ない、設計の基礎資料を得ると共に、特性の改善方法を示した。更に、電々公社が行なっているW404ミリ波通信システムにおける中間周波数帯である1.7GHz帯のEGMアイソレータを、小型化を図りつつ開発し、所望の特性を得ることができた。<sup>(15)</sup>

第4章では、EGMサーキュレータと、磁気同調フィルターについて、検討を行なった。印加直流磁界の分布を不均一にすることによって、EGMサーキュレータを広帯域にできることを示すと共に、反射型増幅器等に用いる時に有利な「準サーキュレータ」というものを提案し製作した。<sup>(16)</sup> 磁気同調フィルターは、今迄述べたデバイスが主にフェライトの非相反性を利用していたのに対し、フェライト透磁率の直流磁界依存性を利用したものであり、やはりこれがフェライト基板上の平面回路<sup>(17)</sup>で構成できることを示した。また、同調特性について検討を行ない、従来円板共振器等で用いられている準静近似に基づく解析に不備があることを指摘した。

後半の第5章と第6章とでは、重要な非相反回路であるサーキュレータに関して、回路網的考察を一般的に展開した。<sup>(18)(19)</sup> サーキュレータに限らず、多くの回路において、特性改善のために外部に補償回路を付けることが、しばし

ば行なわれるが、今迄サーキュレータの補償回路の補償能力は、どれだけあるのかという問題に対する検討はなされていなかった。また、サーキュレータ自体に関しても、どのようなサーキュレータが良いサーキュレータであるのかということも、未解決のままであった。ここでは、回路不変量という観点から、上記の問題を解決した。

まず第5章では、従来のサーキュレータの補償回路の不備を指摘し、新たにより一般的な6開口補償回路を提案した。更に、回路の回転対称性を手掛りに  $|P_1 - P_2| / |1 - P_1^* P_2| (= m)$  という量が、サーキュレータの不変量になることを明らかにした。但し、 $P_1, P_2$  は、正相、逆相の固有反射係数である。また、以上の議論をn開口サーキュレータに拡張し、不変量が  $\left[ \frac{n-1}{2} \right]^+$  個存在することを示した。

続いて第6章では、この不変量をもとにサーキュレータの性能指数を導出した。この指数は、サーキュレータの標準形における伝達量に相当する。なお、標準形とは、完全整合、完全アイソレーションを満足するサーキュレータのことであり、適当な補償回路を付けることによつて、不完全なサーキュレータは常に標準形に変換できることがわかった。また、一般の不完全なサーキュレータは、完全なサーキュレータ動作をする部分と寄生のリアクタンス6開口回路の部分とに、分離して表現できることも証明された\*。更に、従来の補償回路と新しい補償回路の能力とを、各々明らかにすると共に、以上の議論をn開口サーキュレータに対して拡張した。その結果、5開口以上と4開口以下とには、大きな差異があることもわかった。

最後の第7章は結論であり、本研究で得られた結論をまとめ、今後に残された問題点を明らかにしている。

†  $[ \quad ]$  は ガウス記号。

\* そのような表現形式を「サーキュレータの一般形」と呼ぶことにする。

## 1章の文献.

- [1] D. Polder, "On the theory of ferromagnetic resonance",  
Phil. Mag., vol. 40. pp. 99-115, 1949.
- [2] C. L. Hogan, "The ferromagnetic Faraday effect at  
microwave frequencies and its applications", Bell. Syst.  
Tech. J. vol. 31. pp. 1-31, Jan., 1952.
- [3] B. D. H. Tellegen, "The Gyrator, A New Electric Network  
Element", Phillips Res. Rep., vol. 3, Apr. 1948.
- [4] H. J. Carlin, "Synthesis of Nonreciprocal Networks", Proc.  
of the Symp. on Modern Network Synthesis, Polytechnic  
Institute of Brooklyn. Apr., 1955.
- [5] H. J. Carlin, "On the Physical Realizability of Linear  
Non-Reciprocal Networks", Proc. I.R.E., vol. 43, No. 5,  
May, 1955.
- [6] 植え原道行, 「マイクロ波半導体デバイス」, コロナ社, 1971.
- [7] Proceedings of IMPI Short Course For Users of  
Microwave Power. Nov., 1970.
- [8] 山浦逸雄, 「マイクロ波と生体 - 生体効果と生体計測 -」 信学会,  
マイクロ波研資 MW77-67, Sept., 1977.
- [9] M. E. Hines, "A New Microstrip Isolator and Its Application  
to Distributed Diode Amplification", 1970 IEEE Int. Micro-  
wave Symp. Dig., pp. 304-307, 1970.
- [10] M. E. Hines, "Reciprocal and Nonreciprocal Modes of  
Propagation in Ferrite Stripline and Microstrip Devices",  
IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-  
19, No. 5., May, 1971, pp. 442-451,
- [11] K. Yasuura, "A View of Numerical Methods in Diffraction

- Problems". The XVIth General Assembly of the URSI, Aug., 1969.
- [12] K. Araki, T. Koyama, & Y. Naito, "Reflection Problems in a Ferrite Stripline", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Vol. MTT-24, No.8, pp.491-498, Aug., 1976.
- [13] 荒木純道, 「受動回路網の無損失性に関する必要十分条件式」信学会, 論文誌 (A), (技術談話室) Vol.59-A, No.9, pp.772, Sept.1976.
- [14] K. Araki, T. Koyama, & Y. Naito, "A New Type of Isolator Using the Edge-Guided Mode", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-23 (Letter), pp.321, Mar., 1975.
- [15] 荒木, 内藤, 三木, 「エッジガイドモードデバイスに関する2つの考察」, 信学会. マイクロ波研資, MW76-29, June, 1976.
- [16] 荒木, 小山, 内藤, 「エッジガイド形サーキュレータについて」信学会, 電子部品・材料研資, CPM74-77, Dec., 1974.
- [17] 大越, 三好, 「平面回路」, オーム社, 1975.
- [18] 荒木, 内藤, 「サーキュレータに関する回路論的考察」信学会, マイクロ波研資, MW76-108, Dec., 1976.
- [19] 荒木, 内藤, 「サーキュレータに関する回路論的考察(II)」信学会, マイクロ波研資, MW77-72, Sept., 1977.

## 第2章 フェライト基板ストリップ線路の解析

### §2-1. まえがき

初期のマイクロ波回路は、殆んど導波管系で構成されていた<sup>(1)</sup>。しかし、導波管では、TEM波の伝送が行なえないので、帯域は最も広くとれたとしても1オクターブまでであり、実際はせいぜい30%程度の比帯域が限度である。一方、同軸線路やストリップ線路では、TEM波伝送が可能であり、導波路としては直流から伝送可能で、同軸線路系やストリップ線路系で回路を構成すれば、広帯域特性が期待できる。特に、近年の写真印刷技術の急速な進歩によって、ストリップ線路は非常な注目を浴びるようになった。つまり、マイクロ波回路の大量生産、低コスト化、軽量化が可能となって来たのである。

マイクロ波非相反回路も、ストリップ線路系で構成すれば、上記の利点を生かせると考えられた。1970年、M.E. Hines は従来の等方性誘電体基板の代わりに、フェライトを基板として用いたストリップ線路の伝搬特性を検討した。<sup>(2)(3)</sup> その結果、フェライト基板に対して垂直に直流磁界を印加すると、ストリップ線路の一方の端のみに電磁界が集中して伝

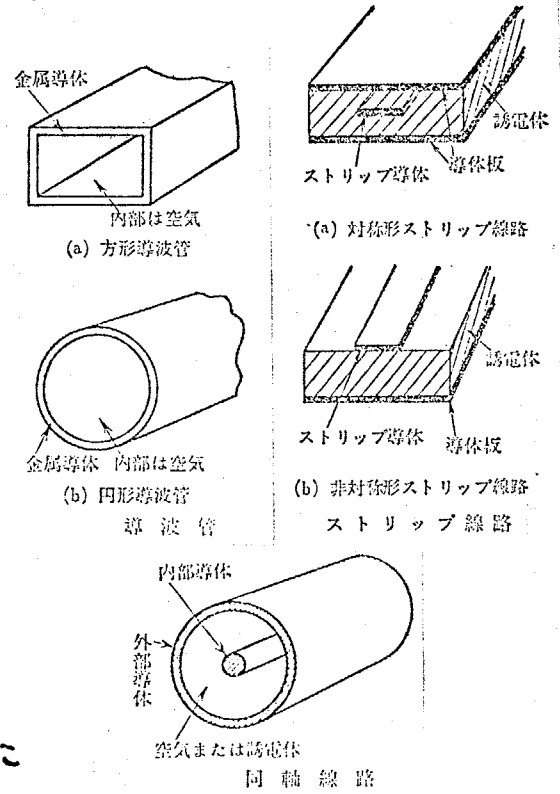


図1. マイクロ波帯導波路

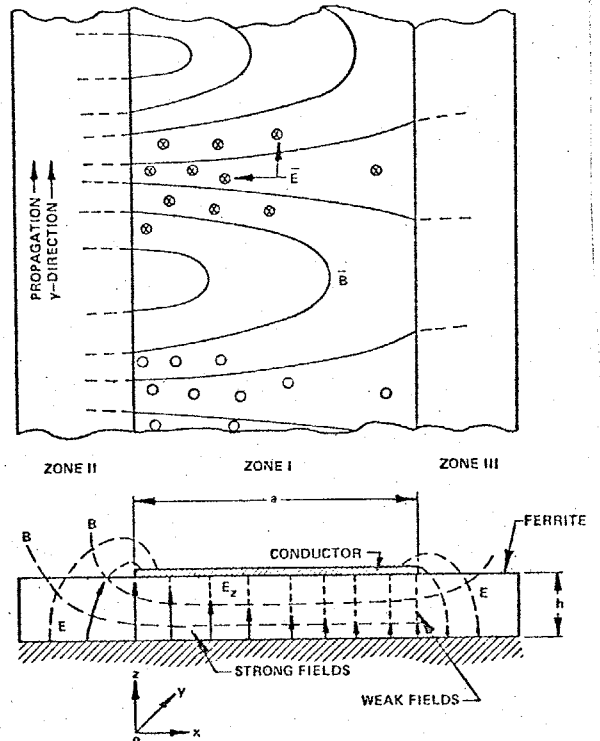


図2. Microstrip line showing RF fields of dominant mode. Dc magnetization is in z direction.

搬していく姿態が存在することが明らかになった。この姿態は、図2に示すような、ほぼ指数函数的な電磁界分布をしている。また、この姿態は磁気壁に沿って伝搬する一種の表面波と見なすこともでき、エッジガイドモード (Edge-Guided Mode 略して E.G.M) と呼ばれている。<sup>\*</sup>

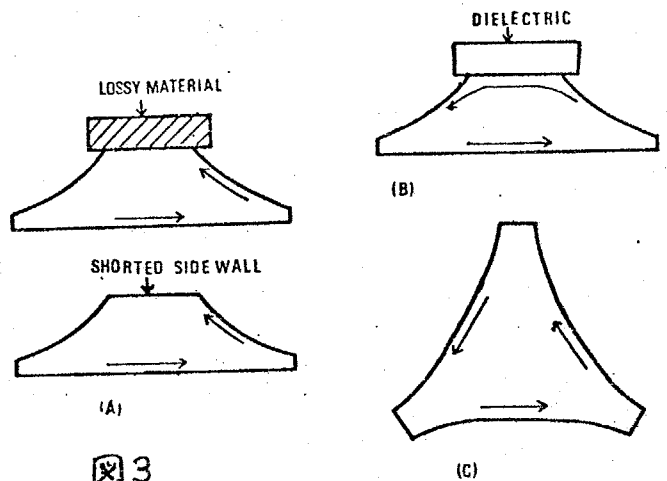


図3. EG mode devices. (a) Isolator. (b) Nonreciprocal phase shifter. (c) Circulator.

更に、この姿態はストリップ線路の基本姿態であるTEM波がフェライトの非相反異方性により擾動を受けたものと考えることができ、準TEM波とも呼ばれる。<sup>\*\*</sup>

この波は、伝搬方向を逆にするか、もしくは直線境界の方向を逆転させれば、電磁界の偏位する方向が逆になる。そのため、図3に示すように非相反回路が容易に実現できることになる。例えば、線路の一方に端に抵抗体を置けば、伝搬方向によって電磁波の減衰割合に差が生じ、非相反減衰器つまりアイソレータが構成できる。また、誘電体等の導波媒質を置けば、伝搬方向によって位相推移量が異なり、非相反移相器が構成される。更に、ポート数を3に増せば、やはり伝搬の一方方向性によりサーキュレータが構成される。また、負性誘電抗と組み合わせれば、進行波型増幅器が構成できることになる。

そこで、本章では広帯域性、集積性にすぐれたEGMデバイスの設計を行なう上での基礎資料を得るため、フェライト基板ストリップ線路の伝搬特性について詳細な検討を行なう。そして、通常の誘電体基板の場合の伝搬特性との比較を行ない、非相反導波路としての特徴を明らかにする。特に、基本波であるEGMと境界条件との関係をも2-3において、検討する。また、終端短絡、終端開放という2つの基本的な反射問題を取り上げ、誘電体ストリップ線路では見られなかった現象を明らかにする。更に、この現象を応用した新しい構造

\* "ペリフェリモード" (Periphery Mode) と呼ばれることもある。  
 \*\* 実際、 $E_z = H_z = 0$  である。しかし、フェライトの異方性により  $B_z \neq 0$  となる。

のEGMアイソレータを提案，試作し，これが高アイソレーションを有することを示す。最後に，非相反導波路の伝搬特性と，結合線路の伝搬特性との類似性を明らかにする。

### § 2-2. フェライト基板ストリップ線路の固有姿態

電磁気現象に関する全ての事項は，マックスウェル方程式を解くことから始まると言っても過言ではない<sup>(4)</sup>。導波管系やストリップ線路系で構成された回路も，その特性を理解するにはマックスウェル方程式を解かねばならない。特に，導波路の伝搬特性の解析は，固有姿態と呼ばれるマックスウェル方程式の簡単な解，つまり伝搬軸方向に指数函数的変化をする解を求めることから始まる。では，フェライト基板ストリップ線路の固有姿態を導出しよう。

マックスウェル方程式は，周知のように

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega[\mu] \cdot \mathbf{H} & (1a) \\ \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E} & (1b) \end{cases}$$

で与えられる。但し，時間因子として  $e^{j\omega t}$  を仮定している。E, H は，各々電界，磁界ベクトルである。

座標系を図3のようにとり，直流磁界をz軸方向に印加すると，フェライトのテンソル透磁率は，

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu & -j\kappa & 0 \\ j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる。<sup>(5)</sup>

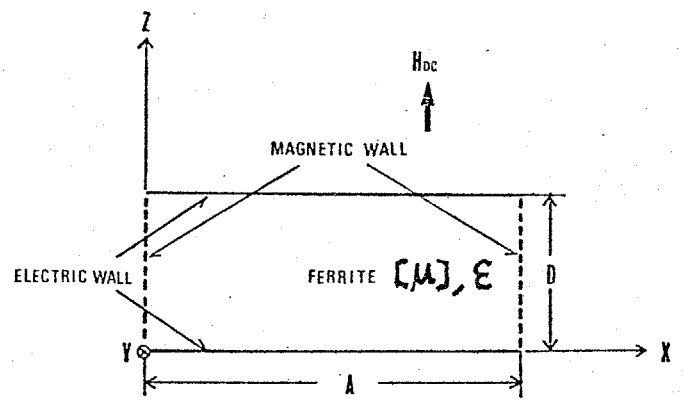


図.3 Analytical model of a ferrite stripline.

但し、 $\mu$ ,  $\kappa$  の周波数分散及び直流磁界依存性は、ほぼ (3) (4) 式で与えられる。

$$\mu = 1 + \frac{(\omega_i + j\omega\alpha)\omega_m}{(\omega_i + j\omega\alpha)^2 - \omega^2} \quad (3)$$

$$\kappa = \frac{\omega\omega_m}{(\omega_i + j\omega\alpha)^2 - \omega^2} \quad (4)$$

ここで、 $\omega_m = \gamma \cdot 4\pi M_s$ ,  $\omega_i = \gamma H_i$  であり、 $4\pi M_s$  はフェライトの飽和磁化、 $H_i$  は内部直流磁界、 $\gamma$  は磁気回転比 ( $= 2\pi \times 2.8$  (Hz/Gauss)) である。また、 $\alpha$  は共鳴吸収の半値幅に関係した量で、磁気共鳴半値幅  $\Delta H$  とは  $\gamma \Delta H = 2\alpha\omega$  で結びついている。なお、 $\varepsilon$  はフェライトの誘電率であり、マイクロ波帯では、ほぼ一定値で  $\varepsilon \cong 13 \sim 19$  の範囲にある。誘電体の損失は、非常に少なく  $\tan\delta = 10^{-3} \sim 10^{-4}$  程度である。また、厚さの薄いフェライト平板の垂直方向に磁界を印加しているのど、 $z$  方向の反磁場係数は  $N_z = 1$  となり、外部磁界  $H_0$  は、

$$H_0 = H_i + 4\pi M_s \quad (5)$$

で与えられる。なお、 $z$  方向の透磁率は、飽和時においてほぼ  $\mu_z = 1$  である。

ストリップ線路\* は開放構造の導波路であるので、上下導体に挟まれた領域の外側にも、電磁界は存在するが、この電磁界が伝搬特性に及ぼす効果はそれ程大まかないとしてこれを無視し、線路の両端で磁気壁を仮定することにする\*\*。さらに、基板の厚さは波長に比べ十分薄いのど、また構造上の変化も $z$  軸方向にはないので、 $z$  方向には変化のない電磁界分布のみを考慮しておけば、十分である。

$\partial/\partial z = 0$  を考慮して、(1) 式を書き直すと、

$$\begin{cases} \nabla_t \times E_t = -j\omega\mu_z H_z \\ \nabla_t \times E_z = -j\omega[\mu_t] \cdot H_t \end{cases} \quad (6)$$

$$(7)$$

\* なお、本研究では、不平衡型ストリップ線路のみを実験に用いた。不平衡型の方が、平衡型よりはるかに製作・調整が容易である。

\*\* 磁気壁仮定の妥当性については、第4章で検討する。



$$\begin{cases} \nabla_t \times H_{tz} = j\omega \epsilon E_z & (8) \\ \nabla_t \times H_z = j\omega \epsilon E_t & (9) \end{cases}$$

となり、(6)(9)から決まるもの ( $E_t, H_z$ ) と、(7)(8)から決まるもの ( $E_z, H_t$ ) とに分類できる。前者はTE波、後者はTM波に相当する。<sup>\*</sup> 但し、添字  $t$  のついた量は、 $z$  軸と垂直方向を意味している。

ところが、 $z=0$  と  $z=D$  とに導体があるので、TE波は存在しえない。そこで、以後TM波だけを考察する。

(7)(8)式より、唯一の電界成分  $E_z$  に関する方程式を導くと、

$$(\nabla_t^2 + \omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon) E_z = 0 \quad (10)$$

となる。但し、 $\nabla_t^2$  は  $x$ - $y$  面内のラプラスアンであり、 $\mu_{\text{eff}}$  は実効透磁率と呼ばれるものである。

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{\mu^2 - \kappa^2}{\mu} \quad (11)$$

で定義されている。

一方、磁界成分は(7)式から、つまり

$$H_x = \frac{1}{j\omega \mu_{\text{eff}}} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial y} - j \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (12)$$

$$H_y = \frac{1}{j\omega \mu_{\text{eff}}} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} + j \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \right] \quad (13)$$

で与えられる。

では、(10)式の2次元ヘルムホルツ方程式を変数分離形で解く。

$$E_z = \psi(x) e^{-\gamma y} \quad (14)$$

とかくと、(10)式より  $\psi(x)$  に関する方程式が得られる。

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + \gamma^2 \right) \psi(x) = 0 \quad (15)$$

\* 但し、ここでは、軸を  $z$  方向として分類している。

但し,  $p^2 = \delta^2 + \omega^2 \mu_{eff} \epsilon$  (16)

である。さらに,  $x=0, a$  で開放という境界条件,

$$\left(\frac{d}{dx} - j\frac{\epsilon}{\mu}\delta\right)\psi(x) \Big|_{x=0, a} = 0$$
 (17)

より (15) 式の解, つまり固有状態函数は, 次のようになる。

(0次)  $\psi_0(x) = \exp(-\alpha x)$  (18)

$$\alpha = \frac{\epsilon}{\mu} \omega \sqrt{\mu}$$
 (19)

$$\delta_0 = j\omega \sqrt{\epsilon \mu}$$
 (20)

(n次)  $\psi_n(x) = \cos p_n x + j \frac{\epsilon}{\mu} \frac{\delta_n}{p_n} \sin p_n x$  (21)

$$p_n = n\pi/a$$
 (22)

$$\delta_n = \sqrt{p_n^2 - \omega^2 \mu_{eff} \epsilon}$$
 (23)

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

0次状態の界分布は特徴的であり, 線路の一方の端に集中した指数函数分布をしている。また, その集中度はテンソル透磁率の非対角要素に比例していることもわかる。さらに, 直流磁界の方向を反転させれば,  $\mu$  の符号が反転し, 0次状態の分布は逆の端に集中することがわかる<sup>†</sup>。一方, 高次状態の界分布は周期的であり, 線路の一方の端に偏位することはない。

ところで,  $\mu > 0, \mu_{eff} < 0$  なる周波数帯域を考えてみると\*, それは,

$$\omega_1 < \omega < \omega_2$$
 (24)

であることがわかる。(図4)

但し,  $\omega_1 = \sqrt{\omega_i (\omega_i + \omega_m)}$  (25)

$$\omega_2 = \omega_i + \omega_m$$
 (26)

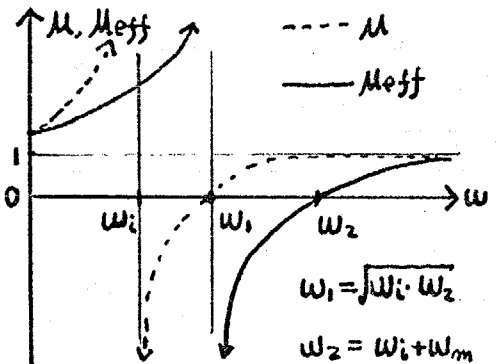


図4. 周波数分散

\*. 一応, ここではフェライトの損失は無視しておく。  
 †. この状態を, イッパカイデッド・モードと呼んでいる。

(24) 式で与えられる周波数範囲では、(20) (23) 式からわかるように、線路幅  $a$  に無関係に 0 次姿態だけが伝搬姿態となり、他の高次次態は全て非伝搬姿態となる\*。これは、フェライト基板ストリップ線路に固有な特徴的伝搬特性である。

同様に、後退波に対しては各固有姿態分布は、次のようになる。

$$(0 \text{ 次}) \quad \phi_0(x) = \exp(\alpha x) \quad (27)$$

$$(n \text{ 次}) \quad \phi_n(x) = \cos \Gamma_n x - j \frac{\kappa}{\omega \mu} \frac{\gamma_n}{\Gamma_n} \cdot \sin \Gamma_n x \quad (28)$$

直流磁界の方向を反転させることと、伝搬方向を反転させることは等価であることが、上式からわかるが、このことは線路構造の対称性を考慮すれば、当然の帰結である。

このように、図 3 の線路構造では非相反媒質を内部に含みながらも、伝搬定数は正負一対 ( $\gamma$  と  $-\gamma$ ) で存在するので、ただ単に伝搬だけを取り上げれば、相反な導波路と見なすことができるかもしれない。しかし、伝搬方向によって姿態分布が異なって来る。そこで、さらに線路構造を非対称にすれば、(例えば、線路の一方の端を短絡する\*\*) 伝搬定数  $\gamma$  は正負一対の組では存在しなくなり、伝送線路としての非相反性はより明白となる。

ところで、(18) ~ (28) 式の電界に対応する磁界  $H_x$  は、(12) 式より、

前進波

$$(0 \text{ 次}) \quad \eta_0(x) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \exp(-\alpha x) \quad (29)$$

$$(n \text{ 次}) \quad \eta_n(x) = \frac{\gamma_n}{j\omega\mu} \cos \Gamma_n x - \frac{\kappa}{\omega \mu} \frac{\omega \epsilon}{\Gamma_n} \cdot \sin \Gamma_n x \quad (30)$$

後退波

$$(0 \text{ 次}) \quad \xi_0(x) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \exp(\alpha x) \quad (31)$$

$$(n \text{ 次}) \quad \xi_n(x) = -\frac{\gamma_n}{j\omega\mu} \cdot \cos \Gamma_n x - \frac{\kappa}{\omega \mu} \cdot \frac{\omega \epsilon}{\Gamma_n} \cdot \sin \Gamma_n x \quad (32)$$

\*. 実際、EGM デバイスの動作帯域は、ほぼ  $\mu_{eff} < 0$  なる範囲である。

\*\* . このことは、§2-3, §2-5, 第3章で更に検討する。

となる。

以上で、図3の線路構造における固有姿態が明らかになった。

### 〈固有姿態間の直交性〉

導波管の伝送理論等がよく知られているように、固有姿態間には「直交性」という重要な性質が成立している。<sup>(6)</sup>では、フェライト基板ストリップ線路の場合はどうであるか？

フェライトのテ=ソル透磁率の非対角成分 $\kappa$ の導入により、固有姿態間には次のような関係式が成立する。(→附録I)

$$(\gamma_m^* - \gamma_n) \int_0^a \Psi_m^*(x) \cdot \Psi_n(x) dx = j \frac{\kappa}{\mu} [\Psi_m^*(x) \Psi_n(x)]_0^a \quad (33)$$

ところで、姿態間の「直交性」という数学的表現は、姿態間の伝送電力の「重畳性」という物理的内容を意味していると考えるならば、非対角成分 $\kappa$ の導入によっても、「直交性」は成立していることがわかる。

つまり、 $n$ 次と $m$ 次の姿態が重畳されて伝送しているとし、

$$E_z = A_n \Psi_n(x) e^{-\gamma_n y} + A_m \Psi_m(x) e^{-\gamma_m y} \quad (34)$$

$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_{eff}} \left[ A_n (\gamma_n \Psi_n(x) + j \frac{\kappa}{\mu} \Psi_n'(x)) e^{-\gamma_n y} + A_m (\gamma_m \Psi_m(x) + j \frac{\kappa}{\mu} \Psi_m'(x)) e^{-\gamma_m y} \right] \quad (35)$$

という形を仮定する。この時の伝送電力の相関項を計算してみると、

$$P_{n,m} = \operatorname{Re} \left[ \iint (E_{zn}^* \cdot H_{xm} + E_{zm}^* \cdot H_{xn}) dx dz \right] = 0 \quad (36)$$

となる。(→附録II) なお、\*は複素共役の意味に用いている。

(36)式の導出過程において、(33)式を用いた。逆に、 $P_{n,m} = 0$ なるためには、(33)式が必要なることがわかる。

そこで、(33)式は、やはり固有姿態間の直交関係式と呼ぶことにする。

しかしながら、以上の議論は、フェライトの損失を考慮していない場合に限って成立するか、損失を考慮すると(33)式は成立せず、電力の重畳性も失なわれることがわかる。誘電体基板の場合では、そのようなことはなく、たとえ媒質に損失があったとしても、電力の重畳性は成立する。<sup>\*</sup> この点は、両者の大きな相違点のうちの一つであるが、こうしたことが、フェライト基板伝送線路における不連続問題や反射問題<sup>\*\*</sup>の解析を複雑にしていると鬼われる。

### 〈固有姿態の性質〉

ここで、等方性誘電体基板の場合と比較しつつ、フェライト基板ストリップ<sup>o</sup>線路の固有姿態の性質について、まとめておく。

誘電体基板	フェライト基板
姿態函数は、実函数である。 つまり、断面内での位相差はない。	無損失時の0次姿態のみ実函数で、高次姿態は全て断面内で位相差がある。
特性インピーダンスは、断面内で同一の値を持つ。	0次姿態以外は、特性インピーダンスは、断面内で一定でない。
姿態函数は、進行波も後退波も同一である。	伝搬方向によって、姿態函数は異なる。
エバネセントな高次姿態の伝送電力は、断面の到る所で0である。	エバネセントな高次姿態は、伝送電力の断面内積分量のみか0で、各点では0ではない。
いつでも、電力の重畳性が成立する。 <sup>***</sup>	無損失時のみ、電力の重畳性が成立する。

表 1. 固有姿態の性質

\*. 不完全電気壁で囲まれた導波路では、内部媒質が相反媒質であっても、電力の重畳性は成立しない。

\*\* 2-4. 第3章で検討する。

\*\*\*. 前進波と後退波との重畳性は、有損失時には成立しなくなる。

## § 2-3. エッジガイドモードの伝搬特性と側壁アドミタンス\*

フェライト基板ストリップ線路中を伝搬するエッジガイドモードは、線路の一方の端にのみ集中するので、このモードが線路の側壁の状態に大きく依存することが考えられる。つまり、線路側壁に適切な抵抗体や誘電体、もしくは負性抵抗を装荷することによって、このモードの伝搬特性を変えることができ、このことを応用してアイソレータ、非相反移相器、増幅器等が構成されることが考えられる。<sup>(2)(3)</sup> 従って、アドミタンス装荷とEGMの伝搬特性との関係を明らかにすることは、実用上も重要であると考えられる。既に誘電体装荷、抵抗装荷など特別な場合については、従来よりかなり詳しい研究がなされて来た。<sup>(3)(7)</sup> ここでは、任意のアドミタンスを装荷した場合について検討した。以下、(1) 直線境界をもつ半無限導体の境界にアドミタンスを装荷した場合と、(2) 二つの平行な直線境界をもつ有限幅線路にアドミタンスを装荷した場合について解析数値計算の結果を示す。

### § 2-3-1. 半無限導体の境界にアドミタンスを装荷した場合.

図5に示すような、直線境界をもつ半無限導体の境界にアドミタンス $Y$ を一様に装荷した場合について検討する。ここでの解析に用いた半無限構造は、現実には存在し得ないが、EGMが境界に集中しているため、ここでの解析結果は、有限幅線路の場合に対しての良好な近似値を与えてくれると考えられる。

アドミタンス装荷の具体的な方法としては、図6にあげた例のように、種々の方法が考えられるが、兎も角ここでは、 $x=0$ での $H_y$

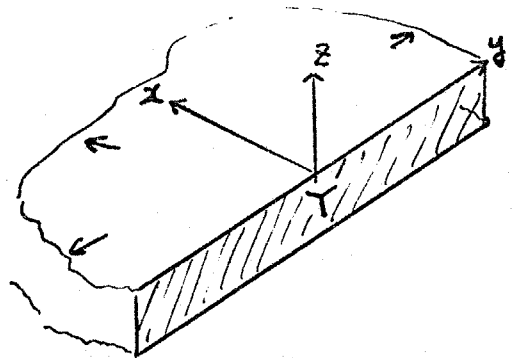


図5. アドミタンス装荷  
フェライト基板ストリップ線路.

\*. 本節の研究に関しては、小山徹代(日本電気)から多大の貢献を賜った。ここに改めて、謝意を表します。

と  $E_z$  とのはで、その効果を一括して取り扱うことにする。そこで、

$$Y = H_y / E_z \quad (\text{on } x=0) \quad (37)$$

とおき、 $Y$ として任意の複素数を考えることにより、任意のアドミタンス装荷を考えることにする。

§2-2と同様に、 $Z$ 方向に一様なTE波の決定方程式は、(37)式の境界条件を考慮すると、次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{k}{\lambda} \delta_y + j \delta_x - \omega \mu_{\text{eff}} Y &= 0 \quad (38) \\ \delta_x^2 + \delta_y^2 + \omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon &= 0 \quad (39) \end{aligned} \right.$$

但し、 $\delta_x, \delta_y$ は各々  $x$ 方向、 $y$ 方向の伝搬定数である。また、界分布は、

$$E_z = A e^{-\delta_x x} \cdot e^{-\delta_y y} \quad (40)$$

$$H_x = \frac{A}{\omega \mu_{\text{eff}}} (-\frac{k}{\lambda} \delta_x - j \delta_y) e^{-\delta_x x} \cdot e^{-\delta_y y} \quad (41)$$

$$H_y = \frac{A}{\omega \mu_{\text{eff}}} (j \delta_x - \frac{k}{\lambda} \delta_y) e^{-\delta_x x} \cdot e^{-\delta_y y} \quad (42)$$

で与えられる。なお、無限遠( $x \rightarrow \infty$ )で消散しないという境界条件より、 $\text{Real}(\delta_x) > 0$ なる解のみを採用する。

(38)(39)式より、伝搬定数、 $\delta_x, \delta_y$ は  $Y$ の代数関数として陽に書き表わすことができる。従って、EGMがアドミタンス装荷によって受ける影響を見通しよく解析できる。以下、 $Y$ のさまざまな値に対する、伝搬定数を求める。なお、 $Y = g + jb$  とおく。

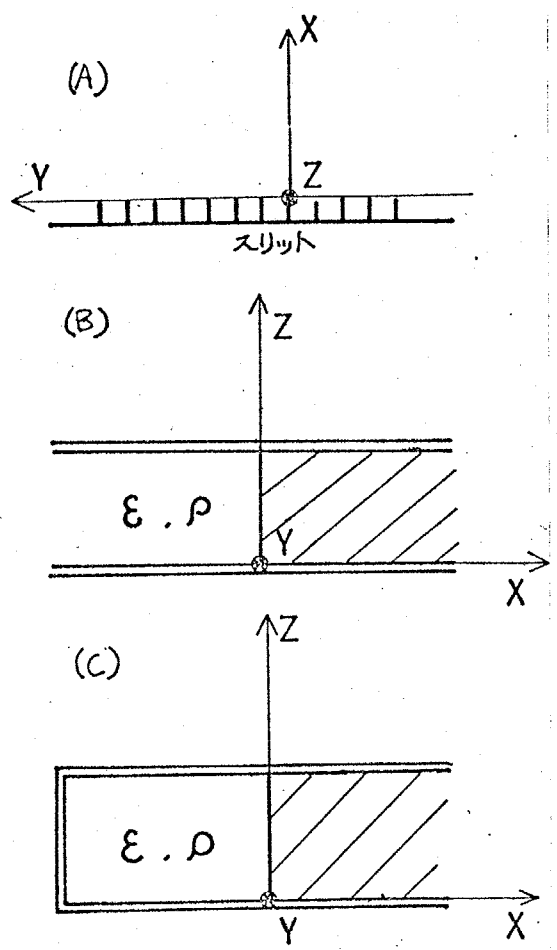


図6. アドミタンス装荷法.

イ) 開放境界 ( $Y=0$ )

この場合については、既に Hines によって検討されており、次のようになる。<sup>(3)</sup>

(i)  $\mu > 0$  の時、\*  $\delta_x = \omega \kappa \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$   $\delta_y = j\omega \sqrt{\epsilon \mu}$  (43)

(ii)  $\mu < 0$  の時、 解ナシ。

ロ) 短絡境界 ( $Y=\infty$ )

解ナシ。つまり、短絡境界に沿って伝搬する波態はないことがわかる。

また、 $Y$  を  $0 \rightarrow \infty$  と変化させた時、 $Y=0$  で存在していた EGM が、 $Y$  平面上のある領域を越えると、消滅することが予想される。この領域は、後で明らかにされる。

ハ) リアクタンス負荷 ( $Y=j\beta$ )

フェライトと誘電体とを組み合わせた図6-(b),(c)の構造における伝搬の様子は、静磁波の観点から、これまで研究されて来ている。<sup>(7)(8)(9)</sup> それらは、リアクタンス負荷と見なすことができる。

(38)(39)式の  $\text{Real}(\delta_x) > 0$  なる解の存在条件を、表2にまとめておく。

[i]  $\left\{ \begin{array}{l} \delta_x = \omega \mu \beta \pm j\omega \sqrt{-\kappa^2(\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} \\ \delta_y = \frac{\mu}{\kappa} \left\{ \mp \omega \sqrt{-\kappa^2(\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} - j\omega \frac{\kappa^2}{\mu} \beta \right\} \end{array} \right.$  (44)

[ii]  $\left\{ \begin{array}{l} \delta_x = \omega \mu \beta + \omega \sqrt{\kappa^2(\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} \\ \delta_y = j \frac{\mu}{\kappa} \left\{ \omega \sqrt{\kappa^2(\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} + \omega \frac{\kappa^2}{\mu} \beta \right\} \end{array} \right.$  (45)

[iii]  $\left\{ \begin{array}{l} \delta_x = \omega \mu \beta \pm \omega \sqrt{\kappa^2(\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} \\ \delta_y = j \frac{\mu}{\kappa} \left\{ \pm \omega \sqrt{\kappa^2(\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} + \omega \frac{\kappa^2}{\mu} \beta \right\} \end{array} \right.$  (46)

$\beta^2 + \frac{\epsilon}{\mu}$	+		-		
$\mu \beta \left\{ \mu \beta^2 - \frac{\epsilon \kappa^2}{\mu} \right\}$	-	+			
$\mu \beta$		+	-	+	-
伝搬定数を表わす式	[i]	[ii]	ナシ	[i]	ナシ

表2. リアクタンス負荷時の EGM の存在条件.

[i]の解は、見かけ上減衰波と増幅波を表わすが、エバネセント波の変形と考えられ、構造の無損失性と矛盾するものではない。<sup>\*\*</sup>

\*. ここでは、議論を簡単にするため、フェライトは無損失であると仮定している。

\*\* . 一般化されたエバネセント波については、§2-5で記す。



ii) の解は、 $\theta \rightarrow 0$  の時、(43) 式に一致するので、EGM がリアクタンス装荷によって変形したものと考えられる。

iii) の 2 つの解は、いわゆる Magnetostatic Mode と Dynamic Mode に相当して、伝搬方向は互いに逆であることがわかる。

$\Rightarrow$  抵抗装荷 ( $Y = g$ )

$g^2 < \frac{\epsilon}{\mu}$ ,  $M > 0$  の時:

$$\gamma_x = \omega \sqrt{k^2(-g^2 + \frac{\epsilon}{\mu})} - j\omega \mu_{\text{eff}} g \quad \gamma_y = \omega \frac{\mu}{k} \left\{ \frac{\epsilon}{\mu} g + j \sqrt{k^2(-g + \frac{\epsilon}{\mu})} \right\} \quad (47)$$

となる。 $g \rightarrow 0$  の時、当然ながら EGM に一致する。リアクタンス装荷の場合のように、伝搬定数が 2 つに増えることはない。

$g > 0$  の時は、減衰波が、 $g < 0$  の時は増幅波が伝搬する。その減衰定数もしくは増幅定数は  $|g|$  に比例しているが、 $|g|$  があまり大きくなると EGM は存在し得なくなり、それらには上限があることがわかる。つまり、

$|g| = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$  の時、減衰(増幅)定数は最大となり、 $\alpha_{\text{max}} = \omega k \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$  となる。

例えば、 $f = 6$  [GHz],  $4\pi M_0 = 1750$  [Gauss],  $H_i = 800$  [Oe]  $\epsilon = 15$  の時、 $|g| = 12.8$  [mm<sup>-1</sup>] として  $\alpha_{\text{max}} = 50.0$  [dB/cm] となる。

ホ) 任意のアドミタンス装荷 ( $Y = g + jb$ )

最後に、任意アドミタンス装荷の場合を検討する。多少面倒な代数計算の結果、整理して次式を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_x &= \frac{-\omega \frac{\mu^2}{k^2} \mu_{\text{eff}} \theta \pm \sqrt{\frac{P^2 + g^2 + P}{2}}}{1 - \frac{\mu^2}{k^2}} + j \frac{\omega \frac{\mu^2}{k^2} \mu_{\text{eff}} g \pm \sqrt{\frac{P^2 + g^2 - P}{2}}}{1 - \frac{\mu^2}{k^2}} \\ \gamma_y &= \frac{\mu}{k} \left\{ \frac{\omega \frac{\mu^2}{k^2} \mu_{\text{eff}} g \pm \sqrt{\frac{P^2 + g^2 - P}{2}}}{1 - \frac{\mu^2}{k^2}} - \omega \mu_{\text{eff}} g \right\} \\ &+ j \left\{ \frac{-\omega \frac{\mu^2}{k^2} \mu_{\text{eff}} \theta \pm \sqrt{\frac{P^2 + g^2 - P}{2}}}{1 - \frac{\mu^2}{k^2}} - \omega \mu_{\text{eff}} \theta \right\} \end{aligned} \right. \quad (48)$$

ここで、

$$P = -\omega^2 \frac{\mu^2}{\kappa^2} \mu_{eff}^2 (g^2 - \beta^2) - (1 - \frac{\mu^2}{\kappa^2}) \mu_{eff} \epsilon \omega^2 \tag{49}$$

$$Q = -2\omega^2 \frac{\mu^2}{\kappa^2} \mu_{eff}^2 g \beta \tag{50}$$

である。

このことから、EGMの存在領域がわかる。μ>0でないとき、伝搬定数として意味ある定数が存在しないので、μ>0のみを考える。図7に示すように、μ<0であれば、任意のアドミタンス装荷に対して、一般化されたEGMが存在する。但し、g軸上では、ある値以上では存在しない。

μ<0の時には、状況は複雑になり、図中の楕円内部では、単一のEGMが存在する。しかし、楕円外部では、b<0 (誘導性)の範囲では存在せず\*

、b>0 (容量性)の範囲では、2ヶ存在し、両者の伝搬方向は逆である。2ヶのうち、1つは従来のEGM、他方はMSモードと考えられる。なお、g軸上では、やはり |g| > √εμ の範囲でEGMが存在不可能になる。

図8は、γ平面上の各点におけるEGMの増幅定数 (g<0)、減衰定数 (g>0)を示したものである。増幅定数 (減衰定数) は |g| の単調増加関数であるだけでなく、bについても単調増加関数であり、かつ上限、下限をもつ。Real(γg)の上限、下限は各々次式で示される。(但し、μ<0)

\* TE型の表面波を考察しているのが、表面インピーダンスとしては容量性の方が表面波を保持しやすく、誘導性であれば、保持しにくいことは表面波構造の一般的性質である。ただし、μ<0であると、フライト媒質自体が、電磁波E境界に「釘付」状態をもちあふと考えられる。

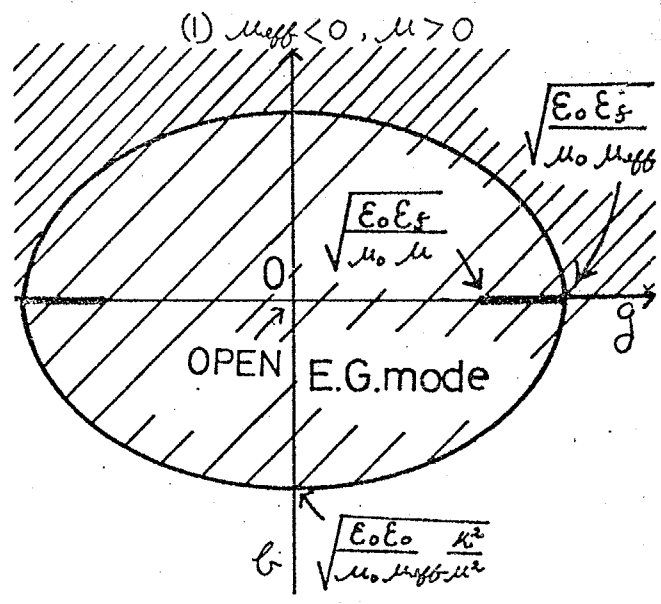
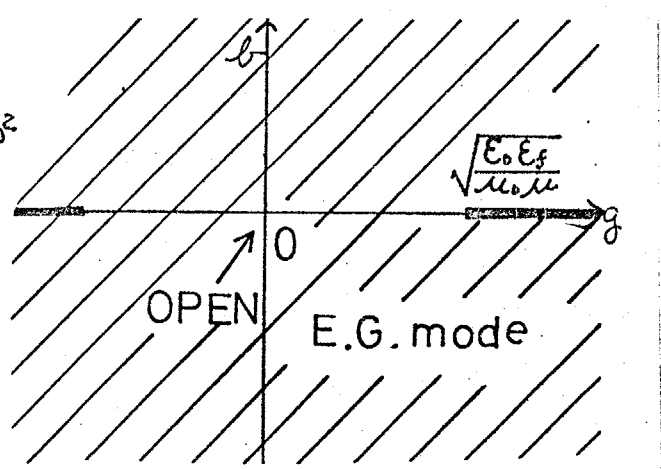


図7. EGMの存在領域.

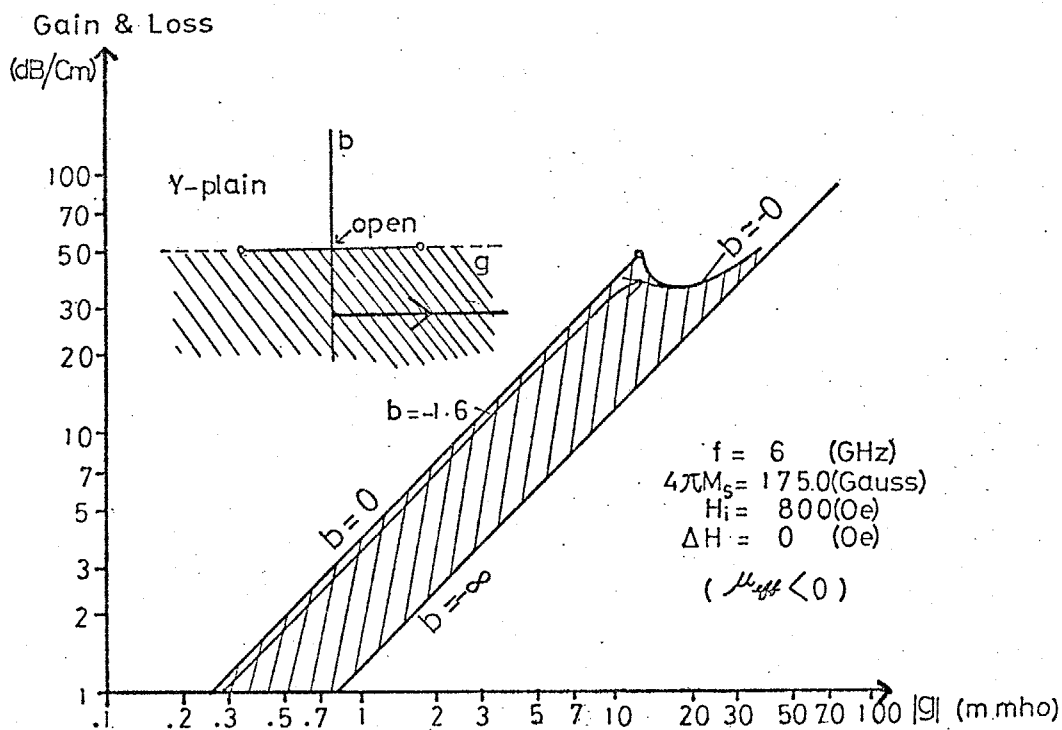
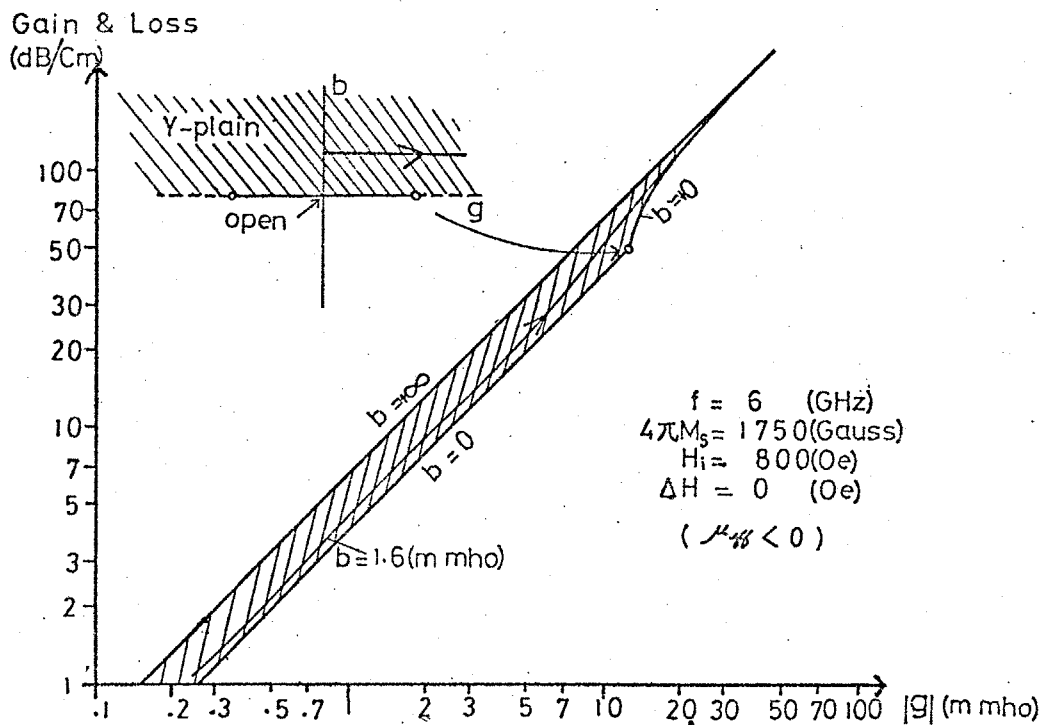


図 8. EGM の減衰量 ( $g > 0$ ), 増幅量 ( $g < 0$ )

$$\text{上限: } \omega \mu_{\text{eff}} \frac{\mu}{\epsilon} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\epsilon}} |B| \quad (51)$$

$$\text{下限: } \omega \mu_{\text{eff}} \cdot \frac{\mu}{\epsilon} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\mu}{\epsilon}} \cdot |B| \quad (52)$$

§ 2-3-2. 有限幅の線路にアドミタンスを装荷した場合.

1. で半無限導体の端にアドミタンスを装荷した場合を、検討したが、ここではより現実の線路に近い、平行な2つの境界を持つ線路にアドミタンスを装荷した場合を考察する。

$x=0$  で  $Y_1$ ,  $x=a$  で  $Y_2$  のアドミタンスを装荷したとすると、伝搬定数の決定方程式は.

$$\frac{\frac{\kappa^2}{\mu^2} \delta_y^2 + \delta_x^2}{\omega^2 \mu_{\text{eff}}^2} (e^{\delta_x a} - e^{-\delta_x a}) +$$

$$Y_2 \cdot (e^{\delta_x a} - e^{-\delta_x a}) +$$

$$Y_1 \frac{1}{\omega \mu_{\text{eff}}} \left\{ (j\delta_x + \frac{\kappa}{\mu} \delta_y) e^{\delta_x a} + (j\delta_x - \frac{\kappa}{\mu} \delta_y) e^{-\delta_x a} \right\} +$$

$$Y_2 \frac{1}{\omega \mu_{\text{eff}}} \left\{ -(j\delta_x - \frac{\kappa}{\mu} \delta_y) e^{\delta_x a} - (j\delta_x + \frac{\kappa}{\mu} \delta_y) e^{-\delta_x a} \right\} = 0 \quad (53)$$

$$\text{と、 } \delta_x^2 + \delta_y^2 + \omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon = 0 \quad (54)$$

である。

(53), (54) 式の形から、 $Y_1, Y_2$  のアドミタンス装荷に対する伝搬定数の解を  $\delta_x, \delta_y$  とすると、 $-Y_1^*, -Y_2^*$  のアドミタンス装荷に対する解は、 $\delta_x^*, -\delta_y^*$

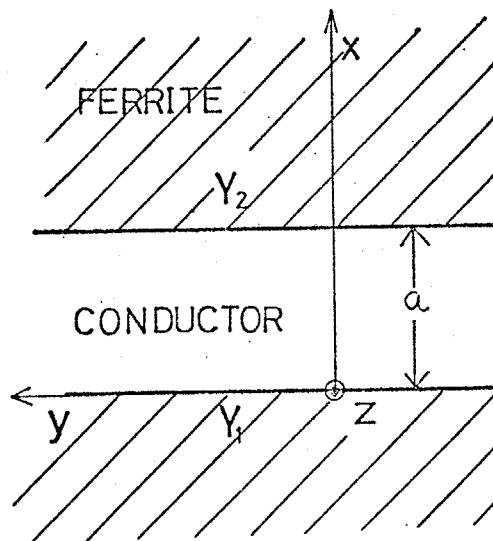


図9. 有限幅線路のアドミタンス装荷

となることがわかる。つまり、 $Y = g + jb \rightarrow -Y^* = -g + jb$  なる変換には、 $\gamma_y = \alpha + j\beta \rightarrow -\gamma_y^* = -\alpha + j\beta$  の変換が対応することを意味し、絶対値が等しく符号の異なるコンダクタンスを装荷した場合には、増幅定数、減衰定数の等しい増幅波、減衰波が伝搬し、両者の伝搬定数は等しい。また、断面内分布も同じであるので、正負どちらか一方について考察すれば十分である。

1) リアクタンス装荷 ( $Y_1 = \pm jb, Y_2 = 0$ )

有限幅ストリップ線路の一方の端にリアクタンスを装荷し、他方は開放のままにしておく。この時の伝搬定数を図10に示す。また、断面内の減衰定数も併せて示しておく。

ここで特徴的なことは、誘導性リアクタンスを装荷していくと、伝搬

定数は減少していき、ついには逆方向に伝搬するようになることである。つまり、全くの一方方向性伝搬線路となってしまうことである。一方、容量性リアクタンス装荷では、ただ伝搬定数は増大し遅波されるだけである。

2) コンダクタンス装荷 ( $Y_1 = \pm g, Y_2 = 0, \infty$ )

次に、コンダクタンス装荷について考察する。線路の一方の端は、開放もしくは短絡としておく。半無限導体にコンダクタンスを装荷した場合は、図7に

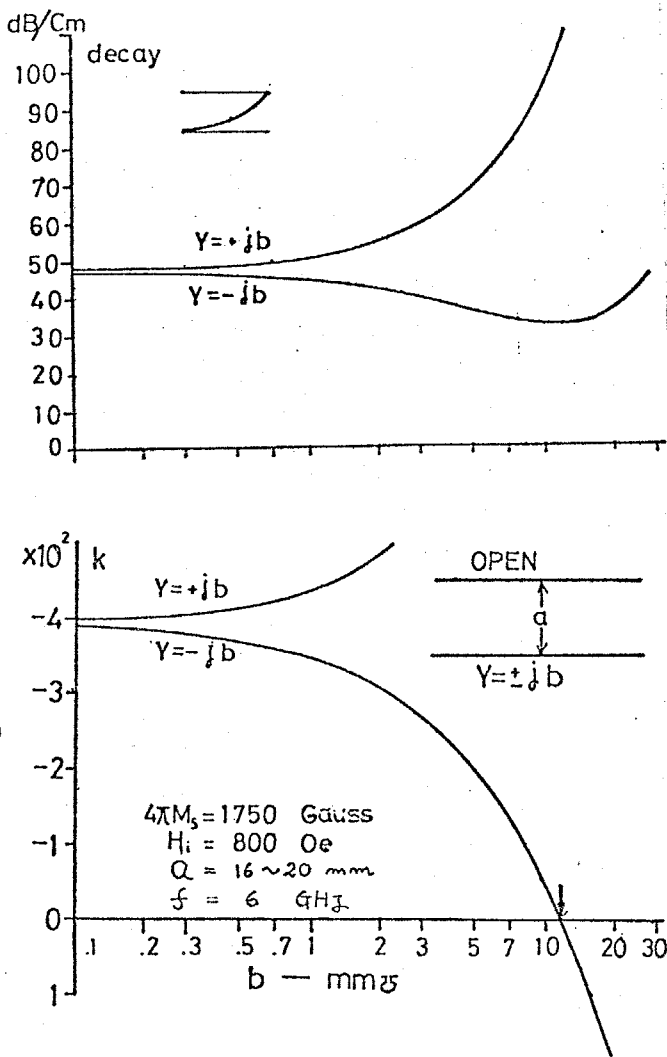


図10. 有限幅線路におけるリアクタンス装荷.

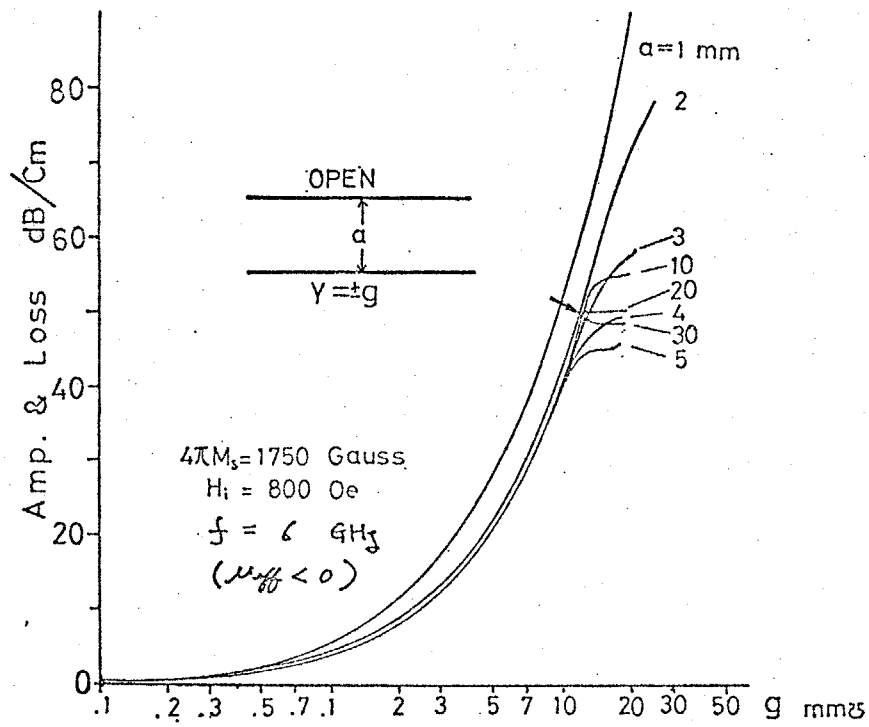


図 11. 有限幅線路におけるコンダクタンス装荷 (他方開放)

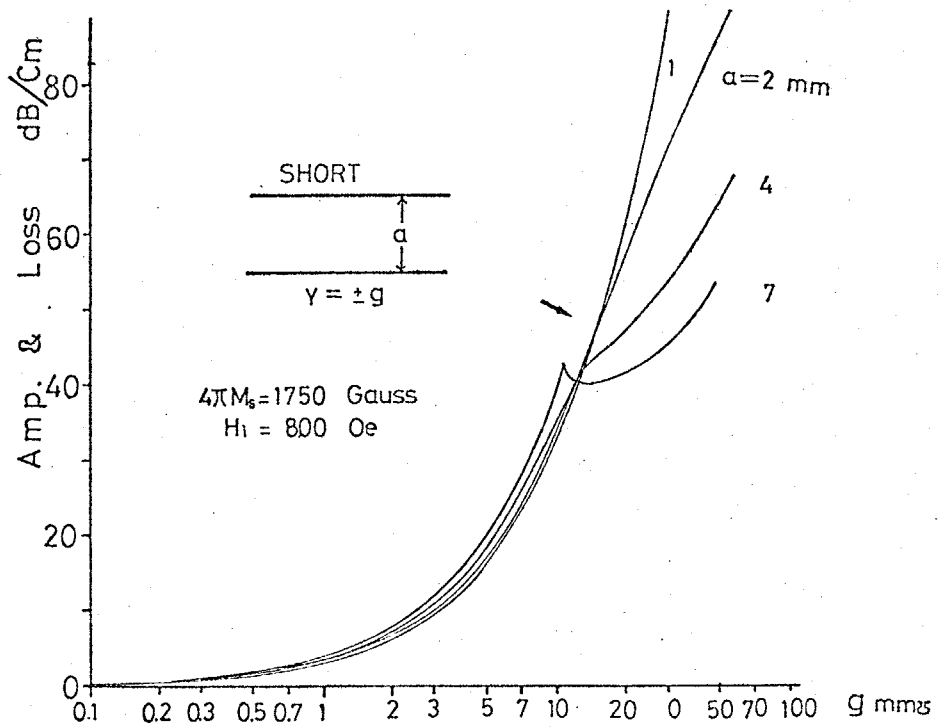


図 12. 有限幅線路におけるコンダクタンス装荷 (他方短絡)

示すように、EGMが存在するためにはコンダクタンスの値は一定値以下でなければならず、従って増幅、減衰にも限界があった。しかし、線路幅が有限になると、この限界を越えてEGMが存在することがわかる。(図11における矢印は半無限の場合の限界値を示す。) 特に、線路幅が狭い場合には限界を越えるかにも増幅波、減衰波が存在する。しかし、線路幅が広くなると、増幅、減衰定数は飽和する傾向がある。図には、他方を短絡した場合の計算結果である。

## §2-4. フェライト基板ストリップ線路における反射問題とその応用.

2節でフェライト基板ストリップ線路の固有状態について解析を行ない、等方性基板の時には見られなかった特徴のいくつかを明らかにした。ここでは、更に終端開放、終端短絡という基本的な2つの反射問題をとり上げ、等方性基板の時には見られなかった特異な現象を明らかにする。そして、反射問題を考察することによって得られた結果を応用して、新しい構造のEGMアイソレータを提案する。<sup>\*</sup>

### §2-4-1. モード整合法による反射問題の解析.

2節で得られた固有状態函数系を用いて、反射問題を固有状態展開法により解析する。<sup>(10)(11)</sup>

#### 1) 終端短絡の場合

図13に示すように、 $y=0$ の断面に金属壁を一面に置いた状態を考える。そして、入射波としてフェライ

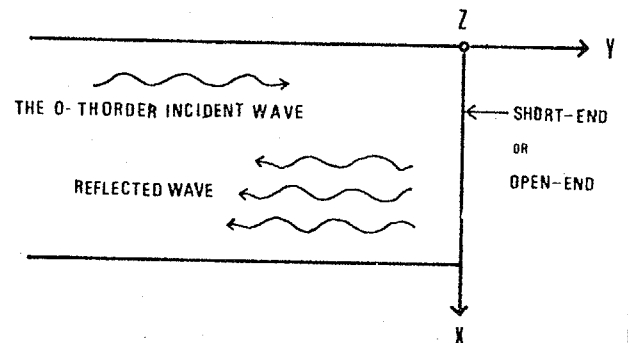


図13. Terminations of a ferrite stripline.

\*. このアイソレータも、第3章で述べた側壁短絡型EGMアイソレータと同様に、付加的な抵抗体を用いていない。

ト基板ストリップ線路の基本波であるEGMを考える。そして、 $y=0$ の短絡面で生じる反射波を固有姿態で展開する。

$$E_z(x,y) = \underbrace{\Psi_0(x)}_{\substack{\uparrow \\ \text{入射波}}} e^{-\gamma_0 y} + \sum_{m=0}^{\infty} \underbrace{A_m \Phi_m(x)}_{\substack{\uparrow \\ \text{反射波}}} e^{\gamma_m y} \quad (55)$$

ここで、 $A_m$ はこれから決定する  $m$  次姿態の展開係数である。なお、境界分布の方は、次式で与えられる。

$$H_x(x,y) = \gamma_0(x) e^{-\gamma_0 y} + \sum_{m=0}^{\infty} A_m \xi_m(x) e^{\gamma_m y} \quad (56)$$

$y=0$  という面で短絡という境界条件 ( $E_z=0$ ) から、

$$\Psi_0(x) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m \Phi_m(x) = 0 \quad x \in [0, a] \quad (57)$$

が得られる。この (57) 式から、未定定数  $\{A_m\}_{m=0,1,2,\dots}$  を決定する。ここでは、次に示す方法で、 $A_m$  を決定する。まず、

$$\Delta_N \equiv \int_0^a \left| \Psi_0(x) + \sum_{m=0}^N A_m(N) \Phi_m(x) \right|^2 dx \quad (58)$$

という自乗誤差量を考え、この  $\Delta_N$  を最小化する係数  $A_m(N)^*$  を、 $A_m$  の近似解とする。(58) 式の定義からわかるように、 $\Delta_N$  の値を小さくする係数  $A_m(N)$  の組は、それだけより正確な解を与えていることになる。また、 $\Delta_N$  の最小値  $\Delta_{N,\min}$  は  $N$  に関して、単調減少の系列をなす、つまり

$$\Delta_{0,\min} > \Delta_{1,\min} > \dots > \Delta_{N,\min} > \Delta_{N+1,\min} > \dots \quad (59)$$

となるから、展開項数  $N$  を増せば、それだけ精度は上がることになる。さらに、函数系  $\{\Phi_m(x)\}_{m=0,1,2,\dots}$  が完備であれば、\*\*

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta_{N,\min} = 0 \quad (60)$$

\*. 一般に、係数の値は、展開項数の数  $N$  によって変わるので、 $A_m(N)$  と書いた。

\*\* . このことは、まだ未解決な問題と思われるが、数値計算上からは、安易に十分認められる。



$$\lim_{N \rightarrow \infty} A_n(N) = A_n \quad (61)$$

が成り立つ。

さて、近似解  $A_n(N)$  は、 $A_n$  を最小化するものとして与えられるが、これは結局、次の一次方程式系の解として与えられる。(→. 附録Ⅷ)

$$\left[ C_{ij} \right] \left[ A_j \right] = \left[ D_i \right] \quad (62)$$

$$\text{但し, } C_{ij} = \int_0^a \Phi_i^*(x) \Phi_j(x) dx \quad (i, j = 0, 1, \dots, N) \quad (63)$$

$$D_i = \int_0^a -\Phi_i^*(x) \Psi_0(x) dx \quad (i = 0, 1, \dots, N) \quad (64)$$

$$\left[ A \right]^t = (A_0(N), A_1(N), \dots, A_N(N)) \quad (65)$$

である。

こうして、展開係数  $A_n$  の決定は、数値計算に有利な行列解法に帰着された。なお、 $C_{ij}$ 、 $D_i$  に表われてくる積分は、全て解析的に表現されるので、数値積分を実行する必要はない。詳しい式は、附録Ⅷにまとめておく。

なお、展開係数  $A_n$  の決定法には、この他にもモード整合法<sup>(12)</sup>等も考えられるが、収束が保証され定式化が比較的容易なモード整合法のみを数値解析に用いた。<sup>\*</sup>

#### ロ) 終端開放の場合.

終端短絡の場合と同様な方法で、終端開放の場合も解析する。つまり境界を

$$H_x(x, y) = \eta_0(x) e^{-\gamma_0 y} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \xi_n(x) e^{\gamma_n y} \quad (66)$$

と展開し、 $y=0$  の面で開放 ( $H_x=0$ ) という境界条件から

$$\eta_0(x) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \xi_n(x) = 0 \quad (67)$$

\*. 計算時間の短縮化等は、今後の課題として残されている。

を得る。

展開係数  $B_n$  を決定する行列方程式の係数行列，右辺列ベクトルの具体的な式を，やはり附録Ⅲに示しておく。

§ 2-4-2. 数値計算.

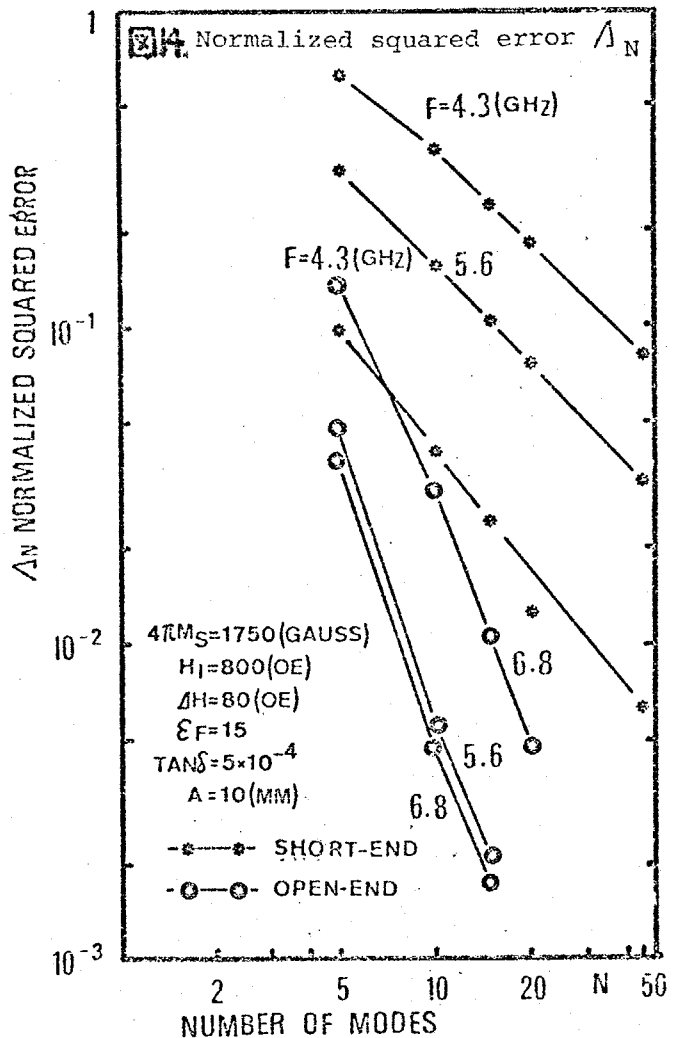
前小節で述べた計算法に基づいて，反射問題を数値解析した。全般に，終端短絡の方が，終端開放より収束が遅く，より多くの展開項数  $N$  を必要とした。<sup>\*</sup> しかし， $N$  の増加は，行列解法を計算途中に含んでいるため，急速な計算時間の増大を招く。<sup>\*\*</sup> そこで， $N=45$  までで計算は打ち切った。

規格化自乗誤差<sup>\*</sup>  $\Delta_N$  の収束の様子を，図14に示す。終端短絡と終端開放とでは，収束の速さが異なり，ほぼ

$$\begin{cases} \Delta_N \sim N^{-1} & (\text{Short}) \\ \Delta_N \sim N^{-3} & (\text{Open}) \end{cases}$$

の程度で収束する。

反射波の中には，無限に多くの固有姿態が含まれているが，反射面から十分離れれば，高次姿態は急速に減衰してしまい，最も減衰の少ない0次姿態だけが残る。そのため，0次姿態に対する電力反射係数だけで，反射の大略は理解できる。0次姿態の反射係数の収束状況を図15に示す。 $N=45$  程度までとれば，十分であること



\*. 収束度合いの比較は， $\Delta_N$  を， $\int_0^a |H_0(x)|^2 dx$  (もしくは  $\int_0^a |H_0(x)|^2 dx$ ) で規格化した量で行なった。

\*\* . 計算時間は，ほぼ  $N^3$  に比例して増える。

かわかる。

次に、図16に、反射面における各姿態の伝送電力  $P_n$  を示す。図からわかるように、終端短絡の時は高次姿態がより多く発生している。また、入射波の偏りが大きい程、反射面での伝送電力が最大となる姿態番号は大きくなる\*

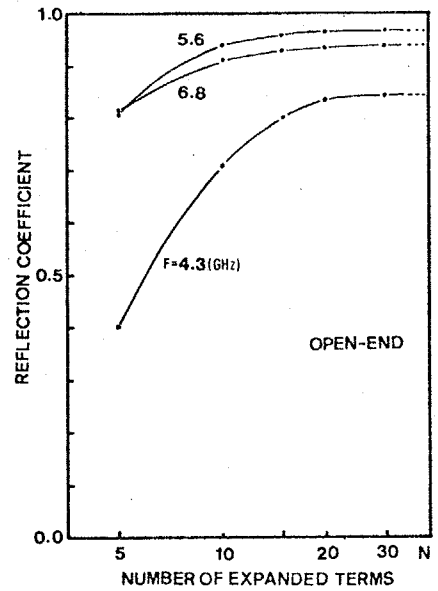


図15. Convergence of a calculated reflection coefficient.

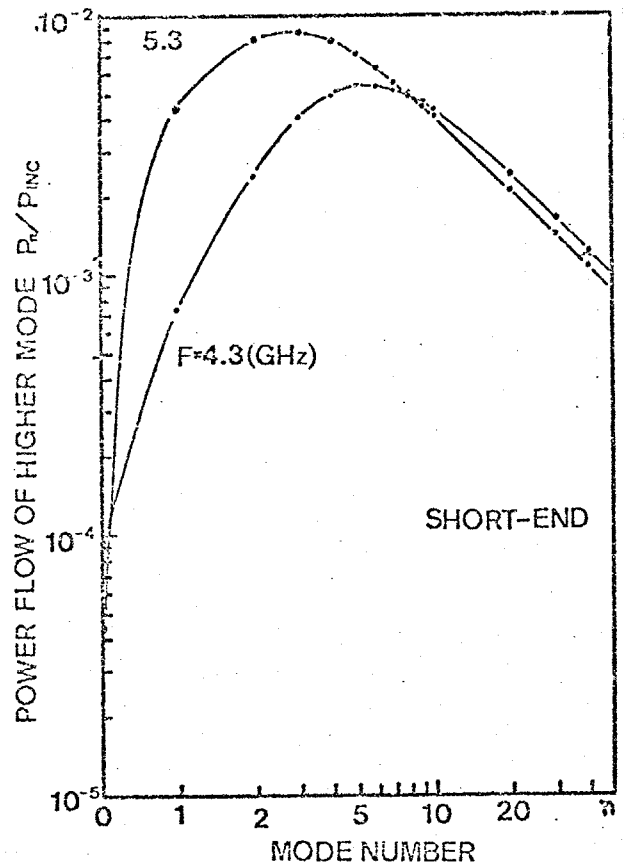
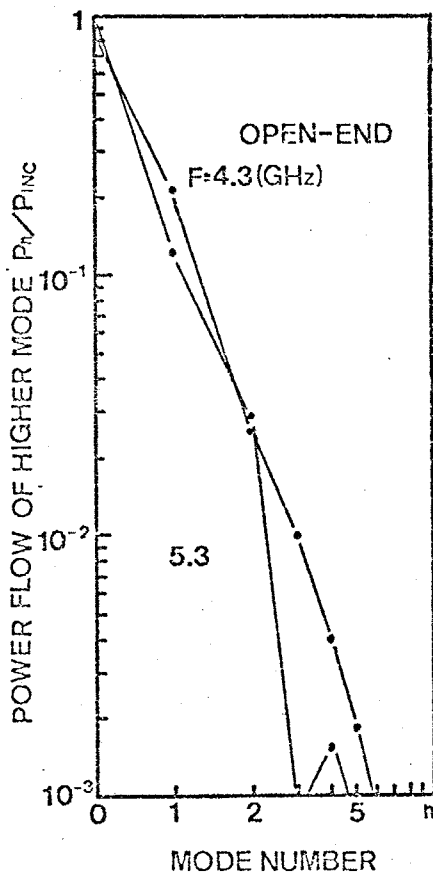


図16. 反射高次姿態の伝送電力。

\*. フェラト共振器に、損失を仮定しているの2. 高次遮断姿態も電力伝送をする。

と3で、2節で述べたように、状態間にはフェライト媒質の損失があるため電力の重ね性が成立しない。つまり、各反射状態の伝送電力を単純に加算していくと、入射電力を越えてしまったり、未満であったりする。しかし、状態間の伝送電力の相互項を考慮すれば、そうした矛盾は生じない。具体的な数値例を、表3に示す。

THE CROSS TERMS OF THE EIGENMODES IN POWER FLOW

Total reflection coefficient	The cross terms are neglected	The cross terms are considered
for the "open-end"	1.0809	1.0022
for the "short-end"	0.8606	0.9979

at  $f=7.4$  (GHz)

表3. 伝送電力の相関項.

更に、数値計算の妥当性を確認するために、 $y=0$ の終端面における反射波の分布を、図17.18に示す。展開項数 $N$ の増加と共に、反射波の分布は入射波の分布に近づいていることがわかる。

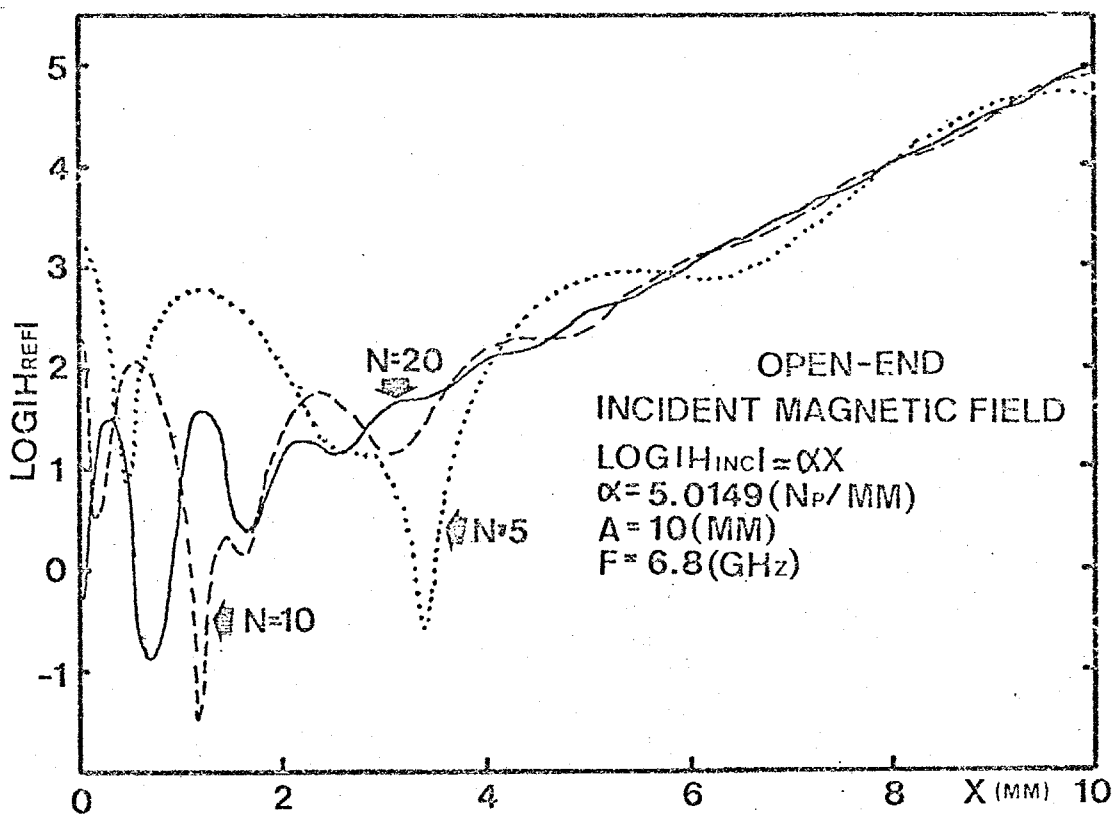


図17. 開放面での反射波の分布.

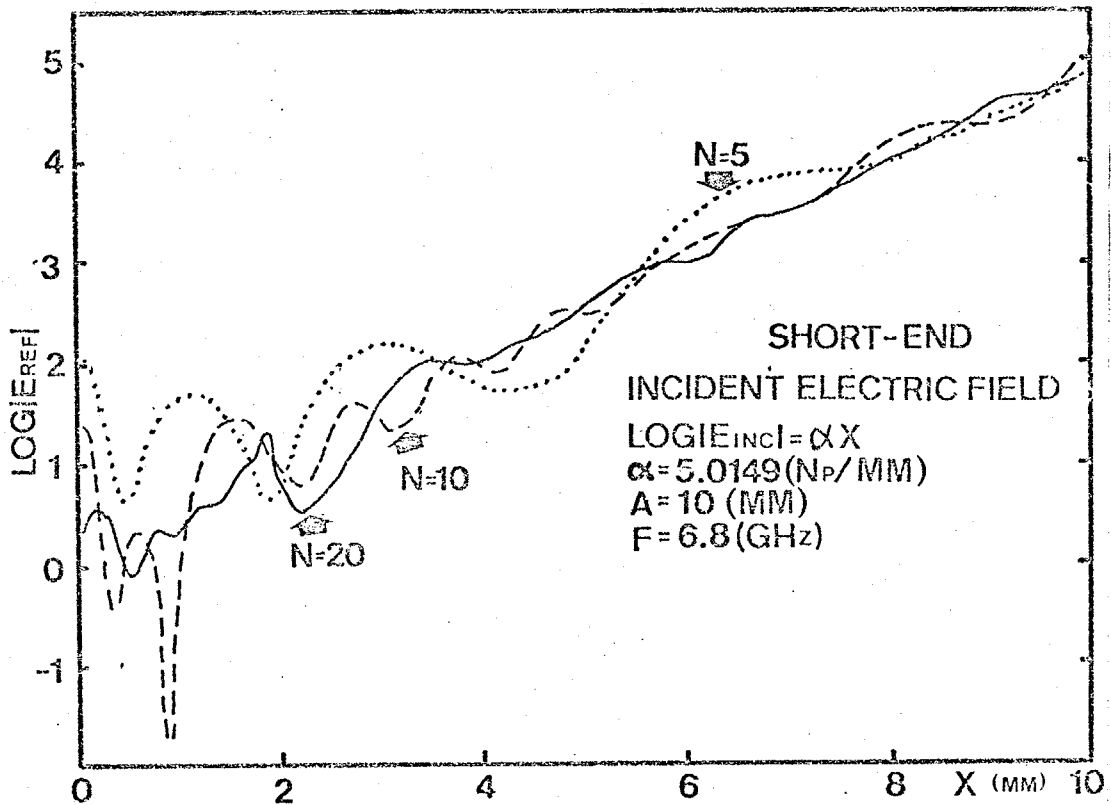


図18. 短絡面での反射波の分布

次に、電力反射係数(0次近似)の周波数特性を、図19、20に示す。図19においては、線路幅  $a$  をパラメータとして、また図20では磁気共鳴半値幅  $\Delta H$  をパラメータとして採用している。図中に示した直流磁界、飽和磁化の値に対しては、

$$\begin{cases} f_i = \gamma \cdot H_i & = 2.24 \text{ (GHz)} \\ f_m = \gamma 4\pi M_s & = 4.90 \text{ (GHz)} \\ f_1 = \sqrt{f_i \cdot (f_i + f_m)} & = 4.00 \text{ (GHz)} \\ f_2 = f_i + f_m & = 7.14 \text{ (GHz)} \end{cases}$$

となっている。そこで、実効透磁率  $\mu_{\text{eff}}$  が負になる領域は、4.0 ~ 7.14(GHz)の周波数範囲であると推定される。

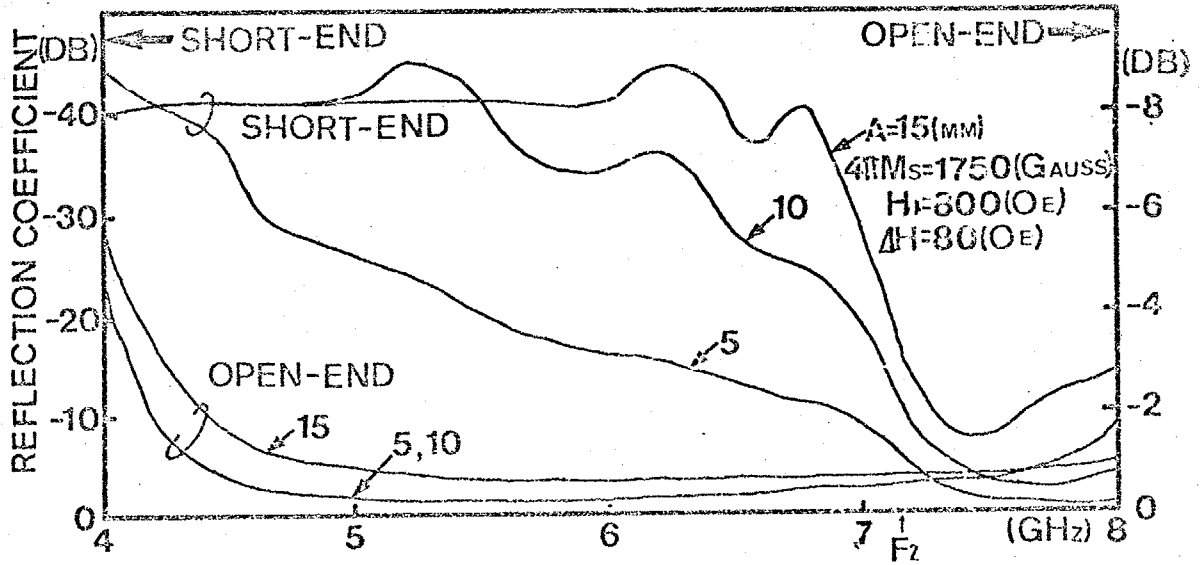


図 19. 電力反射係数 (A: パラメータ)

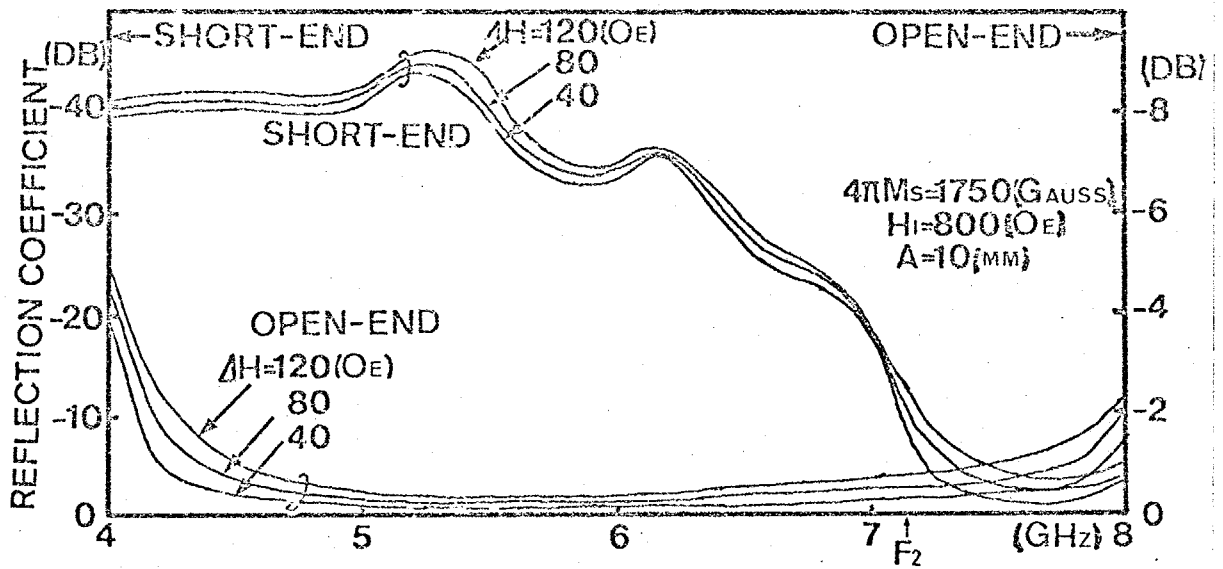


図 20. 電力反射係数 ( $\Delta H$ : パラメータ)

図19, 20 において特徴的なことを例挙しておく。

- (i)  $\mu_{eff} < 0$  の周波数帯域では, 終端短絡時の反射量は非常に少なく 40(dB)程度である。終端開放時も, 反射量は1とはならず 1(dB)程度低下している。<sup>\*</sup>
- (ii) しかし,  $\mu_{eff} > 0$  の範囲では, 両者のレベル差は顕著でなくなる。
- (iii) 線路幅  $a$  が広い程, 反射量は低下するし, 両者のレベル差も拡大する。<sup>\*\*</sup>
- (iv) 磁気共鳴半値幅  $\Delta H$  が大きい程, フェライトの損失が大きく反射量は低下する。

フェライト基板ストリップ線路の反射問題における上記の事柄は, 等方性基板の時には見られなかったことである。

§ 2-4-3. 実験結果.

飽和磁化  $4\pi M_s = 1750$  (Gauss), 磁気共鳴半値幅  $\Delta H = 83$  (Oe), 誘電率  $\epsilon = 14$ ,  $\tan\delta = 5 \times 10^{-3}$  の YIG 板 (厚さ 1mm) を用いて, 反射係数を測定した。測定値を, 図21, 22, 23に示す。但し, 反射量の測定はストリップ線路上で行なったのではなく, 一度同軸線路へ変換してから測定している。

そのため, 変換コネクタの残留反射量 ( $|S_{11}| = |S_{22}| > 0$ ) と干渉のため, 反射量には波打ちが見られる。測定されたレベル差は 15(dB) 内外, 大きくても 25(dB) 程度であったが変換部の不完全性を考慮すれば, 妥当な値である。(→ 附録IV)。また, フェライト線路の長さが 8[cm]あることを考慮すれば, 開放時の反射量の測定値の低いことも, 十分うなづけることである。

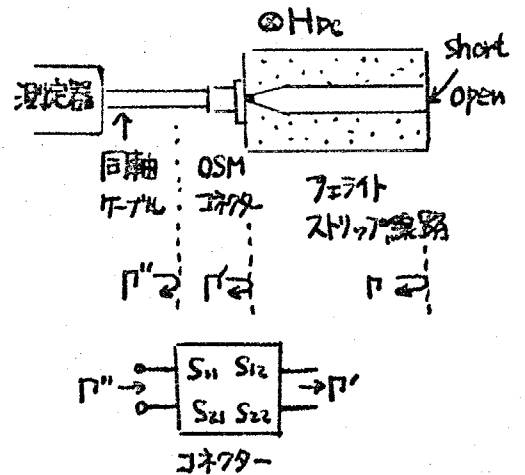
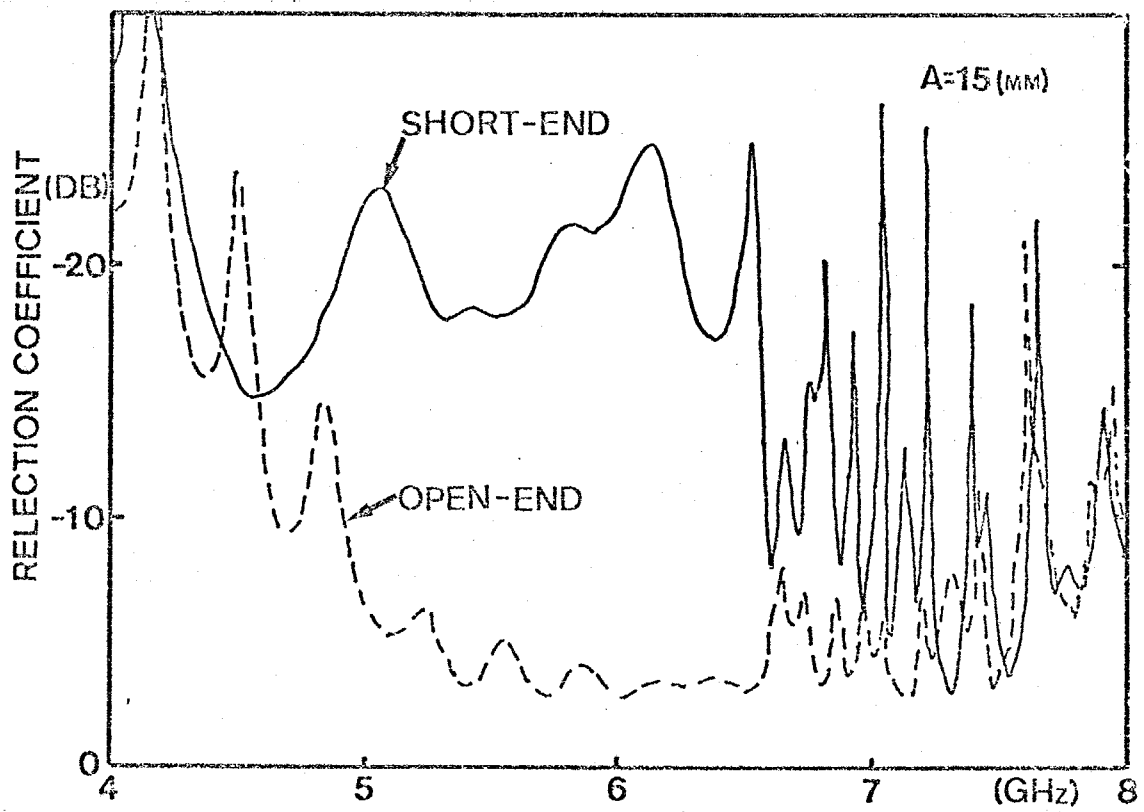
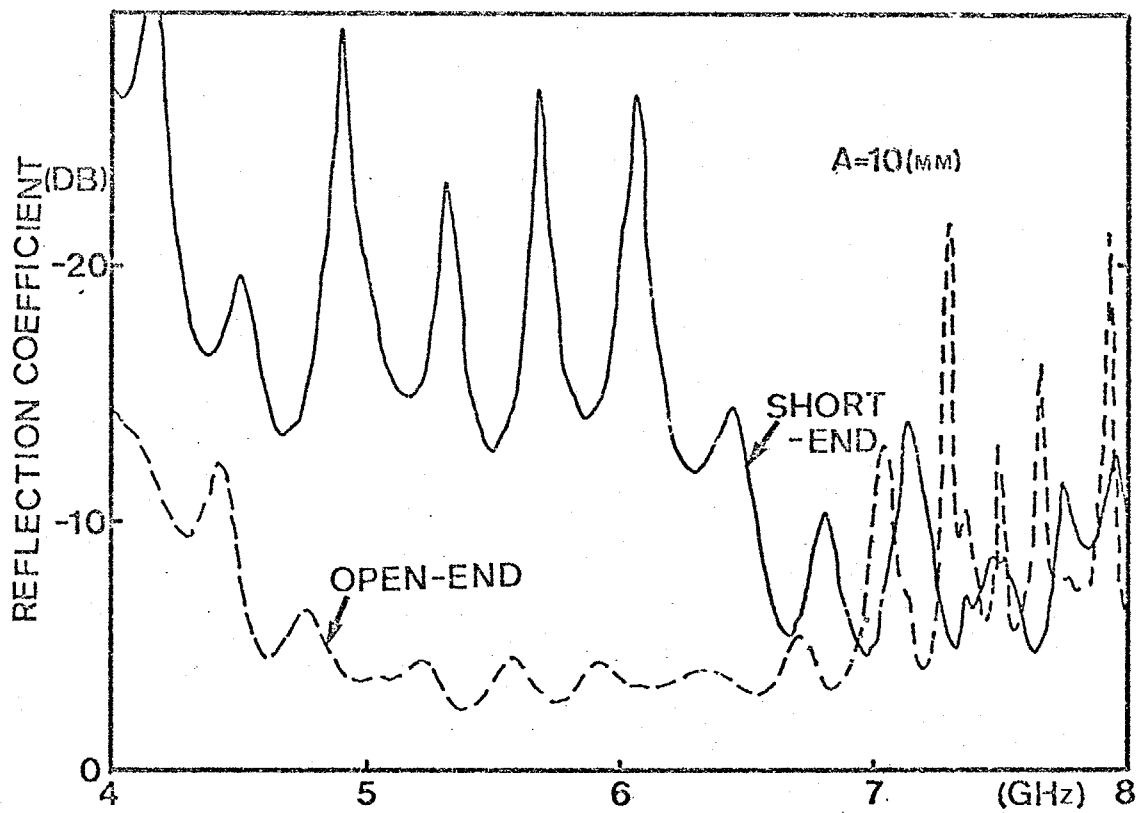


図24. 測定系

\*. このようなことは, 等方性基板ストリップ線路では起こらない。  
 \*\*. EGMの分布から, 十分予想される。



21.



22.



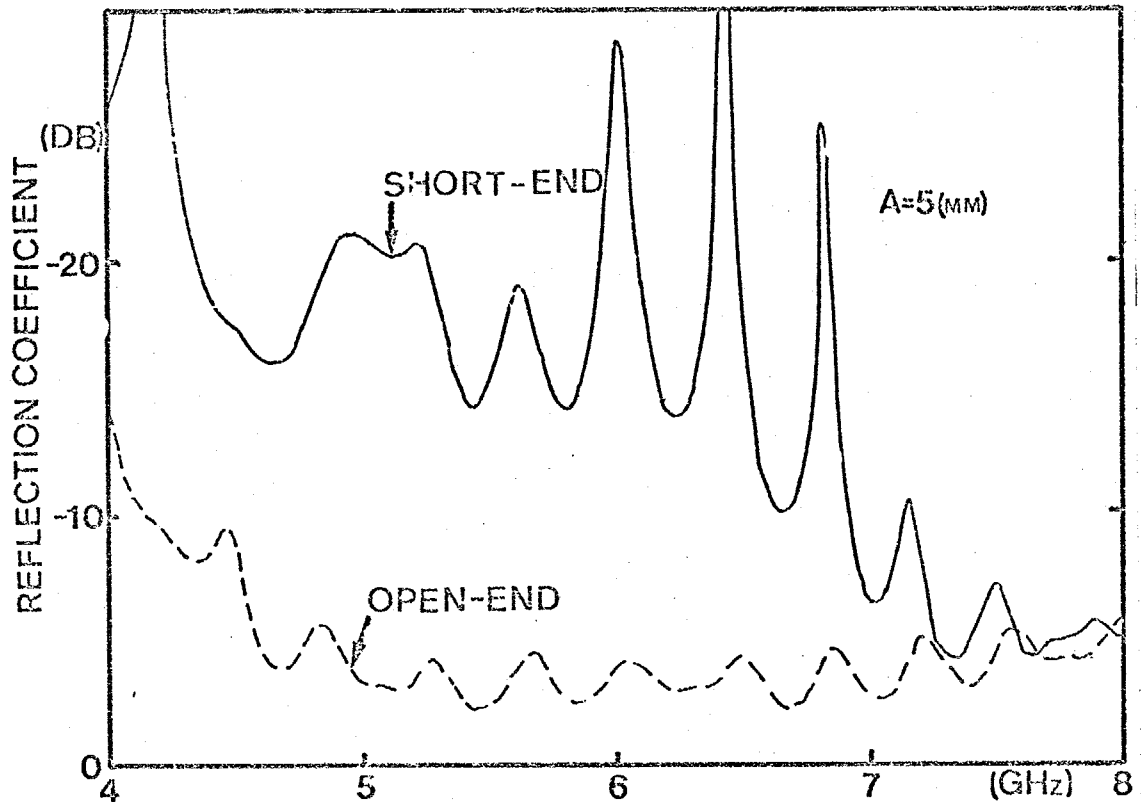


図 23.

#### § 2-4-4. 新しい構造のEGMアイソレータ.

以上の反射問題に対する解析的ならびに実験的検討から、終端短絡しても殆んど反射が生じないことが明らかになったので、このことを応用して、図25に示すような回路構造のEGMアイソレータを提案する。<sup>\*</sup>このアイソレータの動作は、容易に理解されよう。つまり、順方向では開放境界に沿って伝搬するため、他方の端にある短絡部の影響を、あまり受けないのに対して、逆方向では短絡面に衝突し、そこで減衰の大きい高次モードへ変換してしまい出力側には殆んど電力は現れない。また、反射も極く僅かであると考えられる。

図26に、試作したアイソレータの伝送特性の一例を示す。順逆方向差が0(dB)近くとれていることがわかる。しかし、帯域は狭く0.6(GHz)程度である。今後、さらに改良する必要がある。

\*. このアイソレータは、倒置短絡型アイソレータの変形と見なすこともできる。

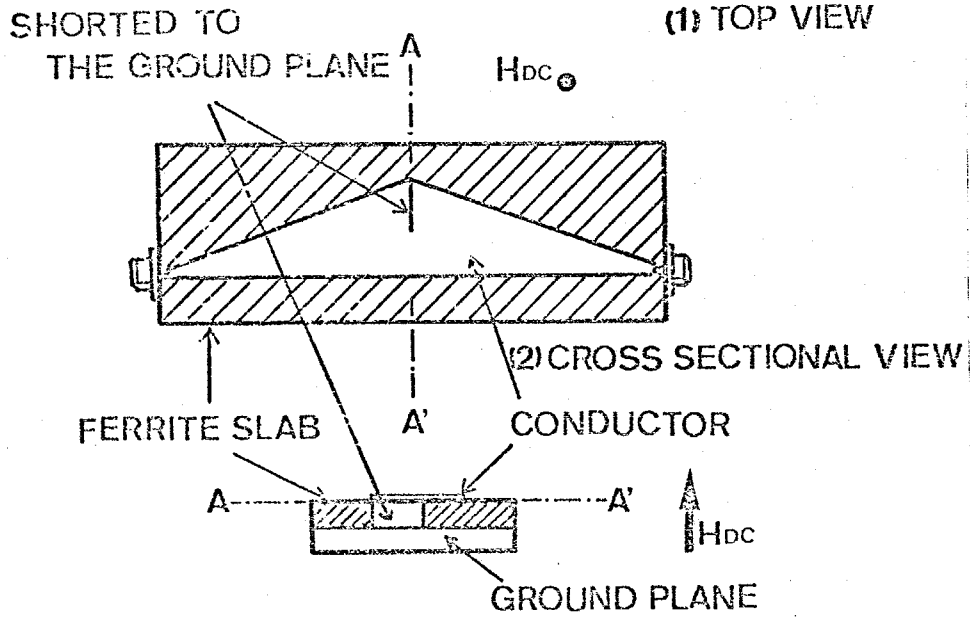


図 25. 新しい構造のEGMフィルタ

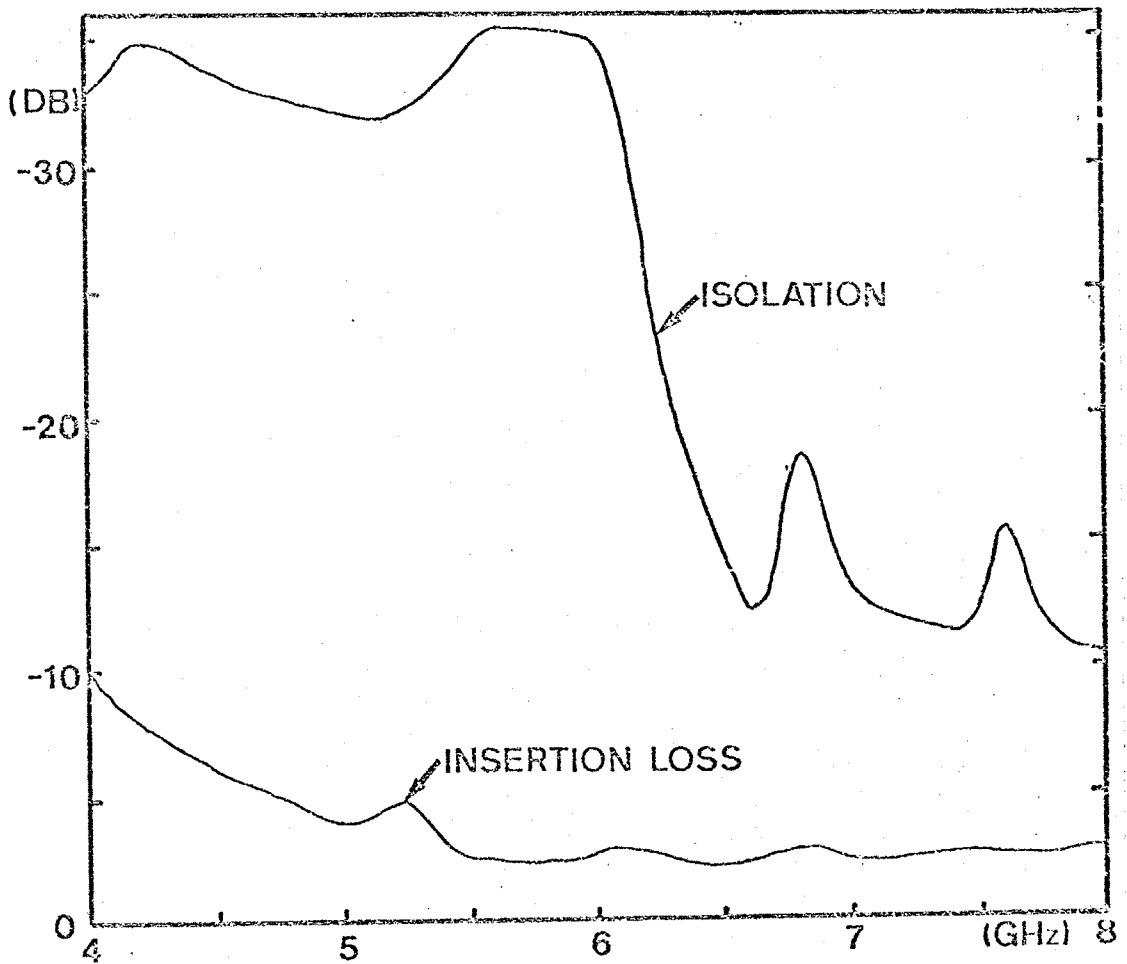


図 26. フィルタの伝達特性

## § 2-5. 非相反導波路と結合線路

非対称構造フェライト基板ストリップ線路には、媒質の無損失性を仮定しても、物理的に一見矛盾するような増幅波、減衰波が存在することが知られている。また、一方向のみ伝搬可能なモードも存在し、これらの解釈をめぐって、多少の誤解と混乱とがあった。<sup>(13)</sup> つまり、通常の相反導波路のように、固有状態の伝搬定数は、 $\gamma$ と $-\gamma$ とが対をなすのではなく、 $\gamma(\alpha+j\beta)$ と、 $-\gamma^*(= -\alpha+j\beta)$ とが対をなす。そして、このように伝搬定数は、導波路の無損失性にも拘らず、一般に複素数値をとるようになるのである。

しかし、これらの paradoxical な状態は、「一般化されたエバネセント波」\*であり、物理的に導波路の無損失性と矛盾するものではないことがわかる。つまり、これらの状態はそれ自身では電力伝送は行なわれないが、前述、後述2ヶの状態が共存すると、はじめに電力伝送が行なわれる。これは、「リアクティブ減衰器」の動作原理に他ならない。そこで、非相反無損失導波路は、「非相リアクティブ減衰線路」と呼ぶこともできよう。

ところで、同様な伝搬特性が、無損失結合線路でも起っていることに気がつく。<sup>\*\*</sup> 但し、伝搬定数が複素数になるためには、伝送電力の符号が異なる線路間に結合が生じなければならぬ。つまり、通常の伝送線路と、電子ビーム中の遅波成分との結合<sup>(14)</sup>や、不均一導波管の後進波状態<sup>(15)</sup>との結合において、複素伝搬定数が生じる。また、ブラッグ回折についても<sup>(16)</sup>同様な現象が見られる。

そこで、ここでは結合線路と非相反導波路との伝搬特性の類似性に着目して4ポートの結合線路の問題を2ポートの非相反導波路の問題に帰着させる方法を提案する。また、連続接続という操作に対して、上記の回路の集合が群構造をなしていることを指摘すると共に、無損失性の簡潔な表現を与えている。

### § 2-5-1. 非相反リアクティブ減衰器

\*. 普通のエバネセント波は、 $\gamma=j\alpha$  であるのに対し、非相反な異列性により、 $\alpha+j\beta$  と  $j\beta$  の擾動を受けEものを「一般化されたエバネセント波」とする。

\*\* 両者は、無損失性という点で一致している。

エバネセント波は、それ自身では電力伝送を伴わせないが、前進波と後退波が同時に存在すると、電力伝送が生じる。リアクティブ減衰器の動作機構は、このようにして説明される。

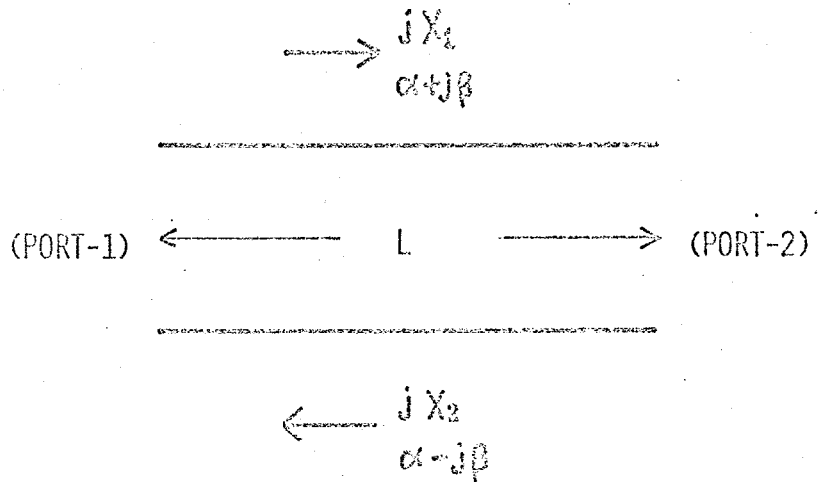


図27. (NONRECIPROCAL REACTIVE ATTENUATOR)

ここでは、リアクティブ減衰器を一般化することを試みる。図27に示

されるような、前進波、後退波の伝搬定数、特性インピーダンスが各々、

$$\begin{cases} \text{前進波: } \gamma = \alpha + j\beta, & Z = jX_1 \\ \text{後退波: } \gamma = -\alpha + j\beta, & Z = jX_2 \end{cases}$$

で与えられるような伝送線路を考える。つまり、線路上の電圧、電流が、

$$\begin{cases} V(z) = A e^{-(\alpha + j\beta)z} + B e^{(\alpha - j\beta)z} & (68) \\ I(z) = \frac{A}{jX_1} e^{-(\alpha + j\beta)z} - \frac{B}{jX_2} e^{(\alpha - j\beta)z} & (69) \end{cases}$$

で与えられるとする。この時、伝送電力は

$$P = \text{Real} \{ V(z)^* I(z) \} = \text{Im} \left\{ \frac{AB^*}{X_1} - \frac{A^*B}{X_2} \right\} = \text{const.} \quad (70)$$

であり、線路の無損失性が直ちに検証される。

次に、この伝送線路を2ポート回路として扱った時の、散乱行列を求めておく。途中の計算は省略し、結果のみを記すと、

$$S_{11} = \frac{(P_2 - P_1) + j(1 + P_1 P_2) \text{sh} / D}{P_1 + P_2} \quad (71)$$

$$S_{12} = e^{j\theta} / D \tag{72}$$

$$S_{21} = e^{-j\theta} / D \tag{73}$$

$$S_{22} = - \frac{(P_2 - P_1) + j(1 + P_1 P_2) \cdot \text{sh}}{P_1 + P_2} \tag{74}$$

但し,  $D = \text{ch} + j \frac{1 - P_1 P_2}{P_1 + P_2} \cdot \text{sh}$  (75)

$$P_1 = Z_0 / X_1 \tag{76}$$

$$P_2 = Z_0 / X_2 \tag{77}$$

$$\theta = \beta l \tag{78}$$

$$\text{ch} = \cosh \alpha l \tag{79}$$

$$\text{sh} = \sinh \alpha l \tag{80}$$

なお,  $X_1 \neq X_2$  であっても,  $\beta = 0$  であれば相反回路になることを注意しておく。

### § 2-5-2. 逆結合線路

2本の伝送線路<sup>\*</sup>の伝送電力の方向が逆<sup>\*\*</sup>で、線路間に結合が生じた問題を考える。

図28は、その概念図であり、port-1から入力した場合の位相と電力の流れが示されている。

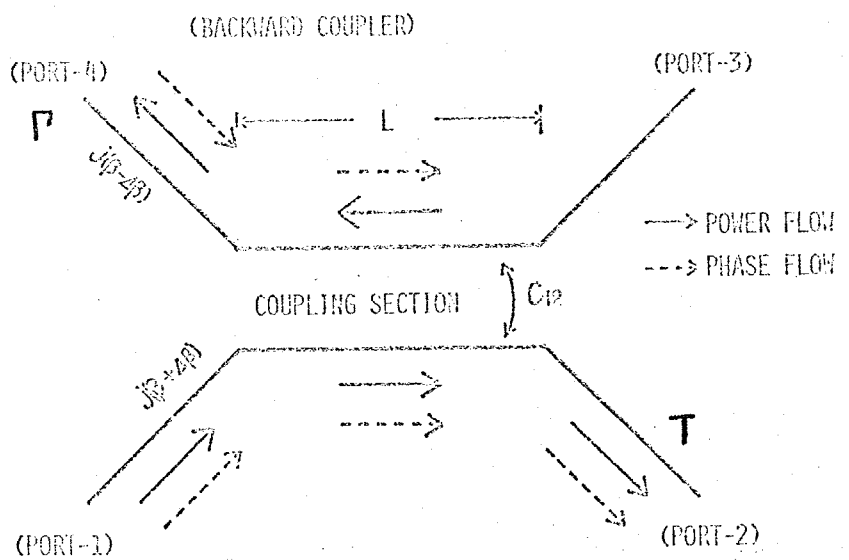


図28. 逆結合線路.

\*. 概念的な線路であり、2つの姿勢といっても差し支えない。  
 \*\*. もしくは、電子ビームの還流成分のように、負の伝送電力としてもよい。

port-3には、出力は現われず、port-2, port-4に各々

$$T = \frac{e^{-j\theta}}{ch \alpha l + j \frac{\Delta \beta_0}{\alpha} \cdot sh \alpha l} \quad (81)$$

$$\Gamma = \frac{\frac{C_{12}^*}{\alpha} \cdot sh \alpha l}{ch \alpha l + j \frac{\Delta \beta_0}{\alpha} \cdot sh \alpha l} \quad (82)$$

なる出力が現われる。

但し、 $\theta = \beta_0 l$

$$\alpha^2 = |C_{12}|^2 - \Delta \beta_0^2$$

$C_{12}$ : 結合係数.

$\beta_0 \pm \Delta \beta_0$ : 非結合時の位相定数.

同様な計算を、port-2, -3, -4 を各々入力端とした場合について行なうことにより、図28を4ポート回路と見なした時の散乱行列が求まる。結果は、

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & T_f & 0 & \Gamma_f \\ T_f & 0 & \Gamma_b & 0 \\ 0 & \Gamma_b & 0 & T_b \\ \Gamma_f & 0 & T_b & 0 \end{bmatrix} \quad (83)$$

となる。但し、

$$T_f = \frac{e^{-j\theta}}{ch + j \frac{\Delta \beta}{\alpha} sh} \quad (84)$$

$$T_b = \frac{e^{j\theta}}{ch + j \frac{\Delta \beta}{\alpha} sh} \quad (85)$$

$$\Gamma_f = \frac{\frac{C_{12}^*}{\alpha} \cdot sh}{ch + j \frac{\Delta \beta}{\alpha} \cdot sh} \quad (86)$$

$$\Gamma_b = \frac{-\frac{C_{12}}{\alpha} \cdot sh}{ch + j \frac{\Delta \beta}{\alpha} \cdot sh} \quad (87)$$

なお、相反性から、前進波に対する結合係数  $C_{12,a}$  と後退波のそれ  $C_{12,b}$  には、

$$C_{12,b} = C_{12,a}^* \tag{88}$$

が成立することを仮定している。

§ 2-5-3. 非相反導波路と逆結合線路との類似性.

2ポート非相反回路である非相反リアクティブ減衰器と、4ポート相反回路である逆結合線路との間には、密接な類似性が成り立つ。つまり、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{C_{12}}{\alpha} &= \frac{(P_2 - P_1) - j(1 + P_1 P_2)}{P_1 + P_2} \end{aligned} \right. \tag{89}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\Delta\beta}{\alpha} &= \frac{1 - P_1 P_2}{P_1 + P_2} \end{aligned} \right. \tag{90}$$

とすれば、

$$\left\{ \begin{aligned} S_{11} &\leftrightarrow \Gamma_f \\ S_{21} &\leftrightarrow T_f \\ S_{12} &\leftrightarrow T_b \\ S_{22} &\leftrightarrow \Gamma_b \end{aligned} \right. \tag{91}$$

の対応づけが可能となる。

さらに、回路の連続接続を考えると、両者の類似性は

より鮮明なものとなる。即ち、式(83)で与えられるような散乱行列を持つ4ポート回路を2ヶ連続接続すると、合成された4ポート回路の散乱行列はやはり、(83)式の形になることがわかる。また、(71)~(74)式で与えられる2ポート回路の連続接続でも、全く同様である。つまり、

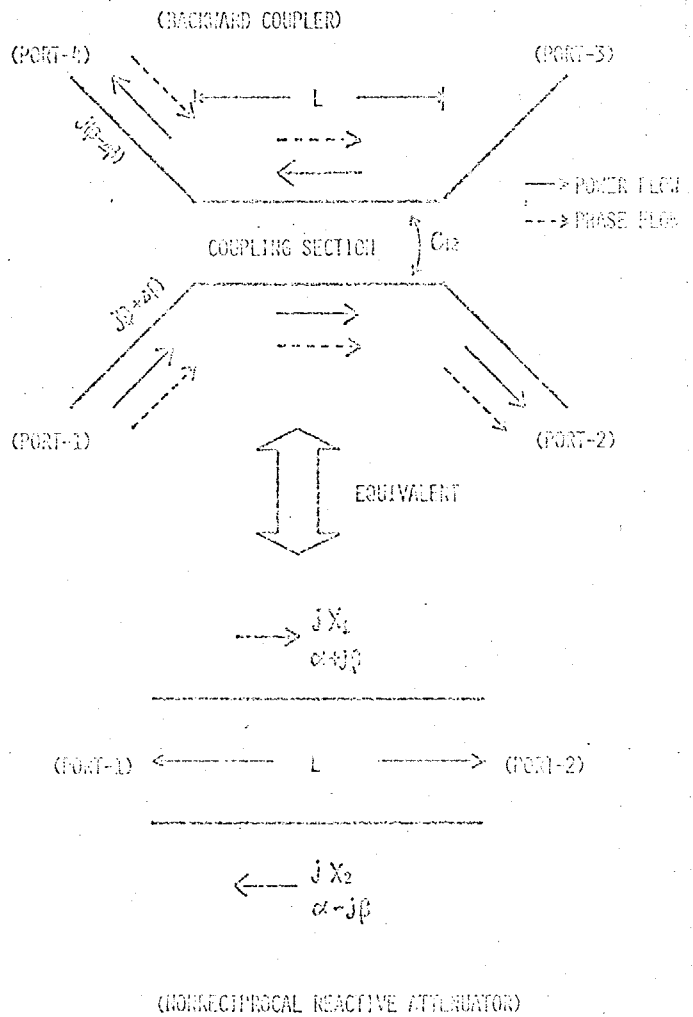
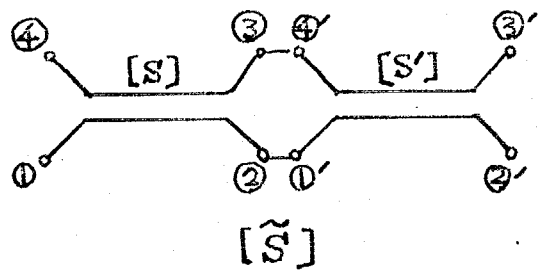


図 29.

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{T}_f & 0 & \tilde{P}_f \\ \tilde{T}_f & 0 & \tilde{P}_b & 0 \\ 0 & \tilde{P}_b & 0 & \tilde{T}_b \\ \tilde{P}_f & 0 & \tilde{T}_b & 0 \end{bmatrix} \quad (92)$$



となり、 $[S]$ 、 $[S']$  と同様な形である。

図30. 連続接続.

但し、

$$\begin{cases} \tilde{T}_f = T_f \cdot T_{f'} / D \\ \tilde{T}_b = T_b \cdot T_{b'} / D \\ \tilde{P}_f = (P_f - P_{f'} \Delta) / D \\ \tilde{P}_b = (P_b - P_{b'} \Delta') / D \\ D = 1 - P_{f'} \cdot P_b \\ \Delta = P_f \cdot P_{b'} - T_f \cdot T_b \\ \Delta' = P_{f'} \cdot P_b' - T_{f'} \cdot T_{b'} \end{cases} \quad (93)$$

である。2ポート回路の場合も、(91)式の対応をつければ、(93)式と全く同一の変換を受けることがわかる。

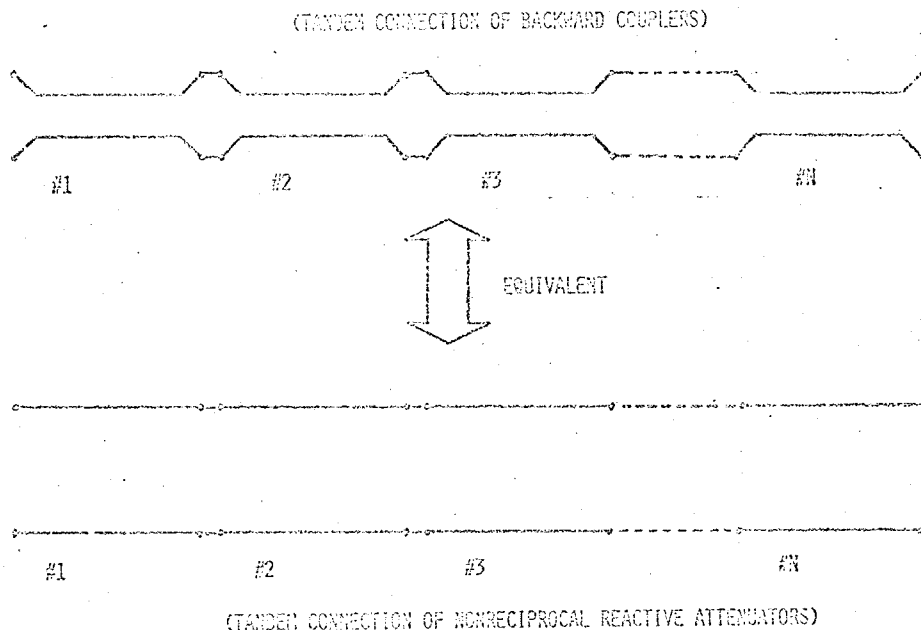


図31. 多段連続接続



そのために、4ポート相反回路である方向性結合器の構成論に、2ポート非相反回路である一般的なリアクティブ減衰器のそれが役立つことになる。<sup>\*</sup>

また、上記の議論から、名々の回路の全体は、「連続接続」という操作に関して「群」をなしていることがわかる。特に、単位回路は、

$$S_E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (94)$$

であり、逆回路は、

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} S_{11} & -S_{21} \\ -S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \times \frac{1}{\Delta}^{**} \quad (95)$$

となる。特に、逆回路の散乱行列の行列式は

$$\det(S^{-1}) = 1 / \det(S) \quad (96)$$

となるので、次の定理から受動回路の中で無損失回路の全体だけが「群」となることが証明される。

**[定理]** 受動回路の散乱行列の行列式の絶対値は、次の範囲にある。

$$|\det(S)| \leq 1$$

特に、等号成立は  $S$  がユニタリ行列の時に限られる。つまり、無損失回路に限られる。なお、逆は明らかである。

回路網の無損失性が、 $|\det(S)| = 1$  で表現されることを、この定理は主張していることになり、簡潔な判定式と考えられる。今後、この定理が回路解析において広く用いられることと思われる。なお、証明は、附録Vにのせておく。

\*. スリット線路方向性結合器の広帯域設計に類似の手法がある。(17)

\*\* .  $[S]$  の逆行列ではない。

## §2-6. おまげ.

本章では、EGMデバイスの設計構成の基礎資料となるフェライト基板ストリップ線の伝搬特性を、等方性基板の場合と比較しつつ、解析検討を行なった。また、反射問題では、終端短絡が無反射終端に殆んど近いことを、解析的及び実験的に明らかにした。さらに、このことを応用して新しい構造のEGMアイソレータを提案し、試作した。そして、この形式のアイソレータが、高順逆方向性を有することを確認した。また、EGMと線路側壁における境界条件との関係を一般的に解析した。その結果、負性抵抗（もしくは抵抗）差荷によつて、EGMを増幅（減衰）させる場合、その増幅定数（減衰定数）に限度があることがわかった。最後に、非相互導波路と結合線路との伝搬特性の間に、密接な関係があることを指摘し、結合線路系の構成論を、より簡単な非相互導波路の構成論に転化させる方法を明らかにした。また、回路網の無損失性に関する簡便な判定条件を導出した。

## 2章の文献\*

- [1] 香西, 「マイクロ波工学」, オーム社, 1967.
- [2] M.E. Hines, "A New Microstrip Isolator and Its Application to Distributed Diode Amplification", in 1970 IEEE Int. Microwave Symp. Dig., pp.304-307.
- [3] M.E. Hines, "Reciprocal and Nonreciprocal Modes of Propagation in Ferrite Stripline and Microstrip Devices", IEEE Trans., MTT-19, No. 5, pp.442-451, May, 1971.
- [4] J.A. Stratton, "Electromagnetic Theory", McGraw-Hill, NY, 1941.
- [5] 小西, 「フェライトを用いた最近のマイクロ波回路技術」, 電通信学会, 1972.
- [6] R.E. Collin, "Field Theory of Guided Waves", McGraw-Hill, N.Y., 1960.
- [7] L. Courtois, et.al., "On the Non-reciprocal Aspects of Gyromagnetic Surface Wave", AIP Conf. No.5 Pt.2, MMM Conf. Nov., 1971.
- [8] R.W. Damon and J.R. Eshbach, "Magnetostatic Modes of a Ferromagnetic Slab", J. Phys. Chem. Solids, vol. 19 pp. 308-320, 1961.
- [9] T.J. Gerson, J.S. Nadan, "Surface Electromagnetic Modes of a Ferrite Slab", IEEE Trans., MTT-22, No.8, pp. 757-763, Aug., 1974.
- [10] 黒川, 「マイクロ波回路入門」, 丸善, 1963.
- [11] 安浦, "波動回折問題の新しい数値解法", 信学誌, 57, 1, pp.28. 1974年, 1月.
- [12] R.F. Harrington, "Field Computation By Moment Methods"

\* 引文献の数は、最小必要限度に抑えた。

- Macmillan Comp., NY, 1968.
- [13] K.J. Button, B. Lax, "Theory of Ferrites in Rectangular Waveguides", IRE Trans., AP-4, p.531. 1956.
- [14] 黒川, 「マイクロ波回路入門」, 7章, 丸善, 1963.
- [15] W. Schlosser, H.G. Unger, "Partially Loaded Waveguides" in Advance in Microwave, Academic Press, NY, 1966.
- [16] H. Kogelnik, "Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings," B.S.T. J., vol. 48, No. 9, Nov. 1969, pp.2909-2947.
- [17] R. Levy, "Directional Coupler" in Advance in Microwave, Academic Press, NY., 1966.
- [18] 斎藤, 「線型代数入門」, 東大出版会, 1974.

挿入 I. (33)式の導出: 固有状態の直交性.

$n$ 次状態の固有函数  $\psi_n(x)$  については,

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + P_n^2\right) \psi_n(x) = 0 \quad (A1)$$

$$\left(\frac{d}{dx} - j\frac{\kappa}{\mu} \delta_n\right) \psi_n(x) = 0 \quad (\text{at } x=0, a) \quad (A2)$$

が成立し, 同様に  $m$ 次状態の固有函数  $\psi_m(x)$  についても,

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + P_m^{*2}\right) \psi_m^*(x) = 0 \quad (A3)$$

$$\left(\frac{d}{dx} + j\frac{\kappa}{\mu} \delta_m^*\right) \psi_m^*(x) = 0 \quad (\text{at } x=0, a) \quad (A4)$$

が成立する。

$$\therefore \int_0^a [(A1) \cdot \psi_m^*(x) - (A3) \cdot \psi_n(x)] dx$$

$$= \left[ \psi_m^* \cdot \frac{d}{dx} \psi_n - \psi_n \cdot \frac{d}{dx} \psi_m^* \right]_0^a + (P_n^2 - P_m^{*2}) \int_0^a \psi_m^* \cdot \psi_n dx$$

$$= 0$$

(A5)

よって, (A2), (A4) より,

$$j\frac{\kappa}{\mu} (\delta_n + \delta_m^*) [\psi_m^* \cdot \psi_n]_0^a = (P_m^{*2} - P_n^2) \int_0^a \psi_m^* \cdot \psi_n dx \quad (A6)$$

また,  $P_m^{*2} - P_n^2 = \delta_m^{*2} - \delta_n^2$  より,

$$j\frac{\kappa}{\mu} [\psi_m^* \cdot \psi_n]_0^a = (\delta_m^* - \delta_n) \int_0^a \psi_m^* \cdot \psi_n dx \quad (A7)$$

を得る。

但し, フェライトは無損失であると仮定している。

附録-II. (36)式の証明: 電力の重畳性.

$$\begin{aligned}
 P_{n,m} &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{\hbar}{j\omega\mu_{\text{eff}}} \left[ A_n^* \cdot A_m e^{-(\delta_{n1}^* + \delta_{m1})y} \int_0^a \psi_n^* (\delta_{m1} \psi_m + j \frac{\hbar}{\mu} \psi_m') dx \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_m A_n^* e^{-(\delta_{n1} + \delta_{m1}^*)y} \int_0^a \psi_m^* (\delta_{n1} \psi_n + j \frac{\hbar}{\mu} \psi_n') dx \right] \right\} \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{\hbar}{j\omega\mu_{\text{eff}}} \left[ A_n^* \cdot A_m e^{-(\delta_{n1} + \delta_{m1}^*)y} \delta_{m1} \int_0^a \psi_n^* \cdot \psi_m dx \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + A_m A_n^* e^{-(\delta_{n1} + \delta_{m1}^*)y} \delta_{n1}^* \int_0^a \psi_m \psi_n^* dx \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + j \frac{\hbar}{\mu} \cdot A_n^* \cdot A_m e^{-(\delta_{n1}^* + \delta_{m1})y} \int_0^a \psi_n^* \cdot \psi_m' dx \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + j \frac{\hbar}{\mu} A_m \cdot A_n^* \cdot e^{-(\delta_{n1} + \delta_{m1}^*)y} \int_0^a \psi_m' \cdot \psi_n dx \right] \right\} \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{\hbar}{j\omega\mu_{\text{eff}}} \cdot [\text{実数}] \right\} = 0 \tag{A8}
 \end{aligned}$$

途中, 式変形の際に, (A7)を用いた。なお,  $\hbar$ は基板の厚みである。

附録-III. (63), (64)式の具体的な表式

定義から,  $[C_{ij}]$ はエルミート行列となることから,  $i \leq j$ の場合についてだけ,  $C_{ij}$ を求めておく。

$$C_{00} = \frac{\exp(2\operatorname{Re}\{\alpha\}a) - 1}{2\operatorname{Re}\{\alpha\}} \tag{A9}$$

$$C_{0j} = \frac{\exp\{\alpha^* a\} (\Gamma_j)^j - 1}{\alpha^{*2} + \Gamma_j^2} \times (\alpha^* + j \frac{\hbar}{\mu} \delta) \tag{A10}$$

$$C_{i,i} = (1 + |\frac{k}{\mu} \cdot \delta_i|^2 / P_i^2) \cdot \frac{a}{2} \quad (A11)$$

$$C_{i,j} = \frac{2j}{P_i^2 - P_j^2} \left( \frac{k}{\mu} \cdot \delta_i + \frac{k^*}{\mu^*} \cdot \delta_j^* \right) \quad (i-j = \text{奇数}) \quad (A12)$$

$$= 0 \quad (i-j = \text{偶数}) \quad (A13)$$

一方, 列ベクトルは,

$$d_0 = \frac{\exp(-2j \operatorname{Im}\{\alpha\} a) - 1}{2j \cdot \operatorname{Im}\{\alpha\}} \quad (A14)$$

$$d_i = \frac{\exp(-\alpha a) \cdot (-1)^i - 1}{\alpha^2 + P_i^2} \left( \alpha + j \frac{k^*}{\mu^*} \cdot \delta_i^* \right) \quad (A15)$$

また, 終端開放の場合は,

$$C_{00} = \left| \frac{\varepsilon}{\mu} \right| \cdot \frac{\exp(2 \operatorname{Re}\{\alpha\} a) - 1}{2 \operatorname{Re}\{\alpha\}} \quad (A16)$$

$$C_{0j} = \sqrt{\frac{\varepsilon^*}{\mu^*}} \cdot \frac{e^{\alpha^* a} (-1)^j - 1}{\alpha^{*2} + P_j^2} \left( \frac{\delta_j}{j\omega\mu} \alpha^* - \frac{k}{\mu} \omega \varepsilon \right) \quad (A17)$$

$$C_{ij} = \frac{2}{P_i^2 - P_j^2} \left( \frac{\delta_i^*}{j\omega\mu^*} - \frac{k}{\mu} \omega \varepsilon + \frac{\delta_j}{j\omega\mu} \frac{k^*}{\mu^*} \cdot \omega \varepsilon^* \right) \quad (i-j = \text{奇数}) \quad (A18)$$

$$= 0 \quad (i-j = \text{偶数}) \quad (A19)$$

$$d_0 = \left| \frac{\varepsilon}{\mu} \right| \cdot \frac{\exp(-j2 \operatorname{Im}\{\alpha\} a) - 1}{-j2 \operatorname{Im}\{\alpha\}} \quad (A20)$$

$$d_i = \frac{\exp(-\alpha a) (-1)^i - 1}{\alpha^{*2} + P_i^2} \left( \frac{\delta_i^*}{j\omega\mu^*} \alpha - \frac{k^*}{\mu^*} \omega \varepsilon^* \right) \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \quad (A21)$$

附録-IV. 変換コネクタの残留反射損.

同軸線路とストリップ線路を接続する OSMコネクタには, 残留反射損 ( $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ) があるため, 反射係数はコネクタ一部の前後で異なる。つまり, コネクタの散乱行列を  $[S]$  とすると, port-1 から見込んだ時の反射係数  $\Gamma'$  は,

$$\Gamma' = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma}{1 - S_{22}\Gamma} \quad (A22)$$

と変換される。

そこで, コネクタ一部の不完全さが僅か ( $|S_{11}| = |S_{22}| \ll 1$ ) であって

も, 負荷の反射係数  $|\Gamma|$  がやはり  $|S_{11}|$  程度の微小量であると,  $\Gamma$  の位相量によって, 入力側の反射係数  $\Gamma'$  の大きさは,

$$\Gamma' \cong S_{11} - \Delta\Gamma \quad (A23)$$

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \quad |\Delta| = 1$$

であるので,

$$|\Gamma'|_{\min} = |S_{11}| - |\Gamma| \sim |\Gamma'|_{\max} = |S_{11}| + |\Gamma| \quad (A24)$$

の範囲を動き, デシベル量で表示すと大きく変化することになる。実数値の波打ちは, このようにして理解される。

一方, 負荷の反射係数が大きい場合には

$$|\Gamma'| \cong |\Gamma| \cong 1 \quad (A25)$$

が成り立つ。<sup>\*</sup>

\*.  $[S]$  が無損失であれば,  $|\Gamma| = 1$  には  $|\Gamma'| = 1$  が厳密に対応するので,  $|\Gamma| \cong 1$  には,  $|\Gamma| \cong |\Gamma'|$  がかなり妥当な近似となる

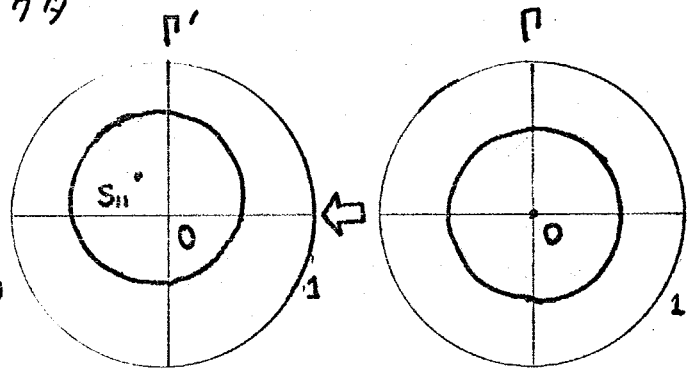
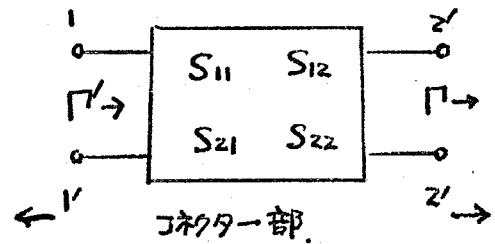


図 A1.



附録-V: 定理の証明

受動回路であるから、反射波電力は入射波電力より大きくならない。つまり、

$$H = I - S^+ S \quad (A26)$$

なる行列は、半正定値のエルミート行列となる。但し、 $I$ は単位行列であり、 $+$ は複素共役転置を意味する。

半正定値性の必要十分条件は、その行列の固有値が全て非負になることである。<sup>(18)</sup> 更に、エルミート行列  $H$  の対角成分に関しては、

$$\text{最小固有値} \leq H_{ii} \leq \text{最大固有値} \quad (A27)$$

が成り立つから、

$$A_{ii} \geq 0 \quad (A28)$$

可言える。

よって、散乱行列  $S$  を、

$$[S] = [S_1, S_2, \dots, S_n] \quad (A29)$$

と、列ベクトルで表示すれば、

$$A_{ii} = 1 - \|S_i\|^2 \quad (A30)$$

となる。但し、 $\| \cdot \|$  は、ベクトルのノルムである。(A28) (A30)式より、

$$\|S_i\| \leq 1 \quad (A31)$$

となる。一方、正方行列に対しては、アダマール不等式が成り立つ。

$$|\det(S)| \leq \|S_1\| \cdot \|S_2\| \cdot \dots \cdot \|S_n\| \quad (A32)$$

---

\*. 入射波ベクトル  $a_i$  に対する反射波ベクトル  $b_i$  は、 $b = S \cdot a$  で与えられ、 $\|b_i\| \leq \|a_i\|$  より、(A26) が得られる。

(A32)式において、等号は、ベクトル  $S_i$  が互いに直交している時に成り立つ。

$$(S_i, S_j) = 0 \quad (i \neq j) \quad (A33)$$

(A31), (A32)式より,

$$|\det(S)| \leq 1 \quad (A34)$$

が成り立つ。

(A34)式において、等号成立は、(A31)(A33)式を考慮すると、

$$(S_i, S_j) = \delta_{ij} \quad (A35)$$

の時に限られることがわかる。

(A35)式の条件は、 $[S]$ がユニタリ行列であることを意味している。つまり、

$$|\det(S)| = 1 \quad (A36)$$

となる受動回路は、実は無損失回路だけであることが証明された。一方、無損失回路であれば、(A36)式が成立することは容易に証明できる。

受動性という制約は必要であるが、無損失性を表現するのに、(A36)式は、(A35)式より、はるかに簡潔である。

附録 - VI. (58) 式の最小解が. (62) 式で与えられること.

$$\begin{aligned}
 |\Psi_0 + \sum_{n=0}^N A_n \Phi_n|^2 &= |\Psi_0|^2 + \sum_{n=0}^N A_n \Phi_n \Psi_0^* + \sum_{m=0}^N A_m^* \Phi_m^* \Psi_0 \\
 &\quad + \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N A_n \cdot A_m^* \Phi_n \cdot \Phi_m^* \quad (A37)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \Delta_N &= \int_0^a |\Psi_0|^2 dx + \sum_{n=0}^N A_n \int_0^a \Phi_n \cdot \Psi_0^* dx + \sum_{m=0}^N A_m^* \int_0^a \Phi_m^* \cdot \Psi_0 dx \\
 &\quad + \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N A_n \cdot A_m^* \int_0^a \Phi_n \cdot \Phi_m^* dx \quad (A38)
 \end{aligned}$$

$\lambda = 3$  で. 未定定数  $A_m$  ( $m=0, \dots, N$ ) は一般に複素数であるので.

$$A_m = A_{nr} + j A_{ni} \quad (A_{nr}, A_{ni}: \text{実数}) \quad (A39)$$

と書ける。

そこで,  $\Delta_N$  の最小値は.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta_N}{\partial A_{nr}} = 0 \\ \frac{\partial \Delta_N}{\partial A_{ni}} = 0 \end{array} \right. \quad (A40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta_N}{\partial A_{nr}} = 0 \\ \frac{\partial \Delta_N}{\partial A_{ni}} = 0 \end{array} \right. \quad (A41)$$

を満足する  $(A_{nr}, A_{ni})$  を (A38) 式へ代入した時に, 得られることになる。

(A40), (A41) 式の条件は.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Delta_N}{\partial A_{nr}} &= \int_0^a \Phi_n \Psi_0^* dx + \sum_{m=0}^N A_m^* \int_0^a \Phi_m \cdot \Phi_m^* dx \\
 &\quad + \int_0^a \Psi_0 \Phi_n^* dx + \sum_{m=0}^N A_m \int_0^a \Phi_m^* \cdot \Phi_m dx \\
 &= 0 \quad (A42)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda_N}{\partial A_{ni}} &= i \int_0^a \bar{\Phi}_n \cdot \psi_0^* dx + i \sum_{m=0}^N A_m^* \cdot \int_0^a \bar{\Phi}_m \cdot \bar{\Phi}_m^* dx \\
&\quad - i \int_0^a \psi_0 \bar{\Phi}_n^* dx - i \sum_{m=0}^N A_m \cdot \int_0^a \bar{\Phi}_m \cdot \bar{\Phi}_m^* dx \\
&= 0
\end{aligned} \tag{A43}$$

となる。

$$\therefore \frac{\partial A_n}{\partial A_{nr}} = 1 \quad \frac{\partial A_n}{\partial A_{ni}} = i \quad \frac{\partial A_m}{\partial A_{nr}} = \frac{\partial A_m}{\partial A_{ni}} = 0 \quad (m \neq n) \tag{A44}$$

よって、(A42), (A43)式より、

$$\left\{ \int_0^a \psi_0 \bar{\Phi}_n^* dx + \sum_{m=0}^N A_m \cdot \int_0^a \bar{\Phi}_m \cdot \bar{\Phi}_m^* dx = 0 \right. \tag{A45}$$

$$\left. \int_0^a \bar{\Phi}_n \cdot \psi_0^* dx + \sum_{m=0}^N A_m^* \cdot \int_0^a \bar{\Phi}_m \cdot \bar{\Phi}_m^* dx = 0 \right. \tag{A46}$$

を得る。但し、(A45)式と(A46)式とは、互いに複素共役になつてゐる。

(A45)式は、(62)式に他ならない。

なお、(A45)式は、形式的に、

$$\frac{\partial \Lambda_N}{\partial A_n^*} = 0 \tag{A47}$$

とあることによつても、得られる。但し、

$$\frac{\partial A_m}{\partial A_n^*} = 0 \quad \frac{\partial A_m^*}{\partial A_n^*} = 0 \quad (m \neq n) \quad \frac{\partial A_n^*}{\partial A_n^*} = 1 \tag{A48}$$

と規約する。

## 第3章 側壁短絡型エッジガイドモードアイソレータ

## §3-1. まえがき

前章でも述べたように、フェライト基板ストリップ線路の構造を非対称にして線路の一方の側壁を短絡すると、伝送路としての非相反性はより顕著なものとなる。つまり、固有姿勢の伝搬定数は、正負一對では存在し得えなくなる。特に、フェライトの実効透磁率  $\mu_{eff} < 0$  となる周波数帯域では、全ての高次姿勢は遮断域にある\*。更に伝搬姿勢は、開放境界側に沿って伝搬するものだけとなり、このような伝送路は、いわゆる「一方向性線路」\*\*となる。そこで、このような線路構造を用いた回路は、アイソレータになると予想される。\*\*\*

「側壁短絡型エッジガイドモードアイソレータ」は、上記のような考え方に基づき、筆者ら<sup>(2)</sup>によって初めて提案された。従来のEGMアイソレータでは、付加的抵抗を用いていたのに対して<sup>(3)</sup>、「側壁短絡型EGMアイソレータ」は、そのような付加的抵抗体を用いない簡単な構造でありながら、しかも高順逆方向性がとれるという特長を有していることが、実験的に確認された。勿論のことではあるが、アイソレータ動作にとって回路内部の損失は本質的であるので、付加的抵抗体を用いていないと言っても、「無損失アイソレータ」が実現できたのではなく、フェライト媒質自体の損失が有効に使われているのである。そのため、動作原理から分類すれば、従来のEGMアイソレータが、「電界偏位型」<sup>(4)</sup>に属するのに対して、「側壁短絡型」は共鳴吸収型に属すると言うこともできる。しかし、通常の「共鳴吸収型」アイソレータが共鳴周波数付近の狭い帯域でしか動作しないのに対して、「側壁短絡型」アイソレータは、ほぼ  $\mu_{eff} < 0$  なる帯域でアイソレータ動作をするため、はるかに広帯域であるという利点も持っている。

本章では、このような種々の特長を有する側壁短絡型アイソレータの特性に関して詳細な実験的、理論的検討を加え、設計製作に必要な基礎的資料を得

\*. 但し、ここのエバネセント波は、一般化した意味のエバネセント波であり、伝搬定数は  $\delta = \text{imag}$ .

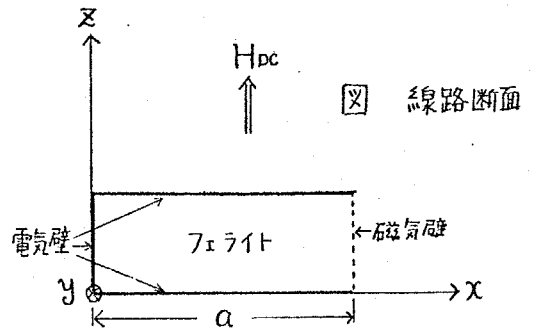
\*\*、フェライト導波管をめぐりパッドocksに關連して、検討がなされた。<sup>(1)</sup>

\*\*\*、勿論、回路特性は、通常線路と、一方向性線路との接続問題を考慮しなければならぬ。この点に關しては、§3-3で考察する。

ることとする。特に、§3-4では、ミリ波通信<sup>(5)</sup>の中間周波数帯である1.7GHz帯における小型側壁短絡型EGMアイソレータを開発した結果を述べることにする。

§3-2. 側壁短絡型フェライト基板ストリップ線路の伝搬特性.

フェライトを基板として用いているため、ストリップ線路中を伝搬する固有姿態は、等方性基板の時には見られなかった特徴的な性質を示すようになる。先に、§2-2で、開放-開放境界線路の固有姿態の性質を、誘電体基板の場合と比較しつつ論じてきたが、ここでは、それに引き続いて開放-短絡境界線路の伝搬特性について、述べることにする。



<固有姿態>

図1に示すような線路構造を考える。§2-2.の場合と比べて、境界条件だけが異なっているから、固有姿態の分布函数  $\psi(x)$  は、

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + \Gamma^2 \right) \cdot \psi(x) = 0 \tag{1}$$

$$\psi(x) = 0 \quad \text{at. } x = 0 \tag{2}$$

$$\left( \frac{d}{dx} - j \frac{\mu}{\mu_0} \delta \right) \cdot \psi(x) = 0 \quad \text{at. } x = a. \tag{3}$$

但し、 $\delta$ は固有姿態の伝搬定数であり、

$$\Gamma^2 = \delta^2 + \omega^2 \mu_0 \mu \epsilon \tag{4}$$

とおいている。

結局、伝搬定数に対する決定方程式は、(1)~(3)式より、

$$\begin{cases} \gamma^2 = \Gamma^2 - \omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon & (4) \\ \gamma = -j \frac{\mu}{\kappa} \cdot \Gamma \cdot \cot \Gamma a & (5) \end{cases}$$

となる。

(4), (5)式より、 $(\gamma, \Gamma)$ が解であれば、 $(\gamma, -\Gamma)$ ,  $(-\gamma^*, \Gamma^*)$ ,  $(-\gamma^*, -\Gamma^*)$ も解となることがわかる。<sup>††</sup> ここで、 $\gamma$ と $-\gamma$ とが対をなすのではなく、 $\gamma$ と $\alpha + j\beta$ と $-\gamma^* = -\alpha + j\beta$ ,  $\gamma$ が対、つまり前進波と後退波に対応することになる。また、 $\gamma = \alpha$ : 実数の通常のエバネセント状態が存在しないこともわかる。なぜならば、

$$\bullet \quad \Gamma^2 = \text{実数} \rightarrow \Gamma \cot \Gamma a = \text{実数} \quad (6)$$

となるので、 $\gamma$ は実数にはなれないからである。

更に、 $\mu_{\text{eff}} < 0$ の場合には、 $\gamma = j\beta$ という伝搬状態は、ただ一つしか存在しないことになる。(→ 附録 I)

このことは、線路構造  $a$  と無関係に成立する。 $\mu_{\text{eff}} > 0$ になると、伝搬状態の単一性は失われる。高次状態が、遮断域から伝搬域へ転ずる周波数(いわゆる遮断周波数)は、通常の導波管と同様に、幅  $a$  が広い程、低くなるが、 $f_2^{\text{III}}$  以下になることはない。なお、図 2 に、フェライトの損失も考慮して、固有状態の伝搬定数の周波数特性を計算した結果を示しておく。この場合、 $f_1 \doteq 4.0$  [GHz]、 $f_2 \doteq 7.14$  [GHz] であり、後退波の 0 次状態の位相定数は、 $f \doteq 7.45$  [GHz] で符号が逆転している。

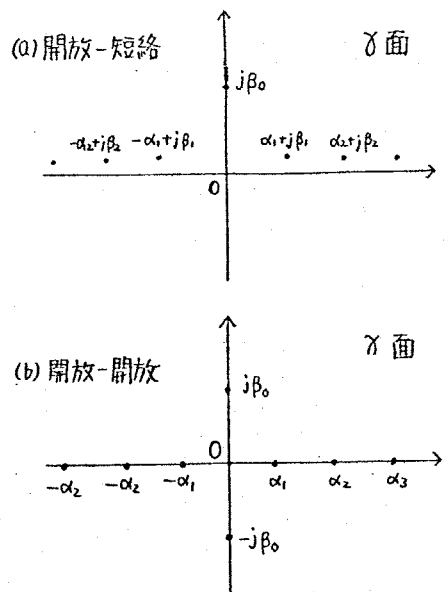


図 2 固有モードの伝搬定数の分布

†.  $(\gamma, \Gamma)$  と  $(\gamma, -\Gamma)$  とは、本質的には同じ固有状態である。

††. ここでは、解析を簡単にするため、媒質は無損失と仮定している。つまり、 $\mu, \kappa, \epsilon$  は全て実数。

†††.  $f_2 = f_2 + f_m$  のことである。別名、"Ferrite-Metal Resonance Frequency" と呼ばれている。<sup>(6)</sup>

Normalized  
Propagation  
Constant

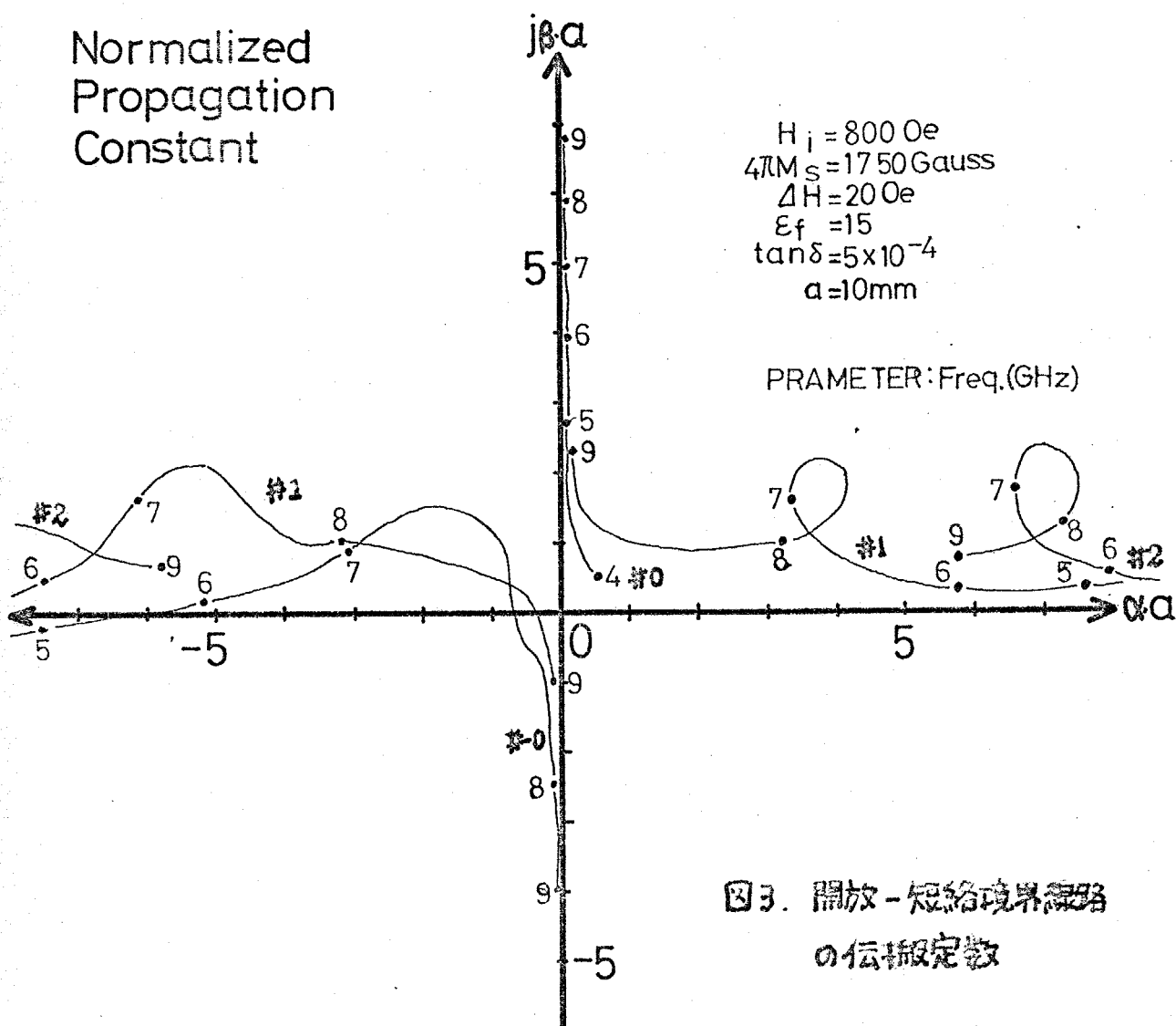


図3. 開放-短絡境界線路  
の伝播定数

ところで、媒質の無損失性を仮定しても、 $\gamma = \pm\alpha + j\beta$ なる複素伝播定数をもつと、先程述べたが、この複素伝播定数は導波路の無損失性と矛盾するものではない\*。つまり、 $\gamma = \pm\alpha + j\beta$  ( $\alpha > 0$ )なる固有姿態の伝送電力は0となることがわかる。(→ 附録Ⅱ)

また、媒質の損失した場合でも、 $\gamma = -\alpha + j\beta$ なる固有姿態の伝送電力の方向は\*\*位相推移の方向とは無関係に、振幅が減少する方向、つまり $-\alpha$ 方向を向いているので、実質的には減衰波と考えられる。そのため、導波路の有損失性と矛盾しない。つまり、見かけ上パラドックスめいたことが起きているが、注

\*. Leaky Mode<sup>(17)</sup>のような Improper Mode ではなく、Proper Mode と考えらる。

\*\* . 損失を仮定しているで、全ての姿態は有限の伝送電力を担う。



意深く考察すれば、それらは何らパラドックスではないことがわかる。<sup>\*</sup> なお、これに類似した議論が、異方性媒質を用いた薄膜光導波路においても得られている。<sup>(8)</sup> また、図2は、「開放-開放境界」フェライト基板ストリップ線路と、「開放-短絡境界」線路との伝搬定数の分布の相違点も、概念的に描いたものである。

### 〈固有状態間の電力重畳性〉

先に§2-2において、「開放-開放境界」線路には、固有状態間に伝送電力の重畳性が成立することも指摘した。一方、「開放-短絡境界」線路においても、やはり重畳性が成立することがわかる。<sup>\*\*</sup> 以下、そのことについて、述べる。まず、固有状態間には、次の関係式が成立する。

$$\int_0^a [\psi_m \cdot \psi_m^*]_{x=0} = (\delta_m^* - \delta_m) \int_0^a \psi_m \cdot \psi_m^* dx \quad (7)$$

(→ 附録Ⅲ)

そして、(7)式を用いて、 $n$ 次と $m$ 次状態間の伝送電力の相互項を計算すると、

$$P_{n,m} = R_0 \left[ \int_0^a (E_{zn}^* \cdot H_{zm} + E_{zm}^* \cdot H_{zn}) dx \right] = 0 \quad (8)$$

となる。(→ 附録Ⅳ)

こうして、伝送電力の重畳性が証明された。なお、同様に「短絡-短絡境界」線路でも、伝送電力の重畳性が成立することがわかる。(詳細は省略する。)

但し、以上の議論は、フェライトの損失を考慮していない時のものであり、損失を考慮すると、伝送電力の重畳性は失われる。

これは、等方性媒質の場合と大きく相違する点であり、等方性であれば、たとえ損失があったとしても、異なる状態間には重畳性が成立する。但し、同一状態の進行波と後退波との間の重畳性は失われる。<sup>(10)</sup>

\*. そのため、§3-3の不連続問題の解析においては、透過波 $E$ を開放の位相推移が逆な波 $E$ を用いている。

林. 導波路の無損失性と、固有状態の電力重畳性とか、密接な関係にあることが予想される。<sup>(9)</sup>

### §3-3. 側壁短絡型エッチガイドモードアイソレータとその動作特性の解析

前節で明らかにしたように、フェライト基板ストリップ線路の一方の端を短絡した構造の伝送路においては、実効透磁率が  $\mu_{eff} < 0$  となる周波数帯域で線路幅  $a$  に無関係に、一方向伝送路が実現できる\*。

そこで、このような線路を用いた回路は、アイソレータ動作をすることが期待される。実際、図4に示すような回路を構成し、その回路特性を測定したところ、良好なアイソレータ動作を示すことがわかった。

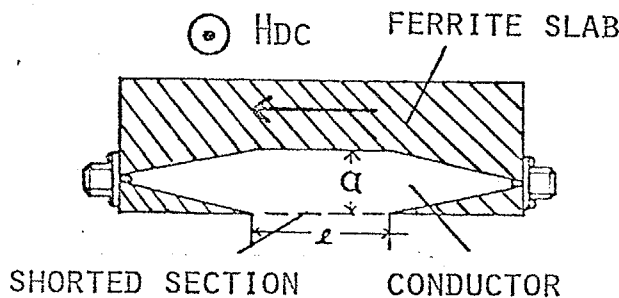


図4. The structure of a new type of E.G. mode isolator

従来のEGMアイソレータが、図5に示すように付加的な抵抗体(鉄粉等)を用いて構成されているのに対して、<sup>(3)</sup>ここで新しく開発した図4のような構造のEGMアイソレータは、そのような付加的な抵抗体を用いていないで、線路の一方の端を短絡しただけの簡単な構造のものである。この新しい構造のEGMアイソレータを、構造上の特徴を冠して、「側壁短絡型」EGMアイソレータと名づけることにする。

動作原理から分類すると、この「側壁短絡型」は、フェライト自体の損失をアイソレータ動作に利用しているので、共鳴吸収型アイソレータに近いと考えられる。一方、従来のEGMアイソレータは、電界偏位型の一つと見なせる。

\*. 0次前進波と対応するべき0次後進波は、 $\mu_{eff} < 0$ の領域では、1次前進波と対応していることが、§3-2の図3お明らかとなった。

側壁短絡型アイソレータは、ただ単に構造が簡単\* だけでなく、ほぼ  $\mu$  帯<sup>(1)</sup> でアイソレータ動作をするため、比較的広帯域であり、またアイソレーションが大きくとれるという特長も有している。(2)

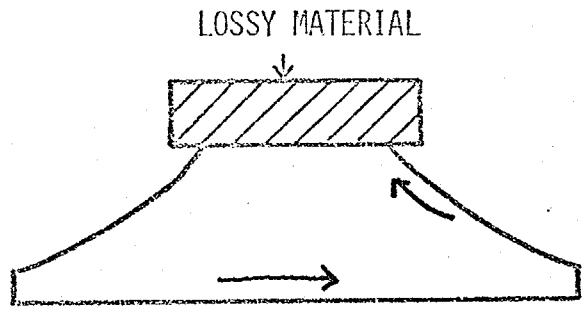


図5. 従来のEGMアイソレータ.

以下の小節で、側壁短絡型EGMアイソレータの動作特性に対する詳細な実験的・解析的検討を加え、基礎的設計資料を提供することにする。

### § 3 - 3 - 1. 実験結果.

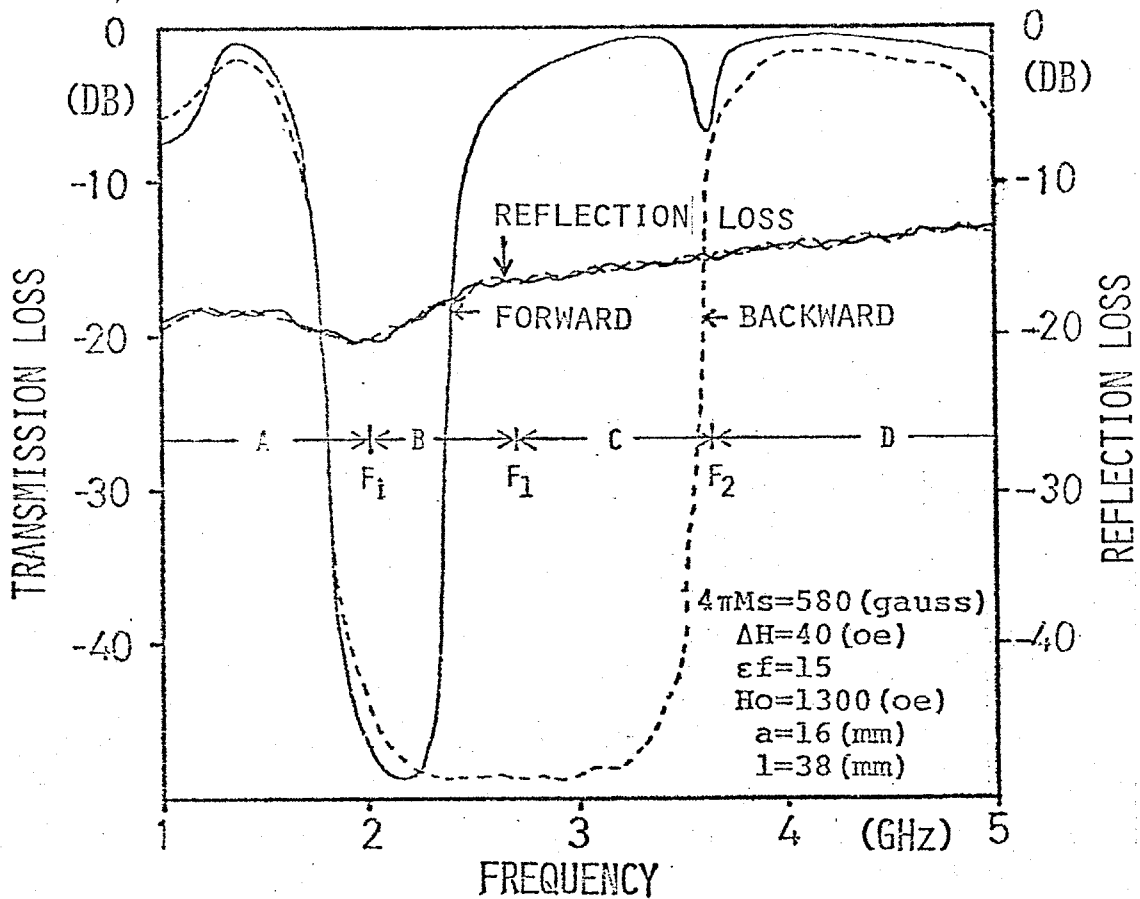


Fig.6 The characteristics over all frequencies

\*. 勿論、回路構成が簡単であるとは、実際の製作の上において、大きなメリットである。

まず、図6に図4の構造の回路の全帯域における特性(反射量、順逆伝達量)の測定値を示す\*。図6の中に示されている、 $f_c$  という値は、フェライトの磁気共鳴周波数(計算値)である。 $f_c$  の附近の周波数で、順逆両方向とも、大きな減衰量を示しており、これは、やはりフェリ磁気共鳴によるものである。一方、図中のC領域は、 $\mu_{eff} < 0$  となる周波数帯を表わしたものであるが、ほぼC領域において、順逆方向に大きなレベル差が生じ、アイソレータと

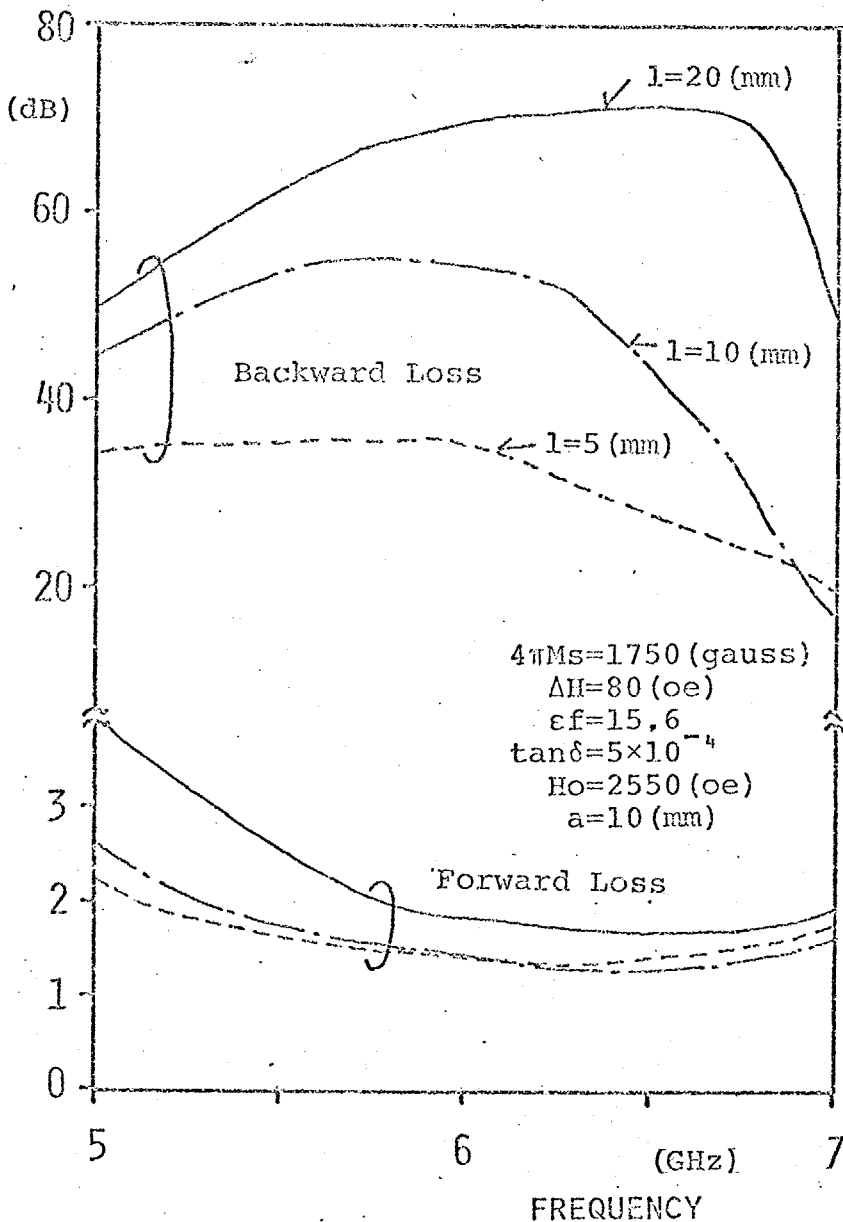


図7.  $l$ : パラメータ.

\*. 測定対象の回路全体を、金属でシールドしても、特性の変化は見られなかった。回路からの放射は、ほとんど無視できると言える。

して、動作していることが確認される。また、反射量は、全周波数帯域にわたって、 $-20$ (dB)程度と極く僅かな量であることもわかる。更に、反射量は、順方向でも、逆方向でも、殆んど差は見られない。\*

次に、図7は、短絡部の長さ $l$ を変えた時の特性の変化を示したものである。短絡部の長さ $l$ を長くすると、当然のことながら、アイソレーションは高くなる。一方、順方向伝達量(挿入損失)は、あまり $l$ には影響されない。これは、

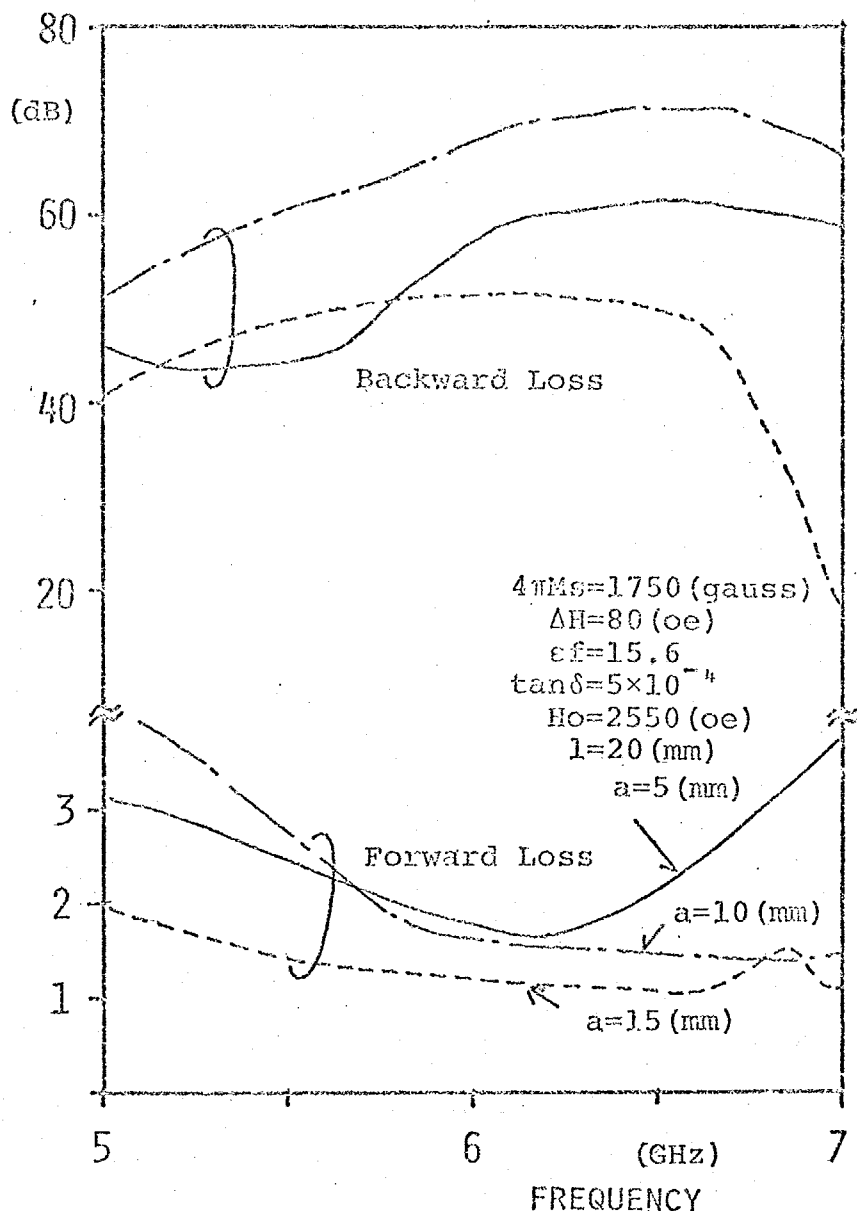


図8.  $a: 10^{-7} \times 9$ .

\*. 伝達量は、大きな非相関を示しているが、反射量にかゝっては、原理的に差が生じないのかもしれない。この点に関しては、また検討を行なう必要がある。

順方向の場合には、開放境界側に集中したまま伝搬していくので、他方の端の状態には、あまり影響を受けないためと考えられる。

また、図8は、線路幅 $a$ をパラメータとして特性の変化を測定した結果である。線路幅 $a$ は、1) 挿入損失と、2) 上限周波数 とに影響を与えることがわかる。つまり、幅を広くしていく、挿入損失は減少する。このことは、§3-3-2. の解析でも、同様な結論が得られている。特に、 $f_2^*$ の周波数附近的での損失の増加が目立つ。一方、上限周波数 $f_c^{**}$ の方は、線路幅 $a$ を広げると、低下して来る。このことは、線路幅 $a$ を広げると、逆方向に伝搬する定数の遮断周波数が低下してくるため、一方向伝搬特性が失われるためと考えられる。ところで、先に倒壁短絡型 EFM アイソレータの上限周波数は、ほぼ $f_2$ で与えられると言ったが、より正確には、逆方向0次定数が伝搬し始める周波数 $f_c$ で上限周波数が与えられることになる。 $f_c$ はフェライト媒質や印加直流磁界の強さだけで決まるのではなく、線路幅 $a$ にも関係してくる。幅 $a$ が狭い程、 $f_c$ は高くなるが、しかし一方、 $a$ を狭くすると、順方向の挿入損失が増加してしまう。そのため、 $a$ には適切な値が存在するものと思われる。なお、上限周波数を高くするために、直流磁界の分布を不均一にするという方法が、野口らによって提案されている。(11)

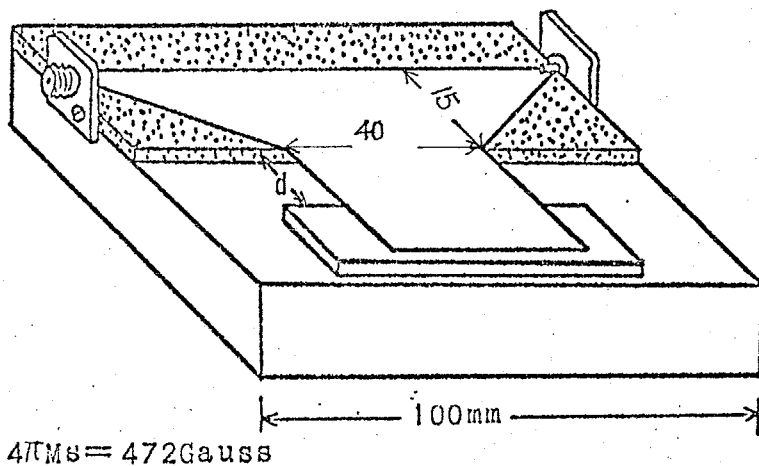


図9 短絡位置可変

\*.  $f_2$ を別名、"Ferrite-Metal Resonance Frequency" と呼ぶのは、こうしたことから由来していると思われる。

林. 定数のアイソレータ動作をすき帯域の上限周波数という意味で用いている。

ところで、側壁短絡型EGMアイソレータにおいては、短絡部がアイソレータ動作をする上で、最も重要な個所であると考えられる。実際、図9のように短絡板の位置を離していくと、図10に示すような特性の変化を生じた。つまり、帯域、挿入損失等の点から言えば、短絡板を密着させた時( $d=0$ mm)が、最良ということになる。このような装荷アドミタンスは、誘導性リアクタンスと考えられる。容量性リアクタンスを装荷した場合、どのようになるかは検討すべき課題として残されているが、少なくとも、短絡板はフェライトに密着させるべきであることが結論される。<sup>(12)</sup>

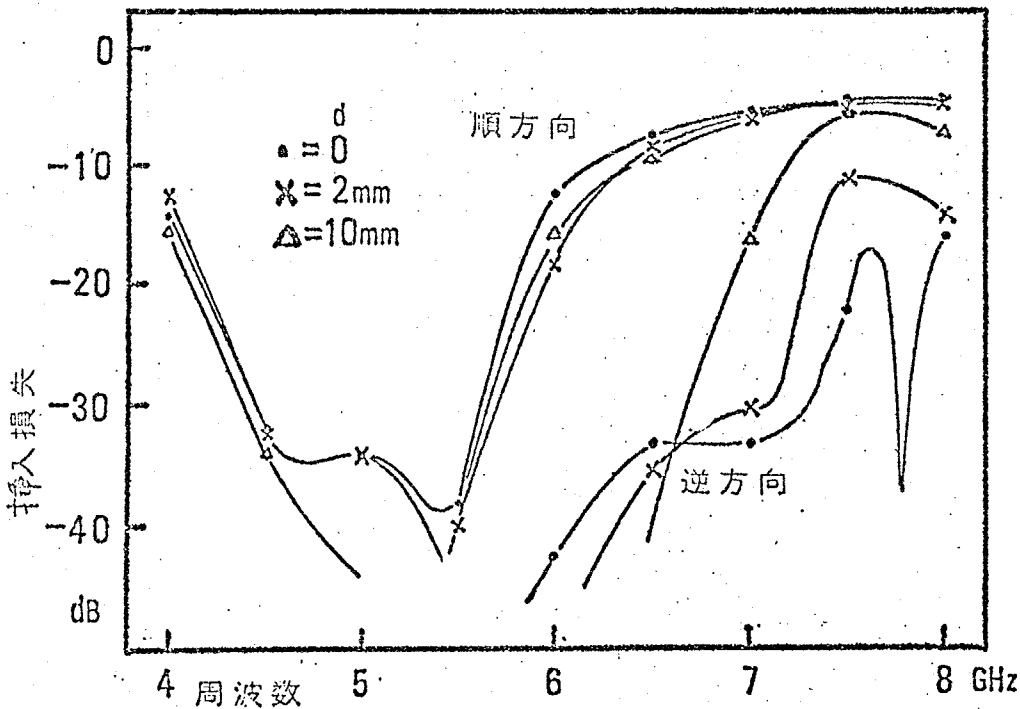


図10. 短絡間隔 $d$ の変化による特性の変化

マイクロストリップ線路は、接着剤付きアルミ箔テープをフェライト基板に貼り付けることによって、構成しているが、図11からわかるように、接着剤の影響は大きい。以後、短絡部は\*上から真鍮板で押さえ、ネジ止めして圧着した。勿論、蒸着法で線路を製作すれば、上記の問題は生じない。

\*. 短絡部以外は、電圧線が、接着剤の層に対して垂直であるので、あまり接着剤の影響はないと考えられる。

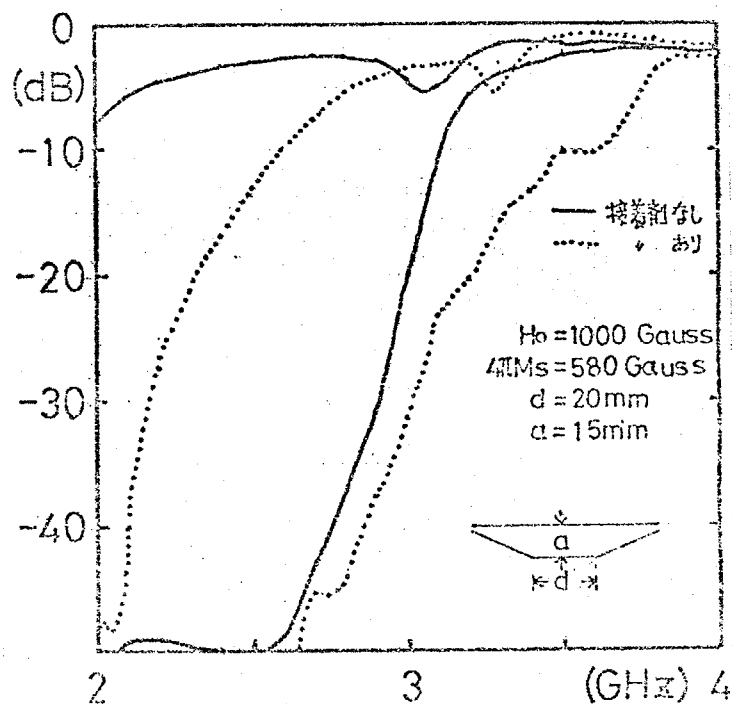


図11. 接着剤の影響.

§ 3 - 3 - 2. 反射特性の解析.

図12に示すような不連続結合問題を解析する。領域 [I] は、開放-開放境界線路であり、領域 [II] は開放-短絡境界線路である。

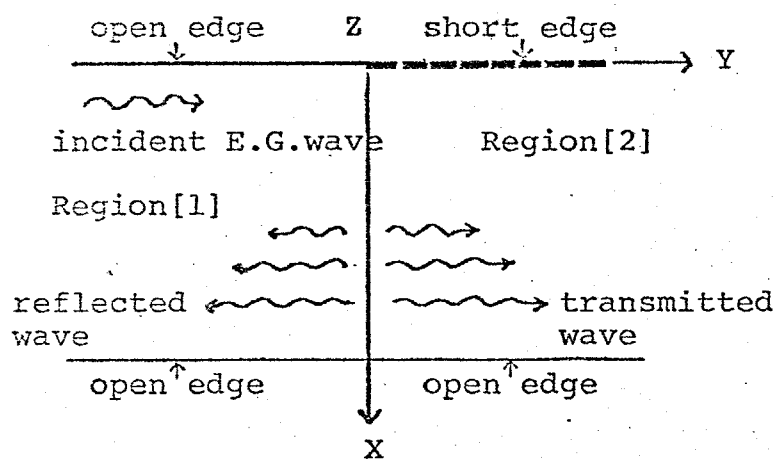


Fig. 12 Reflection at the discontinuous junction



実際の側壁短絡型 EGM アイソレータでは、領域 [I] の部分は、インピーダンス整合のためテーパ状になっているが、ここでは解析を簡単にするため、境界は平行としている。更に、入力部、出力部の 2ヶ所に、このような不連続部が存在するが、解析が非常に複雑になるので、1ヶ所だけの不連続結合問題を取り扱った。しかし、2ヶ所の不連続部がある程度離れていれば、ここで得られた結果は、実際のアイソレータの反射特性を説明しうるであろう。

### 〈定式化〉

入射波として、0次姿態である EGM を想定する。そして、この EGM が  $y=0$  で電気壁に衝突する場合を解析する。一方、開放境界側に偏位した EGM が入射してくる場合は、その電磁界分布から当然予想されるように、反射量は、極く僅かであるので、解析の対象からはずした。<sup>\*</sup>

$y=0$  の不連続部で発生する反射波、透過波を各領域の固有姿態系で展開する。

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z [I] = \psi_0(\alpha) e^{-\gamma_0 y} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \psi_n(\alpha) e^{\delta_n y} \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad \text{入射波} \quad \quad \quad \text{反射波} \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z [II] = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cdot \psi'_n(\alpha) e^{-\delta'_n y} \\ \quad \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad \text{透過波} \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_x [I] = \eta_0(\alpha) e^{-\gamma_0 y} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \xi_n(\alpha) e^{\delta_n y} \end{array} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_x [II] = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \eta'_n(\alpha) e^{-\delta'_n y} \end{array} \right. \quad (12)$$

但し、領域 [II] における姿態函数、伝搬定数には、全 2 グラフシユをつけた。

次に、不連続面 ( $y=0$ ) での、電界、磁界の接續成分の連続性により、姿態函数に関する方程式を得る。

\*. 電気壁に入射し来る場合は、大きな反射が起こるのでないかと、当初疑念された。

$$\left\{ \begin{aligned} \psi_0(x) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Phi_n(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n \psi'_n(x) \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \eta_0(x) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \xi_n(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n \eta'_n(x) \end{aligned} \right. \quad (14)$$

状態函数 ( $\psi_n(x)$ ,  $\eta_n(x)$ , ... 等) が既知であるから, (13) (14) 式の連立方程式から, 未知の状態展開係数  $A_n$ ,  $B_n$  が決定される。ここでは, §2-4-1 の反射問題の解析と同様に, モード整合法により,  $A_n$ ,  $B_n$  を決定する。<sup>(13)</sup> 即ち,

$$\Delta_N = \frac{\int_0^a \left| \psi_0(x) + \sum_{n=0}^N A_n \Phi_n(x) - \sum_{n=0}^N B_n \psi'_n(x) \right|^2 dx}{\int_0^a |\psi_0(x)|^2 dx} + \frac{\int_0^a \left| \eta_0(x) + \sum_{n=0}^N A_n \xi_n(x) - \sum_{n=0}^N B_n \eta'_n(x) \right|^2 dx}{\int_0^a |\eta_0(x)|^2 dx} \quad (15)$$

なる 2 項誤差量  $\Delta_N$  を考えて, この  $\Delta_N$  を最小化するという意味において,  $A_n$ ,  $B_n$  の最適解を求める。<sup>\*</sup>

結局,  $\Delta_N$  の最小値は,

$$\frac{\partial \Delta_N}{\partial A_n^*} = 0 \quad (n=0, 1, \dots, N) \quad \frac{\partial \Delta_N}{\partial B_n^*} = 0 \quad (n=0, 1, \dots, N) \quad (16)$$

より求まることになり, それらは

$$\begin{bmatrix} C_{AA} & C_{AB} \\ C_{BA} & C_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_A \\ D_B \end{bmatrix} \quad (17)$$

という, 連立一次方程式に帰着される。なお, 各小行列  $C_{AA}$ ,  $C_{AB}$ ,  $C_{BA}$ ,  $C_{BB}$  の要素は, 次式で与えられる。

\*. 反射波と透過波の展開項数は, 必ずしも同じでなくても構わない。

$$C_{AAij} = \frac{\int_0^a \Phi_i^* \Phi_j dx}{D_1} + \frac{\int_0^a \xi_i^* \xi_j dx}{D_2} \quad (18)$$

$$C_{ABij} = - \frac{\int_0^a \Phi_i^* \Psi_j' dx + \int_0^a \xi_i^* \eta_j dx}{\sqrt{D_1 \cdot D_2}} \quad (19)$$

$$C_{BAij} = - \frac{\int_0^a \Psi_i^* \Phi_j dx + \int_0^a \eta_i^* \xi_j dx}{\sqrt{D_1 \cdot D_2}} \quad (20)$$

$$C_{BBij} = \frac{\int_0^a \Psi_i^* \Psi_j' dx}{D_1} + \frac{\int_0^a \eta_i^* \eta_j dx}{D_2} \quad (21)$$

また、右辺列ベクトルは、

$$D_{A,2} = - \frac{\int_0^a \Phi_i^* \Psi_0 dx}{D_1} - \frac{\int_0^a \xi_i^* \eta_0 dx}{D_2} \quad (22)$$

$$D_{B,2} = \frac{\int_0^a \Psi_i^* \Psi_0 dx}{D_1} + \frac{\int_0^a \eta_i^* \eta_0 dx}{D_2} \quad (23)$$

となる。但し、

$$D_1 = \int_0^a |\Psi_0|^2 dx \quad (24)$$

$$D_2 = \int_0^a |\eta_0|^2 dx \quad (25)$$

とした。なお、詳しい表式は省略する。

モード整合法に基づく計算法であれば、展開項数  $N$  に依存しないで (17) 式の係数行列や列ベクトルが決まるので、具体的なプログラミングを行なう上で

は、復利である。

§ 3-2. で述べたように、領域 [I] の透過波を固有姿態で展開する際、伝搬定数が  $\gamma_m = \alpha_m - j\beta_m$  となる方の姿態を採用した。  $\gamma_m = -\alpha_m - j\beta_m$  の方を採用しなかったのは、無限遠で透過波が発散することは物理的にあり得ないから、採用しなかったのである。ただししかしながら、透過波は +y 方向に位相推移すると考えられるのに、展開に用いた固有姿態の位相推移が -y 方向であることに、疑問を感じるかもしれない。しかし、展開に用いた固有姿態の伝送電力の方向は、+y 方向であり、物理的に矛盾してはいない。つまり、透過波を表現するものとして、このような姿態は妥当なものと考えられる。

結局、フェライトのような非相反媒質を含んだ導波路における伝送問題を考える際には、単に位相定数で伝搬方向を議論することは不正確であり、より詳しい検討が必要となる。

### 〈計算結果〉

以上に述べた定式化に従って、不連続問題を数値解析した結果を、次に示す。

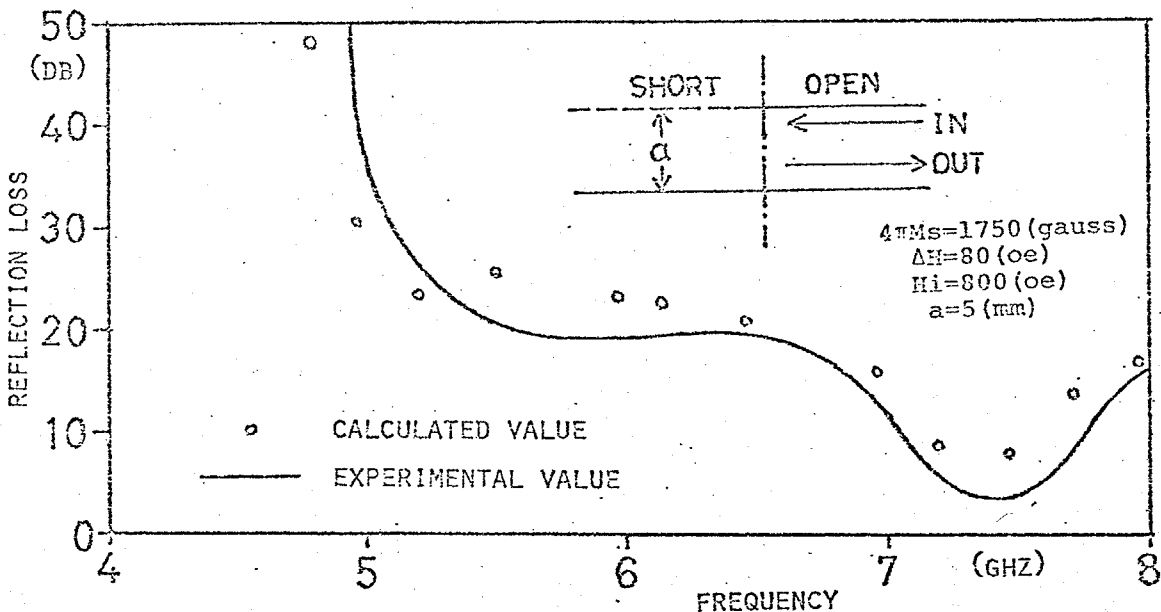


Fig. 13 Reflection at the discontinuous junction

図13. は、0次定態の電力反射係数の周波数特性である。実測値と、計算値とは、よく一致している。展開項数は、この場合  $2N=50$  であるが、 $2N=50$  程度で収束していると言えよう。また、図から  $\mu_{eff} < 0$  の領域では、反射量は、僅か 20(dB) 以下であることがわかる。一方、 $\mu_{eff}$  が正に変わる周波数付近では、反射量は若干多い。

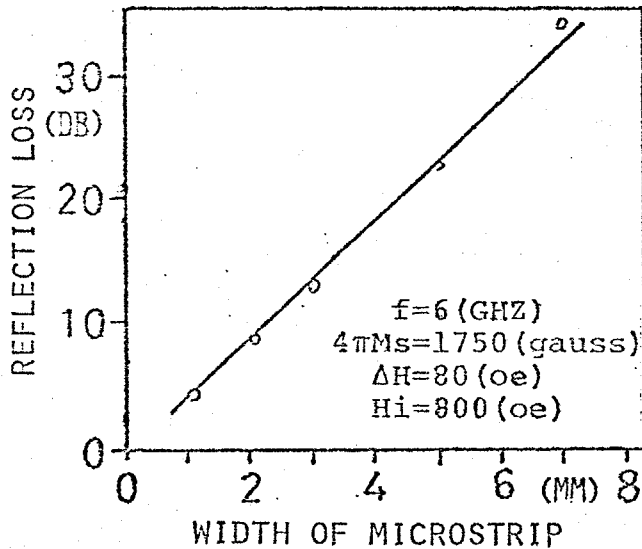


図14. 線路幅と反射係数との関係.

次に、線路幅  $a$  と反射係数との関係を検討した。図14. の計算結果からみると、線路幅  $a$  が広い程、反射量は低下する。その関係は、ほぼ比例であると言える。

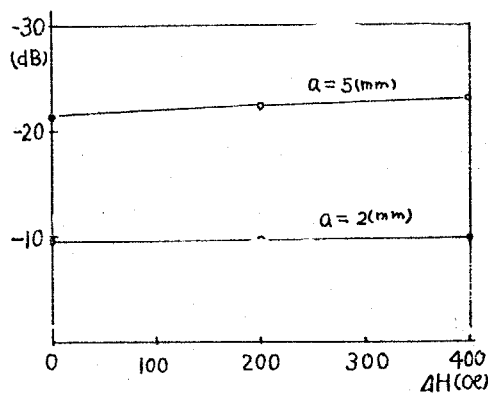


図15.  $\Delta H$  と反射係数の関係

図15. は、磁気共鳴吸収半値幅  $\Delta H^*$  と反射係数との関係を示したものである。  
 $\Delta H$ の増加につれて、僅かながら反射量は低下する。しかし、その変化は極く  
 僅かであり、反射係数は  $\Delta H$ には、あまり関係しないと言える。<sup>\*\*</sup>

以上のことから、逆方向入射時<sup>\*\*\*</sup>においても、反射量は 20dB の程度に抑えら  
 れることが、確認された。言い換えると、逆方向入射時の入射電力は、「開放-  
 開放境界線路」と「開放-短絡境界線路」との接合不連続部で、殆んど全て高  
 次の高次定数の大きい波態へと変換されていると結論される。そのため、こ  
 こで提案された「側壁短絡型」アイソレータは、動作機構から言うと、「モード  
 変換型」アイソレータと呼ぶこともできよう。

§ 3-3-3. 電磁界分布.

<測定結果>

側壁短絡型アイソレータの動作機構をより明確にするため、線路に沿って電  
 磁界分布がどのように変化していくかを測定した。測定には、微リルーファアン  
 テナ(直径4mm)を用い、線路直傍の磁界を測った。前小節の固有姿態展開  
 法による解析結果は、逆方向入射波が開放-開放境界の線路と開放-短絡境界  
 の線路との接合部で大部分高次波態へ変換され、それらの高次波態は大きな減  
 衰定数を有するので、高アイソレーション、低反射損が得られるのであるとい  
 う結論を導いた。つまり、逆方向入射波は、接合部付近で大部分消費されるこ  
 とになる。

実際、電磁界分布を測定したところ、上記のような説明が妥当であることが  
 わかった。図16に測定に用いたアイソレータの  
 寸法、構造を示す。基板には、YIG ( $4\pi M_s =$   
 $580 \text{ Gauss}$ ,  $\Delta H = 400 \text{ Oe}$ ,  $\epsilon_r = 15$ ,  $\tan \delta = 5 \times 10^{-4}$   
 厚さ1mm)を用いた。外部印加磁界  $H_0 = 1000$   
 $\text{Gauss}$ , 印加周波数  $f = 2.45 \text{ GHz}$  である。

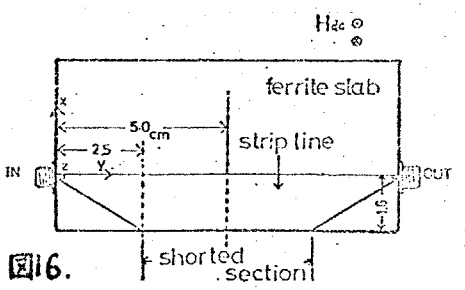


図16.

\*. 通常、多結晶YIGでは  $\Delta H = \text{数} + [0 \text{ dB}]$  であり、単結晶では  $\Delta H = 0. \text{数} \sim \text{数} [0 \text{ dB}]$  である。  
 \*\*.  $\Delta H = 0$  の場合でも、反射量は 1 にならない。これは物理的に不合理であるが、計算誤  
 差と考えられる。  
 \*\*\*. 入射 EGM の、電磁壁側に衝突する場合のこと。

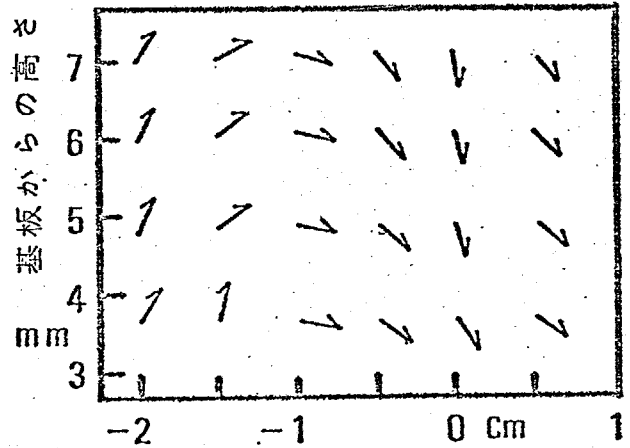
この時、挿入損失は 3 dB, アイソレーション 45 dB である。

まず、フェライト基板上方の空气中における磁界分布(方向のみ)を、図17に示す。<sup>\*</sup>

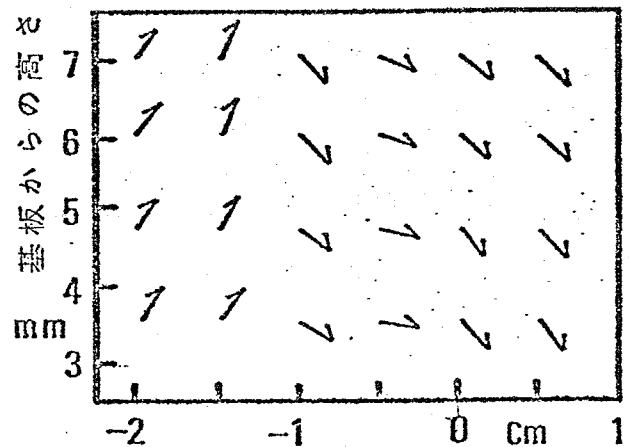
次に、断面内横方向に対する磁界分布を図18に示す。 $y = 2.5$  (cm) は、接合部の位置に相当している。 $y = 5.0$  (cm) は短絡部区間の中央である。順方向と逆方向との入射磁界分布に差異があること、また両者の減衰の受け方に大きなレベル差があることがわかる。 $y = 5.0$  (cm) では、15 (dB) 程度の差である。

図19には、線路伝搬方向に沿って測定した磁界強度が、描かれてある。順方向の場合、入出力部のテーパ区間で、電磁界の集中している側とは反対の側での磁界強度が伝搬方向と共に、各々減少、増大しているのは、線路幅の変化に応じたものと考えられる。電磁界の集中した側での磁界強度がほぼ一定であることは、これを裏付けており、FGMの表面波としての特徴が表われている。

一方、逆方向の場合には、入力部側のテーパ部で既に振幅が減少している。これは、線路幅の広がりのためではなく、テーパ部で実際電力消費があるためと考えられる。また、短絡部附近での変化は、急激であるが、出力側の接合部では、そのような急激な変化は見られない。



(a) 順方向



(b) 逆方向

$y = 2.5$  cm

図17. 磁界分布.

\*. 電磁界分布の測定は、三木千紘氏(電波研)と共同で行なった。

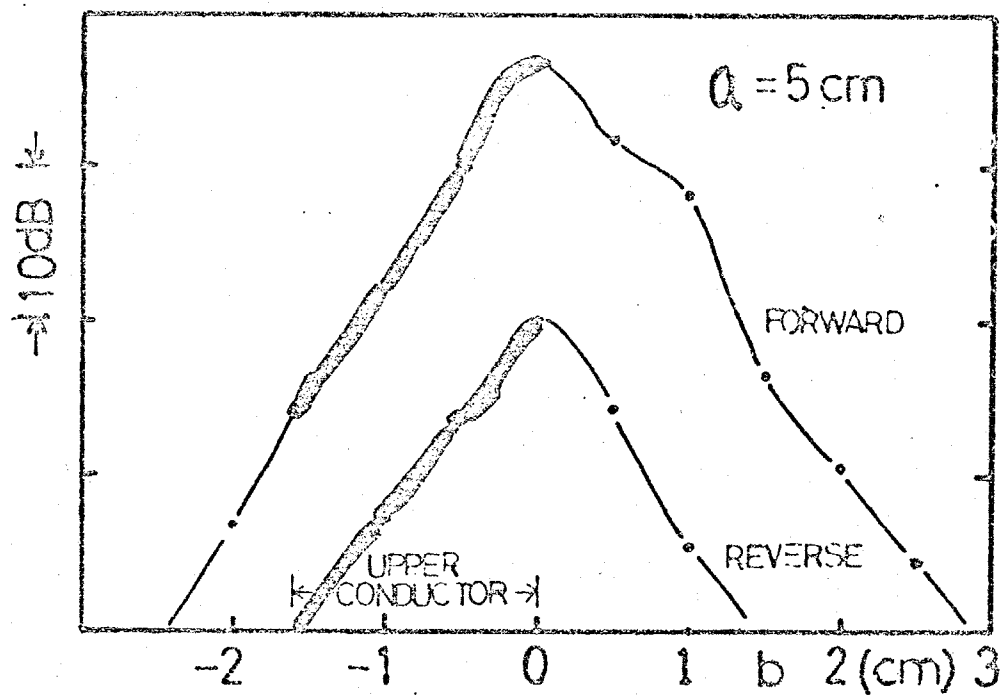
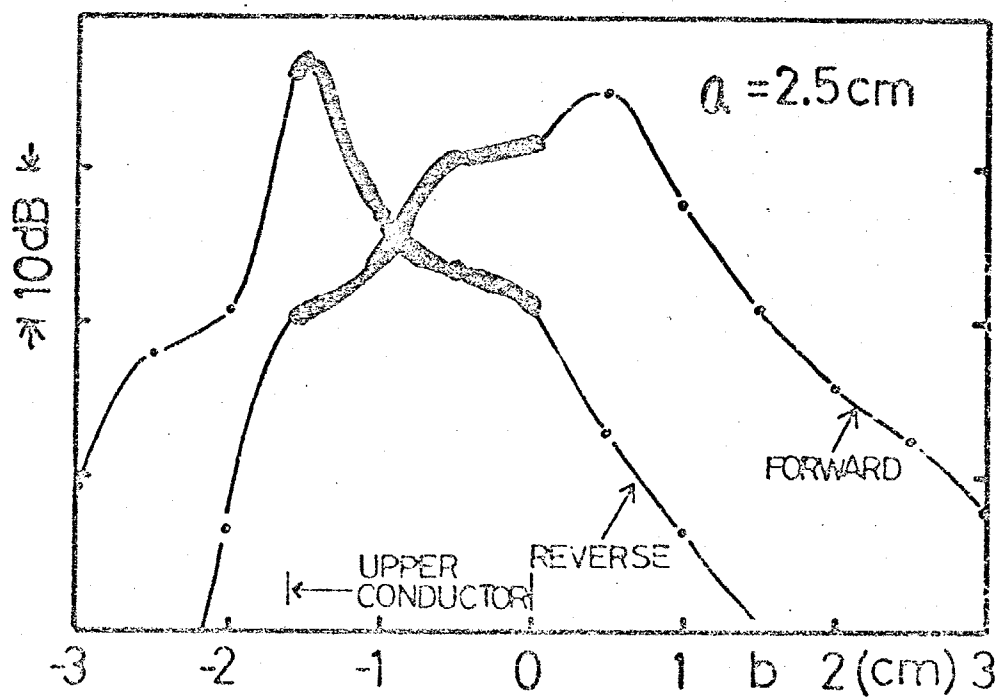


图 18. 磁界分布。(横方向)



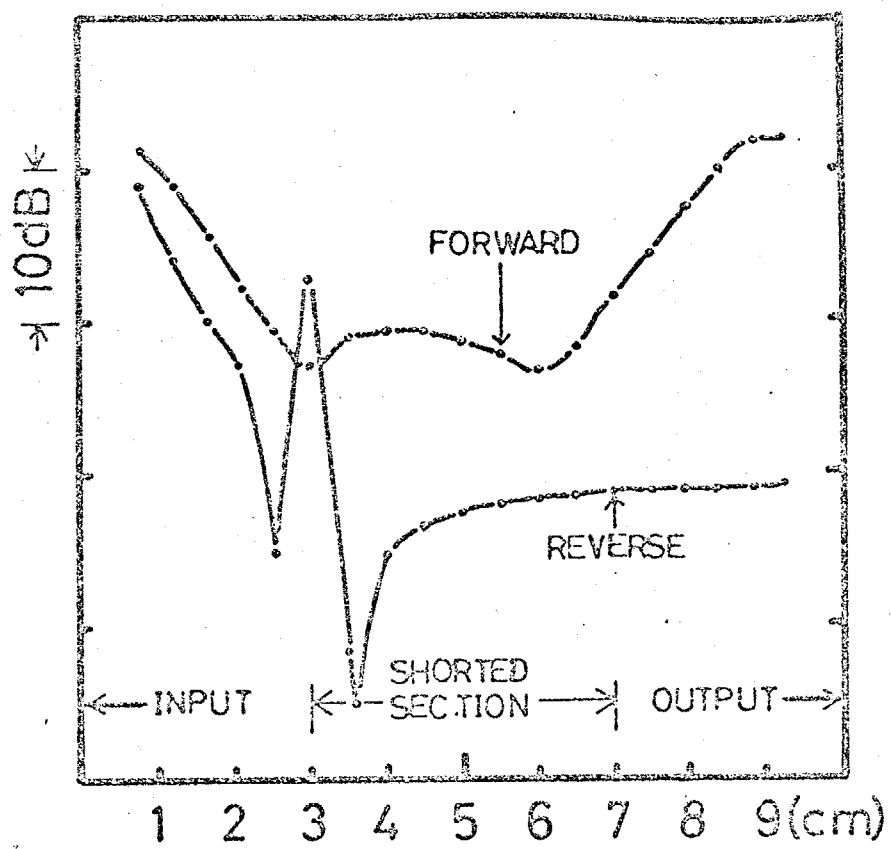
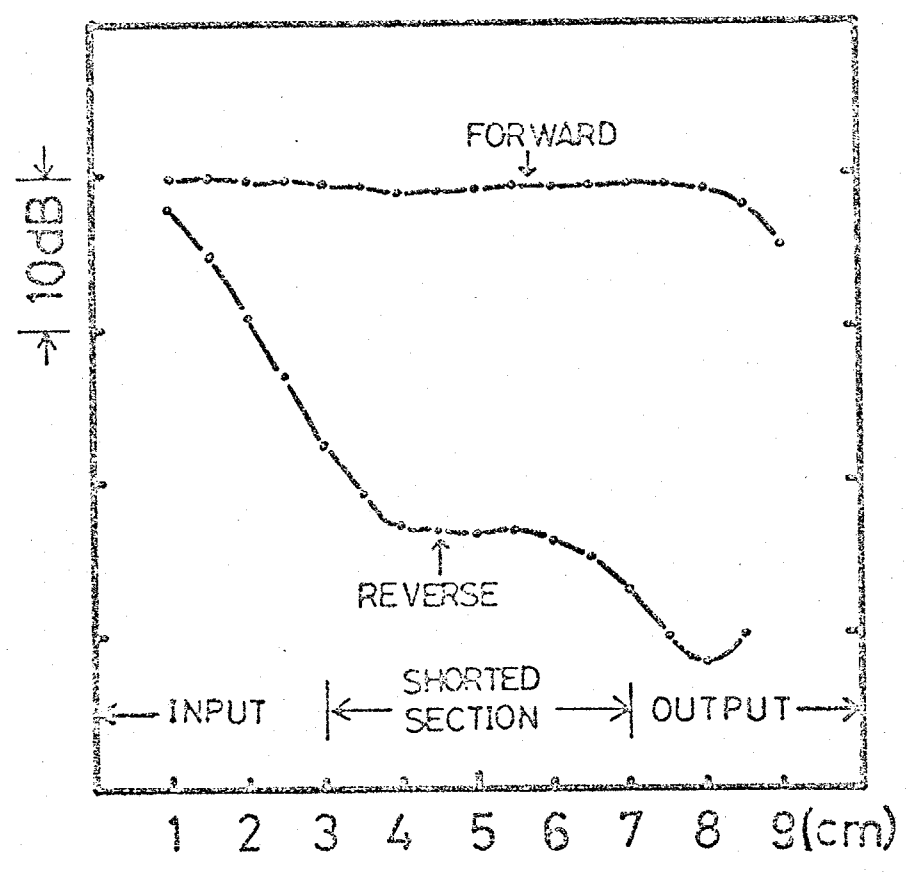


図19. (a) 磁界分布 (短絡境界に沿って)



(b) 磁界分布 (開放境界に沿って)

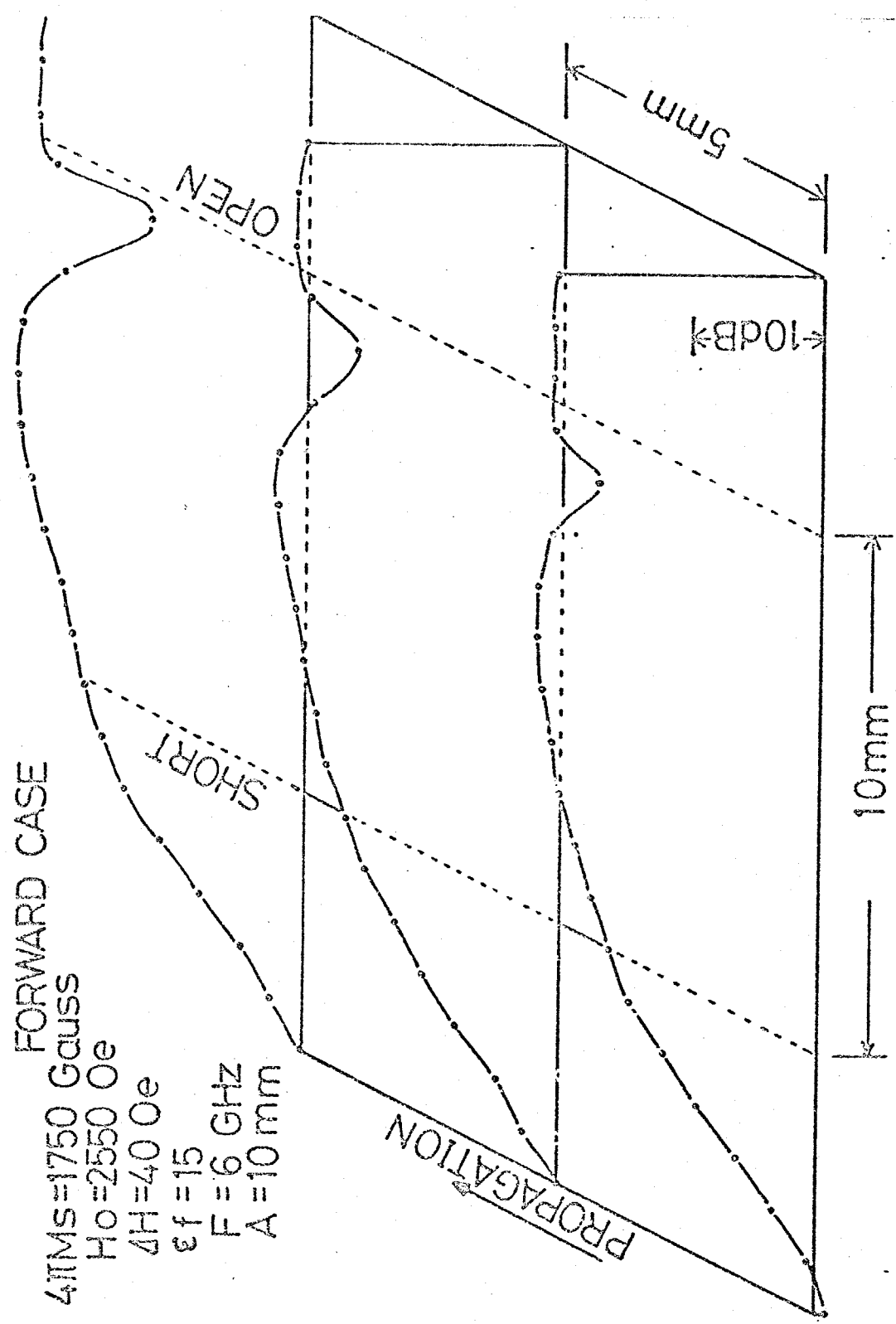


图20. 磁界分布 (1' 傾方向)

REVERSE CASE

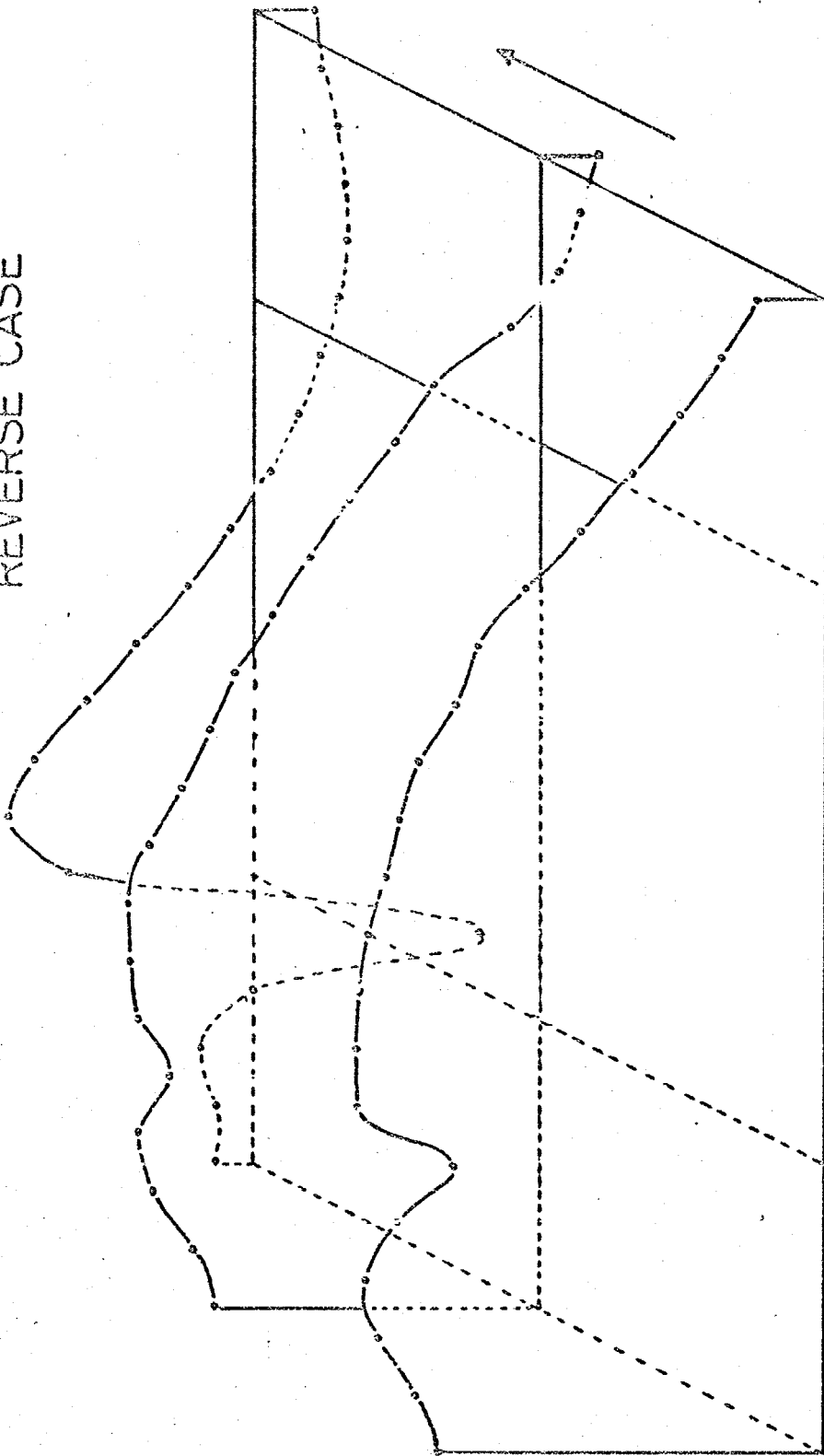


图21. 磁界分布 (逆方向)

図20, 21は、飽和磁化  $4\pi M_s = 1750$  (Gauss) の YIG 基板を用いて、同様な測定を行なった結果である。線路幅  $a$  は、 $1.0$  (cm) であり、接合部前の磁界分布を、立体的に描いた。この場合、開放-短絡部と開放-開放部の線路幅を等しくして、線路幅の変化による界分布の広がりや起まないようにした。順方向入射時においては、短絡部の影響を殆んど受けないで、EGMが伝搬していく様子がわかる。一方、逆方向入射時では、短絡部付近で、大部分の電力が消費されており、反射が殆んど起こらない様子がわかる。

### < 計算結果 >

先に、§3-3-2で、開放-開放境界線路と開放-短絡境界線路との接合部で生じる反射波、透過波を固有モード展開法で計算した。ここでは、上記の方法を用いて、更に接合部附近の電磁界分布を計算し、実験値との比較、検討を行なう。

定式化は、§3-3-2で与えられているので、ここでは省略するが、要するに、(17)式から、展開係数  $A_n$ ,  $B_n$  が求まれば、

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n \Phi_n(x) e^{\delta_n y} \quad (26)$$

で、反射波が、

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n \Psi_n(x) e^{-\delta_n y} \quad (27)$$

で、透過波の界分布が計算される。

計算結果の一例を、図22, 23, 24, 25に示す。線路構造、媒質の物質定数、直流磁界等は、図20.と同じにしてある。図22, 23は、逆方向入射時で、図24, 25は順方向入射時の分布である。図22, 24は接合部での分布、図23, 25は、接合部より  $10$  (mm) 手前の分布である。計算値の方が実験値よりも、界分布の偏位や減衰の度合いが大きい。これは、線路側壁で完全磁気壁を仮定していることや、実験値が漏れ電磁界<sup>\*</sup>を測定したものであるの対し計算値は、

\*. 漏れ電磁界と、放射界とは、直接関係ない。

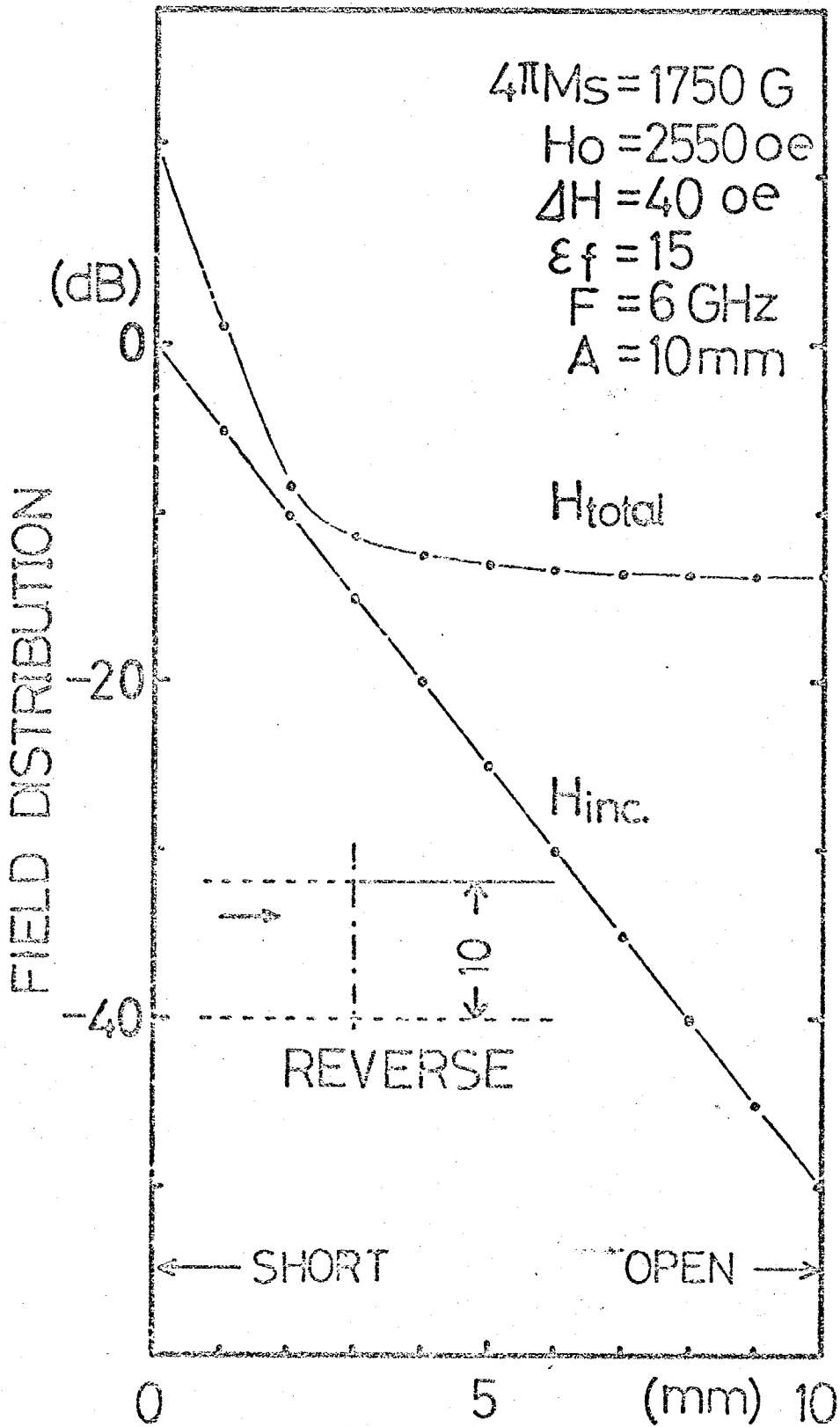


图22. 磁界分布(逆方向入射時)

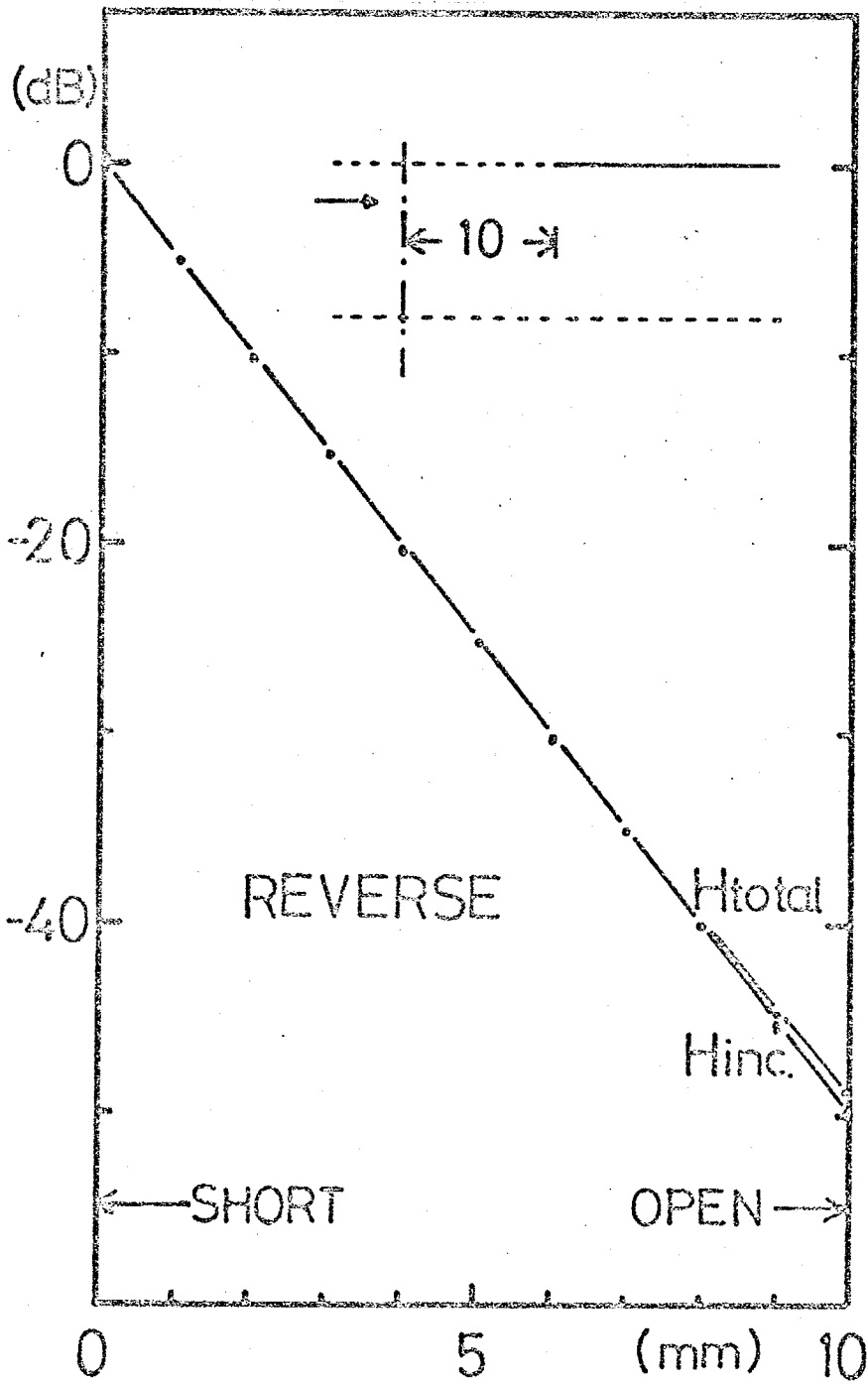


图23. 磁界分布(逆方向入射時)  
接合部より10(mm)手前.

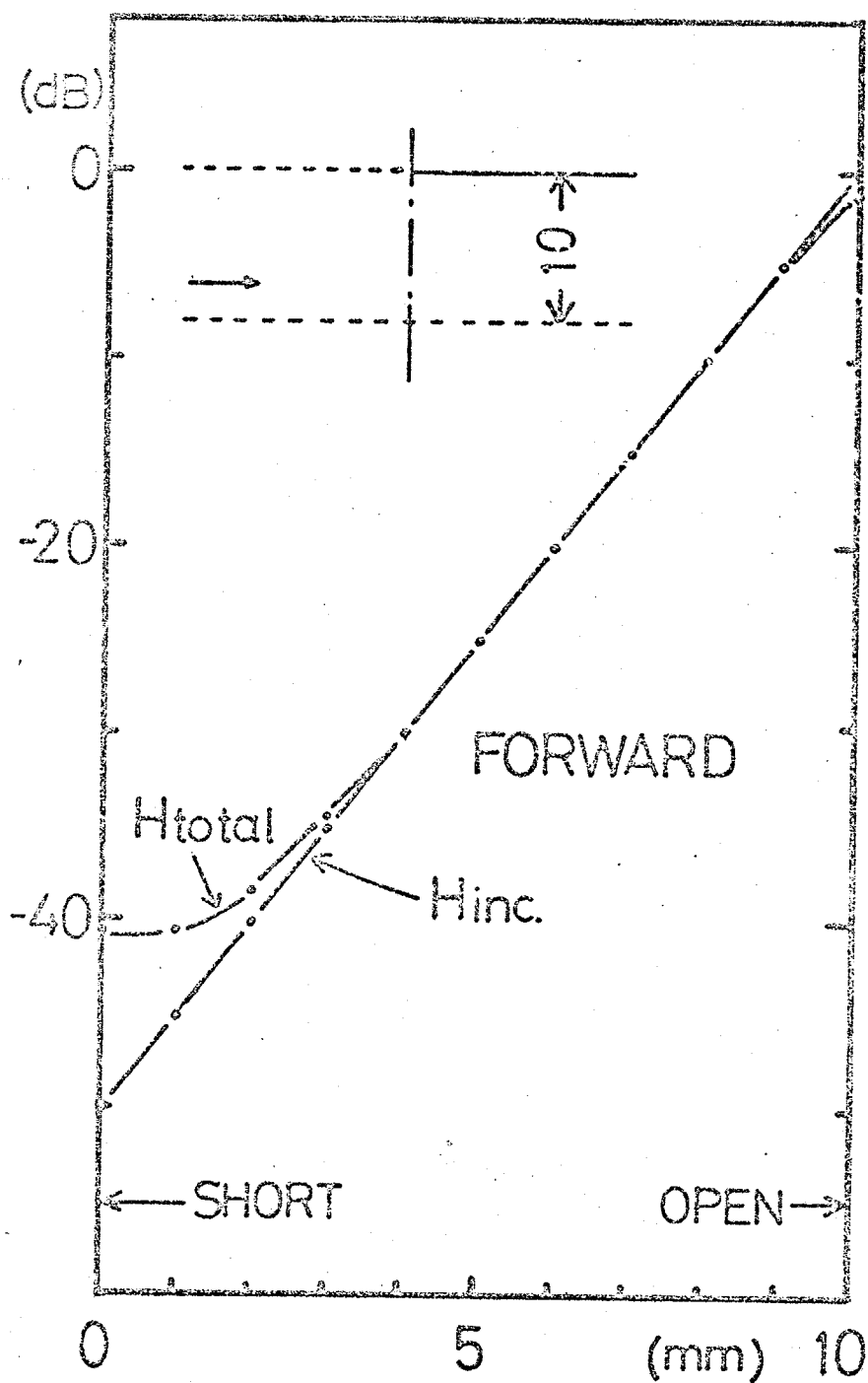


图 24. 磁界分布 (正方向入射時)

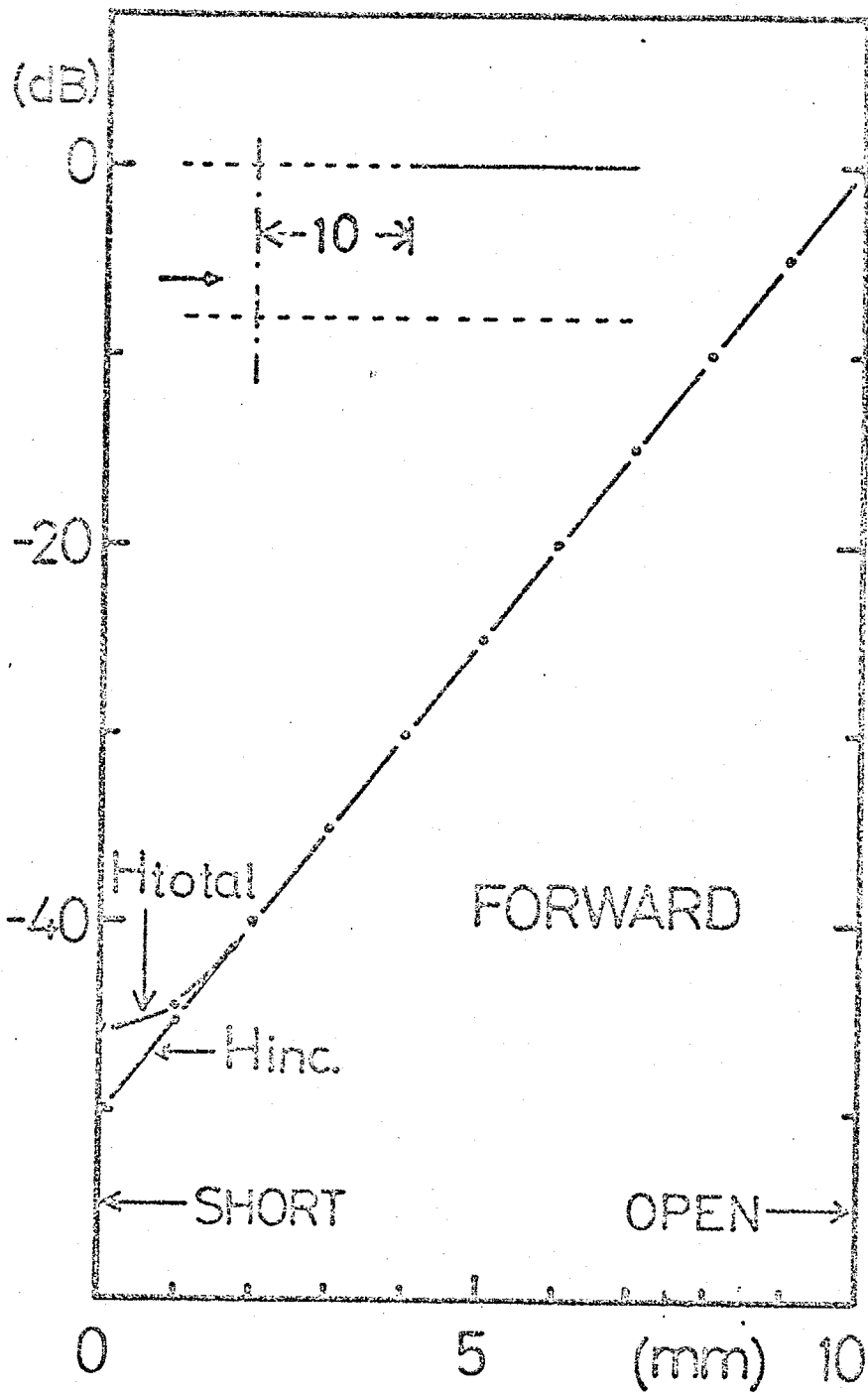


図25. 磁界分布 (順方向入射時)  
接合部より 10(mm) 手前.



フェライト内部の電磁界分布を計算したものであること等起因していると考えられる。しかし、とも角、入射波が接合部付近で高次の反射、透過波モードに変換され減衰させられることが確認された。

### §3-4. 1.7 GHz帯エッジガイドモードアイソレータ

ミリ波通信システム<sup>(5)</sup>の中間周波数帯(1.7 GHz帯)用のアイソレータとして、EGMアイソレータは広帯域な特性を有すること、集積化に適すること等の理由から、有望なものの一つであると思われる。そこで、1.7 GHz帯におけるEGMアイソレータを製作し、それに対する幾つかの実験的検討を行った。<sup>\*</sup><sup>(12)</sup>

ところで、EGMアイソレータはフェリ磁性体の共鳴周波数 $f_r$ よりも高い周波数帯域でアイソレータ動作をしている。つまり、印加直流磁界を基準にして言えば、Below-Resonance形のデバイスである。そのため、あまり近い周波数帯(例えば、1 GHz程度以下)では、伝導損失が漸増して来て<sup>(14)</sup>、このままの形式では使用できなくなる。VHF-UHF帯では、Courtois等が提案したようなAbove-Resonance形のEGMアイソレータ<sup>(4)</sup>が有利である。<sup>\*\*</sup> そのような理由で、動作帯域の下限周波数が、1.3~1.4 GHz程度というのは、Below-Resonance形の限界とまで行かないまでも、それに近いと考えられる。

さて、設計目標として、次のものを掲げてみた。これらは、ミリ波通信システムの公式な仕様とされている。

表. 1. 設計目標

周波数帯域	1.7 GHz $\pm$ 300 MHz
挿入損失	1. dB 以下
アイソレーション	20 dB 以上
V. S. W. R.	1.15 以下

\*. 本節の研究は、やはり三木千広氏(電波研)と共同で行なったものである。

\*\* 寸くすでは、 $M > 0$  となり、EGMは伝搬可能となる。しかし  $M_{eff} < 0$  ではないので、寸法によるは高次モードも伝搬可能となる。

今迄、試作して来た側壁短絡型 EGM アイソレータは、高アイソレーションは得られるが、挿入損失が若干多いという懸念があった。そこで、今回は挿入損失の低減ならびに、V.S.W.R.の低減を主眼とした。挿入損失を減らすためには、線路形状としては順方向の径路長を短縮することが、まず考えられる。そのため、図26に示すようなU字型の線路形状を考えた。つまり、順方向時には、EGMは内側の境界に沿って伝搬していくので、実効的な線路長が短縮できると予想されるからである。なお、U字型の形状は、回路の小型化に役立つという利点もある。(15)

基板には、飽和磁化  $4\pi M_s = 325,472$  (Gauss) の YIG板を用いた。3着のうちでは、472 (Gauss) のものが、117 GHz帯としては、最も良好な特性を示した。\* 以下、回路の幾つかのパラメータに関して、検討を行なう。

### <線路幅 $b$ >

まず、線路幅  $b$  を変化させた時の特性を調べた。線路幅  $b$  を変えると、テーパ幅の長さも変わってしまうので\*\*、一概に、図27の測定結果は、線路幅  $b$  だけの効果を示しているとは言えないが、ほぼ  $b = 25$  mm 程度が最適と言えようである。\*\*\*

### <短絡部長 $l$ >

先の線路幅が、主に順方向の特性に影響したのに対して、短絡長  $l$  は主として逆方向の特性に影響を与える。 $l$  を短縮すれば、アイソレーションは低下してしまうが、20 dB を確保できればよいとして、できるだけ短縮することにした。その結果、挿入損失は僅かながら減少した。(→図.28)

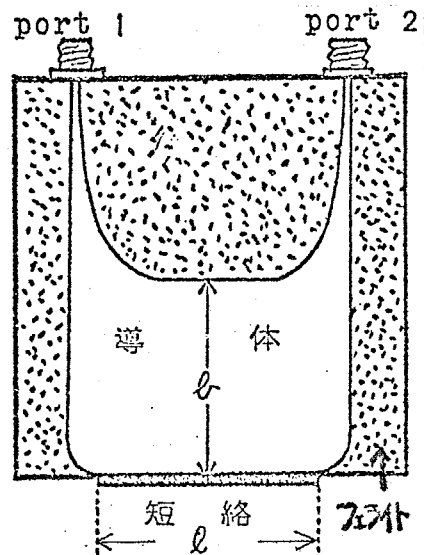


図26. U字形にしたアイソレータ。

\* 印加直流磁界の強さによつて、ある程度、動作帯域を移動できるが、指定した帯域に対して、最適な飽和磁化の値や直流磁界の値があると思わゆる。

\*\* フェライト板の寸法が固定しているため、寸法は  $60 \times 60$  mm. である。

\*\*\* 直線形状のものに比べて、はるかに幅広である。

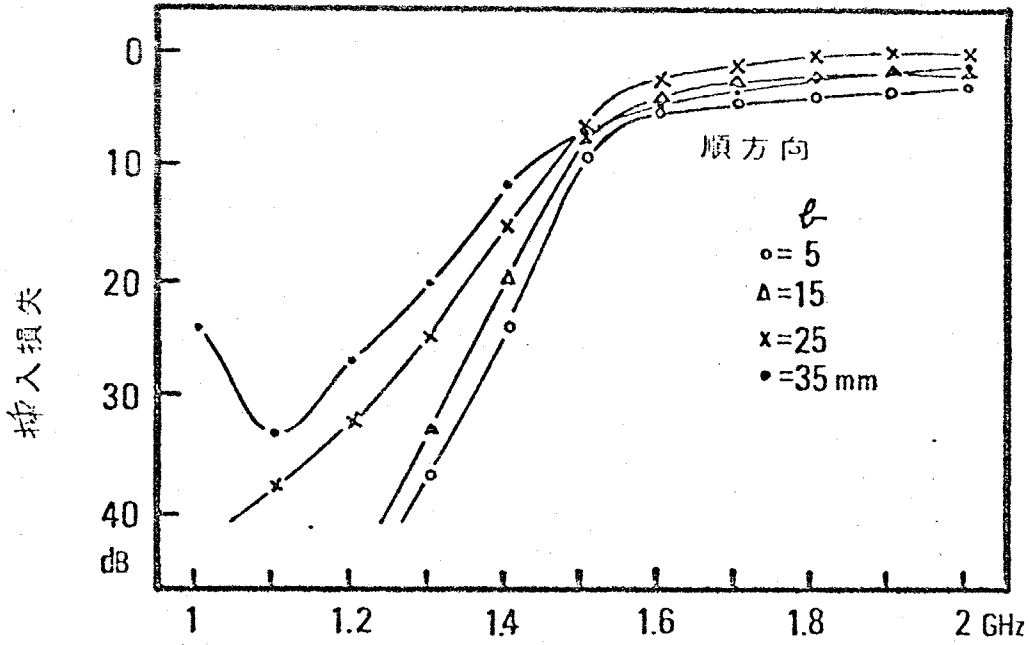


図27. 線路幅  $l$  による挿入損失の変化.

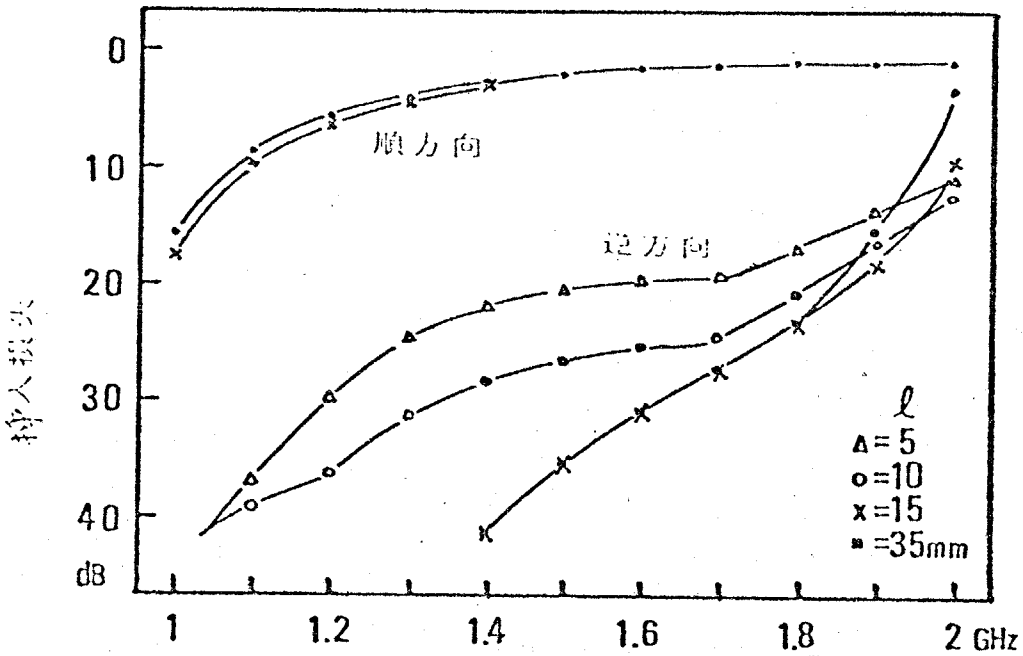


図28. 短絡部長  $l$  による特性の変化.

〈印加直流磁界分布〉

短絡部附近の印加磁界を局所的に強くすることによって、帯域を広げることが出来る。<sup>(1)</sup>これは、高次定数の進断周波数を上げることによって、帯域を広げているものと思われる。そこで、図29に示すように、短絡部上方に軟鉄を置くことにより、その直下側の直流磁界を強めることにした。その結果、図30に示すような特性の変化が測定された。挿入損失の改善効果は、非常に大きいことが判明した。なお、均一磁界の場合は、 $H_0 = 680 \text{ Oe}$ を印加し、不均一磁界の場合は、局所的に強い所で  $850 \text{ Oe}$ 以上、その他の場所では  $550 \text{ Oe}$ を印加している。しかし、不均一磁界にすると、アイソレーションの低下する周波数が、帯域内に生じるようになる。

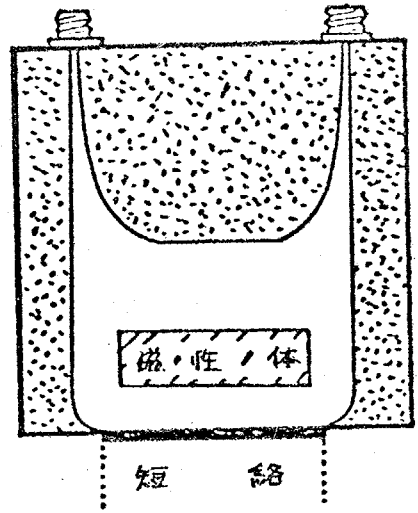


図29. 不均一磁界印加.

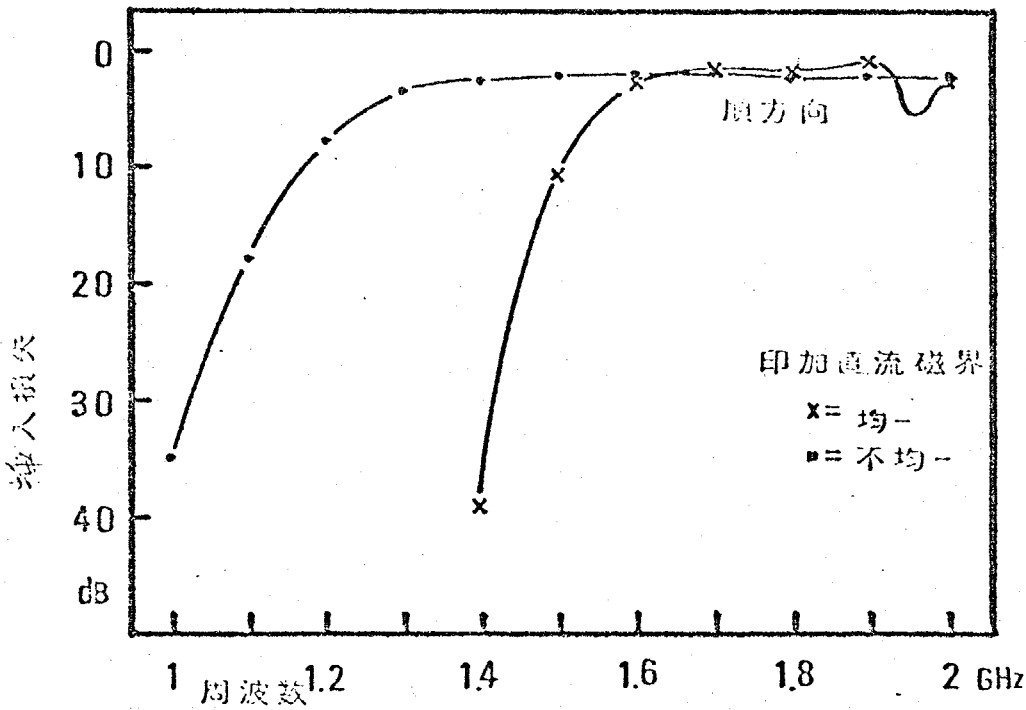


図30. 不均一磁界による挿入損失の改善

### 〈V.S.W.Rの改善〉

テーパ部を長くすれば、VSWRは低下させることができる。しかし、ただ単にテーパ部を長くするだけでもって、VSWRを改善するのでは、回路全体が大きくなってしまい、挿入損失の増加も避けられない。今迄の実験では、テーパ角をある程度以下に絞ってあるにも拘らず、反射量が15 dB (VSWR 1.43) までしかいかず、広帯域整合をU字型線路で実現するには、新たな工夫が必要であると思われた。

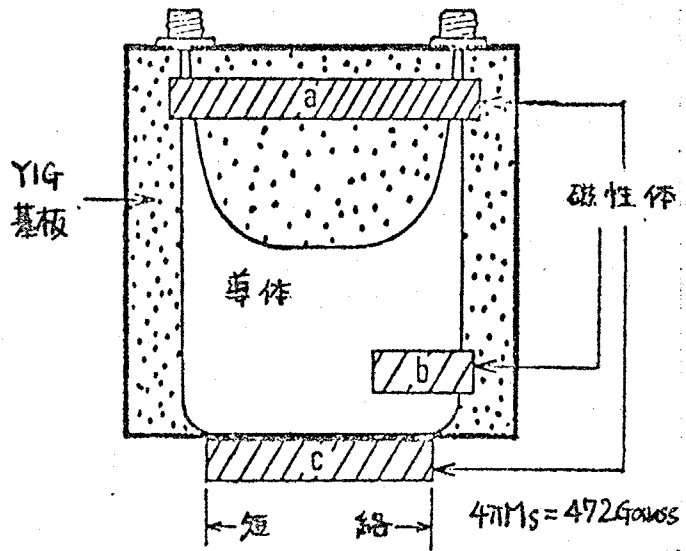


図31. 整合のための工夫.

そこで、OSM変換コネクタ直前の磁界分布を調整することにより、広帯域整合の問題を解決した。即ち、図31に示すような配置で、直流磁界分布を強めた。なお、整合用の磁界分布の調整は微妙で、これが不相当であると、反射量は、殆んどなくすることはできても、挿入損失損失が10(dB)近くまで増加してしまい、大部分OSMコネクタ出口付近で電力は消費されてしまうことがわかった。そのために、反射量と透過量の同時測定が必要となり、2台のネットワークアナライザ<sup>\*\*\*</sup>を用いて、測定回路を構成し、それらの周波数特性を、ドラウン管に観測しながら、最終的な磁界分布の調整を行なった。なお、図31の磁性体(軟鉄)は直流磁界に影響を与えるだけでなく、高周波磁界にも影響を与える可能性がある。そこで、同一形状の真鍮(非磁性体)を置いて、高周波磁界に対する影響を測定したが、結果は殆んど変わらなかった。このことから、回路外側に漏れている電磁界は、極く僅かな量であると、結論することができよう。

このようにして、VSWRの改善された特性例を、図32に示しておく。図

\*. 磁界の方向によっても、大きく変化する。

\*\*\*. HP社製。

には、その他にアイソレーションと挿入損失の周波数特性をも示しておいた。図32からわかるように、ほぼ所期の特性 ( $VSWR < 1.15$ , 挿入損失  $< 1$  dB, アイソレーション  $> 20$  dB, 帯域  $1.7 \pm 0.3$  GHz) が達成されたことになる。

〈その他〉

先に、YIG基板としては、472(Gauss)の飽和磁化のものが最適であると述べたが、異種の基板を組み合わせることにより、特性を改善することができた。図33に示す特性は、472と650(Gauss)の基板を組み合わせたものを用いた場合の特性であり、アイソレーションの広帯域化が実現されている。

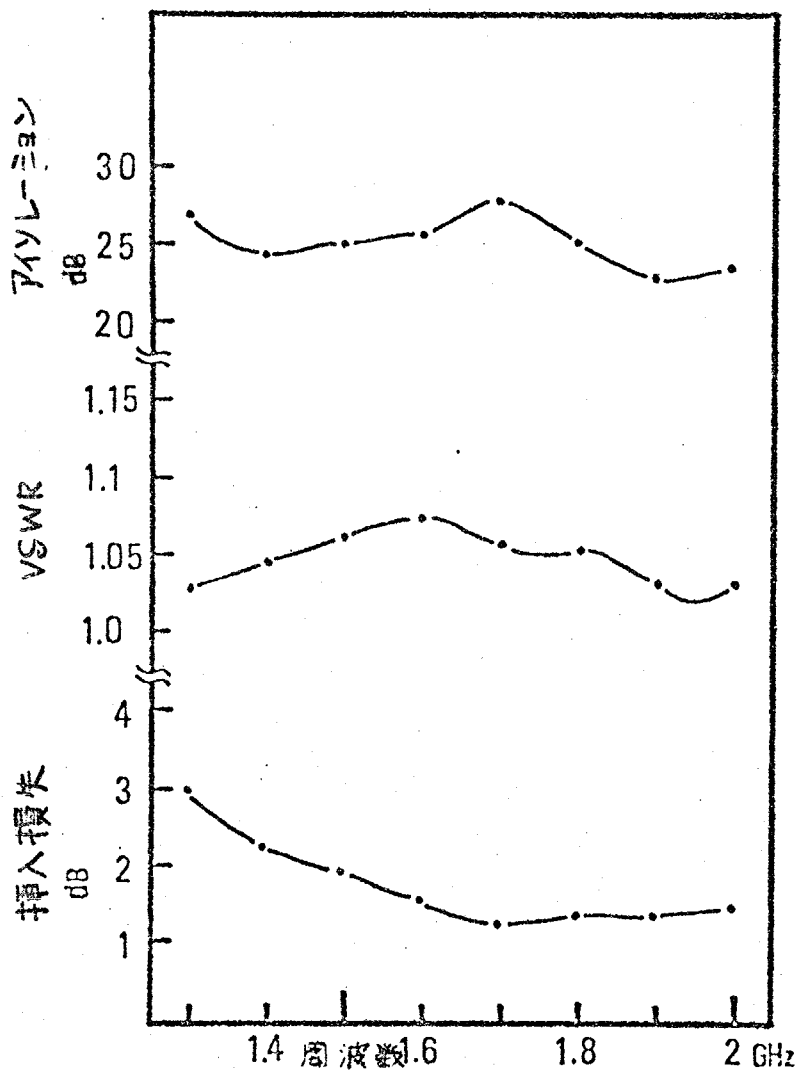


図32. 1.7GHz帯EGMアイソレータ.

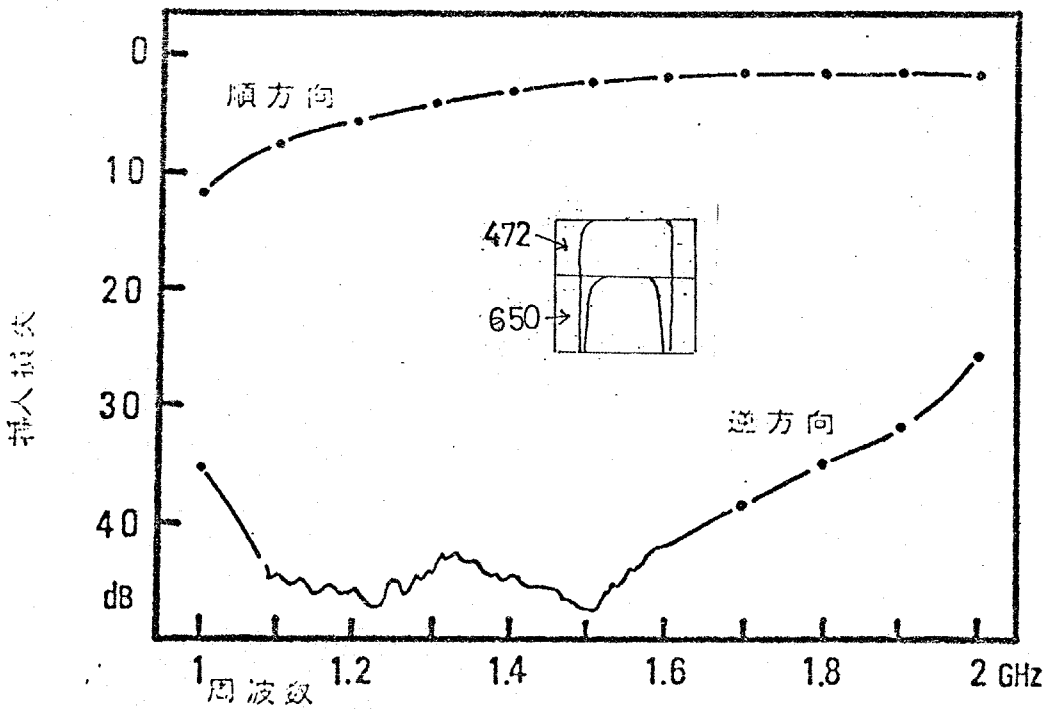


図33. 異なる飽和酸化の基板をつなぎ合わせた回路の特性.

#### 〈まとめ〉

設計目標のうち、挿入損失を除いて全ての特性を達成することができた。挿入損失も、線路導体を蒸着法等で注意深く製作すれば、比較的容易に低減できるものと思われる。以上の検討によって、側壁短絡型EGMアイソレータが、1.7GHz帯でも良好に動作しうる見通しがあった。

なお、写真1は、側壁短絡型EGMアイソレータの実物写真である。写真2は、測定風景の1コマであり、測定を行なっているのは、著者である。また、写真3は、測定回路系の一部である。

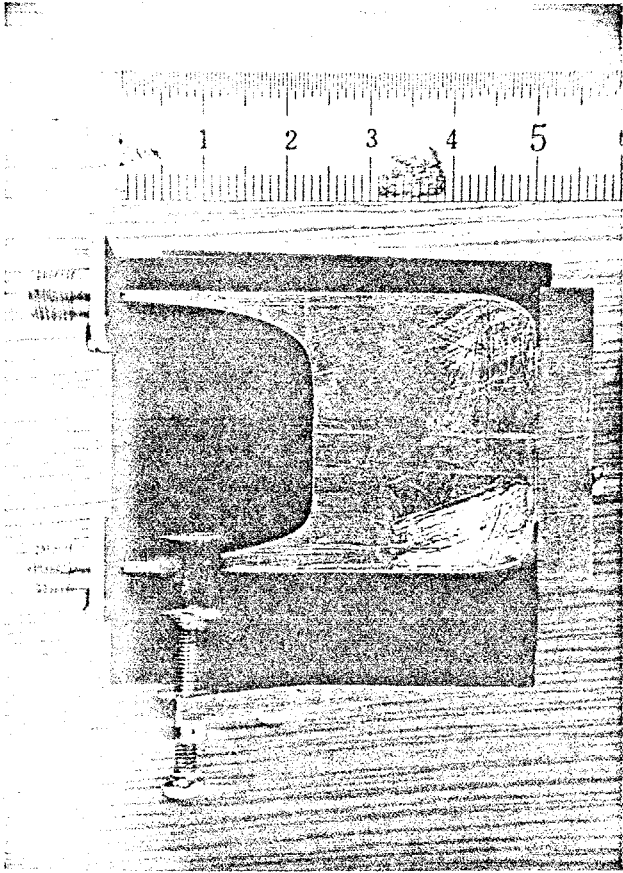


写真1. 1.7GHz帯側壁短絡型  
EGM71YL-9.



写真2. 測定風景

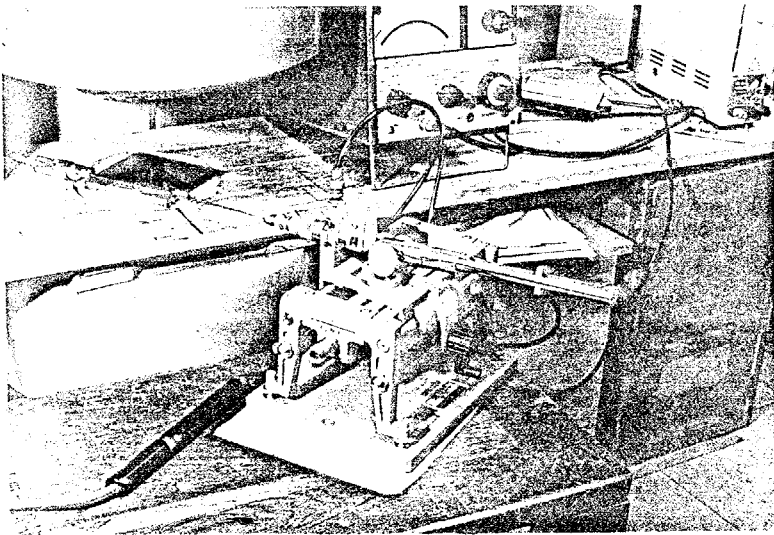


写真3. 測定回路.



## § 3-5. むすび

ストリップ線路の一方の端が短絡された非対称構造のフェライト基板ストリップ線路の伝搬特性を考察することによって、「側壁短絡型」という新しい構造のEGMアイソレータを開発することができた。側壁短絡型EGMアイソレータは、従来のEGMアイソレータが付加的抵抗体を用いていたのに対して、そのような付加的抵抗体を一切使わず、フェライト自体の損失だけで高アイソレーションを達成している。しかも帯域が広くとれるという利点を有している。

本章では、この側壁短絡型EGMアイソレータに関して、詳細な実験的、解析的検討を行ない、その動作機構を明らかにすると共に、設計製作に必要な基礎的資料を与えた。また、ミリ波通信の中間周波数帯である1.7GHz帯で、良好な特性を示す小型側壁短絡型EGMアイソレータを製作した。このようなアイソレータは、広帯域性、集積性にすぐれているので、今後広く使われると思う。

## 3章の文献.

- [1] A. D. Bresler, "On the TE<sub>no</sub> modes of a Ferrite Slab Loaded Rectangular Waveguide and the Associated Thermodynamic Paradox," I.R.E. Trans. MTT-8, pp.81-95, Jan., 1960.
- [2] 荒木, 小山, 内藤, "エッジモードを用いた新しいアイソレータ", 信学会, マイクロ波研資 MW74-20, 1974-6.
- [3] M. E. Hines, "Reciprocal and Nonreciprocal Modes of Propagation in Ferrite Stripline and Microstrip Devices," IEEE Trans., MTT-19, pp.442-451, May, 1971.
- [4] 末武, 林, 「マイクロ波回路」, オーム社, 1958.
- [5] 電気通信研究所 ミリメートル波シンポジウム講演論文集, 日本電気公社 電気通信研究所, 1968-10.
- [6] T. J. Gerson, J. S. Nadan, "Surface Electromagnetic Modes of a Ferrite Slab," IEEE Trans., MTT-22, No.8, pp.757-763, Aug., 1974.
- [7] N. Marcuvitz, "On Field Representations in Terms of Leaky Modes or Eigenmodes", IRE Trans., vol. AP-4, July, 1959.
- [8] D. P. Gia Russo et al., "Wave Propagation in Anisotropic Thin-Film Optical Waveguides," J.O.S.A., vol.63, No.2, Feb., 1973.
- [9] A. D. Bresler, N. Marcuvitz, "Operator Methods in Electromagnetic Field Theory", Polytech. Inst. Brooklyn Research Rept. R-495-56, May, 1956, (Part-I). R-565-57, Mar., 1957 (Part-II).
- [10] 黒川, 「マイクロ波回路入門」, 丸善, 1963.
- [11] 野口, 赤岩, 加藤, "磁気共鳴型エッジモードアイソレータ", 信学会 マイクロ波研資, MW74-88, 1974-11,
- [12] 荒木, 三木, 内藤, "エッジガイドモードデバイスに関する2つの考察", 信学会, マイクロ波研資, MW76-29, 1976-6.

- [13] K. Yasuura, "A View of Numerical Methods in Diffraction Problems", The XVIth General Assembly of the URSI, Aug., 1969.
- [14] J.J. Green, et al., "Microwave Characterization of Partially Magnetized Ferrites", IEEE. Trans., MTT-22, No.6. pp641. June, 1974.
- [15] 竹中.石崎,中神, "1.7GHz帯エッジ"ガイド"モード"アイソレータ", 信学会技報 MW75-117, 1976-02.

附録-I.  $\mu_{eff} < 0$  における単一伝搬姿態.

伝搬姿態であるので,  $\alpha = j\beta$  とおくと, (4) 式より

$$\Gamma^2 = -\beta^2 + \omega^2 \mu_{eff} \epsilon \quad (A1)$$

ここで,  $\mu_{eff} < 0$  を考慮すると,  $\Gamma$  は純虚数となる。よって,  $\Gamma = j\Gamma'$  とすると, (5) 式より,

$$\beta a = -\frac{\mu}{\epsilon} \cdot \Gamma' a \cdot \coth \Gamma' a \quad (A2)$$

となる。

よって,  $\mu_{eff} < 0$  の領域では,

$$|\mu| < |\epsilon| \quad (A3)$$

であり,

$$\left| \frac{\mu}{\epsilon} \right| x \cdot \coth x \quad (A4)$$

なる函数は, 偶函数で,  $x \geq 0$  で単調増加函数となるので, その最小値は

$$\left| \frac{\mu}{\epsilon} \right| < 1 \quad (A5)$$

である。

一方, (4) 式より,

$$\Gamma' a > \beta a \quad (A6)$$

であるので, (A2) を満たす解は, 必ず存在し, また一つに限定されることかわかる。

附録-Ⅱ. 一般化したエバネセト波の伝送電力.

次の媒質の電磁界は,

$$E_z = \sinh(\delta x) \alpha e^{-\delta y} \beta \quad (A7)$$

$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_{\text{eff}}} \left[ \delta y \alpha \sinh(\delta x) + j \frac{\kappa}{\mu} \delta x \cdot \cosh(\delta x) \right] e^{-\delta y} \beta \quad (A8)$$

となる。\$z=2\$, \$y\$方向の伝送電力は,

$$\begin{aligned} \text{Re} \left[ \int_0^a E_z^* \cdot H_x dx \right] &= \left[ \beta \left( \frac{\sinh(2pa)}{p} - \frac{\sin(2qa)}{q} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\kappa}{\mu} (\sinh^2(pa) + \sin^2(qa)) \right] \cdot \frac{e^{-2\alpha y}}{4\omega\mu_{\text{eff}}} \quad (A9) \end{aligned}$$

となる。但し,

$$\delta y = \alpha + j\beta \quad (A10)$$

$$\delta x = p + jq \quad (A11)$$

とおいた。

一方, (4) (5) 式より,

$$\alpha^2 - \beta^2 + p^2 - q^2 = -\omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon \quad (A12)$$

$$\alpha\beta + pq = 0 \quad (A13)$$

$$\frac{p \sinh(2pa) + q \sin(2qa)}{\cosh(2pa) - \cos(2qa)} = -\frac{\kappa}{\mu} \beta \quad (A14)$$

$$\frac{q \sinh(2pa) - p \sin(2qa)}{\cosh(2pa) - \cos(2qa)} = \frac{\kappa}{\mu} \alpha \quad (A15)$$

を得る。

結局, (A14) (A15) 式より.

$$\frac{\sinh(2p\alpha)}{\sin(2q\alpha)} = \frac{p\beta - q\alpha}{p\alpha + q\beta} \quad (A16)$$

となる。

$\xi = 2''$ , (A9) の第1項は.

$$\sin(2q\alpha) \cdot \frac{p^2 + q^2}{p\alpha + q\beta}. \quad (A17)$$

となり, 第2項は.

$$-\sin(2q\alpha) \cdot \frac{p^2 + q^2}{p\alpha + q\beta} \quad (A18)$$

となる。

$$\therefore P_0 \left[ \int_0^a E_z^* \cdot H_z dx \right] = 0 \quad (A19)$$

### 附録-III. 固有状態の直交性

$n$  次と  $m$  次の固有状態函数を,  $\psi_n(x)$ ,  $\psi_m(x)$  と各々おけば,

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^a \left[ \psi_m^* \left( \frac{d^2}{dx^2} + P_m^2 \right) \psi_n - \psi_n \left( \frac{d^2}{dx^2} + P_m^{*2} \right) \psi_m^* \right] dx \\ &= \left[ \psi_m^* \frac{d}{dx} \psi_n - \psi_n \frac{d}{dx} \psi_m^* \right]_0^a - (P_m^{*2} - P_m^2) \int_0^a \psi_n \psi_m^* dx \\ &= \int_0^a (\delta_m + \delta_m^*) [\psi_n \psi_m^*]_0^a - (\delta_m^{*2} - \delta_m^2) \int_0^a \psi_n \psi_m^* dx \end{aligned}$$

$$\therefore \int_0^a [\psi_n \psi_m^*]_0^a = (\delta_m^* - \delta_m) \int_0^a \psi_n \psi_m^* dx \quad (A20)$$

が成立する。

附録-IV. 固有姿態の伝送電力の重畳性.

$$\left\{ \begin{aligned} E_z &= A_n \sinh p_n x e^{-\delta_n y} + A_m \sinh p_m x e^{-\delta_m y} & (A21) \\ H_x &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \left[ A_n (\delta_n \sinh p_n x + j \frac{k_z}{\mu} p_n \cosh p_n x) e^{-\delta_n y} + \right. \\ &\quad \left. A_m (\delta_m \sinh p_m x + j \frac{k_z}{\mu} p_m \cosh p_m x) e^{-\delta_m y} \right] & (A22) \end{aligned} \right.$$

とおく。

複素ポイニテングラクトルの,  $n$ 次と $m$ 次との相互項の実部は,

$$\frac{A_n^* A_m}{2j\omega\mu_0} \left[ (\delta_m - \delta_n^*) \operatorname{sh} p_n x \cdot \operatorname{sh} p_m^* x + j \frac{k_z}{\mu} (p_n \operatorname{sh} p_m^* x \operatorname{ch} p_n x + p_m^* \operatorname{sh} p_n x \cdot \operatorname{ch} p_m^* x) \right] \times e^{-(\delta_n^* + \delta_m) y}$$

$$+ \frac{A_m^* A_n}{2j\omega\mu_0} \left[ -(\delta_m^* - \delta_n) \operatorname{sh} p_m^* x \cdot \operatorname{sh} p_n x + j \frac{k_z}{\mu} (p_m \operatorname{sh} p_n^* x \operatorname{ch} p_m x + p_n^* \operatorname{sh} p_m x \cdot \operatorname{ch} p_n^* x) \right] \times e^{-(\delta_n + \delta_m^*) y} \quad (A23)$$

となる。

(A20) 式を考慮すると, 次式が容易に得られる。

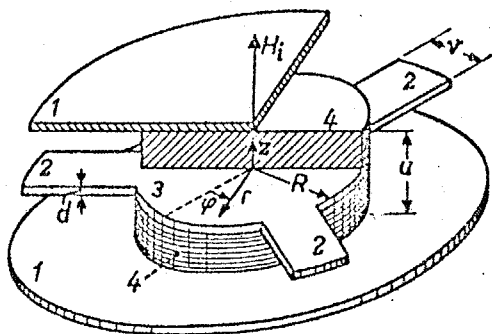
$$\int_0^a (A23) dx = 0 \quad (A24)$$

第4章 エッジガイドモード・サーキュレータと磁気同調フィルター

§4-1. まえがき

従来の接合型ストリップ線路サーキュレータは、Bosmaの設計理論<sup>(1)</sup>に代表されるように共振器的な考え方で設計がなされていた\*。つまり、フェライト基板円板共振器の共振固有姿態を悉く求めて、それらの姿態と円板共振器に接続される外部伝送線路の導波路固有姿態との結合係数を計算することによって、回路全体の応答特性を決定するという方法であった。そして、共振器的構造であるので、動作帯域は狭帯域であった。\*\*

一方、エッジガイドモード・サーキュレータにおいては、導体周辺の磁気壁に沿って、EGMが一方向的に伝搬するということが、サーキュレータの設計や動作機構の説明がなされている<sup>(2)</sup>。このことは、3ポート(もしくは、それ以上のポート数の)回路であるサーキュレータの設計が、ほぼ2ポート間の伝搬特性を考察するだけで十分であるということの意味しているので、従来の共振器的な考え方のように、3つのポート間の結合状況を同時に考慮しなくてはならないことはないで、はるかに設計が容易である。また、帯域も接合型よりも広い。



The circulator configuration. (1) Outer conductors. (2) Inner conductors. (3) Center conductor. (4) Ferrite disks.

図1. 接合型ストリップ線路サーキュレータ

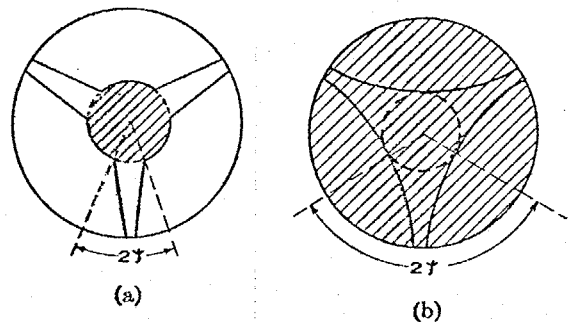


図2. (a) Continuous Tracking Circulator (b) EGM Circulator.

\*. Bosmaの研究は、「フェライト基板平面回路の研究の端緒をなすと言える。  
 \*\* 接合型サーキュレータの広帯域化をはかるために、Wuら<sup>(3)</sup>によって考察されたCTC(Continuous Tracking Circulator)の形状は、EGMサーキュレータの形状に近くなっている。しかし、外部伝送線路は等方性基板上に構成されている。



しかし、EGMサーキュレータはポート数が3以上あるため、EGMアイソレータのように、線路境界を直線状にしておくことはできない。3ポートサーキュレータであれば、 $60^\circ$ 、4ポートサーキュレータであれば、 $90^\circ$ 境界を、内側へ凸状に湾曲せざるを得ない。

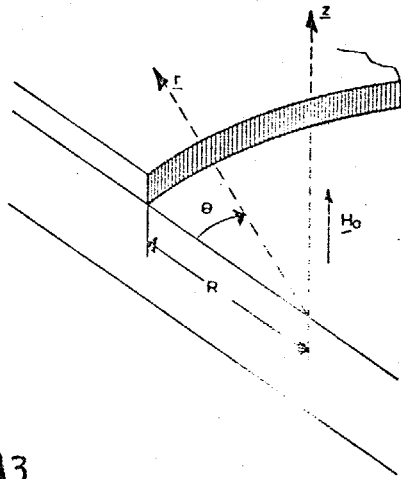


図3.

The semiinfinite strip conductor with a circular guiding edge.  
R is the radius of curvature of the guiding edge.

実効透磁率  $\mu_{eff} < 0$  であれば、凸状に湾曲していてもEGMは導体周辺に沿って伝搬していき、放射していくことはない。しかし、 $\mu_{eff} > 0$  となると、EGMは内側の領域に漏洩しながら伝搬していくようになる。<sup>(4)</sup>勿論、放射損失は、曲率半径が小さい程大きくなる。\* 放射された電力の一部は、アイソレートされるべきポートの出力として現われてくるので、サーキュレータのアイソレーションは、 $\mu_{eff} > 0$  の領域に入ると、急速に劣化してしまう。<sup>\*\*</sup>

しかしながら、印加直流磁界の分布を不均一にし、中心部の直流磁界を強めることにより、帯域を拡大することができた。これについては、§4-2で述べることにする。

ところで、サーキュレータは、反射型増幅器、反射型移相器、送受信共用アンテナ等に広く用いられているが、その場合サーキュレータに要求されている回路特性は、必ずしも回転対称なものではない。特に、反射型増幅器においては、入出力間のアイソレーションをとるために、敢えてアイソレータを挿入し

\*. いわゆる、Creeping Waveに相当する。<sup>(5)</sup>

\*\* また、テーパー部の円弧状の不連続点によって、アイソレーションは劣化する。

ている。

そこで、入出力間のアイソレーションが高いサーキュレータは、実際の通信回線等では、より実用的であると考えられる。そのようなサーキュレータを、「準サーキュレータ」と呼ぶことにし、側壁短絡型で、準サーキュレータを製作した。

次に、§4-4.において、磁気同調フィルターの研究を行なう。今迄、述べてきたデバイスは、フェリ磁性体の非相反特性を主に利用して来たが、フェリ磁性体は、印加直流磁界の強さによって、透磁率が変わるので\*、外部制御形のデバイスが実現できる。その一例として、磁気同調フィルター\*\*を取り上げた。<sup>(7)</sup> として、やはりフェライト基板上の平面回路構造で、帯域通過、帯域阻止フィルターを構成した。

ところで、フィルターを中心周波数は、フェライト基板円形共振器の共振状態の共振周波数によって、ほぼ決められるが、共振周波数の計算をする際、円板周辺で磁気壁を仮定すると、漏れ電磁界を無視しているため、30%近い誤差があることがわかった。\*\*\* そこで、漏れ電磁界の効果を準静的に取り込んで補正を行なった。リング共振器の解析の時に用いられた「等価誘電率法」<sup>(9)</sup>を援用して補正を行なったところ、誤差は3(%)以下に納まった。しかし、基板の誘電率が低い場合には、この補正法は適用できないことも判明した。そのため、正確に共振周波数を求めるには、厳密解析に基づく厳密解が必要とされることがわかった。

#### §4-2. エッチガイドモード・サーキュレータ.

アイソレータとサーキュレータとは、代表的な非相反回路である。しかし、両者には、大きな差異がある。アイソレータは、本質的に有損失な回路であるのに対して(→附録I.)、サーキュレータの方は、原理的には無損失回路で実現できる。実際、サーキュレータというポート回路の存在は、Carlinによつて理論的に予言されたものであり、それは整合の取れた回転対称な無損失3ポ

\*. 光波領域では、誘電率が異方性や外部磁界依存性を有するようになる。<sup>(6)</sup>

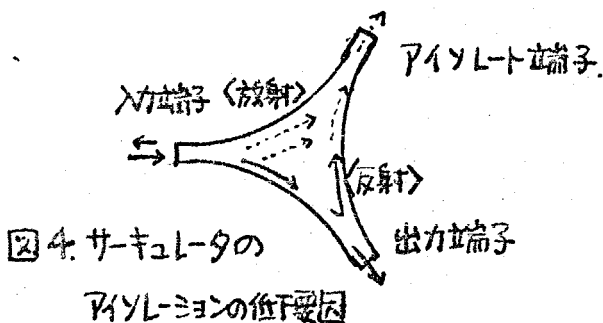
\*\*、掃引共振器や、雑音測定器に広く用いられている。

\*\*\*. 平衡型スリッパ線路では、計算値は実測値より高くなる。そこで、「等価半径の補正法」が有効であるとされている。<sup>(8)</sup>

一回路として定義された。<sup>(10)</sup> また、サーキュレータからアイソレータを構成するのは、容易にできるが、逆にアイソレータを多数用いてサーキュレータを構成するのは、困難である。<sup>\*</sup>

そのため、同じようにアイソレーションという量が定義されているが、その物理的内容には、大きな差異がある。つまり、アイソレータの場合には、回路中で実際に電力が消費されるため、アイソレーションがとれるのであるが、サーキュレータの場合には、非相反性を利用して、干渉により、アイソレート端子に出力を出さないようにしているのであり、回路中で電力の消費が起きているのではない。

以上述べて来たことから、そのまま、EGMサーキュレータがEGMアイソレータよりも帯域にならざるを得ないことへの説明に繋がる。つまり、 $\mu > 0$  となると、凸状湾曲部でEGMは放射を伴いながら、伝搬していくようになるので、放射電力の一部はアイソレート端子の出力として現われ来るようになり、アイソレーションが急激に劣化する。一方、アイソレータでは、たとえ、そのような放射が起きたとしても回路中の損失体で、放射電力は消費され、挿入損失が若干増加するとしても、アイソレーションが急速に劣化することはない。また、テーパ部の不完全さも、サーキュレータにおいては、アイソレーションを劣化させる要因となる。つまり、テーパ部で反射された電力は、アイソレート端子の出力として現われ、実効的にアイソレーションを低下させる。アイソレータでは、そのようなことは、挿入損やVSWRの増加を伴わずとしても、アイソレーションを低下させることにはならない。



\*. 最近、著者らによって、この問題が一般的に解析された。<sup>(11)</sup>

さて、EGMサーキュレータの周波数特性の測定値を、図5、6に示す。<sup>\*</sup> 基板には、 $4\pi M_s = 1780$  (Gauss) のYIGを用いている。印加磁界は、 $H_0 = 2150$  (Oe)で、特に不均一磁界の場合には、中心部の磁界を約4000 [Oe]まで強めている。両図からわかるように、不均一磁界を印加することによって、帯域が拡大した。なお、アイソレーションが、20 (dB) 程度と低い値しか得られなかったが、これはテーパー部の不完全さに起因していると思われる。反射損失の大きい理由も同様である。また、挿入損失が2 (dB) と若干大きいのは、基板の寸法が、 $100 \times 100$  mm と必要以上に大きかったためであり、この点は改善可能である。

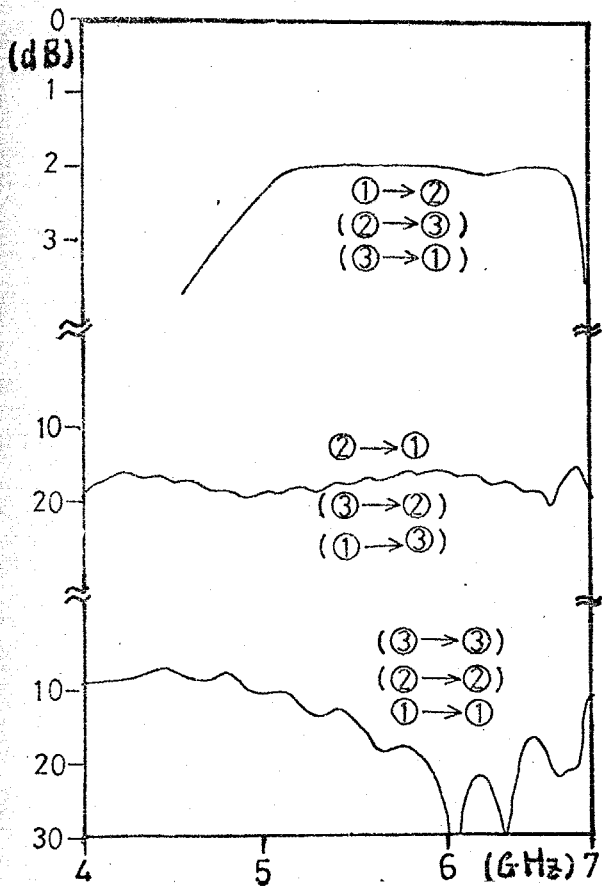


図5. EGMサーキュレータの周波数特性 (不均一磁界)

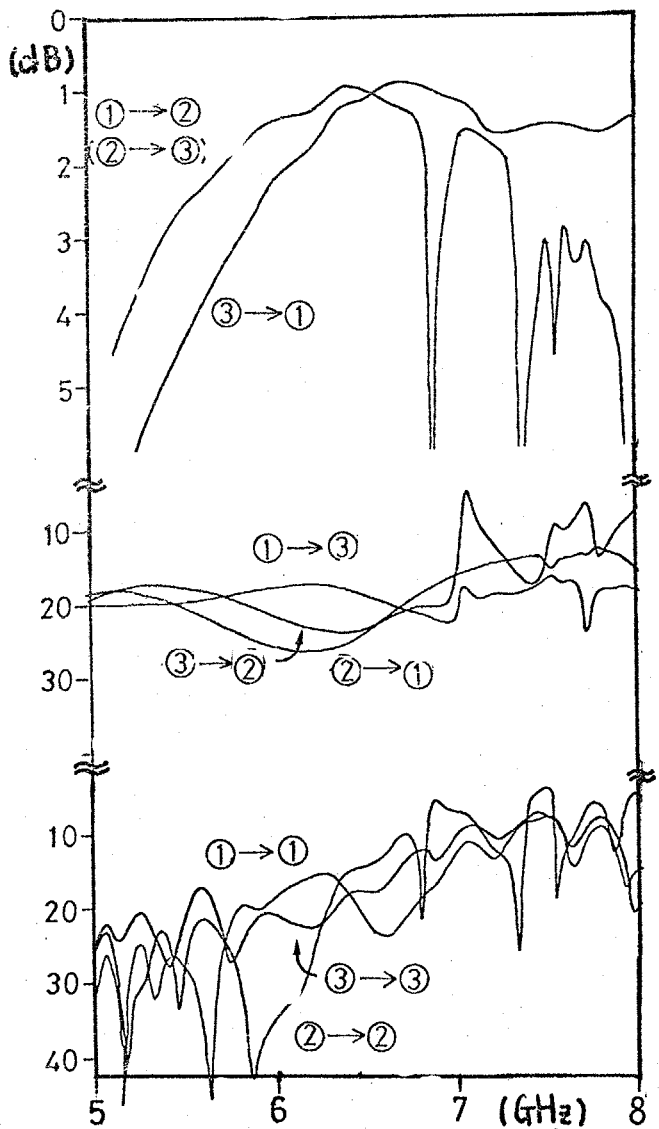


図6. EGMサーキュレータの周波数特性 (均一磁界)

\*. 帯域は、5~7 (GHz) であり、30% 程度の比帯域である。広帯域化した接合型サーキュレータの帯域と同程度がそれ以上である。(23)

### §4-3. 準サーキュレータの提案と試作.

サーキュレータは、反射型増幅器、反射型移相器、周波数分波器、サーキュレータスイッチ、送受信共用のアンテナ等に広く用いられている。ところが、これらの回路でサーキュレータが使われている時、サーキュレータに課せられている特性は、必ずしも回線対称なものではない。つまり、信号の伝送は、①→②\*、②→③の経路だけで行なわれているのであって、③→①の伝送は必要ない。また、回路によっては、③→①の伝送が望ましくない場合もある。この場合には、アイソレータとサーキュレータとを組み合わせた回路(図7)が用いられている。この時は、回路全体の散乱行列が、

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

となっている。\*\*\* しかし、この方法は、回路構造を複雑にするし、接続箇所も多くなり、回路の特性、信頼性低下の原因となる。また、回路が大きくなるという欠点も伴う。従って、上記の散乱行列を有する回路が簡単に実現できれば、それは十分使用価値のあるものになると思われる。(1)式で与えられる散乱行列を有する3ポート回路を、「準サーキュレータ<sup>†</sup>」と呼ぶことにする。

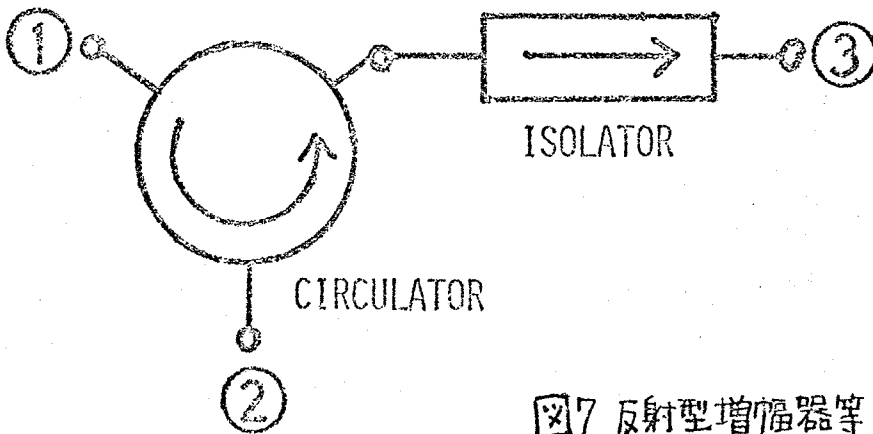


図7. 反射型増幅器等で用いられる回路.

本. ポート①からポート②への信号伝送という意味に、用いている。

\*本. 反射型増幅器等では、その必要が課せられている。

\*\*\*. 実際は、反射損や、挿入損、アイソレーションがあるが、それらを理想化している。

†. 「準サーキュレータ」に関しては、小山徹氏(日本電気)より貴重な御教示を賜った。

### 〈側壁短絡型準サーキュレータ〉

EGMサーキュレータの特性と、側壁短絡型アイソレータの特性とを組み合わせたようなポート回路を、図8. に示すような構造で実現した。この回路が、先に提案した「準サーキュレータ」になっていることは、容易に理解できる。即ち、①→②、②→③ の伝送は行なわれるが、①と③の間に短絡部が存在するため、③→①の伝送は行なわれない。勿論、③での反射は無視でき、③から入力された電力は、短絡部付近で消費されることになる。こうして、「準サーキュレータ」が、図8 のような簡単な構造で実現できることになった。図9 に、その特性を示しておく。

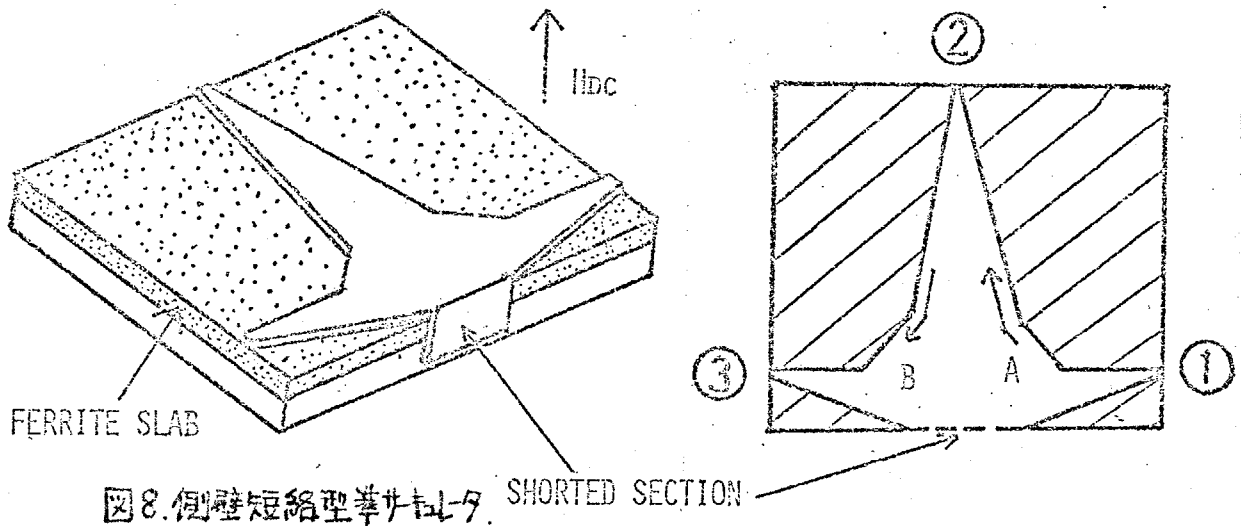


図8. 側壁短絡型準サーキュレータ. SHORTED SECTION

③と①の間の短絡部のために、③→①の伝達量は、40(dB)まで低下している。また、③→②、②→①間のアイソレーションも短絡部の効果のため、60(dB)程度まで低下している。しかし、①→③のアイソレーションは、20(dB)程度のままである。このことは、アイソレーションの劣化要因が、テーパ部の不完全さに因る反射であることを意味している。そのため、テーパ部の設計が、EGMサーキュレータにとって、重要な課題であることが、判明した。なお、図6は、短絡部を取り除いた場合の特性に相当している。

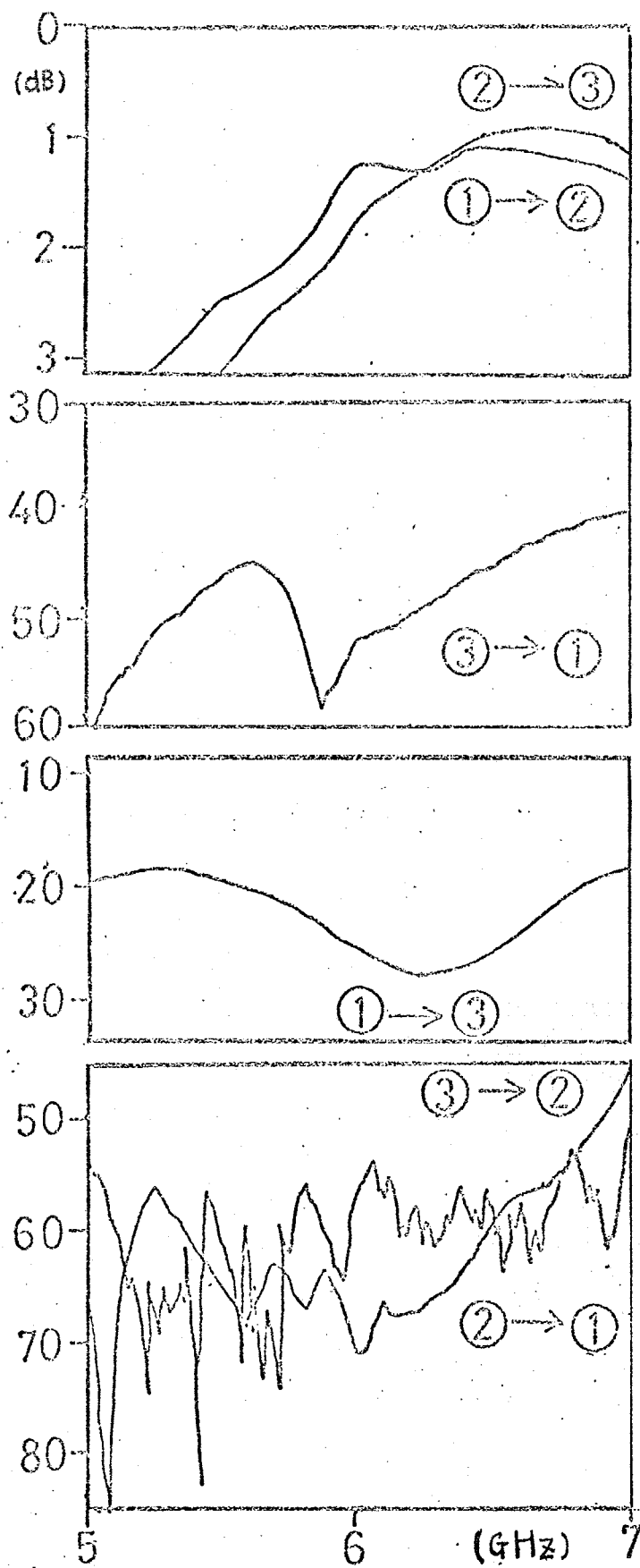


図9. 側壁短絡型導波管アイソレータの特性(実測値)

#### § 4-4. 磁気同調フィルターの動作特性

今迄述べて来たEGMデバイスは、主としてフェリ磁性体の非相反性を利用したものであったが、フェリ磁性体は印加直流磁界の強さによって、そのテンソル透磁率を変えることができるので、外部制御形のデバイスを構成することもできる。<sup>\*</sup> ここでは、その一例として磁気同調フィルターを取り上げる。<sup>\*\*</sup>

同調型フィルターに課せられる要求には、

- (i) 挿入損失の少ないこと
- (ii)  $Q$ が高いこと.
- (iii) スプリアス応答のないこと.
- (iv) 温度特性が良いこと.

等のフィルター全般に課せられる要求の他に、

- (v) 同調可能範囲が広いこと

等がある。

磁気同調フィルターも、やはりフェライト基板上の平面回路構造で構成した。写真1は、帯域通過フィルターであり、写真2,3は、帯域阻止フィルターである。写真3の形式の帯域阻止フィルターの共振姿態は複雑で特性も、写真2のものより劣るので、以後の研究は、2の形式の阻止フィルターについてのみ行なった。

なお、阻止フィルターの特性は非相反であり、逆方向は全域通過線路となり、フィルター特性を示さない。また、共振器形状は、円形のものだけを取り扱った。これは、共振姿態の解析が容易である

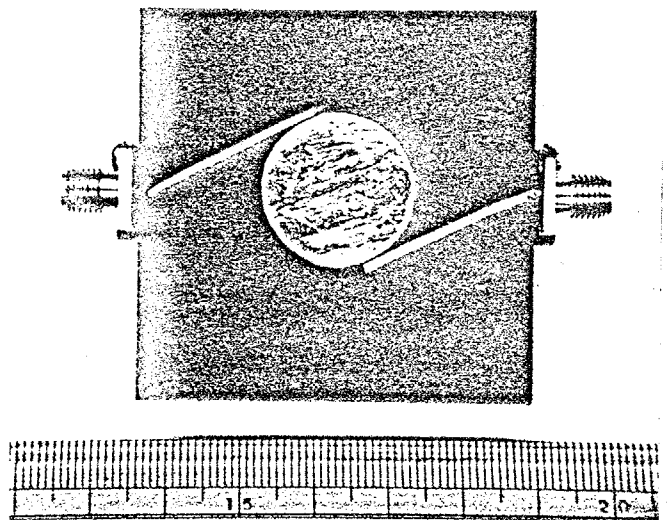


写真1. 帯域通過フィルター

\*. フェライトを用いたパラメトリック増幅器の研究も行なわれている。(12)

\*\* 同調型フィルターは、特引発振器や雑音特性測定器に広く使われている。



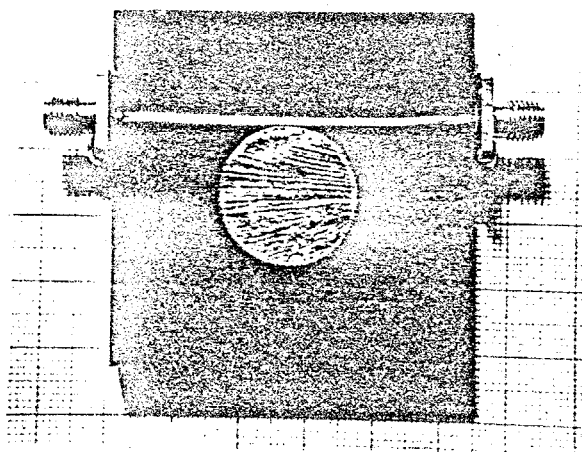


写真2. 帯域阻止フィルター

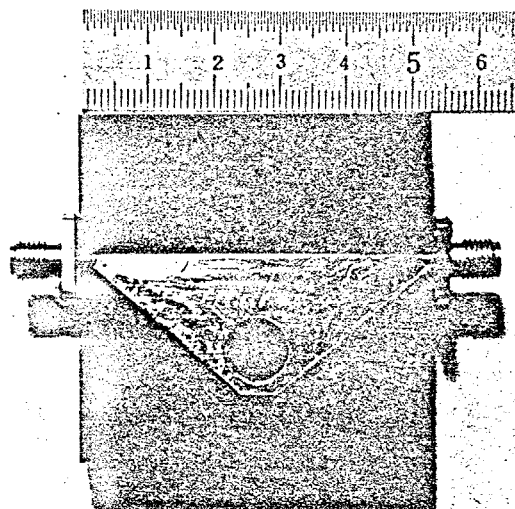


写真3. 帯域阻止フィルター

からである。<sup>\*</sup>

§ 4-4-1. 実験結果<sup>\*\*</sup>

図10に示す測定系で、磁気同調フィルターの伝送特性を測定した。この測定系で、本研究で考察した全てのデバイスの特性が測定された。

まず、帯域通過フィルターの実測値を図 11 に示す。挿入損失は、 $-8$  (dB),  $Q$  が  $40.8$  である。フィルターとしての特性は、必ずしも良くない。<sup>(13)</sup>

そこで、挿入損失と $Q$ の改善を図るために、アルミ箱で全体をシールドして、放射損失を防ぐこと

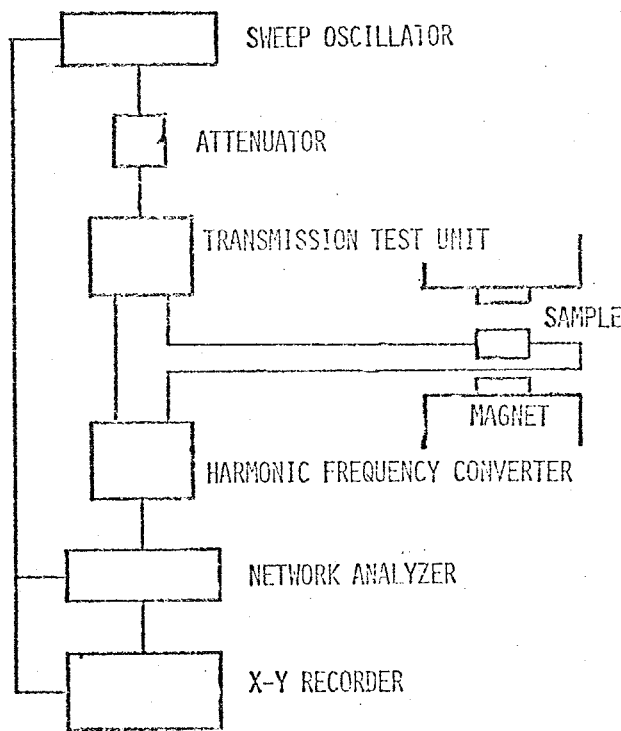


図.10 測定系のブロック図

\*. 三角形や四角形の共振器の解析も、行なわれつつある。<sup>(8)</sup>

\*\* . 磁気同調フィルターに関する研究は、中村浩三氏(現、日立研)と共同で行なった。ここに、改めて謝意を表す。

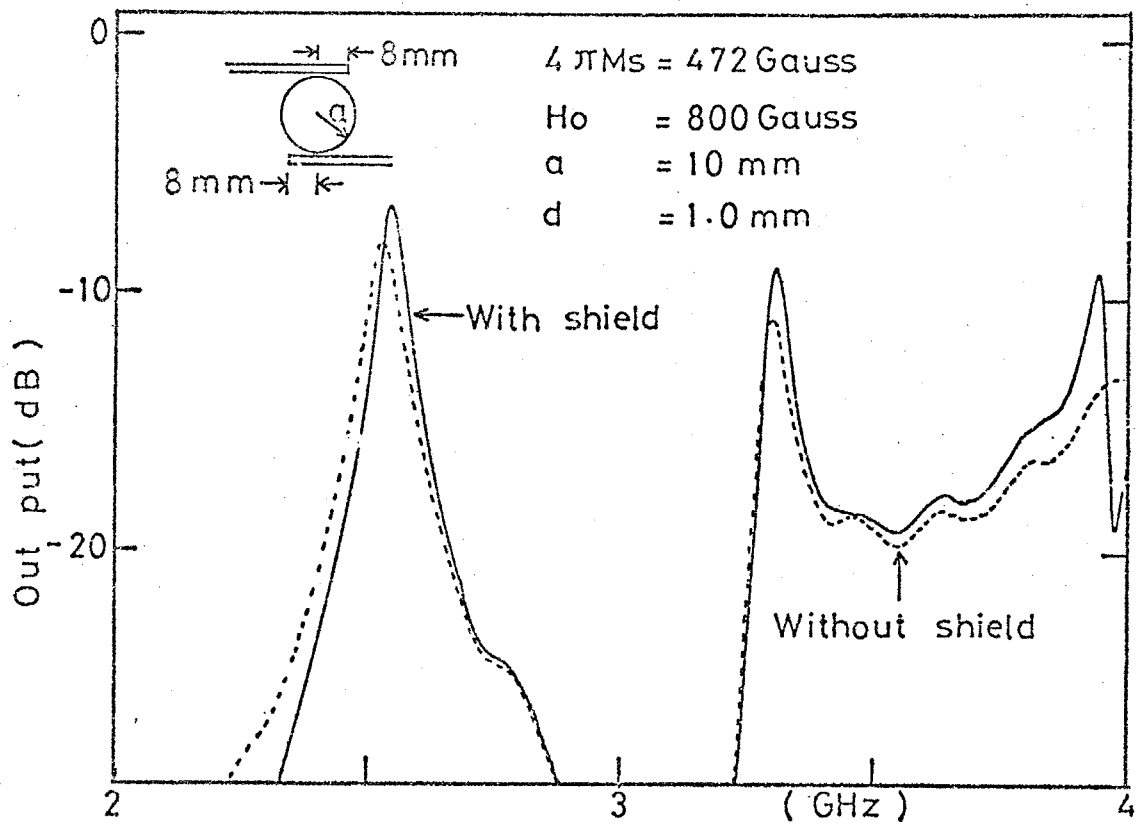


図.11. 帯域通過フィルターの伝送特性.

にした。この結果，図中の実線に示すような特性となった。これから，シールドにより，挿入損失が 1.5(dB)程度，Qが4割弱改善されたことがわかる。

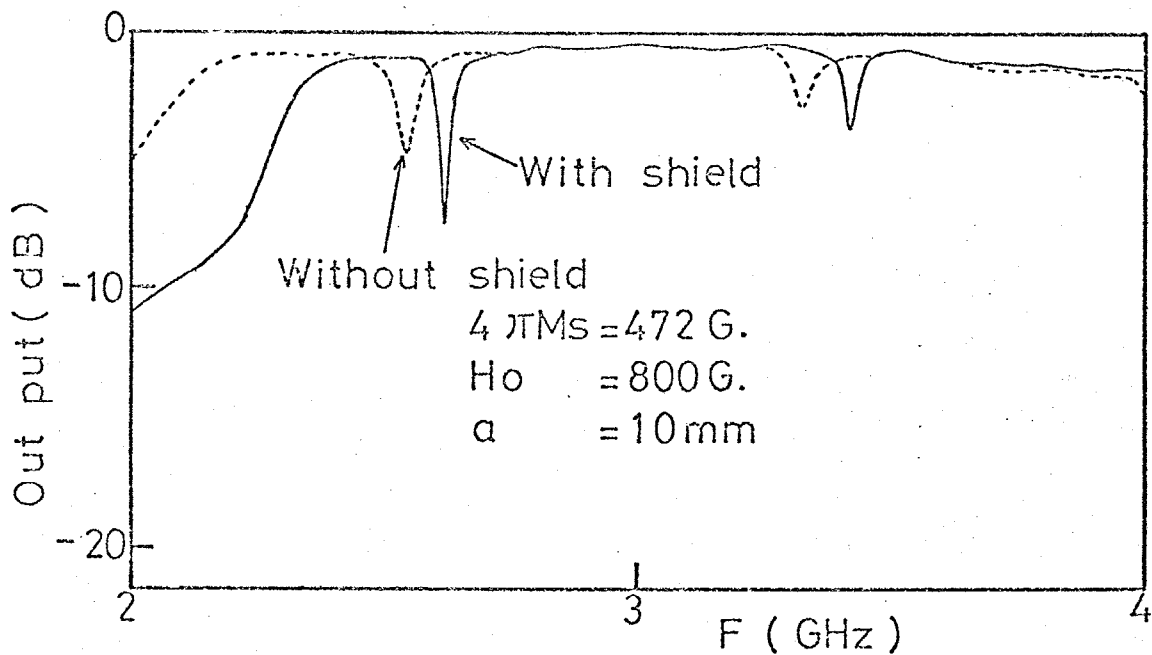


図.12. 帯域通過フィルターの反射特性

更に、挿入損失とQを改善するためには、導体およびフェライトの損失を減らすと共に、外部接続線路と円形共振器との結合部を工夫する必要もある。

図12は、出力端子に、ダミーロードを付け、入力端子から反射量を測定したものである。シールドによって、反射損も低下していることがわかる。

次に、帯域阻止フィルターの特性について示す。図13は、その伝送特性である。なお、フェライト基板には、 $4\pi Ms = 472, 650, 1780$  (GAUSS) の3通りのものを使用した。

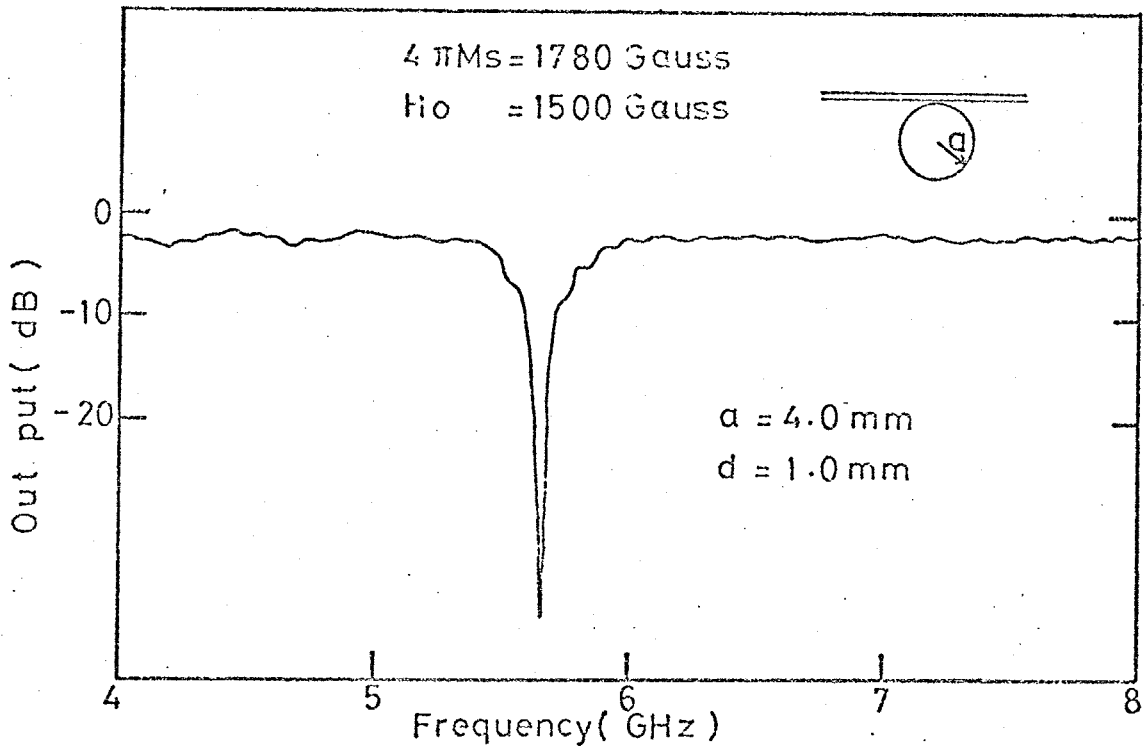


図.13. 帯域阻止フィルターの伝送特性.

この帯域阻止フィルターは、次の様な特性を有することがわかる。

- (1) 4~8 [GHz] 帯にわたって、唯一の周波数を、-40 (dB) 程度、阻止している。
- (2) 阻止周波数以外は、ほぼ平坦な通過特性を示している。
- (3) 阻止帯域以外の挿入損失は、-3 (dB) 程度である。

\*. 単結晶フェライトであれば、 $\Delta H = 10\text{e}$  以下のものが得られている。しかし、 $1 \times 50 \times 50 \text{ mm}$  程度の大きさの単結晶は製造が非常に困難である。また、高価でもある。

(4).  $Q$ は20程度と低い。

(1)(2)の性質は、帯域阻止フィルターとして良好な特性であるが、(3)、(4)は、今後改善すべき点である。(3)については、線路を短縮すれば、もっと改善できると思われる。測定に用いた線路は、 $L=100\text{ mm}$ もあるが\*、実際には、 $10\text{ mm}$ もあれば十分であり、挿入損失は $0.3(\text{dB})$ 程度まで容易に改善できるはずである。一方、(4)の問題は、フェライト材の損失を低減させないと改善できないと考えられる。線路全体を、アルミ箱でシールドして放射損失を抑制してみたが、 $Q$ はあまり改善されなかった。

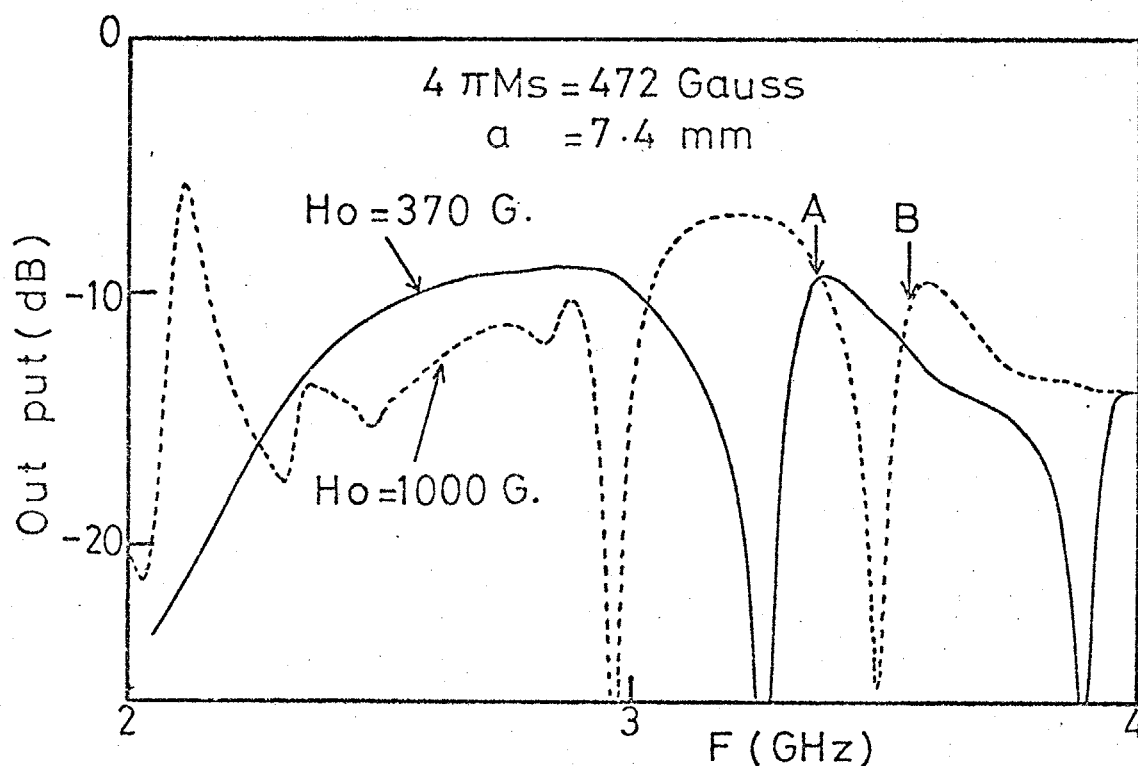


図14 帯域阻止フィルターの反射特性.

図14は、帯域阻止フィルターの反射特性である。図中の矢印A及びBは、各々印加磁界が $370(\text{Gauss})$ 及び $1000(\text{Gauss})$ の時の、阻止周波数を示している。この図から、阻止周波数においても、反射量は少なく、入射電力は共振器内で消費されていると結論される。

\*. フェライト基板の寸法から、制約された。

また、透過量には、非相反性が顕著に現われ、印加直流磁界を反転せせると、フィルター特性は消滅した。これに対して、反射量は磁界を反転しても変化しない。

次に、同調特性を図15に示す。

外部磁界  $H_0$  が飽和磁化  $4\pi M_s$  に達するまでは、 $H_0$  の増加と共に中心周波数は下がり、飽和以後は、 $H_0$  の増加と共に、中心周波数は高くなる。同調範囲は、約650 MHz (2.15 → 2.8 GHz) である。

図16は、外部磁界によって、フィルター特性が変化する様子を描いたものである。

Band stop filter

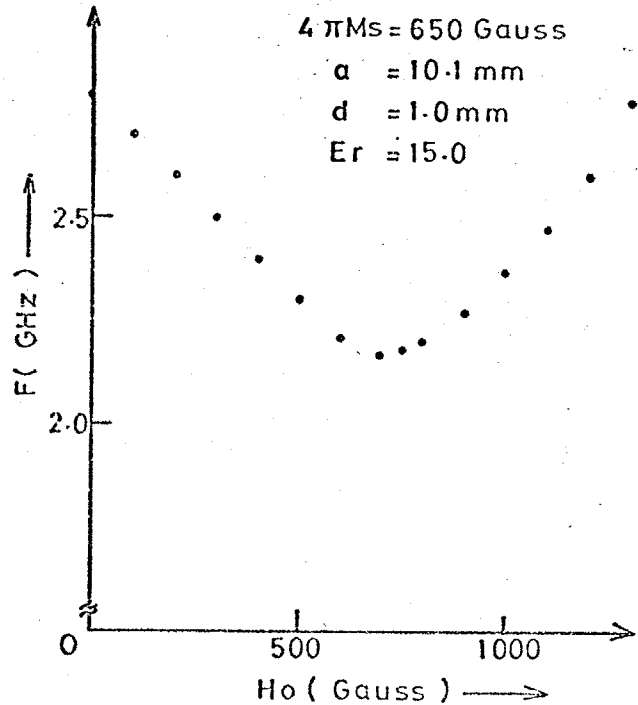
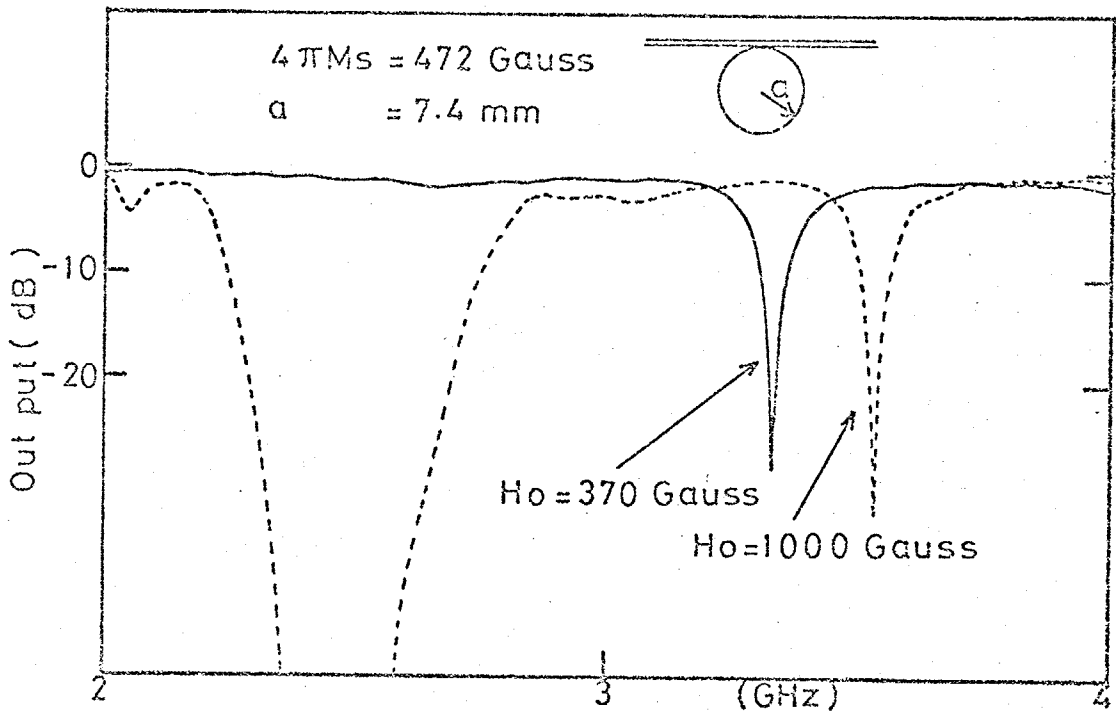


図15. 同調特性 (実測値)

図16. 同調特性 (実測値)



\* 反磁場係数が  $N_z = 1$  であるので、 $H_0 \leq 4\pi M_s$  であれば、内部磁界は0である。

$H_0 = 1000$  (Gauss) の時,  $f = 2.5$  (GHz) 附近で生じている損失は, フェリ磁性共振損失である。この共振現象は, 飽和以後起きる。共振損失を避けるためには, フェライトを非飽和状態で使用した方が有利であると考えられる。<sup>\*</sup> また, その方が印加磁界が少なくて済むので, 都合がよい。

図16の方が, 図13よりも挿入損失が少ないのは, 基板の長さが 52 (mm) と前の 100 mm に比べて, 半分になっていることに起因している。

#### § 4-4-2. 理論的考察

フィルターの中心周波数は, ほぼ円形共振器の共振周波数に等しい。そこで, 円形共振器の共振周波数の計算が, フィルターを設計する上で, 必要となる。

図17のような形状を考え, 円形周辺で磁気壁を仮定すると, 共振状態の共振周波数は, 次の決定方程式の解として与えられる。(→ 附録 II)

(a) 図 (閉鎖型) の場合:

$$\frac{\chi}{\pi} \frac{I_n'(\chi)}{I_n(\chi)} = \frac{\pi}{\mu} \quad (2)$$

$$\text{但し, } \chi = \omega \sqrt{\mu_{\text{eff}} \cdot \epsilon} \cdot a \quad (3)$$

であり,  $n$  は整数である。また,  $I_n(\chi)$  は, 1 種  $n$  次変形ベッセル函数であり,  $I_n'(\chi)$  はその微分である。(3) 式において,  $\mu_{\text{eff}} < 0$  を仮定している。

また,  $\mu_{\text{eff}} > 0$  の時は,

$$\frac{\chi}{\pi} \frac{J_n'(\chi)}{J_n(\chi)} = \frac{\pi}{\mu} \quad (4)$$

となる。

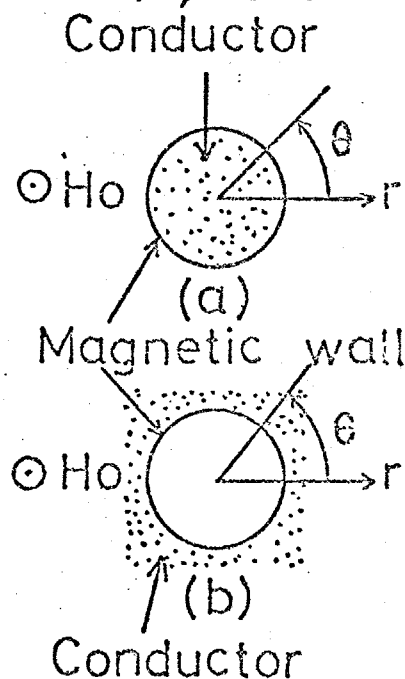


図17. フェライト基板  
円板共振器

\*. 但し, フェライトの低磁界損失を考慮する必要がある。(14)

なお、(2)式では、 $n > 0$ だけが解として許され、一方向伝搬特性が現われている\*。一方、(4)式では、 $n$ は正負両方とも、解として存在する。

(b) 図 (開放型) の場合:

この場合は、 $\mu < 0$  の時にだけ、共振状態が存在する\*\*。決定方程式は、

$$\frac{\chi}{n} \cdot \frac{K_n'(\alpha)}{K_n(\alpha)} = \frac{\kappa}{\mu} \quad (5)$$

となる。但し、 $K_m, K_m'$  は第一種変形ベッセル函数とその導関数である。(15) やはり、 $m > 0$  のみが解として許される。

なお、フェライトの周波数分散式としては、

$$\text{飽和時} \left\{ \begin{aligned} \mu &= 1 + \frac{(\omega_i + j\omega\alpha) \cdot \omega_m}{(\omega_i + j\omega\alpha)^2 - \omega^2} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \kappa &= \frac{\omega \cdot \omega_m}{(\omega_i + j\omega\alpha)^2 - \omega^2} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

と、

$$\text{非飽和時} \left\{ \begin{aligned} \mu &= \mu_0 + (1 - \mu_0) \cdot \left(\frac{M}{M_s}\right)^2 \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mu_0 &= \frac{3}{3} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \kappa &= \frac{\omega_m}{\omega} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

を用いた。(16) 但し、 $M$  は非飽和時の磁化である。

(2)(4)式を解くことによって、共振周波数が求まる。図18の理論値(1)が、その計算結果である。実測値と理論値(1)とは、定性的には一致した傾向を示しているが、両者の差異は大きく、30%程度の誤差がある。この差は、円板周面に磁気壁を仮定して、漏れ電磁界を無視したため生じたものと考えら

\*磁界を反転させると、 $\kappa \rightarrow -\kappa$  とすると、 $m \rightarrow -m$  となり、回転方向は逆転弱。

\*\*  $\mu < 0$  の場合には、§4-2. で述べたように反射が起こり、共振状態は存在し得ない。

れる。

そこで、「実効誘電率」というものを導入して、共振周波数の補正を行なった。補正された値が、理論値(2)である。

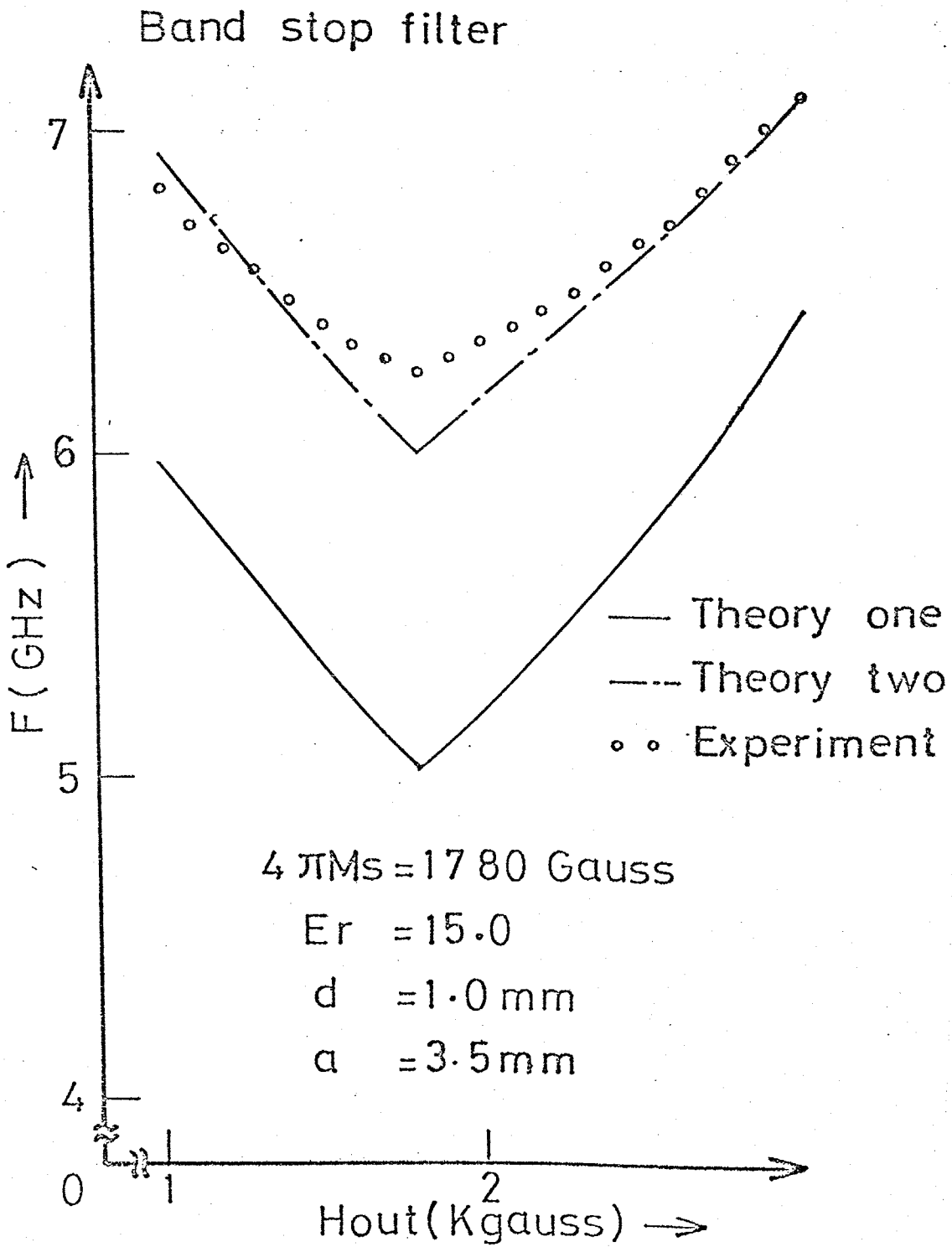


図 18. 同調特性



この補正法は、図19(a)に示す様な2媒質系( $\epsilon$ と $\epsilon_0$ )を、線端効果によって電気力線が上部の空气中( $\epsilon_0$ )に漏れていることを考慮し、これを図19(b)に示すような一媒質系( $\epsilon_{eff}$ )に置き換えることによって、線端効果を取り込む方法である\*。この $\epsilon_{eff}$ を実効誘電率と呼んでいる。

実効誘電率 $\epsilon_{eff}$ は、準静的に決定される。つまり、基板を $\epsilon_0$ の誘電体で置き代えた時の、静電容量を、 $C(\epsilon_0)$ とし、基板が $\epsilon$ の誘電率の時の静電容量を、 $C(\epsilon)$ とすると、

$$\epsilon_{eff} = \frac{C(\epsilon)}{C(\epsilon_0)} \quad (11)$$

で、実効誘電率は定義される。

同様に、等価半径 $\bar{a}$ は、

$$\bar{a} = \sqrt{\frac{C(\epsilon) d}{\epsilon_0 \pi}} \quad (12)$$

で定義される。

2つの静電容量 $C(\epsilon)$ 、 $C(\epsilon_0)$ は、数値計算に有利な「スペクトラム・ドメイン法」<sup>(18)</sup>を採用して、計算を行なった。計算法の詳細は、附録Ⅲにのせてある。

計算結果を、表1に示す。

$a$ (mm)	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5
$\epsilon_{eff}$	10.40	10.74	11.03	11.28	11.50	11.69	11.86

表1. 実効誘電率 ( $\epsilon = 15$ ,  $d = 1.0$  mm)

再び、誘電率を $\epsilon_{eff} = 11.03$ として、共振周波数を計算し直したものが、理論値(2)である。但し、円板周辺でやはり磁気壁を仮定している。

\* リング共振器の解析に用いられた。<sup>(17)(9)</sup>

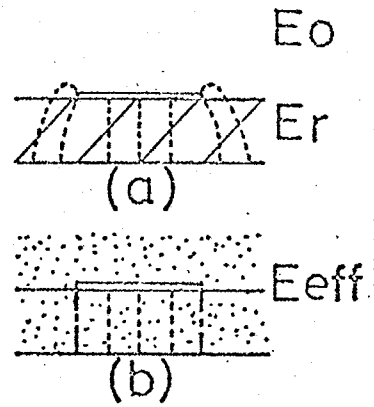


図19. 実効誘電率

外部磁界  $H_0$  が飽和磁化に近い場合を除いては\*、実測値と理論値(2)とは、よく一致している。つまり、準静的な補正法である「実効誘電率の方法」は、簡単な補正でありながら、正確な共振周波数を与える方法であると言える。

しかし、その理論的根拠は、それ程明白なものではない。特に、誘電率だけを補正して、なぜ透磁率の方は、補正しないのかという疑問が残る。(19)

### § 4-4-3. 不平衡円形共振器

前小節で、共振周波数を計算するのに、「実効誘電率」というものを導入してきたが、この成巧をおさめたが、これとは別に、円形共振器の半径を広げの補正する方法が知られている。\*\* 本小節では、誘電体基板に限って、不平衡円形共振器に関する2つの補正法(実効誘電率、等価半径)について、実験的考察を行なう。

不平衡円形共振器とは、図20.に示すようなものを言う。この共振周波数は、図21.のように、半径  $a$  の円の縁で、完全な磁気壁を仮定すると、 $TM_{np}$  モードに対しては、

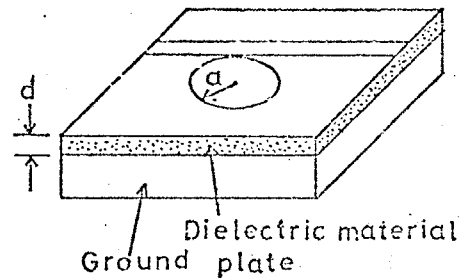


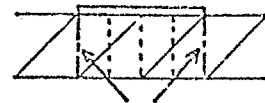
図20. 不平衡型円形共振器

$$f_{np} = \frac{C_0}{2\pi a \sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{(k'_{np})^2 + \left(\frac{p\pi a}{d}\right)^2} \quad (13)$$

となる。(20)\*\*\*

特に、基本波である  $TM_{110}$  モードの共振周波数は、

$$f_{110} = \frac{C_0 k_{11}}{2\pi a \sqrt{\epsilon_r}} \quad (14)$$



Magnetic wall

図21. 解析モデル

で与えられる。(  $k_{11} = 1.841$  )

そのため、実効誘電率法では、 $\epsilon_r$  が小さくなるので、共振周波数は高くなるのに対し、等価半径法では、 $a$  が大きくなるので、共振周波数は低下する。即ち、両者の補正量は、逆になる。

\*. つまり、飽和の前後ということである。

\*\*. 平衡型 フェライト平面回路で、この方法が採用されている。(8)

\*\*\*.  $k'_{np}$  は  $J'_n(k) = 0$  の  $p$  番目の根である。また  $n$  は  $z$  方向の変化数である。

†  $\epsilon_0 < \epsilon_{eff} < \epsilon_r$  である。

基板には、 $\epsilon = 2.0$ のテフロンと、 $\epsilon = 16.0$ のKU材(TDK製)の2ヶを用い、共振周波数を測定した。結果を、図22,23に示す。

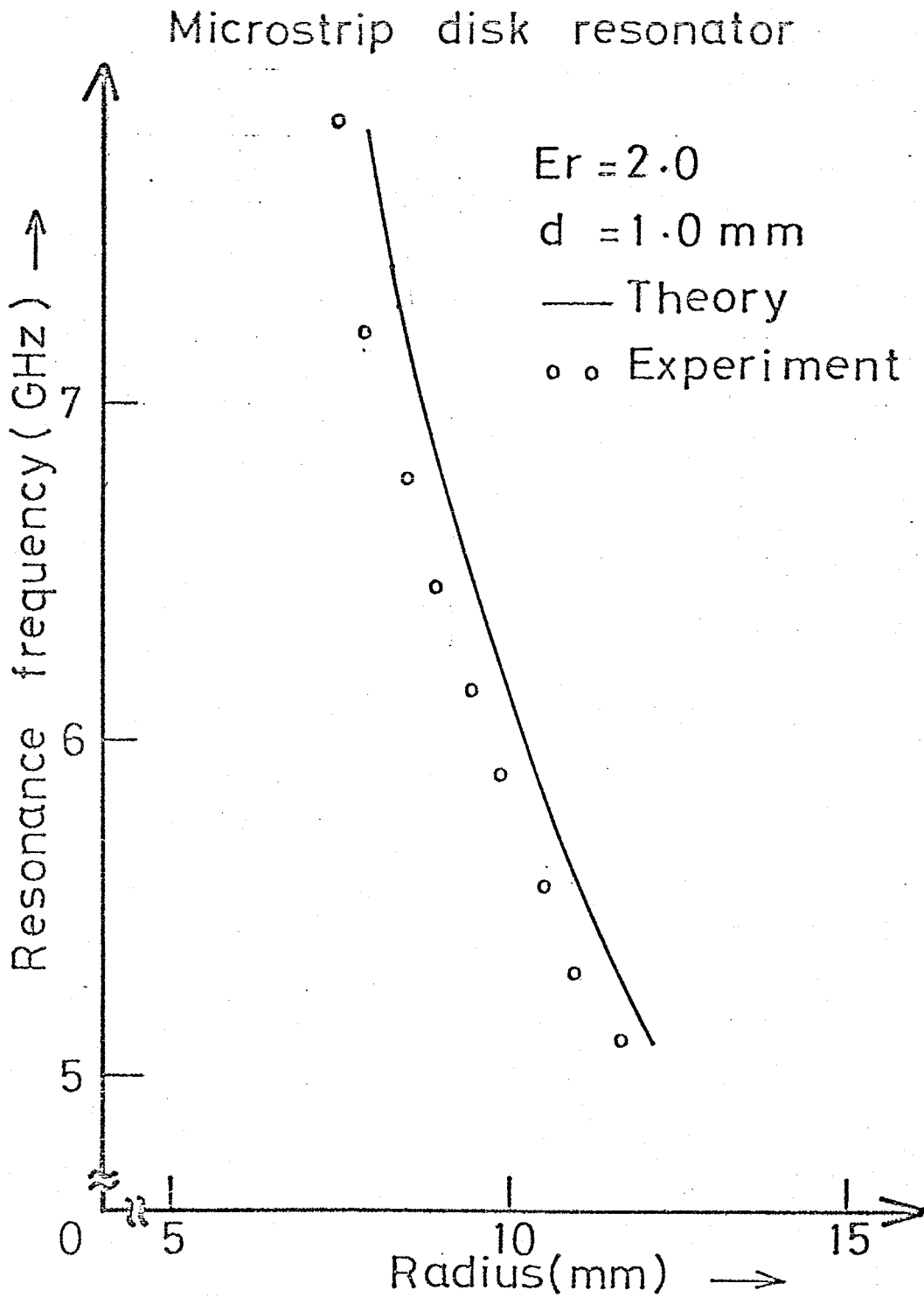


図22. 不平衡円形共振器 ( $\epsilon = 2.0$ )

## Microstrip disk resonator

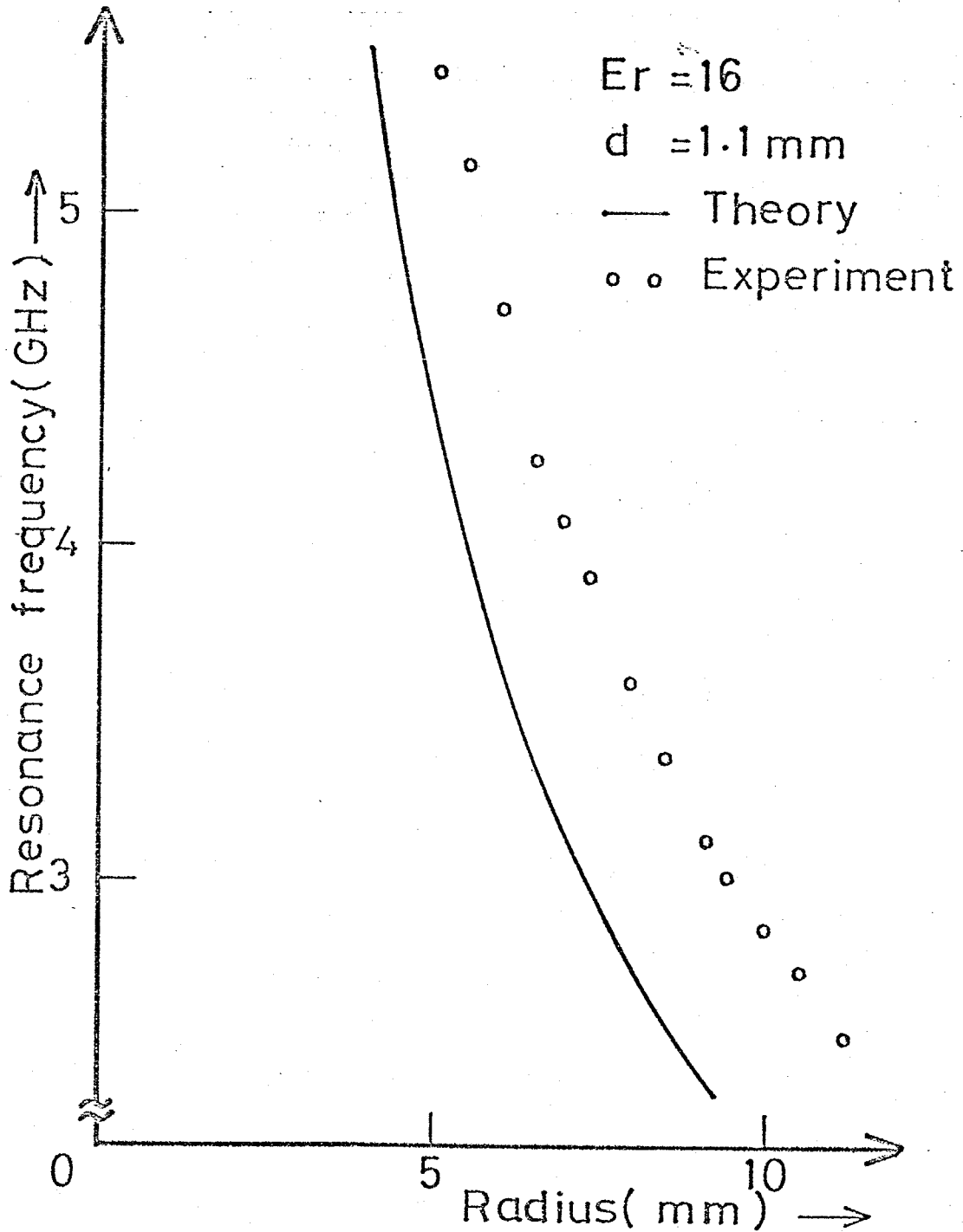


图. 23. 不平衡圆形共振器 ( $\epsilon = 16.0$ )

図中の実線は、漏れ電磁界を無視し、円形周辺で磁気壁を仮定した場合の計算値である。しかし、計算値と実測値には、かなりの差が見られる。しかも、誘電率が低い場合 ( $\epsilon = 2$ ) には、実測値の方が低いのに対し、誘電率が高い場合 ( $\epsilon = 16$ ) には、逆に実測値の方が高いという、相反した傾向を示している。

そのため、実効誘電率の方法にする、等価半径の方法にする、全2の誘電率に対して有効な補正法ではあり得ないことが判明した。また、計算値と実測値との差が、半径にあまり依らずほぼ一定であるのは、共振状態の電界分布が、円板周辺に局在している、あまり半径の大小に関係しないためと考えられる。このことは、静的な電界分布と動的な共振状態の分布とが、必ずしも一致していないことを示している。

結局、静的な解析に基づいて、共振現象という動的現象の補正を行なうこと自体に、無理があると言わざるを得ない。そのため、波動方程式に立脚した厳密解析を行なう必要がある。<sup>(21)</sup>

#### § 4-5. むすび

前章に引き続いて、EGMデバイスの代表例である、サーキュレータと同調型フィルターに関して考察を行なった。そして、サーキュレータにおいては、印加磁界を不均一にする方法が広帯域化に役立つことを、明らかにした。また、サーキュレータが実際に使われている状態を考えると、「準サーキュレータ」という回路を提案し、それが倒壁短絡型で容易に構成できることを示した。

また、磁気同調フィルターに関しては、挿入損失やQの点で、まだ満足いくものは実現できなかったが、スプリアス応答のよいフィルターが得られた。フィルターの共振周波数の解析においては、「実効誘電率の方法」というもので、簡便でしかも正確な補正が行なえることを明らかにした。しかし、準静的補正法にも、限界があることを、実証した。

## 4章の文献

- [1] H. Bosma, "On Stripline Y-Circulator at UHF", IEEE Trans., MTT-12, pp. 61-72, Jan., 1964.
- [2] Y.S. Wu & F.J. Rosenbaum, "Wideband Operation of Microstrip Circulators," in Dig. Tech. Papers, IEEE G-MTT 1973 Int. Microwave Symp., pp. 92-94.
- [3] M.E. Hines, "Ferrite Phase Shifters and Multiport Circulators in Microstrip and Stripline," in Dig. of Tech. Papers, 1971 IEEE G-MTT Int. Microwave Symp., pp. 108-109.
- [4] P. de Santis, "Edge Guided Modes in Ferrite Microstrips with Curved Edges," Appl. Phys., vol. 4, pp. 167-174, Aug., 1974.
- [5] L.B. Felsen & N. Marcuvitz, "Radiation and Scattering of Waves", Prentice-Hall, ch. 6, 1973.
- [6] 面澤, 「オプトエレクトロニクス」(4章), 共立出版, 1977.
- [7] C.N. Patel, "Magnetically Tunable Nonreciprocal Band-Pass Filters Using Ferromagnetic Resonators", IRE Trans., MTT-10, pp. 152-161, May 1962.
- [8] T. Miyoshi, et. al., "Ferrite Planar Circuits in Microwave Integrated Circuits," IEEE Trans., MTT-25, No. 7, pp. 593-600 July, 1977.
- [9] Y.S. Wu & F.J. Rosenbaum, "Mode Chart for Microwave Ring Resonators". IEEE Trans., MTT-21, pp. 487, July 1973.
- [10] H.J. Carlin, "Principles of Gyration Networks", Proc. Symp. on Modern Advances in Microwave Tech., Polytech. Inst. of Brooklyn, IV, p. 175, 1954.
- [11] 内藤, 荒木, 「アイソレータを用いたサキュレータの構成法」, 信学会, 総合全国大会, (1978-3)

- [12] P. K. Tien & H. Suhl, "A Travelling Wave Ferromagnetic Amplifier," Proc. IRE, vol. 46, pp. 700-706; April, 1958
- [13] M. Igarashi, Y. Naito, "Properties of a Four-Port Nonreciprocal Circuit Utilizing YIG on Stripline - Filter and Circulator," IEEE Trans., MTT-20, pp. 828-833, Dec. 1972.
- [14] M. Igarashi, Y. Naito, "Tensor Permeability of Partially Magnetized Ferrites," IEEE Trans., MAG-13, No. 5, pp. 1664-1668, Sept. 1977.
- [15] 森口, 宇田川, 一松, 「数学公式(Ⅲ)」, 岩波全書, 1960.
- [16] J. J. Green & F. Sandy, "Microwave Characterization of Partially Magnetized Ferrites," IEEE Trans., MTT-22, pp. 641-645 June, 1974.
- [17] 藤木, 他, "ストリップ形リング共振器の解析法", 信学論(B), 57-B, No. 4, p. 263 (昭49-4)
- [18] T. Itoh & R. Mittra, "A New Method for Calculating the Capacitance of a Circular Disk for Microwave Integrated Circuits," IEEE Trans., MTT-21, (Short Paper), pp. 431-432, June, 1973.
- [19] T. Kaneki, "Analysis of Linear Microstrip Using an arbitrary Ferromagnetic Substrate as the Substrate," Electron. Lett. 5, pp. 463-465, 1969.
- [20] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill, NY, ch. 5. 1961.
- [21] T. Itoh, "Analysis of Microstrip Resonators," IEEE Trans., MTT-22, No. 11, pp. 946-952, Nov., 1974.
- [22] J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill, NY., 1941.
- [23] D. Massé, "Broadband Microstrip Junction Circulators," Proc. IEEE (Lett.) vol. 56, pp. 352-353, Mar., 1968.

附録-I. 無損失アイソレータの実現不可能性.

無損失回路においては, 入射電力と反射電力とは相等しいので, その散乱行列は, ユリタリー行列となる。

$$S^{\dagger} \cdot S = I \quad (A1)$$

特に, 2ポート回路の場合には, (A1)式は

$$\left\{ \begin{array}{l} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \end{array} \right. \quad (A2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{11}^* \cdot S_{12} + S_{21}^* \cdot S_{22} = 0 \end{array} \right. \quad (A3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \end{array} \right. \quad (A4)$$

を意味する。(A3)式より

$$|S_{11}|^2 \cdot |S_{12}|^2 = |S_{21}|^2 \cdot |S_{22}|^2 \quad (A5)$$

が成り立つ。この式に, (A2)(A4)式を代入すると,

$$(1 - |S_{21}|^2) \cdot |S_{12}|^2 = (1 - |S_{12}|^2) \cdot |S_{21}|^2 \quad (A6)$$

$$\therefore |S_{12}|^2 = |S_{21}|^2 \quad (A7)$$

つまり, 無損失2ポート回路においては, <sup>(両方向の)</sup>伝達量の絶対値に差が生じること  
は, あり得ない。即ち, アイソレータ(非相互減衰器)は無損失ではあり得ない。



附録 - II. フェライト基板円形共振器の共振周波数.

§ 2-2. と同じ状況で, 電磁界成分を求める。図17. (§ 4-4-2) に示すような円柱座標系をとると, § 2-2. の (10) 式の変数分離解は,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left( \omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon - \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A8})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + n^2 \Theta = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A9})$$

から求まる。但し,  $n$  は整数であり,

$$E_z = R(r) \Theta(\theta) \quad (\text{A10})$$

とおいた。

(A8) (A9) 式を解くと,

$$R = A I_n(kr) + B K_n(kr) \quad (\text{A11})$$

$$\Theta = C e^{jn\theta} + D e^{-jn\theta} \quad (\text{A12})$$

となる。但し,

$$k = \sqrt{-\omega^2 \mu_{\text{eff}} \epsilon} \quad (\text{A13})$$

とおいた。§ 2-2. (7) 式より,

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega \mu_{\text{eff}}} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial r} + j \frac{\mu}{\mu'} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right]$$

となるから,  $r=a$  で;  $H_\theta=0$  (磁気壁) の条件と,  $r \rightarrow 0$  で有限 (閉鎖型),  $r \rightarrow \infty$  で 0 (開放型) の条件より, 本章の (2) (5) 式を得る。

同様に,  $\mu_{\text{eff}} > 0$  の時は,

$$R = A' J_n(k'r) + B' N_n(k'r) \quad k' = \omega \sqrt{\mu_{\text{eff}} \epsilon} \quad (\text{A14})$$

となるので, (4) 式の決定方程式を得る。これら超越方程式を解くことにより, 共振周波数が求まる。

附録-Ⅲ. スペクトラムドメイン法による静電容量の計算法.

スペクトラムドメイン法とは、フーリエ変換法の一様である。<sup>(18)</sup> 即ち、全この界成分をフーリエ変換してから解析を行なう。その結果、グリーン核関数による畳み込み積分は、単純な積に変換され、解析的处理が容易になる利点を有する。

円板上の面電荷密度を  $\rho(r)$ 、また任意の点における電位を  $\phi(r, z)$  とする。構造が軸対称性を有しているので、全この量は角度  $\theta$  には依らないと仮定できる。そこで、 $\rho(r)$ 、 $\phi(r, z)$  をまず 0 次ハンケル変換する。<sup>(17)</sup>

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\rho}(\alpha) &= \int_0^{\infty} \rho(r) \cdot J_0(\alpha r) r dr & (A15) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\phi}(\alpha, z) &= \int_0^{\infty} \phi(r, z) J_0(\alpha r) r dr & (A16) \end{aligned} \right.$$

ところで、電荷と電位とは、ポアソンの方程式<sup>(22)</sup>

$$\nabla^2 \phi = -\rho/\epsilon \quad (A17)$$

で関係づけられており、この関係を  $\tilde{\rho}(\alpha)$  と  $\tilde{\phi}(\alpha, z)$  との間で表現すると、

$$\tilde{\phi}(\alpha, d) = \tilde{G}(\alpha) \cdot \tilde{\rho}(\alpha) \quad (A18)$$

という簡単な代数関係になる。ここで、

$$\tilde{G}(\alpha) = [\epsilon_0 \alpha (1 + \epsilon_r \coth \alpha d)]^{-1} \quad (A19)$$

であり、グリーン関数を 0 次ハンケル変換したものに相当する。

電気エネルギーは、

$$W = \frac{2\pi}{2} \int_0^a \rho(r) \cdot \phi(r, d) r dr \quad (A20)$$

で与えられるが、 $r > a$  では  $\rho(r) = 0$  であるので、積分範囲を無限大まで拡

張しても構わない。更に、パーセバルの等式より、

$$\begin{aligned} W &= \pi \int_0^{\infty} p(r) \phi(r, d) r dr \\ &= \pi \int_0^{\infty} \tilde{p}(\alpha) \cdot \tilde{\phi}(\alpha, d) \alpha d\alpha \end{aligned} \quad (A21)$$

と変形でき、(A11)式の関係から、 $W$  は、 $\tilde{p}(\alpha)$  を用いて、

$$W = \pi \int_0^{\infty} \tilde{p}(\alpha)^2 \cdot G(\alpha) \alpha d\alpha \quad (A22)$$

と書ける。

一方、静電容量の定義より、

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q^2}{VQ} = \frac{Q^2}{2W} \quad (A23)$$

と書けるので、

$$C = \frac{(2\pi \int_0^a p(r) \cdot r dr)^2}{2 \int_0^{\infty} \tilde{p}(\alpha) \cdot \tilde{G}(\alpha) \alpha \cdot d\alpha} \quad (A24)$$

となる。(A17)式は、 $p(r)$  の近似関数であり、真値は、その最大値に一致するので、停留性を利用して、精度よく  $C$  を計算することができる。ここでは、

$$p(r) = \begin{cases} 1 & (r \leq a) \\ 0 & (r > a) \end{cases} \quad (A25)$$

という試行関数で、未知分布関数を近似した。この時、

$$\tilde{p}(\alpha) = \frac{a \cdot J_1(\alpha a)}{\alpha} \quad (A26)$$

となるので、(A18)(A19)、(A12)を(A17)式へ代入し、数値積分を実行すれば、静電容量  $C$  が求まる。なお、この値は、真値の下限を与えている。

## 第5章 サーキュレータの不変量

### §5-1. まえがき

サーキュレータは、代表的非相反回路であり、反射型増幅器、反射型移相器、帯域分波器、スイッチ、送受信共用アンテナ等に広く用いられている。また、1つの端子を整合負荷で終端すれば、アイソレータとして機能させることもできる。<sup>\*</sup> そのため、サーキュレータに関しては、数多くの研究がなされて来ており、設計論や構成論も、完成の域に近づきつつある。<sup>(1)~(5)</sup> しかしながら、サーキュレータの特性を評価する「性能指数」というものが、今迄議論されたことはなかったし、明確な回路論的根拠を持った性能指数というものは提案されていない。<sup>\*\*</sup>

また一方、外部にリアクタンスの補償回路を接続することによって、回路の特性を改善することが、しばしば行なわれる。このような手法は、構成理論としても重要な手法であり、サーキュレータにおいても、外部補償回路によってサーキュレータの特性を改善する試みが、多くなされている。<sup>(6)(7)</sup> しかし、この場合も、補償回路の補償能力が本来どの位あるのかということは、考察されていない。

ここでは、「回路不変量」という観点に立って<sup>(8)</sup>、上記のサーキュレータに関する問題を解決した。<sup>\*\*\*</sup>

そこで、まず「回路不変量」というものを、簡単に説明し、更に「回路不変量」に立脚した解析の例を、概観する。そして、サーキュレータの不変量を、回路網の回転対称性を手掛かりにして、導出する。最後に、以上の議論をNポートサーキュレータへ一般化し、Nポートサーキュレータの不変量を導出する。

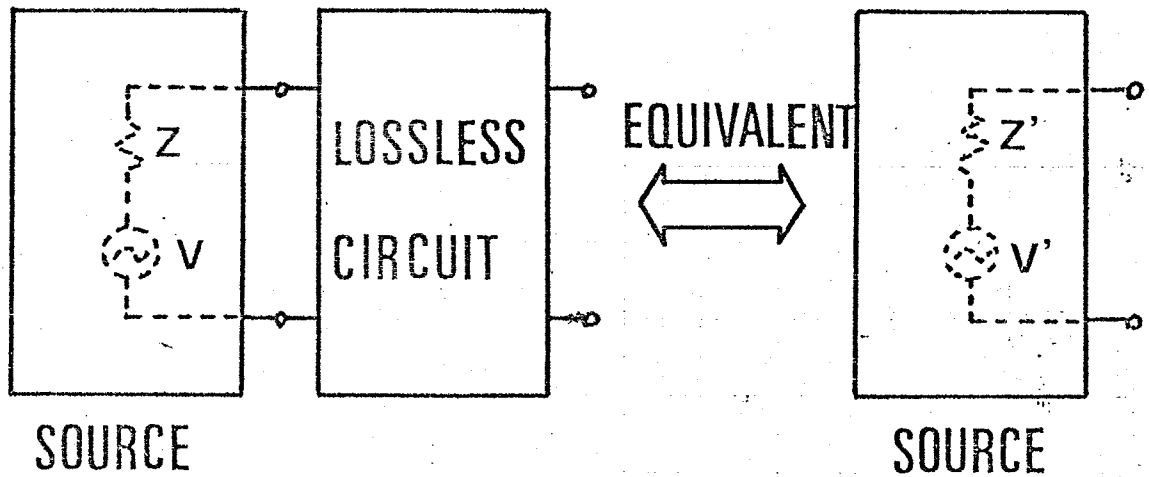
### §5-2. 回路不変量とそれに基づく解析法

\*. 実際の通信回線では、そのような形式でアイソレータを構成している。

\*\* . アイソレーション (dB) / 挿入損 (dB) を性能指数に用いる時もあるが、この量は必ずしも適切な性能指数ではない。

\*\*\* . サーキュレータの研究に、回路不変量的考察を導入したのは、著者が初めてであると思われる。

まず、「回路不変量」というものを、電源回路の有能電力を例にとって、説明する。(9)



$$\text{AVAILABLE POWER} : \frac{|V|^2}{\text{Re}(Z)} = \frac{|V'|^2}{\text{Re}(Z')}$$

図1. 電源回路の有能電力.

電源回路の能力の指標として、有能電力はよく知られている。これは、電源回路が外部負荷に供給しうる電力の最大値として定義されている。つまり、電源回路の開放電圧と内部インピーダンスを、各々  $V$ ,  $Z$  とし\*、又負荷のインピーダンスを  $Z_L$  とすると、負荷に流れる電流  $I$  は、

$$I = \frac{V}{Z + Z_L} \quad (1)$$

となるので、負荷での消費電力は、

$$P = \text{Re}[Z_L] \cdot |I|^2 = \text{Re}[Z_L] \cdot \frac{|V|^2}{|Z + Z_L|^2} \quad (2)$$

で与えられる。負荷インピーダンス  $Z_L$  を変えた時の、最大消費電力  $P_{av}$  は、

$$P_{av} = \text{Max}_{\{Z_L\}} [P] = \frac{|V|^2}{4 \text{Re}[Z]} \quad (3)$$

\* 「圖-テブナンの定理」により、任意の電源回路は、開放電圧  $V$  と内部インピーダンス  $Z$  の直列回路で表現できる。

となり、この  $P_{av}$  が、電源回路の有能電力と呼ばれている。

ところが、有能電力  $P_{av}$  は、回路不変量としての性格をも有している。図1に示すように、電源回路の"外側に"<sup>\*</sup>任意の無損失2ポート回路を接続する問題を考えてみる。合成された回路は、やはり一つの電源回路になっている。その開放電圧、内部インピーダンスを、各々  $V'$ 、 $Z'$  とおくことにする。無損失2ポート回路を接続することによって、一般に開放電圧も内部インピーダンスも、前の量とは異なったものに変換されるであろう。

$$V \neq V', \quad Z = Z' \quad (4)$$

しかし、次の量は、不変に保たれることが証明される。(→ 附録I.)

$$\frac{|V|^2}{4 \operatorname{Re}(Z)} = \frac{|V'|^2}{4 \operatorname{Re}(Z')} \quad (5)$$

つまり、「電源回路の有能電力は、無損失回路を外部に接続しても変わらない」ことがわかった。<sup>\*\*</sup>

開放電圧や内部インピーダンスは、外部に接続する2ポート回路によって、変化してしまいうのに、有能電力は、その2ポートが無損失であれば、不変に保たれる。そのため、有能電力は、開放電圧、内部インピーダンスよりも、電源回路にとっては、本質的であり固有的であると言える。即ち、不変量は、原回路にとって、本質的固有的な特性量であると、一般的に推察される。

なお、 $n$  開口電源回路の不変量は、線型増幅器の雑音測度を考察する際、重要な役割りを果たした。<sup>(9)(10)</sup>

### 〈回路不変量に基づく解析例〉

回路不変量に基づく解析は、まず Mason による負帰還増幅器の研究に適用された。<sup>(11)</sup> 彼は、増幅器の外部にリアクタンス4ポート回路を付け

$$Z \text{ も, } D = \frac{|\det(z - z^*)|}{\det(z + z^*)} = \frac{z_{12} - z_{21}}{4(R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21})} \quad (6)$$

\*. 相対性は、必ずしも要請しない。つまり、非相反回路でもよい。

\*\* しかし、2ポート回路が無損失であれば、(5)式は成立しない<sup>\*\*\*</sup>。有能電力は低下する。

\*\*\*. 相反無損失の意味に用いている。

なる量は、不変であることを明らかにした。更に、適当なりアクタンス4ポート回路を付ければ、必ず完全な一方向性増幅器<sup>\*</sup>に変換可能で、その時の利得は原増幅器だけで決まりそれが $U$ で与えられることを明らかにした。(6)式で定義される $U$ を、一方向性利得(Unilateral Gain)と呼んでいる。

川上は、pinダイオードに代表される様なスイッチング素子の解析に、不変量的考察を導入した。(12)(13)

スイッチング素子とは、外部からバイアス状態を変えることにより、RFインピーダンスが、 $Z_1$ と $Z_2$ の2つの状態をとれる素子のことである。

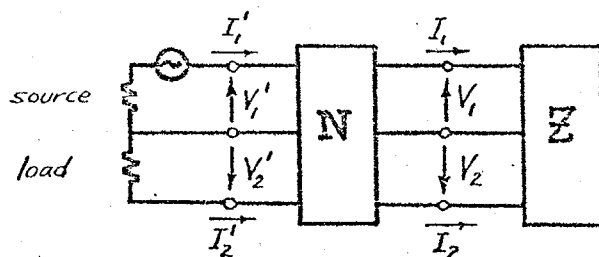
図3に示すように、スイッチング素子の外部にリアクタンス2ポート回路を接続すると、2つの状態にけるインピーダンスは、 $Z_1'$ 、 $Z_2'$ と変化するが、

$$M = \frac{|Z_1 - Z_2|}{|Z_1 + Z_2|} = \frac{|Z_1' - Z_2'|}{|Z_1' + Z_2'|} \quad (7)$$

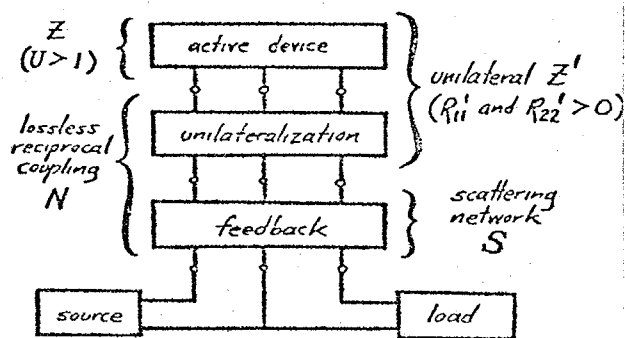
は不変であることを明らかにし、 $M$ がスイッチング素子の性能指数になり得ることを証明した。

\*. 散乱行列が  $\begin{bmatrix} 0 & U \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  となっている。

\*\* その後、黒川によって、 $M$ が不変であるためには2ポート回路の相互性は必要なことが指摘された。(14)

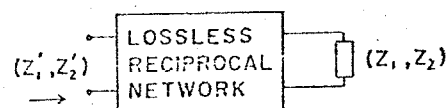


- General model of an amplifier.



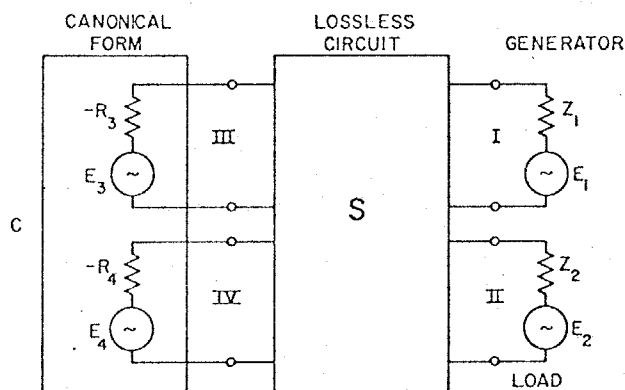
- Decomposition of an arbitrary coupling.

### 図2. 負帰還増幅器.



Lossless reciprocal imbedding (transformation) of a variable-parameter one-port.

### 図3. スwitching素子.



Equivalent circuit of a linear noisy amplifier.

### 図4. 線型増幅器

また、既に述べたように、Haus<sup>(10)</sup>や黒川<sup>(1)</sup>によつて、 $n$ 開口電流回路の不変量は、

$$\overline{(e e^+)^{-1}} \cdot (z + z^+) \quad (8)$$

なる行列の固有値であることが判明した。但し、 $e$ は開放電圧ベクトル、 $z$ は内部インピーダンス行列、 $+$ は複素共役転置、 $\overline{\quad}$ は統計的平均を意味している。そして、例えば、内部雑音を有する線型増幅器は図4のように表現できることを明らかにし、雑音測度の解析を容易にした。

ここで、回路不変量に基づく解析法の特徴をまとめておこう。

- (1)  $n$ 開口回路に、 $2n$ 開口回路を接続すると、やはり $n$ 開口回路ができる。そこで、 $2n$ 開口回路 $\Sigma$ は、 $n$ 開口回路の特性 $S$ を $S'/\Lambda$ 変換する作用素と見なすことができる。

$$\Sigma: S \rightarrow S'$$

- (2)  $2n$ 開口回路 $\Sigma$ と $2n$ 開口回路 $\Sigma'$ とを接続接続すれば、やはり $2n$ 開口回路 $\Sigma''$ ができる。つまり、2つの変換作用素 $\Sigma$ と $\Sigma'$ に対して、その積 $\Sigma''$ が定義できる。

$$\Sigma'' = \Sigma \circ \Sigma'$$

- (3) このような、 $2n$ 開口回路の全体は、適当な制約条件を課すと、接続接続という演算に関して、「群」となる。つまり $2n$ 開口回路の全体 $\{\Sigma\}$ は、変換群になっている。
- (4) 上記、変換群に対して、不変量が $S$ の中に存在する。
- (5) 適当な $2n$ 開口回路 $\Sigma$ を付けることにより、 $n$ 開口回路 $S'$ は、ある標準形 $S_0$ に変換できる。その時の特性は、先の不変量で与えられる。
- (6)  $2n$ 開口回路 $\Sigma$ には逆回路 $\Sigma^{-1}$ が存在するので、一般の $n$ 開口

\*. 例えば、「無損失性」(更には「相互性」、「回転対称性」)等の条件。



回路は、標準形  $S_0$  に、 $\Sigma^{-1}$  が付いた形式で表現できる。この形式を一般形と呼ぶ。

次に、サーキュレータの不変量を、回路網の回転対称性を手掛りにして、導出する。この不変量は、次章の議論において、重要な役割りを果たす。

### § 5-3. 3ポート・サーキュレータの不変量.

まず、以下の議論において必要となる回転対称性について、まとめておく。

#### § 5-3-1. 回転対称性.

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

なる  $n \times n$  の正方行列の固有値、固有ベクトルを、まず求めよう。

固有値  $\lambda$  の特性方程式は、

$$f(\lambda) = |\lambda I - R| = \lambda^n - 1 = 0 \quad (10)$$

であるから、固有値は、

$$\lambda_i = \exp(j \frac{2\pi}{n} \cdot i) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

となる。

また、固有値  $\lambda_i$  に対応する固有ベクトル  $u_i^*$  は、

$$u_i = \frac{1}{\sqrt{n}} [1, \lambda_i, \lambda_i^2, \dots, \lambda_i^{n-1}]^T \quad (12)$$

\*.  $u_i$  は正規化してある。

となる。<sup>\*</sup>  $R$ の固有値は縮退してはいるが、固有ベクトルの組  $\{u_i\} (i=1, \dots, n)$  は正規直交系をなしていることが、直ちに確かめられる。

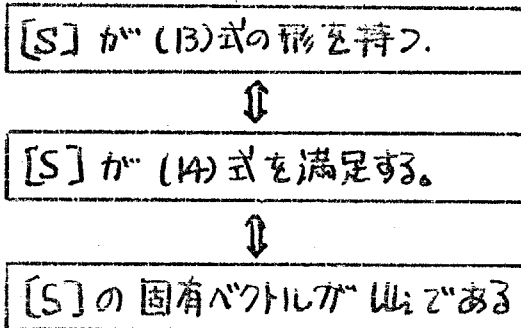
次に、次式で与えられる行列  $S$  を考える。

$$[S] = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_m \\ S_m & S_1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & S_2 \\ S_2 & \dots & S_m & S_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

この行列の各列は、循環的になっている。そして、

$$S'R = RS' \quad (14)$$

が成り立つから、 $S'$ の固有ベクトルも、やはり  $u_i$  となる。<sup>(15)</sup> また、逆に、(14)式が成り立つならば、 $S'$ は、(13)式の形となることもわかる。そこで、



の条件は、互いに同値であることがわかる。これからは、状況に応じて、適宜いづれかの条件で、回転対称性を表現することにする。

なお、 $S, T$  が (14) 式を満足するならば、 $S^t, S^{-1}, S^t T, S \pm T$ 、(14) 式を満足することがわかる。 $S$  と  $S^t$  の固有値は同じであるが、固有ベクトルは、 $u_i$  と  $u_i^* (= u_{m-i})$  とが対応している。<sup>\*\*</sup> 一方、 $S^{-1}, ST$  の固有値は、 $\lambda_i^{-1}, \lambda_i u_i$  となる。<sup>(16) \*\*\*</sup>

### § 5-3-2. 回転対称性を保存する相反無損失6ポート回路

従来用いられて来た、サーキュレータの補償回路の形式は、図 5a1 に示す様な簡

\*.  $x = (x_1, \dots, x_m)^t$  とすると、 $Rx = (x_2, \dots, x_m, x_1)$  であるから、固有ベクトルの成分は、 $Rx = \lambda x$  より、 $x_2 = \lambda x_1, x_3 = \lambda x_2, \dots, x_1 = \lambda x_m$  となるので (12) 式を得る。  
 \*\*.  $\lambda_i^* = \exp(-j \frac{2\pi}{m} i) = \exp(j \frac{2\pi}{m} (m-i))$  より、 $u_i^* = u_{m-i}$  となる。  
 \*\*\*.  $T$  の固有値を、 $\mu_i$  とおいた。

便宜なものであるが<sup>\*</sup>、ここでは、より一般的な形式として、図5bに示す6ポート回路の補償回路を考える。但し、この6ポート回路は、「回転対称性を保存する」ものとする。即ち、合成された3ポート回路の散乱行列 $\tilde{S}$ は、

$$\tilde{S} = \Sigma_{11} + \Sigma_{12} \cdot S \cdot (I - \Sigma_{22} S)^{-1} \cdot \Sigma_{21} \quad (15)$$

となるが、

$$R \cdot \Sigma_{ij} = \Sigma_{ij} R \quad (i, j = 1, 2) \quad (16)$$

であれば、前小節の議論から

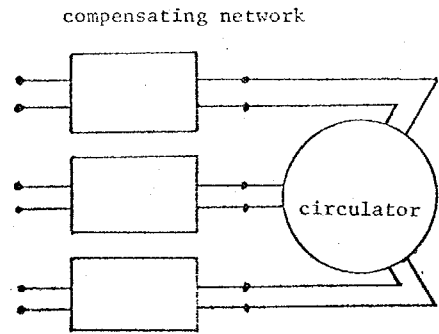
$$S R = R \cdot S \quad (17)$$

が成り立つ。そこで、(16)式が「回転対称性を保存する性質」を表現していることになる。但し、 $\Sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) は、6ポート回路の散乱行列 $\Sigma$ の小行列である。つまり、

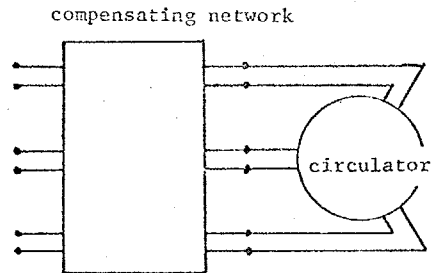
$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

次に、図6に示す様な6ポート回路の連続接続を考える。接続することによって、また新たな6ポート回路が合成される。この合成回路の散乱行列 $\tilde{\Sigma}$ は、次式で与えられる。<sup>\*\*</sup>

$$\tilde{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} + \Sigma_{12} (I - \Sigma'_{11} \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma'_{11} \Sigma_{21} & \Sigma_{12} (I - \Sigma'_{11} \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma'_{12} \\ \Sigma_{21} (I - \Sigma_{22} \Sigma'_{11})^{-1} \cdot \Sigma_{21} & \Sigma_{22} + \Sigma_{21} (I - \Sigma_{22} \Sigma'_{11})^{-1} \cdot \Sigma'_{22} \Sigma'_{12} \end{bmatrix} \quad (19)$$



(a) conventional type.



(b) general type.

図5 A compensating network for circulator

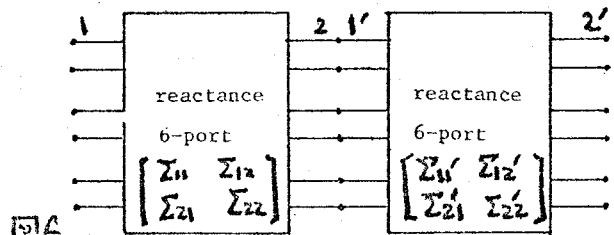


図6 A tandem connection of two reactance 6-port network.

\*. 補償すべき3ポート回路が無損失であれば、この形式でも十分であることが確認された。  
 なお、6章§6-3を参照せよ。  
 \*\*. 導出は多少長くなるが、単純な代数演算だけなので、ここでは省略した。

(19)式で与えられる $\tilde{\Sigma}$ を, $\Sigma$ と $\Sigma'$ との「積」と呼ぶことにする。すると,次の定理1が成り立つことになる。

[定理1]  $\Sigma, \Sigma'$ が相互無損失で回転対称性を保存するならば, その積(つまり合成回路) $\tilde{\Sigma}$ も同様な性質を有する。

(証明) (i)  $\tilde{\Sigma}$ の回転対称保存性,

$$\begin{aligned} R \cdot \tilde{\Sigma}_{11} &= R \left\{ \Sigma_{11} + \Sigma_{12} (I - \Sigma'_{11} \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma'_{11} \cdot \Sigma_{21} \right\} \\ &= \Sigma_{11} R + \Sigma_{12} (I - \Sigma'_{11} \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma'_{11} \cdot \Sigma_{21} \cdot R \\ &= \tilde{\Sigma}_{11} \cdot R \end{aligned} \quad (20)$$

なぜならば,  $\Sigma_{ij} R = R \Sigma_{ij}$   $\Sigma'_{ij} R = R \Sigma'_{ij}$  (21)  
であるので。

同様に,  $R \cdot \tilde{\Sigma}_{12} = \tilde{\Sigma}_{12} R$  等が証明される。

(ii)  $\tilde{\Sigma}$ の相反性

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{11}^t &= \Sigma_{11}^t + \left\{ \Sigma_{12} (I - \Sigma'_{11} \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma'_{11} \cdot \Sigma_{21} \right\}^t \\ &= \Sigma_{11}^t + \Sigma_{12}^t \Sigma_{11}' (I - \Sigma_{22} \Sigma_{11}')^{-1} \cdot \Sigma_{21}^t \\ &= \Sigma_{11}^t + \Sigma_{12}^t (I - \Sigma_{11}' \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma_{11}' \cdot \Sigma_{21}^t = \tilde{\Sigma}_{11} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{12}^t &= \Sigma_{12}'^t \cdot (I - \Sigma_{11}' \Sigma_{22})^{-1} \cdot \Sigma_{12}^t \\ &= \Sigma_{21}' \cdot (I - \Sigma_{22} \Sigma_{11}')^{-1} \cdot \Sigma_{21}^t = \tilde{\Sigma}_{21} \end{aligned} \quad (23)$$

等を用いれば,

$$[\tilde{\Sigma}]^t = [\tilde{\Sigma}] \quad (24)$$

が言える。但し、

$$\Sigma_{11}^t = \Sigma_{11}, \quad \Sigma_{12}^t = \Sigma_{21}, \quad \Sigma_{22}^t = \Sigma_{22} \quad (25)$$

等を利用した。

(iii)  $\Sigma$  の無損失性。

これは、殆んど自明であるので省略する。

(Q.E.D.)

また、上記の意味での積において、「単位元」 $\Sigma_0$ が存在する。

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

但し、 $I$  は 3次元単位行列である。 $\Sigma_0$  が、相反無損失で回転対称性を保存することは、直ちに検証される。

更に、 $\Sigma$  の「逆元」 $\Sigma^{-1}$  (逆回路ではない) が、常に存在する。

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \Sigma_{12}^{-1} (\Sigma_{22} \Sigma_{12}^{-1} - \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1})^{-1} & \Sigma_{22}^{-1} (\Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} - \Sigma_{11} \Sigma_{21}^{-1})^{-1} \\ \Sigma_{11}^{-1} (\Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} - \Sigma_{22} \Sigma_{12}^{-1})^{-1} & \Sigma_{21}^{-1} (\Sigma_{11} \Sigma_{21}^{-1} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1})^{-1} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$\Sigma^{-1}$  もまた、相反無損失で、回転対称性を保存することがわかる。

以上のことをまとめると、次のようになる。

定理 2. 相反無損失で回転対称性を保存する 6ポート回路の全体は、接続接続という積演算に関して、「群」をなしている。

つまり、一般化されたサーキュレータの補償回路の全体は、変換群をなしていることがわかった。次に、変換群の不変量、つまりサーキュレータの不変量を導出する。

### § 5-3-3. 3ポート・サーキュレータの不変量。

さて、ここで回転対称性を有する 3ポート回路  $S'$  に 6ポート回路を接続す

る問題を考える。

この問題は、回路に回転対称性があるため、固有励振による解析が可能となる。<sup>\*</sup>

つまり、3ポートに6ポートを接続する問題が、1ポートに2ポートを接続する問題に帰着される。但し、3つの固有励振に対して、問題を考えねばならない。

結局の所、

$$\Sigma : S \rightarrow \tilde{S} \quad (28)$$

の変換は、3つの変換に分解された。

$$\Sigma^k : S^k \rightarrow \tilde{S}^k \quad (k=0, 1, 2) \quad (29)$$

(28)式、つまりは(15)式に現われる行列は、全2(14)式を満足しているのので、それらのk番目の固有値に関しては、(15)式と同様な式が成立する。<sup>\*\*</sup>

$$\tilde{S}^k = \Sigma_{11}^k + \Sigma_{12}^k \cdot S^k (1 - \Sigma_{22}^k \cdot S^k)^{-1} \cdot \Sigma_{21}^k \quad (k=0, 1, 2) \quad (30)$$

但し、 $S^k, \tilde{S}^k, \Sigma_{ij}^k (k=0, 1, 2)$  は、各々  $S, \tilde{S}, \Sigma_{ij}$  の固有値である。

ところが、 $\Sigma$  は相反であるので、

$$\Sigma_{11}^0 = \Sigma_{11}^2 \quad \Sigma_{22}^0 = \Sigma_{22}^2, \quad \Sigma_{12}^0 = \Sigma_{21}^2, \quad \Sigma_{12}^2 = \Sigma_{21}^0 \quad (31)$$

という制約が付く。すると、

$$\Sigma^0 : S^0 \rightarrow \tilde{S}^0 = \Sigma_{11}^0 + \Sigma_{12}^0 S^0 (1 - \Sigma_{22}^0 S^0)^{-1} \cdot \Sigma_{21}^0 \quad (32)$$

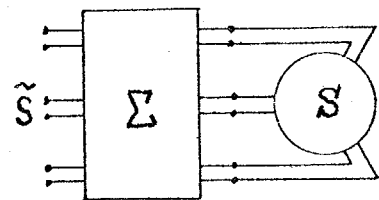
と

$$\Sigma^2 : S^2 \rightarrow \tilde{S}^2 = \Sigma_{11}^2 + \Sigma_{12}^2 S^2 (1 - \Sigma_{22}^2 S^2)^{-1} \cdot \Sigma_{21}^2 \quad (33)$$

とは同じ変換であることがわかる。

\*. 三相交流でも同様な解析が行なわれている。

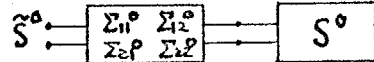
\*\*<sup>\*</sup>.  $A$  の固有値  $\lambda$  とすると、 $\lambda(A)$  の固有値は  $\lambda(\lambda)$  となる。



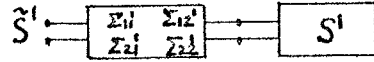
Decomposition into three eigen networks



(a) co-phase excitation



(b) clockwise excitation



(c) anticlockwise excitation

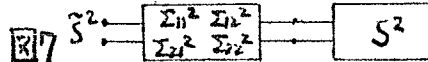


図7

Decomposition into three "eigen" networks.

更に、 $\Sigma$ の無損失性により、

$$\Sigma^k = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}^k & \Sigma_{12}^k \\ \Sigma_{21}^k & \Sigma_{22}^k \end{bmatrix} \quad (k=0,1,2) \quad (34)$$

も、ユ=タリ行列になることがわかる。(→ 附録IV)

そのため、正相と逆相励振の固有反射係数  $S^1, S^2$  は独立には変換されず、

$$\frac{|S^1 - S^2|}{|1 - S^1 S^{2*}|} = \frac{|S^1 - \tilde{S}^2|}{|1 - \tilde{S}^1 \tilde{S}^{2*}|} \quad (=m) \quad (35)$$

という量は、変換の前後において、不変に保たれる。<sup>(12)(14)</sup>

一方、零相励振に対しては、正相、逆相とは独立に変換が行なえるので、

$$\Sigma^0: S^0 \rightarrow \tilde{S}^0 \quad (36)$$

の変換に際して、不変量は存在しない。

$$\text{また, } |1 - S^1 S^{2*}|^2 - |S^1 - S^2|^2 = (1 - |S^1|^2)(1 - |S^2|^2) \quad (3)$$

であるので、受動回路に対しては、先程の不変量  $m$  は、

$$0 \leq m \leq 1$$

の範囲にあることがわかる。<sup>\*</sup> (35)式で与えられる  $m$  が、3ポートサーキュレータの唯一の不変量である。

#### §5-4. $n$ ポートサーキュレータの不変量.

以上の議論を拡張して、 $n$ ポートサーキュレータの不変量を求めよう。ポート数だけを、3→ $n$ 、6→ $2n$ と変更するだけで、他の相互無損失、回転対称保存性は、そのまま仮定しておく。

$S, \tilde{S}, \Sigma_{ij}$  ( $i, j=1, 2, \dots, n$ ) は全2, (14)式を満足するため、それらは、全2同じ固有ベクトル  $U_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) を有することになる。そして、各固有値を、

\*. 受動回路であれば、 $|S^k| \leq 1$  となるため。(→ 附録II)

$S^k, \tilde{S}^k, \Sigma_{ij}^k$  ( $k=1, \dots, n$ ) とおくと、それらの間には、やはり、(30)式が成り立つ。

また、2ポートの補償回路[Σ]は、相反であるので、(25)式の制約が付く。そのことを、固有値に関する制約に言い直すと、

$$\Sigma_{11}^k = \Sigma_{11}^{n-k}, \quad \Sigma_{22}^k = \Sigma_{22}^{n-k}, \quad \Sigma_{12}^k = \Sigma_{21}^{n-k} \quad (38)$$

となる。(→ 附録 III)

ここで、 $\Sigma^k: S^k \rightarrow \tilde{S}^k$  と、 $\Sigma^{n-k}: S^{n-k} \rightarrow \tilde{S}^{n-k}$  との変換は同一であることがわかる。実際、

$$\begin{aligned} \Sigma^k: S^k \rightarrow \tilde{S}^k &= \Sigma_{11}^k + \Sigma_{12}^k \cdot S^k \cdot \Sigma_{21}^k / (1 - \Sigma_{22}^k \cdot S^k) \\ &= \Sigma_{11}^{n-k} + \Sigma_{21}^{n-k} \cdot S^k \cdot \Sigma_{12}^{n-k} / (1 - \Sigma_{22}^{n-k} \cdot S^k) \end{aligned} \quad (39)$$

であり、

$$\Sigma^{n-k}: S^{n-k} \rightarrow \tilde{S}^{n-k} = \Sigma_{11}^{n-k} + \Sigma_{21}^{n-k} \cdot S^{n-k} \cdot \Sigma_{12}^{n-k} / (1 - \Sigma_{22}^{n-k} \cdot S^{n-k}) \quad (40)$$

となるからである。

このような同一の変換は、 $\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$  個ある\* (例えば、 $n=1$ の時、0個、 $n=2$ の時、0個、 $n=3$ の時、1個、 $n=4$ の時、1個、 $n=5$ の時、2個) さらに、[Σ]は無損失であるので、ユ=タリ-行列となり、 $\Sigma^k$ も、

$$[\Sigma^k]^\dagger \cdot [\Sigma^k] = I. \quad (41)$$

となって、ユ=タリ-行列となる。即ち、[Σ<sup>k</sup>]の回路も無損失となる。(→ 附録 IV)

ここで、次の関係が成り立つ。(12)(14)

$$\frac{|S^k - S^{n-k}|}{|1 - S^{k*} S^{n-k}|} = \frac{|\tilde{S}^k - \tilde{S}^{n-k}|}{|1 - \tilde{S}^{k*} \tilde{S}^{n-k}|} (= m_k) \quad (k=1, \dots, \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor) \quad (42)$$

\*. 但し、[ ] はカウス記号である。



(42) 式で与えられる  $[M]$  の量が、 $M$  ポートサーキュレータの不変量である。

### §5-5. おすび.

サーキュレータの性能指数や補償回路に関する問題を解決するために、回路不変量的考察を導入した。補償回路の形式を一般化し、6ポートの補償回路を提案した。そして、回路的対称性を手掛りにして、サーキュレータの不変量を見出した。更に、議論を  $n$  ポートサーキュレータへ拡張し、 $[M]$  の不変量が存在することを明らかにした。また、それらに関する幾つかの定理を与えた。

## 5章の文献.

- [1] H. J. Carlin, "Principles of Gyration Networks", Proc. Symp. On Modern Advances in Microwave Tech., Poly Tech. Inst. of Brooklyn, IV, p. 175, 1954.
- [2] B. A. Auld, "The Synthesis of Symmetrical Waveguide Circulators", IRE Trans., MTT-7, pp. 238-246, April 1959.
- [3] H. Bosma, "On Stripline Y-Circulator at UHF" IEEE Trans., MTT-12, No. 1, p. 61-72 Jan. 1964
- [4] C. E. Fay & R. L. Comstock, "Operation of the Ferrite Junction Circulator", IEEE Trans., MTT-13, No. 1, p. 15 Jan. 1965.
- [5] 小西, "VHF. UHF帯集中定数サ-キュレ-タ", 信学誌 48. No. 5, p. 899 BR 40-05,
- [6] E. Schwartz, "Broadband Matching of Resonant Circuits and Circulators". IEEE Trans., MTT-16. No. 3, p. 158. Mar. 1968.
- [7] 紅林, "ストリップ7°線路サ-キュレ-タの小形化について". 信学論 (B). Vol. 60-B. No. 5, pp. 327-335, (昭52-05)
- [8] S. J. Mason, "Power Gain in Feedback Amplifier", IRE. Trans., CT-1. pp. 20-25, June 1954.
- [9] 豊川, 「マイクロ波回路入門」(8章). 丸善, 1963.
- [10] H. A. Haus, R. B. Adler, "Circuit Theory of Linear Noisy Networks, J. Wiley & Sons. 1959.
- [11] S. J. Mason. "Power Gain in Feedback Amplifier", IRE. Trans., CT-1. pp. 20-25, June 1954
- [12] S. Kawakami, "Figure of Merit Associated with Variable Parameter One-Port for RF Switching and Modulation", IEEE Trans., CT-12, pp. 321-328, Sept., 1965.

- [13] S. Kawakami, "Lossless Reciprocal Transformation and Synthesis of a Two-State Network", IEEE Trans., CT-13, No. 2 pp. 128-136, June 1966.
- [14] K. Kurokawa, W. O. Schlosser, "Quality factor of Switching diodes for Digital Modulation", Proc. IEEE (Lett.) vol. 58 pp. 180-181, Jan. 1970.
- [15] 小西, 「マイクロ波集積回路」(付録). 産報, 1973.
- [16] 斎藤. 「線型代数入門」 東大出版会, 1966.
- [17] 荒木, 内藤 「サーキュレ-タに関する回路論的考察」 信学会. マイクロ波研資. MW76-08, 1976-12.
- [18] 荒木, 内藤 「サーキュレ-タに関する回路論的考察[2]」 信学会. マイクロ波研資. MW77-72, 1977-4.

附録-I. 有能電力の不変性<sup>(A)</sup>

2ポート回路のインピーダンス行列 $[Z]$ を用いて、端子電圧、端子電流は、

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

で関係づけられている。

一方、 $V_1$ は電源側から見れば、 $V - Z I_1$ であるから、

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 = V - Z I_1 \quad (A2)$$

を得る。(A2)より、 $Z_{11} + Z$ が0でないと仮定すれば、

$$I_1 = \frac{V - Z_{12} I_2}{Z_{11} + Z} \quad (A3)$$

となる。再び、(A1)式へ代入すれば、

$$\begin{aligned} V_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \\ &= \frac{Z_{21}}{Z_{11} + Z} V + \left( -\frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + Z} + Z_{22} \right) I_2 \end{aligned} \quad (A4)$$

を得る。(A4)と(A2)と比べ、 $I_2$ の方向に注意すれば、新しい電源の開放電圧と内部インピーダンスは、各々、

$$\frac{Z_{21}}{Z_{11} + Z} \cdot V \quad - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + Z} + Z_{22}$$

で与えられることがわかる。そこで、この電源の有能電力は、

$$P_{av} = \frac{\left| \frac{Z_{21}}{Z_{11} + Z} \right|^2 |V|^2}{4 \operatorname{Re} \left\{ -\frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + Z} + Z_{22} \right\}} \quad (A5)$$

となる。この分母は、

$$\operatorname{Re} \left\{ -\frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + Z} + Z_{22} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{-Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + Z} - \frac{Z_{12}^* Z_{21}^*}{Z_{11}^* + Z^*} + Z_{22} + Z_{22}^* \right\} \quad (A6)$$

と書き直せるが、2開口回路が無損失であるため、インピーダンス行列  $Z$  には、

$$Z + Z^T = 0 \quad (A7)$$

なる関係があり、これは、

$$Z_{11} = -Z_{11}^*, \quad Z_{12} = -Z_{21}^*, \quad Z_{22} = -Z_{22}^*$$

を意味するから、(A6)右辺は、

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{|Z_{21}|^2 (Z_{11} + Z + Z_{11}^* + Z^*)}{|Z_{11} + Z|^2} = \frac{|Z_{21}|^2}{|Z_{11} + Z|^2} \cdot \text{Re}(Z)$$

と簡単化される。よって、(A5)の分母は  $|Z_{21}|^2 / |Z_{11} + Z|^2$  で約せて、

$$P_{av} = \frac{|V|^2}{4 \text{Re}(Z)} = P_{av} \quad (A8)$$

となり、確かに有能電力が不変に保たれることがわかる。

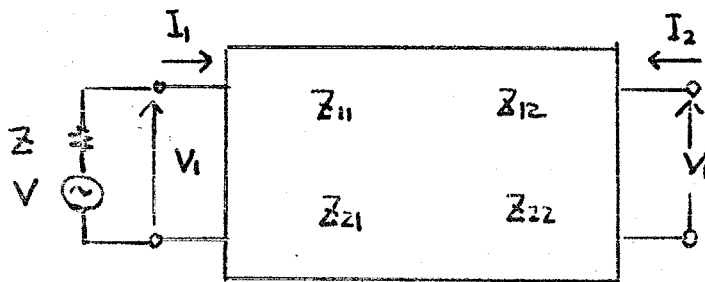


図 A1. 電源回路

附録 - II. 回転対称性のある回路の受動性条件<sup>(17)</sup>

回路の受動性を、固有値に関する条件で表現する。

[定理]  $I - S^+ S$  なる行列が非負定値行列となるための必要十分条件は、

$$|\rho_i| \leq 1 \quad (i=1, \dots, n) \quad (A9)$$

で与えられる。但し、 $S$  は、(14)式を満足する行列で、その固有値を  $\rho_i$  とする。

(証明) 任意ベクトル  $x$  を、正規直交系  $u_i$  で展開する。

$$x = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_n u_n \quad (A10)$$

固有ベクトル  $u_i$  に属する  $S$  の固有値を  $\rho_i$  とすると、

$$Sx = \alpha_1 \rho_1 u_1 + \dots + \alpha_n \rho_n u_n \quad (A11)$$

$$\therefore (Sx)^+ (Sx) = |\alpha_1|^2 |\rho_1|^2 + \dots + |\alpha_n|^2 |\rho_n|^2 \quad (A12)$$

$$\text{一方, } x^+ I x = |\alpha_1|^2 + \dots + |\alpha_n|^2 \quad (A13)$$

であらから、 $I - S^+ S$  の非負定値性により、

$$|\alpha_1|^2 (1 - |\rho_1|^2) + \dots + |\alpha_n|^2 (1 - |\rho_n|^2) \geq 0 \quad (A14)$$

が成立する。これが、任意の  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  に対して成立するためには、(A9)式が成立することが、必要かつ十分である。 (Q.E.D.)

この定理より、回転対称性を有する回路の受動性は、(A9)式で表現されることとなった。なお、無損失が、 $|\rho_i| = 1$  ( $i=1, \dots, n$ ) で与えられるのは、言うまでもない。

附録-III. (39)式の証明.

行列  $A$  が、次式で与えられるとする

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_m \\ a_m & a_1 & & \vdots \\ & & \ddots & a_2 \\ a_2 & & & a_m & a_1 \end{bmatrix} \quad (A15)$$

この時、固有ベクトル  $U_i$  に属する  $A$  の固有値を  $\alpha_i$  とおくと、

$$\alpha_i = a_1 + a_2 \lambda_i + a_3 \lambda_i^2 + \cdots + a_m \lambda_i^{(m-1)} \quad (A16)$$

となる。更に、 $A$  が対称行列であれば、

$$(a_1, a_2, \dots, a_m) = (a_1, a_m, \dots, a_2) \quad (A17)$$

となるので\*、 $A$  の固有値のうちいくつかは縮退している。つまり、

$$\begin{aligned} \alpha_i &= a_1 + a_2 \lambda_i + \cdots + a_m \lambda_i^{(m-1)} \\ &= a_1 + a_m \lambda_i + \cdots + a_2 \lambda_i^{(m-1)} \\ &= a_1 + a_2 \lambda_{m-i} + \cdots + a_m \lambda_{m-i}^{(m-1)} = \alpha_{m-i} \end{aligned} \quad (A18)$$

となる。また、

$$A = B^t \quad (A19)$$

であれば、

$$(a_1, a_2, \dots, a_m) = (b_1, b_m, \dots, b_2) \quad (A20)$$

となり、 $m$  個の制約が付くので、 $A$  と  $B$  との固有値には同一のものがある。

$$\begin{aligned} \alpha_i &= a_1 + a_2 \lambda_i + \cdots + a_m \lambda_i^{(m-1)} \\ &= b_1 + b_2 \lambda_{m-i} + \cdots + b_m \lambda_{m-i}^{(m-1)} = \beta_{m-i} \end{aligned} \quad (A21)$$

\*. これは、 $m = \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$  個の制約を意味している。そのため、2重縮退した固有値も  $m$  個となる。

同様に,  $A = A^+$  であれば,

$$\alpha_i = \alpha_i^* \quad (A22)$$

また,  $A = B^+$  であれば,

$$\alpha_i = \beta_i^* \quad (A23)$$

となることがわかる。

附録-IV.  $\Sigma^k$  の無損失性. (18)

$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$  の無損失性は,  $\Sigma^+ \cdot \Sigma = I$  で表現されるから

$$\begin{cases} \Sigma_{11}^+ \cdot \Sigma_{11} + \Sigma_{21}^+ \cdot \Sigma_{21} = I, \\ \Sigma_{11}^+ \cdot \Sigma_{12} + \Sigma_{21}^+ \cdot \Sigma_{22} = 0, \\ \Sigma_{12}^+ \cdot \Sigma_{11} + \Sigma_{22}^+ \cdot \Sigma_{21} = 0 \\ \Sigma_{12}^+ \cdot \Sigma_{12} + \Sigma_{22}^+ \cdot \Sigma_{22} = I \end{cases} \quad (A24)$$

となる。

$\Sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) の固有値を,  $\Sigma_{ij}^k$  と書くと, (A22) (A23) より, (A24) は,

$$\begin{cases} \Sigma_{11}^{*k} \cdot \Sigma_{11}^k + \Sigma_{21}^{*k} \cdot \Sigma_{21}^k = 1, \\ \Sigma_{11}^{*k} \cdot \Sigma_{12}^k + \Sigma_{21}^{*k} \cdot \Sigma_{22}^k = 0 \\ \Sigma_{12}^{*k} \cdot \Sigma_{11}^k + \Sigma_{22}^{*k} \cdot \Sigma_{21}^k = 0 \\ \Sigma_{12}^{*k} \cdot \Sigma_{12}^k + \Sigma_{22}^{*k} \cdot \Sigma_{22}^k = 1 \end{cases} \quad (A25)$$

となる。これは,

$$\Sigma^k = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}^k & \Sigma_{12}^k \\ \Sigma_{21}^k & \Sigma_{22}^k \end{bmatrix} \quad (A26)$$

なる行列がユニタリーであることを意味している。つまり,  $\Sigma^k$  は無損失である。



## 第6章 サーキュレータの標準形式と性能指数

### §6-1. まえがき

前章で得られたサーキュレータの不変量を基にして、サーキュレータの標準形式、一般形式を導出する。そして、任意の不完全サーキュレータは、完全サーキュレータ動作部と、寄生リアクタンス部に分離して表現あることが、常に可能であることを明らかにする。このような形式は、サーキュレータの解析や合成を行なう上で、議論を見通しのよいものにしてくれる。

また、サーキュレータの標準形式における伝達量<sup>\*</sup>の大小が、サーキュレータの総合的特性を評価する際の指標として適切であることを指摘する。

更に、補償回路の能力を検討し、従来の補償回路とここで提案された補償回路の能力の相違点を明らかにする。

また、補償回路中の損失についても考察を加え、有損失補償回路というものに、何んらのメリットもないことを確認する。

そして、以上の議論を、 $n$ ポートサーキュレータへ拡張し、ポート数が5以上と4以下とでは、状況が大きく異なることを明らかにする。

### §6-2. サーキュレータの標準形と一般形<sup>(1)</sup>

サーキュレータに望まれる特性は、

- 1) 挿入損失の低いこと。
- 2) アイソレーションの高いこと
- 3) 反射損の少ないこと。

である。しかし、一般的な補償回路を付けたとしても、上記の条件を完璧させることは不可能である。と言うのは、原回路が一般に有損失であるため、補償された回路も有損失にならざるを得ないからである。

---

\*. この量は、やはり不変量であり、「固有伝達量」と呼ぶことにする。

そこで、2) 3) の条件だけを完全に満足するサーキュレータを、検討してみよう。完全アイソレーション、完全整合の条件を満たすためには、3ヶの固有反射係数  $S_0, S_1, S_2$  の間に、次の関係が成り立つことが、必要かつ十分である。<sup>\*</sup>

$$S_2 = S_1 \omega, \quad S_1 = S_0 \omega \quad (1)$$

但し、 $\omega = \exp(j2\pi/3)$  である。この時、散乱行列は、

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & S_0 \\ S_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる。

では、先に提案した一般的6ポート補償回路<sup>乙</sup>を付けることにより、不完全なサーキュレータを、完全なサーキュレータ<sup>\*\*</sup>にすることができるとあるだろうか？ 解答は、肯定的であることがわかった。

(定理1) 不完全なサーキュレータは、適当な補償回路<sup>乙</sup>を付けることにより、完全なサーキュレータにすることが常に可能である。また、その時の伝達量は、原サーキュレータのみによって決定され、補償回路には依存しない。

(証明) 補償回路<sup>乙</sup>を付けることにより、3ヶの固有反射係数は  $S_i \rightarrow \tilde{S}_i$  ( $i=0, 1, 2$ ) と変換される。原サーキュレータが受動回路であるから、 $|S_i| \leq 1$  であり、3ヶの変換回路<sup>乙</sup>は全て無損失であるから、 $\tilde{S}_i$  もやはり  $|\tilde{S}_i| \leq 1$  の範囲に変換される。

さて、その際、§5-3-3. (35) 式の制約が課せられるだけで、 $\tilde{S}_i$  は単位円内を動くことができる。今、仮りに  $\tilde{S}_1$  を固定してみると、 $\tilde{S}_2$  は、

$$\frac{|\tilde{S}_1 - \tilde{S}_2|}{|1 - \tilde{S}_1^* \tilde{S}_2|} = m : \text{固定} \quad (3)$$

であるので、複素平面上的円周上にのっていることになる。

\*.  $S_1 = S_2 \omega, \quad S_2 = S_0 \omega$  でもよい。どちらを採用しても、以後の議論はそのまま行なえる。

\*\* . 完全アイソレーション、完全整合を満足するサーキュレータを「完全サーキュレータ」と呼ぶことにする。

そこで、 $\tilde{S}_1$  の絶対値を 0 から 1 まで変えて行くと、それに対応した円周が得られるが、そのうちのある値の時だけ、 $\tilde{S}_1$ 、 $\tilde{S}_2$  の絶対値が等しく位相差が  $120^\circ$  となることができる。

実際、その適切な絶対値は、次の式から求まる。<sup>\*</sup>

$$m^2 = \frac{|\tilde{S}_1 - \tilde{S}_2|^2}{1 - \tilde{S}_1^* \tilde{S}_2} = \frac{3|\tilde{S}_1|^2}{1 + |\tilde{S}_1|^2 + |\tilde{S}_1|^4} \quad (4)$$

(4) 式より  $|\tilde{S}_1|^2$  を求めると、 $m^2 \leq 1$  であるので、 $|\tilde{S}_1|^2 \leq 1$  なる範囲の解は、常に唯一つ存在することがわかる。<sup>\*\*</sup> その解は、次式で与えられる。

$$|\tilde{S}_1|^2 = |\tilde{S}_2|^2 = \frac{3/m^2 - 1}{2} - \left( \frac{3/m^2 - 1}{2} \right)^2 - 1 (= \alpha^2) \quad (5)$$

最後に残った固有反射係数  $\tilde{S}_0$  は、他の 2 つとは独立に動かすことができるので、(5) 式で与えられる絶対値と等しくなるように置き、さらに位相も、 $120^\circ$  だけ離すようにすれば、変換された 3 本の固有反射係数は、(1) 式を満たすことになる。

以上のことより、完全サーキュレータに変換することは、常に可能であることがわかる。また、その時の伝達量  $\alpha$  は、 $m$  が不変量であることから、やはり不変量となり、<sup>\*\*\*</sup> 原回路だけで決まる量であることが証明された。(Q.E.D.)

そこで、完全サーキュレータに変換された形式のサーキュレータを、「サーキュレータの標準形」と呼ぶことにする。定理 1 は、任意の不完全サーキュレータは標準形に変換できることを保証している。標準形のサーキュレータの特性量としては、固有伝達量  $\alpha$  だけであるので、議論の見通しがよくなる。なお、不変量  $m$  と固有伝達量  $\alpha$  との関係を図 2 に示しておく。

さて、逆に、任意の不完全サーキュレータは、次のように表現できることがわかる。

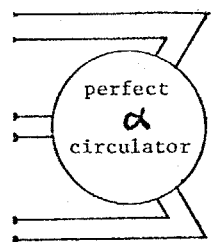


図 1. サーキュレータの標準形

\*. (4) 式は、(3) 式において、 $\tilde{S}_1 = \omega \tilde{S}_2$ 、または  $\tilde{S}_2 = \omega \tilde{S}_1$  を代入して得られる。

\*\* これは、簡単な 2 次方程式の性質である。

\*\*\*.  $m$  が不変量であれば、 $f(m)$  も不変量である。 $f(\cdot)$  は任意の函数。

また、 $\alpha$  のことを、「固有伝達量」と呼ぶことにする。

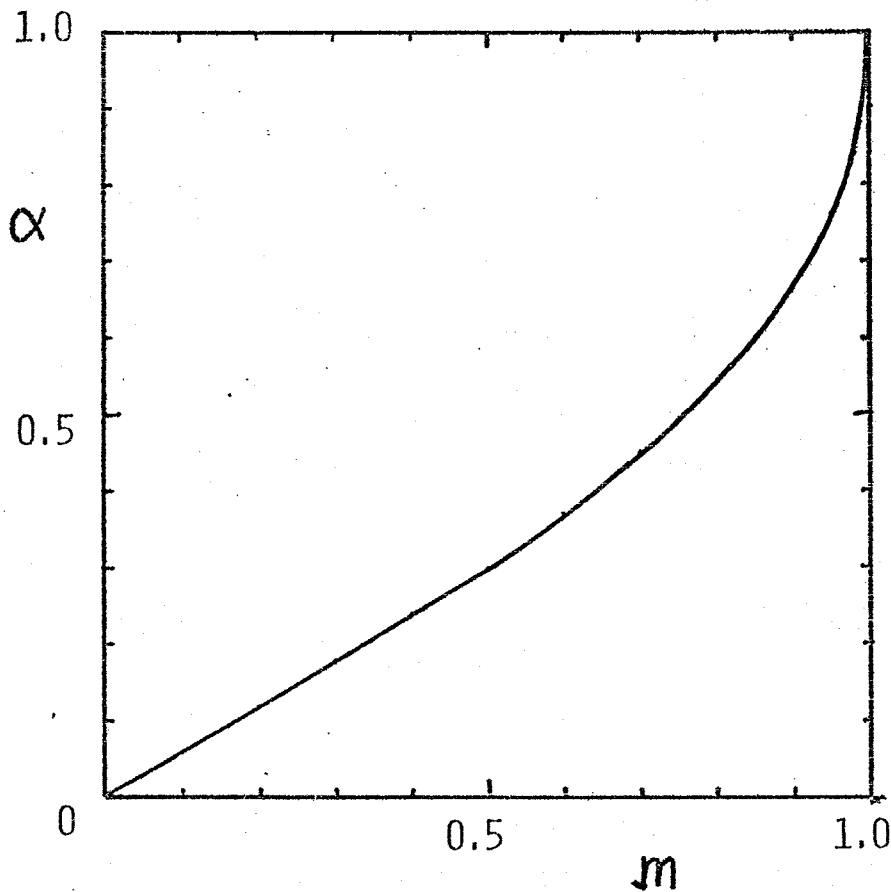
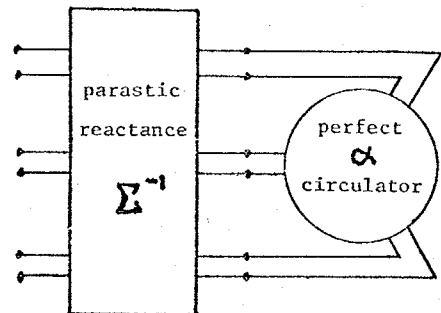
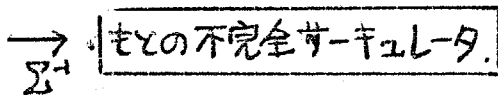
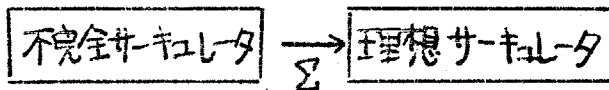


図2. 不変量  $m$  と固有伝達量  $\alpha$  との関係.

(系1) 任意の回線対称受動3ポート回路(不完全サーキュレータ)は, 完全サーキュレータ部分と, 寄生リアクタンス部分に分離して表現できる。

(証明) 全ての補償回路  $\Sigma$  には, その逆回路  $\Sigma^{-1}$  が存在するので, 先の定理1の結果と考え合わせればよい。



A general representation of circulator.

図3. サーキュレータの一般形

図3. のことを「サーキュレータの一般形」と呼ぶことにする。結局、正常なサーキュレータ動作を阻害しているのが、寄生リアクタンス部であることになり、この部分を打ち消すような回路を、外部に付ければよいことにより、特性改善のため設計指針が明確になったと言える。このような、サーキュレータの一般形式は、サーキュレータの解析や合成を行なう上で、便利な形式であると考えられる。

### § 6-3. サーキュレータの性能指数.

今迄、はっきりとした回路論的根拠のある性能指数というものが、サーキュレータについて議論されたことはなかった。それは、サーキュレータの特性には、(i)反射損、(ii)挿入損、(iii)アイソレーションの3つがあり、これらの特性量を同時に評価することは、不可能と考えられていたからであろう。

しかし、ここにおいて、固有伝達量がサーキュレータの性能の良し悪しを評価する指標として適切であることがわかり<sup>\*</sup>、初めて、サーキュレータの性能指数の導入に成功した。

それでは、固有伝達量が性能指数として妥当であることを明らかにしよう。証明の手法は、川上がスイッチング素子の性能指数の議論を行なった時の手法が、そのままここでも使える。<sup>(2)</sup>

(定理2) 複数個( $N$ )の同一完全サーキュレータ、(その固有伝達量を $\alpha$ )を用いて、1つのサーキュレータを合成しても、その固有伝達量 $\alpha_c$ は $\alpha$ を越えることができない。但し、合成用のリアクタンス回路は回転対称性を保存するものとする。

(証明) 長くなるので、ここでは省略する。(→ 附録I)

\*. 勿論、 $\alpha$ と $m$ とは単調関数(5)式で結ばれているので、 $m$ を性能指数として採用しても構わない。しかし、 $\alpha$ は、その物理的意味が明白なので、ここでは、 $\alpha$ を性能指数として採用する。

次に、系2は、定理2から直ちに導かれる。

(系2) 2つの完全サーキュレータを用いて、 $\alpha$ 以下の固有伝達量を持つサーキュレータを1つ合成することができる。

更に、次の定理3も、直ちに導出される。

(定理3)  $N (\geq 2)$  個の不完美サーキュレータを用いて、1つのサーキュレータを合成しても、最初に用いたサーキュレータの固有伝達量の最大値よりも合成されたサーキュレータの固有伝達量が大きくなることはない。

$$\alpha_t \leq \text{Max} (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \alpha_M. \quad (6)$$

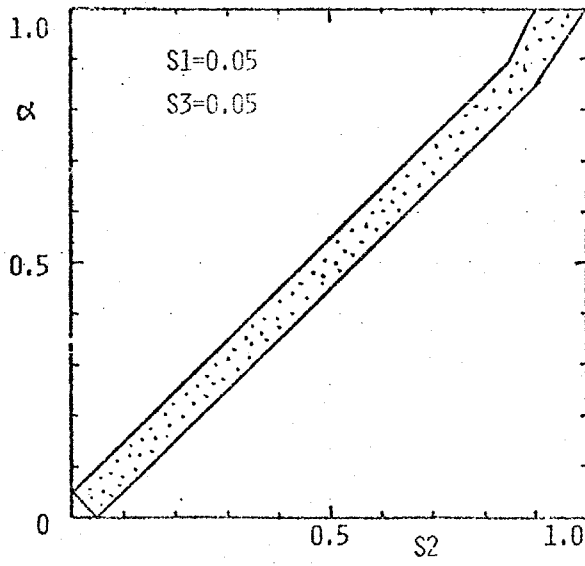
(証明) 系2により、 $\alpha_i$ なるサーキュレータは、2つのサーキュレータ( $\alpha_M$ )で合成できるので、問題は、 $2N$ 個のサーキュレータ( $\alpha_M$ )を用いて、1つのサーキュレータを合成することに帰着される。ところが、定理2により、

$$\alpha_t \leq \alpha_M \quad (7)$$

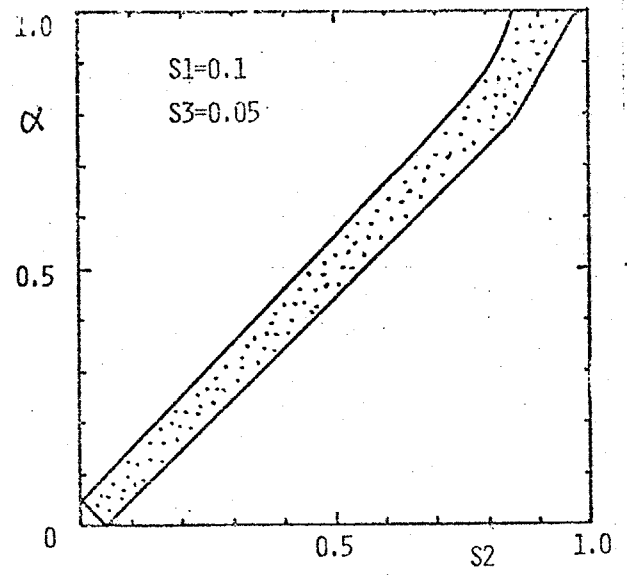
となるので、(6)式が証明された。

以上のことを要約すれば、“悪い”サーキュレータを多数用いて、新たにサーキュレータを合成したとしても、“良い”サーキュレータは決して実現できないということである。この場合の、サーキュレータの「良し悪し」は、 $\alpha$ の大小によって、定量的に評価されており、逆に、 $\alpha$ がサーキュレータの性能指数として妥当であることが、確認された。

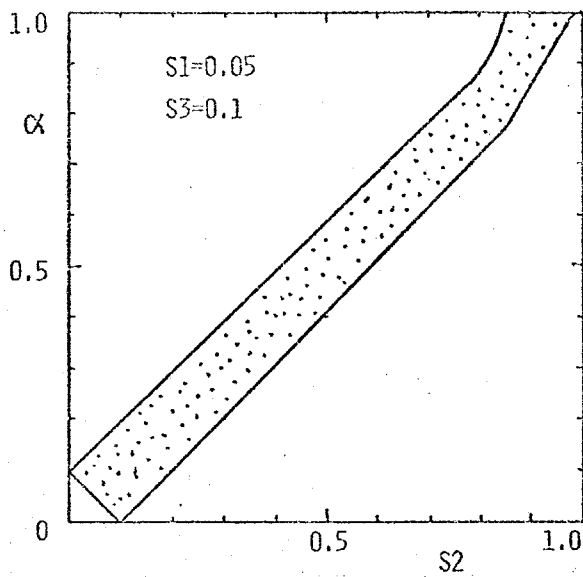
なお、サーキュレータの反射損、挿入損、アイソレーションと、固有伝達量  $\alpha$ との関係を図4に示しておく。但し、 $S_1$ : 反射量、 $S_3$ : 逆方向伝達量、 $S_2$ : 直方向伝達量である。 $\alpha$ は、点線部の領域に存在する。



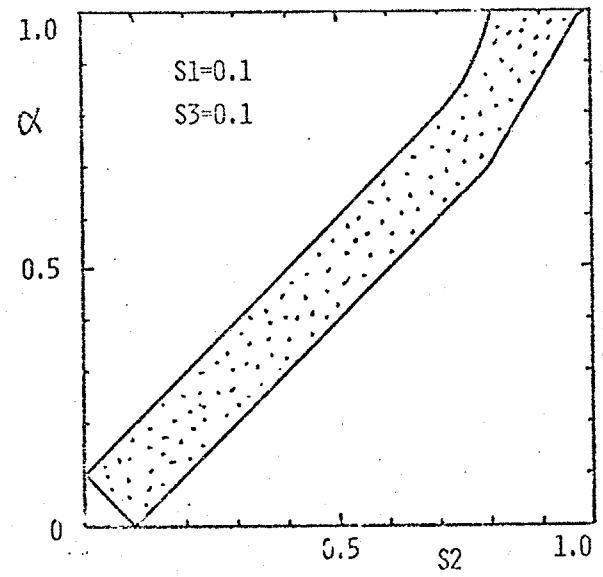
(a)



(b)

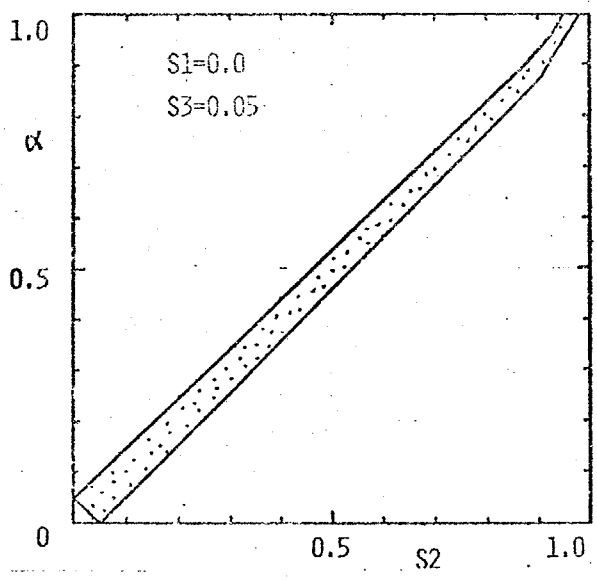


(c)

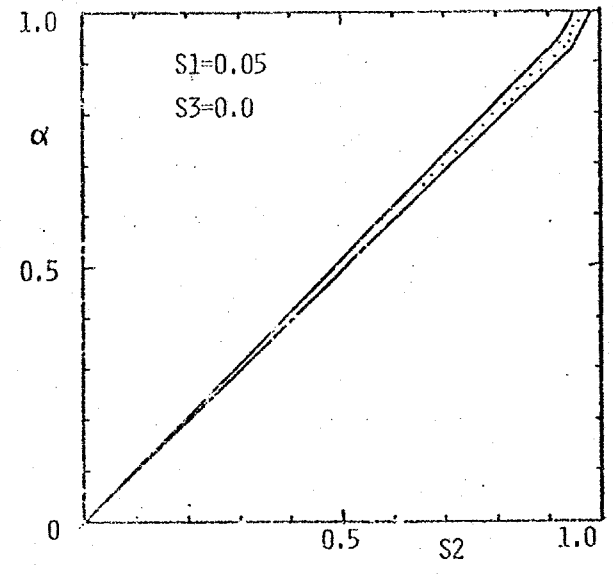


(d)

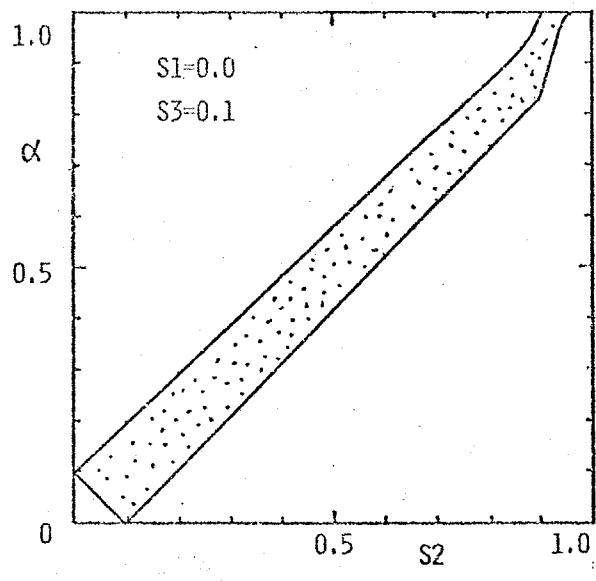
图 4. 固有伝達



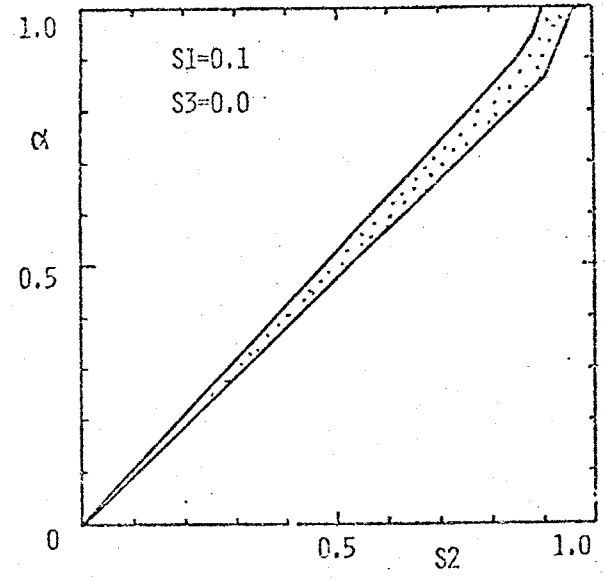
(e)



(f)



(g)



(h)



## § 6-4. サーキュレータの補償回路の能力.

この節では、補償回路の能力について論じよう。まず、従来の補償回路について、検討を加える。

### § 6-4-1. 従来の補償回路の能力.

補償すべき原サーキュレータが無損失の場合と、有損失の場合とに分けて議論を進める。

〈原サーキュレータが無損失の場合〉

3つの固有反射係数  $S_i$  ( $i=0,1,2$ ) は、全く同様の補償回路  $\Sigma$ ,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

で変換される。つまり,

$$\tilde{S}_i = f(S_i) = \Sigma_{11} + \Sigma_{12}^2 \cdot S_i / (1 - \Sigma_{22} S_i) \quad (i=0,1,2) \quad (9)$$

となる。

そこで、合成回路 (= 原回路 + 補償回路) の散乱行列  $\tilde{S}$  は,

$$\begin{cases} \tilde{S}_{11} = \Sigma_{11} + \Sigma_{12}^2 \{ S_0 / (1 - \Sigma_{22} S_0) + S_1 / (1 - \Sigma_{22} S_1) + S_2 / (1 - \Sigma_{22} S_2) \} / 3 & (10) \\ \tilde{S}_{12} = \Sigma_{12}^2 \{ S_0 / (1 - \Sigma_{22} S_0) + \omega^2 S_1 / (1 - \Sigma_{22} S_1) + \omega S_2 / (1 - \Sigma_{22} S_2) \} / 3 & (11) \\ \tilde{S}_{13} = \Sigma_{12}^2 \{ S_0 / (1 - \Sigma_{22} S_0) + \omega S_1 / (1 - \Sigma_{22} S_1) + \omega^2 S_2 / (1 - \Sigma_{22} S_2) \} / 3 & (12) \end{cases}$$

となる。

まず、完全アイソレーション ( $\tilde{S}_{13} = 0$ ) の条件を求めてみる。(12)式より,

$$\Sigma_{22} \text{を解くと,} \quad \Sigma_{22} = - \frac{S_0 + \omega S_1 + \omega^2 S_2}{S_0 S_1 \omega^2 + S_0 S_2 \omega + S_1 S_2} \quad (13)$$

となる。一方、 $\tilde{S}_{12} = 0$ の条件は、

$$\tilde{Z}_{22} = - \frac{S_0 + \omega^2 S_1 + \omega S_2}{\omega S_0 S_1 + \omega^2 S_0 + S_1 S_2} \quad (14)$$

となる。

ところで、原回路も補償回路も無損失であるので、合成回路も当然、無損失となる。即ち、

$$|\tilde{S}_{11}|^2 + |\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{13}|^2 = 1 \quad (15)$$

$$\tilde{S}_{11} \cdot \tilde{S}_{13}^* + \tilde{S}_{12} \cdot \tilde{S}_{11}^* + \tilde{S}_{13} \cdot \tilde{S}_{12}^* = 0 \quad (16)$$

となる。そこで、 $\tilde{S}_{13} = 0$ が達成されると、(15)(16)式より、

i)  $\tilde{S}_{11} = 0, |\tilde{S}_{12}| = 1 \rightarrow$  理想サ-キュレータ\*\*

ii)  $|\tilde{S}_{11}| = 1, \tilde{S}_{12} = 0 \rightarrow$  トリビアルな場合。

の2つの場合しか許されない。ところで、ii)の場合を検討してみると、原回路が、 $S_0 = S_1 = S_2$ ということであり、3つの独立なリアクタンス回路であったことがわかり、サ-キュレータに変換するのは、もともと不可能である。

さて、 $|\tilde{Z}_{22}| < 1$ であるから、(13)式が成り立つためには、

$$\text{Im} \{ S_1 S_2^* + S_2 S_0^* + S_0 S_1^* \} < 0 \quad (17)$$

が必要となる。(→附録Ⅱ)

$2\alpha = \theta_1 - \theta_0, \quad 2\beta = \theta_2 - \theta_1$  とおけば、\* (17)式は、

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta > 0 \quad (18)$$

となり、この不等式を満足する領域は、図5の斜線部となる。

一方、 $\tilde{S}_{12} = 0$ となる場合は、白い部分である。なお、図中の点は、理想サ-キュレータの固有値の偏角の位置を示している。そして、それは、「三角形領域の重心」に丁度位置している。また、図5の境界線は、各々次の場合に相当している。

\*.  $S_i$ の偏角を  $\theta_i$ とおいた。

\*\* . 伝達量が1の完全サ-キュレータで、特に「理想サ-キュレータ」と呼ぶことにする。

- (i)  $\beta = n\pi$  :  $P = S_1$  (相反回路)
- (ii)  $\alpha = m\pi$  :  $S_1 = S_0$
- (iii)  $\alpha + \beta = 2\pi$  :  $S_2 = S_0$

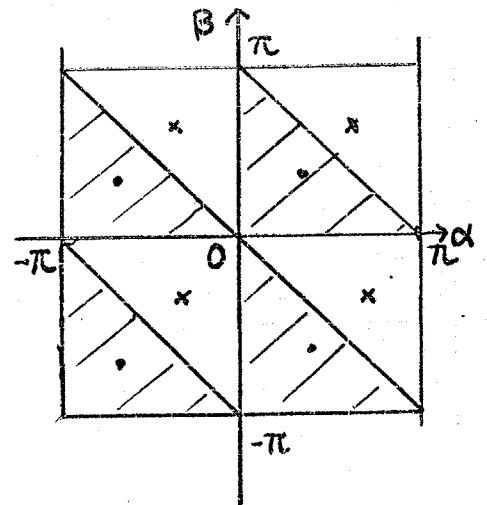


図5.

このように、原回路の固有値が縮退していけば、この縮退を解くことはできないので、当然ながら、サーキュレータは実現できない。

ところが、6ポートの補償回路を用いれば、(i)を除いて、(ii)(iii)の場合であっても、固有値の縮退を解くことができ、理想サーキュレータが実現できる。

しかし、(ii)(iii)の場合は列外的な場合であって、「一般に、無損失なポート回路は、従来の補償回路によっても、理想サーキュレータに変換できる」と結論しても、殆んど差し支えない。

従来、それ程明確な根拠もなしに、図5a(オ5章)の形式でサーキュレータの補償回路の設計がなされて来たまらうがあるが、ここでの議論によって、その妥当性が与えられたことになる。

しかし、それは原回路の無損失性を仮定してでの議論であり、有損失な場合には、もはや上記の結論は成立しなくなる。次に、そのことを議論する。

<原サーキュレータが有損失の場合>

(9)式で与えられる、反射係数の変換は、双一次変換(円-円対応)であり、更に、単位円の内部をやはり単位円の内部へ写像するものである。

完全サーキュレータになるためには、3ヶの固有反射係数が同一の大きさで、位相差が120°づつなければならぬ。では、単位円内の任意の3点を( $S_0, S_1, S_2$ )を(9)式によって、上記

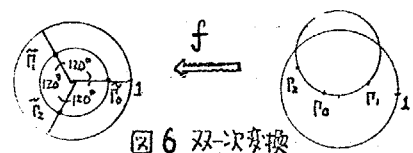


図6 双一次変換

のような配置に置くことができるだろうか？ 解答は肯定的である。なぜならば、もしできたとしたら、3点  $S_0, S_1, S_2$  を通る円は単位円内に入っていないわけはならない。しかし、それは一般に不可能であるからである。そこで、「有損失な3ポート回路は、図5aの形式では一般に完全サーキュレータへ変換できるとは限らない。一方、図5bの形式であれば、常に可能である」と結論される。勿論、常に不可能といういはなく、完全サーキュレータへ変換可能な固有値の位置には、ある制約がつく。その制約条件式は、複雑すぎるので、ここでは省略する。

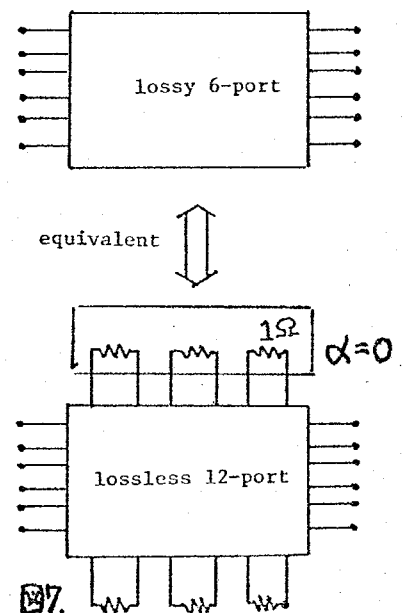
§ 6-4-2. 新しい補償回路の能力.

定理1から明らかのように、任意の3ポート回路を完全サーキュレータへと変換しうる能力がある。そのため、従来の形式より、能力が高い。

§ 6-4-3. 補償回路中の損失の影響.

今迄、補償回路には、無損失性を仮定して来たが、補償回路に損失がある場合はどうであろうか？。ここで、そのことについて検討しておく。

損失は、補償回路中に分布しているが、これを集約的に表現することも可能である。<sup>(3)</sup> 即ち、有損失な6ポートは、無損失12ポートの6ヶのポートを単位抵抗で終端した形に置き代えることができる。(図7) そして、3ヶの単位抵抗の組は、 $\alpha=0$  のサーキュレータと見なすことができるので、これは、3ヶのサーキュレータ  $(0, 0, \alpha)$  を用いて、1ヶのサーキュレータを合成する問題と等価となる。すると、定理3により、



A lossy compensating network.

$$\text{変換} \rightarrow \alpha_t \leq \text{Max}(0, 0, \alpha) = \alpha \leftarrow \text{変換前} \quad (19)$$

となり、固有伝達量は一般に低下する。そこで、「有損失な補償回路は、性能低下を伴うだけであり、メリットはない」と結論される。

### § 6-5. nポート・サーキュレータへの拡張<sup>(4)</sup>

以上の議論は、nポート・サーキュレータへ拡張でき、特に、4ポートの場合には、3ポートの場合と、殆んど平行して議論が進められる。即ち、

- (1) 適当な8ポート補償回路を付ければ、任意の不完全4ポートサーキュレータは、完全な4ポートサーキュレータへ常に変換できる。
- (2) その時の伝達量は、やはり不変量であり、

$$\alpha' = \frac{1}{m'} - \sqrt{\frac{1}{m'^2} - 1} \quad (20)$$

で与えられる。但し、 $m' = |S_{11} - S_{33}| / |1 - S_{11}^* S_{33}|$  である。

- (3).  $\alpha'$  は、4ポートサーキュレータの性能指数となり得る。
- (4) 不完全4ポート・サーキュレータは、完全サーキュレータ部と8ポートの寄生リアクタンス部に分離して表現できる

等式が成り立つ。詳しい証明等は、3ポートの場合と平行して行なえるので、ここでは割愛する。

しかし、5ポート以上では、一般に標準形へ変換することは可能ではないし、性能指数も不明であり、\*今後の研究課題である。

### § 6-6. おすび

前章で得られた、サーキュレータの不変量を基にして、サーキュレータの標

\* 不変量が、2ヶ以上なることが影響していると思われる。

準形, 一般形, 性能指数等の重要な概念を導出し, それらに必要な定理を与えた。更に, サーキュレータの補償回路の能力を検討した。また, 補償回路中の損失の影響を考察した。最後に, 以上の議論を,  $n$ ポートサーキュレータへ拡張し, 4ポートの場合には, 3ポートの場合と全く同じ結論が得られることを明らかにした。しかし, 5ポート以上の場合には, 標準形, 一般形, 性能指数等を導出することは, できなかった。それらは, 今後の課題として残された。

### 6章の文献.

- [1] 荒木, 内藤, 「サーキュレータに関する回路論的考察」信学会, マイクロ波研資. MW76-108, 1976-12.
- [2] S. Kawakami, "Figure of Merit Associated with Variable Parameter One-Port for RF Switching and Modulation", IEEE. Trans., CT-12, pp321-328, Sept., 1965.
- [3] H.J. Carlin, A.B. Giordano, "Network Theory", Prentice-Hall, 1964.
- [4] 荒木, 内藤, 「サーキュレータに関する回路論的考察(2)」信学会, マイクロ波研資 MW 77-72. 1977-9.
- [5] 斎藤, 「線型代数入門」東大出版会, 1966.

附録-I: 定理2の証明.

便宜上, ここではインピーダンス行列を用いて, 証明を行なう。まず, 合成用  $n \times (N+1)$  ポート回路が, 回転対称性を保存するので, 正相, 逆相, 異相の3つの  $(N+1)$  ポート回路に分解される。

正相, 逆相の変換  $(N+1)$  ポート回路を,  $[z^1]$   $[z^2]$  とおくと, 相互性のため, 両者は互いに転置の関係になっていることがわかる。

$$[z^1] = [z^2]^T \quad (A1)$$

また, 無損失性

$$[z^i] + [z^i]^T = 0 \quad (i=0,1,2) \quad (A2)$$

を考慮して,  $[z_1]$  を次のように分割する。

$$[z_1] = \begin{bmatrix} jx_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -01^T & \dots & \hat{z} \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \vdots \\ \downarrow \\ \leftarrow \rightarrow \end{matrix} \quad (A3)$$

但し,  $N \times N$  の正方行列  $\hat{z}$  は,

$$\hat{z} + \hat{z}^T = 0 \quad (A4)$$

を満足している。結局, 合成回路の正相, 逆相インピーダンス  $\tilde{z}_1, \tilde{z}_2$  は,

$$\tilde{z}_1 = jx_0 - 01 (\hat{z} + z_1 I)^T \cdot 01^T \quad (A5)$$

$$\tilde{z}_2 = jx_0 - 01 (\hat{z} + z_2 I)^T \cdot 01^T \quad (A6)$$

となり, 変換の仕方は, 同じであることがわかる。

よって,  $\hat{z}$  は (A4) より歪エルミート行列であるから, ユタリ一行列  $U$  による対角化が可能で, その固有値は純虚数に限られる。<sup>(5)</sup>

$$\hat{z} = U \begin{bmatrix} jx_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & jx_n \end{bmatrix} U^T \quad (A7)$$

$$\therefore \hat{z} + zI = U \begin{bmatrix} j\lambda_1 + z & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & j\lambda_N + z \end{bmatrix} U^T \quad (A8)$$

$$\therefore (\hat{z} + zI)^{-1} = U \begin{bmatrix} (j\lambda_1 + z)^{-1} & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & (j\lambda_N + z)^{-1} \end{bmatrix} U^T \quad (A9)$$

(A5)(A6)式より,

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1 - \tilde{z}_2 &= a_1 \{ (\hat{z} + z_2 I)^{-1} - (\hat{z} + z_1 I)^{-1} \} a_1^T \\ &= a_1 U \cdot \begin{bmatrix} (j\lambda_1 + z_2)^{-1} - (j\lambda_1 + z_1)^{-1} & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & (j\lambda_N + z_2)^{-1} - (j\lambda_N + z_1)^{-1} \end{bmatrix} \cdot U^T a_1^T \\ &= (z_1 - z_2) \cdot b \begin{bmatrix} 1/(j\lambda_1 + z_1)(j\lambda_1 + z_2) & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & 1/(j\lambda_N + z_1)(j\lambda_N + z_2) \end{bmatrix} b^T \quad (A10) \end{aligned}$$

となる。但し,

$$b = a_1 U \quad (A11)$$

と書いた。同様に,

$$\tilde{z}_1 + \tilde{z}_2^* = (z_1 + z_2^*) \cdot b \begin{bmatrix} 1/(j\lambda_1 - z_2^*)(j\lambda_1 + z_1) & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & 1/(j\lambda_N - z_2^*)(j\lambda_N + z_1) \end{bmatrix} b^T \quad (A12)$$

となる。

更に,  $z_1 = z_2^*$  や, Schwartzの不等式を考慮すると,

$$\left| \sum_{i=1}^N |b_i|^2 / (j\lambda_i + z_2)(j\lambda_i + z_1) \right| \leq \left| \sum_{i=1}^N |b_i|^2 / (j\lambda_i - z_2^*)(j\lambda_i + z_1) \right| \quad (A13)$$

が成り立つので,\*

$$m_t \leq m \quad (A14)$$

となるが,  $\alpha$  と  $m$  とは単調増加関数で結ばれているので,

$$\alpha_t \leq \alpha \quad (A15)$$

また, 合成系の  $\alpha_t$  は,  $\alpha$  以下の任意の値をとることができる。 (Q.E.D)

$$m = \frac{|s_1 - s_2|}{|1 - s_1^* s_2|} = \frac{|z_1 - z_2|}{|z_1 + z_2^*|} \quad \text{であるので,}$$



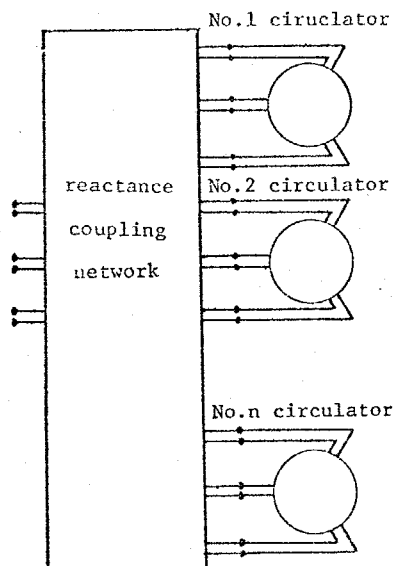


図. A1 Synthesis of circulator.

附録-II. (17)式の導出. (18)式の導出.

$|\Sigma_{22}| < 1$  とすると. (13)式より.

$$|S_0 S_1 \omega^2 + S_0 S_2 \omega + S_1 S_2|^2 > |S_0 + S_1 \omega + S_2 \omega^2|^2 \quad (A16)$$

$$\therefore 2 \operatorname{Re} \{ S_1 S_2^* \omega + S_0 S_1^* \omega + S_2 S_0^* \omega \} > 2 \operatorname{Re} \{ \lambda_0 \omega^2 + S_1 S_2^* \omega^2 + S_2 S_0^* \omega^2 \} \quad (A17)$$

$$\therefore \operatorname{Re} \{ (S_1 S_2^* + S_2 S_0^* + S_0 S_1^*) (\omega - \omega^2) \} > 0 \quad (A18)$$

$$\therefore \operatorname{Im} \{ S_1 S_2^* + S_2 S_0^* + S_0 S_1^* \} < 0 \quad (A19)$$

$$\therefore \sin(\theta_2 - \theta_3) + \sin(\theta_3 - \theta_1) + \sin(\theta_1 - \theta_2) < 0 \quad (A20)$$

$$\therefore -4 \cdot \sin \frac{\theta_3 - \theta_1}{2} \cdot \sin \frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \cdot \sin \frac{\theta_3 - \theta_2}{2} < 0 \quad (A21)$$

但し.  $|S_i| = 1$ . ( $i = 0, 1, 2$ ) を用いた。

## 第7章 結論

本研究は、マイクロ波非相互回路に関する研究であり、2つの部分に大別される。前半は、広帯域性、集積性にすぐれたエッチガイドモードデバイスの設計及び製作に関するものであり、後半は、サーキュレータに関する回路論的考察である。

ここに、前章までで得られた主な結論を列挙しておく。

### [エッチガイドモードデバイスに関して]

- フェライト基板ストリップ線路の伝搬特性を解析し、通常の等方性基板の場合との相違点を明らかにした。
- 特に反射問題においては、終端短絡が殆んど無反射に近いことを理論的および実験的に明らかにした。
- 更には、このことを利用して新しい構造のEGMアイソレータを開発した。
- 非相互導波路と結合線路との類似性を指摘すると共に、結合線路系の設計問題を簡略化する手法を提案した。
- 従来のEGMアイソレータが、付加的近抗体を用いていたのに対して、ここに新しく付加的近抗体を用いずに、ストリップ線路の一方の端のみを短絡した構造のEGMアイソレータを開発し、これが高アイソレーションを有することを明らかにした。
- また、上述のアイソレータに関して、詳細な実験的及び理論的検討を行ない、設計のための基礎資料を得た。
- 1.7GHz帯小形化EGMアイソレータで、高性能なものを実現した。
- EGMサーキュレータの広帯域化の方法として、不均一に磁界を印加する方法を提案し、実験的にその有効性を確認した。
- サーキュレータが実際に使用される状況を考え、「準サーキュレータ」という回路を提案し、それが容易に構成できることを示した。
- 従来の不平衡型円形共振器に対する解析法の不備を指摘した。

[サーキュレータの回路論的考察について]

- 従来のサーキュレータの補償回路の不備を指摘し、より一般的な補償回路を提案した。
- 回路不変量的考察を、サーキュレータに対して初めて行ない、サーキュレータの不変量を見出した。
- この不変量を基にして、サーキュレータの性能指数を導出した。
- また、サーキュレータの標準形及び一般形というものを提案し、サーキュレータの解析及び合成を、見通しのよいものにした。
- 補償回路の能力や、補償回路中の損の効果を明らかにした。
- 以上の議論を、Nポートサーキュレータへ拡張し、5ポート以上と、4ポート以下とでは、状況が大きく異なることを明らかにした。

以上が、主な結論であるが、マイクロ波非相反回路の研究には、まだ多くの問題点が残されている。例えば、

- 直流磁界分布を変えることにより、EGMデバイスの特性改善がはかれることが断片的に知られているが、このことをより詳細に総合的に検討する。
- 使用するフェライト材料の性能と、フェライトデバイスの性能との関係を一般的に明らかにする。
- 回路不変量的考察に周波数特性をも取り込んだ、より総合的な特性評価法を確立する。
- サーキュレータの一般的な補償回路における構成論を裏設すること等である。

より高度な情報化社会を築き上げて行く上で、マイクロ波工学の果たすべき使命には重大なものがある。今後共、マイクロ波工学が大きく発展していくことを祈って、筆を置くことにする。

## 謝辞

五年間もの長きにわたり、終始適切な御指導と有益な御教示を賜りました内藤喜久助教授に、深甚なる謝意を表します。

また、マイクロ波輪講会等を通じて、常に御指導、御鞭達いただいた、末武国弘教授、関口利男教授、安田力教授、川村光男教授、武者利光教授、末松安晴教授、古川静二郎教授、後藤尚久助教授、森泉豊栄助教授など本学の諸先生方に感謝いたします。

本研究へ多大な御協力、御援助をいただいた内藤研究室の皆様、および卒業生諸兄に感謝の意を表します。特に、共同でEGMデバイスの研究を進めた、小山徹氏(現、日電)に、心から厚く御礼申し上げます。また、小型化EGMアイソレータの製作に御協力いただいた三木千紘氏(電波研)、磁気同調フィルターの研究に御援助いただいた中村浩三氏(現、日立研)にも、改めて感謝いたします。更に、公私にわたって良き相談相手になっていただいた、五十嵐満博士(現、小山高専)小杉幸夫博士(現、精研)佐藤宗純博士(現、電総研)Dr. Chung. (現、韓国海洋大学)をはじめとする内藤研の諸先輩にも、御礼申し上げます。また、面倒な英文論文の修正をお願いした本学、沼澤治治教授に感謝いたします。

実験装置の使用等に御便宜いただいた、園屋高志助手をはじめとする末武研の皆様、根井仁夫助手をはじめとする関口研の皆様、伊藤公一助手をはじめとする後藤研の皆様にも御礼申し上げます。

最後に、YIG試料を提供して頂いた富士電気化学株式会社の関係各位に、厚く御礼申し上げます。

皆様、大変有難うございました。

## [本研究に関する発表論文・資料]

## I. 学術雑誌掲載論文

- (1) K. Araki, T. Koyama, and Y. Naito, "New Edge-Guided Mode Devices", Trans. IECE Japan, vol. E-59, No. 4, April 1976.
- (2) K. Araki, T. Koyama and Y. Naito, "Reflection Problems in a Ferrite Stripline", IEEE Trans., MTT-24, No. 8, August 1976.
- (3) K. Araki, and Y. Naito, "Canonical Representation and Figure of Merit of Circulator", IEEE Trans. MTT (投稿中)
- (4) K. Araki, T. Koyama and Y. Naito, "A New Type of Isolator Using the Edge-Guided Mode", IEEE Trans., MTT-23 (Lett.) March, 1975.
- (5) 荒木, "回路網の無損失性に関する必要十分条件式", 信学論(A) Vol. 59-A (技術談話室) No. 9. (1976-9)

## II. 国際会議口頭発表

- (1) K. Araki, T. Koyama, and Y. Naito, "New Edge-Guided Mode Devices", 1975 IEEE International Microwave Symposium, Palo Alto, Cal. 1975 May.
- (2) K. Araki, and Y. Naito, "Field Distribution of a New Type of E.G. Mode Isolator", 1976 IEEE International Microwave Symp. Cherry Hill, NJ. June 1976.
- (3) K. Araki and Y. Naito, "Canonical Representation and Figure of Merit of Circulator", IEEE International Microwave Symp. San Diego, Cal., June, 1977.

## III. 国内学会全国大会 (電子通信学会)

- (1) 荒木, 小山, 内藤, 「新しい動作原理に基づく高"観比"パリアフェリモードパイラータ」 (1974-7)  
等, 計5件発表.

## IV. 国内学会研究会資料 (電子通信学会, マイクロ波研究会)

- (1) 荒木, 小山, 内藤, 「エッジガイドモードを用いた新しいアイソレータ」  
(1974-6)

等. 計 8 件 発表.