

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	乱流渦構造と拡散現象に関する基礎的研究
Title(English)	
著者(和文)	吉川史郎
Author(English)	SHIRO YOSHIKAWA
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第2022号, 授与年月日:1989年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第2022号, Conferred date:1989/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

学 位 論 文

乱流渦構造と拡散現象に関する基礎的研究

東京工業大学 理工学研究科化学工学専攻博士後期課程

6045 吉川史郎

目 次

第 1 章 緒論	1
1 - 1 既往の研究	5
1 - 1 - 1 統計理論導入以前 - 乱流発生、現象論	5
1 - 1 - 2 統計理論導入後 - 相関方程式、エネルギースペクトル	5
1 - 1 - 3 最近 - 低波数 (低周波) 渦	8
1 - 2 本研究の目的	10
第 2 章 乱流場を構成する渦群	13
2 - 1 渦群とエネルギースペクトル	14
2 - 1 - 1 渦群に基づくエネルギースペクトルの表示式	14
2 - 1 - 2 表示式中のパラメータ値の決定	15
2 - 1 - 3 表示式の有用性	18
2 - 2 円管内乱流場の渦群	20
2 - 2 - 1 実験装置および方法	20
2 - 2 - 2 実測されたエネルギースペクトルと表示式	29
2 - 3 本章の結論	33
第 3 章 円管内径と渦群数	34
3 - 1 エネルギースペクトルの表示式に基づく乱流拡散現象の諸知見	35
3 - 1 - 1 自己相関係数と乱流拡散	35
3 - 1 - 2 低波数 (低周波) 渦のスケール	36
3 - 2 円管の内径と渦群数の関係	39
3 - 3 エネルギースペクトルに基づいたスケールアップの手順	44
3 - 4 本章の結論	44

第4章 乱流パターンに基づく渦群のスケール	46
4-1 軸方向速度半径方向分布の経時変化	47
4-2 等速度線図	47
4-3 乱流パターン	59
4-3-1 統計的方法に基づく渦のスケール	59
4-3-2 目視に基づく渦のスケール	70
4-4 本章の結論	81
第5章 乱流パターンに基づく渦群の形状	82
5-1 2点の相互依存性	83
5-1-1 共起行列	83
5-1-2 2点相互依存性を示す指標	87
5-2 低周波領域の渦群の形状	91
5-3 本章の結論	98
第6章 乱流拡散と渦群	100
6-1 速度変動の推算	101
6-1-1 軸方向速度変動の推算方法	101
6-1-2 半径方向速度変動の推算方法	104
6-1-3 速度変動の推算手順	105
6-2 仮想微小粒子の挙動の推算	108
6-3 注入されたトレーサーの乱流拡散	109
6-3-1 推算結果	109
6-3-2 平均濃度分布に関する実験結果と推算結果の比較	109
6-3-3 乱流拡散の分散	120
6-3-4 任意の半径位置から注入されたトレーサーの乱流 拡散	126
6-4 本章の結論	128

第7章 結論	129
使用記号	131
引用文献	136

第1章 緒 論

乱流場における速度変動として現われる運動量の移動量は、通常、分子運動による移動量よりもはるかに大きく、化学装置内の拡散現象、混合に大きな役割を果たしている。しかし速度変動を完全に表現することが不可能であることから、従来より乱流場における速度変動強度、自己相関係数等といった統計量によってその特徴を示すことが試みられてきた。それらの統計量は乱流場における個々の1点における速度変動の特徴を表わすものが主である。しかし乱流場の任意の点における速度は周囲の他の点の速度と無関係に変動することはないので、上記1点における統計量だけでは速度変動による運動量移動を明らかにすることはできず、近傍の多くの点での速度変動との関係を明らかにする必要がある。一方、最近になって円管における管内径のような装置スケールに対して無視できない大きさをもつまとまった流体の運動（渦運動）が存在することが確認された。Fig.1-1は乱流場における速度の時間に対する変化を示したものである。この速度変動の中には τ_s のように小さい時間スケールの変動が多く含まれているが、よく観察すると τ_l のように大きい時間スケールの変動がところどころにあることがわかる。このような変動は乱流場の広い領域にわたってほぼ同時に生じていることが多い。円管内乱流場に例をとり、このような領域の管軸方向速度変動を半径位置－時間－軸方向速度の3次元座標に描くとFig.1-2のようになっている。これは模式的に描いたもので、管内径の1/2の大きさの領域について示している。u軸の+,-は平均値より大きいか、小さいかを示している。この図のように速度がほぼ同時に大きい値をとっている領域は平均速度の大きい領域から半径方向速度成分によってまとまった流体塊が流れ込み、運動量の移動が生じることでより現われる。逆に平均速度の小さい領域から流体塊が流れ込んできた場合は速度が平均値よりも小さくなり、その領域の運動量が失われる。このような領域が乱流塊、あるいは速度変動の低周波、

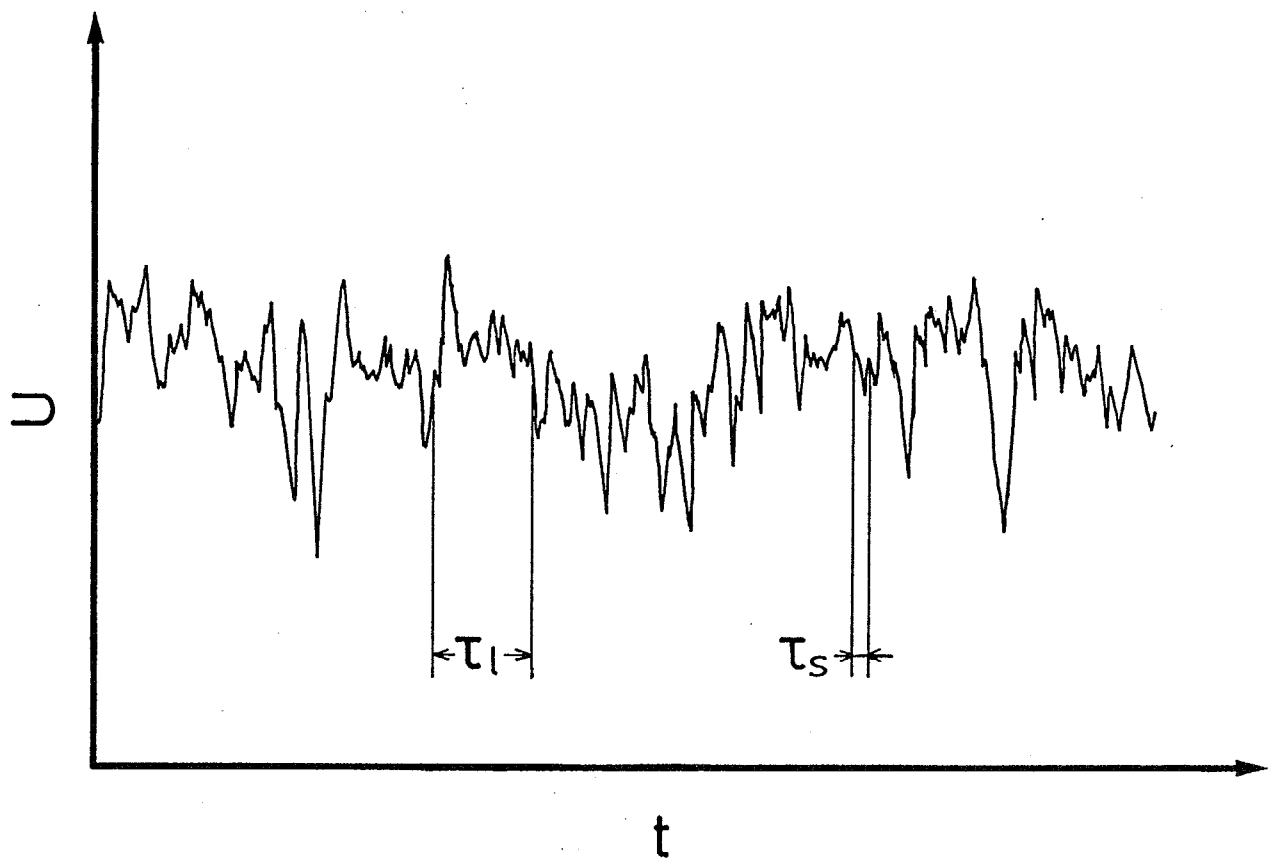


Figure 1-1 An example of change in velocity with time

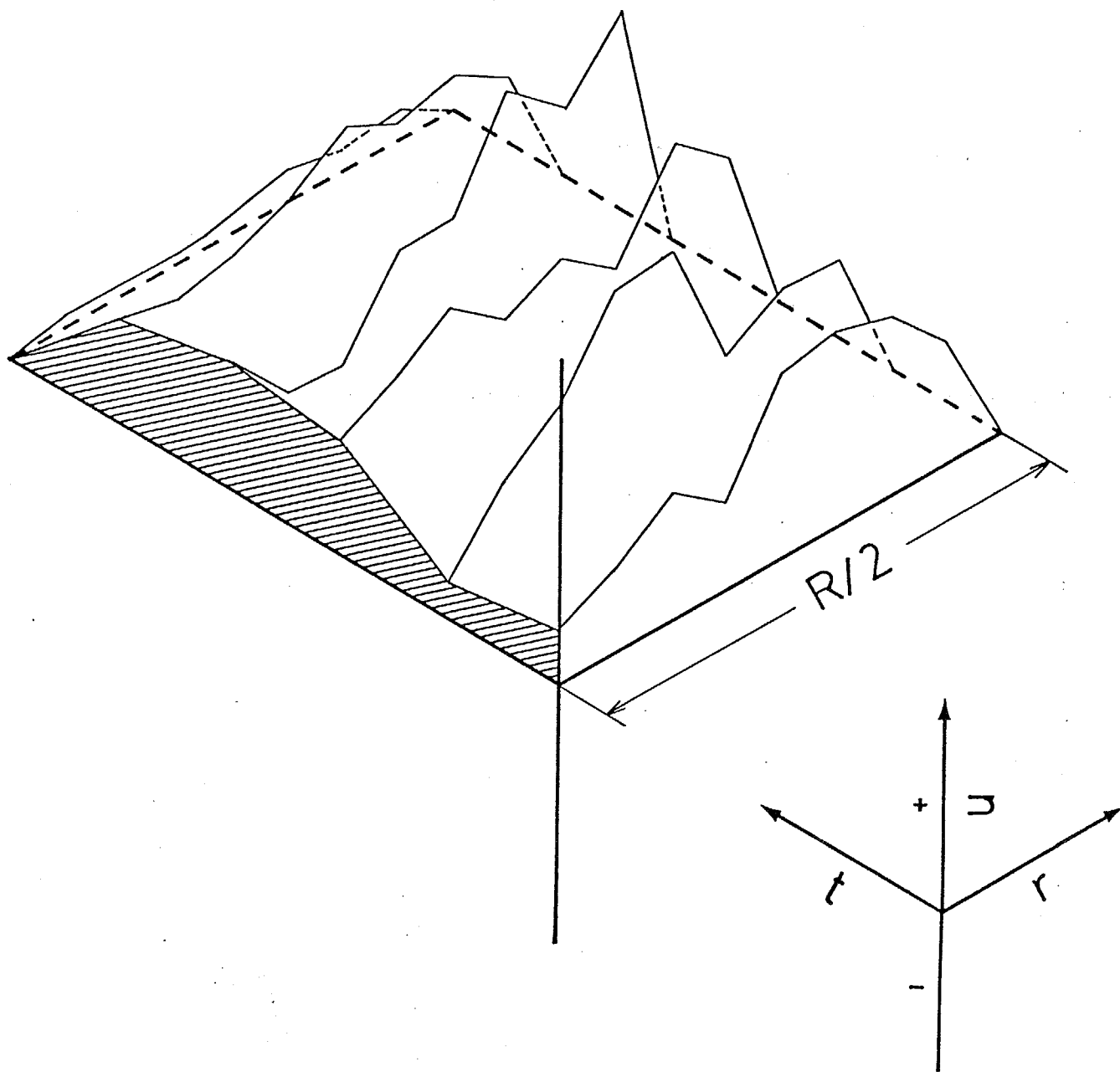


Figure 1-2 An example of change in velocity fluctuation distribution with time

低波数の領域の渦に相当する。この運動量の移動にともない、広範囲にわたって熱、物質等も移動することが予測される。以上により、拡散現象、乱流混合に関する詳細な知見を得るには、広い空間あるいは時間範囲における速度変動の相互関係から大きいスケールの渦の特徴を明確にとらえる必要があることがわかる。

本章では、乱流一般、そして乱流拡散を検討する際に不可欠な乱流塊、すなわち大きいスケールをもつ渦の構造に関する既往の研究について述べた後、本研究の目的と意義を明らかにする。

1-1 既往の研究

層流と乱流の違いについては19世紀半ばには知られていたが、乱流に関する系統的な研究が行なわれるようになったのは19世紀後半からである。ここでは最初に19世紀後半以降の乱流に関する研究、次いで本研究で対象とする大きいスケールをもった渦構造に関する研究がどの様に行なわれてきたかについて概説する。

1-1-1 統計理論導入以前 - 乱流発生、現象論

研究初期の19世紀後半は、Reynolds (1883)³⁸⁾, (1895)³⁹⁾, Rayleigh (1880)³⁷⁾, Orr (1907)³³⁾, Sommerfeld (1909)⁴³⁾ らの研究に代表されるように、乱流の発生および安定性に関するものが主であった。これらは既知の攪乱を運動方程式に与え、それが成長するか減衰するかを検討するというものである。しかし、未だに様々な攪乱が複雑に影響しあう実際の層流-乱流遷移等を十分に解明するには至っていない。

20世紀に入ると、乱流になることによって新たに加わるReynolds応力（乱流応力）をいかに処理するかに注目が集まり、発達した乱流場に関する現象論的な研究が行なわれるようになった。Boussinesq (1877)⁴⁾ の乱流粘度の導入、Taylor (1915)⁴⁷⁾, Prandtl (1925)³⁵⁾ らの流体粒子が運動量を保存して移動する混合距離の定義、Taylor (1932)⁴⁸⁾ の渦度を保存して移動するとする輸送理論の展開などがある。しかし、これらはいずれも不明確な便宜的仮説に基づいているために、乱流拡散を支配する速度変動に関しては十分な知見を与えるには至っていない。

1-1-2 統計理論導入後 - 相関方程式、エネルギースペクトル

1930年以降、それまでの現象論的研究に対し、統計理論を用いたより詳細な研究が展開されていった。これは、Navier-Stokes 方程式の統計的な処理により得られる乱れの強さ、大きさなどに関する情報に基づいて、乱流構造を明らかにしていく理論である。Taylor

(1935)⁴⁹⁾ は統計的扱いの簡単な一様等方性乱流に関する研究を行ない、現在最も多用されている Reynolds 応力に対応する 2重速度相関等の統計量を導いている。Karman と Howarth(1938)¹⁸⁾ は 2点における Navier-Stokes 方程式から 2重速度相関の方程式 (Karman-Howarth の式) を導いている。しかし、その式の中には新たに 3重速度相関が含まれるように、ある次数の相関方程式を導くとその中にさらに高次の相関が含まれ、方程式が閉じないという問題点が残った。この問題点に対しては様々な仮定、モデルの導入が試みられているが、未だに Reynolds 応力に対応する 2重速度相関については完全には解決されていない。

そこで相関方程式を解くことをあきらめ、観点を変えて統計量から様々な情報を抽出する研究が試みられるようになり、エネルギー (パワー) スペクトルが導入された。エネルギー スペクトルは、速度変動を構成している様々な大きさの渦の乱流エネルギーに対する寄与を表わす統計量である。これは、乱流場を構成する渦のスケール、あるいはその渦間のエネルギーの伝達に関する情報を与えてくれる。このエネルギー スペクトルに基づいて様々な波数成分間のエネルギー伝達に着目した研究が広く行なわれた。Taylor (1938)⁵⁰⁾ は乱流エネルギーは低波数から段階的に高波数成分に伝わり、最後に粘性によって散逸するというカスケードプロセスを示した。また Kolmogoroff (1941)^{23), 24)} は、平均流の速度勾配の規模と比較して十分に小さい高波数成分に対して局所等方性を仮定し、そのような波数領域ではエネルギー スペクトルは単位質量あたりの散逸エネルギーと動粘度のみに依存するとして、波数の $-5/3$ 乗に比例することを予測した。Heisenberg (1948)¹³⁾ は Karman-Howarth の式をフーリエ変換することによって異なる波数間のエネルギー伝達の式を導くとともに、その式に乱流粘度に関する仮説を用いて Kolmogoroff と同様の予測を行なった。これらの予測は、その後の多くの実験によって確認されている。この他にも Table 1-1 に示したように様々な波数領域に対してエネルギー スペクトルを表示する

Range of increasing k				
	Low range	Medium range	Higher range	Highest range
E(k)	$\propto k^{6), 36), 40)}$	$\propto k^{17)}$	$\propto k^{-5/3} 23), 24)$	$\propto k^{-7} 13)$
	$\propto k^{2} 1)$			
	$\propto k^{4} 29)$			

Table 1-1 Form of E(k) in the various wavenumber ranges

式が提案されている。しかし、未だに広い波数領域にわたって表示できる一義的な式は確立されていないために、乱流場を構成する全ての渦の分布を明らかにすることができない。特に本研究の対象としている、乱流拡散に大きく寄与する低波数（低周波）渦をも含んだ領域の表示式が十分に確立されていないために、その空間的、時間的スケールはほとんど明らかにされていない。

測定技術が進み、速度変動を測定することが可能になると、さらに詳細な実験的研究が行なわれた。Laufer (1954)²⁷⁾, Lawn (1970)²⁸⁾ は熱線風速計を用いて円管内で三次元的な速度変動の測定を行ない、その結果に基づいて乱流エネルギー、Reynolds応力の半径方向分布、管内のエネルギーバランスおよびエネルギースペクトルに関する研究を行なっている。小橋(1957)²²⁾ は円柱後流においてエネルギーバランス式の中では最も測定しにくい圧力変動と速度変動の相関の測定を行なった。速度変動の測定結果に基づいた研究は、初期の段階においてはこれらのようなエネルギーバランスに関するものが主であった。一方、それまで主に一様等方性乱流を対象としていた統計理論を円管内、平板上、自由噴流など様々な乱流場に対して適用することも試みられるようになった。

1-1-3 最近 - 低波数（低周波）渦

最近まで、乱流場は全く無秩序な速度変動により構成される場であるという考え方にに基づき、Reynolds方程式、エネルギー方程式のような様々な平均値を含む式から運動量、エネルギーの移動が考えられてきた。また、エネルギースペクトルの導入により速度変動が渦の集合であるという概念が生まれたが、個々の渦の構造については特には注目されなかった。

しかし1970年以降になって、乱流場に生じる大きいスケールをもつ組織的な渦構造による移動現象が注目されるようになった。それは、壁付近の広い領域にわたって流体が一定の秩序のもとで壁面に対して垂直な方向に持ち上がる現象が見いだされたことが契機とな

っている。これらの現象は、Klineら (1959)²⁰⁾, (1967)²¹⁾, (1971)¹⁹⁾ の平板上の乱流境界層、Corinoら (1969)⁷⁾ の円管内乱流場の詳細な可視化実験により見いだされている (Klineらはこの現象をバーストと名付けている)。この現象は円管における管内径のような装置スケールに対して無視できない程度に大きいスケールをもつ渦によるものである。またGrass (1971)¹¹⁾ は、バースト発生時の速度分布の測定により、壁面付近の平均速度の小さい領域が壁面に垂直な方向の速度成分により移動することを見いだしている。このことからこの渦は規模の大きい運動量移動を伴い乱流拡散に重要な影響をもつと考えられている。このような渦構造はスケールは大きいが発生する頻度が少なく、また時間間隔が一定ではない (特に壁面付近においては間欠的に生じる) ために、単純な速度変動の時間平均によりとらえることは非常に困難である。そこでWallaceら (1972)⁵¹⁾, Luら (1973)³⁰⁾ およびBlackwelderら (1976)³⁾ は、速度変動の信号からしきい値を設定することにより渦に対応する部分を抽出し、その渦によって移動した運動量が全体の移動量に対して大きな割合を占めていることを見いだした。Blackwelderら (1972)²⁾ は、2本の熱線を用いて平板上の乱流境界層内で速度変動を測定し、その結果に基づいて Favreら (1957)⁸⁾ により考案された時間空間相関の等高線図を描くことにより渦構造の形状をとらえることを試みている。一方、Brownら (1977)⁵⁾ は境界層内での同様の測定結果から、時間空間相関の値の大きい信号を条件抽出して、渦の延びている方向およびその移動速度などを検討している。これらの研究により渦が主流の方向に対して傾いた形状をしていることが予測されるようになった。このように速度変動の測定結果を緻密に処理することにより、大きいスケールをもった秩序的な構造の渦の存在とその特徴が明らかにされつつある。さらに、小森ら (1984)²⁵⁾, (1985)²⁶⁾ の自由噴流の境界面における物質移動に関する研究、長野ら (1987)³²⁾ の円管内の壁面付近における熱移動に関する研究のように、このような渦構造が乱流拡散へ与える影響も検討されはじ

めている。

このように組織的な構造をもった渦の存在および乱流拡散への影響は広く認められつつある。しかし、対象が壁付近や、自由噴流の境界付近の周囲の流体を取り込む現象が起こっている領域等、間欠的であると考えられている乱流場に依然として限定されていることが多い。一方、Sabotら(1973)⁴¹⁾, (1976)⁴²⁾ は、円管内乱流場における時間空間相関の測定により中心から壁面にかけて上述のような渦構造が存在することを確認している。また、Moumら(1983)³¹⁾ は自由噴流の中心付近におけるエネルギースペクトルから条件抽出によらずに低周波の渦を見いだしている。これらのことから、完全に発達していると考えられる乱流場においても大きい渦構造が存在することが十分予想され、乱流場における拡散混合現象を明らかにするためにはその存在、特徴を明らかにすることが必要であると考えられる。しかし以上にあげた研究の多くは、乱流場の2点において同時測定した速度変動の信号から計算される統計量をもとにしているために、未だに十分に渦の構造をとらえているとはいえない。広い領域にわたる渦構造の特徴をとらえるには、乱流場における速度変動の多点同時測定が不可欠と考えられる。

なお、最近 Navier-Stokes の方程式に基づいた数値シミュレーションにより、大きい渦を再現することも試みられている。しかし、出現する頻度が比較的少なくスケールの大きい渦構造を再現するためには、渦のスケール、形状といった渦に関する知見に基づくモデルの構築がまず必要となる。

1-2 本研究の目的

本研究では、まず低波数から高波数にわたる広い波数領域に適用できるエネルギースペクトルの表示式を確立し、同表示式から乱流場を構成する渦群に関する知見を得て装置のスケールアップの一方法も提案するとともに、対象乱流場の速度変動の実験結果をパターン認識の方法を用いて解析し、渦のスケール、形状を検討し、さら

に乱流拡散の推算方法を提案することを目的とする。本研究での対象乱流場は、速度変動に基づいて渦構造を明らかにするために、攪拌槽内の乱流場のように平均流についても未だに十分な研究が行われていない複雑なものではなく、一般的な統計量に関する知見が既に比較的十分に得られている円管内乱流場を取り上げる。試験流体としてはニュートン流体である水を用い、円管内の半径方向16点における・軸方向速度変動を電極反応法により同時測定し、上記の目的に沿って解析し、検討を行なった。

本論文の概略は以下の通りである。

次の第2章においては、乱流場が様々な大きさの渦群により構成されるという考えに基づき、低波数から高波数にわたる広範囲の波数空間のエネルギースペクトルを表示する新たな式を検討する。また、対象としている円管内乱流場のエネルギースペクトルが、その式で表示できるかどうかを検討する。

第3章においては、第2章で提案したエネルギースペクトルの表示式に基づき、乱流拡散現象、乱れのスケールに関する検討を行なう。さらに、同式により表示されるエネルギースペクトルに基づいた装置のスケールアップ法を円管を例として挙げて検討する。

第4章においては、円管内の半径方向多点で同時測定された軸方向速度変動の時間－空間座標における等高線図を乱流パターンとみなし、同図から第2章で提案した大きいスケールをもつ渦と考えら

*この場合、測定点の間隔は管内半径で無次元化した距離で0.0625となる。円管内乱流場の場合、 $\{d\bar{U}_z/d(r/R)\} / \{d^2\bar{U}_z/d(r/R)^2\}$ で表わされる⁴⁵⁾平均速度勾配の長さの尺度の平均値は0.438であり、平均速度の異なる領域から流体が流れ込むことによって現われる対象としている渦はこの程度の大きさをもつと考えられることから、測定点は16で十分であると考えた。

れる領域を抽出し、その空間スケールについて小さい渦のスケールと比較して検討する。

第5章においては第4章で抽出された渦の領域内での複数の点での速度変動の相互依存性を考慮して、その平均的な形状をパターン解析の手法の一つである共起行列を用いることにより求めることを検討する。

第6章においては第4章、第5章において求められたスケール、形状をもつ渦に基づく乱流拡散について、上記共起行列に基づいて従来とは異なる統計的な手法により推算することを検討する。

第7章においては本論文の総括的な結論を述べる。

第2章 乱流渦を構成する渦群⁵²⁾

乱流場は不規則な速度変動により構成されている。その速度変動をフーリエ変換することにより求められるエネルギースペクトルは、様々な周波数の三角関数波が変動波形に対して寄与している割合を表わすものであり、このエネルギースペクトルによって乱流場がどのようなスケールをもつ渦から構成されているかを知ることができる。言い替えるとエネルギースペクトルが等しい乱流場はそれを構成する渦の分布が互いに等しいと考えることができ、このエネルギースペクトルを等しくするように装置のスケールアップを行なうことが乱流場を等しくするうえで必要となると推測される。

これまで提案された多くのエネルギースペクトルを表わす式は広い波数領域の一部分に対する分布を表わすものがほとんどで、全領域にわたる分布を表わす式は提案されていない。

本章では、乱流場における広い波数領域にわたるエネルギースペクトルを表わす一般的な式を、乱流場が様々な大きさの渦からなる渦群の集合により構成されるという考えに基づいて新たに検討し提案することを試みる。次いで本研究で対象としている円管内乱流場におけるエネルギースペクトルを軸方向速度の測定結果から求め、提案された式と比較するとともに、同乱流場において乱流拡散に最も影響を及ぼし得る低波数（低周波）の渦のスケールについて検討を加える。

2-1 渦群とエネルギースペクトル

2-1-1 渦群に基づくエネルギースペクトルの表示式

乱流場のある点における速度変動を時間の関数としてとらえた場合、フーリエ変換によって広い領域にわたる周波数成分に分解することができる。ここで速度変動の x_1 方向の成分を u_1 とすると、周波数 $n_1 \sim n_1 + dn_1$ に含まれる成分が変動エネルギー $\overline{u_1^2}$ へ寄与する割合は、一次元のエネルギースペクトル $E_1(n_1)$ により $E_1(n_1)dn_1$ と表わされる。したがってエネルギースペクトルと変動エネルギーの間には次式のような関係がある。

$$\int_0^{\infty} E_1(n_1)dn_1 = \overline{u_1^2} \quad (2-1)$$

ここで次の仮定をおく。

- 1) 乱流場は周波数 $N_{11}, N_{12}, \dots, N_{1i}, \dots, N_{1m}$ をそれぞれ平均周波数とする m 個の渦群からなる
- 2) 渦群 i の速度変動は全ての可能な周波数に分布するカノニカルアンサンブルである。
- 3) 全乱流エネルギー $\overline{u_1^2}$ のうち渦群 i の乱流エネルギーは $P_i \overline{u_1^2}$ である

(即ち $\sum_{i=1}^m P_i = 1$ である)

周波数 $n_1 \sim n_1 + dn_1$ に含まれる成分が渦群 i の乱流エネルギー $P_i \overline{u_1^2}$ に対して寄与する割合を $P_i \overline{u_1^2} F_{1i}(n_1)$ としたとき、 $F_{1i}(n_1)$ は渦群 i のエネルギースペクトル密度であり、次の条件を満たす。

$$\int_0^{\infty} F_{1i}(n_1)dn_1 = 1 \quad (2-2)$$

また渦群 i の平均周波数 N_{1i} はその1次モーメントとして次のように求められる。

$$\int_0^{\infty} n_i F_{1i}(n_i) dn_i = N_{1i} \quad (2-3)$$

上記の制約条件の下でカノニカルアンサンブルである速度変動を有する渦群 i のエネルギースペクトル密度は次式で表わされる。

$$F_{1i}(n_i) = \frac{1}{N_{1i}} \exp\left(-\frac{n_i}{N_{1i}}\right) \quad (2-4)$$

この関数は上記仮定のもとで情報エントロピーが最大となる関数でもある。乱流場のエネルギースペクトルはそれぞれの周波数の各渦群のもつ乱流エネルギーの総和をとったものであるから次のようになる。

$$\begin{aligned} E_1(n_i) &= \sum_{i=1}^m P_i \overline{U_1^2} F_{1i}(n_i) \\ &= \sum_{i=1}^m \frac{P_i \overline{U_1^2}}{N_{1i}} \exp\left(-\frac{n_i}{N_{1i}}\right) \end{aligned} \quad (2-5)$$

乱流場が平均速度 $\overline{U_1}$ を有するとすれば (2-5) 式は波数 $k_1 (=2\pi n_i / \overline{U_1})$ を用いて次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} E_1(k_1) &= \frac{\overline{U_1}}{2\pi} E_1(n_i) \\ &= \sum_{i=1}^m \frac{P_i \overline{U_1^2}}{K_{1i}} \exp\left(-\frac{k_1}{K_{1i}}\right) \end{aligned} \quad (2-6)$$

ここで K_{1i} は N_{1i} に対応する渦群 i の平均波数 ($K_{1i} = 2\pi N_{1i} / \overline{U_1}$) である。

流れ場が等方的である場合、3次元のエネルギースペクトルは (2-6) 式の関係を用いて次のように表わされることになる。

$$E(k) = \sum_{i=1}^m \frac{P_i \overline{U_1^2}}{2K_{1i}} \exp\left(-\frac{k}{K_{1i}}\right) \left(\frac{k^2}{K_{1i}} + k\right) \quad (2-7)$$

2-1-2 表示式中のパラメータ値の決定

(2-6) 式には渦群 i の平均波数 K_{1i} および乱流エネルギーに占める重み P_i が含まれており、渦群が複数の場合のエネルギースペクトル

の分布形はこれらの値に大きく依存するので、分布形を確定するにはこれらの値を決定する必要がある。渦群が複数の場合、最も大きいスケールの渦群の平均波数 K_{11} を用いると (2-6) 式は次のように変形できる。

$$\frac{E_1(k_1)K_{11}}{u_1^2} = \sum_{i=1}^m P_i \frac{K_{11}}{K_{1i}} \exp \left\{ - \left(\frac{K_{11}}{K_{1i}} \right) \frac{k_1}{K_{11}} \right\} \quad (2-8)$$

ここで各渦群の平均波数および重みの間に次のような最も単純な関係を仮定する。

$$\frac{K_{1i}}{K_{1i-1}} = \alpha \quad (i > 1) \quad (2-9)$$

$$\frac{P_i}{P_{i-1}} = \beta \quad (i > 1) \quad (2-10)$$

α 、 β はそれぞれ渦群 i と次に大きいスケールをもつ渦群 $i-1$ の平均波数の比、および乱流エネルギーの比である。全体のエネルギースペクトルは複数の渦群のエネルギースペクトルの総和として表わされるので、 α の値が大き過ぎると波数座標上でそれぞれの渦群の領域が離れすぎることになり変曲点や極値をもつ曲線になる可能性がある。また、 β の値が大き過ぎるとそれぞれの渦群がもつエネルギーの間に大きな差があり過ぎ、全ての渦群のエネルギースペクトルが適切に反映されないことになる。これらのことを考慮し、この α 、 β の値を $1 \leq \alpha \leq 20.0$ 、 $0.1 \leq \beta \leq 4.0$ の範囲で変化させ、 $m=1 \sim 6$ の場合のエネルギースペクトルの形状を検討した。Fig.2-1はその例で、両対数紙上に $E_1(k_1)K_{11}/\overline{u_1^2}$ を k_1/K_{11} に対してプロットしたものである。これらの図においては、分布の形状のみに着目するために K_{11} の値を 1 に固定してある。このなかからこれまでに理論的に予測され、また実験で求められたエネルギースペクトルを十分に表わすことができる条件

- 1) Kolmogoroff の $-5/3$ 乗則が成り立つ長い波数領域があること
- 2) 変曲点をもたず、単調に減少する曲線であること

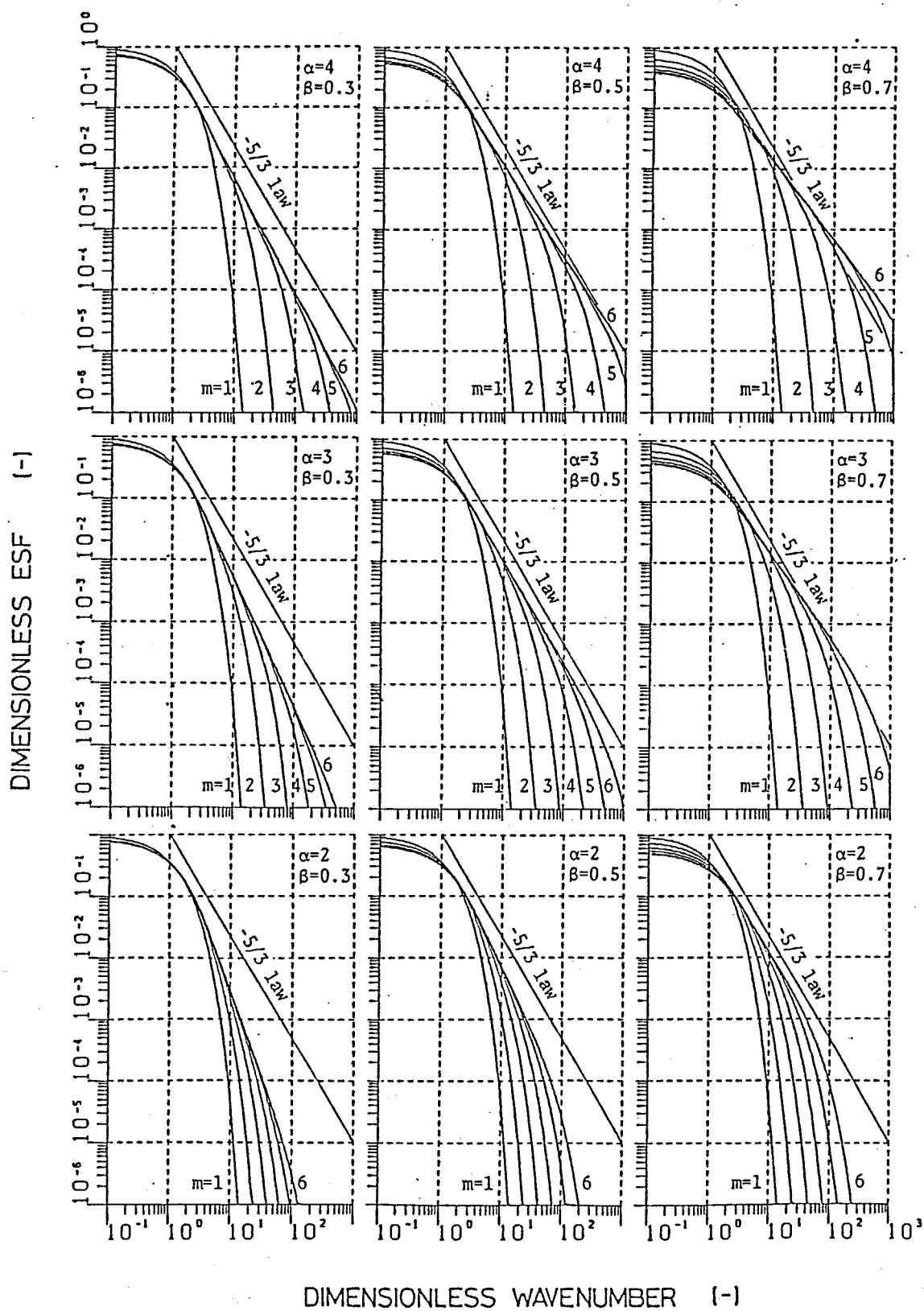


Figure 2-1 Examples of distribution of energy spectrum for various value combination of α and β

を最もよく満たすものを最適な表示式とした。Fig.2-1 に示すように $\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ としたとき、どの m の値の場合にも k_1/K_{11} の値の増加とともに単調に減少し、また m の値の増加とともに Kolmogoroff の $-5/3$ 乗則が成立する波数領域が増加して $m=6$ の場合にはその部分が k_1/K_{11} の値で 2桁以上にも及ぶ分布が得られる。一方、他の α 、 β の値の組合せでは直線部分の傾きが $-5/3$ 以外の値になったり変曲点を有したりして上記条件を十分に満足しない分布であった。以上により、上記 α 、 β の値の変化範囲では $\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ とするのが、実際の慣性小領域が広く存在する場合のエネルギースペクトルを広い周波数領域にわたって最も良好に表示し得ることが明らかとなった。 $\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ とした場合には (2-6)式は次のように変形される。

$$E_1(k_1) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{6} \right)^{i-1} \frac{P_1 \overline{u_1^2}}{K_{11}} \exp\left(-\frac{1}{3^{i-1}} \frac{k_1}{K_{11}}\right) \quad (2-11)$$

なお仮定3)より

$$P_1 = \frac{1}{2 \cdot (1-2^{-m})} \quad (2-12)$$

ということになる。

2-1-3 表示式の有用性

$\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ とすることにより得られたエネルギースペクトル(2-11)式の妥当性を確認するために、過去に求められたいくつかの実験結果について K_{11} 、 m の値を求めて(2-11)式で表わされる曲線を描き、その曲線と実際の分布を比較した。その結果を Fig.2-2に示す。この図では K_{11} の値が1になるように軸を平行移動して示してある。

図から明らかなように、 $\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ の組合せにより得られる曲線群はいずれの実験結果をも十分に表わしており、(2-11)式はエネルギースペクトルの表示式として妥当であるといえることができる。また、本研究で対象としている円管内乱流場のエネルギースペクトルはこの図の中では $m=4$ として求められた曲線によって表わされていることから、同乱流場において渦群は 4つ存在していると考え

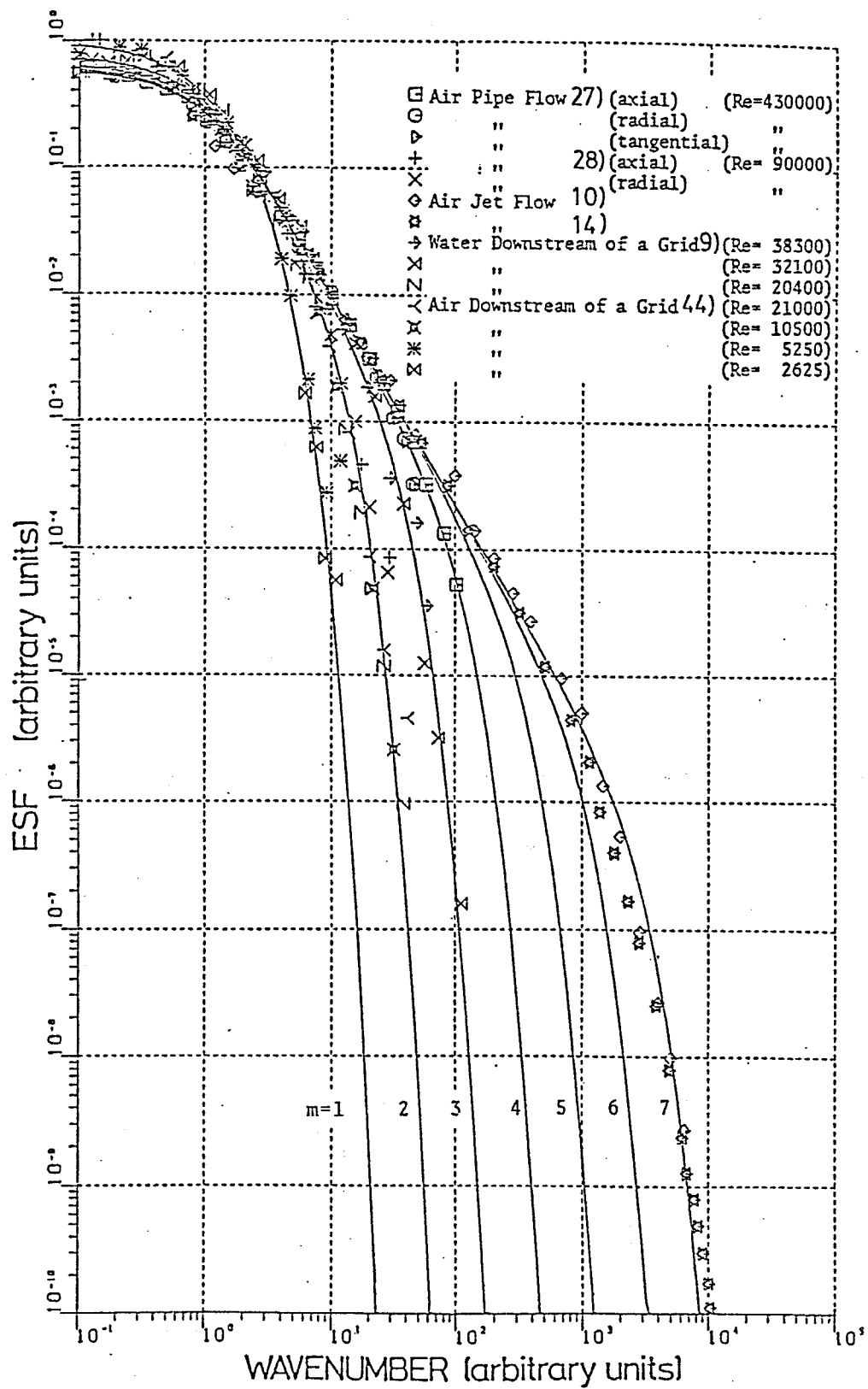


Figure 2-2 Expression of past practical distribution of energy spectrum by newly proposed formula

ことができる。

ここで $\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ とすることの物理的背景は不明であるが、以下のように推定することも可能である。一般に非線形振動系では外部からある基本調波が励振されたとき、分数調波振動がその基本調波の整数分の 1 の周波数で起こることがよくある。その中で、代表的分数調波振動の 1 つとしてよく生じるのは基本調波周波数の $1/3$ の周波数における分数調波振動である。上記のように $\alpha=3$ 、 $\beta=0.5$ となることは、乱流場は非線形振動系と考えられ、基本調波に対応する速度変動の平均周波数の $1/3$ の周波数を平均周波数とする分数調波振動が生じ、さらにその分数調波振動が順次生じている場であり、各分数調波振動が有するエネルギーがその基本調波の 2 倍となることを示唆していると考えることができる。

以上のように、新たに提案した(2-11)式によって、過去に求められた様々な乱流渦のエネルギースペクトルが十分に表わされることが確認された。ここで提案した式は、低波数（低周波）の領域のエネルギースペクトルも十分に包含していることから、本研究で対象としている大きなスケールの渦に関する情報をこの式から得ることが可能である。

2-2 円管内乱流場の渦群

本研究で対象としている円管内乱流場におけるエネルギースペクトルを実測し、本章で提案した(2-11)式で表わされるエネルギースペクトルとの比較を試みた。

2-2-1 実験装置および方法

実験装置の概略をFig.2-3に示す。

使用した試験円管は内径69.7mmの透明アクリル製である。

試験流体はポンプによりリザーバーからオーバーフロータンクへ送られた後、試験円管を通過してリザーバーに戻る。流量は円管下

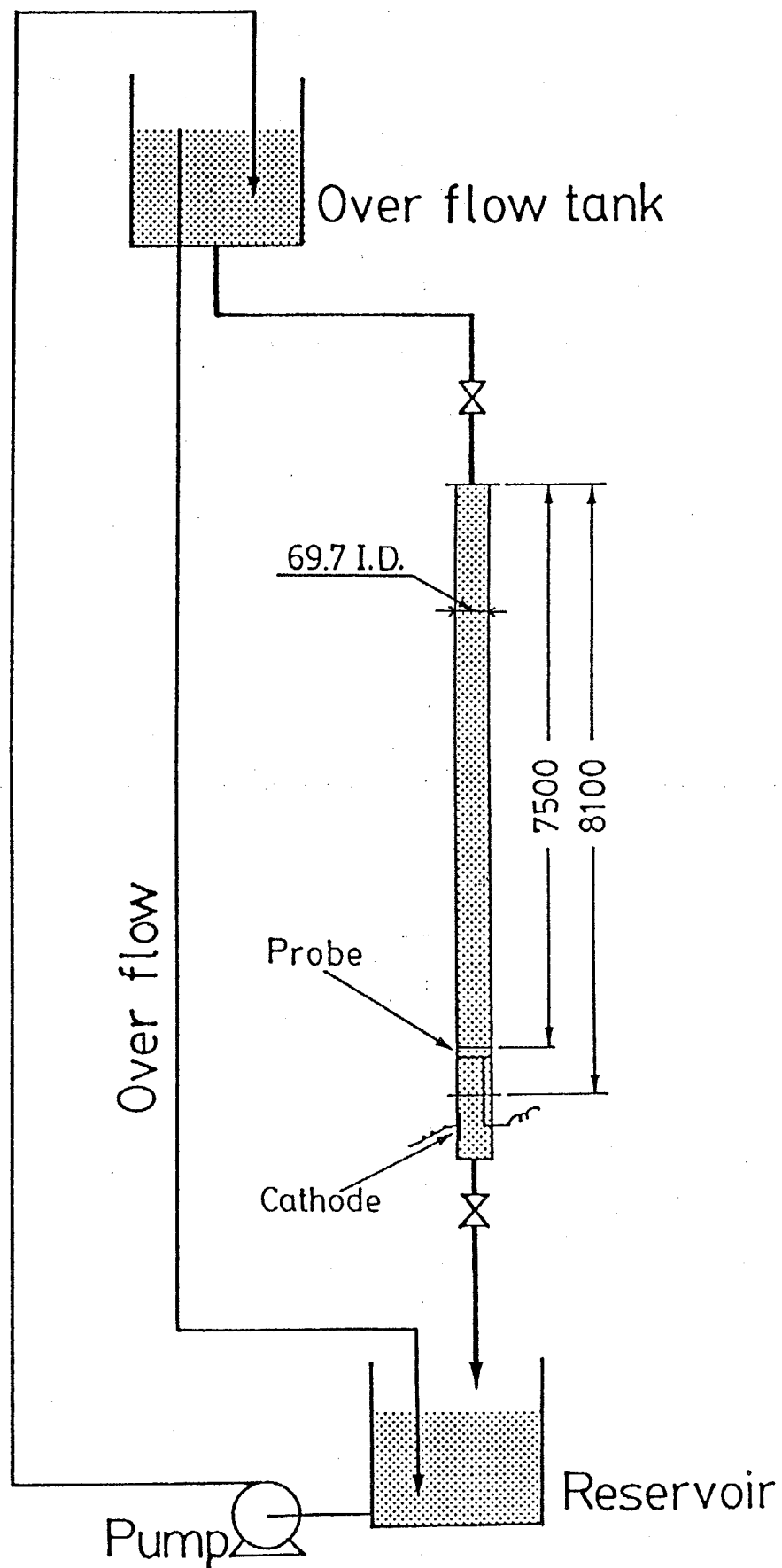


Figure 2-3 Experimental apparatus

部のニードルバルブにより調節し、重量法により測定した。

実験は円管内径基準のReynolds数で層流－乱流遷移を終えた領域から完全乱流領域までの

$$5900 \leq \text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu} \leq 21000 \quad (2-13)$$

の範囲で行なった。

軸方向速度は電極反応を利用して測定した。塩化カリウムを支持電解質としたフェロシアン化カリウム、フェリシアン化カリウム水溶液中におかれた白金電極上での次の反応



は拡散律速であり、適当な加電圧において拡散電流は電極付近の液速度の $1/2$ 乗に比例することが知られている。この原理により速度を測定するために、試験流体としてニュートン流体であるイオン交換水に $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$ および $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ を各 0.003mol/l と、支持電解質として KCl を 0.1mol/l それぞれ加えた溶液を用いた。この溶液の粘性等の物性は同一温度の水のものとほぼ等しいことが確認されている。

測定に用いたプローブは、Fig.2-4に示したように、厚さ2mmのアクリル製の支持板上に直径約 0.5mmの白金球電極16個を2.18mm間隔で固定したもので、Fig.2-3 に示した位置に設置した。

プローブの検定は Fig.2-5に示した装置を用いて行なった。環状の水槽を一定角速度 ω で回転させた場合の回転軸から距離 r に設置したプローブの電極が示すべき液速度 U は

$$U = r\omega \quad (2-15)$$

ということになる。この液速度に対応した信号として得られる拡散電流は増幅器により電圧に変換し、出力電圧とした。Fig.2-6 は、以上のようにして得られた出力電圧を速度に対して両対数紙にプロットした検定線の一例である。図中の V_0 は速度 $U=0$ の時の出力電圧である。

実験はプローブの検定を16個の電極で同時に行ない、それぞれの電極について検定線を得た後、プローブの中心の電極が試験円管の

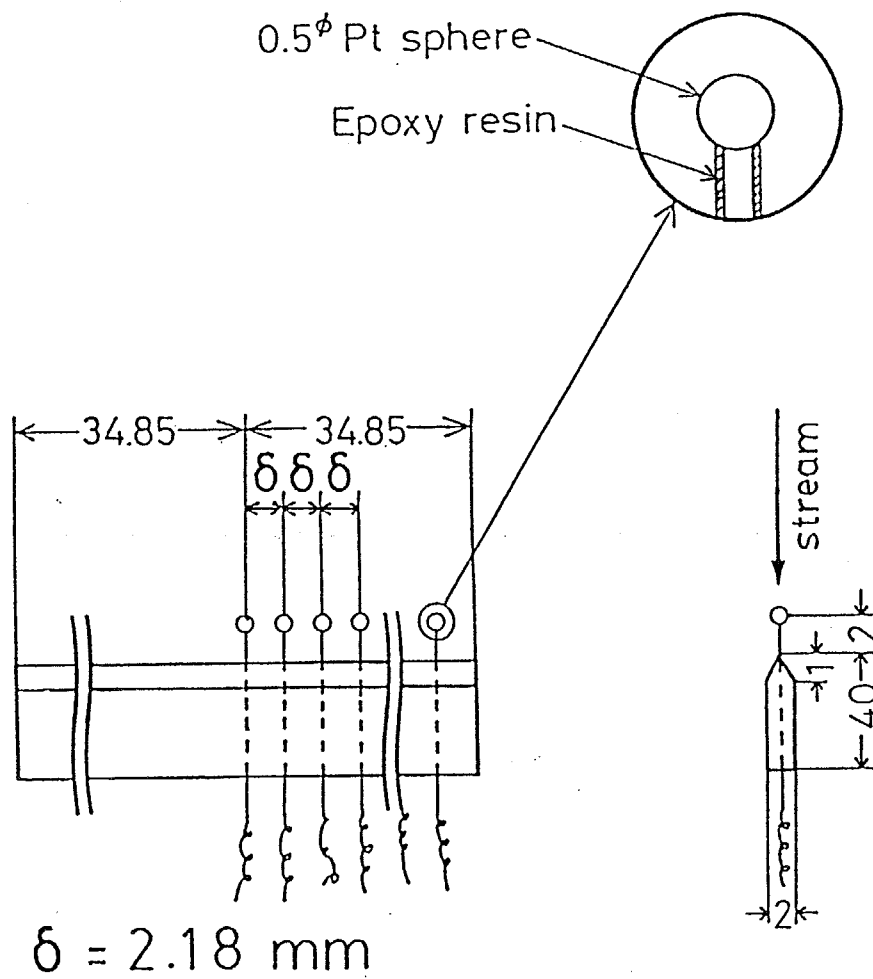


Figure 2-4 Velocity-measuring probe

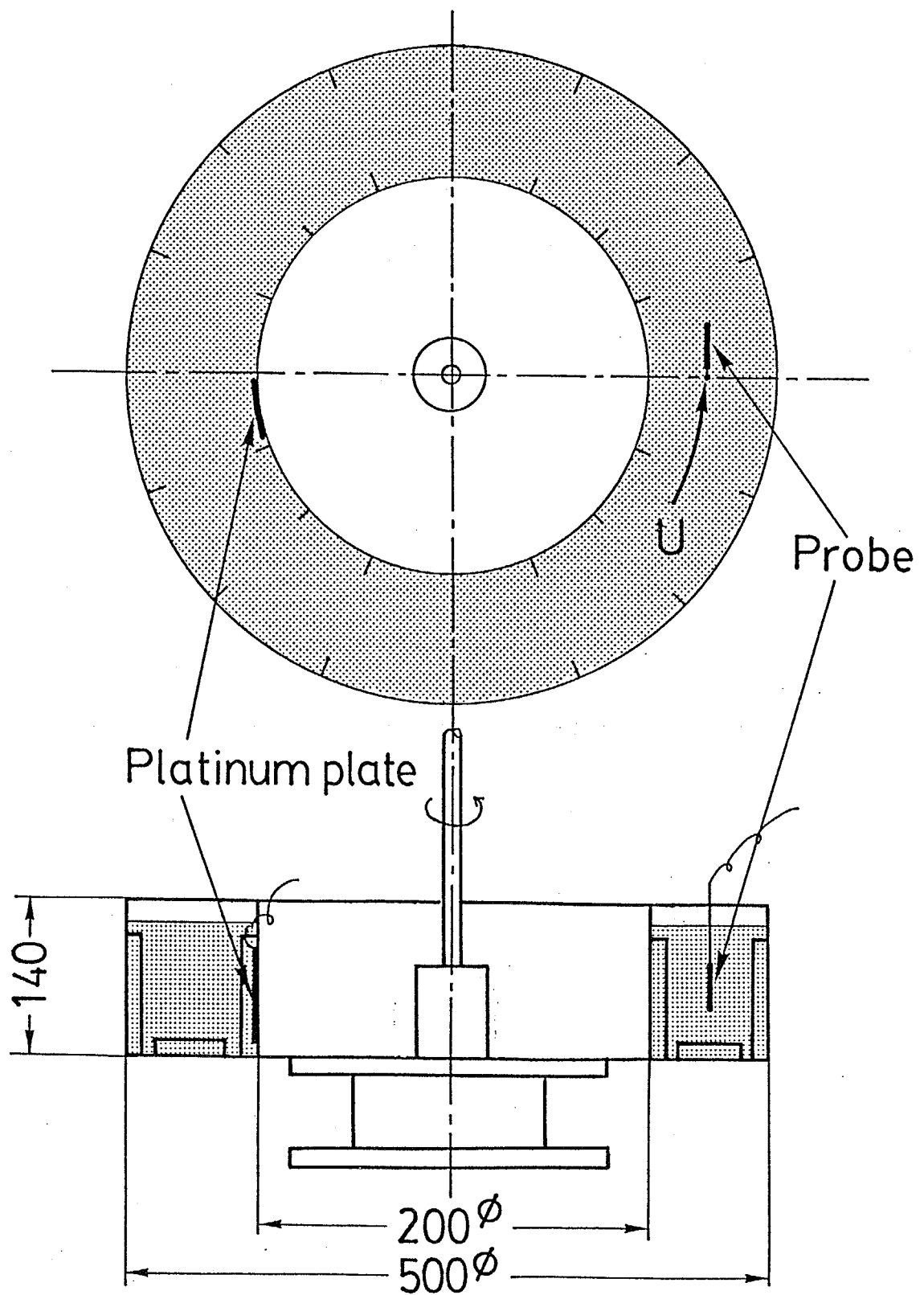


Figure 2-5 Apparatus for calibration of the probe

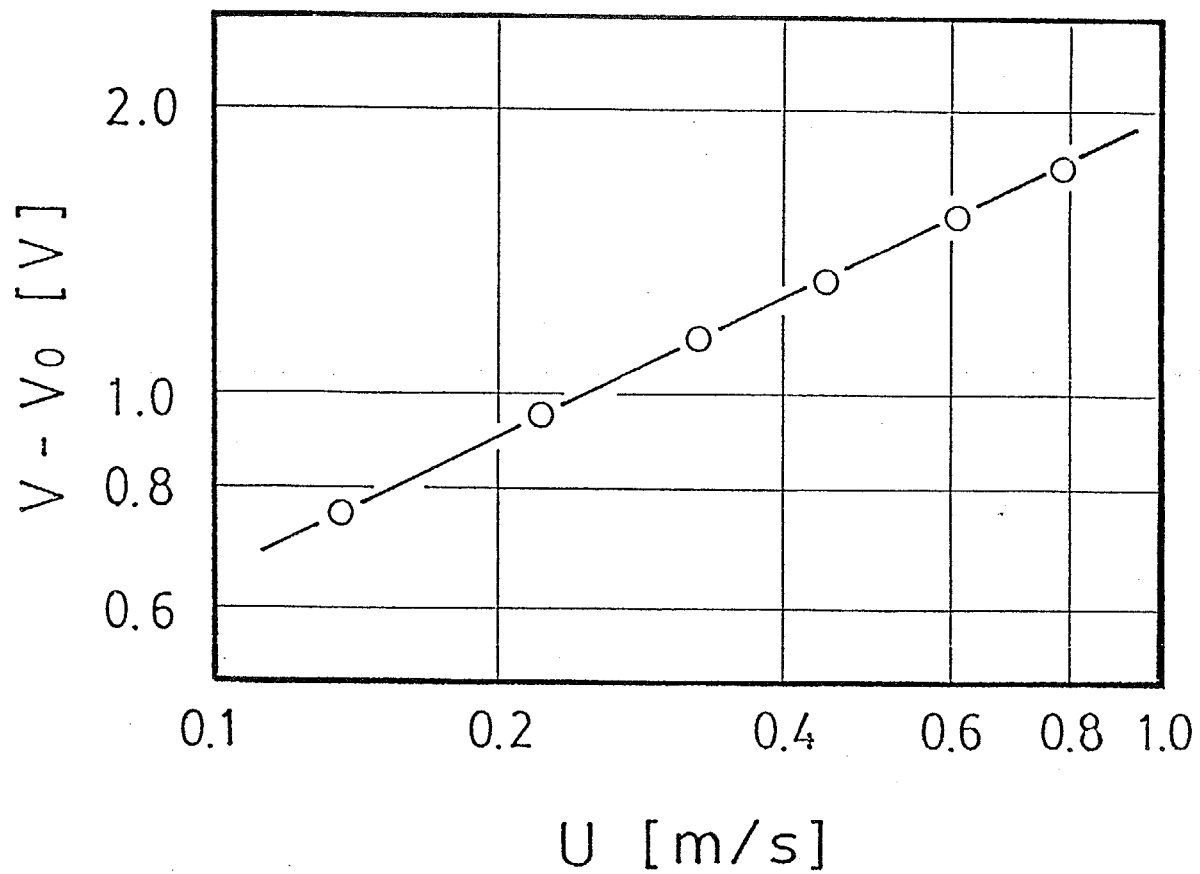


Figure 2-6 An example of calibration curve

中心と一致するように設置し、軸方向速度の測定を行なった。測定により得られた出力電圧はサンプリング周波数 200Hzで16チャンネルのデジタルデータレコーダにより磁気テープに記録した。記録されたデータはコンピュータにより検定線を用いて速度に変換し、種々の解析を行なった。

乱流場における最も基本的な統計量である平均速度と乱流強度を求め、従来の実験結果と比較することにより上記測定法の妥当性ならびに装置の健全性を検討した結果についてまず述べる。

実験により得られた速度のデータは、周波数 200Hzで約60秒にわたってサンプリングされたデジタルデータである。各測定点について、このデータのうち連続する約10秒間、即ち2048個のデータを用いてそれぞれの点における時間平均速度を求めた。

得られた平均速度分布を Fig.2-7に示した。図中の実線で表わされた曲線は次式で表わされる円管内乱流場の実験式である $1/7$ 乗則による平均速度分布である。

$$\bar{U}_z = \bar{U}_{z\max} (1-r/R)^{1/7} \quad (2-16)$$

ここで $\bar{U}_{z\max}$ は管中心における軸方向平均速度である。どの条件についても得られたデータはこの曲線により十分に表わされている。

乱流場の任意の一点における瞬時の軸方向速度 U_z は、その点における時間平均速度 $\bar{U}_z$ と変動分 u_z に分けて次のように表わすことができる。

$$U_z = \bar{U}_z + u_z \quad (2-17)$$

乱流強度 u_z' は速度変動の振幅に関する統計量であり、次のように表わされる。

$$u_z' = \sqrt{u_z^2} \quad (2-18)$$

平均速度分布を求めるときと同じデータを用いることにより得られた u_z' を各半径位置における平均速度 $\bar{U}_z$ で無次元化した相対強度の半径方向分布を Fig.2-8に示した。壁面付近で急激に値が大きくなっていること、低Reynolds数の方が大きい値をとっていることなど

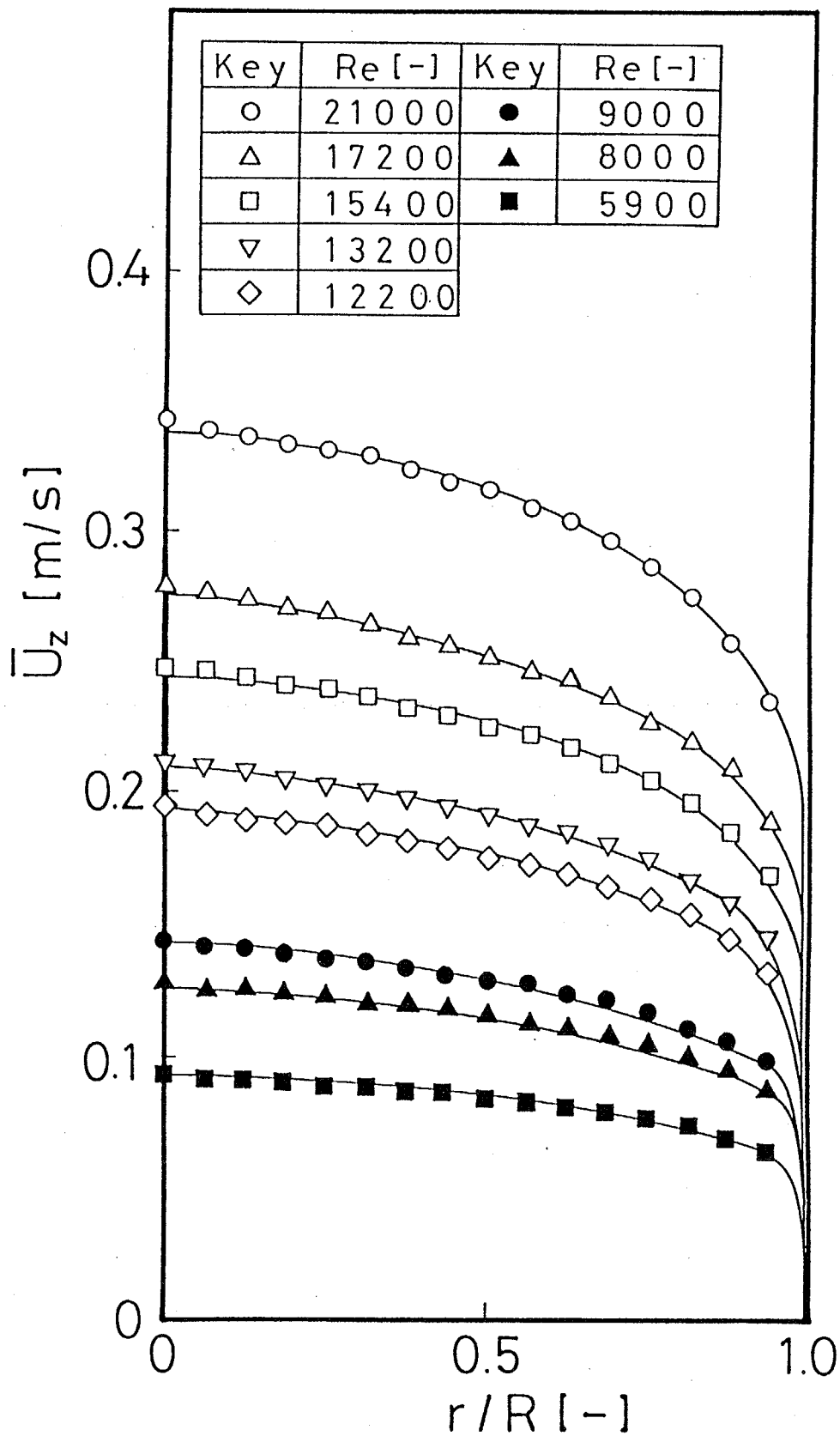


Figure 2-7 Average radial distributions of local axial velocity

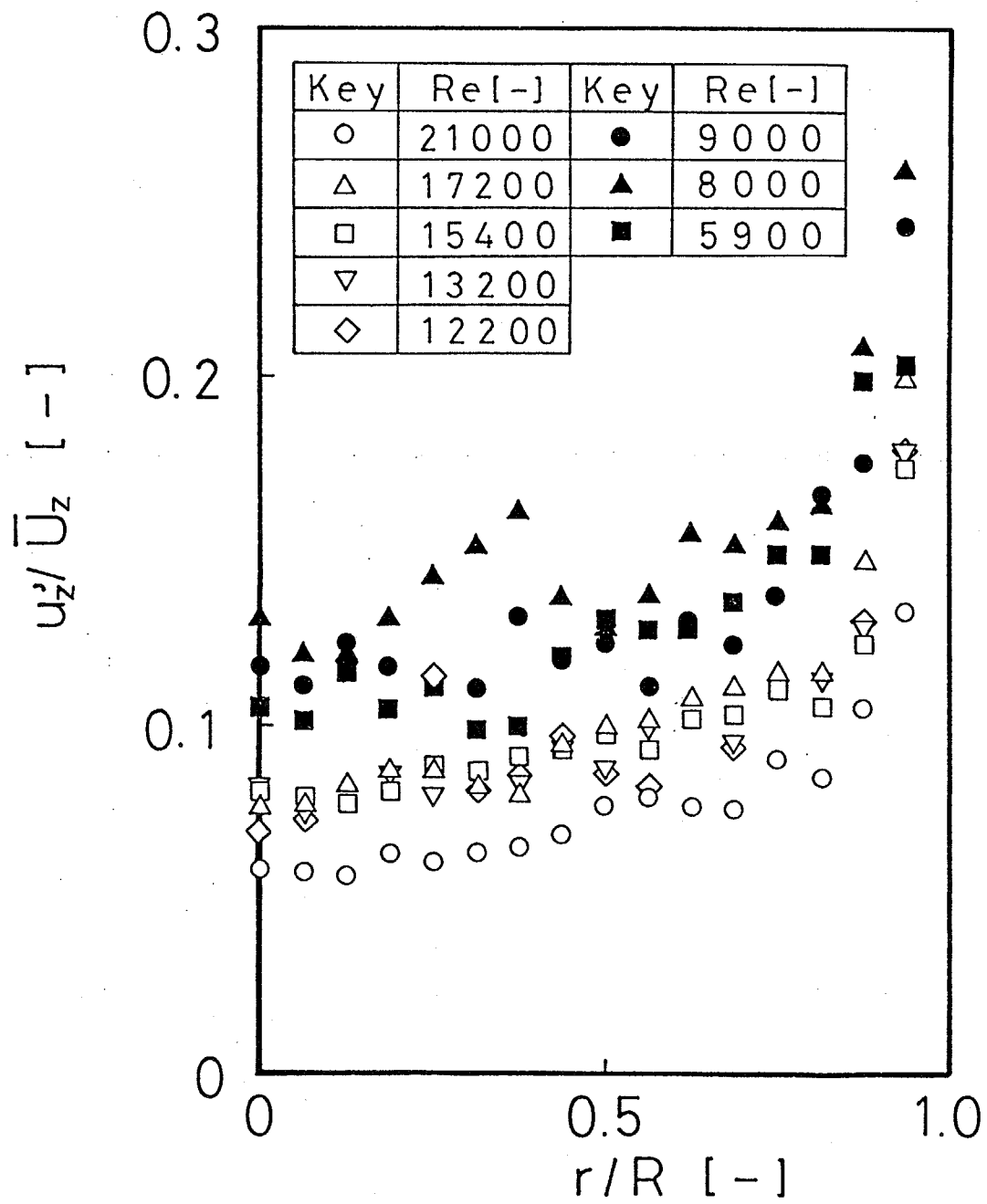


Figure 2-8 Radial distributions of turbulent intensity

従来の結果と良好に一致する結果が得られている。

以上により平均速度、乱流強度といった基本的な統計量が従来の結果と良好に一致することから、上記測定方法が妥当なものであり、装置も健全であることが確認された。

2-2-2 実測されたエネルギースペクトルと表示式

軸方向速度変動のデータを用いてエネルギースペクトルを求めた。計算は周波数 200Hz でサンプリングした連続する 2048 個のデータを用い、日立数値計算副プログラムライブラリ MSL II 中の高速フーリエ変換 (FFT) プログラムにより行なった。また、内径 23.5mm, 39.5mm の円管内でも軸方向速度を測定し、同様にしてエネルギースペクトルの計算を行なった。得られたエネルギースペクトルは、(2-2) 式で表わされる規格化されたエネルギースペクトル密度 F として周波数 n に対して両対数紙上にプロットした。その結果を Figs. 2-9(a) ~ (c) に示す。内径 23.5mm, 39.5mm の円管の場合は渦群の数 $m=1$ 、内径 69.7mm の円管の場合は $m=2$ として得られる図中の実線で表わされる曲線によってそれぞれ十分に表わされていることがわかる。前述の Fig. 2-7 中で示した Laufer によって求められた円管内乱流場における分布では渦群の数 m が 4 であったにもかかわらず、本研究において求められた分布では渦群の数 m が 1 あるいは 2 と少なくなっている。これは、Laufer の実験に用いられた円管の内径が 247mm で本研究で用いたものと比較して非常に大きいため多くの分数調波の渦群が生じ得ること、試験流体が空気であるために高い周波数の変動が含まれ得ることなどによると考えられる。

Figs. 2-9(a) ~ (c) から最も時間スケールの大きい (周波数の小さい) 渦群の平均周波数 N_{11} を求めるとそれぞれ 8.0Hz、6.5Hz、3.0Hz であった。これが本研究で対象とする低波数 (低周波) の渦の大きさということになる。また、それぞれの管に対する渦群の平均周波数から、内径が大きくなるにしたがってエネルギースペクトルが低周波側にずれていることが明確にわかる。

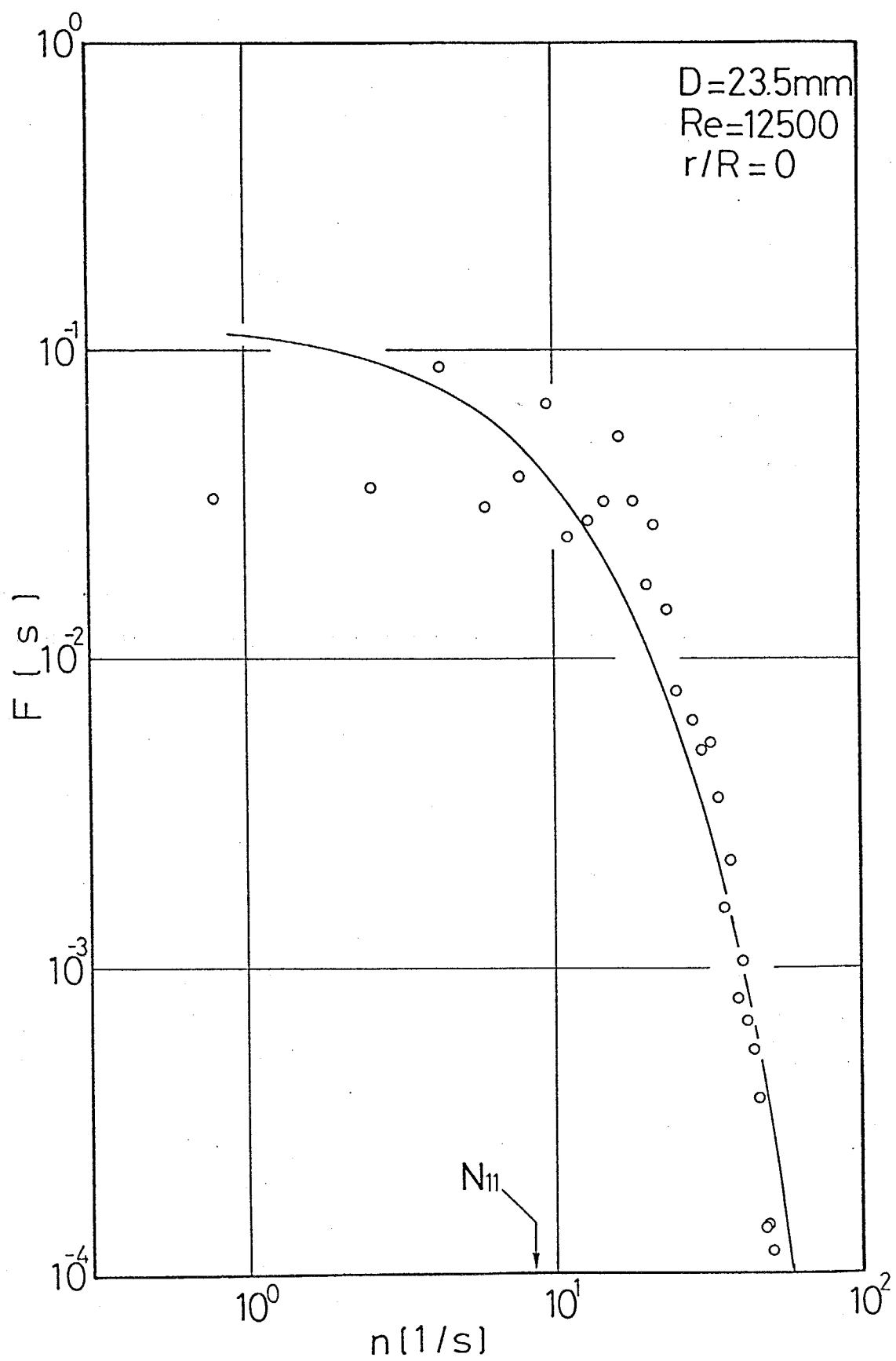


Figure 2-9(a) Distribution of energy spectrum ($D=23.5\text{mm}$)

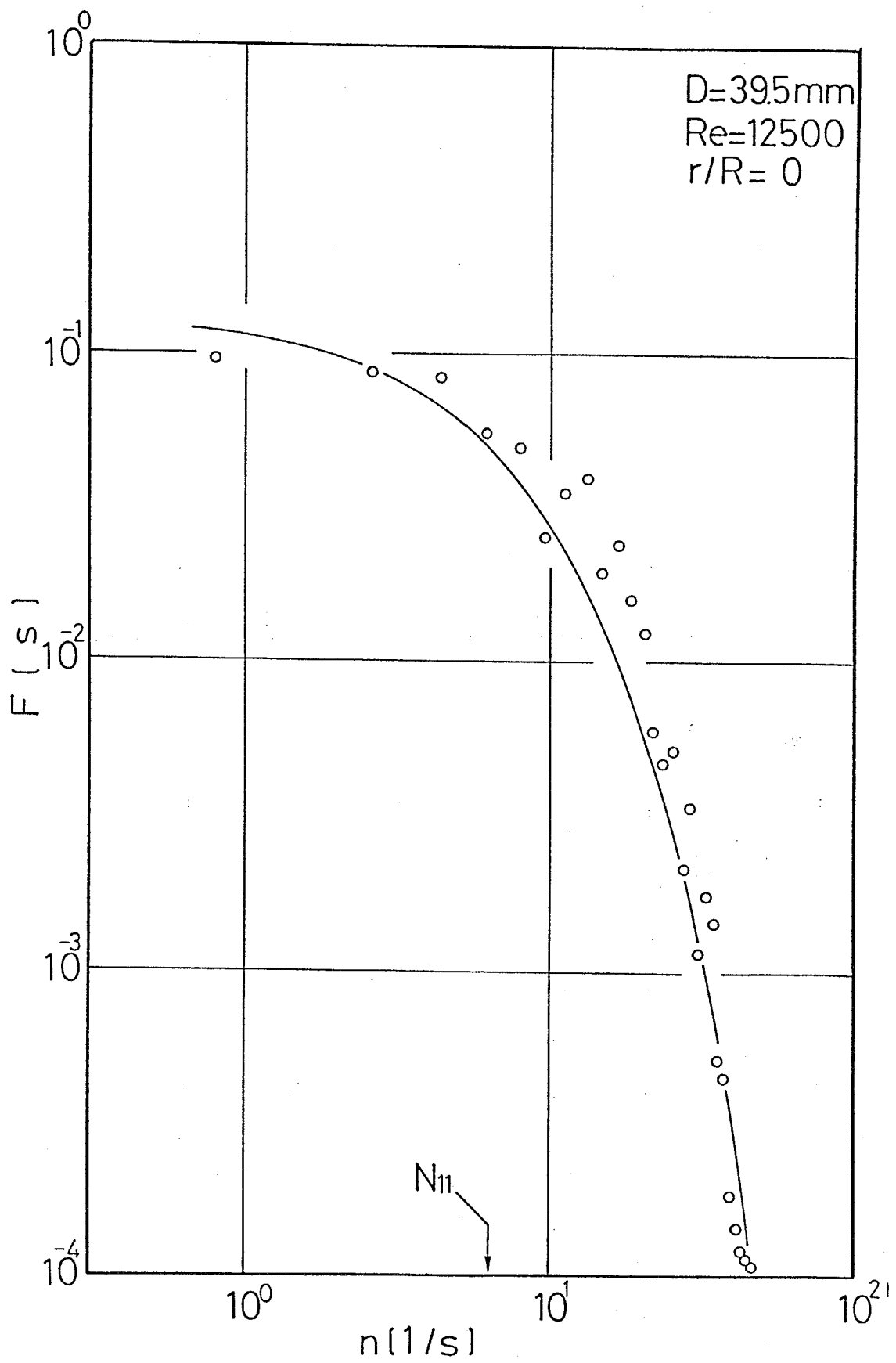


Figure 2-9(b) Distribution of energy spectrum ($D=39.5\text{mm}$)

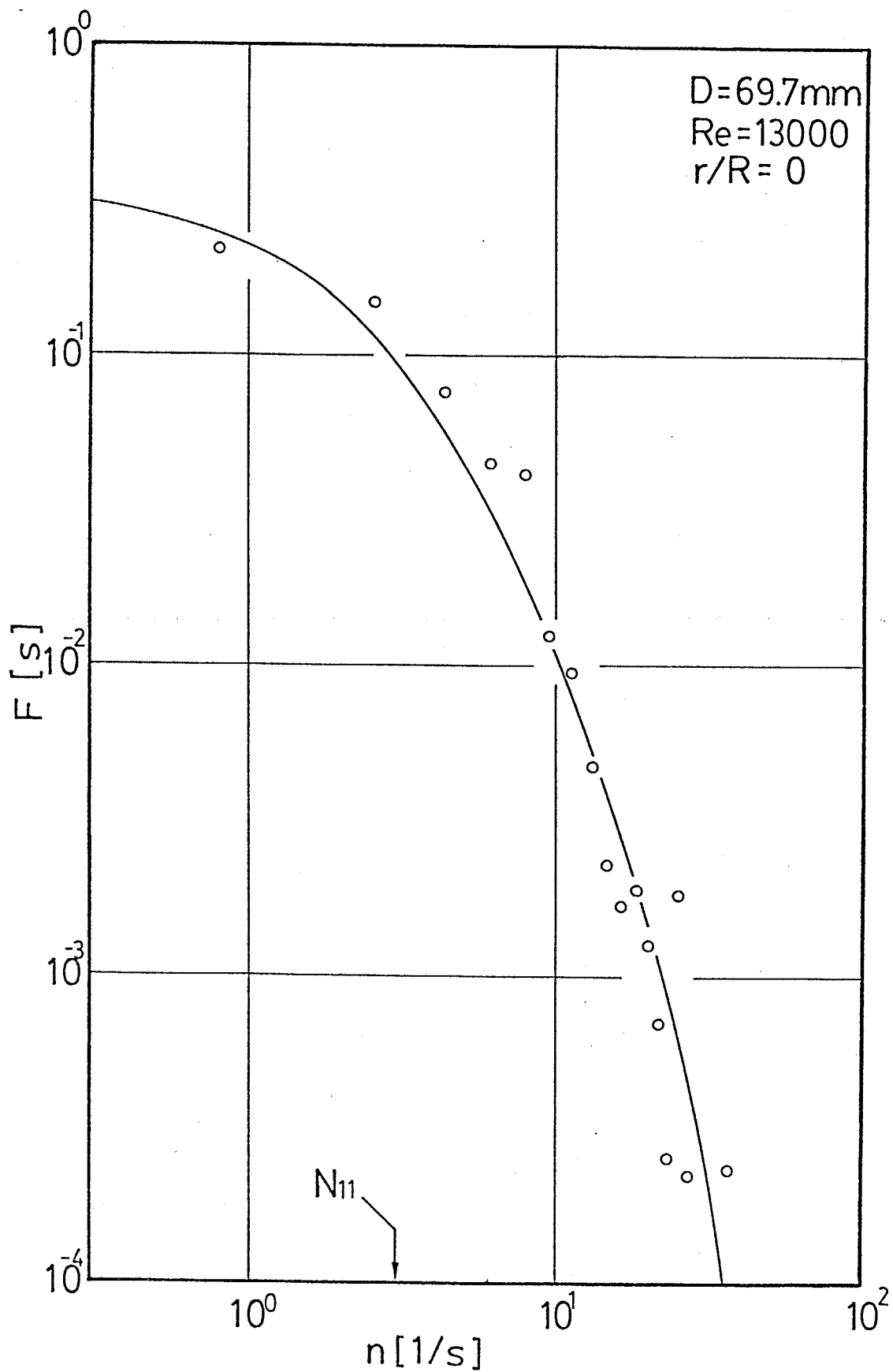


Figure 2-9(c) Distribution of energy spectrum ($D=69.7\text{mm}$)

2-3 本章の結論

以上本章では、乱流場が平均周波数をもつ複数の渦群によって構成されているという考えに基づき、新たなエネルギースペクトルの表示式を提案した。また、その式によって一般的な様々の乱流場におけるエネルギースペクトルが十分に表わされることを明らかにした。

円管内乱流場における渦群の数は内径が大きくなるにしたがって多くなることを例示したが、これは装置のスケールアップが困難となる原因の一つを示しているものと思われる。（この問題については次章において検討する。）

一方、低周波の渦群の平均周波数 N_{11} の値は数Hzのオーダーであり、この渦群が本研究で対象とする低波数（低周波）の渦に対応すると考えられることを明らかにした。（第4章以下ではこの数Hzのオーダーをもつ渦群に着目して渦構造を解析して行くことにする。）

第3章 円管内径と渦群数⁵³⁾

化学装置のスケールアップは非常に重要な基本的問題の一つである。従来のスケールアップの方法としてはマクロなReynolds数を一致させる方法、ミクロなReynolds数を一致させる方法、あるいは装置内の単位体積あたりの所要動力を一致させる方法¹⁶⁾などが提案されているが、このような従来の方法の多くは装置内の厳密な流動状態に基づいて導出されていないので、十分な方法とはいえない。例えば均一化を目指す場合、小さいモデル内の乱流拡散現象と大きい装置内のそれをどのようにすれば一致させることができるかという基礎的な問題が解決されていないことがその原因の一つである。乱流場の渦構造が乱流拡散現象に影響を及ぼす代表的な因子の一つであることを考えると、モデル内と装置内の渦構造を一致させることにより、乱流拡散現象を一致させることができる可能性がある。具体的には乱流場を構成する渦群のスケールの分布を一致させる、即ちエネルギースペクトルの分布形を等しくすることが考えられる。

本章では、前章で定義されたエネルギースペクトルの表示式に基づいた乱流拡散現象に関して検討を加え、エネルギースペクトルに基づいたスケールアップの方法を、円管を対象として取り上げて検討する。

3-1 エネルギースペクトルの表示式に基づく乱流拡散現象の諸知見

緒論で述べたように渦群は乱流拡散に大きな影響を及ぼす。ここでは前章で提案したエネルギースペクトルを表示する式に基づき、乱流拡散現象に関して考察する。

3-1-1 自己相関係数と乱流拡散

自己相関係数 $R(t)$ はエネルギースペクトルのフーリエ変換として(2-5)式から次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} R(t) &= \frac{1}{u_1^2} \int_0^{\infty} E_1(n_1) \cos(2\pi n_1 t) dn_1 \\ &= \frac{1}{u_1^2} \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^m \frac{P_i \overline{u_1^2}}{N_{1i}} \exp\left(-\frac{n_1}{N_{1i}}\right) \cos(2\pi n_1 t) dn_1 \\ &= \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{1+(2\pi N_{1i} t)^2} \end{aligned} \quad (3-1)$$

ここでLagrangeの速度変動 u_L に基づくエネルギースペクトルが(2-5)式と同様な形で表わされると仮定すると、Lagrangeの相関係数 $R_L(t)$ は(3-1)式と同様に表わすことができる。その $R_L(t)$ を用いることによって、ある点源を通過した流体粒子の主流に垂直方向の移動距離の分散は一般に次のように求められる。

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \overline{2u_L^2} \int_0^{\tau} (\tau-t) R_L(t) dt \\ &= \overline{2u_L^2} \int_0^{\tau} \sum_{i=1}^m \frac{(\tau-t) P_i}{1+(2\pi N_{1i} t)^2} dt \\ &= \overline{u_L^2} \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{\gamma_i} \left\{ -\log(\gamma_i \tau^2 + 1) + \right. \\ &\quad \left. 2\sqrt{\gamma_i \tau} \arctan(\sqrt{\gamma_i \tau}) \right\} \end{aligned} \quad (3-2)$$

ここで $\gamma_i = (2\pi)^2 N_{1i}^2$ である。

τ が十分に小さいとき、 σ^2 は

$$\sigma^2 \simeq \overline{u_L^2} \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{\gamma_i} (-\gamma_i \tau^2 + 2\gamma_i \tau^2) = \overline{u_L^2} \tau^2 \quad (3-3)$$

と表わすことができ、移動距離の分散は時間の2乗に比例する。

一方 τ が十分に大きいとき、 σ^2 は

$$\begin{aligned} \sigma^2 &\simeq \overline{u_L^2} \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{\gamma_i} (-2 \log \tau + \pi \sqrt{\gamma_i \tau}) \\ &\simeq \overline{u_L^2} \pi \tau \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{\sqrt{\gamma_i}} \end{aligned} \quad (3-4)$$

と表わすことができ、移動距離の分散は時間に比例する。

(3-3)式、(3-4)式で表わされる移動距離の分散 σ^2 と時間 τ の関係は従来から報告されている関係と一致している。

また、各渦群の平均周波数 N_{1i} を用いると(3-4)式で示される時間が十分に大きいときの移動距離の分散は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \sigma^2 &\simeq \overline{u_L^2} \pi \tau \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{2\pi N_{1i}} \\ &= \overline{u_L^2} \tau \frac{1}{2} \left(\frac{P_1}{N_{11}} + \frac{P_2}{N_{12}} + \dots + \frac{P_m}{N_{1m}} \right) \end{aligned} \quad (3-5)$$

重み因子である P_i と渦群の平均周波数 N_{1i} にはそれぞれ $P_1 > P_2 > \dots > P_m$ 、 $N_{11} < N_{12} < \dots < N_{1m}$ という大小関係があることを考慮すると、時間 τ が十分に大きい場合、緒論で述べたように、流体粒子の拡散に対しては大きい渦群による影響が大きいといえることができる。また、この結果は、大きい渦の特徴を明確にすることが乱流拡散現象を考察する上で不可欠であることを示唆している。

3-1-2 低波数（低周波）渦のスケール

乱流場の乱れのスケールの中で最も一般的なものに自己相関係数から定義されるマクロスケール、ミクロスケールがある。低周波の乱れを代表する、時間に関するマクロスケールは(3-1)式から次のように求められる。

$$T_1 = \int_0^{\infty} R(t) dt = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{N_{1i}} \quad (3-6)$$

さらに x_1 方向に一様な平均速度 $\bar{U}_1$ を用いると空間的なマクロスケールを次のように表わすことができる。

$$\Lambda_1 = T_1 \bar{U}_1 = \frac{\bar{U}_1}{4} \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{N_{1i}} \quad (3-7)$$

渦群 i の平均的な大きさは平均波数の逆数 $1/K_{1i}$ (平均周波数の逆数 $1/N_{1i}$ と対応) で表わすことができると考えると、これらは低周波領域の渦群の重みが大きく、確かに低周波の乱れのスケールを適切に表示していると考えることができる。しかし m が大きくなるに従い、低周波領域の渦の大きさがマクロスケールに占める割合が小さくなることからその意味が次第に軽くなる。また、 β の値が 0.5 であることから、 m の値が小さいときは渦群 1 の平均的な大きさがマクロスケールに大きな割合を占めることもわかる。以上から低波数 (低周波) の渦を代表するスケールとしては、渦群 1 の平均的な大きさを表わす $1/K_{11}, 1/N_{11}$ を用いるのが適当であると考えられる。

以上のように、前章で提案したエネルギースペクトルの表示式に基づいて検討して得られた乱流拡散現象、乱れのスケールの結果から、同式によって表わされるエネルギースペクトルを一致させるようにスケールアップを行なえば、小さいモデルと大きな装置における乱流拡散の機構を一致させることが十分期待できると考えられる。

ミクロスケールは次のように求められる。

(3-1)式から $t=0$ 近傍における自己相関の曲線は近似的に次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} R(t) &\simeq \sum_{i=1}^m P_i \{1 - (2\pi N_{1i} t)^2\} \\ &= 1 - (2\pi)^2 \sum_{i=1}^m P_i N_{1i}^2 t^2 \end{aligned} \quad (3-8)$$

(3-8)式から明らかなように、(3-1)式で表わされる曲線は従来の自己相関係数と同様 $t=0$ の近傍において放物線で近似することができる。時間的、空間的なミクロスケールはその定義にしたがい (3-8)式からそれぞれ次のように求められる。

$$\tau_1 = \frac{1}{2\pi \left(\sum_{i=1}^m P_i N_{1i}^2 \right)^{1/2}} \quad (3-9)$$

$$\lambda_1 = \tau_1 \bar{U}_1 = \frac{\bar{U}_1}{2\pi \left(\sum_{i=1}^m P_i N_{1i}^2 \right)^{1/2}} \quad (3-10)$$

これらはマクロスケールとは逆に高周波の平均的な大きさに重みをかけたような形になっており、小さい乱れのスケールを表わしている。

3-2 円管の内径と渦群数の関係

Laufer²⁷⁾, Lawn²⁸⁾により空気を試験流体とした円管内乱流場について求められたエネルギースペクトルと、水を試験流体とした円管内乱流場について求められたエネルギースペクトルを Fig.3-1に改めてまとめて示した。図中に実線で表わされた曲線は(2-11)式で表わされるエネルギースペクトルであり、 m は渦群の数を表わしている。水を試験流体としたもののうち、内径23.5mm, 39.5mm, 69.7mmのデータは Figs.2-9(a)~(c) に示したものであり、内径30.5mm, 50.0mm, 78.0mmのデータはそれらと同様の方法により求められたものである。内径がほぼ同じ円管のエネルギースペクトルはReynolds数、半径位置によらず一つの曲線で表わされている。この図から円管内乱流場を構成している渦群の数 m は管内径により異なり、内径が大きくなるにしたがって大きくなる傾向があることがわかる。(2-8) 式において、

$$\frac{K_{1i}}{K_{1i-1}} = 3 \quad (i>1) \quad (3-11)$$

$$\frac{P_i}{P_{i-1}} = \frac{1}{2} \quad (i>1) \quad (3-12)$$

とすることが複数の渦群からなる円管内乱流場においても可能であることから、前章で述べたように乱流場を非線形振動系と考えると基本調波の2倍のエネルギーをもつ $1/3$ の周波数の渦群に対応する分数調波が次々に生じる場であると考えることができる。円管の場合、乱流場の大きさは内径で代表される。そこで、内径を3倍以上にスケールアップした場合には、新たな大きいスケールの渦群が必ず生じると予想される。新たな渦群が生じるかどうかは最も大きい渦群の平均的な大きさと管内径との関係により、内径と最も大きい渦群との関係によってはスケールアップ比が3倍以下でも新たな渦群が生じることも有り得る。最も小さい渦群の平均波数 K_m は、(2-11)式、(3-11)式、(3-12)式およびFig.3-1に表わされる実験結果から推定することができる。水、空気のそれぞれの場合に対するその

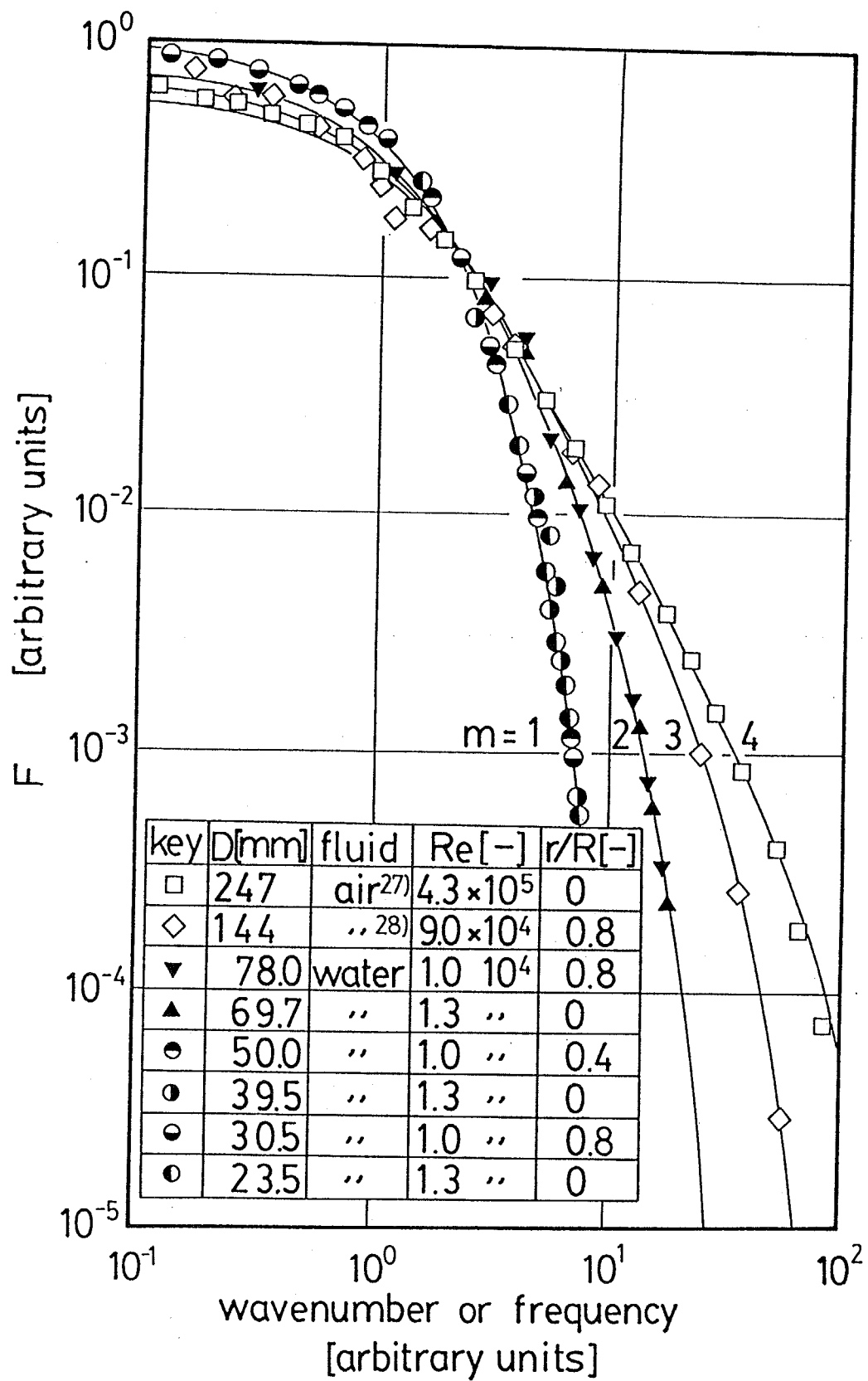


Figure 3-1 Distributions of energy spectrum for pipe flow

最小渦群の平均波数は次のようであった。

$$\text{水} : K_{mw} = 1.40 \text{ cm}^{-1} \quad (3-13)$$

$$\text{空気} : K_{ma} = 5.70 \text{ cm}^{-1} \quad (3-14)$$

これらはいずれもエネルギーの散逸が主として起こる波数領域と比較して小さい値となっている。ここで、 K_{mw} の K_{ma} に対する比を求めると、次のように空気の動粘度の水の動粘度に対する比の平方根にほぼ等しくなっている。

$$K_{mw}/K_{ma} = 4.1 \quad (3-15)$$

$$(\nu_a/\nu_w)^{1/2} = 3.9 \quad (3-16)$$

この結果は、 $K_m \nu^{1/2}$ で代表される最小渦におけるエネルギー減衰の緩和時間は、水、空気に依らず一定の値であることを示している。逆にいえば、流体の動粘度がわかれば上記緩和時間の値からその流体の最小の渦の平均波数が決定できるわけである³⁴⁾。

ここで管内径 D と最も大きい渦群の代表的な大きさ $\kappa 3^m/K_m$ の間には次のような関係があると考えてみる。

$$\kappa \frac{3^{m-1}}{K_m} < D \leq \kappa \frac{3^m}{K_m} \quad (3-17)$$

ここで κ は比例定数である。

(3-13)式、(3-14)式の K_m の値を用いると水、空気それぞれの実験結果から κ の値の範囲を決定することができる。水、空気どちらの結果から得られる範囲も大略一致して $2.89 \leq \kappa \leq 3.60$ の範囲にあった。このことからこの定数は流体によらず一定値を取り、最小の渦群の大きさと新たな分数調波の渦が生じない限界の管内径との比は、水の場合も空気の場合も等しいと推察される。またこの κ の平均値として $\kappa_a = 3.08$ が求められる。この平均値を用いることによりTable 3-1に示したような渦群の数 m と管内径 D との間の関係が求められる。Fig.3-2には K_1, K_m と管内径の関係を示した。

この表を用いることにより新たな大きい渦群が現われない限界のスケールアップ比をほぼ予測することができる。また、(2-11)式、(3-11)式、(3-12)式およびTable 3-1を用いることにより任意の内

m	Water	Air
1	$0 < D \leq 66$	$0 < D \leq 16.2$
2	$66 < D \leq 198$	$16.2 < D \leq 48.6$
3	$198 < D \leq 594$	$48.6 < D \leq 146$
4	$594 < D \leq 1780$	$146 < D \leq 438$
5	$1780 < D \leq 5350$	$438 < D \leq 1310$
6	$5350 < D \leq 16040$	$1310 < D \leq 3940$

Table 3-1 Relationship between eddy-group number and pipe inner diameter

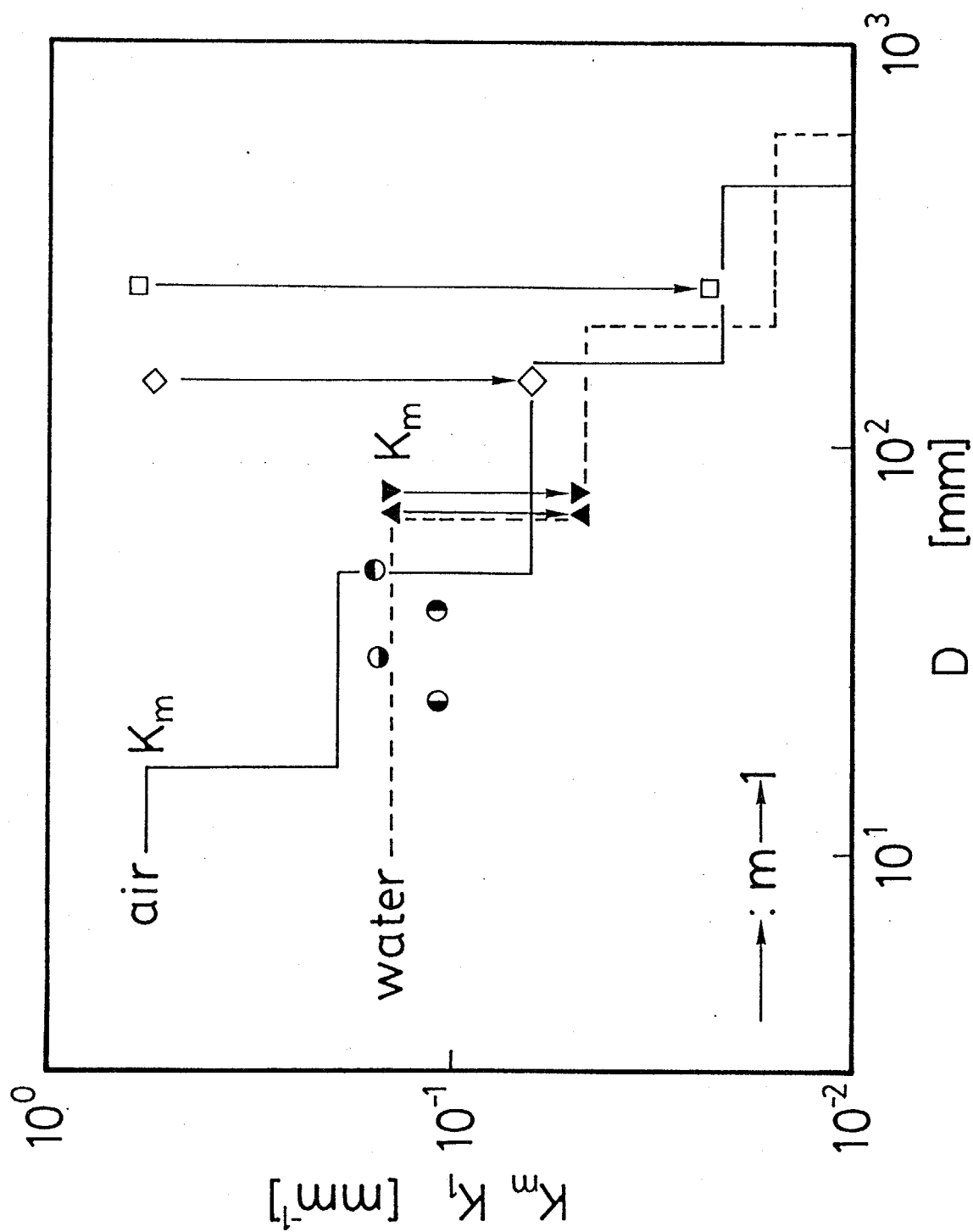


Figure 3-2 Relationship between K_m or K_l and pipe inner diameter

($\rightarrow$ denotes the change in the average wavenumber of the largest eddy-group for each experiment)

径の円管におけるエネルギースペクトルも容易に予測することができる。

3-3 エネルギースペクトルに基づいたスケールアップの手順

以上のエネルギースペクトルに対する知見に基づいたスケールアップの方法を以下に示す。

1. スケールアップした円管の管断面平均速度をモデルの管と等しくする。
2. モデル円管のエネルギースペクトルを実験により求め、 m の値を(2-11)式、(3-11)式、(3-12)式、Fig.3-1あるいはTable 3-1から決定する。
3. スケールアップした円管の m の値をTable 3-1の管内径と m の値の関係から求める。
4. 両方の m の値が一致した場合はスケールアップは完了する。スケールアップした管の m の値がモデルの管の値より大きい場合はスケールアップ比を m の値が一致するまで小さくする。スケールアップ比を小さくすることができない場合は管の使用目的に対して最重要となる渦群のもつ乱流エネルギーだけでも等しくなるようにスケールアップした円管の管断面平均速度を調節する必要がある。

3-3 本章の結論

前章で提案したエネルギースペクトルを表わす式に基づいて、乱流拡散現象を検討し、分散、スケール等について導かれる知見を明らかにした。また、同式により表わされるエネルギースペクトルを一致させれば、渦構造すなわち、乱流拡散の機構の等しい乱流場を得ることができる、という考えに基づきスケールアップの方法を円管を対象として示した。この方法により、次章以下で述べる大きい渦に基づく乱流拡散もスケールアップ前後で等しくできることが期

待できる。なお、この方法と同様の考えに基づくことにより、円管以外の装置のスケールアップも可能であると考えられる。

第4章 乱流パターンに基づく渦群のスケール⁵⁴⁾

第2章で述べたように、乱流場を構成する最も低周波の渦群は乱流拡散に大きな影響を及ぼすと考えられる。本章および次章では内径69.7mmの円管内の半径方向16点において同時測定した軸方向速度の等高線図を乱流パターンとしてとらえ、その乱流パターン中に現われる低周波の渦群に含まれる渦のスケールについて検討する。

4-1 軸方向速度半径方向分布の経時変化

本研究では内径69.7mmの円管内の半径方向16点の軸方向速度を同時測定しているが、壁面では速度 $U_z=0$ となることから、結局半径方向17点での速度に基づく速度分布の経時変化が得られることになる。Fig.4-1は $Re=17200$ の条件に対して求められた速度分布の経時変化を、半径位置(r/R)-時間(t)-軸方向速度(U_z)の三次元座標上に表わしたものである。この図では測定を行なった半径位置間隔より大きいスケールをもつ速度の変動を明らかにするために、測定されたデータ間を直線で結んで示してある。隣接した2点以上の測定半径位置にわたって乱れが同時に生じている領域がいくつか観察される。Fig.4-2はFig.4-1の4.0s~5.0sの部分を抜き出したものであるが、影(■)をつけた部分で表わされる領域が低周波領域の渦群に相当すると考えられる。

4-2 等速度線図

上述の低周波領域の渦群をより明らかに表わすために、等速度線図を無次元半径位置-時間座標上に描いた。Figs.4-3(a)~(h)はその例である。これらの図は周波数 200Hzでサンプリングして得られたデジタルデータから20個おきに抜き出して得られた連続する65個の速度分布のデータを用い、日立グラフィック汎用プログラムGPSL中の等高線サブルーチンにより作成したものである。結局サンプリング周波数を10Hzとしたデータに基づいていることになるが、第2章で述べたように対象としている低周波領域の渦群の平均周波数が数Hzのオーダーであることを考慮してこのように設定した。等高線は 1.0cm/s毎に引かれており、図中の数字はそれぞれの等高線が示す速度の値である。これらの図の中に等高線が半径方向に長くのびている領域が観察されるが、このような領域内では流体粒子が同時に挙動していると考えられ、1-2において示した低周波領域の渦群に対応していると考えられる。またこれらの図から渦の空間スケールがReynolds数の増加とともに小さくなっていることが

わかる。

以下ではこれらの図を乱流パターンとしてとらえ、従来の方法に準じた統計的方法およびパターンから直読する方法により低周波領域の渦の構造、特にそのスケールについて検討する。

Re=17200

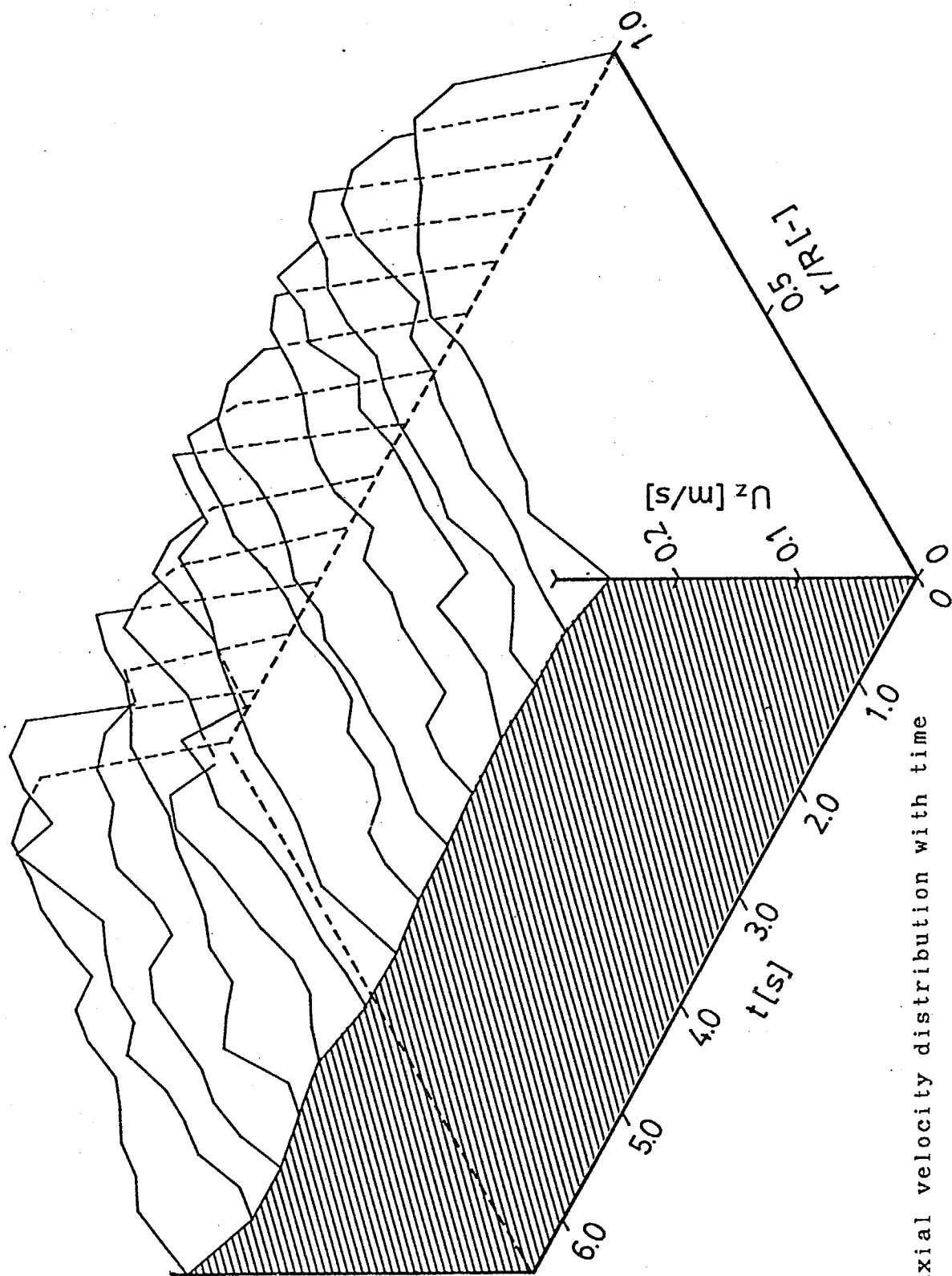


Figure 4-1 Change in axial velocity distribution with time

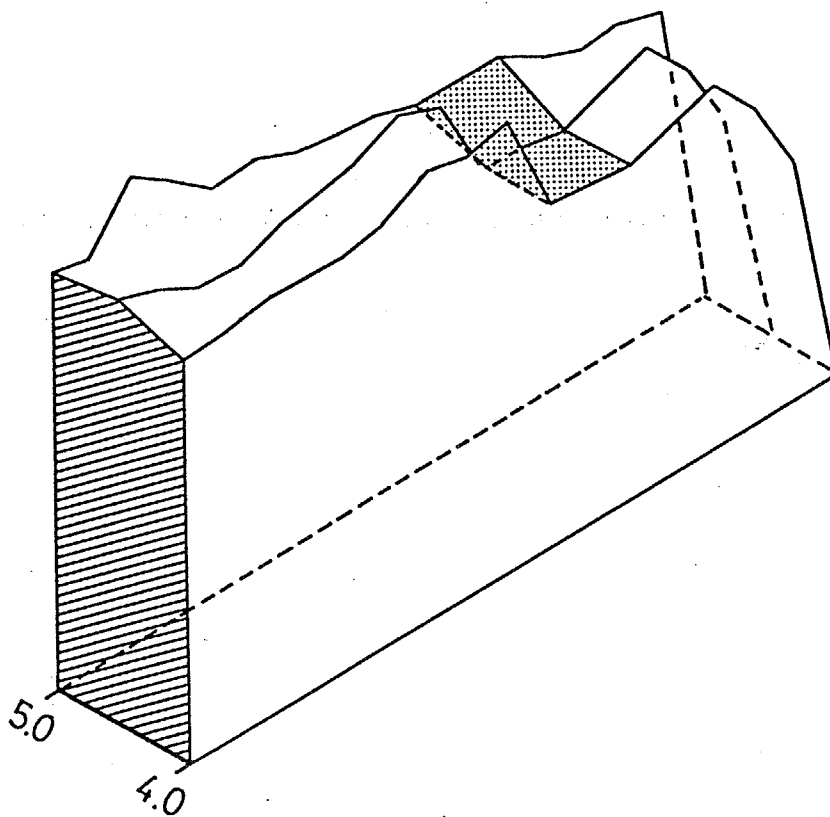


Figure 4-2 Change in axial velocity distribution with time
(a part of Fig.4-1)

Re=21000

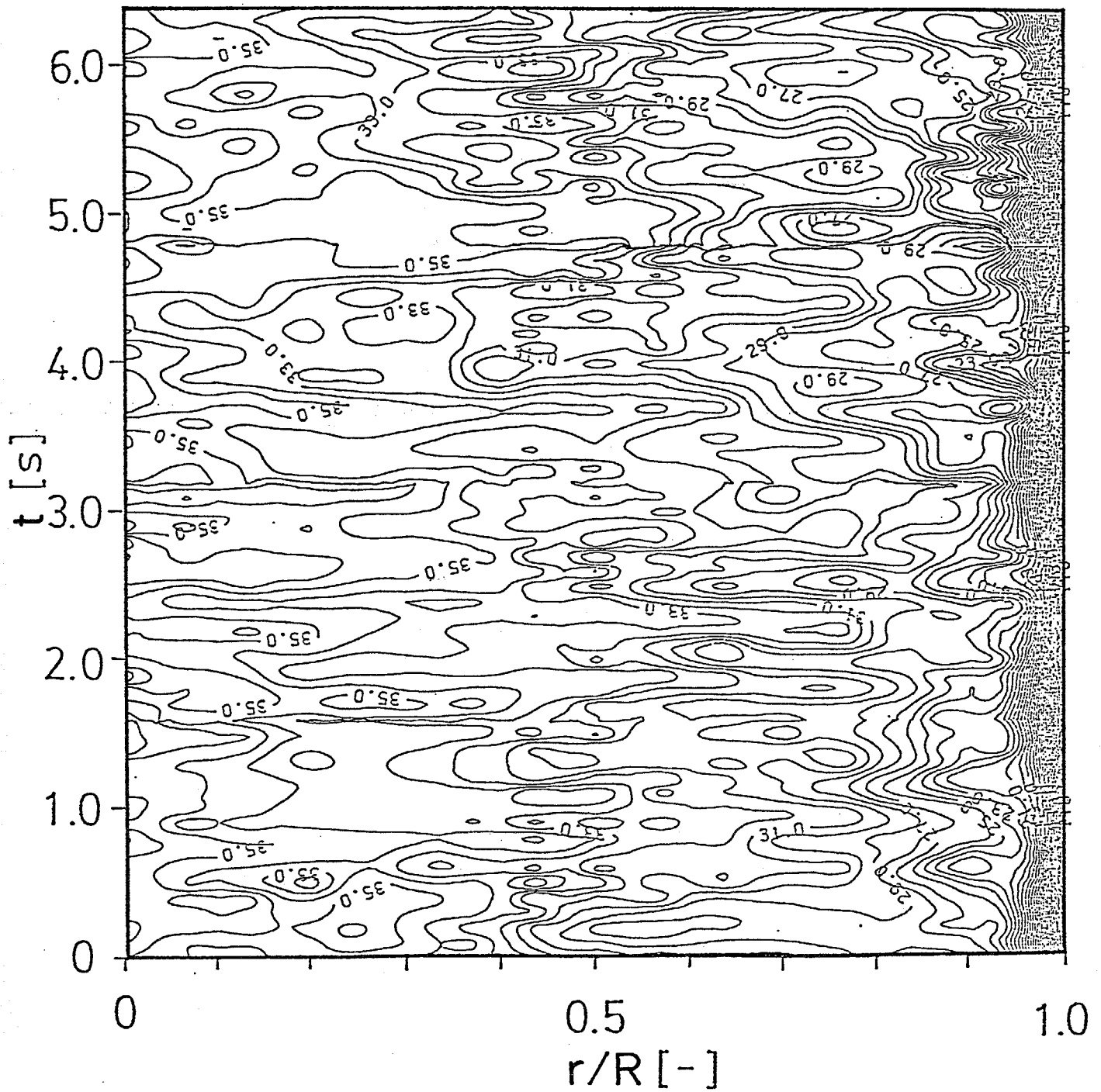


Figure 4-3(a) Contour line map of velocity ($Re=21000$)

Re=17200

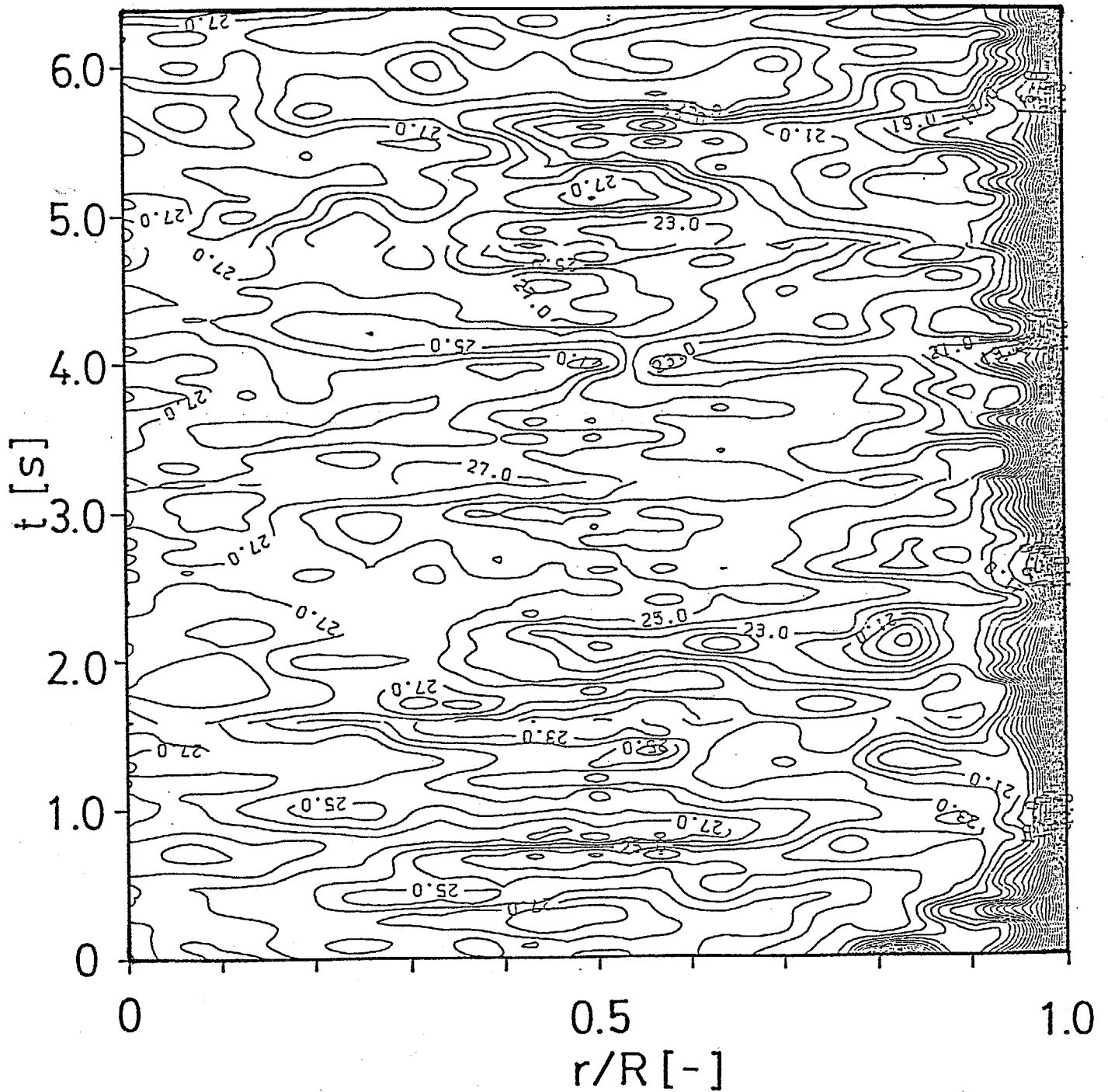


Figure 4-3(b) Contour line map of velocity (Re=17200)

Re=15400

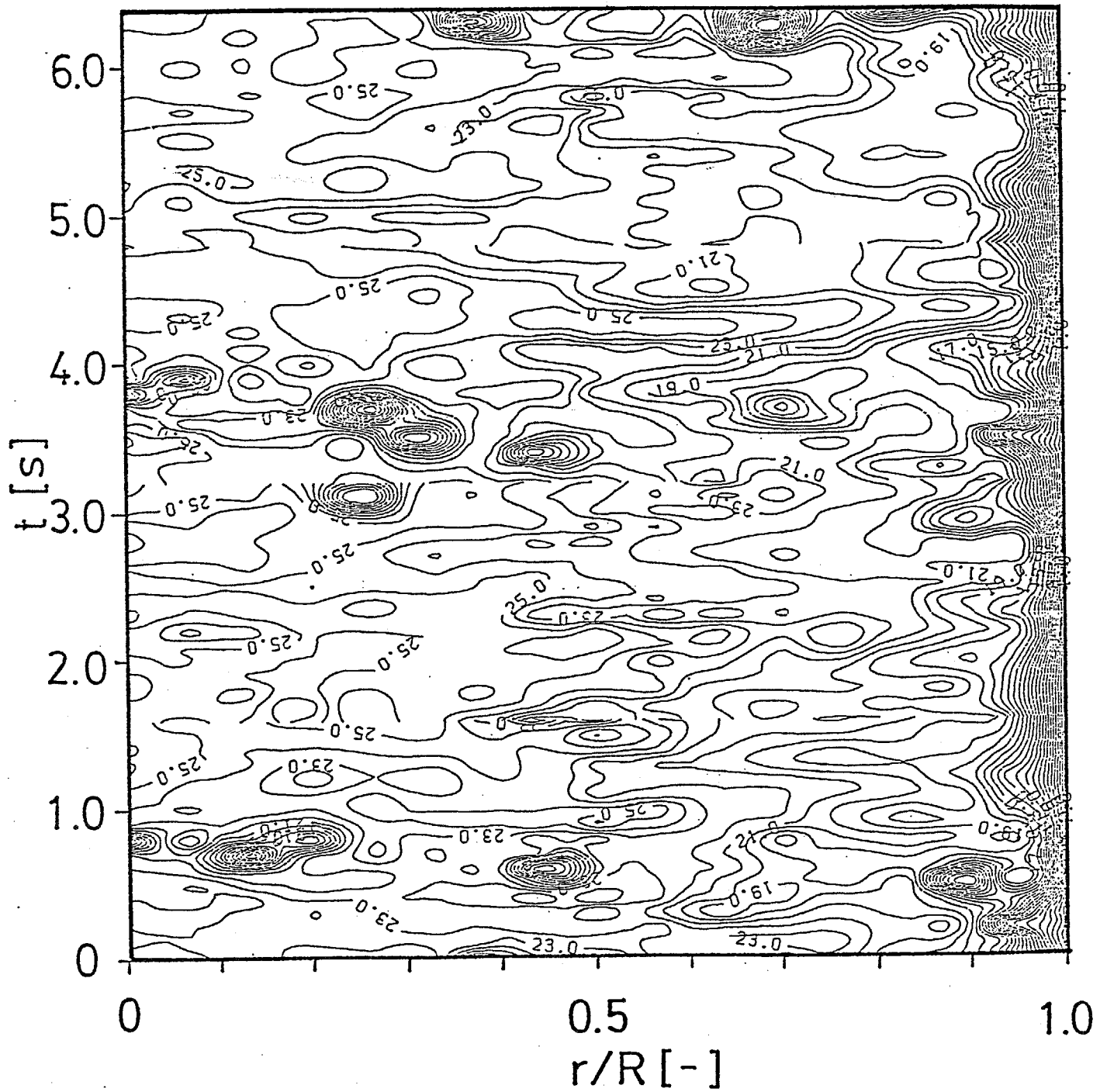


Figure 4-3(c) Contour line map of velocity ($Re=15400$)

Re=13200

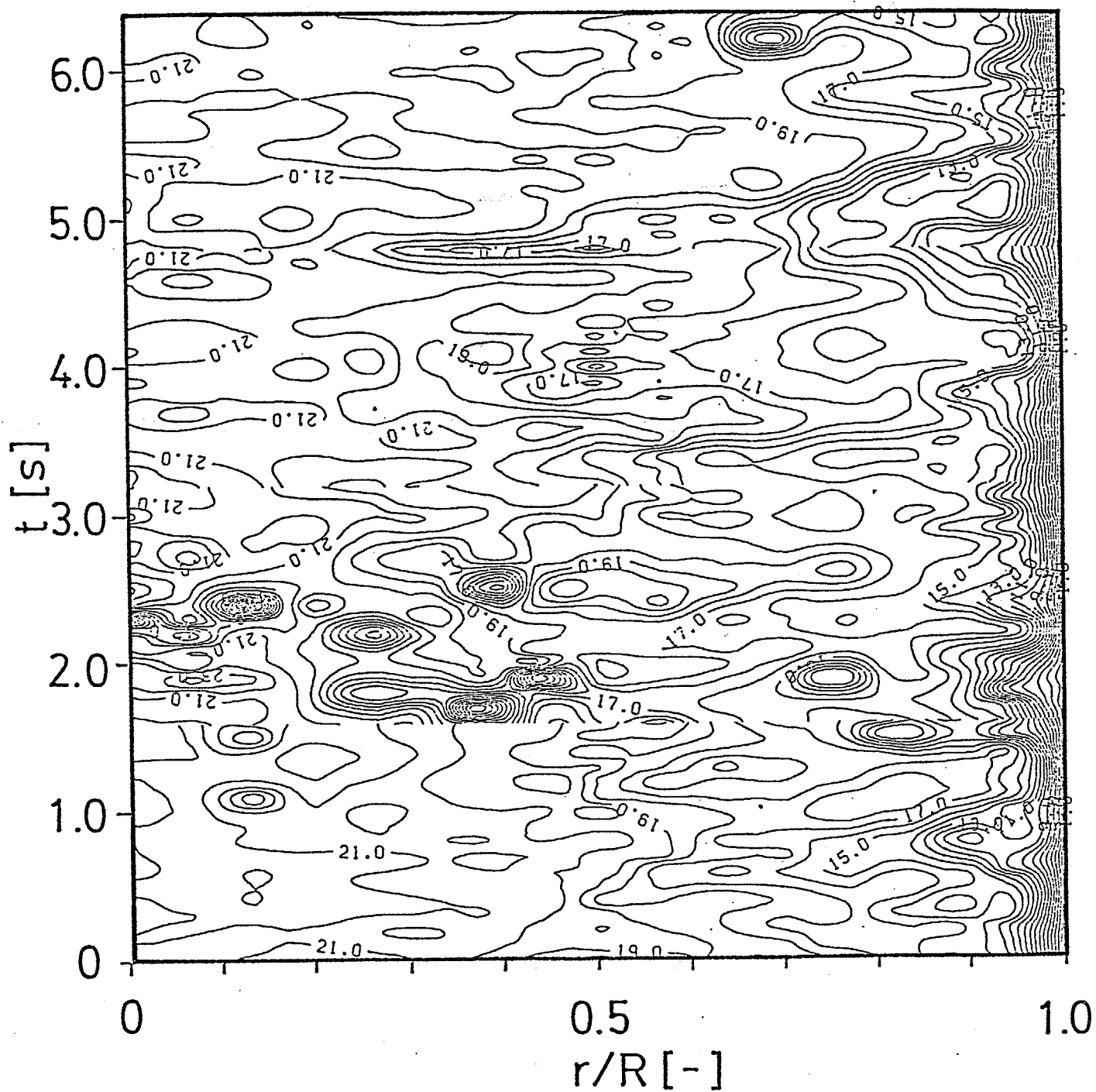


Figure 4-3(d) Contour line map of velocity ($Re=13200$)

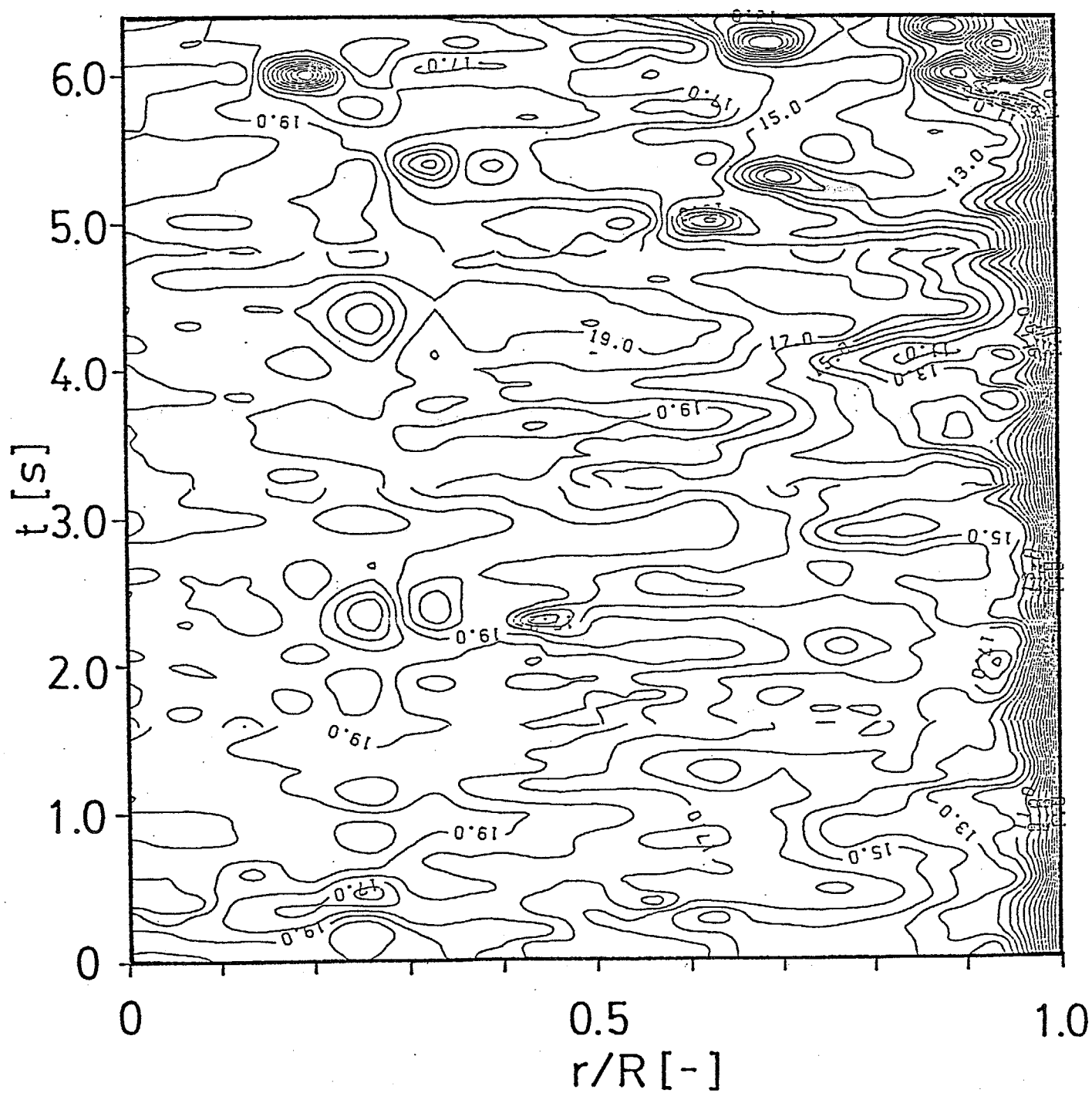
$Re = 12200$ 

Figure 4-3(e) Contour line map of velocity ($Re=12200$)

Re=9000

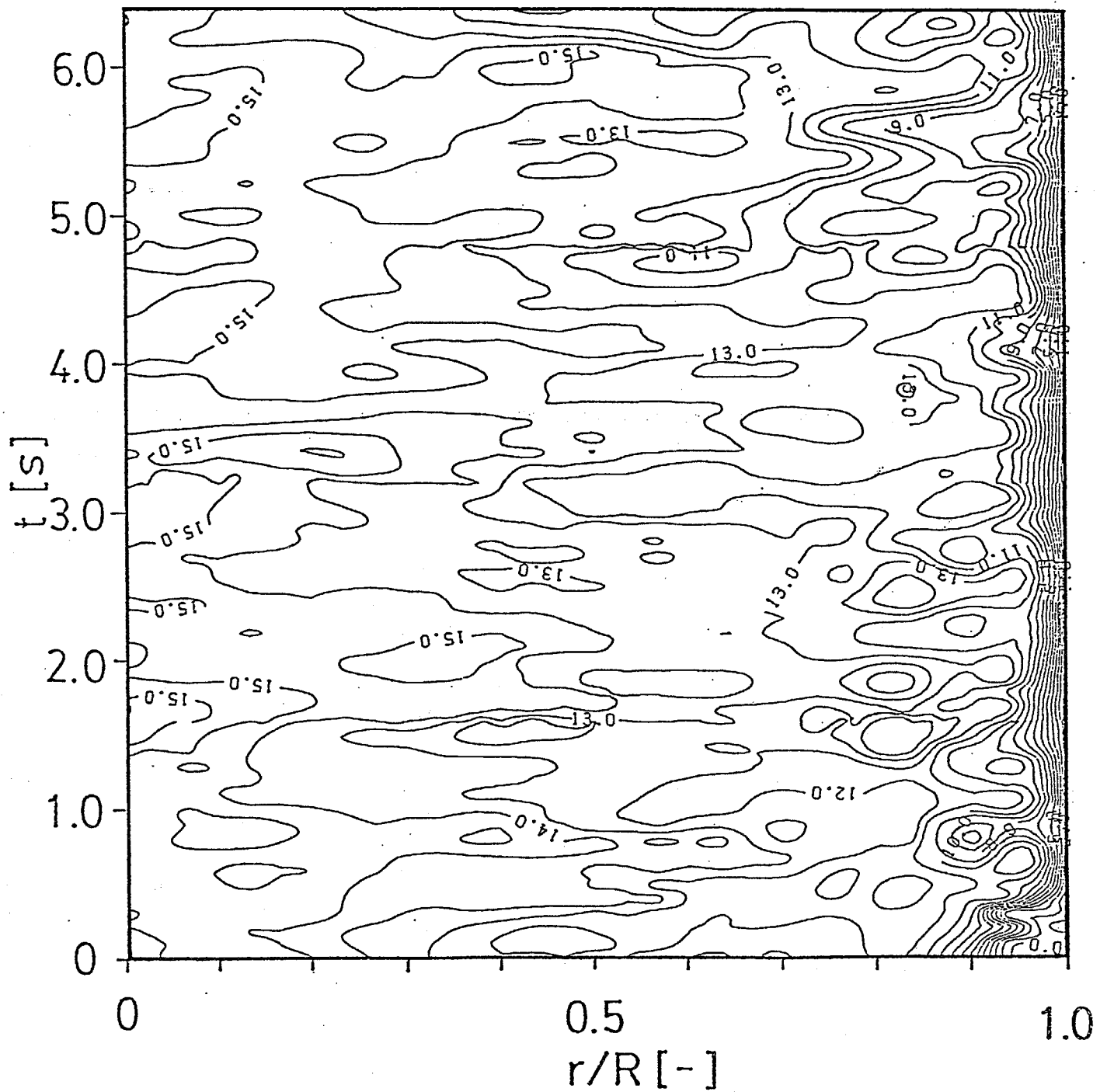


Figure 4-3(f) Contour line map of velocity (Re=9000)

Re=8000

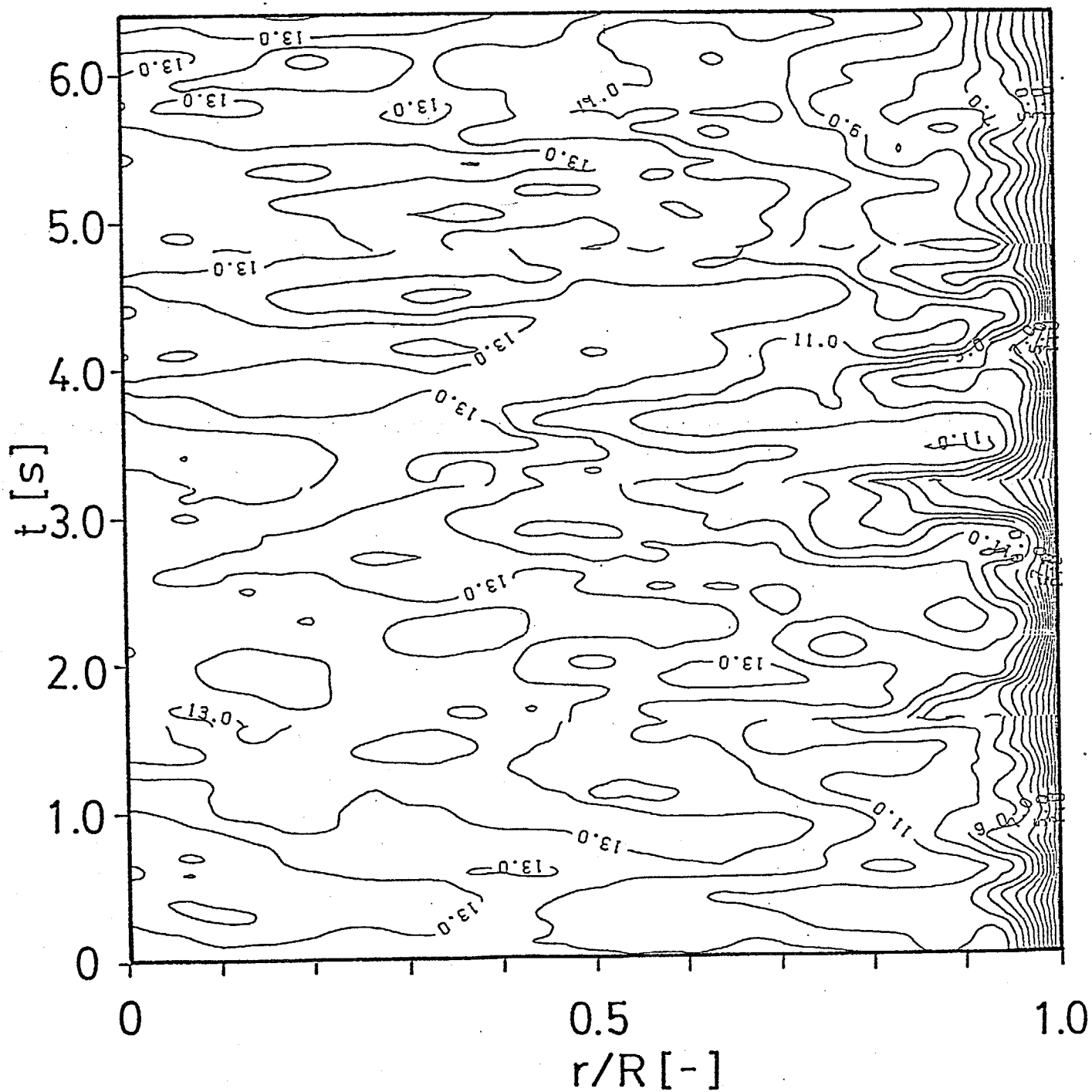


Figure 4-3(g) Contour line map of velocity ($Re=8000$)

Re = 5900

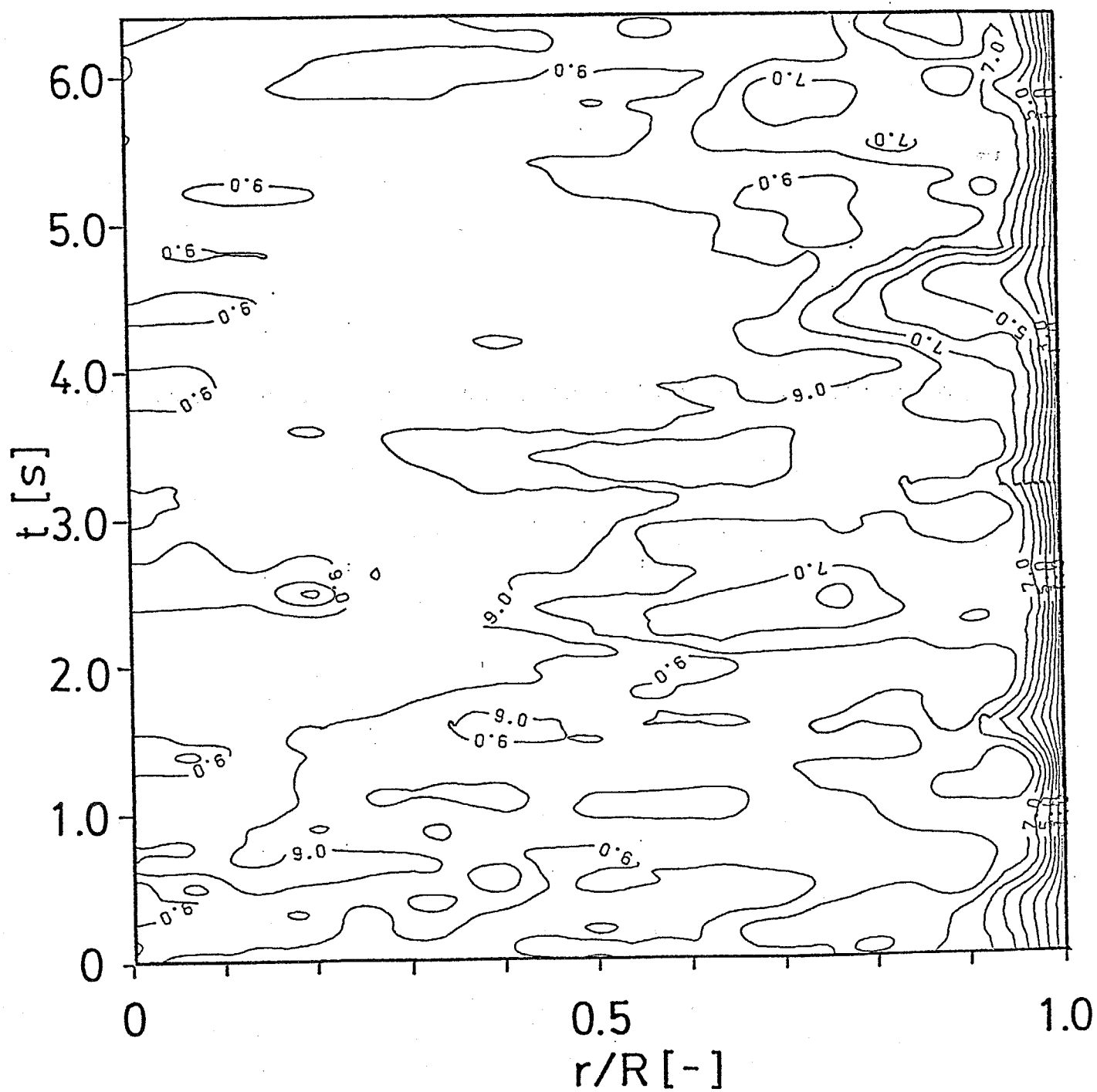


Figure 4-3(h) Contour line map of velocity (Re=5900)

4-3 乱流パターン

4-3-1 統計的方法に基づく渦のスケール

Figs.4-3(a)~(h)に示されるような低周波の渦群の中から特徴的部分を抜き出すのは非常に困難であるが、ここではこれらの図中の各位置間における速度の相関係数を定義し、それによって渦群がどのような領域に広がっているかをとらえることを試みる。

横軸に無次元半径位置を、縦軸に時間をとった座標上の等速度線図では、測定された軸方向速度のデータはFig.4-4のように配列されている。図中の点はデータの存在する位置を表わす。半径位置-i、時刻-jにおける軸方向速度を $u_z(i, j)$ と表わすと、 $u_z(i, j)$ の変動部分 $u_z(i, j)$ は次のように表わすことができる。

$$u_z(i, j) = u_z(i, j) - \bar{u}_z(i) \quad (4-1)$$

ここで $\bar{u}_z(i)$ は半径位置-iにおける局所平均速度である。等速度線図を定量的に解析するために、Fig.4-4の配列データを次のような一次元データ列に再配列する。

$$\begin{aligned} &u_z(1, j-n), u_z(2, j-n), \dots, u_z(i, j-n), \dots \\ &, u_z(16, j-n), u_z(1, j-(n-1)), \dots, u_z(i, j-(n-1)), \dots \\ &, u_z(1, j-1), \dots, u_z(16, j-1), u_z(1, j), u_z(2, j), \dots \\ &, u_z(16, j), u_z(1, j+1), \dots, u_z(16, j+1), u_z(1, j+2), \dots \end{aligned} \quad (4-2)$$

ここでnは任意の整数である。

このデータ列を用いることによって等速度線図を単なる幾何学模様とみなして統計的に解析することができる。

このデータ列では16個おきに同一の半径位置のデータが並んでおり、隣接する二つのデータの間に1/16の距離がある。そこで、データ列内の着目するデータ $u_z(i, j)$ と任意のデータ $u_z(l, j+n)$ の間の距離を次のように表わすことにする。

$$d = (l-i)/16+n \quad (4-3)$$

したがって $u_z(i, j)$ を $u_z(0)$ と表わすと、 $u_z(l, j+n)$ は $u_z(d)$ と表わすことができる。この $u_z(0)$ と $u_z(d)$ の相関係数を次のようにdの関数

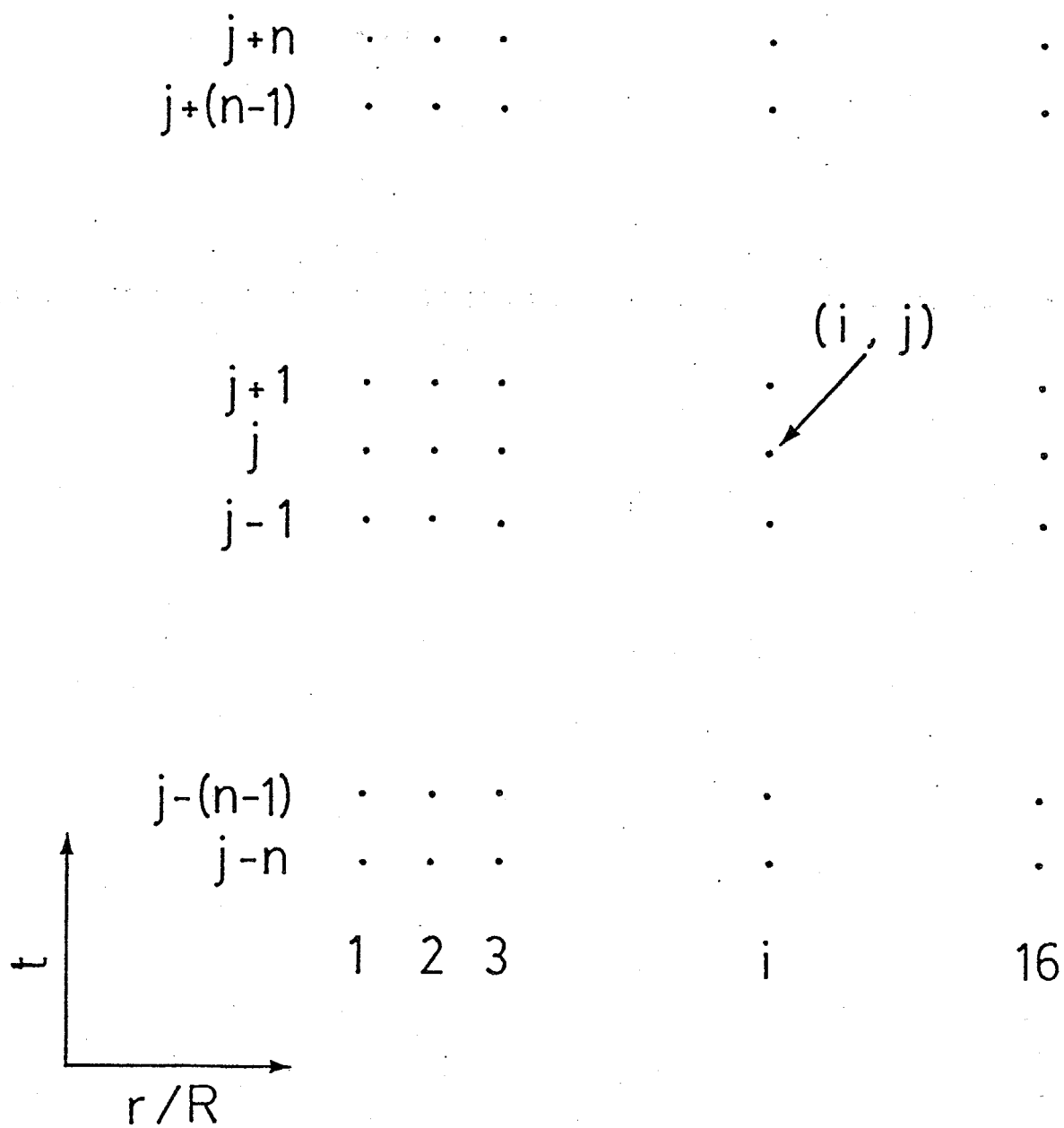


Figure 4-4 Arrangement of data in the contour line map

として定義する。

$$C_p = \frac{u_z(0)u_z(d)}{u_{zi}^{'2}} \quad (4-4)$$

ここで u_{zi}' は半径位置 i における乱流強度である。(4-4)式は従来の2重速度相関と形は同様であるが、この相関係数が単に遅れ時間や2点間の距離ではなく、(4-2)式で表わされるデータ列の中の距離の関数となっている点が大きく異なっている。この相関係数により、等高線図内の相関の強い渦に対応するパターンがどの方向に広がっているかを検討することができる。

この相関係数を 1848個のデータ列の集合平均として求め、 d の関数として表わした例を Figs.4-5(a)~(d)に示す。図中の r/R の値は相関係数を求める際に着目したデータの無次元半径位置を表わしている。相関係数の曲線には周期的にピークをもつものがあり、その高さは d の値の増加とともに小さくなっている。図では破線によりピーク値を結んである。同ピークが現われる周期がほぼ正確に 1.0であることから、着目した半径位置付近に相関の強いパターンが存在していると考えられ、そのパターンが低周波領域の渦群に対応しているものと思われる。また、大きい値をもつピークが多いほど渦群は減衰しにくい、即ち時間的に大きいスケールをもっていることを表わしている。管中心に着目した相関曲線は壁付近に着目した場合のようにピークが周期的に明確に現われていないが、これは管中心では局所平均速度が大きいために渦群が短時間で減衰することを示している。また、Figs.4-5(b)を見ると、 d の絶対値が大きい $d < -3$, $3 < d$ の領域では d の値の正、負によってピークの形が異なる傾向がある。このことは渦群が広がっている方向が円管の軸方向、半径方向に対して等方的ではないことを示唆している。これは渦の形状に依るものであり、次章で詳しく検討することにする。

このような相関曲線から低周波領域の渦群のスケールを求めるために次のような処理を行なった。

Fig.4-6 のように相関係数が表わされる場合、 $C_p=0.1$ をしきい値

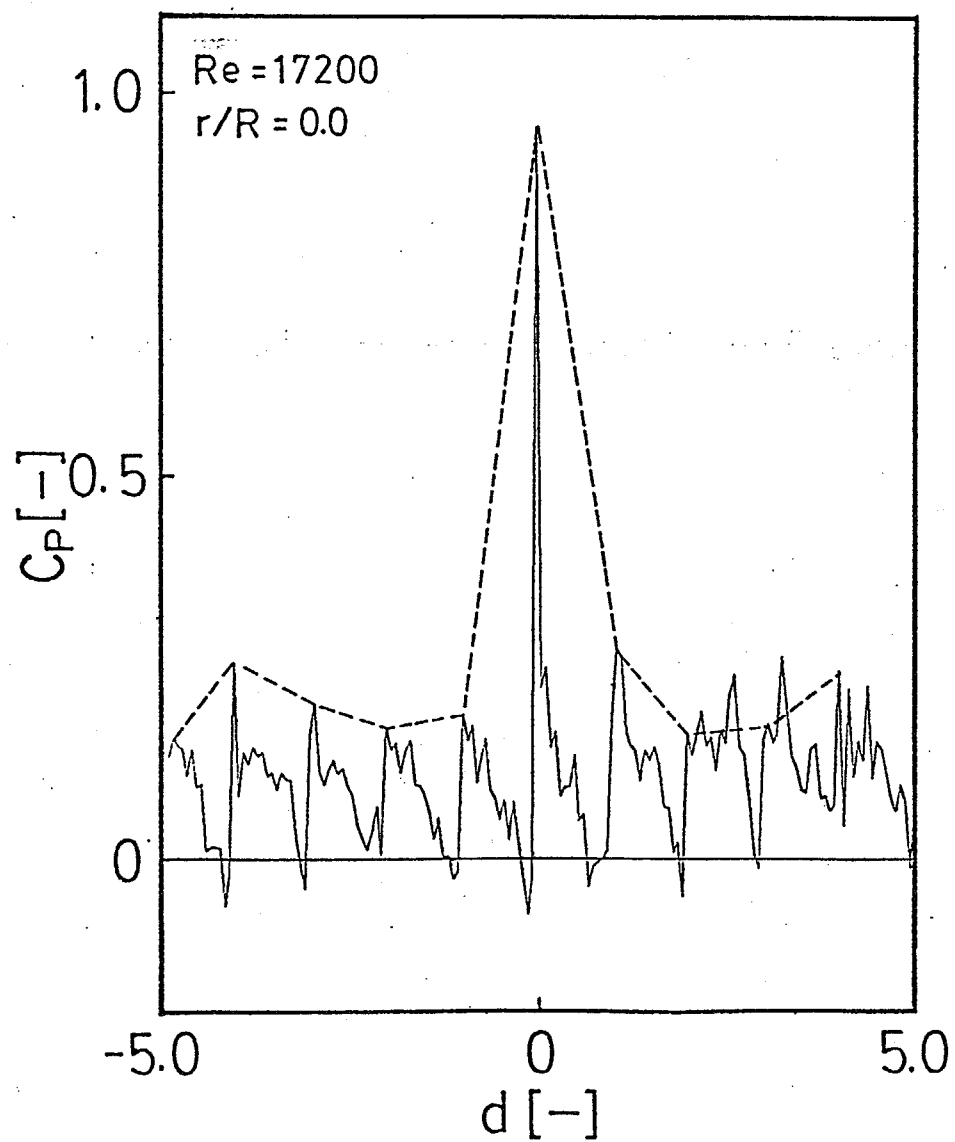


Figure 4-5(a) Correlation curve ($Re=17200$, $r/R=0.0$)

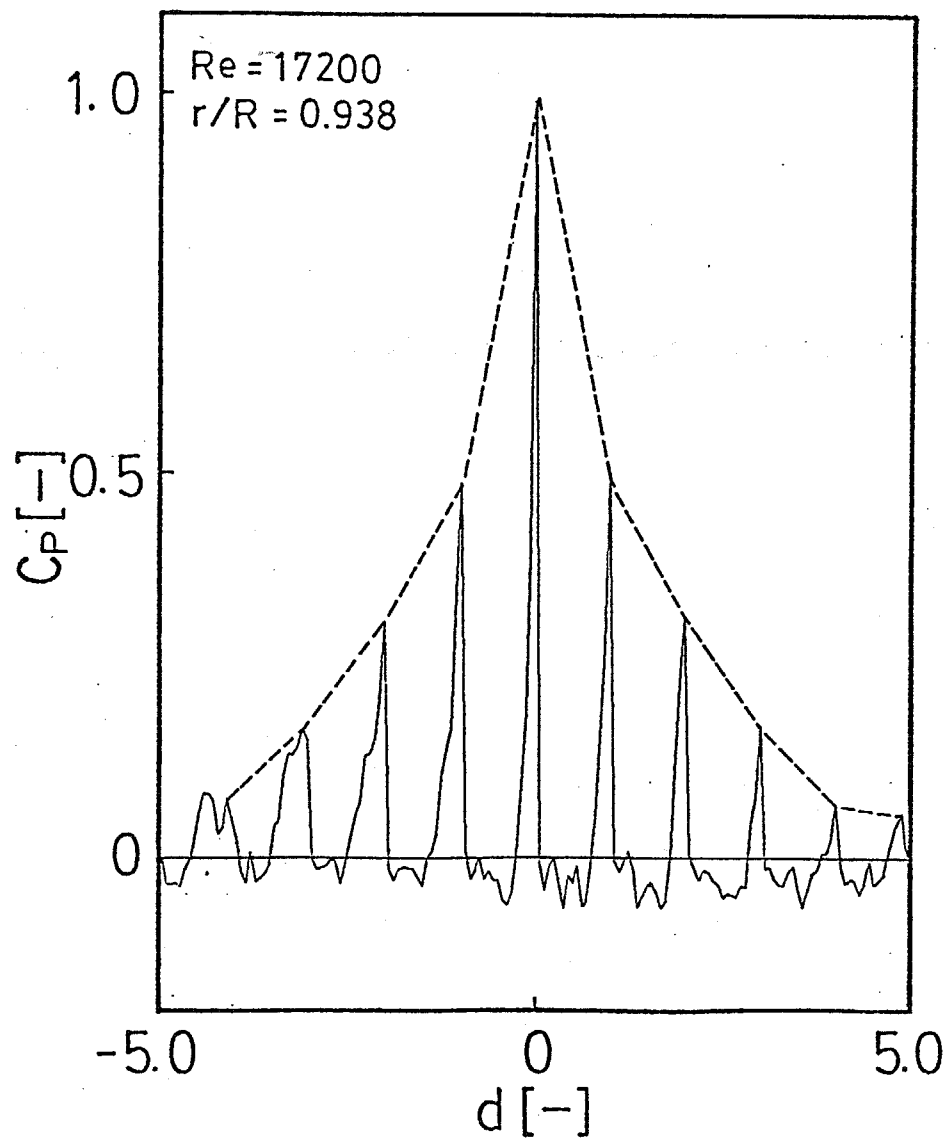


Figure 4-5(b) Correlation curve ($Re=17200$, $r/R=0.938$)

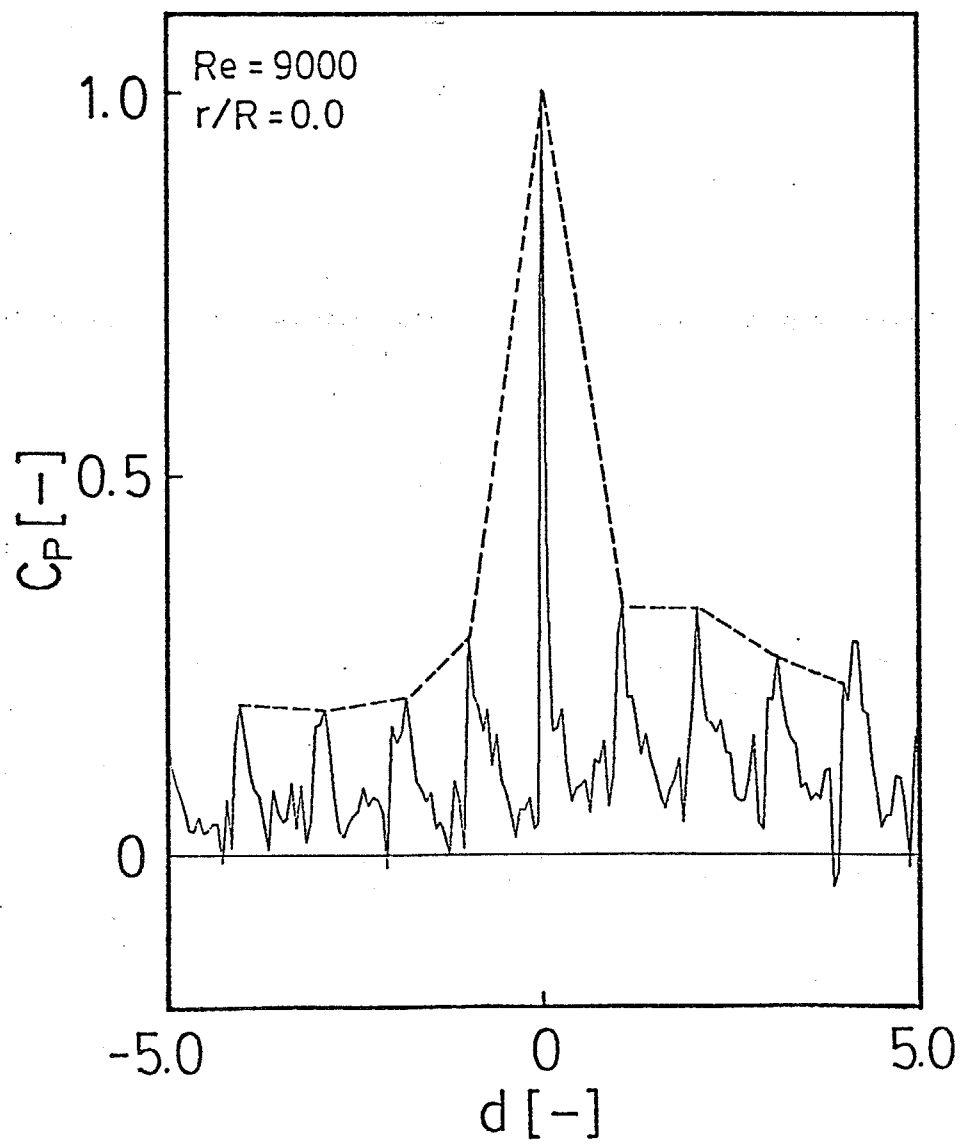


Figure 4-5(c) Correlation curve (Re=9000, r/R=0.0)

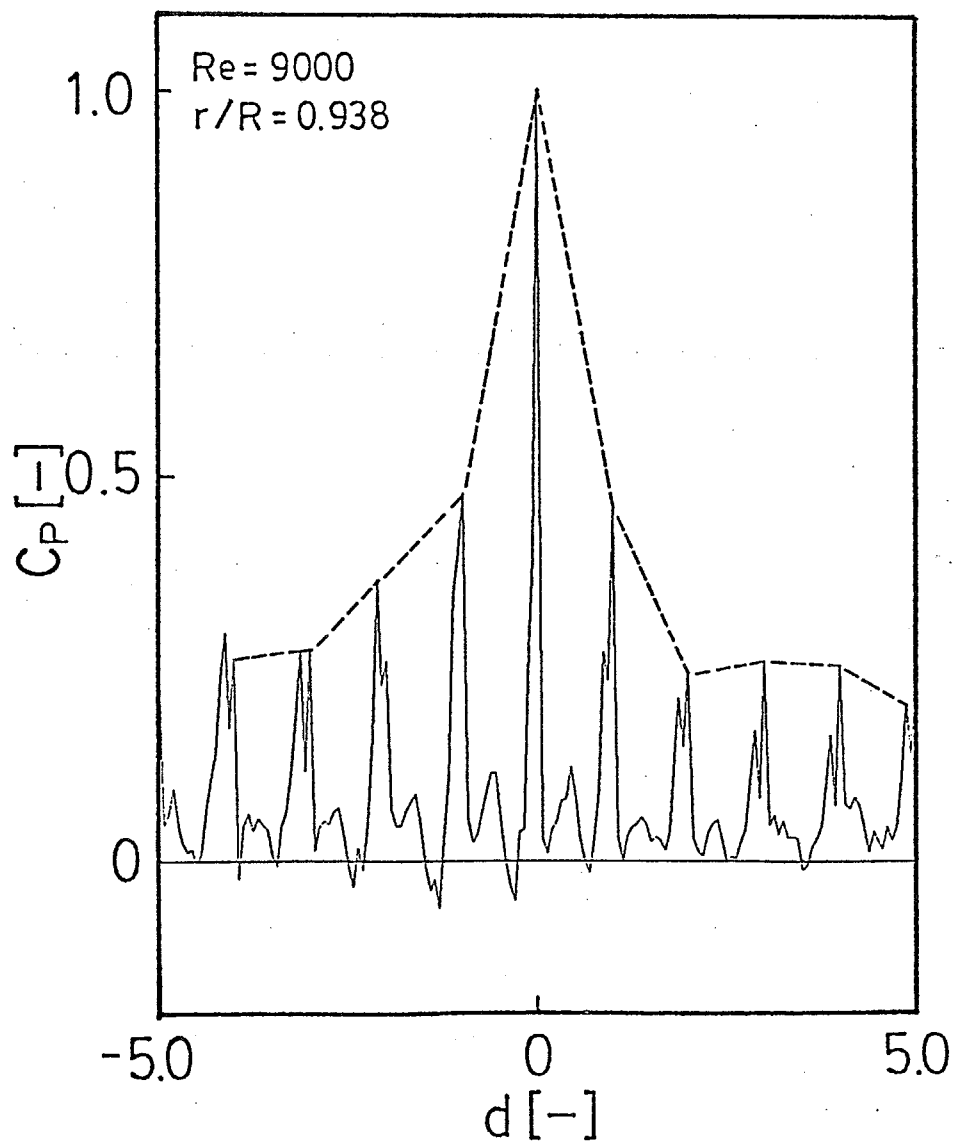


Figure 4-5(d) Correlation curve ($Re=9000$, $r/R=0.938$)

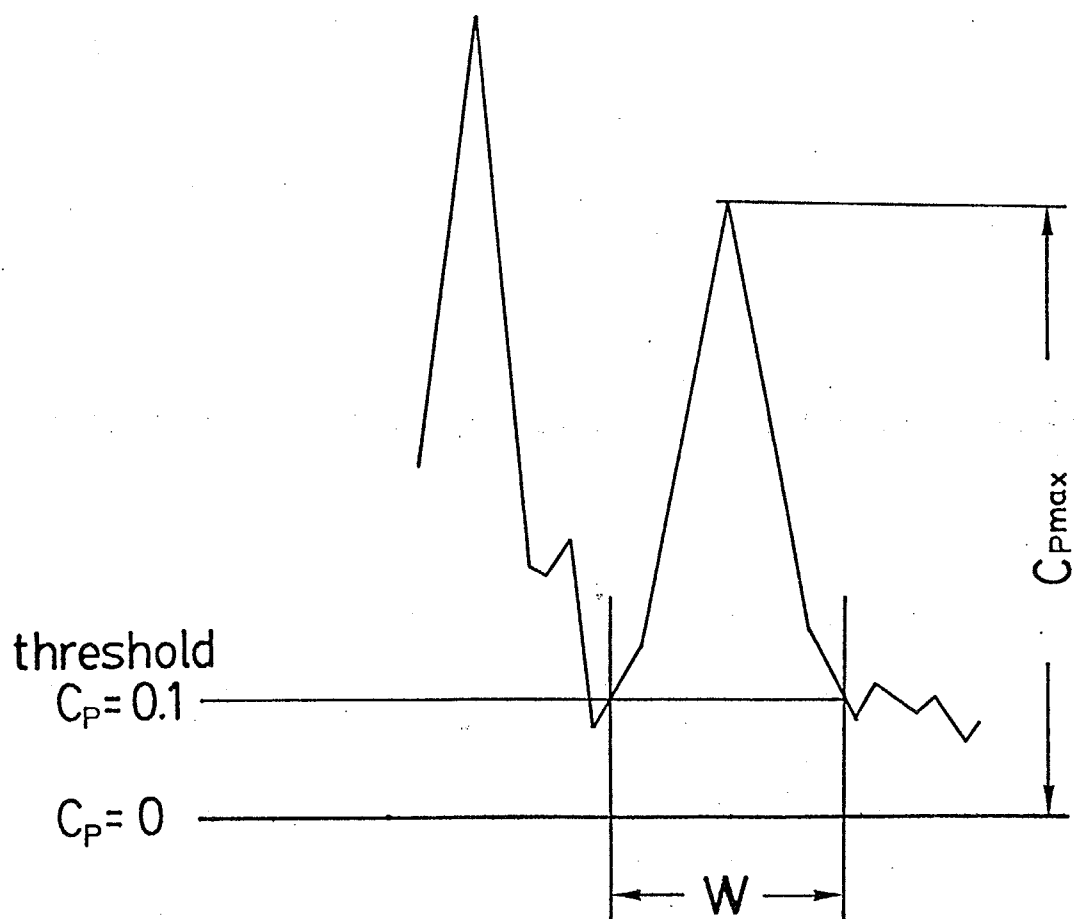


Figure 4-6 Definition of width and height of peak

として図のようにピークの幅 $\bar{W}$ と高さ $C_{p\max}$ を渦群のスケールに関する指標として定義し、曲線の全てのピークに対してそれぞれの値を求め、幅については平均値 $\bar{W}$ を、高さについては総和 $\sum C_{p\max}$ をそれぞれ求めた。ピークの幅の平均値 $\bar{W}$ は低周波領域の渦群の半径方向の空間スケールに対応し、ピークの高さの総和 $\sum C_{p\max}$ は渦群の減衰のしにくさ、即ち渦群の時間的な大きさに対応すると考えられる。

1) 半径方向の空間的スケール

流動状態をReynolds数によって分類するのは非常に困難ではあるが、ここでは試みに $Re=10000$ をしきい値として低Reynolds数、高Reynolds数の二つのグループに分けてみる。Fig.4-7はそれぞれのグループごとに平均して求められた $\bar{W}$ の値の半径方向の分布を表わしたものである。いずれのグループについて求められた分布も同じ形をしており、 $\bar{W}$ は $r/R=0.5$ 付近で最大値をとり、 $r/R=1$ に近づくにつれて0に近くなる。これは壁面付近では壁の存在のために大きいスケールの渦群が生じにくいためであると考えられる。また、この $\bar{W}$ の分布形はHinze¹⁵⁾により報告された乱流拡散係数の分布形とほぼ相似となっている。混合距離は流体粒子が一定の速度を維持して移動する距離であることを考えると、このスケールは乱流拡散係数と密接な関係にある混合距離に対応する長さと考えられる。このことから低周波領域の渦群が乱流拡散に影響を及ぼしていることが推測される。

2) 渦群の時間的大きさ

$\bar{W}$ の場合と同様に $Re=10000$ をしきい値として低Reynolds数、高Reynolds数の2つのグループに分類してそれぞれについて $\sum C_{p\max}$ の平均値の半径方向分布を求めた。Fig.4-8にその結果を示す。いずれの半径位置においても低Reynolds数の方が大きい値をとっており、低Reynolds数の方が渦群が減衰しにくいことを表わしている。

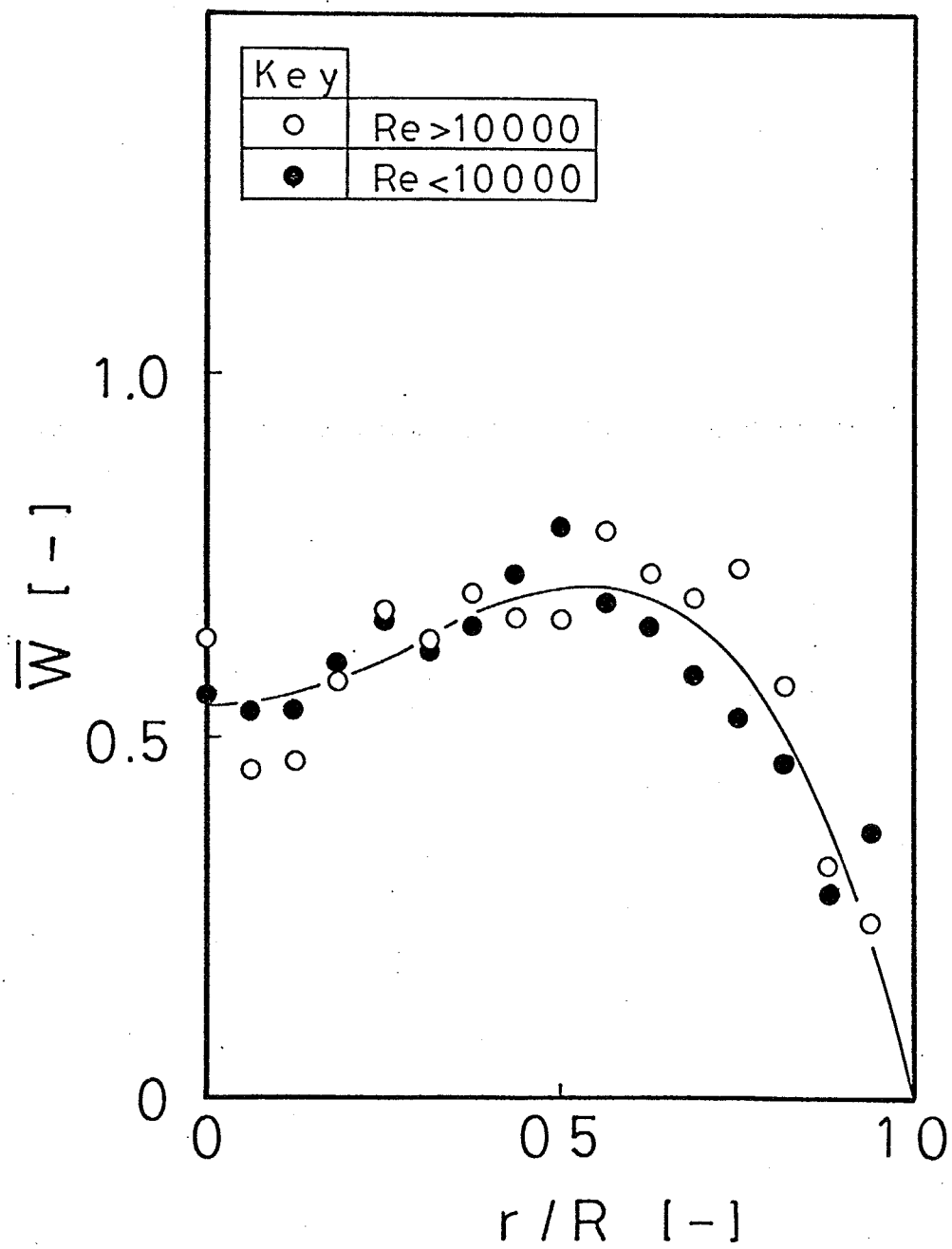


Figure 4-7 Radial distribution of $\bar{W}$

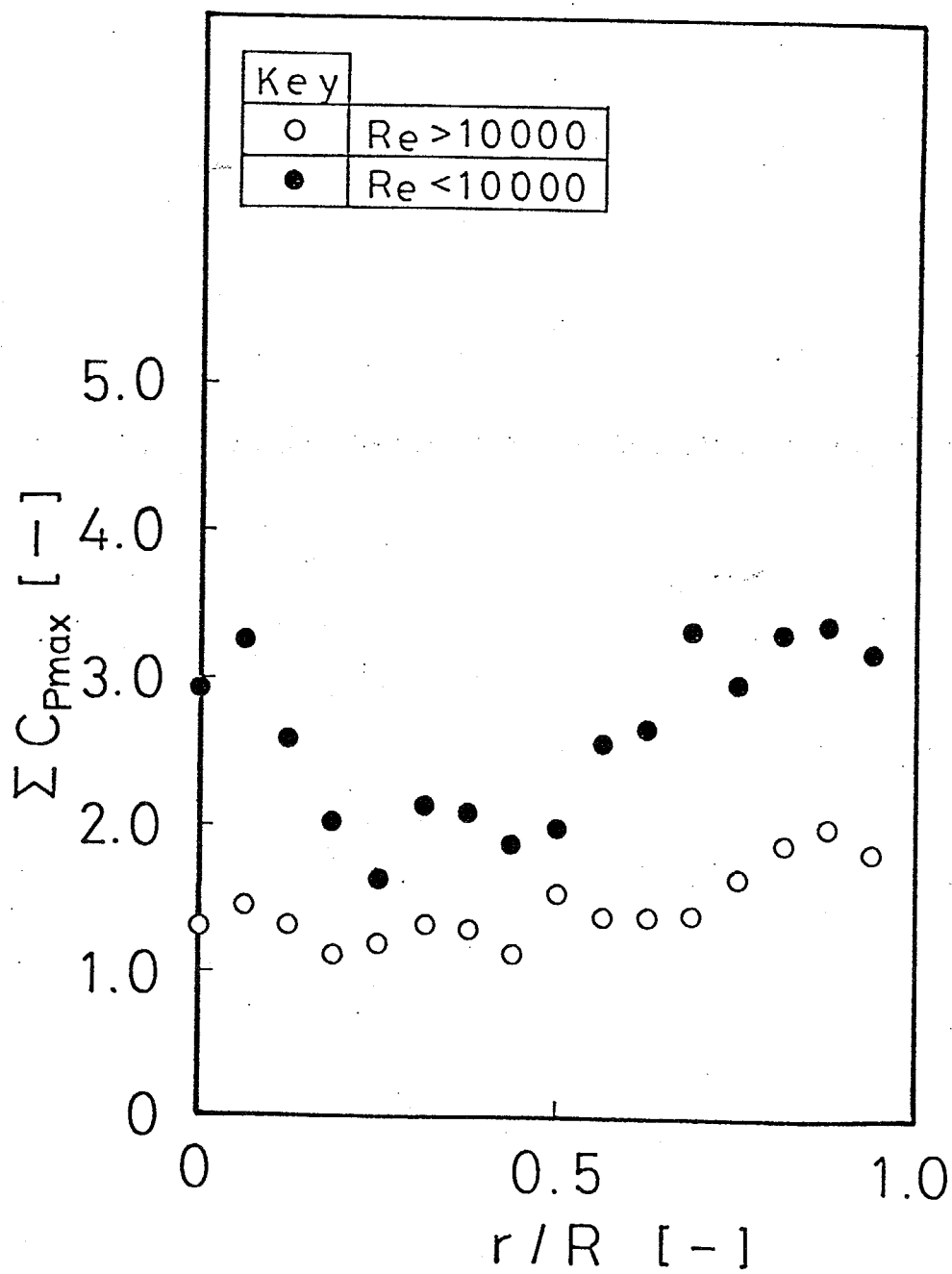


Figure 4-8 Radial distribution of ΣC_{pmax}

以上のように等速度線図から統計的な手法により渦群の空間的なスケールを求めることができたが、等速度線図を見ると、ここで用いた手法では見いだすことができなかった、より小さい乱れが存在している。そこで次に乱流パターンから直接求められる低周波領域の渦群に関する情報について検討する。

4-3-2 目視に基づく渦のスケール

Figs.4-9(a)~(h)は無次元半径位置-時間座標上に描かれた各半径位置の乱流強度 u_z' で無次元化された速度変動 u_z/u_z' の等高線図、即ち等速度変動線図である。等高線は無次元速度変動の値で0.25毎に引いてある。低周波領域の渦群に対応する領域はこれらの図から次のような手順で目視により決定した。

1. 2つ以上の測定半径位置にまたがる閉じた等高線を見つける。
2. 最も外側の閉じた等高線を領域の境界線とする。

Fig.4-9(a)の影をつけた部分はそのような領域の代表例である。上述のような領域を等速度変動線図からすべて抜き出しそれらの半径方向の大きさを管内径で無次元化した値 L を求めた。ここで領域の大きさが等高線の間隔に大きく左右されるため、等高線の間隔が重要となる。もし等高線をより密に引けばさらに等高線が閉じる領域が図中に現われる可能性がある。しかしそのような新たに現われた領域内の速度変動の値は周囲の領域と比べて、乱流強度で無次元化された値で0.1ないし0.2程度の差しかないと予測される。したがって、そのような領域内の速度変動は非常に小さく、大きい運動量移動を伴う渦群とは考えられない。そこで等高線は0.25毎に引くことで十分であると判断した。このようにして得られた L の半径方向分布の例をFigs.4-10(a),(b)に示す。 L は低周波領域の渦群の半径方向のスケールに対応すると考えられるから前節の $\bar{W}$ と比較するために図中に $\bar{W}$ の半径方向分布を実線で表わした。各半径位置におけ

Re=21000

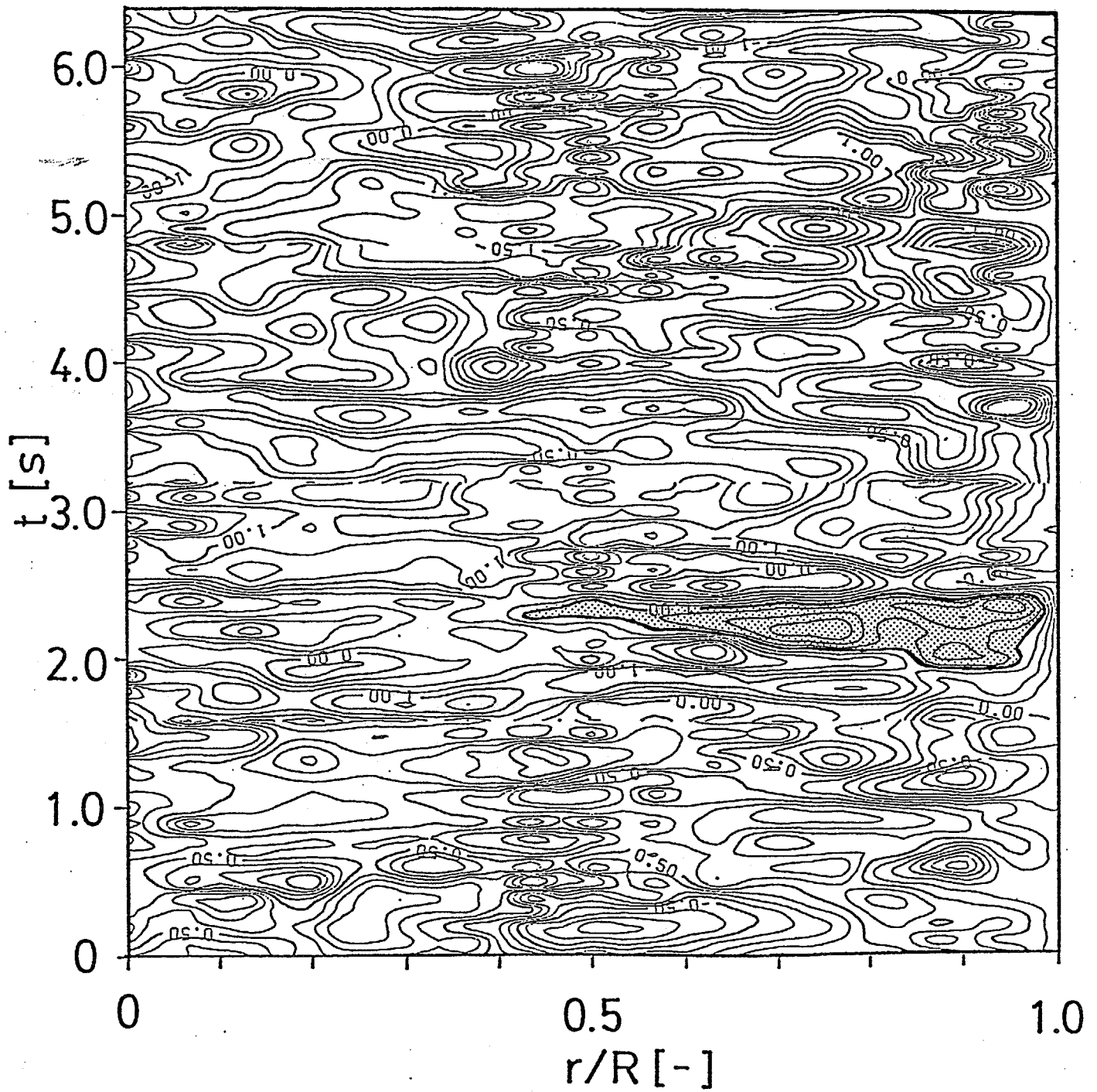


Figure 4-9(a) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=21000)

Re=17200

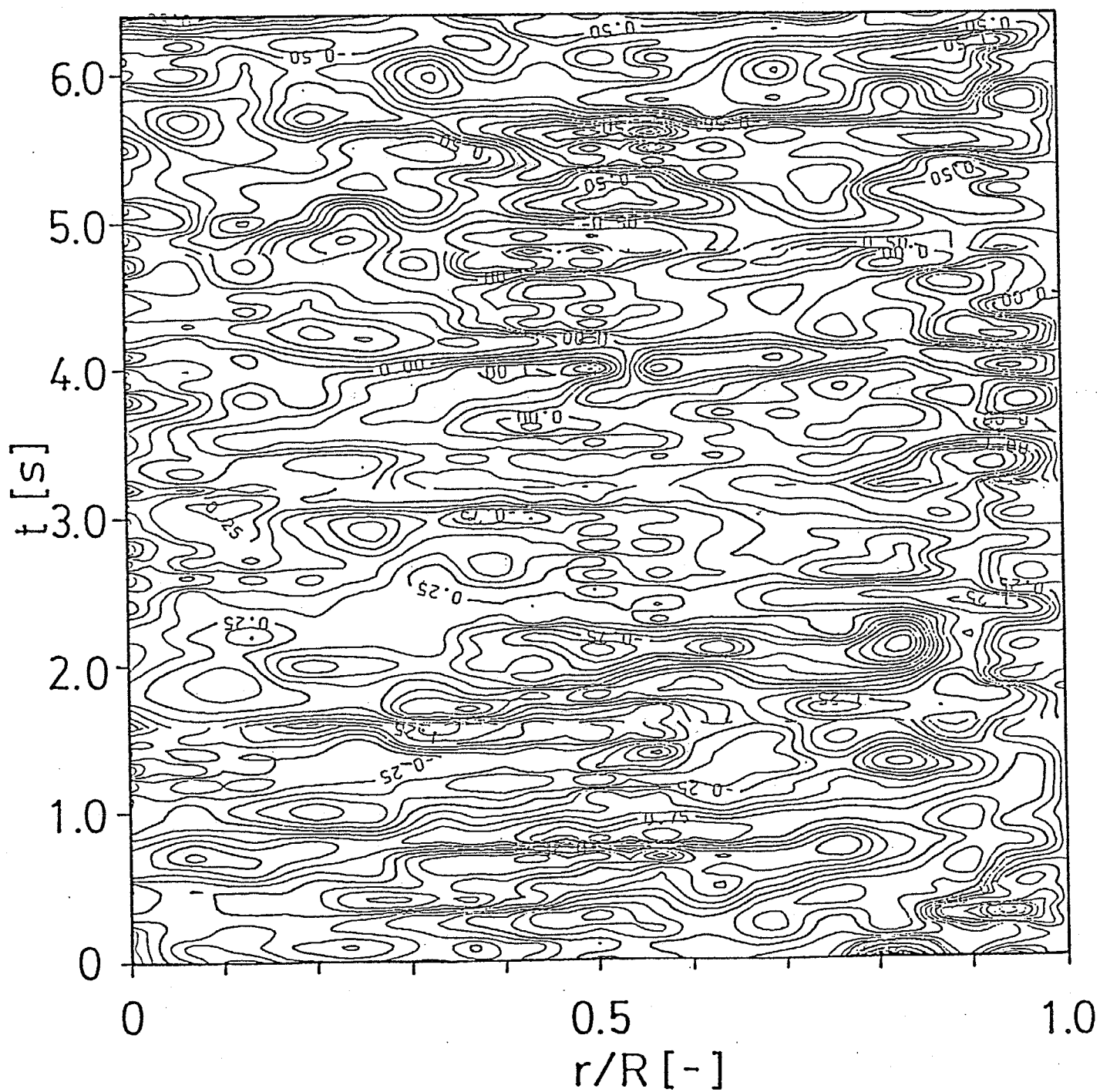


Figure 4-9(b) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=17200)

Re=15400

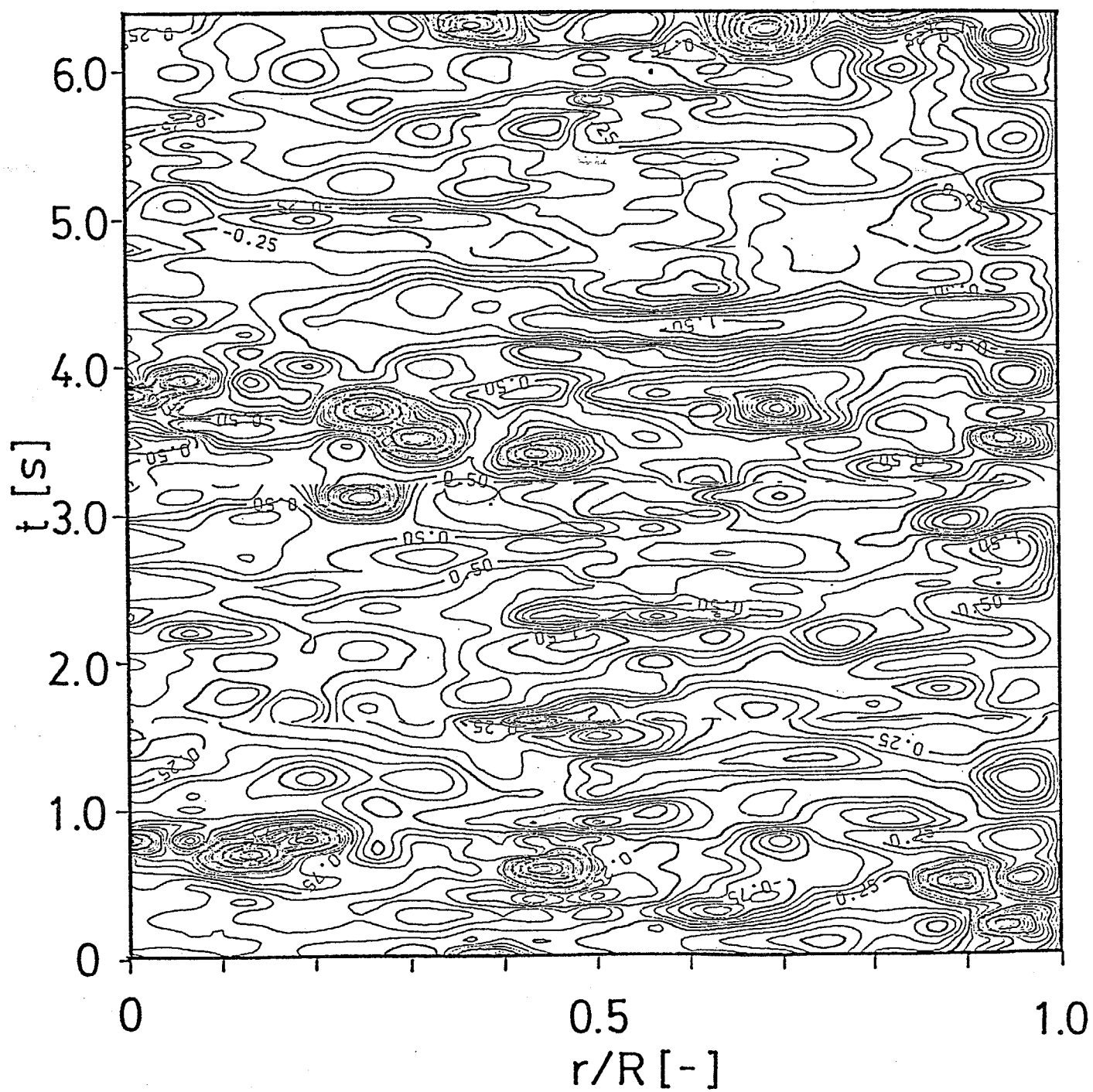


Figure 4-9(c) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=15400)

Re=13200

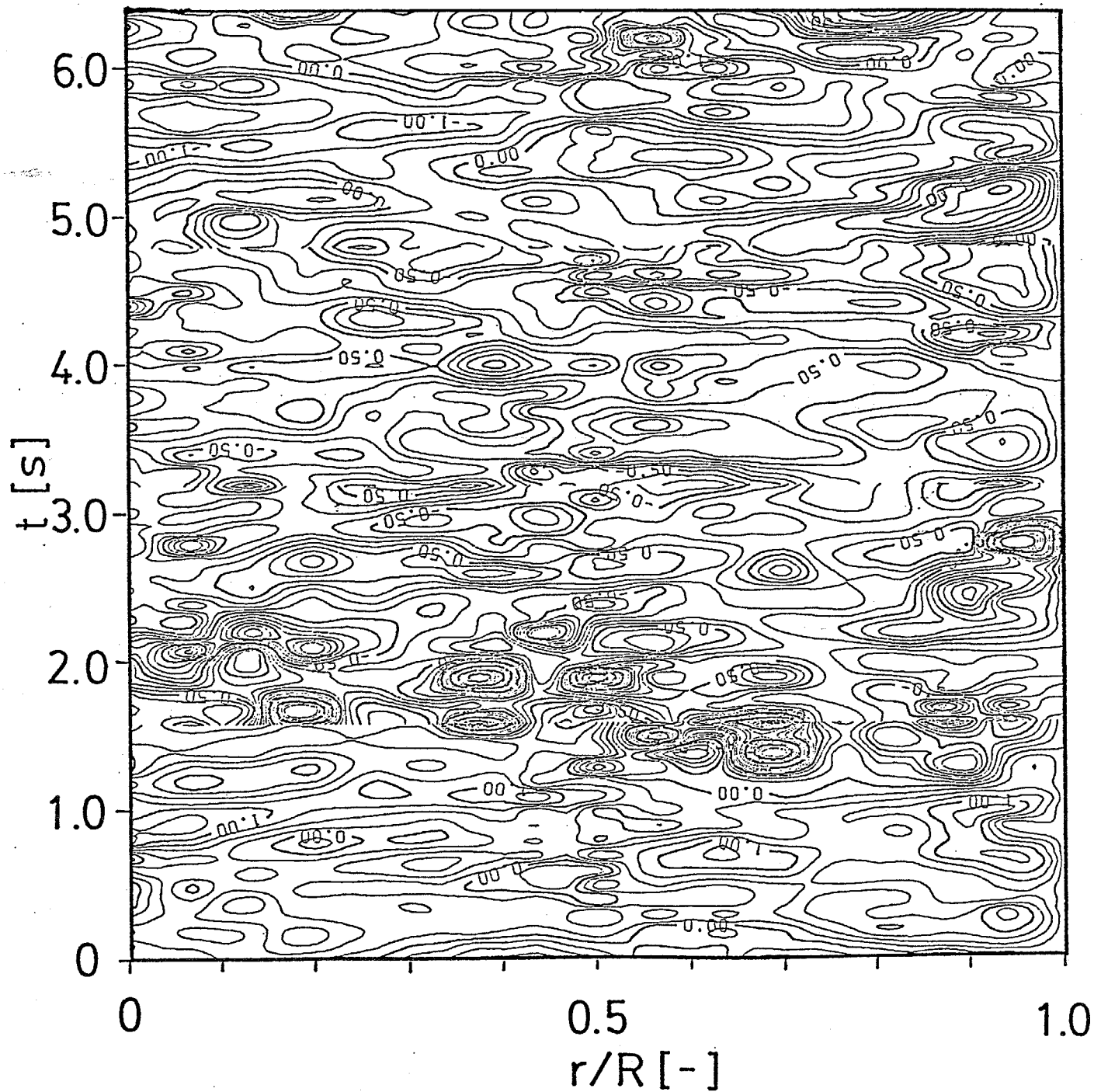


Figure 4-9(d) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=13200)

Re=12200

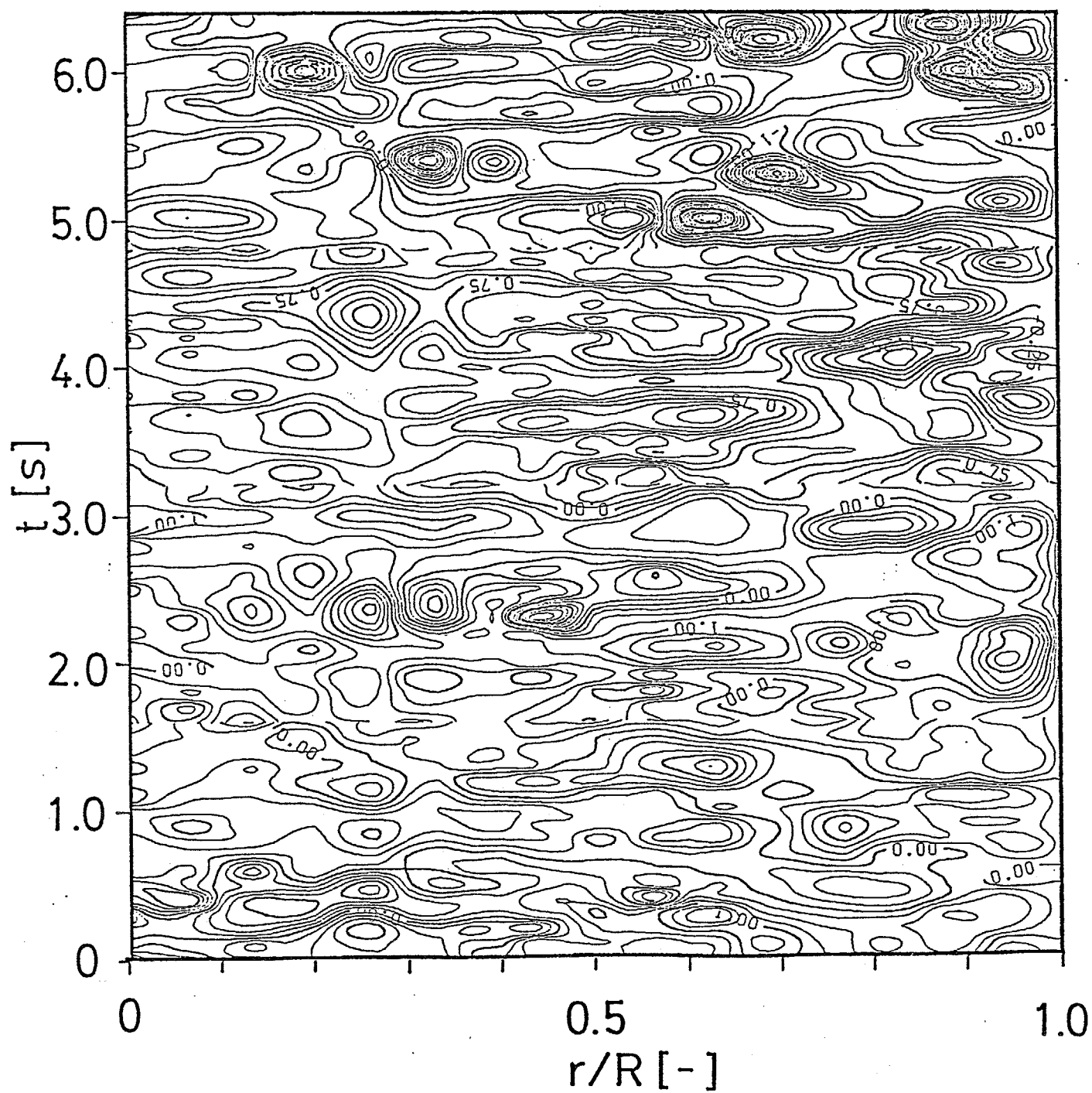


Figure 4-9(e) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=12200)

Re=9000

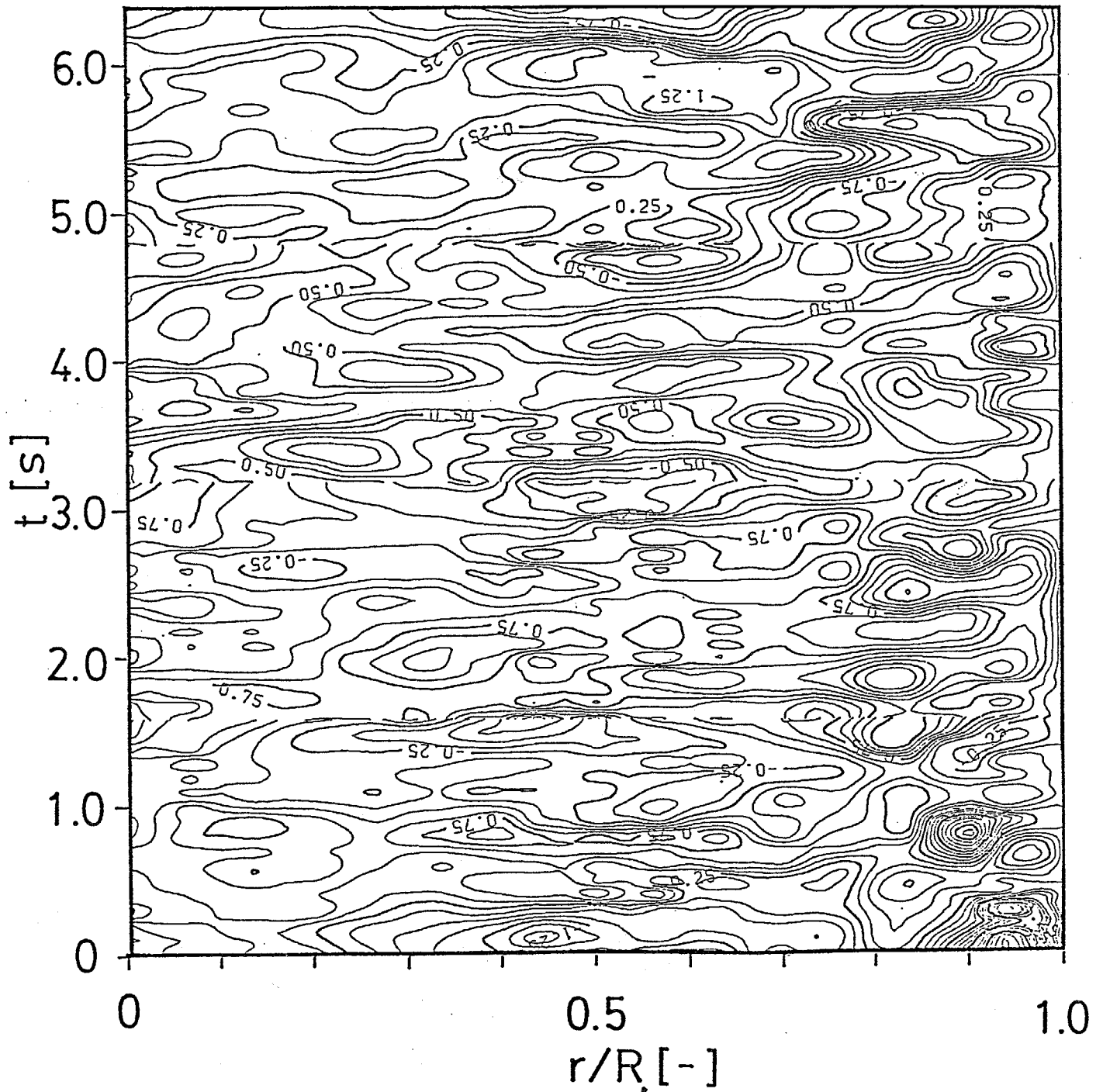


Figure 4-9(f) Contour line map of velocity fluctuation
(Re=9000)

Re=8000

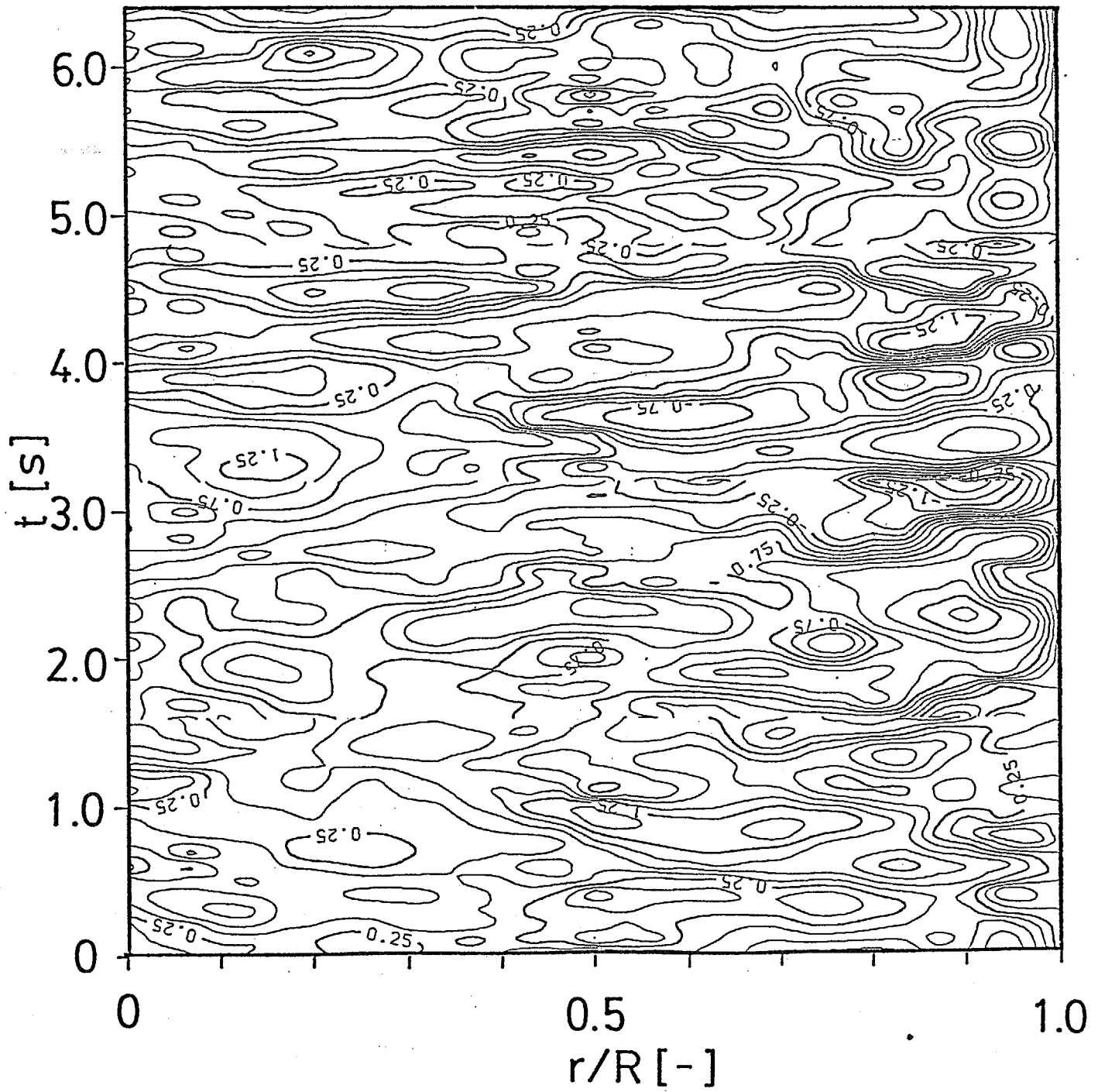


Figure 4-9(g) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=8000)

Re=5900

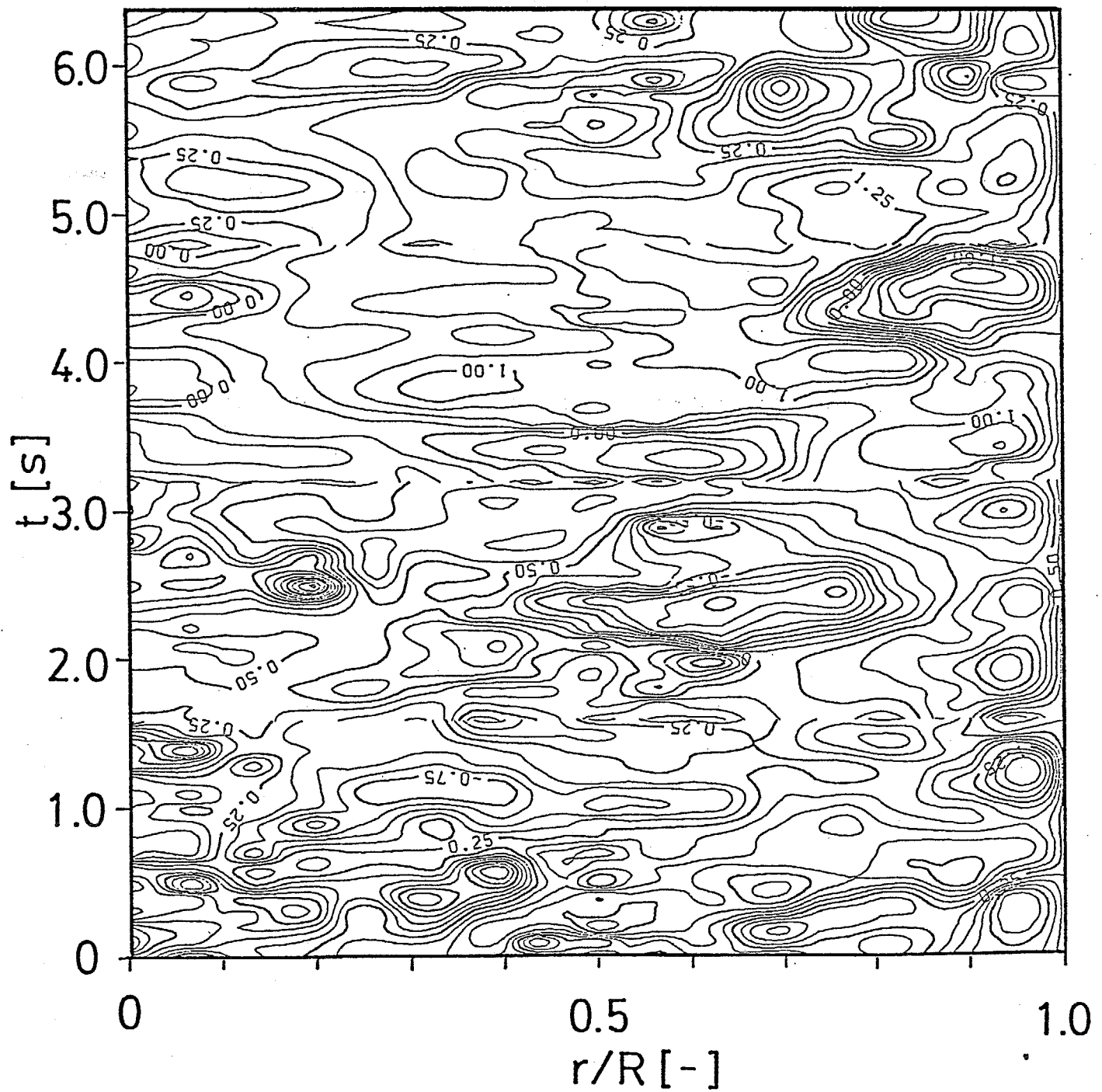


Figure 4-9(h) Contour line map of velocity fluctuation

(Re=5900)

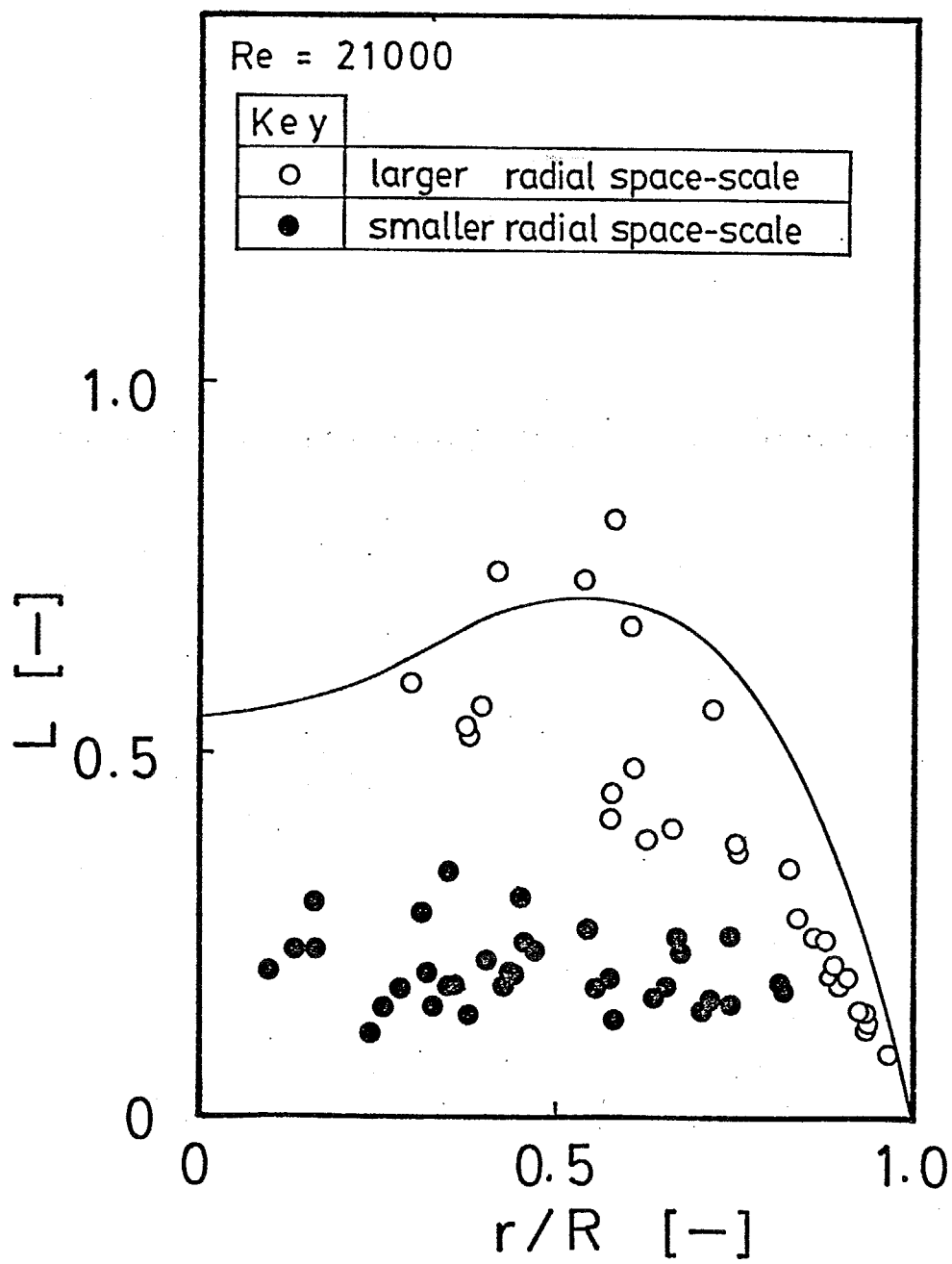


Figure 4-10(a) Radial distribution of L ($Re=21000$)

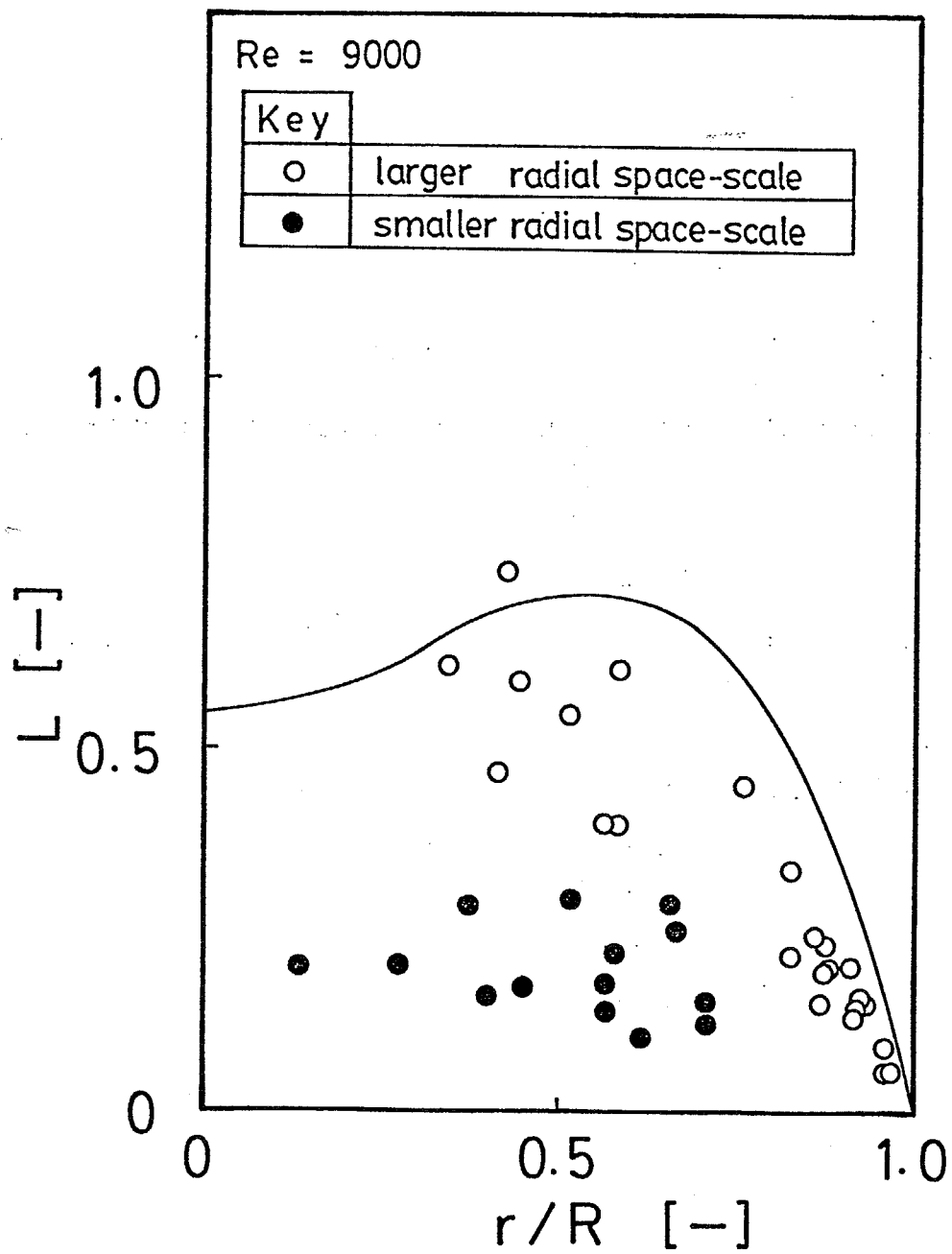


Figure 4-10(b) Radial distribution of L ($Re=9000$)

る $\bar{W}$ の値の $1/2$ をしきい値として L の値を二つのグループに分けた。しきい値より大きいグループを白抜きの丸で、小さいグループを黒塗りの丸で表わした。いずれのReynolds数の場合も白抜きの丸で表わされたグループは $\bar{W}$ の分布でほぼ代表することができる。前節で述べたように、この分布と乱流拡散係数の分布が類似していることから、各半径位置における混合性能は小さい渦ではなく大きい渦に依存していると予測できる。一方、黒塗りの丸で表わされたグループは管断面にわたってほぼ一定の値をとっている。このような小さいスケールの渦は前節の統計的な方法ではとらえることは不可能である。これは、これらの渦は大きいスケールの渦に含まれていることが多いために、従来のような統計的な方法によって見いだすことは非常に困難であるためで、ここに従来の方法の問題点がある。

4-4 本章の結論

本章では等速度線図および等速度変動線図を乱流パターンとしてとらえ、乱流場における渦のスケールについて検討し、低周波領域の渦群のスケールに関する二つの指標を定義した。一つは時間スケール、もう一つは空間スケールに対応するものである。一方、図から直接目視によって低周波領域の渦群の半径方向スケールを求めることにより、統計的な方法では求められなかった小さいスケールの渦を見いだすことができることを明らかにし、速度変動をパターンとしてとらえるという新たな視点から渦に関する解析を行なうことの有用性を示した。

また渦群が広がる方向は等方的ではなく、したがって、渦の形状は非等方的であることが推測された。（この渦の形状と特徴については次章で検討する。）

第5章 乱流パターンに基づく渦群の形状⁵⁵⁾

前章の乱流パターンに基づく相関係数からもわかるように、円管内乱流場のような剪断乱流場においては、装置のスケールに対して無視できないような大きさを有する低周波領域の渦群の形状は等方的ではないと推測される。また、そのような非等方性は運動量の拡散に大きな影響を及ぼしていることが考えられる。そこで本章では、低周波領域の渦群の形状を、等速度変動線図からパターン解析に用いられる共起行列を導入して抽出することを検討した。

5-1 2点の相互依存性

共起行列 (Spatial-dependence matrix)¹²⁾ は画像から texture (模様) を抜き出す手法の一つである。

最初にこの共起行列について説明する。Fig.5-1(a)は画像をモデル的に表わしたものである。図中の数値は画像を構成するもので、等速度変動線図の場合は無次元の速度変動の値に対応する。最初にこの画像の中からFig.5-1(b)の点1と点2のように横方向および縦方向の距離・ a 、 b で定義される位置関係にある点をすべて抜き出す。点1と点2の値の対が (i, j) であるような対が画像の中に n 個あった場合 n を行列の i - j 成分とする。このようにして求められる共起行列の例を Fig.5-1(c) に示した。これは $a=1$ 、 $b=1$ で定義される位置関係に対して求められたものであるが、行列の成分の分布からこの位置関係にある 2点における速度変動は必ず等しくなっていることがわかる。この行列を様々な位置関係に対して求めることにより、それらの成分の分布から等速度変動線図における速度変動の値がほぼ等しい渦の領域を確定することが可能となる。

5-1-1 共起行列

共起行列を等速度変動線図から次のような手順により求めた。

1. 乱流強度で無次元化された速度変動を Table 5-1に示す18のグループに分ける。このグループの分割は前章で述べた等速度変動線図の等高線を引く間隔に対応している。以下ではグループの番号を速度変動の値の代わりに用いることにする。
2. Figs.4-9(a)~(h)のような等速度変動線図を画像とみなす。Fig. 5-2 はFig.4-4と同様等速度変動線図を構成している速度変動の

* Fig.5-1(a)の中の隣り合う数値の位置する点の間を1として定義される距離

0	1	2	3	0	1	2
1	2	3	0	1	2	3
2	3	0	1	2	3	0
3	0	1	2	3	0	1
0	1	2	3	0	1	2
1	2	3	0	1	2	3
2	3	0	1	2	3	0

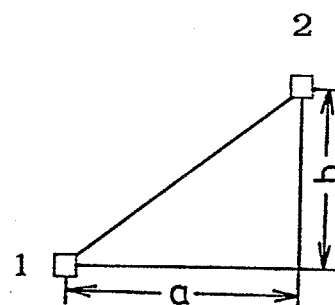


Figure 5-1(a) A typical pattern

Figure 5-1(b) Relative situation between two points

	0	1	2	3
0	8	0	0	0
1	0	9	0	0
2	0	0	10	0
3	0	0	0	9

(a=1, b=1)

Figure 5-1(c) An example of spatial-dependence matrix

Group-number (i or j)	u_z/u_z'
1	2.0 <
2	1.75 ~ 2.0
3	1.5 ~ 1.75
4	1.25 ~ 1.5
5	1.0 ~ 1.25
6	0.75 ~ 1.0
7	0.5 ~ 0.75
8	0.25 ~ 0.5
9	0.0 ~ 0.25
10	-0.25 ~ 0.0
11	-0.5 ~ -0.25
12	-0.75 ~ -0.5
13	-1.0 ~ -0.75
14	-1.25 ~ -1.0
15	-1.5 ~ -1.25
16	-1.75 ~ -1.5
17	-2.0 ~ -1.75
18	< -2.0

Table 5-1 Groups of values of velocity fluctuations

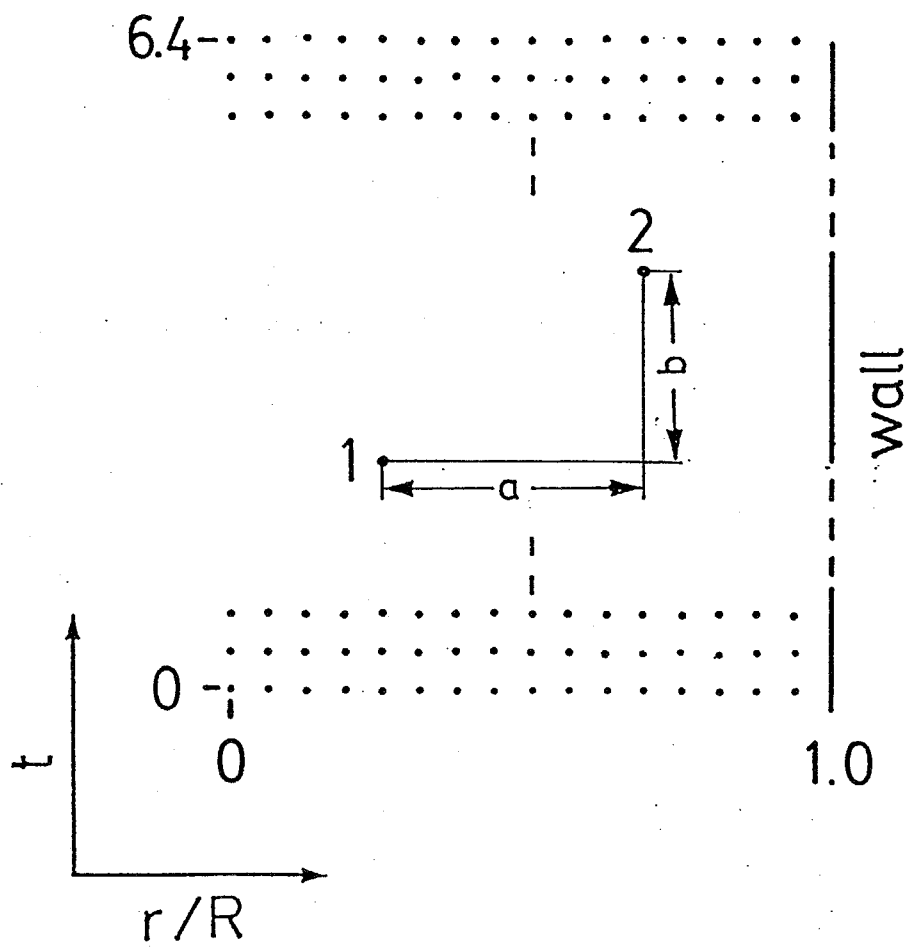


Figure 5-2 Arrangement of the data in the contour line map

データの存在する点を表わしたものであるが、この図に示す等高線図中の2点（点1、点2）の位置関係を図中の横方向の距離 a と縦方向の距離 b により表示する。ここで a と b は次のように定義される。

$$a=(r/R)_2-(r/R)_1 \quad (5-1)$$

$$b=t_2-t_1 \quad (5-2)$$

低周波領域の渦群のスケールを考慮して a および b はそれぞれ -0.188 から 0.188 、 -0.2 から 0.2 の範囲で変化させる。

3. Fig.5-2の中から同じ位置関係にある2点の対をすべて抜き出すことにより Fig.5-3のような18行18列の共起行列を求める。行列の i 行 j 列成分 N_{ij} は点1、点2における速度変動の値がそれぞれ i 番目、 j 番目のグループに含まれるような 2点の対の数である。
4. 行列の各成分は同じ位置関係にある全ての点の対の数により規格化され Fig.5-4のようになる。この行列を P_n と表わす。

以上のステップにより求められる共起行列は18行18列の行列であるので、最初に例として示した4行4列の行列のように簡単に特徴をとらえることは困難である。

5-1-2 2点相互依存性を示す指標

等速度線図から求められた共起行列は定性的には次のような特徴がある。

点1と点2が同一の点である場合、即ち $a=0$ 、 $b=0$ によって位置関係が定義されるような 2点に対して求められた共起行列は対角成分を除いて 0となる。一方、互いの速度変動が完全に独立に起こるほど 2点が離れている場合、即ち a 、 b が十分に大きい位置関係に対して求められた行列の i 行 j 列成分 $P_{\infty ij}$ は次のように表わすことができる。

$$P_{\infty ij} = p_i p_j \quad (5-3)$$

column row	1	2	---	j	----	18
1	N_{11}	N_{12}	---	N_{1j}	----	N_{118}
2	N_{21}	N_{22}	---	N_{2j}	----	N_{218}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
i	N_{i1}	N_{i2}	---	N_{ij}	----	N_{i18}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
18	N_{181}	N_{182}	---	N_{18j}	----	N_{1818}

Figure 5-3 Spatial-dependence matrix

column row	1	2	---	j	---	18
1	P_{M11}	P_{M12}	---	P_{M1j}	---	P_{M118}
2	P_{M21}	P_{M22}	---	P_{M2j}	---	P_{M218}
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
i	P_{Mi1}	P_{Mi2}	---	P_{Mij}	---	P_{Mi18}
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
18	P_{M181}	P_{M182}	---	P_{M18j}	---	P_{M1818}

Figure 5-4 Normalized spatial-dependence matrix

ここで p_i 、 p_j は無次元の速度変動が Table 5-1 の i 番目、 j 番目のグループに含まれる確率をそれぞれ表わす。

これら二つは両極端の例であるが、このことから共起行列の成分の値の分布からその位置関係にある 2 点における流体粒子が互いにどの程度依存しあいながら挙動するかを予測することができる。即ち、成分の分布が最初の例の行列と同様の傾向である場合はその位置関係にある流体粒子は同じように挙動する確率が高く、後の例と同様の傾向である場合は流体粒子は互いにほとんど無関係に挙動すると予測できる。乱流場における速度変動はもともとランダム性を含んでいるために行列 P_M は点 1 と点 2 が同一である場合を除いてそのランダム性に影響されるため、少なからず後の例の行列と同様の性質をもっている。したがって、流体粒子が互いに依存しあって挙動する領域を抜き出すために次のような行列 P_D を新たに定義することにする。

$$P_D = P_M - P_\infty \quad (5-4)$$

ここで P_∞ は成分が (5-3) 式で表わされる共起行列である。新たに定義された行列 P_D は 2 点における速度変動の依存性のみを示しているということができる。

さらに P_D の成分の分布から 2 点の依存性を表わす新たな指標を定義することができる。2 点の互いの依存性が高い場合、 P_M は点 1 と点 2 が同一である場合の行列と同様の傾向をもつために P_M と P_∞ の差が大きくなり、 P_D の成分のうちいくつかが大きい絶対値をもつと考えられるので、次のような指標を定義することができる。

$$q^2 = \frac{\sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} \frac{P_{Dij}^2}{P_{\infty ij}}}{1.0 \times (18-1)} \quad (5-5)$$

q^2 は行列 P_M の全ての成分が行列 P_∞ の成分と等しい場合、即ち 2 点における流体粒子が完全に独立に挙動する場合に最小値 0 をとり、行列 P の成分が対角成分を除いて 0 の場合即ち点 1 と点 2 が同一の場合に最大値 1 をとる。 q の値が大きい位置関係にある 2 点の流体粒子は互いに依存しあいながら同じように挙動すると考えられる。したがって、2 点の横方向の距離 a と縦方向の距離 b で構成される座標平面上に q の値の等高線図を描くことによって同じ挙動をする領域、即ち低周波領域の渦群の形状を表わすことができる。

5-2 低周波領域の渦群の形状

q の値の等高線図を等速度線図、等速度変動線図と同様の方法により描いた。 Fig.5-5 はその一例で、 $Re=17200$ について求められた 63 個のデータにより構成されている（横方向に 7 個、縦方向に 9 個）。この図は Fig.5-2 の点 1 を原点に固定し、 a 、 b を様々に変化させることにより、固定された点 1 と様々な位置関係にある点 2 との間に求められた q の値の等高線図である。原点において q は最大値 1 をとり、原点からはなれるに従って 0 に近づいている。等高線群に囲まれた影をつけた領域では q は周囲より大きい値をとっており、この内部の流体粒子の挙動の依存性が高いことがわかる。このことからこの影をつけた領域が低周波領域の渦群の形状を表わしているといえることができる。

Fig.5-6 は $b=0$ の断面における q の値の分布を表わしたものである。異は⁴⁶⁾ 乱流場における渦を二つに分類している。一つは渦度が全

*ここで定義される q^2 は多変量解析で用いられる名義尺度同士の関連を表わすクラメールの関連指数である。ここでは共起行列の行、列を名義尺度と考えている。なお、(5-5)式の分子の 1.0 は行列の成分の総和を、18 は行、列の数を表わしており、この分子で規格化される。

Re = 17200

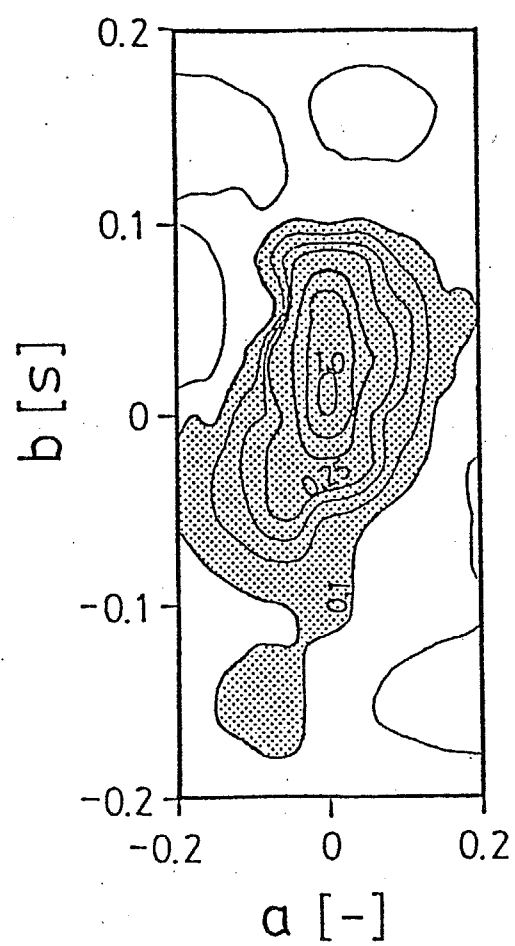


Figure 5-5 Contour line map of q (Re=17200)

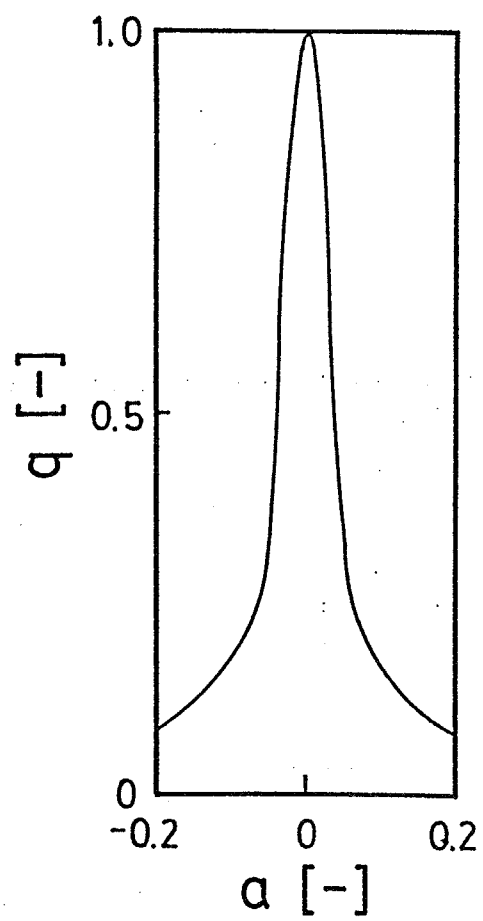


Figure 5-6 Distribution of q at the section of $b=0$
($Re=17200$)

領域に分布する拡散渦であり、もう一つは渦度が中心部分に集中した集中渦である。Fig.5-6の分布は粒子の依存性が渦の中心に集中していることを示しており、Fig.5-5で表わされるような渦は集中渦であると予想できる。

渦群の空間的な形状を明らかにするために Fig.5-5の縦軸を次式で表わされるTaylorの仮説により軸方向の距離に変換する。

$$b' = b\bar{U}_a / R \quad (5-6)$$

ここで $\bar{U}_a$ は管断面平均速度である。縦軸を変換することにより Figs.5-7(a)~(e)が得られる。いずれのReynolds数の渦群も原点付近の閉じた等高線は $a=0$ の軸に関して対称であるが、原点から離れた等高線は上流左側から下流右側に傾いている。原点付近の対称な等高線の領域はその半径方向の大きさから、Figs.4-10(a),(b)で黒塗りの丸で表わされている小さい渦を表わしており、その外側の傾いた等高線の領域は白抜きの丸で表わされる大きい渦を表わしていると考えられる。予想されたように大きい渦は管内径に対して無視できない大きさであるために非等方的な形状をしている。一方小さい方の渦は、等方的な形状をしていることから、局所的に等方性を仮定できる程度の大きさのスケールの渦であると考えられる。また、Reynolds数が小さくなるにしたがい渦群は小さくなる傾向があるが $Re=9000$ の渦群は最も大きくなっている。これは前章で述べたように $Re=9000$ は層流-乱流遷移の影響が残る低Reynolds数のグループに含まれるため、他のReynolds数と渦のスケール等の特徴が異なるためであると推測される。

次に高Reynolds数のグループに属する $Re=17200$ における等速度変動線図を無次元の半径位置の値で $0 \sim 0.33$ (center part)、 $0.33 \sim 0.67$ (intermediate part)、 $0.67 \sim 1.0$ (wall part) の三つの領域に分けることにより、それぞれの領域の局所的な渦群の形状を同様の方法で求め Figs.5-8 (a) ~ (c) に示した。いずれも Fig. 5-7 に表わされた形状と大きな違いはみられないが壁面近傍では渦群が大きくなっている。これは 壁面付近では速度が小さいために 渦群が

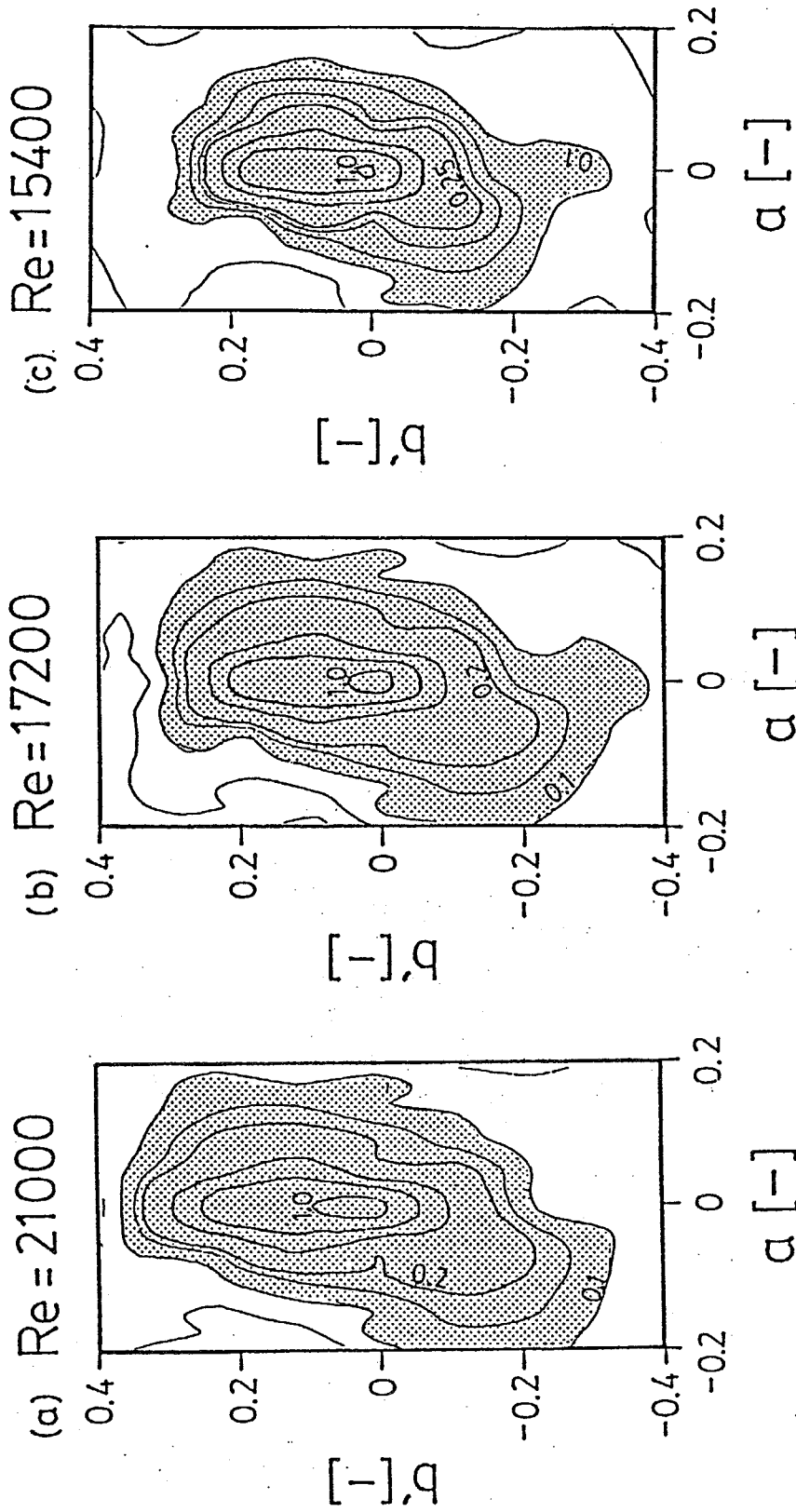


Figure 5-7 Contour line map of q

(a) $Re = 21000$

(b) $Re = 17200$

(c) $Re = 15400$

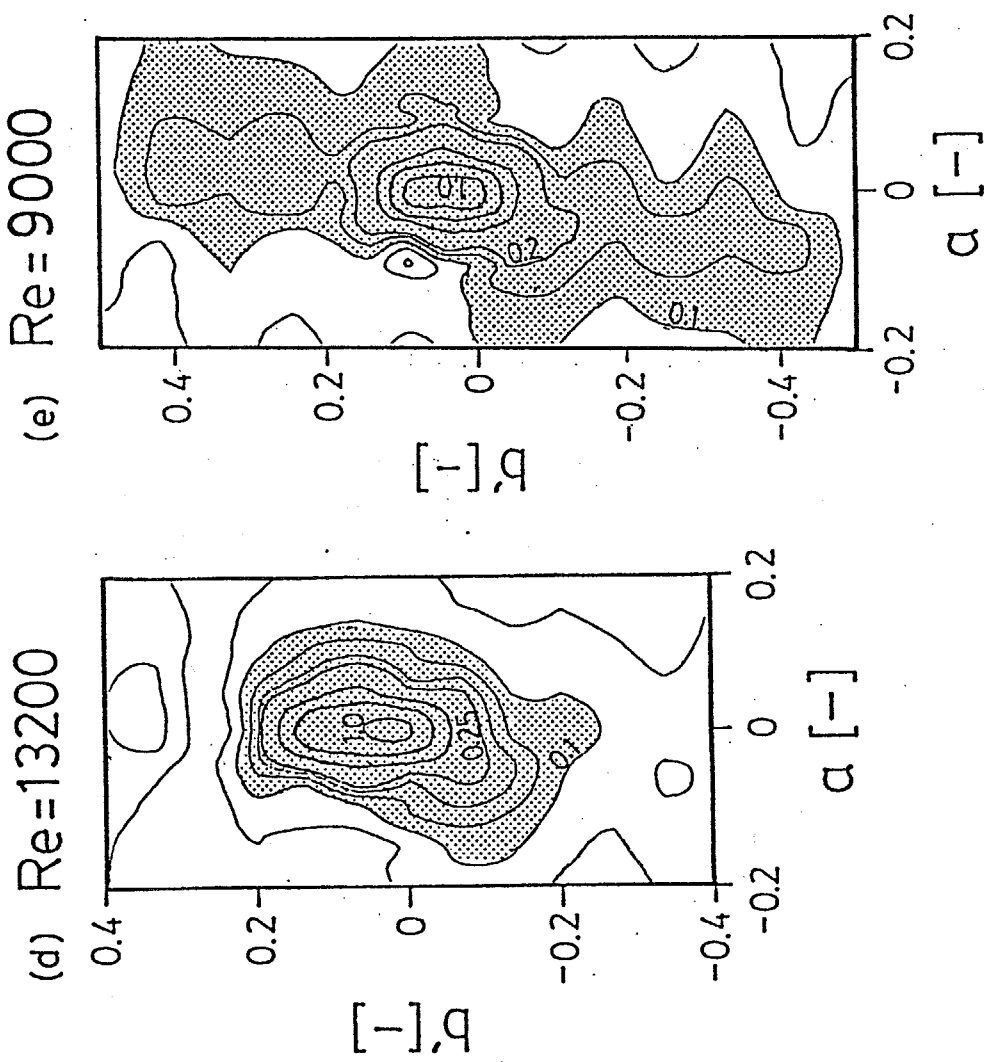
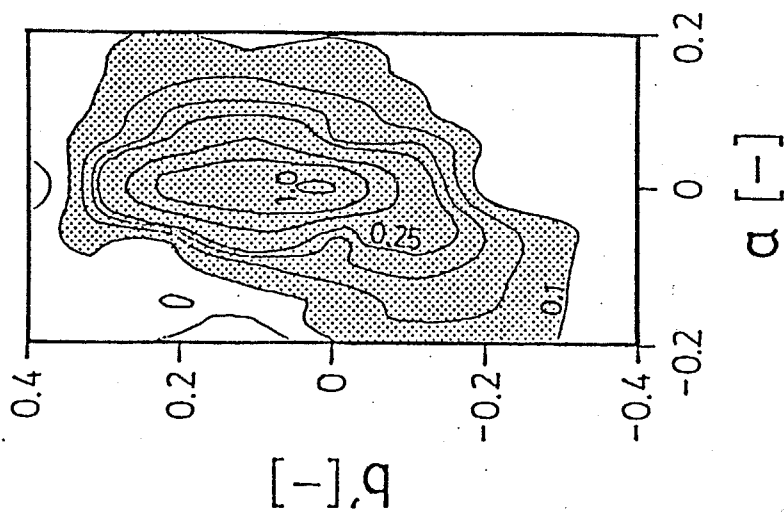


Figure 5-7 Contour line map of q

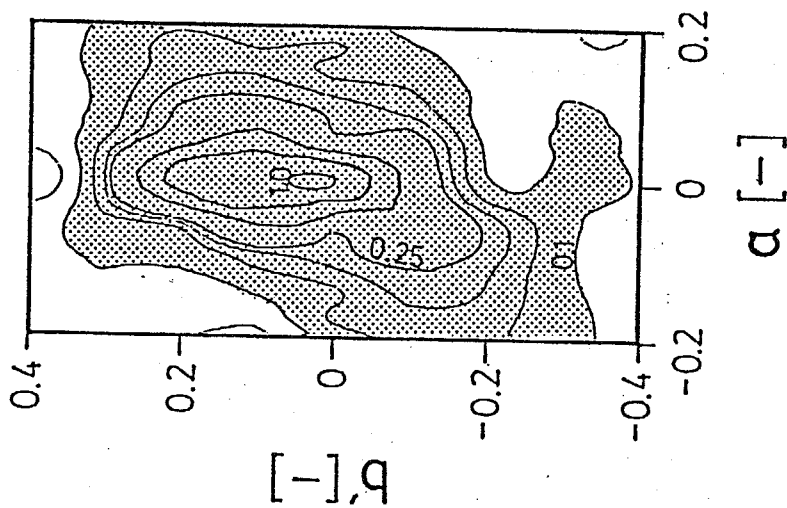
(d) Re=13200

(e) Re=9000

(a) Re=17200
center part



(b) Re=17200
intermediate part



(c) Re=17200
wall part

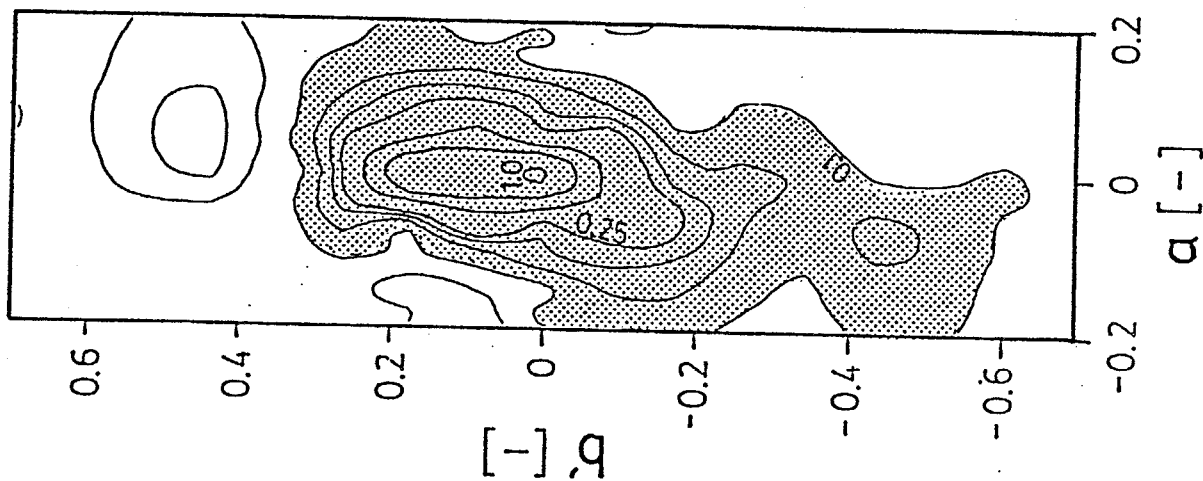


Figure 5-8 Contour line map of q (Re=17200)

(a) center part

(b) intermediate part

(c) wall part

低 Reynolds数の渦群のようになるためであると考えられる。

ここで前章の $Re=17200$ の等速度変動線図を拡大して示したのが Fig.5-9 である。図中に影をつけた部分のように上述の渦群の特徴をもつ領域が存在しているのが確認される。Figs.5-7,5-8に表わされている形状はこの影をつけた部分の形状を管断面にわたって平均したものであると考えることができる。

5-3 本章の結論

パターン解析の手法の一つである共起行列を用いることにより低周波領域の渦群の形状が次のような特徴をもつことを明らかにした。

1. 渦群は主流の方向に延びている
2. 渦群の中心の領域は軸方向に関して対称になっている
3. 渦群の外側の領域は上流壁面寄りから下流管中心寄りに傾いている

このように、第4章で直接目視による方法で求められた小さい渦の形状が統計的に求められたことにより、空間的スケールの異なる2つの渦群が乱流場に存在することが確認できた。このことは第2章で用いた、乱流場は異なる平均的スケールをもつ複数の渦群からなる、という仮定が不適当ではないことを示すものと考えられる。

また、この低周波領域の渦により大量の運動量移動が生じることから乱流拡散を推算する場合にはこの形状を十分に考慮する必要があることが推測される。

Re=17200

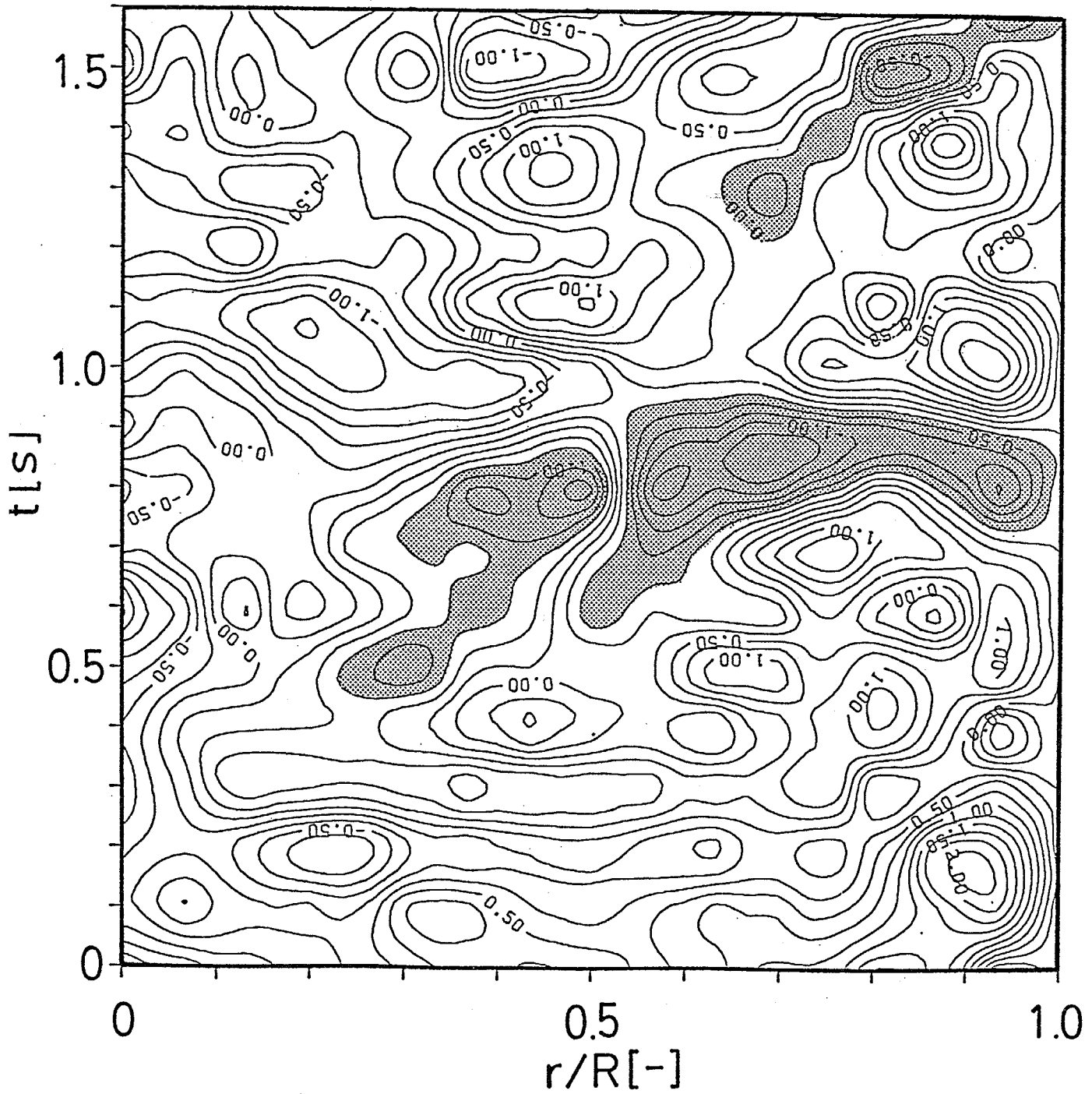


Figure 5-9 Contour line map of velocity fluctuation

(Re=17200)

第6章 乱流拡散と渦群

乱流場におけるスカラー量の拡散を推算する方法はこれまでに数多く提出されている。そのほとんどは Navier-Stokes 方程式、拡散方程式などに基づくものであるが、それらは非常に複雑な計算を含んでおり計算時間がかかるなど実用的な面から考えると未だに十分であるとはいえない。

本章では、乱流拡散は低周波領域の渦群に大きく依存するという考えに基づき、前章までに求められた渦のスケール、形状および、軸方向速度変動の測定結果から求められる共起行列を利用して、実用的でより簡単な統計的な方法により円管内乱流場における乱流拡散の推算を検討する。また、その結果を円管の中心から連続的に注入したトレーサーの濃度の測定結果と比較することにより、推算法の有効性についても検討を加える。

6-1 速度変動の推算

前章で求めた Figs.5-8(a)~(e)のような形状をした渦中のある点における速度変動の確率密度分布を、同一の渦内の他の点の速度変動の値に基づいて条件付き確率を用いて表現し、同点の軸方向、半径方向の速度変動 (u_z, u_r) を推算する。

6-1-1 軸方向速度変動の推算方法

前章において共起行列は等速度変動線図内の2点の位置関係に対して求められたが、ここではそれを拡張し、Fig.6-1に示す同一渦内に位置する $n+1$ 点の位置関係に対する共起行列を求める。そして図中の another-1~another-n (その他の点) の n 個の点の速度変動の値から the noticed point (着目点) の速度変動の確率密度分布を予測する。確率密度分布を離散的に扱うために前章において共起行列を求めたときと同様に、乱流強度で無次元化された軸方向速度変動をその値によっていくつかのグループに分ける。以降速度変動の値はそのグループの番号で代表させる。前章においてはこのグループ数を18としたが、行列の成分の総数はこのグループ数の $n+1$ 乗になることから、2点に関する共起行列を求める場合と同じデータの分割をして行列を求めると各成分の値が非常に小さくなり、成分の分布の特徴を十分に表わすことができない。そこでここでは簡単に Table6-1に示す10のグループに分割した。

Fig.6-1のような位置関係にある $n+1$ 個の点の組を等速度変動線図の中から全て抜き出し $n+1$ 次元の共起行列を求めると、その行列の成分は一般的に次のように表わされる。

$$N(i_{no}, i_{an-1}, i_{an-2}, \dots, i_{an-k}, \dots, i_{an-n}) \quad (6-1)$$

この成分は着目点およびその他の点の k 番目の点における速度変動の値が含まれるグループの番号がそれぞれ i_{no} 、 i_{an-k} であるような点の組の数を表わしている。このような成分を確率論的に取り扱うために、等速度変動線図から抜き出された点の組の総数で規格化して

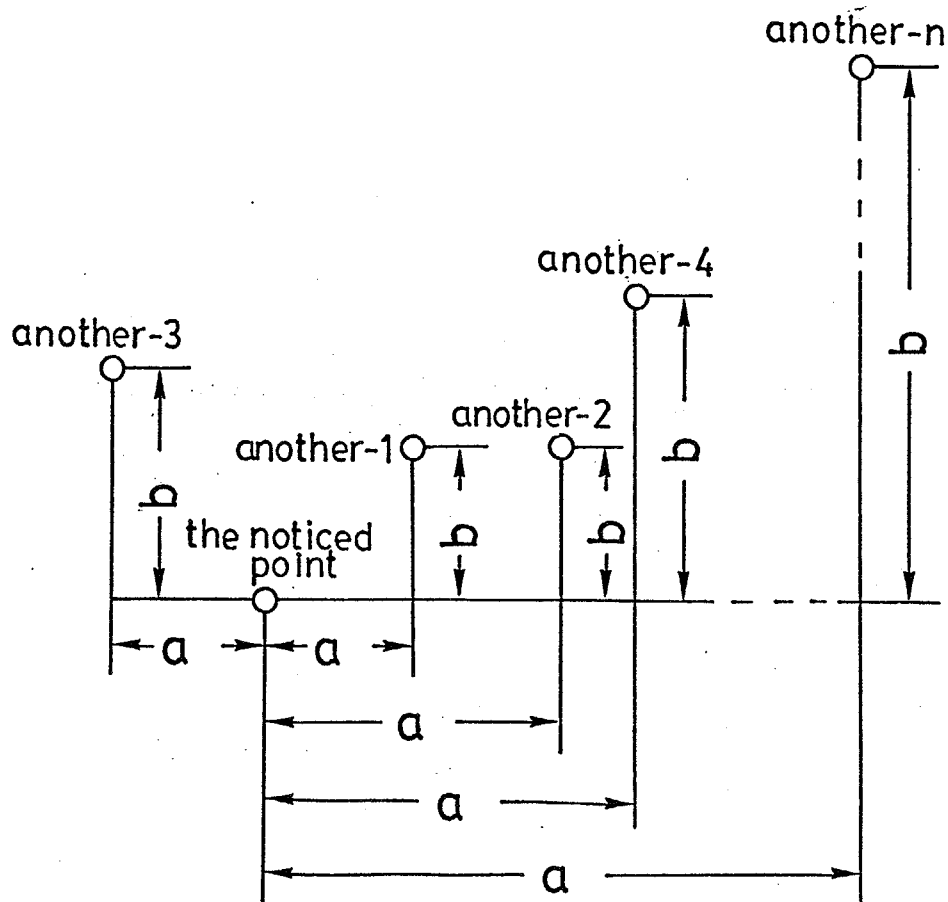


Figure 6-1 Relative situations between a noticed point and another point

Group-number (i_{an-k})	u_z/u_z'
1	2.0 <
2	1.5 ~ 2.0
3	1.0 ~ 1.5
4	0.5 ~ 1.0
5	0.0 ~ 0.5
6	-0.5 ~ 0.0
7	-1.0 ~ -0.5
8	-1.5 ~ -1.0
9	-2.0 ~ -1.5
10	< -2.0

Table 6-1 Groups of values of velocity fluctuations

$$P(i_{no}, i_{an-1}, i_{an-2}, \dots, i_{an-k}, \dots, i_{an-n}) \quad (6-2)$$

と示すことにする。

ここで着目点以外の速度変動の値がわかっている場合、共起行列の一つの列が特定され、その列の成分が着目点の速度変動の条件付き確率密度分布となる。その列の任意の成分を $P(i)$ とすると、これは着目点の速度変動の値がTable 6-1の*i*番目のグループに含まれる確率を表わすことになる。実際には、0以上1未満の乱数RNDを発生させ、その値が

$$\sum_{j=1}^{i-1} P(j) \leq RND < \sum_{j=1}^i P(j) \quad (6-3)$$

の条件を満たしている場合、着目点における速度変動の値は *i* 番目のグループに含まれることとして、軸方向速度変動を推算した。

6-1-2 半径方向速度変動の推算方法

半径方向の速度変動が測定されている場合は軸方向速度変動と同様の方法により推算することができる。本研究では半径方向の速度変動は測定していないが、推算された軸方向速度変動の値とLauferによって測定された²⁷⁾ Reynolds応力および半径方向速度変動の強度を用い、以下のような考え方によって半径方向の速度変動を推算することができる。

Reynolds応力は軸方向速度変動 u_z と半径方向速度変動 u_r の間の相関を表わすものであるから、この値を用いて u_r の u_z への回帰直線を次のように表わすことができる。

$$u_r = (\overline{u_r u_z} / u_z'^2) \times u_z \quad (6-4)$$

この式で表わされる u_r は軸方向速度変動の値が u_z である場合の半径方向速度変動の平均値である。この u_r の回帰直線周りの標準偏差は次のようになる。

$$s = u_r \times \sqrt{1 - \frac{\overline{u_r u_z}^2}{u_r'^2 u_z'^2}} \quad (6-5)$$

ここで半径方向速度変動の確率密度の分布形が軸方向のものと同一

であると仮定すると、推算された軸方向速度変動の値を用いることにより、平均値、標準偏差が(6-3)式、(6-4)式によって求められ、確率密度分布を決定することができる。そして、軸方向速度変動の場合と同様にこの確率密度分布に従う乱数を発生させることによって、半径方向速度変動を推算することができることになる。

6-1-3 速度変動の推算手順

ある時刻における測定された軸方向速度変動の半径方向の分布を初期値とすることより、以上のような方法で大きな渦内の軸方向、半径方向の速度変動を推算することができる。半径方向16点における軸方向速度変動に基づいた速度変動の推算の手順の一例を Fig.6-2に示した。図中の t_0 は初期値として用いられる測定された軸方向速度変動の値が位置する時刻である。また Δt は推算の時間間隔であり、 Δr は隣接する半径位置間の距離である。最初に時刻 t_0 における値を初期値として用いることにより時刻 t_1 における速度変動の値を推算する。ここで推算にあたってFig.6-1に示したanother-1~another-n にあたる点として、着目した点とどのような位置関係にある点を用いるか、またその点の数をどのように決定するかが問題となる。着目した点からみて前章で求められた大きい渦の中に含まれる全ての点を用いるのが理想的であるが、点の数を一つ増やすごとに共起行列の成分が10倍多くなり、Table 6-1のグループの数を決定する際と同様の問題が生じる。そこで簡単に、Table 6-2に示した位置関係にある求められた大きい渦の形状が反映される必要最小限である 4点を用いることとした。Table 6-2中の-の符号は「その他」の点(another point)が着目点からみて管中心寄りに位置していることを示している。例えば着目点が (r_1, t_1) である場合は (r_1, t_0) , (r_2, t_0) , (r_3, t_0) , (r_4, t_0) の 4点を「その他」の点として用いることになる。これらの点の位置は着目点からみて軸方向に関して対称ではないが、これはFigs.5-8(a)~(e)に示したように渦群が円管の軸に対して傾いていることを考慮したためである。ただ、 $r_{14} \sim r_{16}$

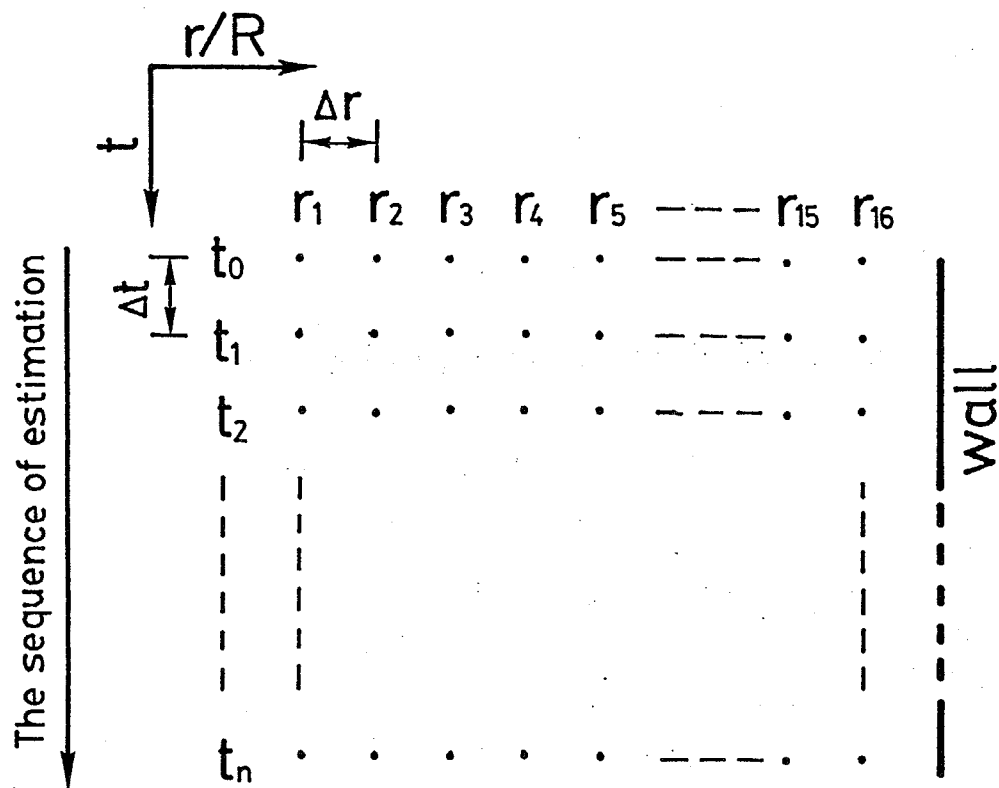


Figure 6-2 The sequence of estimation

noticed point		$r_1 \sim r_{13}$	$r_{14} \sim r_{16}$
another-1	a	0	0
	b	Δt	Δt
another-2	a	Δr	$-\Delta r$
	b	Δt	Δt
another-3	a	$2\Delta r$	$-2\Delta r$
	b	Δt	Δt
another-4	a	$3\Delta r$	$-3\Delta r$
	b	Δt	Δt

Table 6-2 An example of the relative situations

については対応する点がないために他の半径位置とは異なる位置関係の点を用いた。 t_1 における速度変動を推算した後、推算された軸方向速度変動の値を用いて t_2 における速度変動を推算する。以上の手順を繰り返して、速度変動を推算してゆくことになる。

6-2 仮想微小粒子の挙動の推算

乱流場における仮想の微小粒子の挙動を推算された速度変動に基づいて計算することによりスカラー量の拡散を推算することができる。以下にその手順を示す。

1. 前節で推算された r - t 平面における乱流場を次の式で表わされる Taylor の仮説により r - z 平面に変換する。

$$z = t\bar{U}_a / R \quad (6-6)$$

2. 点 (r_1, z_1) における仮想的な粒子の半径方向および軸方向の速度をそれぞれ次式により求める。

$$U_{pr} = u_r(r_1, z_1) \quad (6-7)$$

$$U_{pz} = \bar{U}_z(r_1) + u_z(r_1, z_1) \quad (6-8)$$

ここで $\bar{U}_z(r_1)$ は半径位置 r_1 における軸方向速度の局所平均値であり、 $u_r(r_1, z_1)$, $u_z(r_1, z_1)$ は点 (r_1, z_1) におけるそれぞれ半径方向および軸方向速度変動である。

3. 時間間隔 Δt の間に粒子が半径方向および軸方向に移動する距離を次式により求める。

$$d_r = U_{pr} \Delta t \quad (6-9)$$

$$d_z = U_{pz} \Delta t \quad (6-10)$$

Δt 後、粒子は点 $(r_1 + d_r, z_1 + d_z)$ に移動することになる。

4. 次の段階においては、速度変動が推算された点のうちこの点に最も近い点の速度変動を用いる。

以上の手順によって円管内乱流場における仮想の微小粒子の挙動を推算する。

6-3 注入されたトレーサーの乱流拡散

多数の粒子の挙動を計算することにより、乱流場に注入されたトレーサーの濃度分布を予測することができる。この方法により円管の中心から注入されたトレーサーの乱流拡散を試算し、実験を行なって得られた結果と比較検討することにより推算法の妥当性を検討した。

6-3-1 推算結果

試みに $Re=17200$ 、 $\Delta t=0.1s$ として前記の手順に従って計算した。

Fig.6-3 は得られた結果に基づく粒子密度の等高線図である。粒子の密度は、速度が推算された16の半径位置に対応する16の領域に分割し、それぞれの軸方向距離(z/R)における各領域内に存在する粒子の数を求め、各領域が円環状であることを考慮して(円管の中心は円筒形の領域である)その数を領域の体積で割ることにより求めた。即ち、仮想粒子の分散に関して軸対称を仮定していることになる。この図は管中心から 0.1秒間隔で10秒間連続的に2000個の粒子が注入された場合に対して得られたものである。粒子密度はトレーサーの濃度に対応するので、等高線が下流に向かうに従い半径方向に広がる傾向は、実際のトレーサーの平均濃度分布に十分対応すると考えることができる。

6-3-2 平均濃度分布に関する実験結果と推算結果の比較

実験は Fig.6-4に示すように速度の測定を行なった内径69.7mmの円管を用いた。試験流体はイオン交換水である。トレーサーとしては飽和した KCl水溶液を管中心からマイクロフィーダー(古江サイエンス製)により注入した。この際トレーサーの注入速度は管中心における主流の平均速度と一致させた。色素の拡散の実験によりトレーサーがほぼ半径方向の全域に広がるのに要する軸方向の距離はほぼ2mであった。そこで、注入する点は測定点上流 350mm(= 10R), 980mm(= 28R), 1960mm(= 56R)の3点とした。半径方向16点における

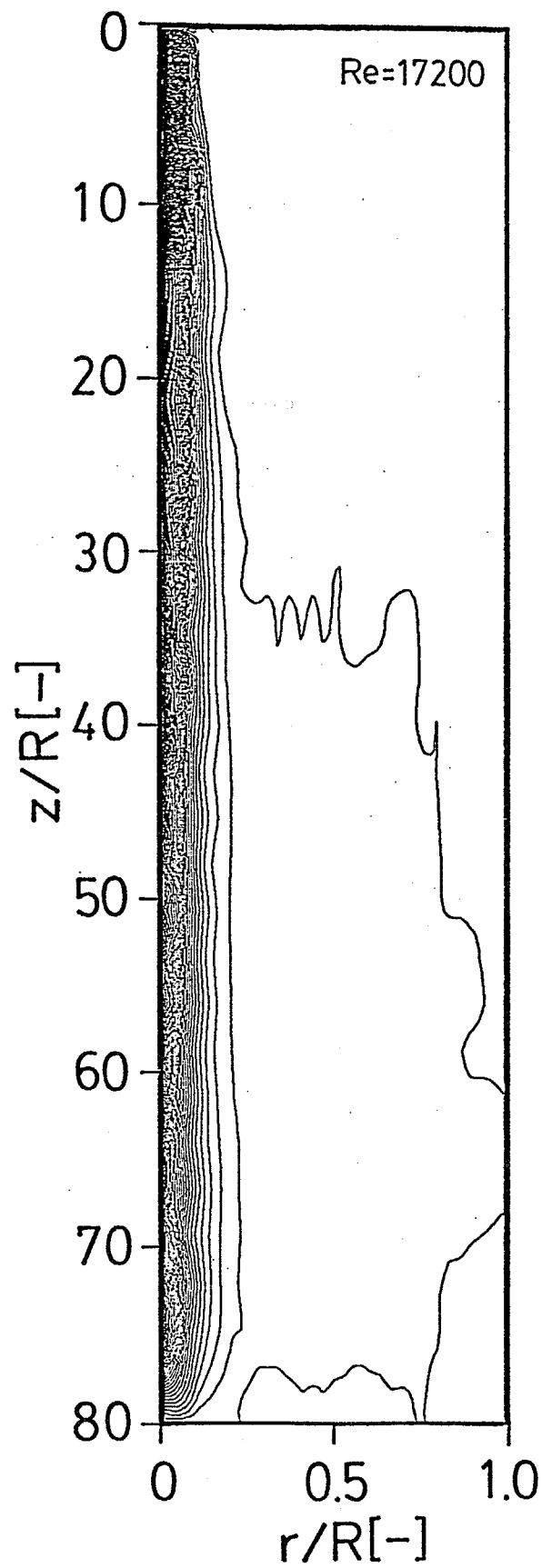


Figure 6-3 Contour line map of particle density

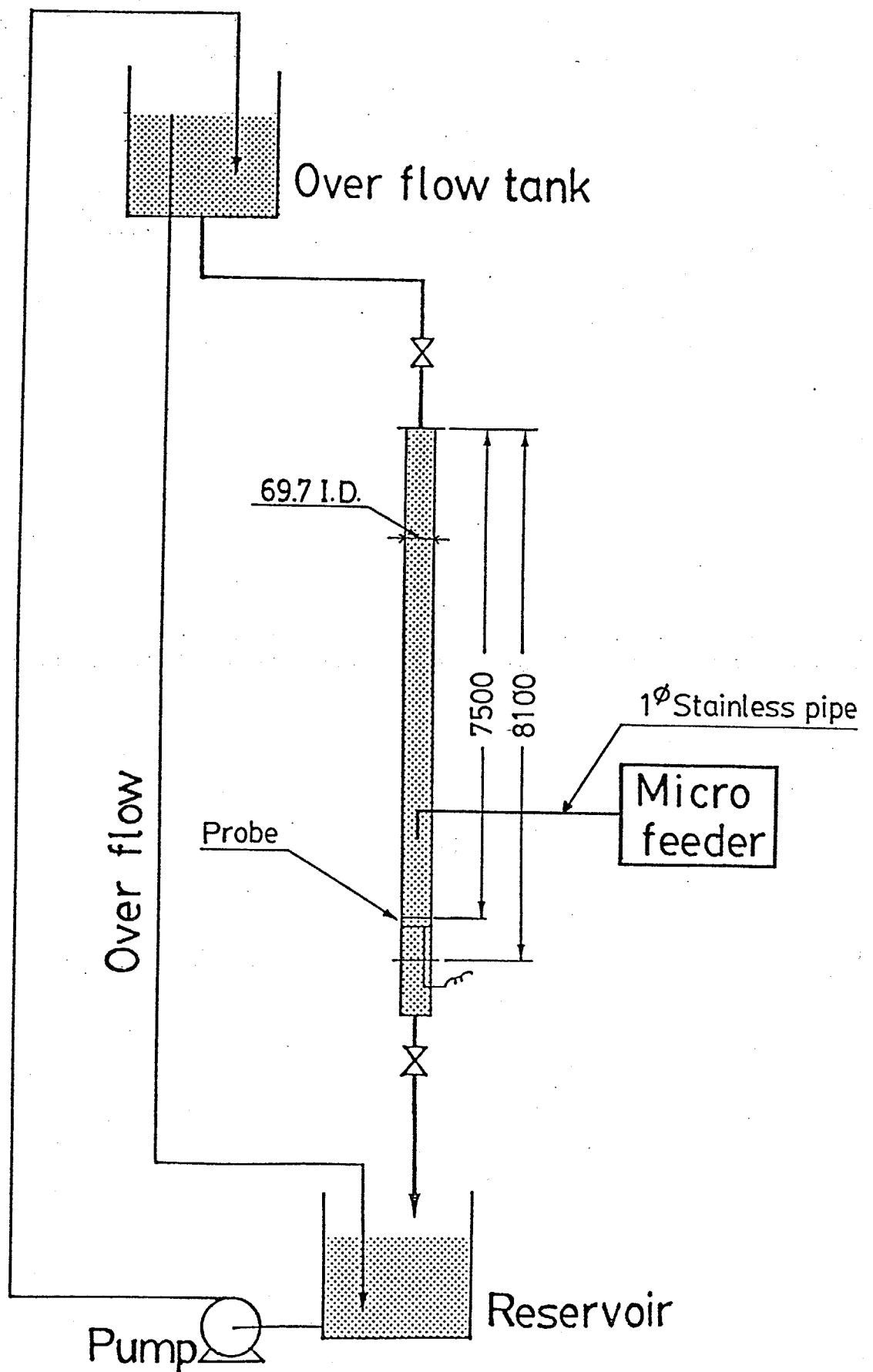


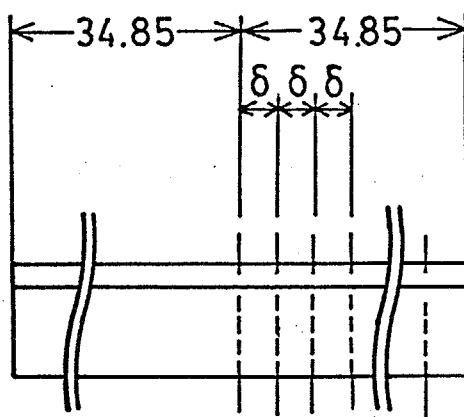
Figure 6-4 Experimental apparatus for measurement of concentration

トレーサーの濃度を Fig.6-5に示す電気伝導度プローブによって同時に測定した。電極はパーソナルコンピューターに組み込まれた16チャンネルのリレーによって0.0125秒間隔で切り替えた。個々の電極からの出力電圧はA-D変換器を介してパーソナルコンピューターのメモリーに記憶させ、解析を行なった。

Fig.6-6 は $Re=17200$ ，トレーサーを注入する点と測定点の距離 $z_m=10R$ の条件において測定された半径方向平均濃度分布と前節で推算された分布を比較して表わしている。縦軸の C^* は次の式により求められる無次元平均濃度である。

$$C^*=(C-C_{min})/(C_{max}-C_{min}) \quad (6-11)$$

ここで C_{max} 、 C_{min} はそれぞれ分布の最大値、最小値を表わす。 $\Delta t=0.1s$ として推算された破線で表わされる分布は測定結果とは一致していない。これは設定した Δt の値が適当でなかったためであると考えられ、適切な Δt の値に変更する必要がある。推算の際、仮想粒子は Δt の間一定の速度を保って動くことから Δt は一種の渦の時間スケールの意味をもつと考えられ、また第4章で述べたように大きい渦の半径方向の空間スケールは半径位置によって大きさが異なることから、 Δt の値も半径位置によって異なると考えられる。しかしここでは計算が必要以上に煩雑になるのを避けるために、最も低周波の渦群の平均スケールを用いて再び推算を試みてみた。第2章で求められた内径69.7mmの円管における最も低周波の渦群の平均周波数は約3Hzであり、その時間スケールは約0.3sとなるので、 $\Delta t=0.3s$ とした。その結果を Fig.6-6に実線で表わした、実験誤差等を考慮すると実験結果を十分に表わすことのできる分布が推算されたといえる。このことから、 Δt の値として、低周波の渦群の時間スケールを用いるのが適当であると考えられる。この値に Δt を設定して、 Re 、 z_m の値を変化させて推算した結果と実験結果を Figs.6-7(a)~(d)に示した。いずれの条件の実験結果も推算された結果と十分に一致している。Fig.6-8(a)に、 $Re=17200$ の場合の異なる z_m による推算結果をまとめて示した。 z_m が大きくなるにしたがい、



$$\delta = 2.18 \text{ mm}$$

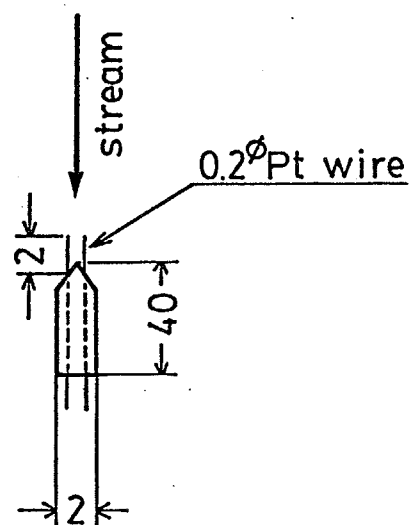


Figure 6-5 Electrode conductivity probe

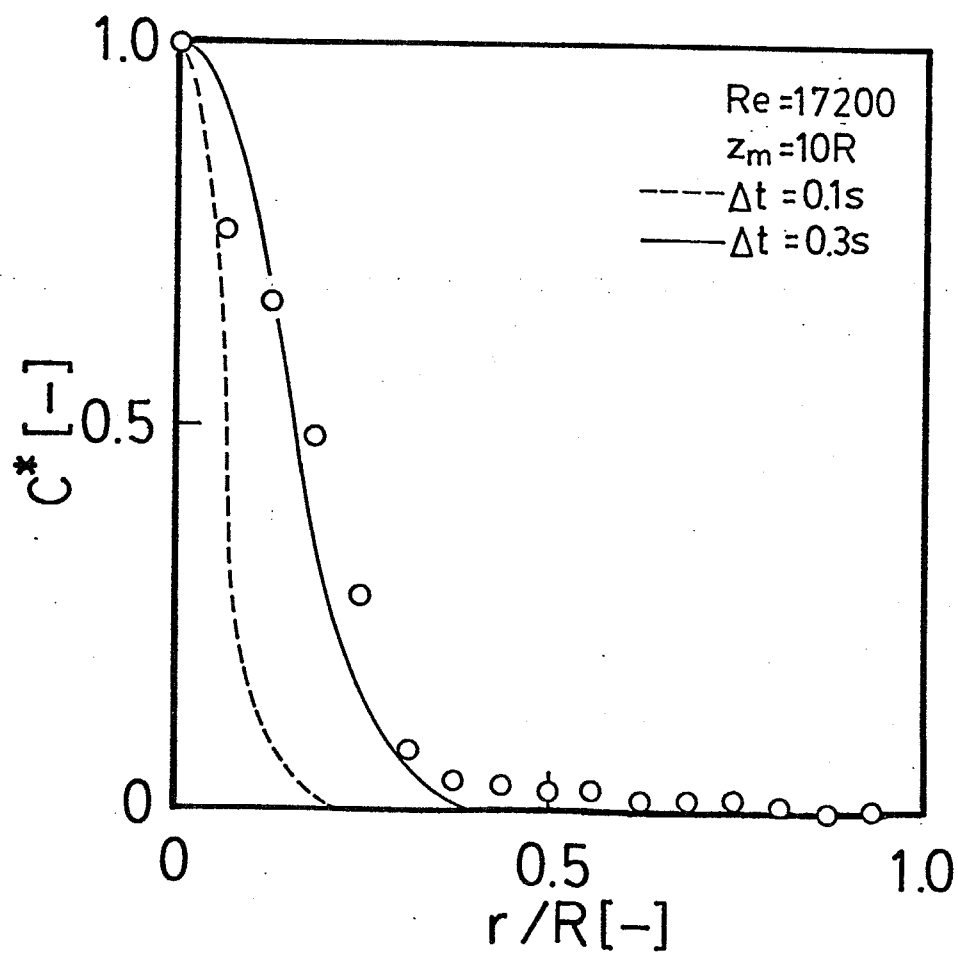


Figure 6-6 Radial distribution of average concentration

(Re=17200, $z_m=10R$)

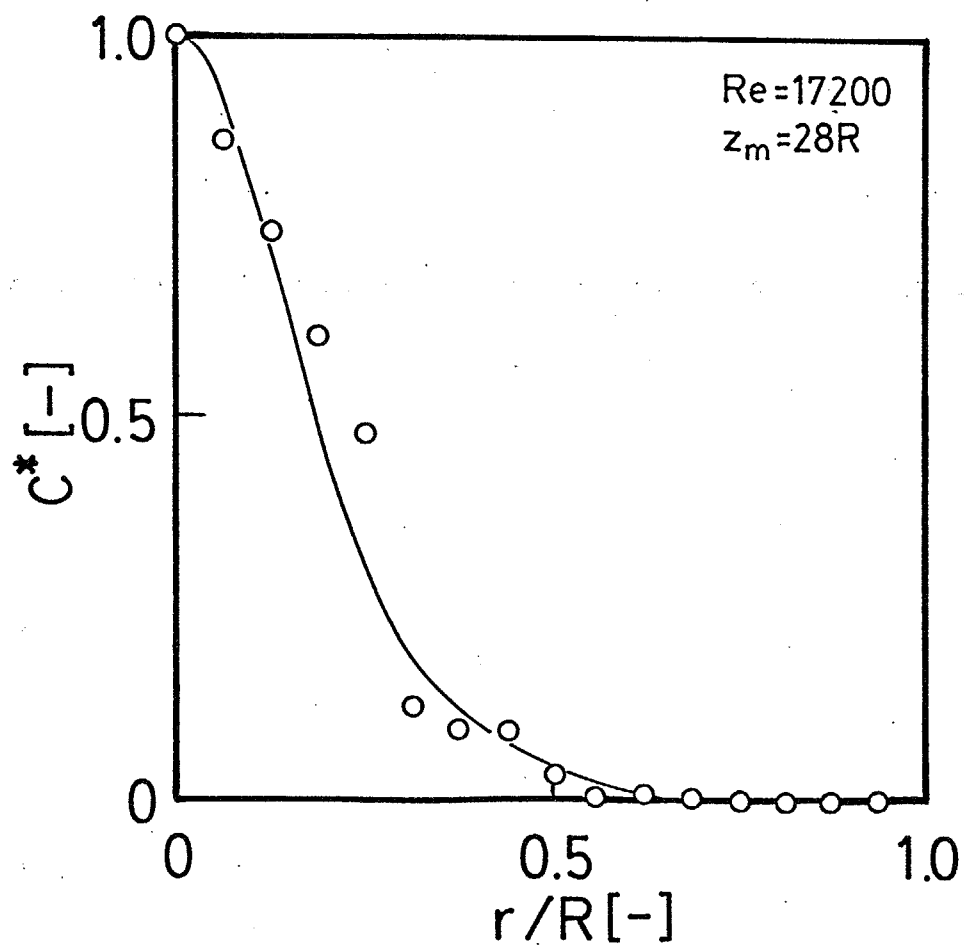


Figure 6-7(a) Radial distribution of average concentration

(Re=17200, z_m=28R)

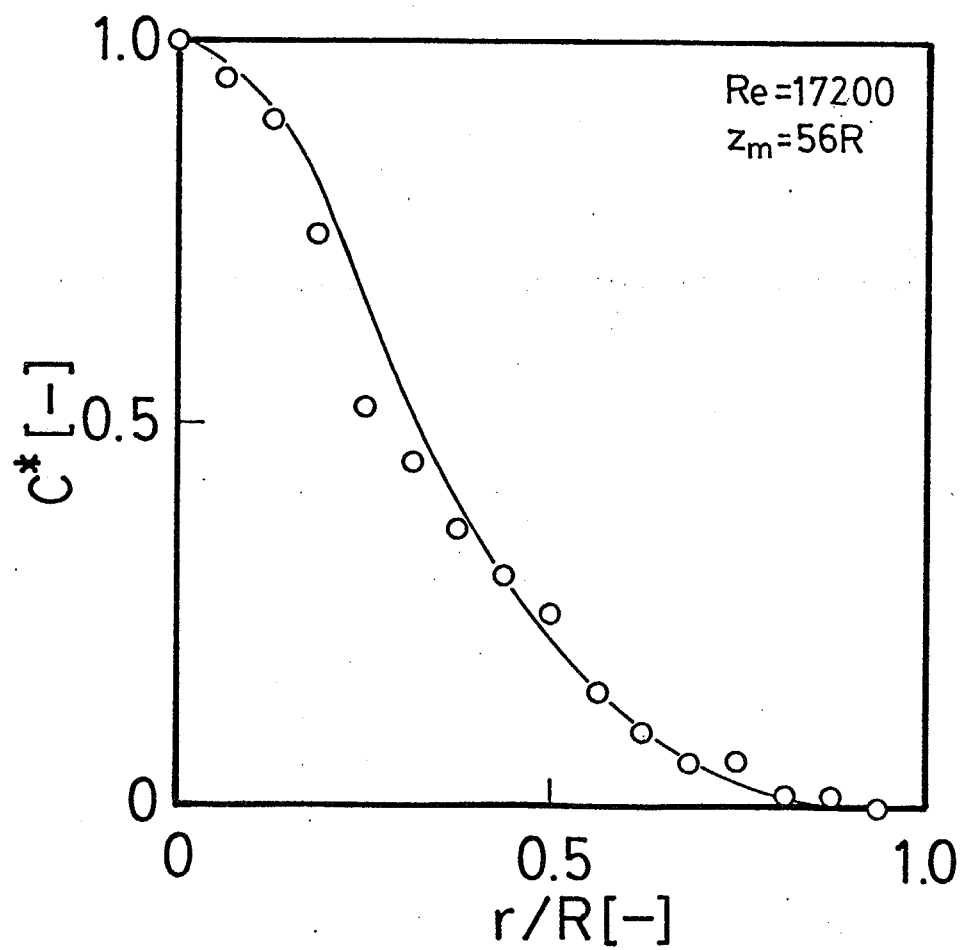


Figure 6-7(b) Radial distribution of average concentration

(Re=17200, z_m=56R)

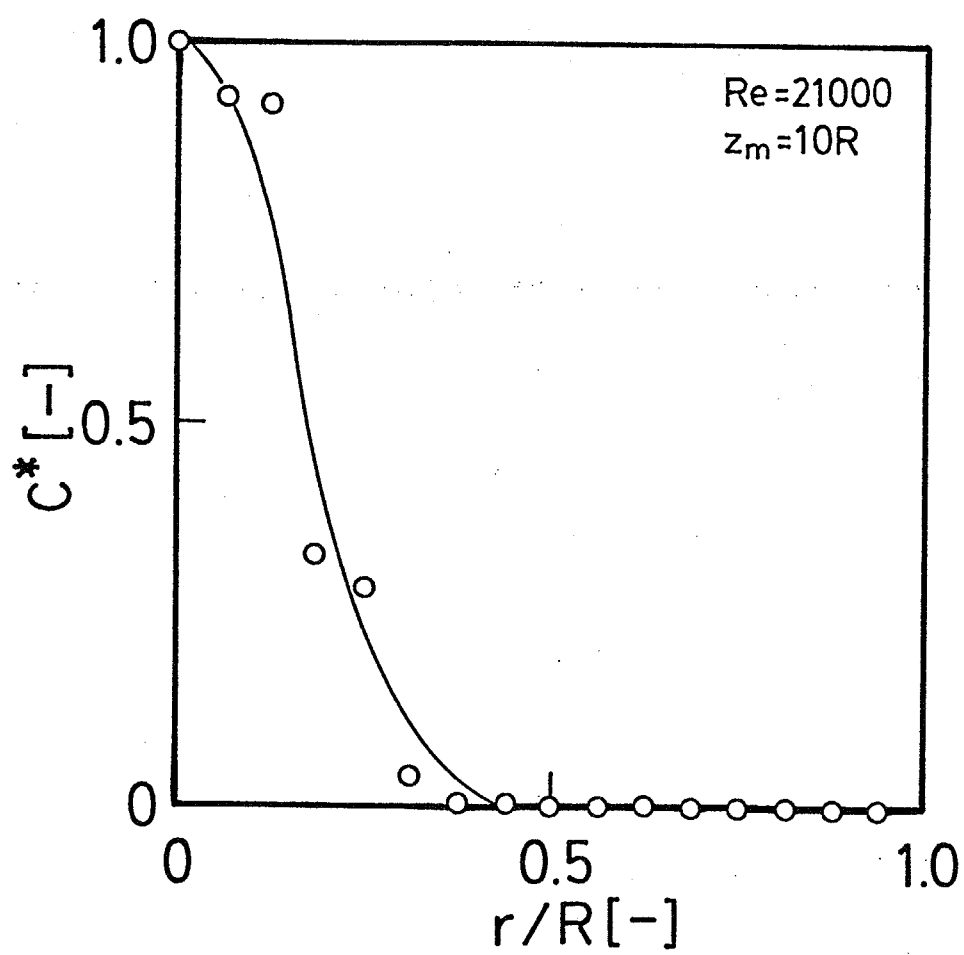


Figure 6-7(c) Radial distribution of average concentration
(Re=21000, z_m=10R)

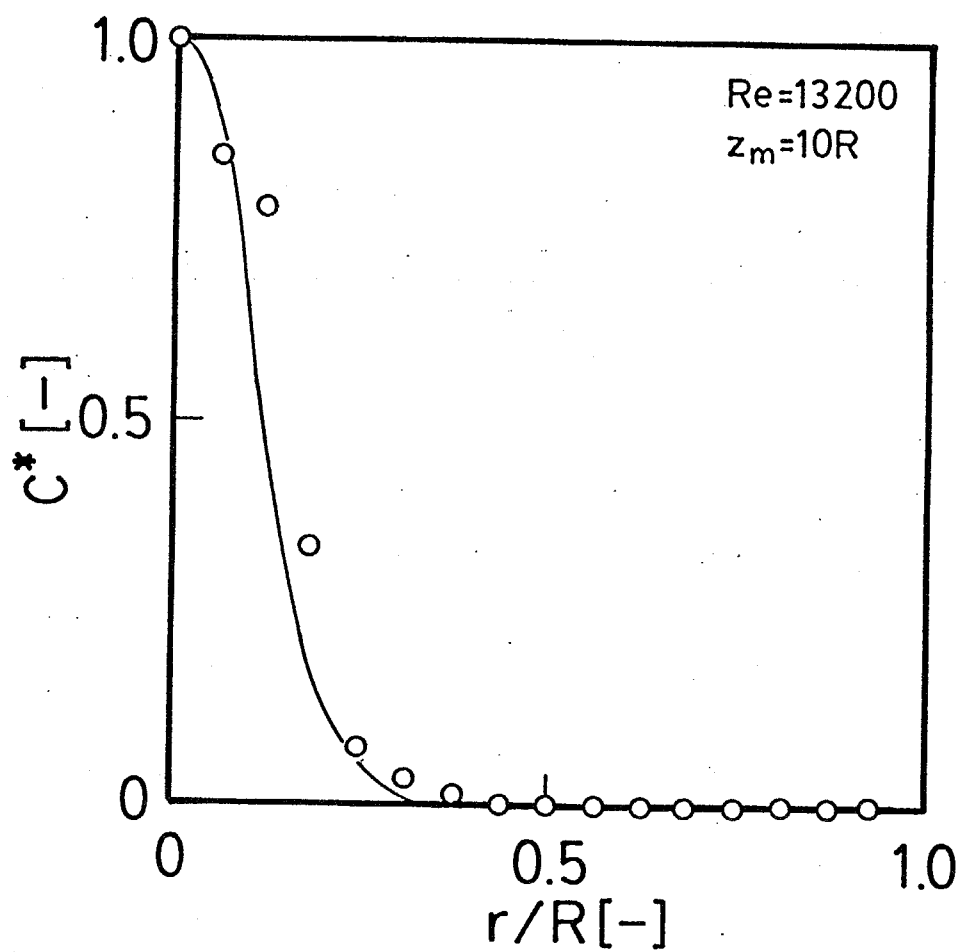


Figure 6-7(d) Radial distribution of average concentration
(Re=13200, z_m=10R)

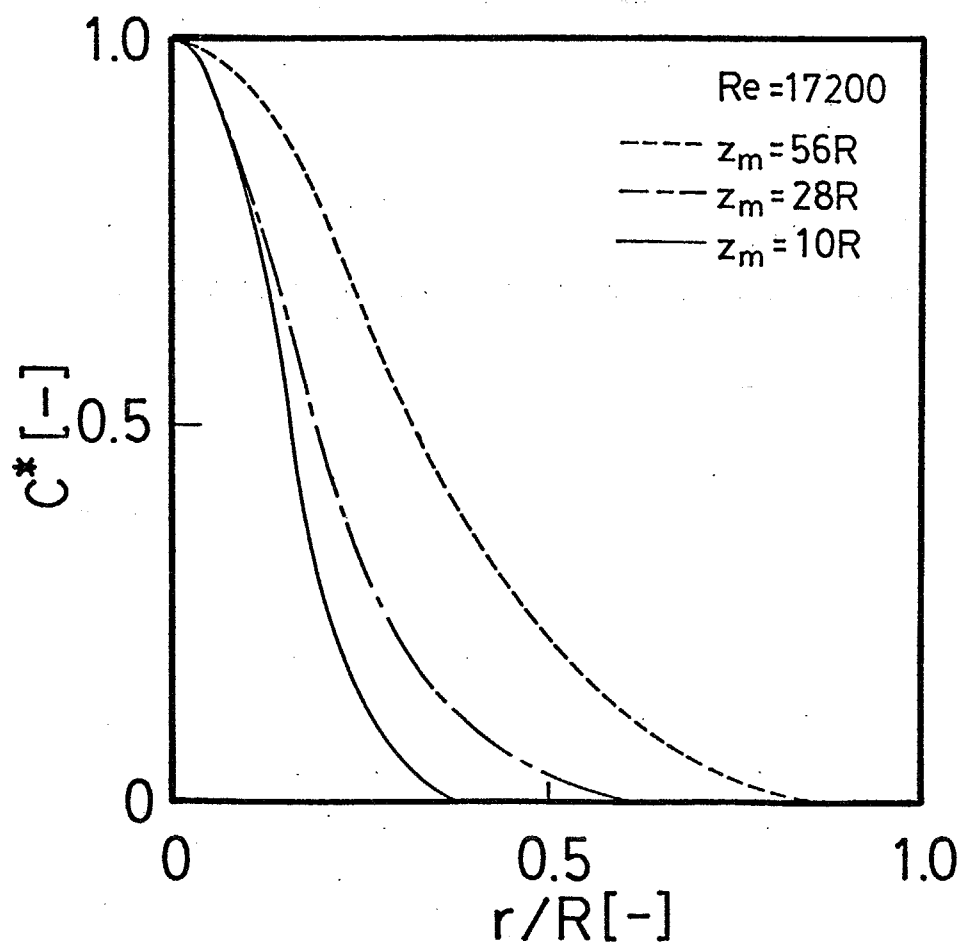


Figure 6-8(a) Radial distributions of average concentration.
($Re=17200$)

トレーサーが半径方向の広い範囲に拡散していく様子がよく表わされている。一方、 $z_m=10R$ の場合の異なる Re による推算結果をFig.6-8(b)にまとめて示した。注入した点から測定点までの距離が等しい場合、 Re が小さい方はトレーサーが到達するまでの時間が長いために、一方 Re が大きい方は半径方向の乱流強度の値が大きいために、それぞれより広範囲に拡散すると考えられる。ここで推算した条件の範囲においては乱流強度の影響の方が大きく、 Re が大きい方が広範囲に拡散している。

これらの結果から、本章で提案した推算法は妥当なものであり、低周波領域の渦群の時間スケールを時間間隔として用いることにより推算が十分に行えることが明らかとなった。

6-3-3 乱流拡散の分散

Fig.6-9 は同時に管中心からスタートした 2000個の仮想粒子の 2.4, 4.8, 7.2, 9.6秒後の分散状態を推算した結果を示している。各々の点はその時刻において各々の粒子が到達した位置を表わす。この図は無次元半径位置－無次元軸方向距離の 2次元平面内における粒子の分散状態を円環状の領域に分散している全ての粒子について表わしたもので、前節の粒子密度とは1対1には対応していない。Fig.6-10は 9.6秒後の部分を拡大したものである。点の分布によって、流体粒子がランダムに分散している様子がよく表わされている。壁面付近では z/R の値が小さい領域即ち上流側に粒子が多く存在しているが、これはこの領域の軸方向平均速度が小さいためと考えられる。

第3章で述べたように、一様な乱流場においては流体粒子の主流に垂直方向の移動距離の分散は時間が十分に経過した後は経過した時間に比例する。円管内乱流場は半径方向に平均速度分布があるために、主流に垂直な半径方向の分散は一様な乱流場の分散と同様に扱うことはできない。それに対して、軸方向は $0 \leq r/R \leq 0.1$ の管中心付近の領域に限ればほぼ一様とみなすことができる。そこでここ

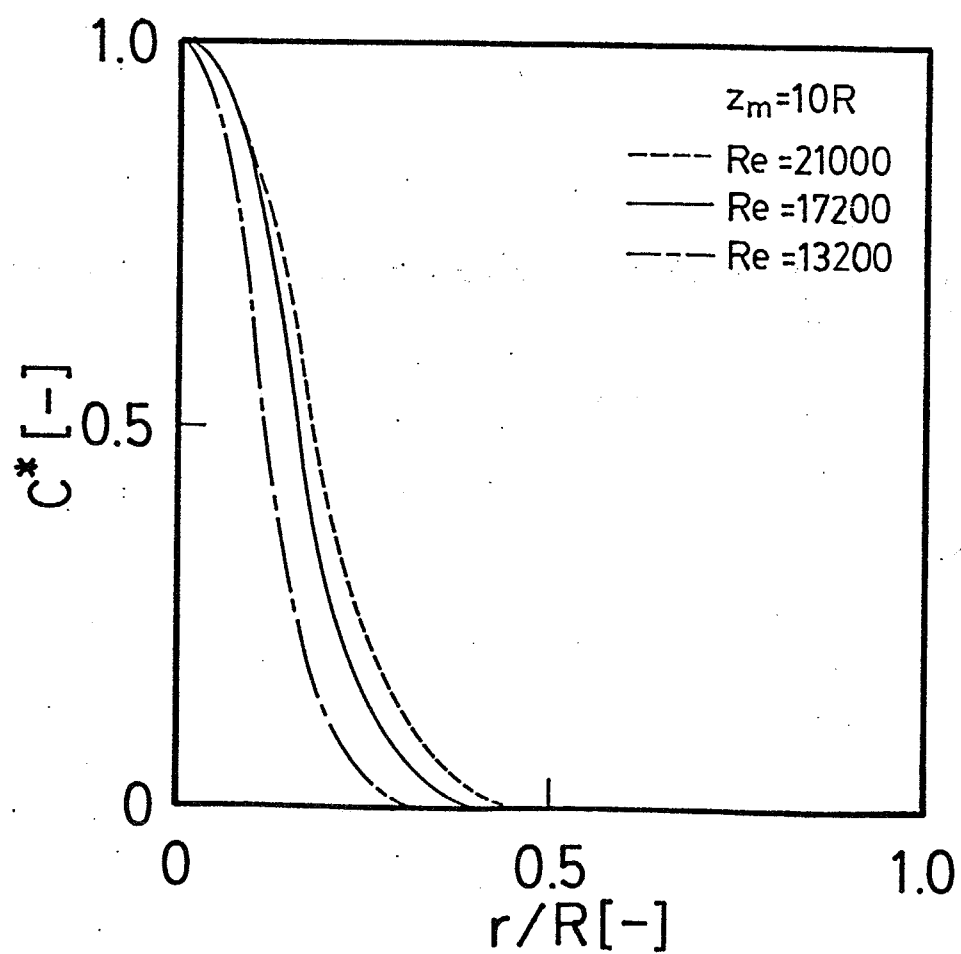


Figure 6-8(b) Radial distributions of average concentration
($z_m = 10R$)

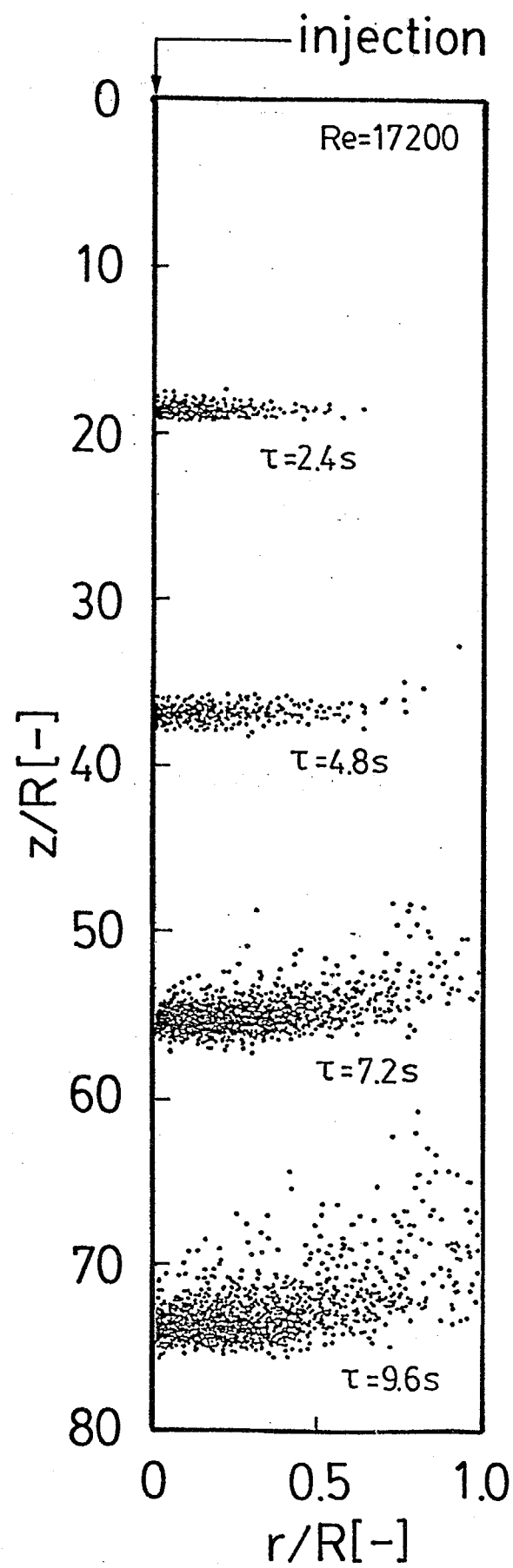


Figure 6-9 Change in dispersion of imaginary particles with time

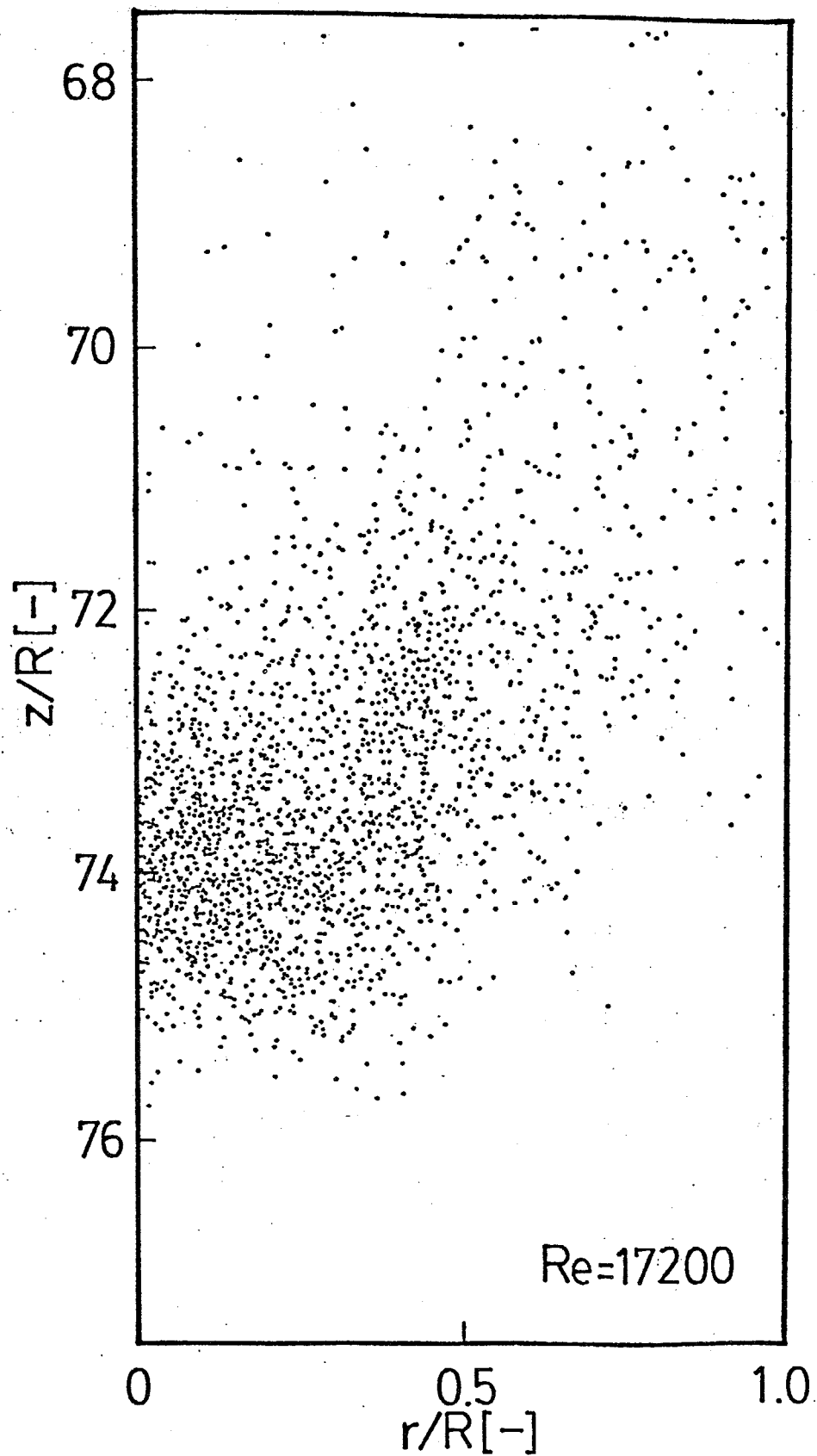


Figure 6-10 Dispersion of imaginary particles at $\tau = 9.6s$

では、この領域内に存在する粒子の軸方向の移動距離の分散 σ_z^2 を $Re=21000, 17200, 13200$ の 3 条件について求め、経過時間 τ との関係について検討した。その結果を Fig.6-11 に示す。いずれの条件の場合も分散はほぼ経過時間に比例しており、推算によって得られた結果は (3-4) 式で表わされる経過時間が長いときの乱流拡散の性質をよく表わしている。ただし、経過時間がある程度以上長くなると、速度分布が存在することによって $0 \leq r/R \leq 0.1$ の領域においても非一様性が無視できなくなるために、図のように分散が実線で表わされる直線よりも大きい値をとるようになる。図中の実線で表わされた直線は (3-5) 式

$$\begin{aligned}\sigma_z^2 &\simeq \overline{u_L^2} \pi \tau \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{2\pi N_{1i}} \\ &= \overline{u_L^2} \tau \frac{1}{2} \left(\frac{P_1}{N_{11}} + \frac{P_2}{N_{12}} + \dots + \frac{P_m}{N_{1m}} \right) \quad (3-5)\end{aligned}$$

で表わされると考えられるので、その傾きと第 2 章で求めた P_i および N_{1i} の値を用いることにより上式から Lagrange の速度変動に基づく乱流強度 $\sqrt{\overline{u_L^2}}$ の値を求めることができる。この値は、Euler の速度変動に基づく乱流強度 u_z' の値とほぼ等しいと考えられる。そこで、Fig.2-8 の実測された u_z' の値と比較して Table 6-3 に示した。いずれの Reynolds 数の場合も計算された値 ($u_z'_{calc}$) は実測

Re[-]	$u_z'_{calc}$ [m/s]	$u_z'_{exp}$ [m/s]
21000	2.35×10^{-2}	2.02×10^{-2}
17200	2.00×10^{-2}	2.12×10^{-2}
13200	1.53×10^{-2}	1.70×10^{-2}

Table 6-3 Comparison of calculated values of u_z'
with experimental ones

値 ($u_z'_{exp}$) と良好に一致している。

このことは推算された結果が、第 3 章において検討された乱流拡散

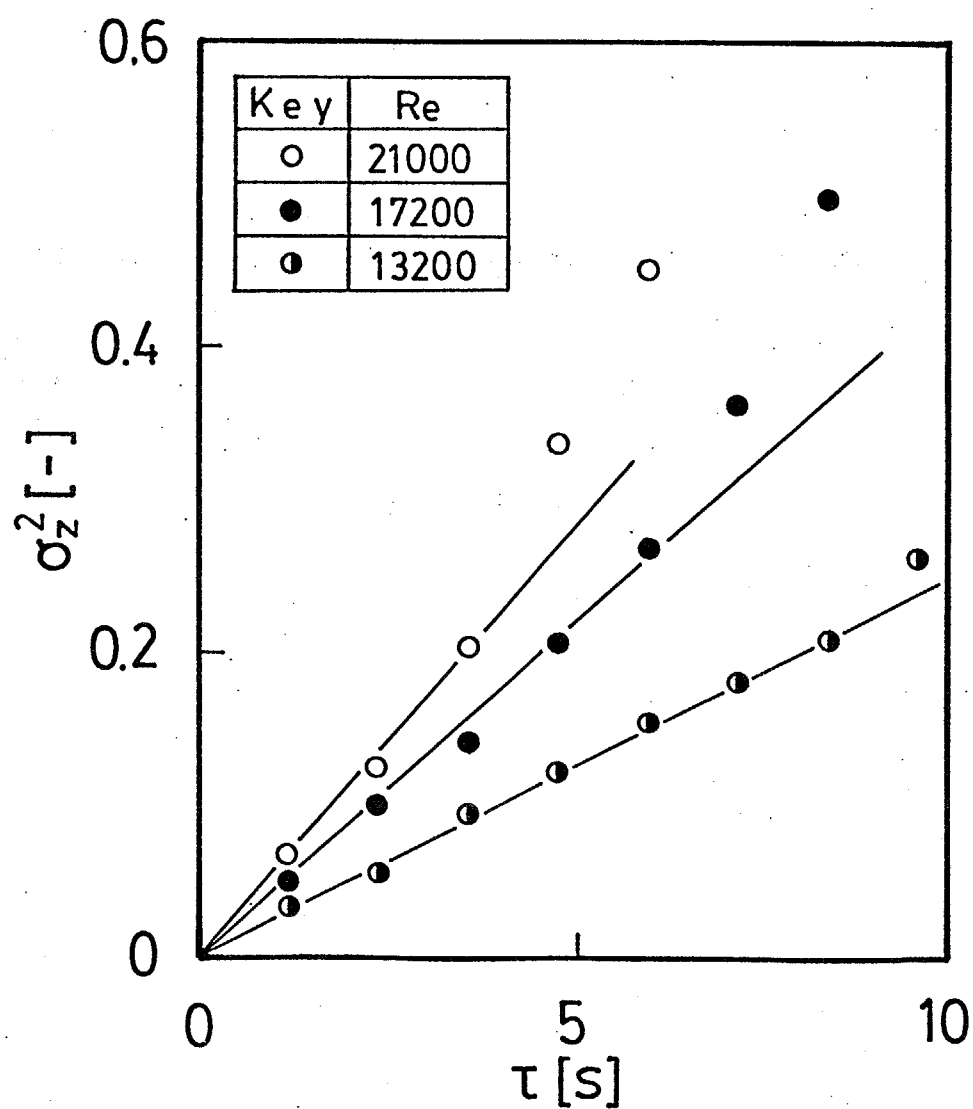


Figure 6-11 Change in variance of axial displacement of
imaginary particles with time

現象と一致することを示していることにもなるが、一方では第2章で求めた渦群の平均周波数の値および、第3章における検討が妥当であることを裏付けていることにもなる。

このように、本章で示した方法により、流体粒子の分散を含め、乱流拡散を推算することができることが明らかとなった。

6-3-4 任意の半径位置から注入されたトレーサーの乱流拡散

Fig.6-12は推算を行なう際に仮想粒子を注入する半径位置を $r/R=0.75$ とした場合の粒子の分散を Fig.6-9と同様に表わしたものである。軸対称を仮定しているので、管中心以外の位置から粒子を注入した場合は、その半径位置における円環状の領域から注入されたトレーサーの拡散を推算することになる。管中心から注入した場合と比較して短時間で粒子が広い範囲に分散しているが、これは壁面に近い領域では速度変動、Reynolds応力の値が大きいためであると考えられる。

このように本推算法により任意の位置から注入された粒子の分散を予測することができる。

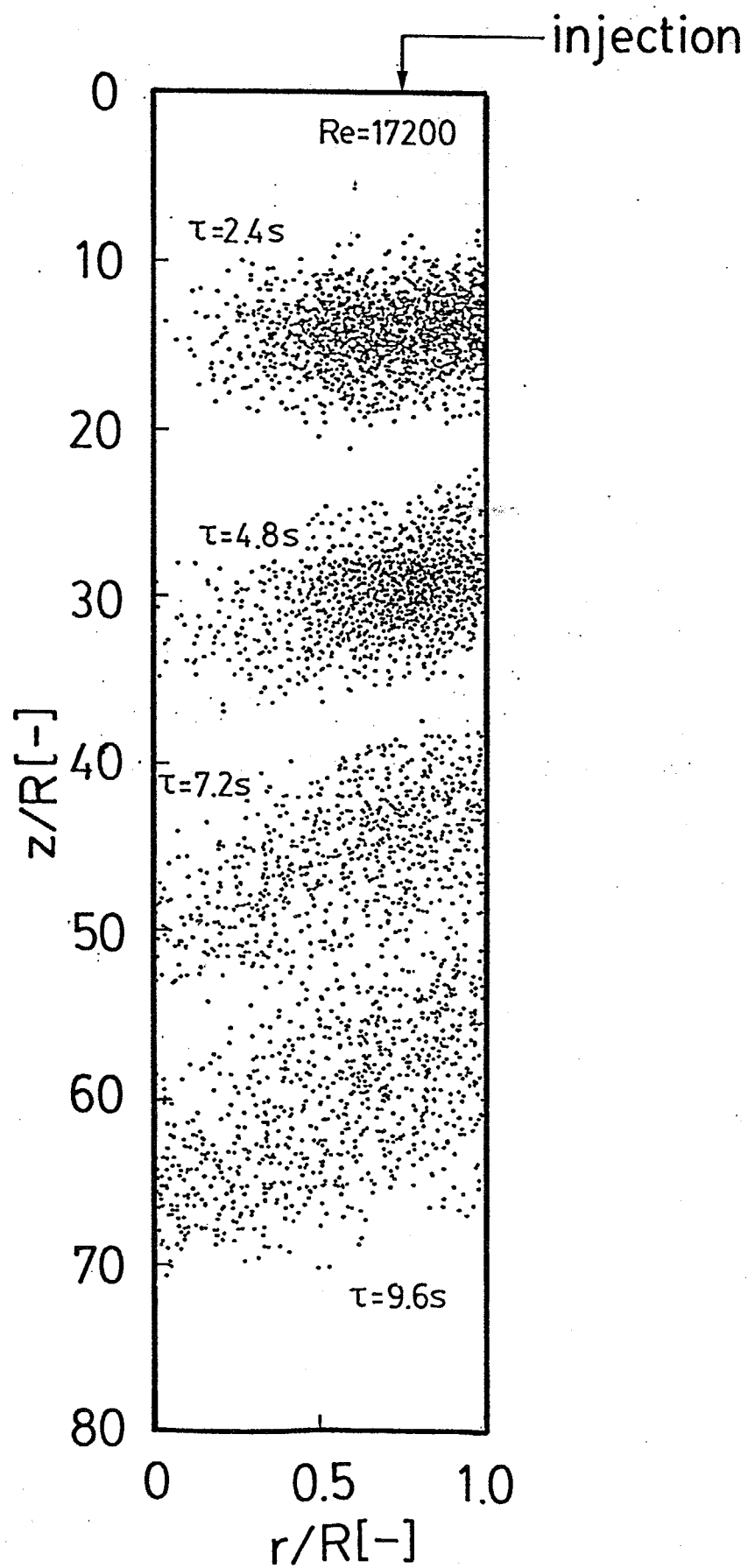


Figure 6-12 Change in dispersion of imaginary particles with time (particles are injected at $r/R=0.75$)

本章で示した推算では、乱流場における Navier-Stokes 方程式、拡散方程式等を全く用いていないにもかかわらず、実測の結果、あるいは従来の理論的に得られた乱流拡散の性質と一致する結果が得られた。これは、大きい渦による運動量移動が乱流拡散に非常に大きな役割を果たしていることと、前章までに求められた渦に関する知見がその大きい渦の特徴をよく表わしていることによると考えられる。なお、前述のように、大きい渦のスケールが本来は半径方向に分布をもつために推算に用いる時間間隔を粒子の存在する半径位置に応じて変化させるべきであるが、平均的な時間スケールを用いても十分に測定結果と一致する結果が得られた。このことにより計算が複雑になることを避けることができたが、スケールの変化が大きい壁面近傍の推算を行なう場合は時間間隔を半径位置に応じて変化させる必要があることは勿論である。

6-4 本章の結論

本章においては乱流場におけるスカラー量の拡散を運動量移動の実験結果から求められる渦の特徴を表わす共起行列を用いることにより推算する方法を提案した。この方法は従来の Navier-Stokes 方程式、拡散方程式を数値的に解くことによる推算と比較して簡単であり、かつ短時間で計算ができるという利点がある。また、第4章、第5章でスケール、形状を求めた低周波領域の渦群が乱流拡散に影響を及ぼしていることが推算と実験の結果の比較により明らかとなった。

以上のことから、前章までに求められたような大きい渦のスケール、形状が実験、あるいは簡単な数値シミュレーションなどの方法によって明らかにされていれば、任意の乱流場における乱流拡散現象も本章に示した簡単な方法により推算することができる可能性があると考えられる。

第7章 結 論

乱流場における大きいスケールの渦による乱流拡散を明らかにするために、まず低波数から高波数にわたる広い波数領域に適用できるエネルギースペクトルの表示式を確立し、同表示式に基づいて乱流場を構成する渦群のスケールの分布を明らかにするとともに、同表示式から得られる乱流拡散現象に基づくスケールアップ法を円管を例として挙げて提案した。次いで、軸方向速度の多点同時測定の結果をパターン解析し、渦のスケールの分布、形状などの特徴を明らかにし、そのような特徴をもつ渦による乱流拡散を従来とは異なる方法により推算した。その結果乱流拡散は求められた大きい渦のスケール、形状に基づいて十分に推算することができることがわかった。また、同様の方法により、様々な乱流場における拡散現象を推算することができると思われる。

以下に総括的な結論を述べる。

第1章「緒論」においては、既往の研究を概観し、本研究の目的と意義を明らかにした。

第2章「乱流場を構成する渦群」においては、乱流場が様々な大きさの渦群により構成されるという考えに基づいて広い波数領域にわたるエネルギースペクトル分布を表わす式を新たに提案した。さらに円管内乱流場のエネルギースペクトル分布から管内径が大きくなるに従い、その渦群の数が増えること、第4章以下で対象とする低周波領域の渦群の平均周波数は数Hzのオーダーであること等が明らかとなった。

第3章「円管内径と渦群数」においては、第2章において提案された式に基づいて、従来の乱流拡散現象に関する理論を十分に説明できることを確認するとともに、さらに、乱流拡散の構造は渦群の分布を表わすエネルギースペクトル分布で代表されるという考えに基づき、第2章で提案された式で表わされるエネルギースペクトル分布を等しくすることによるスケールアップ法を円管の場合を例と

して提案した。このスケールアップ法に従えば、渦構造が変化しないので、スケールアップ後の乱流拡散現象を第6章の方法で推算することも可能である。

第4章「乱流パターンに基づく渦群のスケール」においては、半径方向多点で同時測定した軸方向速度に基づく等速度線図を描き、その図を乱流パターンととらえ、統計的方法と図から直接読みとる方法により、渦の半径方向のスケールの分布を求めた。その結果、スケールの異なる2種類の渦が存在することを明かにした。そのうち大きい方の渦のスケールは乱流拡散係数と同様の分布をもつことから混合距離に対応する長さであると予想された。

第5章「乱流パターンに基づく渦群の形状」においては、第4章で抽出された渦の領域内での複数の速度変動の相互依存性を考慮して、パターン解析の手法の一つである共起行列を用いることによりその平均的な形状を明らかにした。その結果、スケールの異なる2種類の渦のうち小さい渦は等方的な形状であるものの、大きい渦は主流方向に長く延びており、上流壁面寄りから下流管中心寄りに傾いている非等方的な形状をしていることが明らかとなった。

第6章「乱流拡散と渦群」においては、第4章、第5章で求めたスケール、形状をもつ渦に基づく乱流拡散を、拡張した共起行列により推算した。その結果は、乱流拡散に関する理論的な考察から導かれる性質と一致し、また実験結果とも良好に一致した。このことにより、本研究において求められた大きいスケールの渦に関して得られた性質は妥当なものであり、また乱流場においてその渦が大きな役割を果たしていることを確認した。

第7章「結論」においては、以上の結論を総括して示した。

使用記号

a	= lateral distance between two points in a contour line map	[-]
b	= longitudinal distance between two points in a contour line map	[s]
b'	= dimensionless axial distance between two points in a contour line map	[-]
C	= concentration of tracer	[mol/m ³]
$C_{\max}$	= the maximum value of the concentration radial-distribution of tracer injected	[mol/m ³]
$C_{\min}$	= the minimum value of the concentration radial-distribution of tracer injected	[mol/m ³]
C_P	= correlation coefficient for one-dimen- sional arrangement of data	[-]
$C_{P\max}$	= peak value in a curve of C_P	[-]
C^*	= dimensionless ensemble mean concentration	[-]
D	= pipe inner diameter	[m]
d	= distance between two data in one-dimen- sional arrangement of data	[-]
d_r	= distance of a particle's movement in radial direction	[m]

d_z	= distance of a particle's movement in axial direction	[m]
$E_1(k_1)$	= energy spectrum	[m ³ /s ²]
$E_1(n_1)$	= energy spectrum	[m ² /s]
$F_1(n_1)$	= energy spectrum density	[s]
i	= group-number of velocity fluctuation	[-]
j	= group-number of velocity fluctuation	[-]
K_{1i}	= average wavenumber of eddy-group i	[1/m]
K_m	= average wavenumber of the smallest eddy-group	[1/m]
k_1	= wavenumber	[1/m]
L	= radial space-scale of eddy in a contour line map	[-]
m	= number of eddy-groups	[-]
N_{1i}	= average frequency of eddy-group i	[1/s]
N_{ij}	= ij -component of spatial-dependence matrix	[-]
$N(\dots)$	= component of multi order spatial-dependence matrix	[-]
n_1	= frequency	[1/s]
P_D	= spatial-dependence matrix	
P_{Dij}	= ij -component of P_D	[-]
P_i	= weight factor of eddy-group i	[-]
P_M	= spatial-dependence matrix	

P_{Mij}	= ij-component of P_M	[-]
$P(\dots)$	= component of normarized multi order spatial-dependence matrix	[-]
P_∞	= spatial-dependence matrix	
$P_{\infty ij}$	= ij-component of P_∞	[-]
p_i	= probability for group i of velocity fluctuation	[-]
p_j	= probability for group j of velocity fluctuation	[-]
q	= index concerning mutual dependence of two points	[-]
R	= pipe inner radius	[m]
Re	= Reynolds number	[-]
RND	= random number generated by a computer	[-]
$R(t)$	= double-velocity correlation function	[-]
$R_L(t)$	= Lagrangian double-velocity correlation function	[-]
r	= radius	[m]
s	= standard deviation of u_r around the regression line expressed by Eq.(6-4)	[m/s]
t	= time	[s]
$\bar{U}_l$	= uniform velocity	[m/s]
$\bar{U}_a$	= cross-average velocity	[m/s]

U_{pr}	= radial velocity of an imaginary particle	[m/s]
U_{pz}	= axial velocity of an imaginary particle	[m/s]
U_z	= instantaneous local axial velocity	[m/s]
$\bar{U}_z$	= average local axial velocity	[m/s]
$\bar{U}_{zmax}$	= average local axial velocity at the center of pipe	
u_1	= velocity fluctuation	[m/s]
u_L	= Lagrangian velocity fluctuation	[m/s]
u_r	= radial velocity fluctuation	[m/s]
u_r'	= rms value of u_r	[m/s]
u_z	= axial velocity fluctuation	[m/s]
u_z'	= rms value of u_z	[m/s]
V	= output voltage	[V]
W	= width of a peak in a curve of C_p	[-]
$\bar{W}$	= average value of W	[-]
x_1	= distance or direction	[m]
z	= axial distance	[m]
z_m	= axial distance between a point where tracer was injected and the measuring point	[m]

Greek Letter

α	= ratio concerning K_{1i}	[-]
β	= ratio concerning P_i	[-]
γ_i	= $(2\pi)^2 N_{1i}^2$	[1/s ²]
Δt	= time interval	[s]
Δr	= distance between adjacent two radial positions	[-]
κ	= proportional constant	[-]
κ_a	= average value of κ	[-]
Λ_1	= macro-space-scale	[m]
λ_1	= micro-space-scale	[m]
μ	= viscosity	[kg/(m·s)]
ν	= kinematic viscosity	[m ² /s]
ρ	= density of fluid	[kg/m ³]
σ^2	= variance of displacement of fluid particle	[m ²]
σ_z^2	= variance of axial displacement of fluid particle	[m ²]
T_1	= macro-time-scale	[s]
τ	= time	[s]
τ_1	= micro-time-scale	[s]
ω	= angular velocity of annulus tank used for calibration of the velocity measuring probe	[1/s]

引用文献

- 1) Birkoff, G.: Comm. Pure Appl. Math., 7, 19 (1954)
- 2) Blackwelder, R.F. and L.S.G. Kovasznay: Phys. Fluids, 15, 1545 (1972)
- 3) Blackwelder, R.F. and R.E. Kaplan: J. Fluid Mech., 76, 89 (1976)
- 4) Boussinesq, J.: Mem. Acad. Sci. Paris, 23, 1 (1877)
- 5) Brown, G.L. and A.S.W. Thomas: Phys. Fluids, 20, 234 (1977)
- 6) Chandrasekhar, S.: Proc. R. Soc. London A, 200, 20 (1949)
- 7) Corino, E.R. and R.S. Brodkey: J. Fluid Mech., 37, 1 (1969)
- 8) Favre, A.J., J.J. Gaviglio and R.J. Dumas: J. Fluid Mech., 2, 313 (1957)
- 9) Gibson, C.H. and W.H. Schwartz: J. Fluid Mech., 16, 365 (1963)
- 10) Gibson, M.M.: Nature, 195, 1281 (1962)
- 11) Grass, A. J.: J. Fluid Mech., 50, 233 (1971)
- 12) Haralick, R.M., K. Shanmugam and I. Dinstein: IEEE Trans., SMC-3, 610 (1973)
- 13) Heisenberg, W. Z.: Phys., 124, 628 (1948)
- 14) Helland, K.N., C.W. Van Atta and G.R. Stegen:

- J. Fluid Mech., 79, 337 (1977)
- 15) Hinze, J.O.: "Turbulence", 2nd ed., p.730,
McGraw-Hill, New York (1975)
- 16) Hirsekorn, F.S. and S.A. Miller: Chem. Eng.
Progress, 49, 459 (1953)
- 17) Ito, S. and K.Ogawa: J. Chem. Eng. Japan, 6,
231 (1973)
- 18) Karman, T.V. and L. Howarth: Proc. R. Soc.
London A, 164, 192 (1938)
- 19) Kim, H.T., S.J. Kline and W.C. Reynolds: J.
Fluid Mech., 50, 133 (1971)
- 20) Kline, S.J. and P.W. Runstalder: Trans. ASME J.
Appl. Mech., 26, 166 (1959)
- 21) Kline, S.J., W.C. Reynolds, F.A. Schraub and
P.W. Runstalder: J. Fluid Mech., 30, 741
(1967)
- 22) Kobashi, Y.: J. Phys. Soc. Japan, 12, 533
(1957)
- 23) Kolmogoroff, A.N.: Acad. U.S.S.R., 30, 301
(1941)
- 24) Kolmogoroff, A.N.: Acad. U.S.S.R., 32, 16
(1941)
- 25) Komori, S. and H. Ueda: Phys. Fluids, 27, 77
(1984)
- 26) Komori, S. and H. Ueda: J. Fluid Mech., 152,

337 (1985)

- 27) Laufer, J.: NACA, TN1174 (1954)
- 28) Lawn, J.: J. Fluid Mech., 48, 477 (1971)
- 29) Loitsiansky, L.G.: NACA, TM1079 (1945)
- 30) Lu, S.S. and W.W. Willmarth: J. Fluid Mech., 60,
481 (1973)
- 31) Moum, J.N., J.G. Kawall and J.F. Keffer: Phys.
Fluids, 26, 2939 (1983)
- 32) 長野靖尚、菱田幹雄、田川正人: 日本機械学会論文
集 B編, 53, 2167 (1987)
- 33) Orr, W.M.F.: Proc. R. Irish Acad. A, 27, 9
(1907)
- 34) Ogawa, K.: Int. J. Fluid mech., 1, 235 (1988)
- 35) Prandtl, L.: Angew. Math. Mech., 5, 136 (1925)
- 36) Proudman, I.: Proc. Cambridge Phil.Soc., 47,
158 (1951)
- 37) Rayleigh, L.: Proc. London Math. Soc., 11, 57
(1880)
- 38) Reynolds, O: Phil. Trans. R. Soc. London A, 174,
935 (1883)
- 39) Reynolds, O: Phil. Trans. R. Soc. London A, 186,
123 (1895)
- 40) Rotta, J.: Ingr.Arch., 18, 60 (1950)
- 41) Sabot, J., J. Renault and G. Comte-Bellot:
Phys. Fluids, 16, 1403 (1973)

- 42) Sabot, J. and G. Comte-Bellot: J. Fluid Mech.,
74, 767 (1976)
- 43) Sommerfeld, A.: Atti IV Congr. Int. Math. Rome,
1908 p.116 (1909)
- 44) Stewart, R.W. and A.A. Townsend: Phil. Trans.
R. Soc. London, 243A, 359 (1951)
- 45) 谷 一郎 : 「流体力学の進歩 乱流」, p.87, 丸善,
東京 (1980)
- 46) 巽 友正 : 数理科学, 250, 5 (1984)
- 47) Taylor, G.I.: Phil. Trans. R. Soc. London A,
215, 1 (1915)
- 48) Taylor, G.I.: Proc. R. Soc. London A 135, 685
(1932)
- 49) Taylor, G.I.: Proc. R. Soc. London A 151, 421
(1935)
- 50) Taylor, G.I.: Proc. R. Soc. London A 164, 476
(1938)
- 51) Wallace, J.M., H. Eckelmann and R.S. Brodkey:
J. Fluid Mech., 54, 39 (1972)

著者関係論文

- 52) Ogawa, K., C. Kuroda and S. Yoshikawa: J. Chem.
Eng. Japan, 18, 544 (1985)
- 53) Ogawa, K., C. Kuroda and S. Yoshikawa: J. Chem.
Eng. Japan, 19, 345 (1986)

- 54) Ogawa,K., C. Kuroda and S. Yoshikawa: J. Chem.
Eng. Japan, 20, 111 (1987)
- 55) Ogawa,K., C. Kuroda and S. Yoshikawa: Chem.
Eng. Comm., 66, 113 (1988)
- 56) Ogawa,K., S. Yoshikawa, A. Suguro, and J.
Ikeda: J. Chem. Eng. Japan (In submitting)

謝 辞

本研究を行なうにあたり、終始適切なお指導、御教授を賜りました小川浩平助教授に深く感謝の意を表します。

また、たいへん御多忙のところ論文審査を御願ひ致します
北條英光教授、岡部平八郎教授、小出耕造教授、浅野康一教授、
神沢淳教授に厚く御礼申し上げます。

さらに終始適切な御助言をいただきました資源化学研究所
黒田千秋助教授、および実験に御協力いただいた卒業生を含む小川
研究室の皆様にご心から感謝致します。