

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	代数的な画像再構成手法を用いたPET画像の画質向上に関する研究
Title(English)	
著者(和文)	山谷泰賀
Author(English)	Taiga Yamaya
出典(和文)	学位:工学博士, 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第4577号, 授与年月日:2000年9月30日, 学位の種別:課程博士, 審査員:大山永昭
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第4577号, Conferred date:2000/9/30, Degree Type:Course doctor, Examiner:
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis



Imaging Science and Engineering Laboratory
Tokyo Institute of Technology
4259 Nagatsuta-tyou Midori-ku Yokohama-shi Kanagawa 226-8503 Japan

平成 12 年度 学位論文

代数的な画像再構成手法を用いた PET 画像の画質向上に関する研究

(September 2000)

東京工業大学 総合理工学研究科
物理情報工学専攻

山谷泰賀 (98D24080)

指導教官 大山永昭教授

〒226-8503 横浜市緑区長津田町 4259

東京工業大学像情報工学研究施設
e-mail: yama@isl.titech.ac.jp (大山永昭教授)
taiga@isl.titech.ac.jp (山谷泰賀)



Imaging Science and Engineering Laboratory
Tokyo Institute of Technology
4259 Nagatsuta-tyou, Midori-ku, Yokohama-shi, Kanagawa 226-8503, Japan

Algebraic Image Reconstruction Methods to Improve PET Image Quality

by

Taiga Yamaya

Thesis Supervisor:
Prof. Nagaaki Ohyama

Submitted for the Degree of Doctor of Philosophy
September 2000

Imaging Science and Engineering Laboratory
Tokyo Institute of Technology
4259 Nagatsuta, Midori-ku,
Yokohama 226-8503, Japan

論文要旨

代数的な画像再構成手法を用いた PET 画像の画質向上に関する研究

東京工業大学
総合理工学研究科
物理情報工学専攻
山谷泰賀

本論文は、「代数的な画像再構成手法を用いた PET 画像の画質向上に関する研究」と題し、6 章から成っている。

第 1 章「序論」では、研究の背景及び目的を述べた。まず、被検者に投与した陽電子放出核種の体内分布を画像化する Positron Emission Tomography (PET) は、脳や臓器などの生体機能を画像化することから臨床利用が進められているが、より高度な診断を行うためには PET 画像の画質向上が不可欠であると述べた。また、現在の PET 装置は、 γ 線の検出効率を上げるために奥行きの高い検出素子を用いているため、各検出器対が物体空間に対してもつ感度分布は、検出器対ごとに異なり、視野領域の端に位置するほど広がることを述べた。そして、一般的な画像再構成手法である Filtered Backprojection (FBP) 法は、計算量は少ないが、観測データが物体の線積分値で得られることを仮定しているため、上記の感度分布の特性を考慮できず、再構成像の画質の向上を制限していることを指摘した。これに対して、代数的な画像再構成手法は、観測系を正しくモデル化できることから、再構成像の画質向上が可能であると述べた。そこで、本研究の目的は、代数的手法に基づく実用的な PET 画像再構成手法を開発し、PET 画像の画質を向上することであると述べた。

第 2 章「PET 観測系と画像再構成手法」では、本研究の対象となる PET 観測系および画像再構成手法について述べた。まず、PET の原理および PET 装置について概説し、PET 観測系がシフトバリエーションな特性をもつことを明らかにした。また、観測モデルと画像再構成手法の関係について述べ、高精度な PET 画像を得るためには、現実の観測系を正しくモデル化する必要があることを指摘した。さらに、FBP 法および代数的な画像再構成手法について概説し、代数的手法は、膨大な計算時間を必要とするが、FBP 法では取扱うのが困難であった複雑な観測系を正しくモデル化できることを述べた。

第 3 章「代数的手法を用いた PET 画像再構成と高速演算手法」では、PET 観測系の感度分布関数を定義し、代数的な画像再構成手法の一つである Generalized Analytic

Reconstruction from Discrete Samples (GARDS)を適用すると共に、画像再構成に必要な大規模連立1次方程式の解を高速に計算する手法を開発した。具体的には、大規模連立1次方程式を効果的に解く手法として知られる共役勾配法は、係数行列の固有値が密集しているほど収束性が向上することに着眼し、GARDSにおける係数行列に適した前処理手法を提案した。そして、頭部診断用の小型 PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、観測系の正確なモデル化によって、再構成像の画質が FBP 法に比べ大きく向上すること、および提案した高速演算手法によって、再構成像に影響を与えずに GARDS の計算が約3倍に高速化されることを示した。

第4章「代数的手法の近似計算と臨床 PET 装置への適用」では、代数的な画像再構成手法を臨床 PET 装置に適用することを目的として、観測データから再構成像を得るオペレータを近似的に求める手法を開発した。従来の代数的な画像再構成手法では、物体の任意の点における物理量は、観測されたすべてのデータの重み付け線形和として推定されるのに対し、本手法では、この重み係数が小さい観測データは推定像に対する寄与の割合が小さいと考え、物体空間の1点ごとに観測データを選定した。観測データを選定により、逆行列計算の次元数が計算可能なレベルに下がり、従来の代数的手法では困難であった再構成オペレータの計算・保存が可能になる。そして、本手法を臨床 PET 装置へ適用し、FBP 法と同程度の計算時間で、従来の代数的手法と同程度の PET 画像が得られることを示した。

第5章「Time-of-flight (TOF)情報を利用した PET 画像再構成」では、PET 画像の SN 比を向上することを目的として、同時計数測定時に得られる γ 線光子の飛行時間差である TOF 情報を利用した代数的な PET 画像再構成手法を提案した。具体的には、TOF-PET 観測系を正確にモデル化し、GARDS を適用した。そして、小型の TOF-PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、TOF 情報を付加することによって再構成像の画質が向上することを示した。

第6章「結論」では、本論文は、PET 画像の画質を向上する実用的な画像再構成手法を開発し、計算機シミュレーションおよび実験により有効性を明らかにしたものであると述べた。そして、本論文で提案した実用的で精度の高い PET 画像再構成手法の有用性と実用化の可能性をまとめ、本研究の成果が、より高度な PET 画像診断や脳機能研究、微量物質のイメージングなど、PET 研究の進歩の一助となるものと期待されることを述べた。

目次

1.	序論	1
1.1	研究背景	2
1.2	本論文の構成	4
2.	PET 観測系と画像再構成手法	5
2.1	序言	6
2.2	PET 観測系	8
2.2.1	PET の原理と医学利用	8
2.2.2	PET 画像の画質	11
2.2.3	PET 装置	13
2.2.4	PET 観測系の特徴と問題点	16
2.3	解析的な画像再構成手法	20
2.3.1	観測系のモデル化	20
2.3.2	Filtered Backprojection (FBP)法	21
2.3.3	解析的な画像再構成手法の特徴と問題点	24
2.4	代数的な画像再構成手法	25
2.4.1	観測系のモデル化	25
2.4.2	Generalized Analytic Reconstruction from Discrete Samples (GARDS)	26
2.4.3	物体の離散化と画像再構成	30
2.4.4	代数的な画像再構成手法の特徴と問題点	34
2.5	第 2 章のまとめ	35
3.	代数的手法を用いた PET 画像再構成と高速演算手法	36
3.1	序言	37
3.2	PET 観測系のモデル化と GARDS の適用	38

3.2.1	PET 観測系のモデル化	38
3.2.2	GARDS を用いた PET 画像再構成	41
3.3	高速演算手法	42
3.3.1	手法	42
3.3.2	GARDS マトリクスの最大固有値の推定	46
3.3.3	評価と最適化	48
3.4	計算機シミュレーション	53
3.4.1	PET 観測系	53
3.4.2	再構成像の画質評価基準	54
3.4.3	結果	55
3.5	第 3 章のまとめ	59
4.	代数的手法の近似計算と臨床 PET 装置への適用	60
4.1	序言	61
4.2	近似手法	62
4.2.1	手法	62
4.2.2	GARDS との比較	65
4.2.3	観測データの選定	67
4.2.4	再構成オペレータの前処理と画像再構成	68
4.2.5	計算量の比較	69
4.3	計算機シミュレーション	70
4.3.1	臨床 PET 装置:ECAT EXACT HR+	70
4.3.2	再構成像の画質評価基準	72
4.3.3	選定する観測データ数の最適化	74
4.3.4	結果(頭部 FOV)	76
4.3.5	結果(全身用 FOV)	83
4.3.6	計算時間	85
4.4	臨床 PET 装置への適用	87

4.4.1	ファントム実験	87
4.4.2	データ補正	89
4.4.3	再構成像の画質評価基準	92
4.4.4	結果	93
4.5	第4章のまとめ	95
5.	Time-of-flight (TOF)情報を利用した PET 画像再構成	96
5.1	序言	97
5.2	TOF 情報と従来の TOF-PET 画像再構成手法	98
5.2.1	TOF 情報	98
5.2.2	TOF-PET 装置	99
5.2.3	従来の TOF-PET 画像再構成手法と問題点	100
5.3	TOF-PET 観測系のモデル化と GARDS の適用	103
5.4	計算機シミュレーション	106
5.4.1	TOF-PET 観測系	106
5.4.2	再構成像の画質評価基準	108
5.4.3	結果	109
5.5	第5章のまとめ	114
6.	結論	115
	謝辞	118
	Appendix: 最近の PET 装置	119
	List of Figures	130
	List of Tables	135
	参考文献	136
	研究業績	144
	Summary	147

第1章

序論

1.1 研究の背景と目的

Positron emission tomography (PET) [1]-[4]は、陽電子放出核種で標識した薬剤を被検者に投与し、その体内分布を画像化する放射型核医学イメージング技術である。陽電子崩壊によって生じる消滅 γ 線を同時計数測定によって観測し、画像再構成手法を用いて観測データから元の核種分布を推定する。PETは、適当な薬剤を用いることにより、脳や臓器など生体組織の生化学的機能画像を得ることができるため、臨床や医学・生物学研究において利用が進められている。血液量、血流量、酸素代謝量、糖代謝量、神経レセプターの活動などをPETを用いて定量化することによって、脳血管障害、てんかん、痴呆、精神分裂病、脳腫瘍などの脳障害をはじめ、心筋、肺、肝臓などの診断、高次脳機能の研究を行うことができる。

近年、癌、痴呆、動脈硬化性疾患などの疾病が急増しており、PETを用いた予防、早期発見、治療の高度化が進められている[5]。しかし、核種の崩壊が確率的現象であることに加え、装置感度の制限や散乱線の影響などから、PET画像の画質は十分ではない。よって、PET画像診断の高度化、検査時間や核種投与量の削減、微量物質のイメージングなどを実現するためには、PET画像の画質の向上が不可欠である。

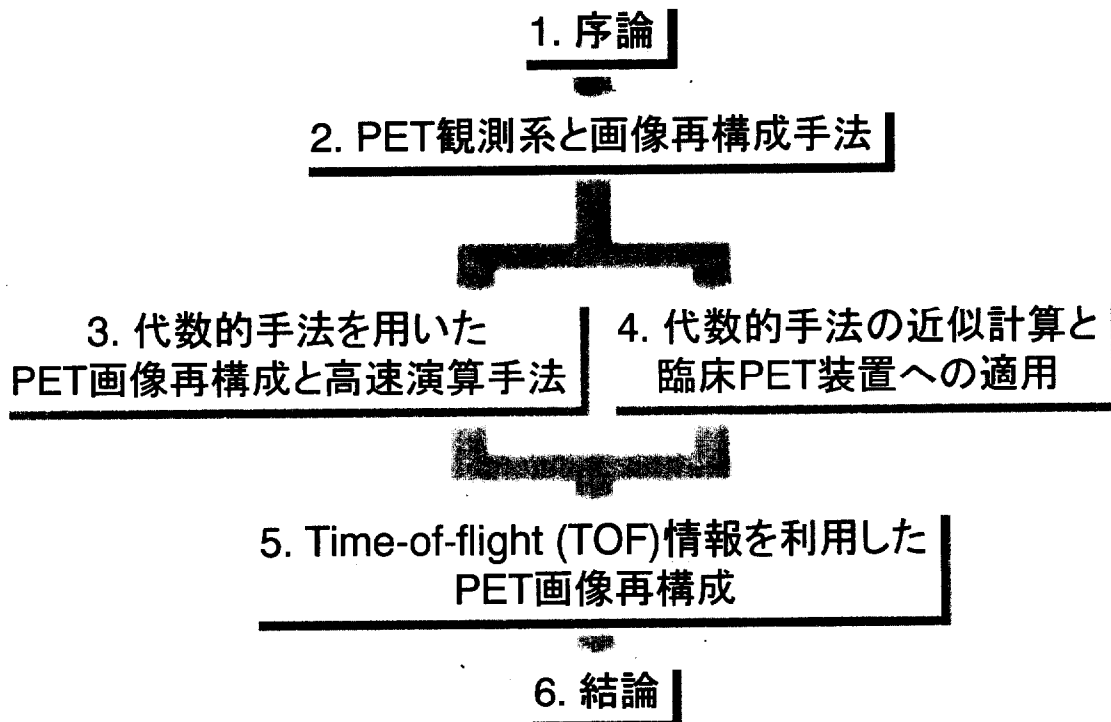
現在のPET装置は、 γ 線の検出効率を上げるために、開口幅に比べて5~10倍ほど奥行き長い検出素子を用いている。そのため、各検出器対が物体空間に対してもつ感度分布は検出器対ごとに異なり、視野領域の端に位置するほど広がりをもつ。さらに、スライス間セプタを除去した立体計測によって高感度を実現する3次元データ収集型PET装置[6]では、リング差が大きいほど感度分布は体軸方向に広がる。一般的な画像再構成手法であるFiltered Backprojection (FBP)法[7]は、計算量は少ないが、観測データが物体の線積分値で得られることを仮定しているため、上記の感度分布の特性を考慮できず、再構成像の画質の向上が制限されている。一方、Generalized Analytic Reconstruction from Discrete Samples (GARDS) [8]、Natural Pixel Decomposition (NPD) [9]、Algebraic Reconstruction Techniques (ART) [10]などの代数的な画像再構成手法は、感度分布関数を正しく定義できるため、再構成像の画質の向上が可能である[11]-[15]。また、代数的手法は、物体の先験情報などの導入が比較的容易であるため、物体に関する付加的な情報が得られる場合は、ノイズの抑制や空間解像度の向上が期待できる[16]。しかし、一般的な代数的手法は、観測データ数に等しい次元の逆行列計算、あるいはそれに相当する計算を行うため、PETなど大規模な観測系に適用する場合、膨大な計算量を必要とする[17]。

そこで本研究では、PET画像の画質向上を目的として、代数的手法に基づく実用的な画像再構成手法の開発を行う。まず、感度分布関数を定義して観測系のモデル化を行い、代数的手法に基づいた逆推定を行う。PET装置は、脳研究や動物実験に用いる小型タイプと、臨

床用の大型タイプに大別されるため、それぞれのタイプに特化したアプローチを提案する。動物用 PET 装置では、観測データ数が比較的少なく、また空間解像度の高い PET 画像が求められていることから、離散データからの一般的な逆推定手法である GARDS を適用し、GARDS における逆行列計算を高速に演算する手法を提案する。GARDS は、連続・離散モデルに基づく画像再構成手法であるため、物体に対する仮定を用いずに観測系の伝達特性に従った画像再構成を行うことができる。また、臨床 PET 装置では、実用的な計算コストで高精度な再構成像を得ることが要求されるため、近似および前処理を用いて計算時間を削減する手法を提案する。さらに、同時計数測定における γ 線光子の飛行時間差の情報である Time-of-flight (TOF) 情報を利用した代数的画像再構成手法を提案し、PET 画像の SN 比の向上を図る。現在の PET 装置は、検出器の時間分解能が十分に得られないため TOF 計測を行っていないが、近年、新たな検出素子の開発に伴い TOF 型 PET 装置の開発が期待されている。

1.2 本論文の構成

本論文の構成を下図に示す。第2章では、PET 観測系および一般的な画像再構成手法について概説し、PET 観測系の特徴および従来の画像再構成手法の問題点について指摘する。第3章では、PET 観測系をモデル化し、GARDS を適用する。さらに、GARDS における逆行列計算を高速に演算する手法を提案し、小型 PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行う。第4章では、近似および前処理を用いて計算時間を削減する代数的手法を提案し、臨床 PET 装置へ適用する。そして、第5章では、TOF 情報を利用した PET 画像再構成手法を提案し、小型 PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行う。第6章で、本論文の結論を述べる。



第2章

PET 観測系と 画像再構成手法

2.1 序言

PETは、陽電子放出核種で標識した薬剤を動脈静注や呼気吸入により被験者に投与し、陽電子崩壊に伴って生じる消滅 γ 線を同時計数測定によって観測する。そして、画像再構成を行い、核種の体内分布を画像化する(Fig. 2.1.1)。PET のシステムは、データを収集する部分である PET スキャナと、データから核種分布を推定する部分である画像再構成の2つに大別され、PET 画像の画質はこの2つの特性に大きく依存する。

一般に、観測データからの物理量の推定は逆問題と呼ばれる。そして、推定する物理量が存在する空間を物体空間、観測データが存在する空間を観測空間と呼び、両者の関係を含めて観測系と呼ぶ。特に、物体空間から観測空間への順投影が線型変換である逆問題を線形逆問題と呼ぶ。PET 画像再構成は線形逆問題であり、核種の体内分布が推定する物理量に相当する。

画像再構成手法は、観測系を表す数学モデルの逆変換として導出される。よって、正確な画像再構成を行うためには、観測系を正しくモデル化することが重要である。現実の観測系と仮定した数学モデルが異なる場合、モデル化に起因する誤差(systematic error)が再構成像に生じる。観測系のモデルは、物体空間と観測空間の数学的な取扱いの違いから、以下の3つに大別される。

- ・物体空間および観測空間を共に連続系で扱う連続・連続モデル
- ・物体空間および観測空間を共に離散系で扱う離散・離散モデル
- ・物体空間を連続系で、観測空間を離散系で扱う連続・離散モデル

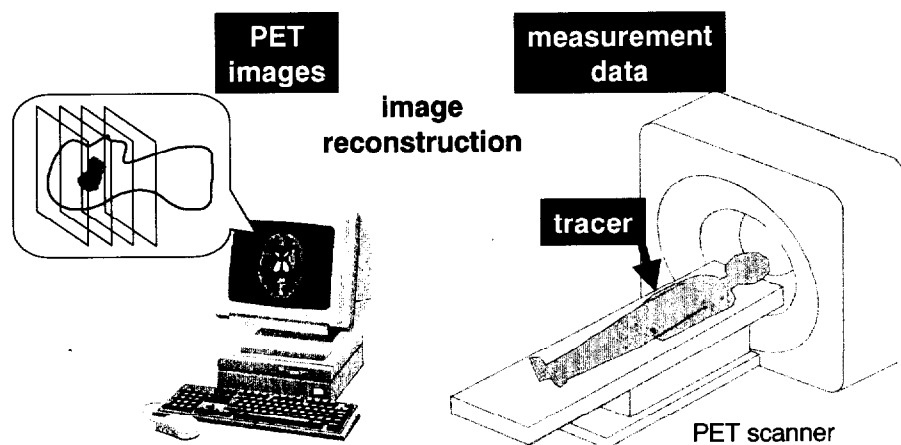


Figure 2.1.1: PET system.

PET 観測系に限らず多くの観測系では、推定する物理量は自然界に存在するものであるため物体空間は連続系で与えられ、検出器は構造的に離散化されているため観測空間は離散系で与えられる。よって、現実の PET 観測系は、連続・離散モデルで表現される。連続・離散モデルに対して、観測データが連続的に表せると仮定すると連続・連続モデルに、また物体が離散的に表現できると仮定すると離散・離散モデルになる。

一方、画像再構成手法は、逆変換の数学的な取扱いの違いから、下記のように解析的手法と代数的手法に大別される。

- 解析的手法 (連続・連続モデルに基づく画像再構成手法)
- 代数的手法 (連続・離散モデルに基づく画像再構成手法、
離散・離散モデルに基づく画像再構成手法)

本章では、まず PET の原理、その医学利用、データ処理の概要について概説し、PET 観測系のもつ特徴および画像再構成手法に求められる条件を明らかにする。次に、解析的な画像再構成手法および代数的手法について述べ、その特徴と問題点を明らかにする。

2.2 PET 観測系

2.2.1 PET の原理と医学利用

PET 装置は、1970 年代から米国を中心に開発され、80 年代には各国の施設で使用されるようになった。PET の大きな特徴は、 ^{11}C 、 ^{13}N 、 ^{15}O 、 ^{18}F など生体構成元素の陽電子放出核種で標識した、水、酸素、ブドウ糖、脂肪酸など生理学的生化学的物質やその類似化合物をトレーサとして被験者に投与することによって、生体の機能情報が得られることである^[2-1]。また、PET は、同時計数測定によって γ 線の入射方向を決定するため、鉛のコリメータを用いる SPECT(single photon emission CT)に比べ、高感度、高空間分解能を実現する。さらに、PET は、同時計数測定の原理によって、人体による γ 線の不均一な減衰をほぼ正確に補正できるという特徴をもつ。

陽電子放出核種の多くは半減期が短く、 ^{11}C で20分、 ^{15}O で2分、 ^{18}F で110分程度である。よって、被験者の被曝量を少なくしてき一方、施設内に小型のサイクロトロンを置いて放射性核種を自家生産する必要がある。近年、比較的半減期の長い ^{18}F 標識薬剤を院外で生産し、商用供給する計画が進められている。特に ^{18}F -FDG (2-deoxy- ^{18}F -fluoro-D-glucose)は、腫瘍、脳、心臓に関する広範囲の検査が可能であるため、 ^{18}F -FDG の商用供給が進むに従い、PET の臨床利用の拡大が期待されている^[2-2]。

Fig. 2.2.1 に示すように、原子が陽電子崩壊すると、放出された陽電子は短い距離 (positron range)を進んで運動エネルギーを失ったのち、物質を構成している電子と結合して消滅(電子対消滅)する。このとき、511keV の一対の消滅 γ 線が互いに正反対の方向に同時

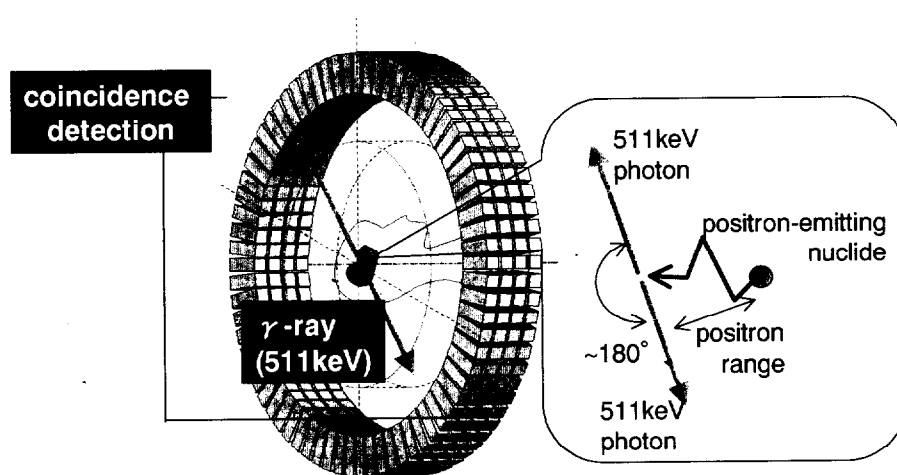


Figure 2.2.1: Principle of PET measurement.

に放射される。そして、ある短い時間 (time window) 内に、2つの検出器がそれぞれ 511keV の γ 線を検出したとき、その検出器対に1カウントを与える(同時計数)。検出器対ごとにカウントを蓄積することによって、観測データが得られる。

PET 観測データには、 γ 線の発生過程に起因するポアソンノイズ、観測誤差である γ 線の吸収、散乱・偶発同時計数(Fig. 2.2.2)、計数損失、検出器感度の不均一性の影響などが含まれる^[2]3]。

- a) ポアソンノイズ (Poisson noise): 放射性同位元素の崩壊は確率現象であり、崩壊数はポアソン分布に従う。よって、PET データの S/N 比を向上するためには、 γ 線のカウント数を増やすことが重要である。
- b) 人体による γ 線の吸収 (attenuation): γ 線は人体によって吸収を受ける。PET では、同時計数測定の方法に従い、 γ 線の吸収は検出器と被検体の位置関係で決定され、核種分布に依存しない。よって、外部線源を用いたトランスミッションスキャン(transmission scan) (Fig. 2.2.3)を行うことにより、ほぼ正確に吸収補正を行うことができる^[2]4],^[2]5]。
- c) 散乱同時計数 (scatter coincidences): 人体によって散乱した γ 線に起因する同時計数を散乱同時計数という。補正方法には、convolution-subtraction 法^[2]7]、被検体周囲の値から散乱同時計数データを推定して差し引く方法、モンテカルロシミュレーションによって散乱線の影響を計算する方法^[2]6]などが提案されている。
- d) 偶発同時計数 (random coincidences): 2カ所で同時に発生した2対の消滅 γ 線の各々の片方が、同時計数として検出されるものを偶発同時計数という。偶発同時計数の補正には、遅延回路によって偶発同時計数を測定する方法と、各ディテクタの計数率 R_1, R_2 と時間窓 τ より偶発同時計数を $2\tau R_1 R_2$ で推定する方法がある。

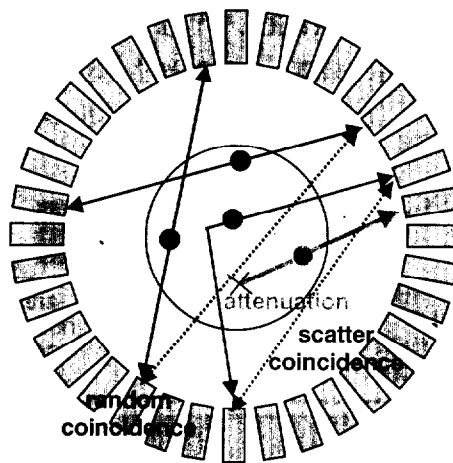


Figure 2.2.2: Attenuation, scatter coincidence and random coincidence.

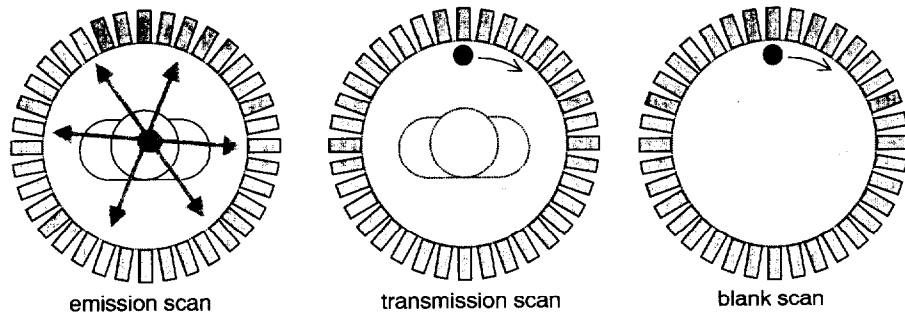


Figure 2.2.3: Various PET scans. Transmission data and blank scan data are used to correct emission data.

e) 計数損失 (dead time count loss): 信号処理をしている間に次の信号が来ると計数損失がおこる。補正方法には、偶発同時計数率の不感時間補正曲線をあらかじめ測定しておいて、測定中の偶発同時計数率の値から真の同時計数率に対する不感時間補正係数を与える方法がある。

f) 検出器感度の不均一性: 各検出器の感度は、個々の結晶の特性の違い、ブロック構造の影響等から、ばらつきをもつ。外部線源を用いたブランクスキャン(blank scan) (Fig. 2.2.3)を行い、検出器の感度補正を行う^{[2]8],[2]9}。

代表的な PET 検査には、¹⁵O ガスによる脳血流、酸素代謝、血液量の測定、¹⁵O 水による脳血流の測定、¹⁸F-FDG による糖代謝の測定、¹¹C 酢酸による心筋好気性代謝の測定、6-¹⁸F-フルオロ-L-ドーパ (¹⁸F-DOPA)によるドーパミン系節前機能の測定、¹¹C-N-メチルスピペロン (NMSP)によるドーパミン受容体の測定などがある^{[2]10}。これらの検査は、脳疾患(脳血管障害、痴呆、運動障害、てんかん、精神疾患)、心疾患(虚血性心疾患、心筋症、動脈硬化)、腫瘍、癌転移などの診断に用いられている。一般的な検査では、薬剤を投与したのち、時系列の PET スキャン(ダイナミックスキャン)を行い、注目組織内の薬剤濃度の時間変化に対して解析モデル(コンパートメントモデル)を当てはめ、薬剤の速度パラメータを求める^{[2]11}。Fig. 2.2.4 に、¹⁸F-FDG の検査プロトコルの例を示す。

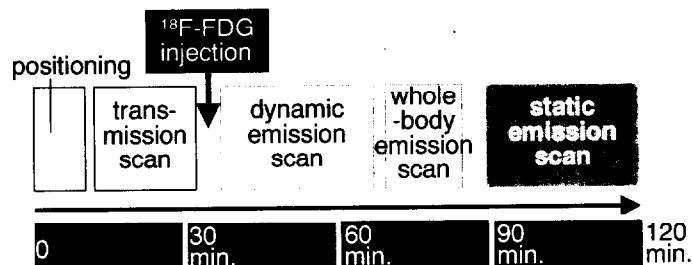


Figure 2.2.4: An example of time schedule in ¹⁸F-FDG PET.

2.2.2 PET 画像の画質

PET 画像の画質として、定量性、空間解像度、コントラスト回復、またこれらの画像中における均一性などが挙げられる。PET 画像の定量性には、以下のような因子が影響する。

- a) 検出器感度のばらつき
- b) 吸収
- c) 散乱同時計数
- d) 偶発同時計数
- e) 計数損失
- f) PET 画像値と絶対値との相互校正
- g) ポアソンノイズ

a)~f)は、補正できる因子と考えられているが、g)のポアソンノイズは、原理的には補正できない因子である。実際の PET スキャンでは、装置感度、検査時間、核種投与量などの制限から、カウント数が十分に得られないため、ポアソンノイズによる PET 画像の劣化が大きい。よって、PET 画像の定量性を向上するためには、全カウント数を増やすことが不可欠である。一般的に、一様な円筒形ファントムの再構成像において、中心における平均画素値 S と画素値の標準偏差 N の比 S/N は、

$$S/N = w_s^{3/2} N_T^{1/2} / (KD^{3/2})$$

で与えられる^[2-12]。ここで、 w_s は平滑化を含めた再構成像の点広がり関数の半値幅、 N_T は全カウント数、 D は線源直径、 K は消滅 γ 線の吸収と線源直径に依存する定数である。これより、再構成像上の S/N 比を一定にして空間解像度を 2 倍にするためには、全カウント数を 8 倍にする必要があることが分かる。また、さらに体軸方向の空間解像度を 2 倍にするためには、スライス感度を 4 倍にする必要があるため、全カウント数を 32 倍にする必要がある。

スキャン時間を長くすることは、被検者への負担を増やすだけでなく、動態解析の精度にも影響する。また、核種投与量を増やすことは、被検体の被爆をもたらす^[2-13]だけでなく、偶発同時計数の割合の増加によって、真の同時計数に対する効果は少ない。神経伝達物質などの微量な物質の追跡を行う場合など、検査によっては放射性核種の投与量が制限される場合もある。よって、PET 画像の定量性を向上するためには、PET 装置の感度の向上が不可欠である。

実際に PET 画像に求められる画質は、PET 検査によって異なる。¹⁸F-FDG を用いた腫瘍検査などでは、糖代謝の違いをみることから、良好なコントラスト回復が求められる。また、脳内

神経伝達の解明や、ラットなどを用いた動物研究では、空間解像度が要求される。現在の臨床 PET 装置の最高空間解像度が 4mm 程度であるのに対して、動物用 PET では、1~2mm 程度の空間解像度が必要であると言われている^{[2-14]-[2-17]}。一方、消滅ガンマ線の検出における物理的な誤差として、ポジトロンの飛程 (positron range) とガンマ線の飛行方向の 180° からのずれ (angular deviation) が存在し、PET 装置の分解能の物理的限界と考えられている。angular deviation による検出位置のずれは、100cm 直径の PET 装置で 2mm 程度、positron rang の大きさは核種の種類に依存し、平均的な飛程は ¹⁸F で約 1mm、¹¹C で約 2mm、¹⁵O で約 4mm である^{[2-18][2-19]}。空間解像度の向上は、部分容積効果の抑制によって、コントラストの回復にも効果がある。

2.2.3 PET 装置

PET 装置は、Fig. 2.2.5 に示すように、検出器ブロックを円周上にならべた検出器リングを多層に重ねた装置が一般的である。検出器ブロックは、シンチレータ(蛍光体)と光電子増倍管(photomultiplier tubes; PMTs)から成り立ち、シンチレータに γ 線が入射すると吸収されたエネルギーに応じて発光し、光電子増倍管で電気信号に変換される。シンチレータの小型化に対して光電子増倍管の小型化には限界があるため、現在は多数のシンチレータに少数の光電子増倍管を組み合わせた構造が主流であり、隣接する光電子増倍管の出力値の割合から、ガンマ線が入射したシンチレータを特定する^[220]。検出感度を上げるため、シンチレータには、検出効率と光電比が高い実効原子番号の大きな素子が用いられる。また、計数率特性およびエネルギー分解能を上げるため、発光減衰時間が短く、発光量が大いものが望まれる。Table 2.2.1 に、代表的なシンチレータの特性を示す。現在市販されている PET 装置では、実効原子番号の大きい BGO が用いられている。

PET 装置は、大型な全身用臨床 PET 装置^{[221],[227]}と、人間頭部・小型動物用など対象に特化した小型 PET 装置^{[222]-[226],[228],[229]}に大別される。PET 装置の概要を appendix に示す。ここでは、臨床 PET 装置の ECAT EXACT HR+ (Siemens/CTI)、動物用 PET 装置である SHR-7700 (Hamamatsu photonics K. K.)および MicroPET (UCLA)の概要を Fig. 2.2.6 および Table 2.2.2 に示す。

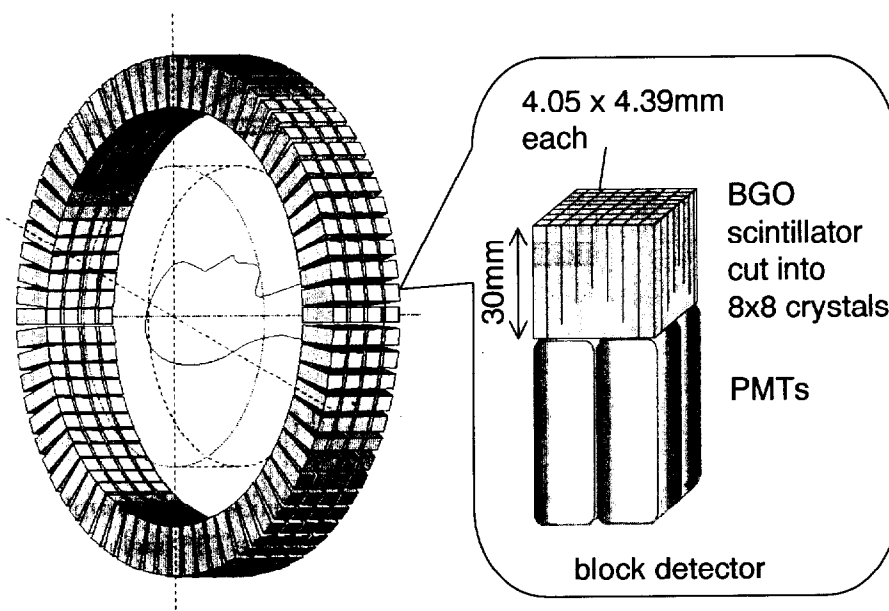


Figure 2.2.5: An example of clinical PET scanners, ECAT EXACT HR+.

Table 2.2.1

Some physical characteristics of scintillators

material	NaI(Tl)	BaF ₂	BGO	LSO	GSO	YAP
chemical formula	NaI	BaF ₂	Bi ₄ (GeO ₄) ₃	Lu ₂ SiO ₅	Gd ₂ SiO ₅	YAlO ₃
decay time [ns]	230	0.8/620	60/300	40	60/600	25-30
effective atomic number	50	54	73	65	58	26
μ [mm ⁻¹]	0.0326	0.047	0.0862	0.0813	0.0667	
integrated light output (PMT) [%NaI(Tl)]	100	6	15	75	20	40

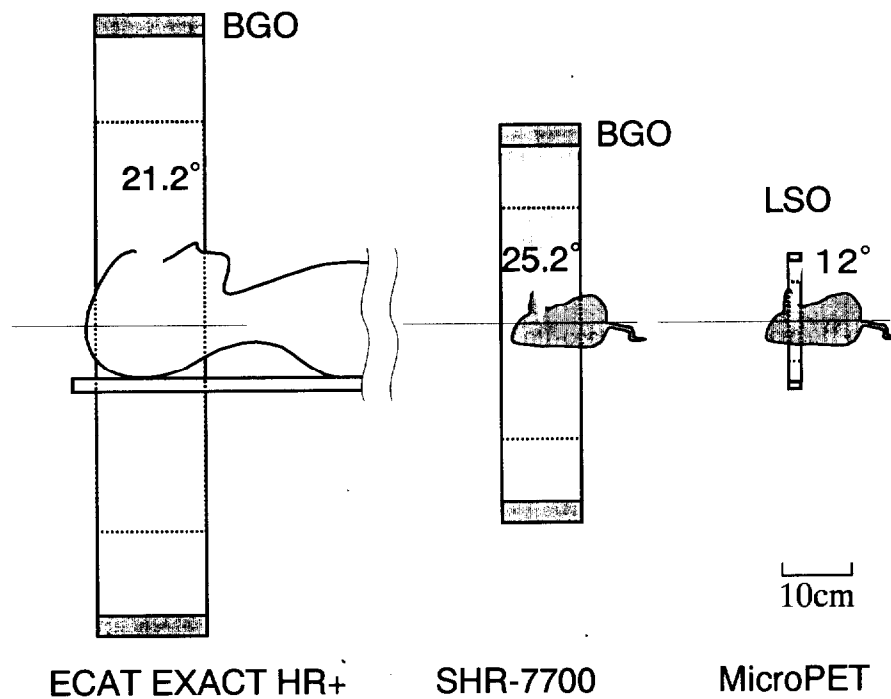


Figure 2.2.6: Axial views of clinical PET scanner (ECAT EXACT HR+) and animal PET scanners (SHR-7700 and MicroPET).

Table 2.2.2

Characteristics of Commercial PET Scanners

	ECAT EXACT HR+	SHR-7700	MicroPET
maker	Siemens/CTI	Hamamatsu photonics K.K.	UCLA
year of manufacture	1997	1997	1997
reference(s)	[² -27]	[² -28]	[² -29]
object(s)	human (whole body)	animal (monkey)	small animal
crystal	BGO	BGO	LSO
crystal size [mm]	4.05 x 4.39 x 30	2.8 x 6.95 x 30	2 x 2 x 10
arrangement in a block	8 x 8 crystals	8 x 4 crystals	8 x 8 crystals
acquisition mode	2D mode / 3D mode	2D /3D mode	3D mode
detector arrangement	full ring	full ring	full ring
ring diameter [mm]	827	508	172
max axial acceptance angle	±10.6°	±12.6°	±6.0°
FOV [mm]	φ585 x 155	φ330 x 114	φ112 x 18
# of blocks	4 rings of 72 blocks	4 rings of 60 blocks	a ring of 30 blocks
# of crystals	32 rings of 576 crystals	16 rings of 480 crystals	8 rings of 240 crystals
septa	retractable	retractable	no septa
sinogram size (slice)	288 x 288 (63)	256 x 256, etc. (31)	100 x 120 (15)
efficiency [kcps/MBq]	5.2 (2D) / 37(3D)		4.0
peak NEC [kcps] at [kBq/ml]	84 at 130 (2D) 110 at 24 (3D)	185 at 200 (HS-2D) 185 at 25 (3D)	4.1 at 296 (rat body)
resolution at center (tan. x radial x axial) [mm]	4.5 x 4.5 x 3.9 (2D) 4.5 x 4.7 x 3.9 (3D)	2.6 x 2.6 x 3.2 (HS-2D, wobble)	1.8 x 1.8 x 2.0
resolution at off center (tan. x radial x axial) [mm]	4.5 x 6.0 x 4.8 (2D) 4.5 x 6.0 x 5.3 (3D)	3.1 x 5.0 x 5.4 (HS-2D, wobble)	2.5 x 3.8 x 2.2
	[10 cm off center]	[8cm off-center]	[5 cm off-center]
scatter fraction (%)	17 (2D) / 37 (3D)	29.8 (3D)	30

2.2.4 PET 観測系の特徴と問題点

現在の PET 装置では、装置感度を上げるために、幅に対して 5-10 倍ほど奥行きの高いシンチレータを用いている。このため、Fig. 2.2.7 に示す MicroPET の観測系のように、各検出器対が物体空間に対してもつ感度分布は、中心と外側で大きく異なる。ECAT EXACT HR+および MicroPET における感度分布関数のプロファイルの例を Fig. 2.2.8 に示す。

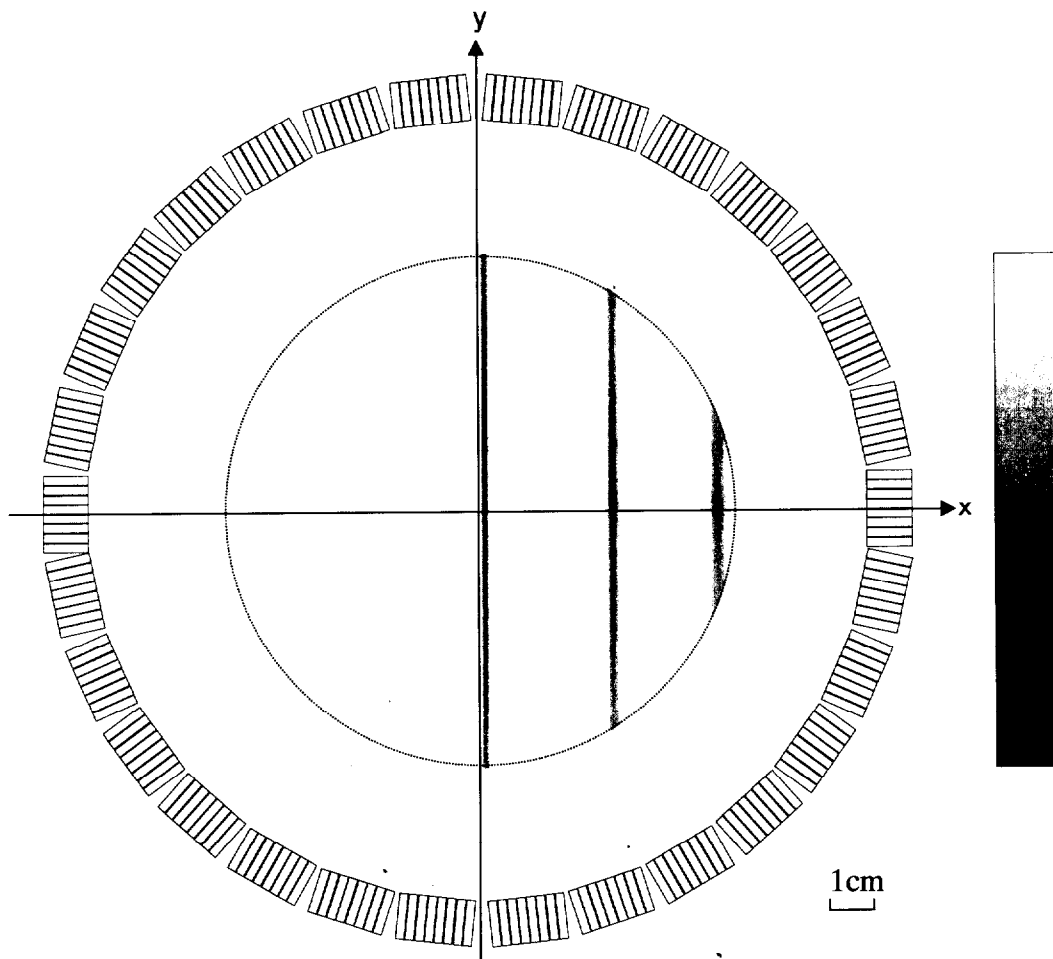


Figure 2.2.7: Shift-variant characteristics of the MicroPET scanner. The sensitivity functions of each detector pair are broadened from center to edge of the field-of-view.

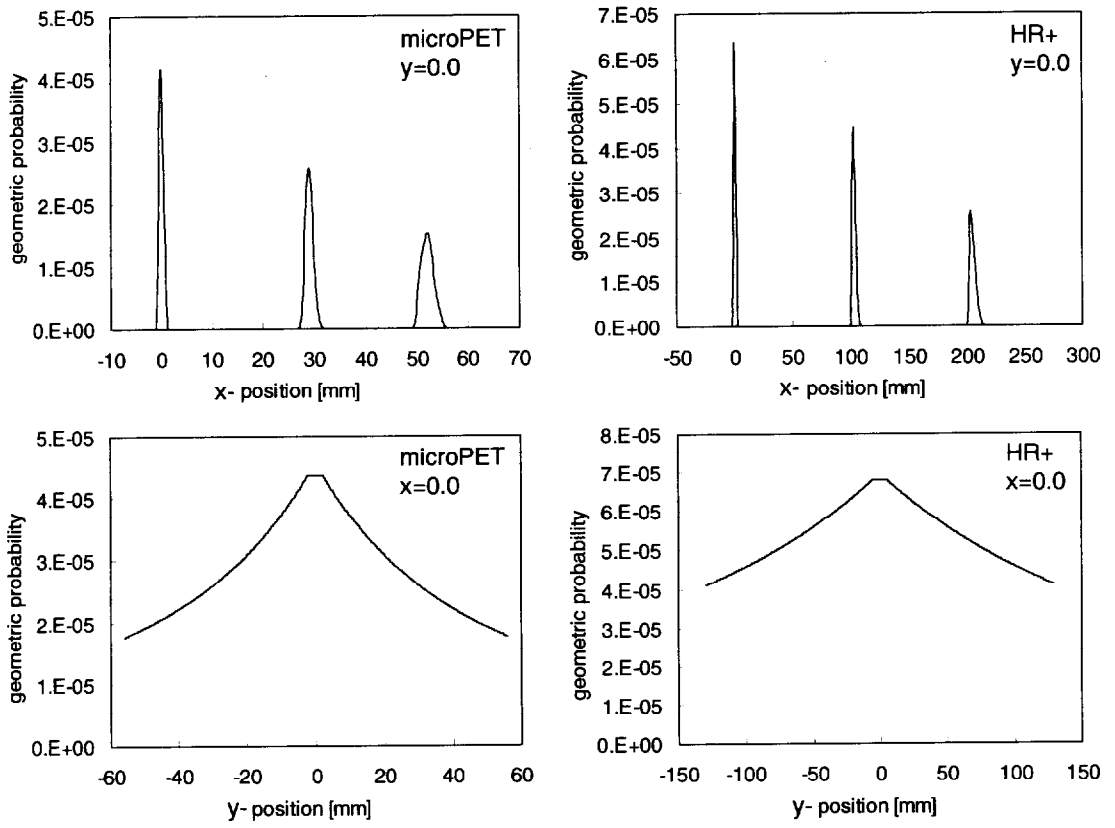


Figure 2.2.8: Profiles of sensitivity functions of MicroPET (left) and ECAI EXACT HR+ (right).

近年、さらに装置の感度を上げるために、従来の2次元データ収集に対して、**Fig. 2.2.9**に示すようにセプタを除去して3次的に γ 線を収集する3D PETの利用が進められている^{[230],[231]}。ECAT EXACT HR+やSHR-7700は、取り外しできるセプタを装着しており、2次元収集(2D mode)と3次元収集(3D mode)の切り替えが可能である。また、MicroPETは、セプタを装着しておらず、3D mode専用である。2D modeでは発生したガンマ線の99%以上を検出できずに捨ててしまうが、3D modeでは5~8倍程度感度が向上する。一方、シンチレータの奥行きが長いと、リング差が大きい検出器対がもつ感度分布は体軸方向に広がりをもつ(**Fig. 2.2.10**)。近年、体軸方向視野を拡大し、リング径を縮小することによって、さらに感度を向上する試みが報告されている^{[232]-[235]}が、その場合、感度分布の体軸方向の広がりは一層大きくなる。

以上から、PET 観測系の特性として、感度分布関数がシフトバリエーションであることが挙げられる。感度分布関数のシフトバリエーション性が強い場合、空間解像度の低下やアーティファクトの出現など再構成像の画質が劣化する恐れがある。よって、高精度なPET画像を得るためには、感度分布関数を正しく定義することが重要である。

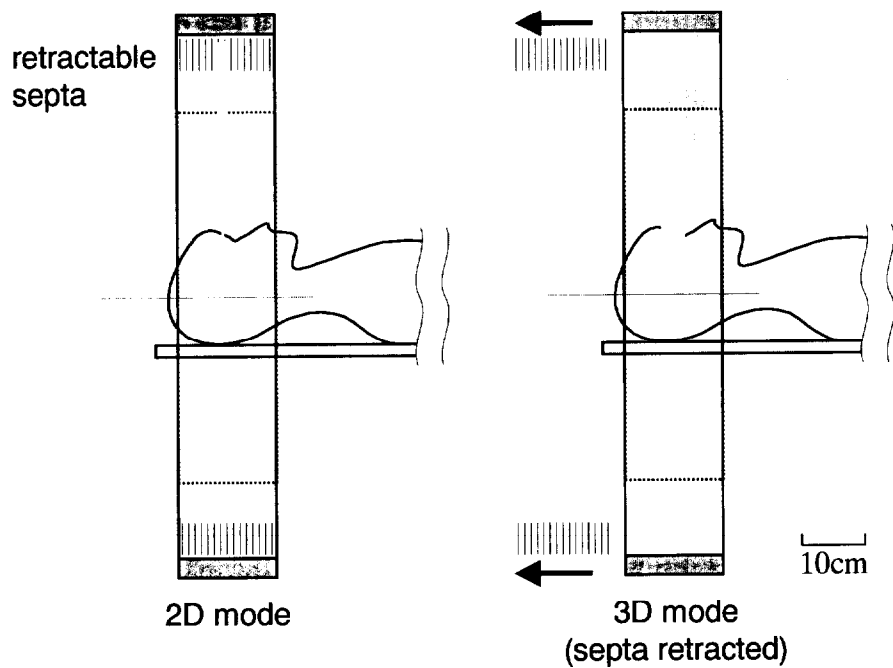


Figure 2.2.9: 3-dimensional acquisition PET without the interplane septa.

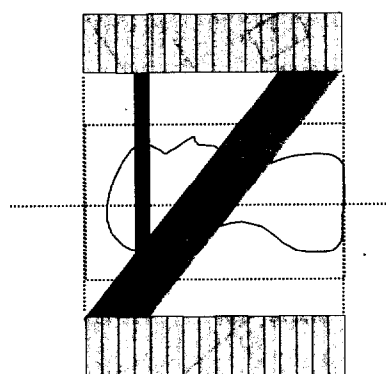


Figure 2.2.10: Shift-variant characteristics of 3D PET. The sensitivity functions are blurred when the ring differences are large.

2.3 解析的な画像再構成手法

ここでは、PET 画像再構成手法として現在もっとも広く用いられている Filtered Backprojection(FBP)法^[17]について述べ、FBP 法の特徴および問題点を明らかにする。

2.3.1 観測系のモデル化

FBP 法は、連続・連続モデルに従って観測系をモデル化する。連続・連続モデルでは、物体および観測データは連続関数で表現され、再構成像は解析的に与えられる。画像の点広がり関数が場所によって不変であると仮定するため、複雑な観測系を扱うことは難しい。

連続・連続モデルでは、PET 観測系は **Fig. 2.3.1** のようにモデル化される。2次元の核種分布を連続関数 $f(x,y)$ で表し、その観測データ(サイノグラム)を連続関数 $g(\theta,s)$ で表すと、 $g(\theta,s)$ は、次式のように直線 $x\cos\theta+y\sin\theta=s$ に沿った $f(x,y)$ の線積分値で表される。

$$g(\theta,s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \delta(x\cos\theta + y\sin\theta - s) dx dy \quad (2-3-1)$$

ここで、 $g(\theta,s)$ は、2.2.1 項で述べた観測データに含まれる様々な誤差が完全に補正された、理想的な観測データであるとする。

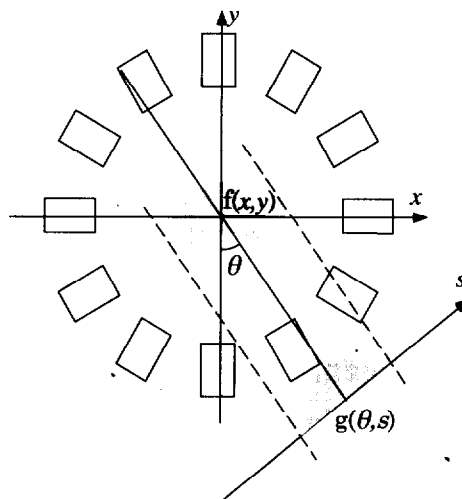


Figure 2.3.1: Geometrical model of PET measurement system in analytical methods.

2.3.2 Filtered Backprojection (FBP)法

FBP 法は、2次元投影定理^[17]を基にして導かれる手法である。以下、大文字の変数 X, Y, S は、それぞれ小文字の変数 x, y, s のフーリエ空間における座標を示す。 $g(\theta, s)$ の s についての1次元フーリエ変換 $G(\theta, S)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 G(\theta, S) &= \mathcal{F}\{g(\theta, s)\} \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} g(\theta, s) \exp(-2\pi j S s) ds \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) \exp(-2\pi j S s) ds dx dy \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp\{-2\pi j S(x \cos \theta + y \sin \theta)\} dx dy \tag{2-3-2}
 \end{aligned}$$

また、 $f(x, y)$ の2次元フーリエ変換 $F(X, Y)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 F(X, Y) &= \mathcal{F}\{f(x, y)\} \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp\{-2\pi j(Xx + Yy)\} dx dy \tag{2-3-3}
 \end{aligned}$$

これらから、

$$G(\theta, s) = F(S \cos \theta, S \sin \theta) \tag{2-3-4}$$

の関係が導かれる。(2-3-4)式は、「任意の投影方向において、2次元関数 $f(x, y)$ のサイノグラムを1次元フーリエ変換したものは、 $f(x, y)$ の2次元フーリエ変換を投影面に対応する角度で切った断面に等しい」という、2次元投影定理を表している。(Fig. 2.3.2)

2次元投影定理に従って画像再構成を行うためには、フーリエ空間における2次元の補間を必要とするため、計算が不安定になる。そこで、観測空間上で1次元フィルタリングを行ったのち、2次元の物体空間に逆投影する、FBP法が提案されている。(2-3-3)式より、 $f(x, y)$ を $F(X, Y)$ の逆フーリエ変換で表すと、

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(X, Y) \exp\{2\pi j(Xx + Yy)\} dXdY \quad (2-3-5)$$

となる。ここで、 $X = S \cos \theta$ 、 $Y = S \sin \theta$ とおくことができるので、

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(S \cos \theta, S \sin \theta) \exp\{2\pi jS(x \cos \theta + y \sin \theta)\} |S| dS d\theta \quad (2-3-6)$$

そして、(2-3-4)式の2次元投影定理を用いると次式を得る。

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\theta, S) |S| \exp\{2\pi jSs\} dS d\theta \quad (2-3-7)$$

(2-3-7)式は、逆フーリエ変換を行うオペレータ $\mathcal{F}^{-1}\{\}$ を用いて、

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \mathcal{F}^{-1}\{G(\theta, S) |S|\} d\theta \quad (2-3-8)$$

で表すことができる。また、(2-3-8)式は、コンボリューション定理により、次式のようにも表せる。

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\theta, s') q_{lm}(s - s') ds' d\theta \quad (2-3-9)$$

ここで、 $s = x \cos \theta + y \sin \theta$ 、

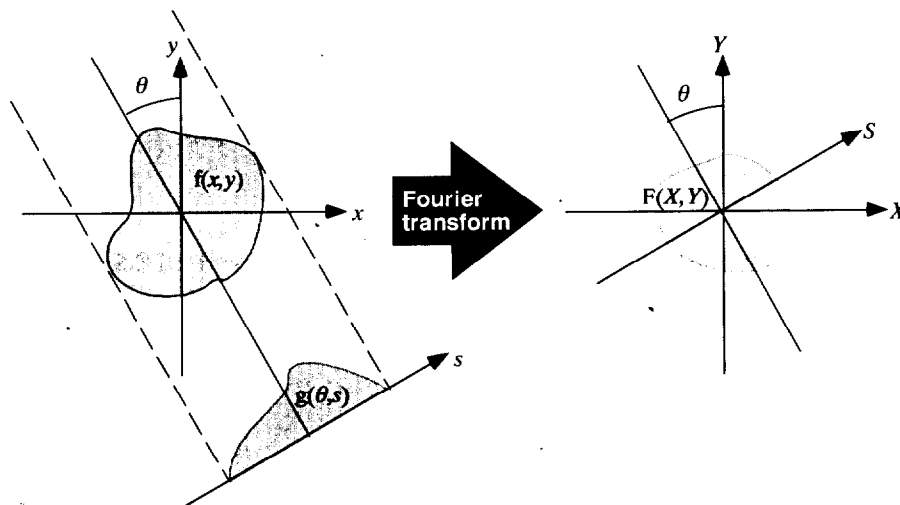


Figure 2.3.2: 2D projection theorem

$$q_{\text{im}}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} |S| \exp(2\pi j S s) dS . \quad (2-3-10)$$

(2-3-8)式は、観測データに対しフーリエ空間で $|S|$ で与えられるフィルタを作用させた後に逆投影することを意味している。このフィルタ関数は Ramachandran フィルタと呼ばれ、実空間では(2-3-10)式で表される。Ramachandran フィルタにより、フーリエ空間での補間を行う必要はないが、実際にはノイズ成分の抑制のために、Ramachandran のフィルタの高周波成分を抑制したものが用いられ、そのようなフィルタの代表的なものに Shepp & Logan フィルタと呼ばれるものがある。Shepp & Logan フィルタ $Q_{sl}(S)$ は、 $S = 0$ で Ramachandran フィルタと同じ傾きをもち、 $S = N_q$ で傾きが 0 となるように設計されている。

$$Q_{sl}(S) = \frac{2N_q}{\pi} \left| \sin \left(\frac{\pi}{2N_q} S \right) \right| \quad (2-3-11)$$

ここで、 N_q は観測データの離散化によって決定されるナイキスト周波数[2-36]である。Ramachandran フィルタと Shepp & Logan フィルタの周波数特性を Fig. 2.3.3 に示す。

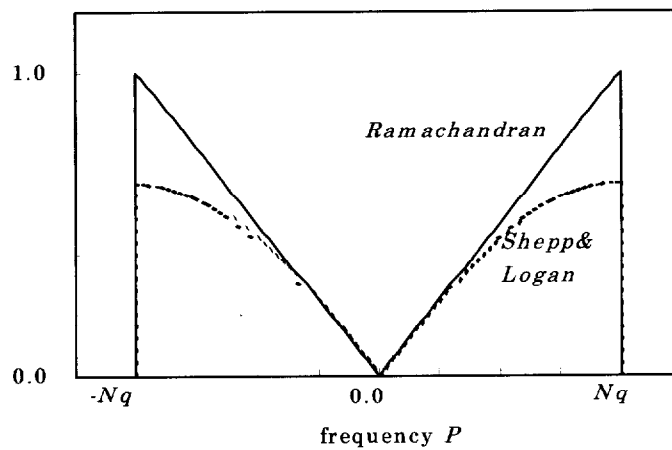


Figure 2.3.3: Frequency response of the Ramachandran filter and the Shepp&Logan filter

2.3.3 解析的な画像再構成手法の特徴と問題点

FBP 法は、連続・連続モデルに基づく画像再構成手法であり、物体の線積分値で与えられる観測データが無限に細かいサンプリングで得られると仮定している。しかし、実際の PET 観測系は、観測データのサンプル数が有限で、サンプリング間隔は視野領域の中心から外側に向かって狭くなる。また、感度分布関数は複雑な分布をもち、検出器対の位置によって大きく異なる。よって、FBP 法は、PET 観測系を正しくモデル化することができず、再構成像にシステムティックエラーを引き起こす。しかし、再構成像が解析的に与えられるため、高速計算が可能である。観測データの次元が大きい大規模な PET 観測系においても、fast Fourier transform (FFT) [237]を用いることで、計算量の増加を抑制することができる。

2.4 代数的な画像再構成手法

代数的な画像再構成手法は、任意の感度分布関数を定義できるため、複雑な観測系を取扱うことができる。本節では、まず PET 観測系を正しくモデル化できる連続・離散モデルを示し、離散データサンプルからの一般的な逆推定手法として知られる *generalized analytic reconstruction from discrete samples (GARDS)* [18] について述べる。また、物体を離散的に扱う離散・離散モデルに基づく画像再構成手法について概説し、連続・離散モデルとの関係を明らかにする。

2.4.1 観測系のモデル化

PET 観測系は、物体空間を連続系で、観測空間を離散系で扱う連続・離散モデルに属する。物体を連続関数 $f(\mathbf{r})$ 、観測データを列ベクトル $\mathbf{g}=[g_1, \dots, g_N]^T$ で表すと、 \mathbf{g} の j 番目の値 g_j は次式で与えられる。

$$g_j = \int_C h_j(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (j=1, \dots, N) \quad (2-4-1)$$

ここで、 \mathbf{r} は物体空間 C における位置、 $h_j(\mathbf{r})$ は j 番目の検出器対が物体空間に対してもつ感度分布関数を表す。感度分布関数にはさまざまな物理特性を含めることができるため、複雑な観測系も正しく記述することができる。Fig. 2.4.1 に、連続・離散モデルの概念図を示す。

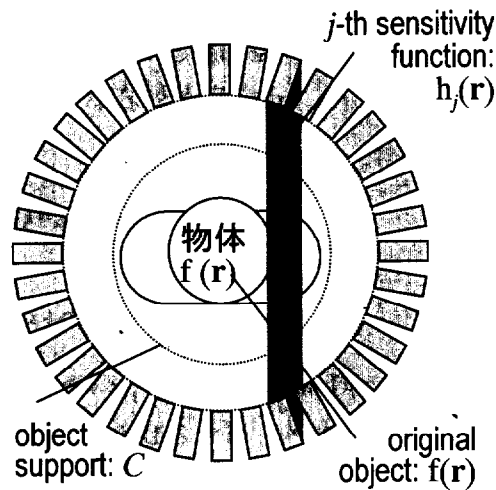


Figure 2.4.1: PET measurement system.

2.4.2 Generalized Analytic Reconstruction from Discrete Samples (GARDS)

物体空間から観測空間への順投影を表す(2-4-1)式は、線形演算子 $\mathbf{H}\{\}$ を用いて次式のように表される。

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\{f(\mathbf{r})\} \quad (2-4-2)$$

次に、観測空間から物体空間への逆投影を表す線形演算子 $\mathbf{H}^\dagger\{\}$ を定義する。逆投影演算子は、次式のように重み付けされた感度分布関数の線形和で定義するのが適当である。

$$\mathbf{H}^\dagger\{\mathbf{g}\} = \mathbf{h}^\top(\mathbf{r})\mathbf{g} \quad (2-4-3)$$

ここで、 $\mathbf{h}(\mathbf{r})=[h_1(\mathbf{r}), \dots, h_N(\mathbf{r})]^\top$ である。次に、 $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger\{\}$ という演算子を考え、観測ベクトル \mathbf{g} に対して作用させた結果を \mathbf{g}' とすると、次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{g}' &= \mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger\{\mathbf{g}\} \\ &= \mathbf{H}\{\mathbf{h}^\top(\mathbf{r})\mathbf{g}\} \\ &= \int_C \mathbf{h}(\mathbf{r})\mathbf{h}^\top(\mathbf{r})\mathbf{g} \, d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (2-4-4)$$

これより、演算子 $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger\{\}$ は、観測空間から観測空間への変換を行う演算子であり、次式で与えられる要素をもつ $N \times N$ の行列となることが分かる。

$$[\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger]_{pq} = \int_C h_p(\mathbf{r})h_q(\mathbf{r})\mathbf{d}\mathbf{r} \quad (2-4-5)$$

この行列を GARDS マトリクスと呼ぶ。

次に、GARDS マトリクスについて Singular Value Decomposition (SVD) 解析^[238]を行い、逆変換を行う演算子を導出する。GARDS マトリクスは、次式のように展開される。

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger = \sum_{l=1}^R \lambda_l^2 \mathbf{v}_l \mathbf{v}_l^\top \quad (2-4-6)$$

ここで、 $\{\lambda_l^2\} (l=1, \dots, N)$ は GARDS マトリクスの固有値、 $\{\mathbf{v}_l\} (l=1, \dots, N)$ は GARDS マトリクスの

固有ベクトルであり、次式を満たす。

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^+ \mathbf{v}_l = \lambda_l^2 \mathbf{v}_l \quad (l=1, \dots, N) \quad (2-4-7)$$

また、 $R \leq N$ は GARDS マトリクスのランクを示す。固有値 $\{\lambda_l^2\}$ は値の大きい順に並べてあり、

$$\lambda_l^2 > 0 \quad (l=1, \dots, R)$$

$$\lambda_l^2 = 0 \quad (l=R+1, \dots, N)$$

を満たす。固有ベクトル \mathbf{v}_l は、観測空間を張るベクトルとなり、物体空間を張る基底関数 $\mathbf{u}_l(\mathbf{r})$ は、次式で表される。

$$\mathbf{u}_l(\mathbf{r}) = \frac{1}{\lambda_l} \mathbf{H}^+ \{\mathbf{v}_l\} \quad (l=1, \dots, N) \quad (2-4-8)$$

そして、物体空間の基底関数に順投影の演算子を作用させると次式を得る。

$$\mathbf{H}\{\mathbf{u}_l(\mathbf{r})\} = \lambda_l \mathbf{v}_l \quad (l=1, \dots, N) \quad (2-4-9)$$

これより、物体空間の基底関数 $\mathbf{u}_l(\mathbf{r})$ を順投影すると、ゲイン λ_l がかった観測空間の基底ベクトル \mathbf{v}_l に変換されることが分かる。よって、物体空間から観測空間への伝達特性は、特異値が小さい成分ほど小さく、特異値がゼロの成分は全く伝達されない。物体空間の基底関数 $\{\mathbf{u}_l(\mathbf{r})\} (l=1, \dots, R)$ で張られる空間を measurement space といい、 $\{\mathbf{u}_l(\mathbf{r})\} (l=R+1, \dots, M)$ で張られる空間を null space という(Fig. 2.4.2)。

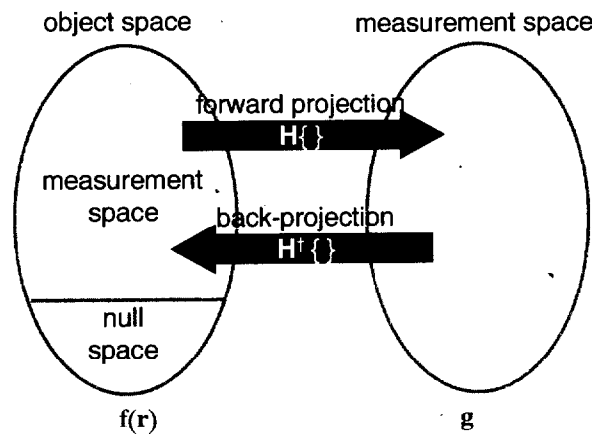


Fig. 2.4.2: Transfer characteristics of the measurement system based on continuous-discrete mapping model.

ここで、Moore-Penrose の疑似逆行列(pseudo inverse)の考え方をを用いると、 $\mathbf{H}\{\}$ の疑似逆変換演算子 $\mathbf{H}^+\{\}$ は次式のように表せる。

$$\mathbf{H}^+\{\} = \sum_{l=1}^R \frac{1}{\lambda_l} \mathbf{u}_l(\mathbf{r}) \mathbf{v}_l^T \quad (2-4-10)$$

この疑似逆変換演算子に観測データ \mathbf{g} を作用させると、再構成像 $f_c(\mathbf{r})$ が得られる。

$$\begin{aligned} f_c(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}^+\{\mathbf{g}\} \\ &= \sum_{l=1}^R \frac{\mathbf{v}_l^T \mathbf{g}}{\lambda_l} \mathbf{u}_l(\mathbf{r}) \\ &= \mathbf{H}^+ \left\{ \sum_{l=1}^R \left(\frac{\mathbf{v}_l^T \mathbf{g}}{\lambda_l^2} \right) \mathbf{v}_l \right\} \end{aligned} \quad (2-4-11)$$

上式は GARDS マトリクスを用いて表すこともできる。

$$\begin{aligned} f_c(\mathbf{r}) &= \mathbf{H}^+ \left\{ \left(\sum_{l=1}^R \frac{\mathbf{v}_l \mathbf{v}_l^T}{\lambda_l^2} \right) \mathbf{g} \right\} \\ &= \mathbf{H}^+ \{ \mathbf{H} \mathbf{H}^+ \}^+ \mathbf{g} \end{aligned} \quad (2-4-12)$$

ここで、 $\{ \mathbf{H} \mathbf{H}^+ \}^+$ は行列 $\mathbf{H} \mathbf{H}^+$ の疑似逆行列を表す。上式は、GARDS による逆変換の一般形であり、GARDS マトリクスの疑似逆行列で観測データをフィルタリングした後に逆投影することを表している。

(2-4-11)式より、小さな s_l の項ではノイズ成分の影響を受けやすいことが分かる。このようなノイズの強調を防ぎ、また行列 $\mathbf{H} \mathbf{H}^+$ が正則でない場合は同時に正則化(regularization)する目的で、正則化パラメータ α を導入する。

$$f_c(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^+ \left\{ \sum_{l=1}^R \left(\frac{\mathbf{v}_l^T \mathbf{g}}{\lambda_l^2 + \alpha} \right) \mathbf{v}_l \right\} \quad (2-4-13)$$

GARDS マトリクスを用いると次式のように表せる。

$$f_c(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^+ \{ \mathbf{H} \mathbf{H}^+ + \alpha \mathbf{I} \}^{-1} \mathbf{g} \quad (2-4-14)$$

以上のことから、GARDS を用いた逆変換では、現実の投影系に即した連続・離散モデルを用いてディテクタの感度分布関数に従って逆変換演算子を定義するので、その過程に補間関数や物体に対する仮定を含むことなく、離散データから連続物体を再構成することができる。しかし、連続な物体を計算機で扱うことは不可能であり、可視化のために再構成された連続な物体をサンプリングする必要がある。そこで、連続物体をサンプリングするための演算子 $\mathbf{S}\{\}$ を導入し、

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{S}\{f_e(\mathbf{r})\} = \mathbf{S}\mathbf{H}^\dagger \{\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger + \alpha\mathbf{I}\}^{-1} \mathbf{g} \quad (2-4-15)$$

のようにサンプリングされた再構成像 \mathbf{f}_e を表す。

2.4.3 物体の離散化と画像再構成

物体を離散的に扱う代数的な画像再構成手法がいくつか提案されている。これらの手法は、連続的な物体 $f(\mathbf{r})$ が、任意の基底関数 $\mathbf{b}(\mathbf{r})=[b_1(\mathbf{r}), \dots, b_M(\mathbf{r})]^T$ の線形和として次式のように表現できると仮定する。

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}(\mathbf{r})^T \mathbf{f} \quad (2-4-16)$$

ここで、 $\mathbf{f}=[f_1, \dots, f_M]^T$ は展開係数である。基底関数には、ピクセルやボクセルなど、rect 関数を用いることが多い。(2-4-16)式を(2-4-1)式に代入すると、次式を得る。

$$\mathbf{g} = \int_C \mathbf{h}(\mathbf{r}) \mathbf{b}(\mathbf{r})^T d\mathbf{r} \cdot \mathbf{f} \quad (2-4-17)$$

上式を行列、ベクトルを用いて表現すると、次式を得る。

$$\mathbf{g} = \mathbf{H} \mathbf{f} \quad (2-4-18)$$

ここで、行列 \mathbf{H} は、観測系の伝達特性を表す $N \times M$ のシステムマトリクスであり、その要素は次式で与えられる。

$$[\mathbf{H}]_{ji} = \int_C h_j(\mathbf{r}) b_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (i=1, \dots, M), (j=1, \dots, N) \quad (2-4-19)$$

Fig. 2.4.3 に離散・離散モデルを用いたモデル化の概念図を示す。さらに、観測に伴うノイズを N 次元の列ベクトル \mathbf{n} で表すと、ノイズを含めた観測系は次式で表される。

$$\mathbf{g} = \mathbf{H} \mathbf{f} + \mathbf{n} \quad (2-4-20)$$

離散・離散モデルに基づく画像再構成問題は、 \mathbf{g} から \mathbf{f} を推定することである。その手法は、疑似逆行列を用いる方法と、逐次近似計算によって推定する方法に大別されるが、ここでは前者について概説する。疑似逆行列を用いた画像再構成手法では、再構成像 \mathbf{f}_e は次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{H}^+ \mathbf{g} \quad (2-4-21)$$

ここで \mathbf{H}^+ はシステムマトリクス \mathbf{H} の疑似逆行列を表す。 $N \times M$ のシステムマトリクス \mathbf{H} は、SVD を用いて次式のように展開される。

$$\mathbf{H} = \sum_{k=1}^R \lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{u}_k^T \quad (2-4-22)$$

ここで、 $\{\lambda_k\}$ は特異値、 $\{\mathbf{u}_k\}(k=1, \dots, M)$ は物体空間を張る M 次元の正規直交基底ベクトル、 $\{\mathbf{v}_k\}(k=1, \dots, N)$ は観測空間を張る正規直交基底ベクトル、 $R \leq M, N$ はシステムマトリクス \mathbf{H} のランクである。また、特異値 $\{\lambda_k\}$ は値の大きい順に並べてあり、

$$\lambda_k > 0 \quad (k=1, \dots, R)$$

$$\lambda_k = 0 \quad (k=R+1, \dots, \max(M, N))$$

を満たす。システムマトリクス \mathbf{H} を物体空間の基底関数に作用させると、ベクトルの正規直交性から次式を得る。

$$\mathbf{H} \mathbf{u}_k = \lambda_k \mathbf{v}_k \quad (k=1, \dots, M) \quad (2-4-23)$$

これより、物体空間の基底ベクトル \mathbf{u}_k にシステムマトリクス \mathbf{H} を作用させると、ゲイン λ_k がかかった観測空間の基底ベクトル \mathbf{v}_k に変換されることが分かる。よって、物体空間から観測空間への伝達特性は、特異値が小さい成分ほど小さく、特異値がゼロの成分は全く伝達されない。物体空間の基底ベクトル $\{\mathbf{u}_k\}$ ($i=1, \dots, R$) で張られる空間は measurement space、 $\{\mathbf{u}_k\}$ ($i=R+1, \dots, M$) で張られる空間は null space に対応する。

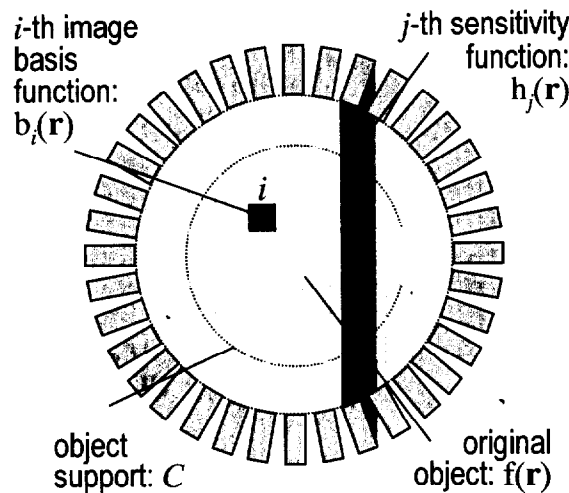


Figure 2.4.3: PET measurement system based on discrete-discrete mapping model.

システムマトリクス of Moore-Penrose の疑似逆行列は次式で与えられる。

$$\mathbf{H}^+ = \sum_{k=1}^R \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \quad (2-4-24)$$

再構成像における観測系の伝達特性を調べるために、以下のような解析を行う。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_e &= \mathbf{H}^+ \mathbf{g} \\ &= \mathbf{H}^+ \mathbf{H} \mathbf{f} \\ &= \left(\sum_{k=1}^R \frac{1}{\lambda_k} \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^T \right) \left(\sum_{k=1}^R \lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{u}_k^T \right) \mathbf{f} \\ &= \sum_{k=1}^R (\mathbf{u}_k^T \mathbf{f}) \mathbf{u}_k \\ &= \sum_{k=1}^R \mathbf{a}_k \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (2-4-25)$$

ただし、 $\mathbf{a}_k = \mathbf{u}_k^T \mathbf{f}$ とする。これより、再構成像は、物体の基底関数の 1~ R 番目までの成分は完全に原物体と等しくなるが、 $R+1$ 番目以降の成分は失われることが分かる。ノイズを含む場合、同様の解析を行うと、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_e &= \mathbf{H}^+ \mathbf{g} \\ &= \mathbf{H}^+ (\mathbf{H} \mathbf{f} + \mathbf{n}) \\ &= \sum_{k=1}^R \mathbf{a}_k \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^R \left(\frac{\mathbf{v}_k^T \mathbf{n}}{\lambda_k} \right) \mathbf{u}_k \end{aligned} \quad (2-4-26)$$

となる。これより、特異値が小さな成分では、ノイズによる影響が大きくなることが分かる。よって、信号成分とノイズ成分のバランスをとりながら、適当なところで k を打ち切る必要がある。

PET 装置のような大規模な観測系において、SVD を行いシステムマトリクス of 疑似逆行列を求めることは、計算コストと安定性の点から難しい。その場合、(2-4-18)式を次式のように書き

換え、

$$\mathbf{f}_0 = \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^+ \mathbf{g} \quad (2-4-27)$$

さらに正則化パラメータを α 導入する。

$$\mathbf{f}_0 = \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{H}^T + \alpha \mathbf{I})^+ \mathbf{g} \quad (2-4-28)$$

正則化パラメータの導入によって、ノイズがない場合においても厳密な解を得ることはできないが、SVD 解析における特異値の打ち切りと同様にノイズ成分を抑制することができる。

離散・離散モデルに基づく画像再構成計算を逐次的に計算する手法として、Algebraic Reconstruction Techniques (ART)[¹⁰]が提案されている。ART は、再構成像の誤差が必要なレベル以下(たとえばノイズレベル以下など)になったところで反復を止めることができるため、前項で述べた方法に比べて計算時間を短縮することができる。また、非負の拘束条件を導入することができるという特徴をもつ。近年、基底関数として、従来のボクセルの代わりに回転対称な釣り鐘型の基底関数を適用し、少ない反復回数でノイズを抑制した良好な再構成像を得る手法が提案されている[³⁹]。

また、近年、ポアソンノイズを含む観測データから最尤推定解を得る逐次近似型再構成手法として、Maximum Likelihood Expectation Maximization (ML-EM)法[⁴⁰]および収束性を高めた Ordered-subsets EM (OSEM) [⁴¹]が注目されている。これらの手法は、統計的な手法であるため代数的手法とは異なるが、離散・離散モデルに基づく手法の1つである。

2.4.4 代数的な画像再構成手法の特徴と問題点

代数的な画像再構成手法は、任意の感度分布関数を定義できるため、複雑な観測系を取扱うことができる。よって、PET 観測系のように感度分布関数がシフトバリエーションな特性をもつ場合、FBP 法に比べて再構成像の画質向上が可能である。

代数的手法は、物体空間の取り扱いの違いによって、連続・離散モデルに基づく画像再構成手法と離散・離散モデルに基づく画像再構成手法に分類される。PET 観測系は連続・離散モデルに従うことから、前者の手法は、あらゆる物体に対してシステムティックエラーを含まない良好な再構成を得ることができる。一方、後者の手法は、物体がある基底関数の線形結合で完全に記述できることを仮定している。よって、基底関数が物体を完全に記述できない場合、再構成像に物体の離散化に起因したシステムティックエラーが生じる恐れがある。一般に物体は未知であることが多いため、基底関数の選択には注意が必要である。

代数的な画像再構成手法は、再構成像の画質向上が可能であるが、観測データ数と等しい次元の疑似逆行列計算、あるいはそれに相当する計算を行うため、観測データ数が大きい場合、膨大な計算コストを要するという問題がある。離散・離散モデルに基づく画像再構成手法は、逐次近似手法を用いて逆変換を行うことが多く、適当な反復回数で計算を終了させることによって計算時間を短縮させることが可能である。しかし、反復回数は、再構成像の画質に影響を与え、また物体に大きく依存することから、その決定には注意が必要である。

2.5 第2章のまとめ

PET 装置は、感度を上げるために動径方向に長いシンチレータを用いており、検出器対が物体空間に対してもつ感度分布は検出器対ごとにそれぞれ異なる。FBP 法に代表される解析的な画像再構成手法は、観測データが物体の線積分値で与えられると仮定しているため、上記の特性を考慮できず、再構成像にはシステムティックエラーが生じる。一方、代数的な画像再構成手法は、任意の感度分布関数を定義できるため、再構成像の画質の向上が可能である。しかし、代数的な画像再構成手法は、観測データ数と等しい次元の逆行列計算を必要とするため、大規模な観測系に適用するためには計算コストを削減する工夫が必要である。

PET 観測系は、物体空間を連続系で、観測空間を離散系で定義した連続・離散モデルに従う。これに対して、観測データが連続系で与えられるという仮定を加えると連続・連続モデルになり、一方、物体が離散系で与えられると仮定すると離散・離散モデルとなる。もともと ill-conditioned な PET 観測系に対して、連続・離散モデルに基づく画像再構成手法は、物体の情報が存在する部分のみを推定する。これに対し、離散・離散モデルに基づく画像再構成手法は物体に仮定を加えることによって足りない情報を付加し、また、連続・連続モデルに基づく画像再構成手法は物体の情報がすべて観測されていると仮定している。連続・連続モデルに基づく画像再構成手法は解析的手法であり、連続・離散モデルおよび離散・離散モデルに基づく画像再構成手法は代数的手法に属する。

第 3 章

代数的手法を用いた

PET 画像再構成と

高速演算手法

3.1 序言

連続・離散モデルに基づく代数的な画像再構成手法である Generalized analytic reconstruction from discrete samples (GARDS) [18]や Natural pixel decomposition (NPD) [19]は、観測系を正確にモデル化できるため、再構成像の画質の向上が可能である。そこで本章では、まず、PET 観測系の感度分布関数を定義し、GARDS を PET 観測系へ適用する。

しかし、これらの手法を用いて再構成を行うためには、GARDS マトリクス(NPD では natural pixel projection matrix)と呼ばれる行列を係数行列とする大規模な連立一次方程式を解く必要がある。GARDS マトリクスの次元数は観測データ数に等しいため、現実の PET 装置へ適用した場合、連立一次方程式を解く計算に膨大な時間を必要とする[3-1]。共役勾配法[3-2]などの逐次近似法は、大規模な連立1次方程式を効率的に解く手法として用いられる[3-3]。共役勾配法の収束性は、係数行列の固有値に依存し、最大固有値と最小固有値比が小さいほど収束性が向上することが知られている。そこで本章では、共役勾配法の収束性の向上を目的として、GARDS マトリクスに適した前処理手法を提案する。なお、GARDS と NPD は、導出を除いて等価であるため、本章で提案する高速演算法は NPD にも適用できる。

3.2 PET 観測系のモデル化と GARDS の適用

3.2.1 PET 観測系のモデル化

物体を $f(\mathbf{r})$ 、 j 番目のディテクタによる観測値を g_j とすると、両者の関係は一般に次式で表される。

$$g_j = \int_C h_j(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3-2-1)$$

ここで、 $h_j(\mathbf{r})$ は j 番目のディテクタが物体空間に対してもつ感度分布関数である。感度分布関数は任意に定義できるため、複雑な観測系も正しくモデル化することができる。Fig. 3.2.1 に示

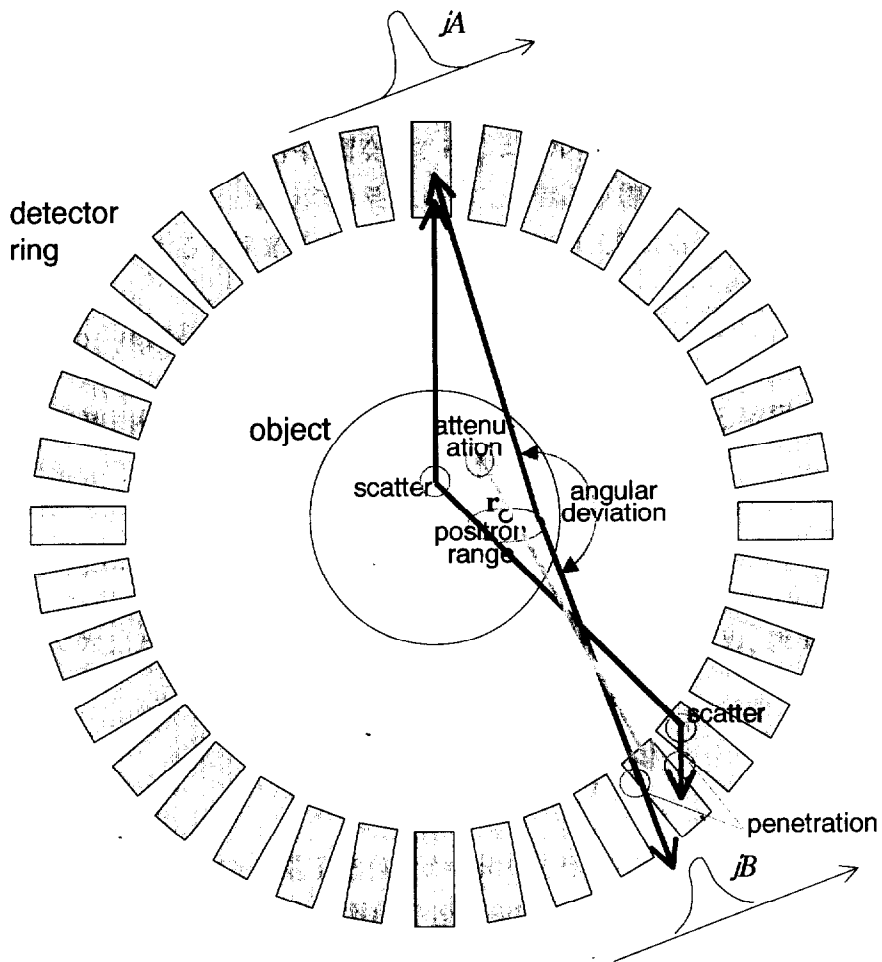


Figure 3.2.1: Various physical processes where photons from position \mathbf{r} are detected by the pair of detector, jA and jB .

すように、PET 観測系は、positron range、angler deviation、人体による γ 線の吸収・散乱、シンチレータ内の γ 線の散乱・貫通、シンチレータの幾何的配置など、さまざまな複雑な特性をもつ。モンテカルロシミュレーション^{[3-10],[3-11]}を用いてこれらすべての物理現象を感度分布関数に導入することは可能ではあるが、モンテカルロシミュレーションに必要な計算時間、感度分布関数のセットを保持するために必要なデータ容量、感度分布関数の物体依存性などを考えると現実的ではない。物体空間を離散系で取扱う離散・離散モデルにおいて、いくつかの仮定の上でこれらの物理現象を各要素に展開し、システムマトリクスを効率よく構築する手法も提案されている^{[3-12],[3-13]}。本項では、PET 観測系において影響が大きいと思われる、シンチレータの幾何的配置とシンチレータ内の γ 線の貫通を考慮して、感度分布関数を定義する。人体による γ 線の吸収・散乱は、事前に完全に補正されていると仮定する。また、その他の観測系に依存する要素は、原理的には感度分布関数に導入することができるが、ここではその影響は小さいと考え無視する。

511keV の γ 線光子と物質の相互作用には、光電効果とコンプトン効果がある^[3-4]。光電効果は、光子が物質に入射して、その原子の軌道電子を原子から飛びださせてエネルギーを失う現象である。光電効果を起す確率は、原子核との結びつきが強い電子ほど大きく、光子の振動数を ν とすると、光電効果による光子の減弱はほぼ $Z^5/\nu^{7/2}$ に比例する。また、コンプトン効果は、入射した光子が自由電子に衝突してそのエネルギーの一部をその電子に与えた後に散乱する現象である。以上の2つの効果によって、 I_0 個の γ 線光子が、厚さ l の均一な物質に入射した場合、透過する γ 線光子束の数 I は、次式で与えられる。

$$I = I_0 \exp\{-\mu(E)l\} \quad (3-2-2)$$

ここで、 $\mu(E)$ は線減弱係数と呼ばれ、PET 観測系では、光電効果による減弱 $\mu_{pe}(E)$ 、コンプトン効果による減弱 $\mu_c(E)$ の和として、次式で与えられる。

$$\mu(E) = \mu_{pe}(E) + \mu_c(E) \quad (E \leq 511\text{keV}) \quad (3-2-3)$$

本論文では、人体およびシンチレータ内の γ 線の散乱を無視するため、線減弱係数は次式で表される。

$$\mu = \mu_{pe}(E_0) \quad (E_0 = 511\text{keV}) \quad (3-2-4)$$

検出器は、シンチレータと光電子増倍管から構成される。シンチレータに入射した γ 線によってたたき出された電子は、結晶中で電離や励起を起し、これらがもとに戻る過程で、吸収したエネルギーに比例した強度の光(シンチレーション)を発する。光電子増倍管は、この微弱な光を電子に変換し、増幅を行う。すなわち、検出器の γ 線に対する検出効率は、入射した γ 線がシンチレータ内で光電効果を起す確率として表すことができる。光電効果を起す確率に

は、シンチレータ内の γ 線の貫通・散乱、周囲のシンチレータによる吸収・散乱など、複雑な物理現象を考慮する必要があるが、ここでは、 γ 線の散乱は考慮せず、**Fig. 3.2.2 (a)**に示すように、シンチレータの幾何的配置と γ 線の貫通を考慮する。この場合、感度分布関数は、点 \mathbf{r} において生じた消滅 γ 線が j 番目の検出器対 (jA および jB) で同時計数測定によって検出される確率として、次式で表される。

$$h_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \{1 - \exp[-\mu l_{jA}(\Omega, \mathbf{r})]\} \{1 - \exp[-\mu l_{jB}(\Omega, \mathbf{r})]\} \cdot \exp[-\mu \bar{l}_{jA}(\Omega, \mathbf{r})] \exp[-\mu \bar{l}_{jB}(\Omega, \mathbf{r})] d\Omega \quad (3-2-5)$$

ここで、 Ω は点 \mathbf{r} を中心とする立体角、 $l_{jA}(\Omega, \mathbf{r})$ および $l_{jB}(\Omega, \mathbf{r})$ は、 γ 線の飛行経路に沿った直線がそれぞれシンチレータ jA および jB を横切る長さである。また、 $\bar{l}_{jA}(\Omega, \mathbf{r})$ および $\bar{l}_{jB}(\Omega, \mathbf{r})$ は、おなじ直線がシンチレータ jA および jB の前面に位置するシンチレータを横切る長さを表す(**Fig. 3.2.2 (b)**)。

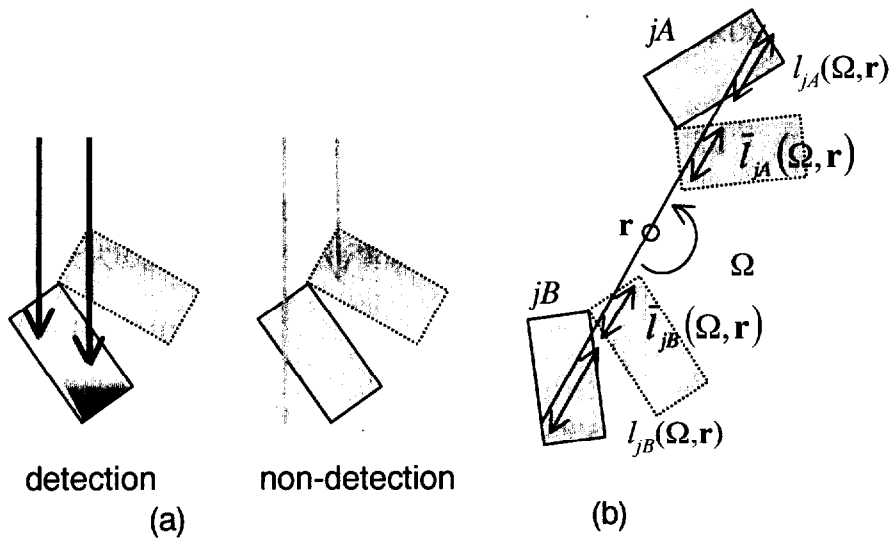


Figure 3.2.2: (a) Single detection of photons. When photons are absorbed by the front crystal or penetrate the crystal of j -th detector, the j -th detector doesn't detect them. (b) Probability that a pair of photons is detected by the j -th pair of detectors (crystal jA and jB).

3.2.2 GARDS を用いた PET 画像再構成

本項では、前項で定義した感度分布関数を用いて、GARDS を PET 観測系に適用する。GARDS は、物体に対する仮定を用いない代数的な画像再構成手法であるため、観測系の伝達特性を最大限に活かした画像再構成を行うことができる。GARDS を用いた画像再構成は、GARDS マトリクスの構築、GARDS マトリクスの疑似逆行列計算、逆投影の3つのステップで構成される。

(3-2-5)式で表される感度分布関数を用いて、GARDS マトリクスの要素を解析的に求めることは困難であるため、GARDS マトリクスの要素は数値積分を用いて計算する。具体的には、感度分布関数の重なり合う領域を離散化の影響が現れない程度に細かくサブピクセルに分割し、サブピクセルの中心の値を代表値として要素を計算する。ここでは、人体による γ 線の吸収・散乱の影響は正確に補正されていることを仮定しているため、感度分布関数は観測系にのみ依存し物体には依存しない。この場合、GARDS マトリクスも観測系にのみ依存するため、GARDS マトリクスの要素の計算は、観測系に対して1度計算、保存しておけばよい。GARDS マトリクスは観測データの総数を次元にもつため、一般に大規模行列となるが、GARDS マトリクスは対称かつブロック巡回行列となるため、保存する要素は大幅に限定される。すなわち、観測データがディテクタ数 D 、回転方向数 V で与えられた場合、GARDS マトリクスは $DV \times DV$ の行列となるが、実際に保存する要素は $V \times DV$ である。

GARDS マトリクスの疑似逆行列計算については、次節で述べる。

GARDS は、逆投影によって得られる再構成像を表す連続関数を、可視化のためにサンプリングして、次式のように離散的な再構成像 $\hat{\mathbf{f}} = [\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_M]^T$ を得る。

$$\hat{f}_i = \int_V s_i(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3-2-6)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r})$ は GARDS による再構成像、 $s_i(\mathbf{r})$ はサンプリング関数である。サンプリング関数の例としては、rect 関数や Dirac のデルタ関数が挙げられる。また、再構成像のサンプリング数を M とすると、 \mathbf{SH}^\dagger という演算子は $N \times M$ の行列で表現でき、その要素は次式のようになる。

$$[\mathbf{SH}^\dagger]_{ij} = \int_V s_i(\mathbf{r}) h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3-2-7)$$

実際に再構成を行う場合、この行列を解析的に求めることにより、逆投影とサンプリングを同時に行うのが望ましい。

3.3 高速演算手法

3.3.1 手法

N 次元の列ベクトルで表した観測データ \mathbf{g} に対して、GARDS による再構成像は次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_e(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^\dagger \{(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger + \alpha\mathbf{I})^{-1} \mathbf{g}\} \quad (3-3-1)$$

$\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$ は $N \times N$ の GARDS マトリクス、 $\mathbf{H}^\dagger\{\}$ は逆投影演算子、 α は正則化パラメータである。GARDS による再構成像は、GARDS マトリクスの疑似逆行列でフィルタリングした観測データを逆投影することにより得られる。しかし、GARDS マトリクスの次元数は観測データ数に等しく、動物用 PET 装置で 1 万次元程度、臨床用 PET 装置で 2~8 万次元程度(2D mode、1 スライスあたり)になる。よって、GARDS マトリクスの疑似逆行列の計算および保存は、現在の計算機的能力を考えると不可能であると言える。そこで、まず(3-3-1)式を次式のように変形し、次式のように GARDS マトリクスを係数行列とする連立一次方程式を解く。

$$\mathbf{f}_e(\mathbf{r}) = \mathbf{H}^\dagger \{\mathbf{g}'\}$$

$$(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \mathbf{g}' = \mathbf{g} \quad (3-3-2)$$

そして、上式に共役勾配法を適用し、以下に述べる前処理手法を用いて共役勾配法の収束性を向上する。

共役勾配法は、係数行列の最大固有値と最小固有値の比である condition number (CN) が小さいほど収束性が良いことが知られている。そこで、次式のように、GARDS マトリクス $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$ に対して $N \times N$ の行列 \mathbf{D} を前処理行列として作用させ、CN を小さくすることを考える。

$$\mathbf{g}' = \mathbf{D} \mathbf{y} \quad (3-3-3)$$

$$[(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \mathbf{D}] \mathbf{y} = \mathbf{g} \quad (3-3-4)$$

ここで、 \mathbf{y} は N 次元の列ベクトルである。

次に、 $(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \mathbf{D}$ の CN を小さくする行列 \mathbf{D} は以下のように求める。GARDS マトリクスの SVD 展開によって得られる固有値 $\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ 、固有ベクトル $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_N\}$ は次式を満たす。

$$(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \mathbf{v}_l = \lambda_l \mathbf{v}_l \quad (l=1, \dots, N) \quad (3-3-5)$$

ここで、次式で定義される k 次の多項式 $F_k(x)$

$$F_k(x) \equiv a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k \quad (3-3-6)$$

を用いて、行列 \mathbf{D}_k を次式のように定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_k &\equiv F_k(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \\ &= a_0\mathbf{I} + a_1\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger + a_2(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)^2 + \dots + a_k(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)^k \end{aligned} \quad (3-3-7)$$

行列 \mathbf{D}_k にベクトル \mathbf{v}_l を作用させると次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_k \mathbf{v}_l &= [a_0\mathbf{I} + a_1\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger + a_2(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)^2 + \dots + a_k(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)^k] \mathbf{v}_l \\ &= (a_0 + a_1\lambda_l + a_2\lambda_l^2 + \dots + a_k\lambda_l^k) \mathbf{v}_l \\ &= F_k(\lambda_l) \mathbf{v}_l \end{aligned} \quad (3-3-8)$$

これより、 $(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)\mathbf{D}_k$ で表されるオペレータは次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)\mathbf{D}_k \mathbf{v}_l &= F_k(\lambda_l) (\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger) \mathbf{v}_l \\ &= \lambda_l F_k(\lambda_l) \mathbf{v}_l \end{aligned} \quad (3-3-9)$$

(3-3-9)式は $\{\lambda_l, F_k(\lambda_l)\}$ が $(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)\mathbf{D}_k$ の固有値であることを示しており、これを1付近に密集させばよい。すなわち、 $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$ を最大固有値 λ_1 で割ることで $0 < \lambda_l \leq 1$ ($l=1, \dots, N$) とすると、 $(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)\mathbf{D}_k$ の CN を小さくするような多項式 $F_k(x)$ は、 $x F_k(x)$ が $0 < x \leq 1$ で1に近づくように求めればよい。このような $F_k(x)$ は、次式の条件より求めることができる[3-5], [3-6]。

$$\text{minimize} \int_0^1 [1 - x F_k(x)]^2 dx \quad (3-3-10)$$

次数 k を1から14まで変化させたときの関数 $x F_k(x)$ の様子を Fig. 3.3.1 に示す。これより、高

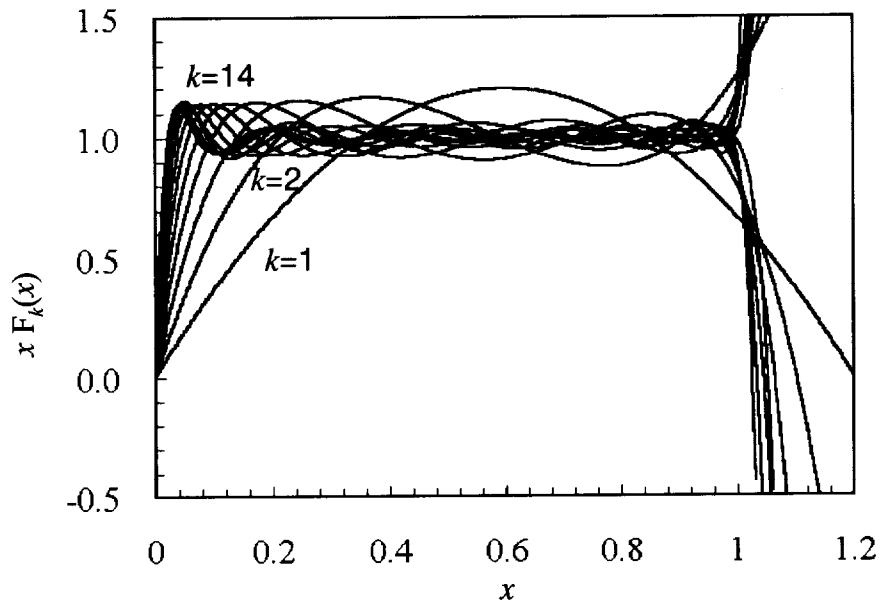


Figure 3.3.1: The function $x F_k(x)$ is plotted with varying k ($k=1,2,\dots,14$), which is the order of the polynomial function $F_k(x)$. k is labeled as $k=1$, $k=2$ and $k=14$.

次になるほど、 $0 < x \leq 1$ の範囲において一様となるステップ関数に近づくことが分かる。

以下に、GARDS マトリクスの疑似逆行列でフィルタリングされた観測データ \mathbf{g}' を得るまでの手順を示す。

1) GARDS マトリクスの前処理

- a) GARDS マトリクスの最大固有値 λ_{max} を求める。 λ_{max} は、次項で述べる手法を用いると、数回の行列ベクトル演算で推定することができる。
- b) GARDS マトリクス $\mathbf{H}\mathbf{H}^t$ を $(1/\lambda_{max})(\mathbf{H}\mathbf{H}^t)$ に置き換える。
- c) (3-3-7)式に従い、前処理行列 \mathbf{D} を計算する。
- d) GARDS マトリクスを前処理する。 $(\mathbf{H}\mathbf{H}^t)\mathbf{D}$

2) 画像再構成

- a) 観測データ \mathbf{g} を $(1/\lambda_{max})\mathbf{g}$ に置き換える。
- b) 共役勾配法を用いて連立1次方程式 $[(\mathbf{H}\mathbf{H}^t)\mathbf{D}]\mathbf{y}=\mathbf{g}$ ((3-3-4)式)を解く。
- c) $\mathbf{g}'=\mathbf{D}\mathbf{y}$ を計算する。

以上の手順において、計算量の多くを占める演算は、1)-c)と 2)-b)の2つであり、これらと比較すると他の演算に必要な計算量は無視できる。特に、1)-c)の前処理行列を求める計算は、

GARDS マトリクスの積を繰り返し計算するため、多くの計算量を要する。しかし、ここでは、吸収、散乱補正済みの観測データへの適用を前提としているため、前処理は物体に依存せず、1度計算しておけば、すべての観測データへ適用できる。

3.3.2 GARDS マトリクスの最大固有値の推定

GARDS マトリクスの最大固有値 $\lambda_1(=\lambda_{max})$ は、power method^[3-7]により、数回の行列-ベクトル積演算で推定することができる。 N 次元の任意のベクトルを $\mathbf{u}^{(0)}$ とすると、は GARDS マトリクスの固有ベクトル $\{\mathbf{v}_l\}(l=1, \dots, N)$ の線形結合として次式で表現できる。

$$\mathbf{u}^{(0)} = \sum_{l=1}^N c_l \mathbf{v}_l, \quad (3-3-11)$$

ここで、 $\{c_l\}(l=1, \dots, N)$ は展開係数である。ここで、GARDS マトリクス \mathbf{HH}^\dagger とベクトル $\mathbf{u}^{(0)}$ の積を $\mathbf{u}^{(1)}$ とすると、 $\mathbf{u}^{(1)}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{u}^{(1)} = (\mathbf{HH}^\dagger) \mathbf{u}^{(0)} = \sum_{l=1}^N c_l (\mathbf{HH}^\dagger) \mathbf{v}_l = \sum_{l=1}^N \lambda_l c_l \mathbf{v}_l. \quad (3-3-12)$$

同様に、GARDS マトリクス \mathbf{HH}^\dagger とベクトル $\mathbf{u}^{(0)}$ の積を n 回繰り返すと、

$$\mathbf{u}^{(n)} = (\mathbf{HH}^\dagger)^n \mathbf{u}^{(0)} = \sum_{l=1}^N \lambda_l^n c_l \mathbf{v}_l. \quad (3-3-13)$$

となる。ここで、 $\lambda_1 > \lambda_2$ であることを考慮すると、 n が十分に大きくなると c_1 が非ゼロである場合、 $\lambda_2^n, \dots, \lambda_n^n$ は λ_1^n に比べて無視できる。よって、(3-3-13)式は、次式のように近似できる。

$$\mathbf{u}^{(n)} \approx \lambda_1^n c_1 \mathbf{v}_1, \quad (3-3-14)$$

ベクトル $\mathbf{u}^{(n)}$ を正規化することによって、GARDS マトリクスの最大固有ベクトル \mathbf{v}_1 が推定される。また、最大固有値 λ_1 は、次式で推定される。

$$\lambda_1 = \sqrt{((\mathbf{HH}^\dagger) \mathbf{v}_1)^\top ((\mathbf{HH}^\dagger) \mathbf{v}_1)}. \quad (3-3-15)$$

行列-ベクトル積の繰り返し数 n を削減するためには、GARDS マトリクスの最大固有ベクトル \mathbf{v}_1 に近いベクトルを初期ベクトル $\mathbf{u}^{(0)}$ として選ぶ必要がある。一般に、最大固有ベクトルは低周波成分に対応することが知られており、特に GARDS マトリクスの最大固有ベクトルは、物体領域全体に一様分布する物体の観測データに似たものになることが多い。そこで、物体領域全体に一様分布する物体の観測データを正規化したものを初期ベクトル $\mathbf{u}^{(0)}$ として用いる。上記の手法を用いて、512 次元および 1024 次元の GARDS マトリクスの最大固有値を求め、その推定誤差を Table 3.3.1 に示す。これより、1回の行列-ベクトル積演算で推定誤差を

0.21%に抑えることができることが分かる。本章の前処理手法は、固有値を密集させる範囲を限定するために最大固有値を利用している。よって、最大固有値は精度良く推定される必要はないため、数回の行列-ベクトル積演算で十分である。

Table 3.3.1

The error of the estimated maximum eigenvalue of the GARDS matrix when the projection of object support is used as the vector $u^{(0)}$. M is the dimensions of the GARDS matrix, and n is the number of matrix-vector multiplications. Only one or two matrix-vector multiplications are sufficient to obtain λ_1 .

	$N=512$	$N=1024$
$n=0$	0.33%	0.33%
$n=1$	0.21%	0.21%

3.3.3 評価と最適化

本節では、計算機シミュレーションを用いて、提案した GARDS の高速演算法が、再構成像の精度に影響を与えずに、計算を高速化できることを示す。提案した前処理手法による CN の削減および共役勾配法の収束性向上を評価するために、観測データの次元数が比較的小さい観測系を用いた計算機シミュレーションを行う。一般に、リング状に検出器が配置された PET 装置では、検出器数が極端に少ない場合、観測データのサンプリングが十分に得られない。そこで、ここでは、Fig. 3.3.2 に示すようなファンビームの X 線 CT 装置を仮定する。X 線 CT 装置の感度分布関数は PET 装置の感度分布関数に近く、特に最近提案された単一 γ 線光子を用いた PET 装置の transmission scan^{[3,8],[3,9]}は、X 線 CT 装置と同等な観測系になる。

物体および観測系は3次元空間で取扱われ、mid-plane 上の断面像を再構成像として得る。 i 番目の感度分布関数は、次式で定義される。

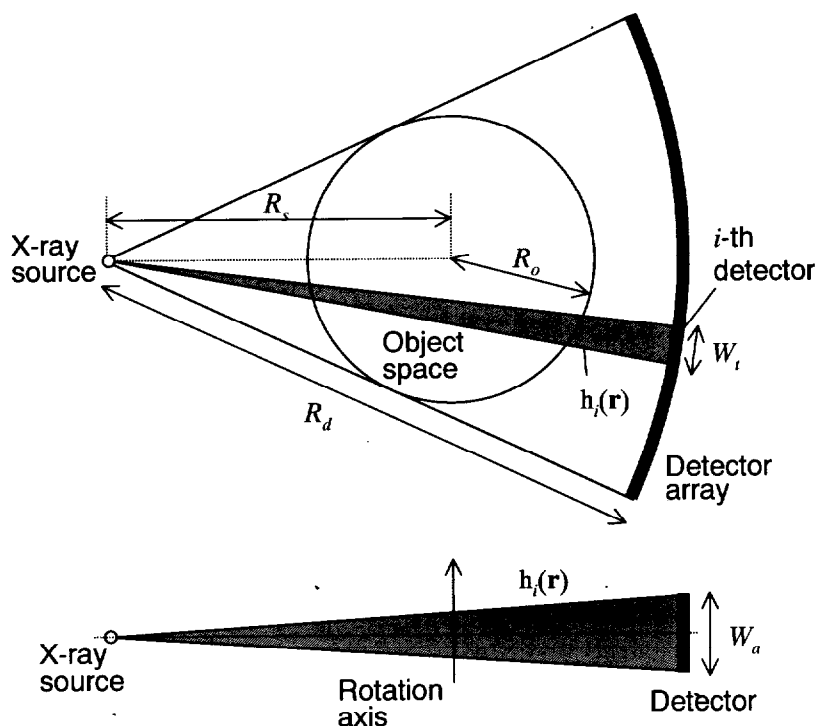


Figure 3.3.2: Geometry of fan-beam X-ray CT. Radius of object space: $R_o=25\text{cm}$, radius of source-rotation: $R_s=60\text{cm}$, distance source-detector: $R_d=100\text{cm}$, detector aperture in axial: $W_a=2\text{cm}$. The detector aperture in transaxial, W_i , is determined by the number of detector bins.

$$h_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s\|^2} \quad (\mathbf{r} \text{ in the region } \rho_i), 0 \text{ (otherwise)} \quad (3-3-16)$$

ここで、 \mathbf{r}_s は X 線線源の位置、領域 ρ_i は \mathbf{r}_s と検出器の開口面で張られる四角錐の中を示す。

まず、多項式の次数 k の最適化を行うために、ディテクタ数 16、投影方向数 32(360° 中) の小規模な装置を仮定した計算機シミュレーションを行った。前処理された GARDS マトリクス $(\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)\mathbf{D}$ の固有値および共役勾配法の収束の様子をそれぞれ Fig. 3.3.3 および Fig. 3.3.4 に示す。ここで、共役勾配法の収束点はほぼ観測システムによって決まるが、若干観測データに依存するため、白色のランダムノイズを観測データとして用いた。また、各反復ごとに、次式で定義される観測空間における normalized mean square error (NRMSE) を調べた。

$$\text{NRMSE} = \frac{|\mathbf{g} - (\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger)\mathbf{D}_k \mathbf{y}^{(n)}|}{|\mathbf{g}|} \quad (3-3-17)$$

ここで、 $\mathbf{y}^{(n)}$ は、 n 反復後の解を示す。これらの結果から、前処理によって、CN の減少に伴い共役勾配法の収束性が向上し、前処理に用いる多項式の次数 k が大きくほどその効果が大きくなることが分かる。一方、 $k=10$ 前後から、 k の増加に伴う前処理の効果の向上は薄くなる。

次に、前処理による計算量削減の効果を k の関数として Fig. 3.3.5 に示す。ここで、積と乗算の回数を計算量として定義し、 \mathbf{g} を得るために必要な計算量を、前処理を用いない場合と比較した。なお、前処理に必要な計算量は含まれていない。 $k=10$ 以降は k の増加に対する計算量削減の効果は薄いため、この観測系では、 $k=10$ 前後が最適値であると考えられる。原理的にこの最適値は観測系に依存するが、観測系が大規模な場合、計算コストの問題から同様な最適化を行うことは難しい。また、行列積計算における丸め誤差の影響を考慮すると、 k の最適値がとりうる範囲は限られると考えられる。そこで、本論文では、高速演算手法における前処理行列の次数は観測系に依らず $k=10$ に固定する。

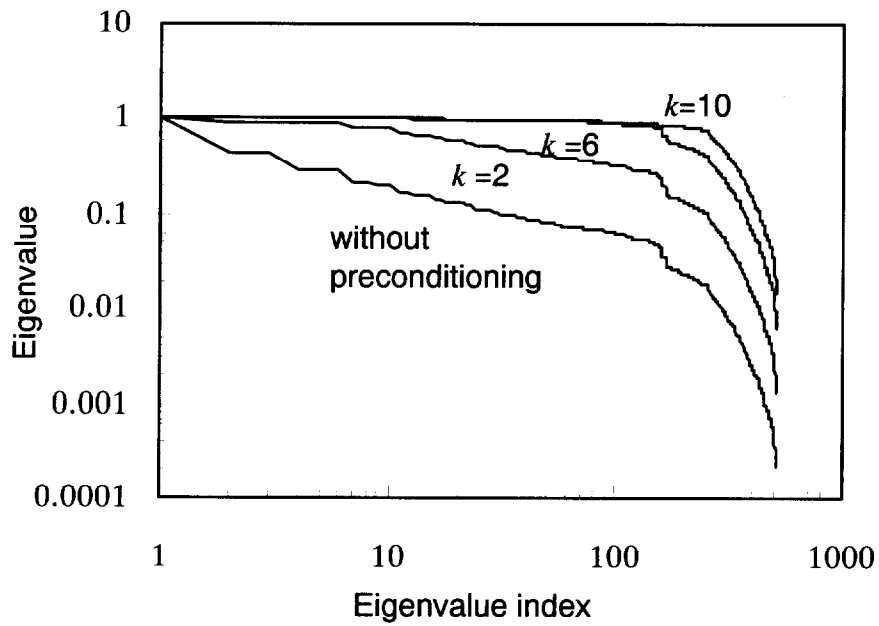


Figure 3.3.3: Comparison of the eigenvalues. The order of the polynomial function $F_k(x)$ is labeled as $k=2$, $k=6$ and $k=10$. The eigenvalues of the GARDS matrix (i.e., without preconditioning) are also plotted.

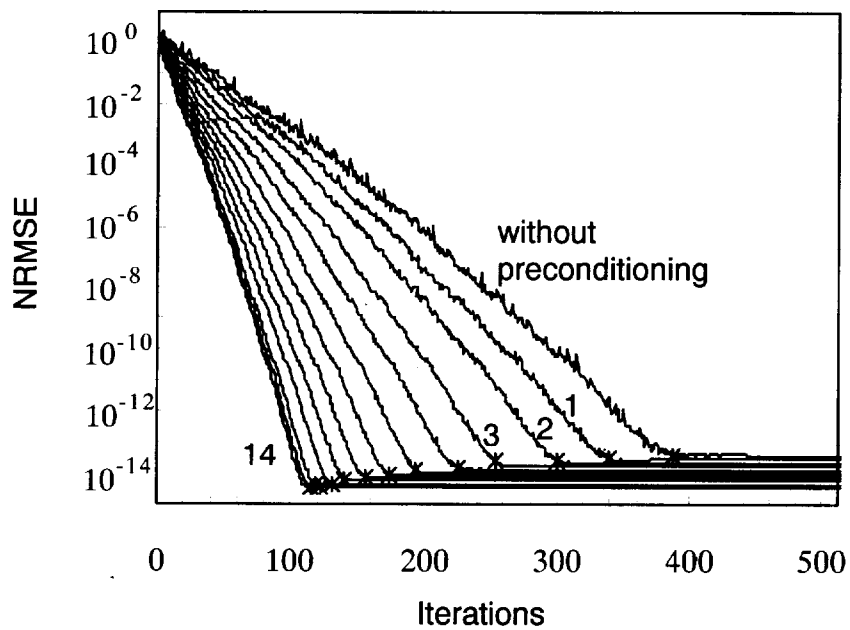


Figure 3.3.4: Comparison of the convergence of the CG algorithm in the observation space. Each convergence point is marked, and the order of the polynomial function $F_k(x)$ is labeled as 1, 2, 3 and 14.

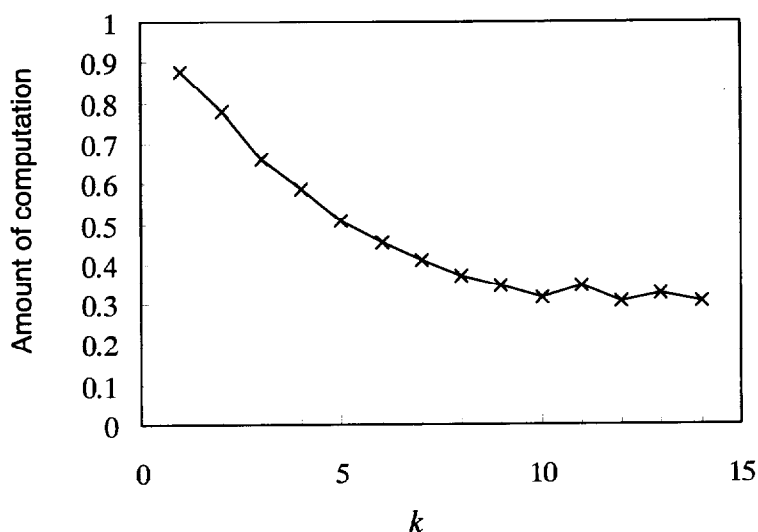


Figure 3.3.5: The ratio of the amount of computation with preconditioning to that without preconditioning, excluding the amount for the preconditioning.

次に、ディテクタ数 90、投影方向数 $150/360^\circ$ の X 線 CT 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、前処理によって、再構成像の画質に影響を与えずに演算を高速化できることを示す。**Fig. 3.3.6** および **Fig. 3.3.7** に再構成像の例を示す。**Fig. 3.3.6** は、mid-plane 上にならんだ直径 6, 8, 10, 12, 14, 16 mm の球から構成される計算機ファントムを再構成した結果であり、ノイズは含まれない。共役勾配法の収束に必要な反復回数は、前処理なしで 2250 反復、前処理($k=10$)ありで 560 反復である。前処理に必要な計算量は、GARDS マトリクスが対称かつブロック循環行列であることを考慮すると、共役勾配法の $(k \times (\text{ディテクタ数})/2)$ 回の反復に必要な計算量に等しい。この観測系では、前処理($k=10$)に必要な計算量は、共役勾配法の $450 (= 10 \times 90 \times 0.5)$ 回の反復計算に相当する。よって、前処理に必要な計算を含めても、計算量は 39% に削減され、前処理を含めないと 25% に削減される。

Fig. 3.3.7 は、脳検査を仮定した計算機ファントムを再構成した結果であり、ここでは 0.01% のノイズが含まれている。観測データにノイズが含まれる場合、ノイズの強調を防ぐために、観測空間における誤差がノイズレベル以下になったところで反復を打ち切る必要がある。この場合の反復数は、前処理を用いない場合が 75 反復に対して、前処理($k=10$)を用いた場合は 10 反復である。前処理を含めた計算量は 440% に増加するが、前処理を含めない計算量は 13% に削減される。しかし、PET や X 線 CT では、GARDS マトリクスは装置のみに依存して物体には依らないため、前処理計算は 1 度計算しておけばすべての観測データに適用できる。以上の結果から、提案した高速演算手法は、再構成像の画質に影響を与えることなく、計算を高速化できることが示された。

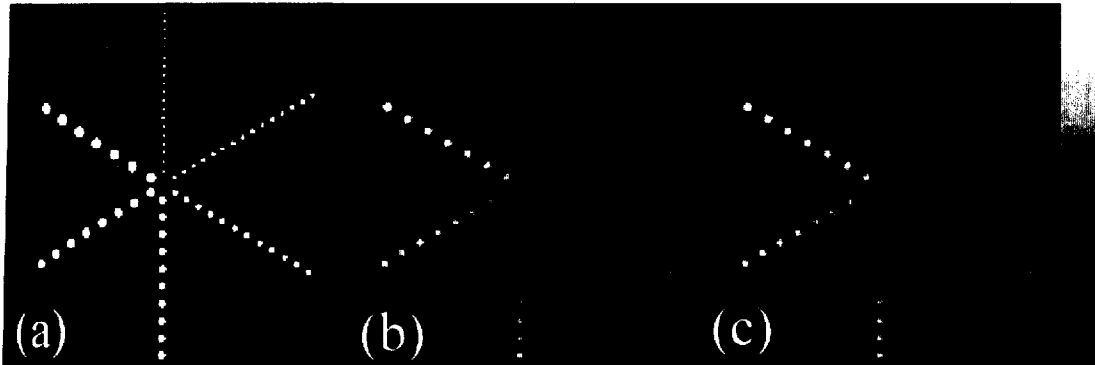


Figure 3.3.6: Original cross-section image of the mathematical phantom (a) and the reconstructed images using (b) GARDS with the preconditioning (560 iterations), and (c) GARDS without the preconditioning (2250 iterations).

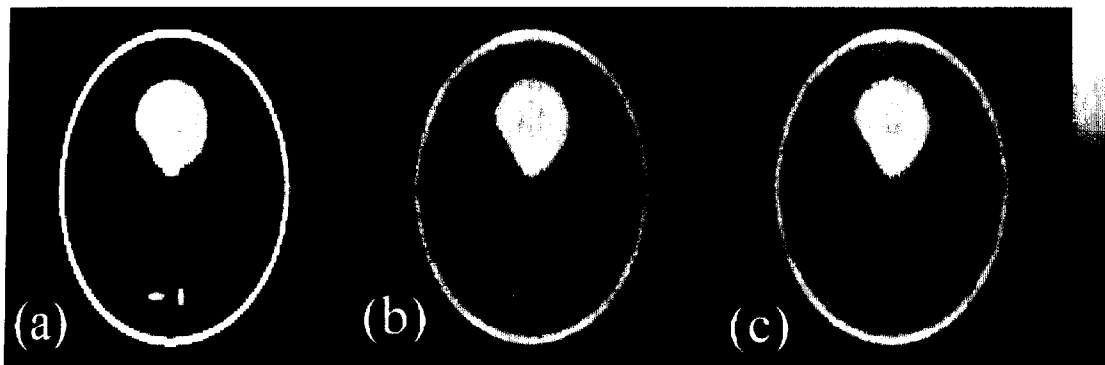


Figure 3.3.7: Original cross-section image of the mathematical phantom (a), and the reconstructed images using (b) GARDS with the preconditioning (10 iterations) and (c) GARDS without the preconditioning (75 iterations).

3.4 計算機シミュレーション

3.4.1 PET 観測系

本項では、観測系の正確なモデル化によって再構成像の画質が向上すること、および高速演算手法によって計算量が削減されることを示すために、頭部診断用の小型 PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、GARDS に高速演算手法を付加した手法(GARDS+高速演算手法)とFBP 法による再構成像を比較する。

仮定した観測系は、**Fig 3.4.1** に示すような PET 装置であり、幾何的サイズを以下に示す。

ディテクタリング直径	:420mm
物体領域直径	:230mm
ディテクタ数	:128 / ring
シンチレータの開口	:10.2×10.2mm
観測データ数	:49 ディテクタ bin×64 方向 ($N=3,136$)

簡単のため、観測系は 2 次元空間で取扱い、体軸方向の厚みは考慮しない。また、ディテクタは、シンチレータの前面のみで一様な確率で γ 線を検出する(すなわち、シンチレータの γ 線に対する線減弱係数が ∞)と仮定する。人体による γ 線の散乱、シンチレータ内の γ 線の貫通・散乱はここでは考慮しない。 γ 線の吸収体は、直径 200mm の水を満たした円筒とし、リング状の外部線源を用いて測定した transmission データを用いて吸収補正を行う。GARDS では、3.2.1 項の(3-2-5)式で表される感度分布関数を使用し、再構成像は、1.8mm 間隔の Dirac のデルタ関数を用いて可視化(128×128)した。

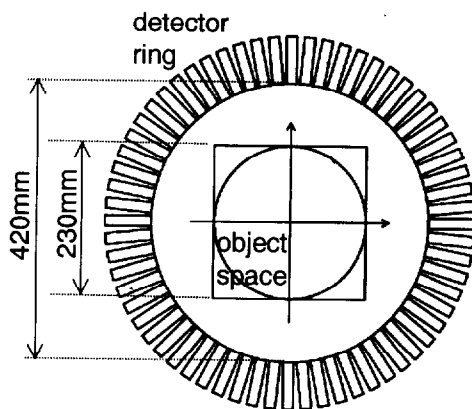


Figure 3.4.1: Small PET scanner for brain scans.

3.4.2 再構成像の画質評価基準

再構成像の画質は、空間解像度、hot spot のコントラスト回復(hCR)、一様領域の標準偏差(normalized standard deviation; NSD)を用いて評価される。空間解像度は、25mm, 50mm, 75mm, 100mm 離れた点に位置する点広がり関数の radial 方向および tangential 方向の半値幅(full widths at half maximum; FWHM)の平均値として定義される。また、hCR は、hot spot phantom (Fig. 3.4.2)の再構成像を用いて、次式で定義される。

$$hCR = \frac{m_H - m_B}{m_B} / hCR_{ORG} \quad (3-4-1)$$

hot spot phantom は、直径 200 mm の円筒(warm)の中に 3 本の直径 20 mm の円柱(hot)が入っており、円筒と円柱の核種濃度比は 1:5 である。ここで、 m_H は円柱(hot)の内側に設定された注目領域(region of interest; ROI)内の平均値、 m_B は円筒(warm)領域に設定した数個の ROI 内の平均値を表す。また、 hCR_{ORG} は原物体のコントラストを表し、ここでは $hCR_{ORG}=4$ である。3 つの hot spot について求めた hCR を平均化したものを評価値として用いる。hot spot phantom に対する観測データのトータルカウントは、2M カウントとする。また、一様領域の標準偏差(NSD)は、再構成像におけるノイズの影響を示す指標であり、一様ファントムの再構成像を用いて、次式で定義される。

$$NSD = \frac{\sqrt{\sigma_B^2}}{m_B} \quad (3-4-2)$$

ここで、 σ_B^2 および m_B は、それぞれ ROI 内における RI カウントの分散および平均値を表す。

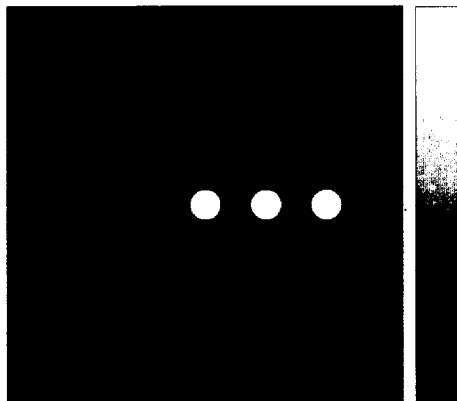


Figure 3.4.2: Simulated mathematical phantoms of 200 mm diameter containing three cylinders of 20 mm diameter placed at center, 40 and 80 mm off center. The cylinders were filled with activity at a ratio of 5:1 with respect to the warm background.

3.4.3 結果

Fig. 3.4.3 に空間解像度および hCR と NSD のトレードオフをプロットする。ここで、GARDS および FBP では、それぞれ正則化パラメータの値および Shepp&Logan フィルタのカットオフ値を変化させて分布を調べた。FBP のカットオフ値は、ナイキスト周波数 Nq に対して、 $1.0 Nq$ から $0.125 Nq$ まで変化させた。これより、GARDS による再構成像は、すべての NSD 値において空間解像度、hCR 両方において、FBP による再構成像より優れていることが分かる。NSD 値は、再構成像におけるノイズの影響を示す指標であることから、再構成像の SN 比が同じ場合、GARDS によって良好な空間解像度およびコントラスト回復が得られる。あるいは、おなじ空間解像度あるいはコントラスト回復を得る場合、GARDS は再構成像の SN 比を向上できる。PET 画像の例として、脳を模擬した計算機ファントムを用いて 100k トータルカウントの観測データを作成し、NSD 一定(0.056)における再構成像を比較した(Fig. 3.4.4)。これより、同等なノイズレベルにおいて、GARDS による再構成像が FBP に比べ高い空間解像度をもつことが分かる。

本シミュレーションでは、GARDS に対して前処理($k=10$)を用いた高速演算手法を適用した。Alpha 500MHz PC を用いた場合、前処理に必要な計算時間は約 6 分である。共役勾配法の収束性は、用いる正則化パラメータに依存するため、ここでは、NSD=0.056 における画像再構成に注目する。まず、観測空間における共役勾配法の収束の様子を Fig. 3.4.5 に示す。また、前処理および画像再構成に必要な計算時間の比較をおよび Fig. 3.4.6 に示す。Alpha 500MHz PC における GARDS を用いた 1 スライスあたりの画像再構成時間は、高速演算手法によって、72 秒から 24 秒に削減された。なお、本手法の前処理は、1 度計算しておけば、散乱・吸収補正済みのすべての観測データに対して適用することができる。実際は、ノイズレベルに応じて GARDS マトリクスに正則化パラメータを加えるため、いくつかの正則化パラメータに対して予め前処理行列を計算、保存しておく必要がある。

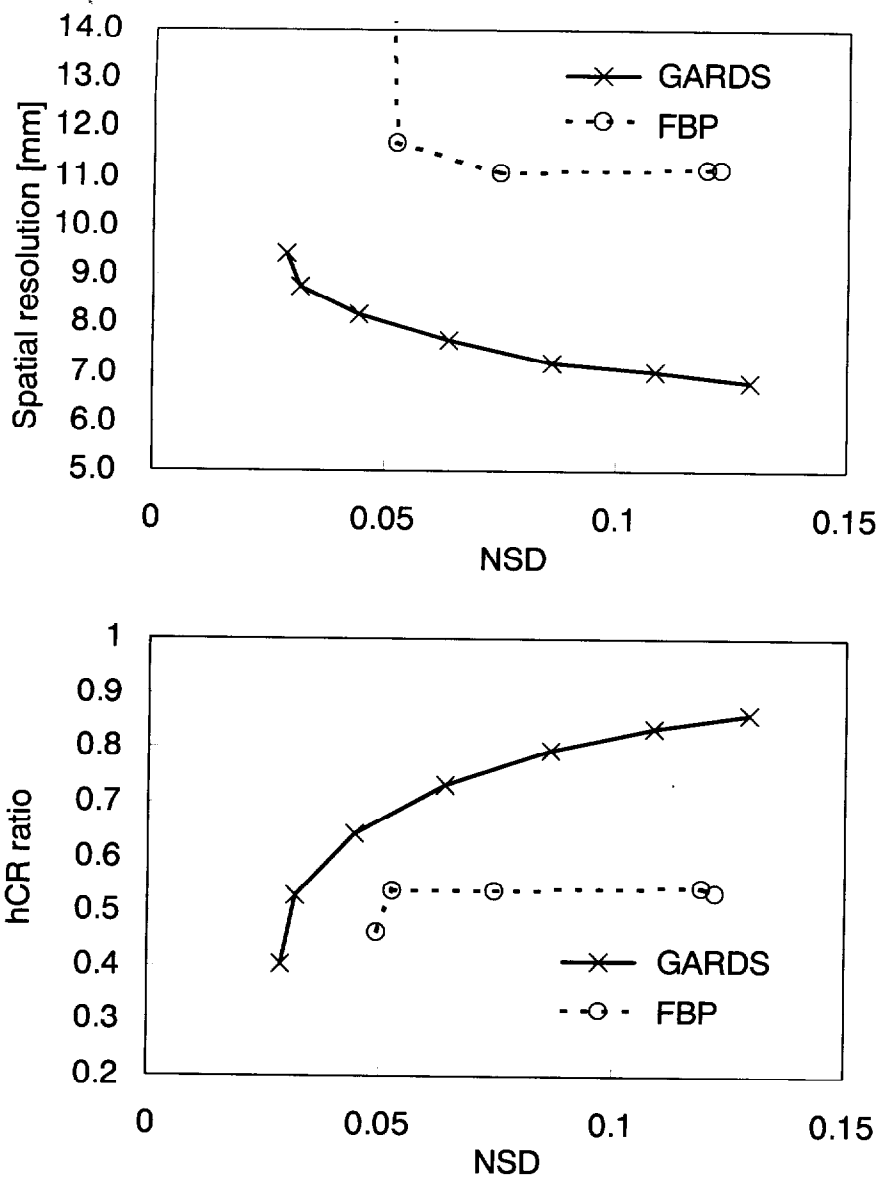


Figure 3.4.3: Graph showing the trade-off between background noise (NSD) and spatial resolution and the trade-off between background noise (NSD) and hot contrast recovery (hCR), using the GARDS with different values of regularization parameter and the FBP with a Shepp and Logan filter of different cut-off frequencies.

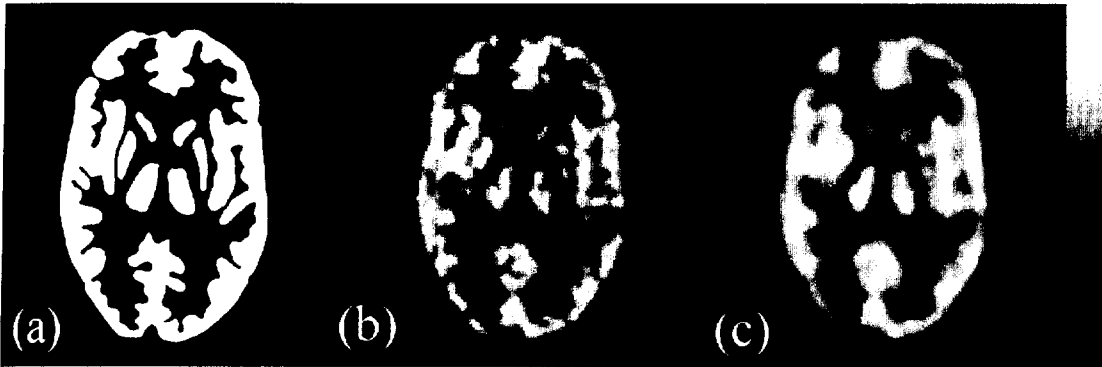


Figure 3.4.4: Original source distribution of the numerical brain phantom (a) and reconstructed images using (b) the GARDS and (c) the FBP. These images were compared at the same background noise levels ($NSD=0.056$).

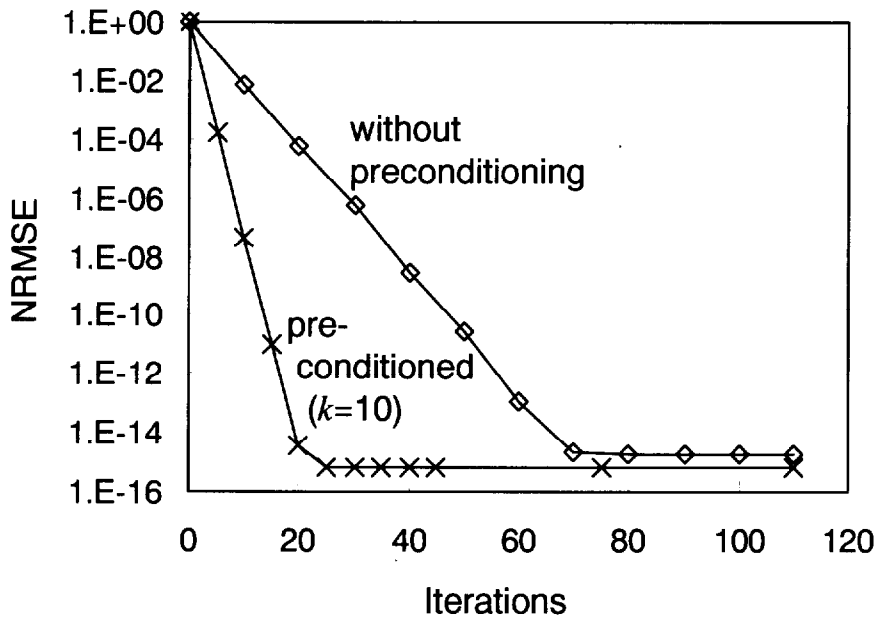


Figure 3.4.5: Comparison of the convergence of the CG algorithm in the observation space.

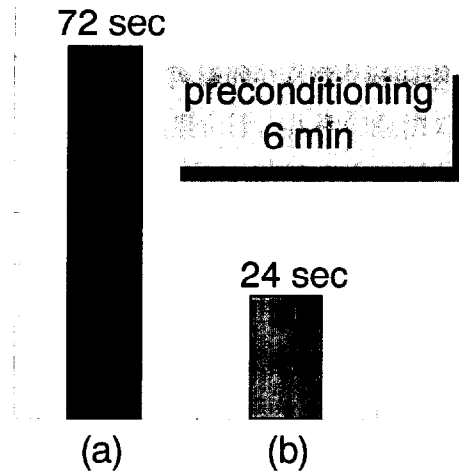


Figure 3.4.6: Calculation time to reconstruct one image slice on Alpha 500MHz PC, using (a) GARDS without the preconditioning and (b) GARDS with the preconditioning ($k=10$).

3.5 第3章のまとめ

本章では、PET 画像の画質向上を目的として、連続・離散モデルに基づく代数的な画像再構成を PET 観測系に適用した。また、再構成に必要な疑似逆行列を高速に演算することを目的として、行列の多項式を用いた前処理を行い共役勾配法の収束性を向上する手法を提案した。そして、計算機シミュレーションを行い、前処理手法が再構成像の画質に影響を与えずに、連続・離散モデルに基づく画像再構成を高速化できることを示し、多項式の次数の最適化を行った。また、頭部診断用の小型 PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、GARDS を用いた画像再構成を行った。そして、観測系の正確なモデル化によって、再構成像の画質が FBP 法に比べ向上すること、および高速演算手法によって GARDS を用いた画像再構成が約3倍に高速化されることを示した。

現在、臨床用 PET 装置とは別に、主に小型動物を対象としたさまざまな PET 装置の開発、製造が進められており、薬学研究、脳機能研究などの分野で用いられている(Appendix を参照)。小型動物の脳・臓器は相対的に微小な構造をもつため、動物用 PET 装置では、空間解像度の高い PET 画像が要求される。そのため、検査ルーチンに従い検査を行う臨床 PET とは異なり、多少計算コストが必要であっても、高精度な画像再構成が望まれる。GARDS など連続・離散モデルに基づく画像再構成手法は、大きな計算量を必要とするが、物体に仮定をおかずに観測系を正確にモデル化することができるため、観測系の特性を十分に活かした高精度な再構成像を得ることができる。よって、GARDS は、動物用 PET 装置に適した画像再構成手法であるといえる。

本章で提案した高速演算手法は、再構成像に一切の誤差を与えずに、再構成計算を数倍に高速化することができる。しかし、逆行列計算に必要な計算量は次元数の3乗に比例することを考えると、数万次元の観測データをもつ臨床 PET 装置へ適用した場合、計算量の増加は避けられない。臨床 PET では、PET 画像の画質と共に実用的な計算コストも要求されるため、本章の手法を直接臨床 PET 装置へ適用することは実用的ではない。次章では、近似的なアプローチを用いて、FBP と同程度の計算時間で GARDS と同程度に高画質な PET 画像を得る手法を提案する。

第4章

代数的手法の近似計算と 臨床 PET 装置への適用

4.1 序言

前章で述べたように、generalized analytic reconstruction from discrete samples (GARDS)、natural pixel decomposition (NPD)、algebraic reconstruction technique (ART)など、代数的な画像再構成手法は、シフトバリエーションな特性をもつ PET 観測系を正確にモデル化できるため、再構成像の画質の向上が可能である。しかし、これらの代数的な手法は、観測データ数と等しい次元の行列計算を行うため、膨大な計算量を必要とする。

本章では、観測系を正確にモデル化した代数的な画像再構成手法を臨床 PET 装置へ適用することを目的として、近似を用いた手法を提案する。従来の代数的な画像再構成手法では、物体の任意の点における物理量は、観測されたすべてのデータの重み付け線形和として推定される。本手法では、臨床 PET データは、検査時間や核種投与量の制限から多くのノイズ成分を含むことから、この重み係数が小さい観測データは推定値に対する寄与の割合が小さいと考え、物体空間の1点ごとに、重み係数の大きさを考慮して観測データを選定する。そして、物体空間の1点ごとに、選定した観測データに対する重み係数(再構成オペレータ)を予め計算して保存する。ここでは、観測データは散乱・吸収補正が完全に行われたものを仮定しているため、一度再構成オペレータを計算しておけば、すべての観測データに適用できる。本章では、まず近似手法を提案し、臨床 PET 装置である ECAT EXACT HR+ (Siemens/CTI)を仮定した計算機シミュレーションによって、提案手法の評価および最適化を行う。さらに、ECAT EXACT HR+を用いて取得した実験データを用いて、提案手法の評価を行う。

4.2 近似手法

4.2.1 手法

観測データを表す N 次元の列ベクトル $\mathbf{g}=[g_1, \dots, g_N]^T$ と原物体を表す連続関数 $f(\mathbf{r})$ の関係は、次式で与えられる。

$$g_j = \int_C h_j(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (j=1, \dots, N) \quad (4-2-1)$$

ここで、 \mathbf{r} は物体領域 C における位置、 $h_j(\mathbf{r})$ は j 番目の検出器対が物体空間に対してもつ感度分布関数である。また、一般に再構成像はサンプリングによって可視化されることから、サンプリングされた原物体の i 番目の画素は、次式で与えられる。

$$f_i = \int_C s_i(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (i=1, \dots, M) \quad (4-2-2)$$

ここで、 $s_i(\mathbf{r})$ は i 番目の画素のサンプリング関数(例えば、rect 関数)、 M はサンプリング数を表す。再構成問題は、観測データ $\mathbf{g}=[g_1, \dots, g_N]^T$ から、 $\mathbf{f}=[f_1, \dots, f_M]^T$ を推定することであるが、以下では、観測データ $\mathbf{g}=[g_1, \dots, g_N]^T$ から \mathbf{f} の i 番目の要素 f_i を推定することに問題を絞る。

まず、 N 個の観測データの要素から、 N' ($N' \leq N$) 個のデータを選定し、選定したデータのインデックスの集合として、サブセット S_i を定義する。そして、 f_i の推定値 \hat{f}_i を次式のように近似的に表す。

$$\hat{f}_i = \sum_{k \in S_i} a_{ik} g_k \quad (i=1, \dots, M) \quad (4-2-3)$$

ここで、 $\{a_{ik}\}$ は重み係数(再構成オペレータ)を表す。(4-2-1)式を(4-2-3)式へ代入すると、次式を得る。

$$\hat{f}_i = \int_C \hat{s}_i(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (4-2-4)$$

ここで、

$$\hat{s}_i(\mathbf{r}) = \sum_{k \in S_i} a_{ik} h_k(\mathbf{r}) \quad (4-2-5)$$

である。

再構成オペレータ $\{a_{ik}\}$ は、再構成像の定量性を保持する拘束条件

$$\int_C s_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_C \hat{s}_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (4-2-6)$$

の下で、

$$\langle (f_i - \hat{f}_i)^2 \rangle \rightarrow \min \quad (4-2-7)$$

を最小にすることによって求まる。ここで、 $\langle \rangle$ はさまざまな物体に対するサンプル平均を表す。(4-2-6)式の拘束条件は、Backus-Gillbert の手法^[+1]やその変形^[+2]で用いられている、解像度関数の積分値を1にする拘束条件と似た働きをする。

(4-2-7)式は、次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \langle (f_i - \hat{f}_i)^2 \rangle &= \langle ((f_i - \bar{f}) - (\hat{f}_i - \bar{f}))^2 \rangle \\ &= \iint_C \langle (f(\mathbf{r}) - \langle f(\mathbf{r}) \rangle)(f(\mathbf{r}') - \langle f(\mathbf{r}') \rangle) \rangle \\ &\quad \cdot (s_i(\mathbf{r}) - \hat{s}_i(\mathbf{r}))(s_i(\mathbf{r}') - \hat{s}_i(\mathbf{r}')) d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \rightarrow \min \end{aligned} \quad (4-2-8)$$

ここで、サンプリングされた原物体と推定像の各画素の平均値が等しい、すなわち、 $\langle f_i \rangle = \langle \hat{f}_i \rangle = \bar{f}$ となることを仮定した。一般に、電子対消滅は空間的に独立した現象であるため、(4-2-8)式の自己共分散の項は対角化される。よって、(4-2-8)式は、次式のようになる。

$$\int_C \langle (f(\mathbf{r}) - \langle f(\mathbf{r}) \rangle)^2 \rangle (s_i(\mathbf{r}) - \hat{s}_i(\mathbf{r}))^2 d\mathbf{r} \rightarrow \min \quad (4-2-9)$$

物体の統計的性質が既知である場合、上式から再構成オペレータを導出することができるが、実際の PET では、物体の先験情報を得ることは難しい。そこで、ここでは、物体が白色である

と仮定して、(4-2-9)式を次式のように近似する。

$$\int_C (s_i(\mathbf{r}) - \hat{s}_i(\mathbf{r}))^2 d\mathbf{r} \rightarrow \min \quad (4-2-10)$$

一般に、再構成像のサンプリング関数 $s_i(\mathbf{r})$ は空間的に限定されているため、この近似による影響は少ないと思われる。

Lagrange の未定乗数法を用いて(4-2-10)式を(4-2-6)式の拘束条件下で解くと、 i 番目の推定値を得るための再構成オペレータを表す列ベクトル $\mathbf{a}_i = \{a_{ik}\}$ は、次式のように得られる。^[4]

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{P}_i^+ \mathbf{b}_i + \left[\left(\int_C s_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - \mathbf{h}_i' \mathbf{P}_i^+ \mathbf{b}_i \right) / \mathbf{h}_i' \mathbf{P}_i^+ \mathbf{h}_i \right] \mathbf{P}_i^+ \mathbf{h}_i \quad (4-2-11)$$

ここで、 $+$ は疑似逆行列を表す。また、 \mathbf{P}_i は次式で与えられる $N' \times N'$ の行列、

$$[\mathbf{P}_i]_{k,l} = \int_C h_k(\mathbf{r}) h_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (k, l \in S_i) \quad (4-2-12)$$

\mathbf{b}_i と \mathbf{h}_i は次式で与えられる N' 次元のベクトルである。

$$[\mathbf{h}_i]_k = \int_C h_k(\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

$$[\mathbf{b}_i]_k = \int_C s_i(\mathbf{r}) h_k(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (k \in S_i) \quad (4-2-13)$$

疑似逆行列 \mathbf{P}_i^+ の計算は、疑似逆行列を安定に計算し、かつノイズの強調を防ぐ目的で、正則化パラメータ α を導入して、 $(\mathbf{P}_i + \alpha \mathbf{I})^{-1}$ のように行う。正則化パラメータの値は、観測データのノイズレベルに依存し、再構成像の画質をコントロールする。FBP を用いた PET 画像再構成では、検査プロトコルごとに決められたフィルタおよびカットオフ値が用いられることが多い。同様に、正則化パラメータも、シミュレーションデータの再構成像に対して、再構成像の構造の正確さ(structural accuracy)、hot spot の検出率(hot-spot detectability)、cold spot の検出率(cold-spot detectability)などの指標^[4]を用いた評価を行うことにより、各検査プロトコルごとに経験的に最適化できると考えられる。

4.2.2 GARDS との比較

ここでは、近似手法を GARDS と比較し、サンプリング関数を用いて可視化した GARDS による再構成像と近似手法による解との関係を明らかにする。なお、NPD は、導出を除いて GARDS と等価である。GARDS による再構成像は、

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N g_j \mathbf{h}_j(\mathbf{r}). \quad (4-2-14)$$

で与えられ、サンプリングされた再構成像の i 番目の画素値は次式で表される。

$$\hat{f}_i = \int_C s_i(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (i=1, \dots, M) \quad (4-2-15)$$

また、重み係数 $\mathbf{g}' = [g_1', \dots, g_N']^T$ は次式のように求まる。

$$\mathbf{g}' = \mathbf{P}_{(w)}^+ \mathbf{g}, \quad (4-2-16)$$

ここで、 $N \times N$ の行列 $\mathbf{P}_{(w)}$ は GARDS マトリクス $\mathbf{H}\mathbf{H}^+$ であり、その要素は次式で与えられる。

$$[\mathbf{P}_{(w)}]_{k,l} = \int_C h_k(\mathbf{r}) h_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (k,l=1, \dots, N) \quad (4-2-17)$$

(4-2-14)式~(4-2-16)式から、サンプリングされた再構成像の i 番目の値は、次式のように推定される。

$$\hat{f}_i = \mathbf{a}_{(w)i}^T \mathbf{g} \quad (i=1, \dots, M) \quad (4-2-18)$$

ここで、 $\mathbf{a}_{(w)i}$ は、 i 番目の画素値を得るための再構成オペレータ:

$$\mathbf{a}_{(w)i} = \mathbf{P}_{(w)}^+ \mathbf{b}_{(w)i} \quad (4-2-19)$$

であり、 $\mathbf{b}_{(w)i}$ は N 次元の列ベクトル:

$$[\mathbf{b}_{(w)i}]_j = \int_C s_i(\mathbf{r}) h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (j=1, \dots, N) \quad (4-2-20)$$

観測系を正確にモデル化することから、GARDS はシステムティックエラーを最小にし、観測系のもつ伝達特性を最大限に活かした画像再構成を行うことができる。しかし、観測データの次

元数 N が大きい場合、逆行列計算に膨大な計算時間を要する。よって、(4-2-18)式に従い再構成オペレータ $\{a_{(w)}\}$ を前処理・保存することは困難であるため、実際は、(4-2-16)式の連立1次方程式を解き、逆投影((4-2-14)式)およびサンプリング((4-2-15)式)を行い再構成像を得る。

(4-2-18)式は、サンプリングされた再構成像の各画素値が、すべての観測データの重み付け線形和として得られることを示している。これに対し近似手法では、再構成点 i ごとに、重み係数 $[a_{(w)}]_j$ が無視できるほど小さい観測データ g_j を切り捨てる。観測データの選定により、逆行列計算の次元数が計算可能なレベルに下がり、GARDS など従来の代数的手法では困難であった再構成オペレータの前処理計算・保存が可能となる。さらに、提案手法は、再構成点ごとに再構成オペレータを求めるため、GARDS では導入が困難である(4-2-6)式のような拘束条件を簡単に付加することができる。一般に PET 画像再構成は ill-conditioned な逆問題であるため、このような拘束条件は再構成像の画質向上に効果的である。

近似手法においてサブセット $\{S_i\}$ がすべての観測データを含む ($N'=N$) 場合、近似手法の再構成オペレータ((4-2-11)式)の第1項は、GARDS の再構成オペレータ((4-2-18)式)と一致し、第2項は $\int_C s_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ と $\int_C \hat{s}_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ の差を補正する。

近似手法において、再構成オペレータを求める計算は、観測データの選定によって計算可能になるものの、再構成点 i ごとに繰り返すため、膨大な計算量を要する。しかし、1度計算・保存しておけば、すべての吸収・散乱補正済みの観測データに対して適用することができる。画像再構成自体は、(4-2-3)式に示すように、単純なベクトル内積計算の繰り返しであるため、再構成に必要な計算時間を大幅に削減することができる。なお、実際の PET 検査においては、数種の検査プロトコルに備えて、正規化パラメータを変えた再構成オペレータを数個計算・保存しておく。

4.2.3 観測データの選定

近似手法では、PET データには多くのノイズ成分が含まれることから、再構成点 i ごとに寄与の大きい順に観測データを選定する。ここで、観測データの要素 g_j の再構成点 i に対する寄与は、対応する GARDS の再構成オペレータの要素 $[a_{(w)_i}]_j$ として定義される。しかし、前項で述べたように、GARDS の再構成オペレータをすべての再構成点について調べることは現実的ではないため、ここでは、lines-of-response (LORs) と呼ばれる検出器対を結ぶ直線と再構成点の距離を指標として観測データを選定する(Fig. 4.2.1)。LOR は、各検出器のシンチレータ前面の midpoint を結ぶ直線として定義されることが多い。そして、再構成点に近い LOR に対応する観測データほど、再構成点への寄与が大きいと考え、距離が近い順に観測データを選定する。距離と寄与の相関関係については、計算機シミュレーションにおいて述べる。選定する観測データ数 N' は観測系に依存し、解析的に求めることは難しいため、計算機シミュレーションを用いて最適化を行う。ここで、観測系がシフトバリエーションを持つ場合、 N' の最適値は再構成点に依存すると考えられるが、 N' が計算可能な範囲で十分に大きい値を持つ場合、一意に決めた値をすべての再構成点において共通に用いることができる。

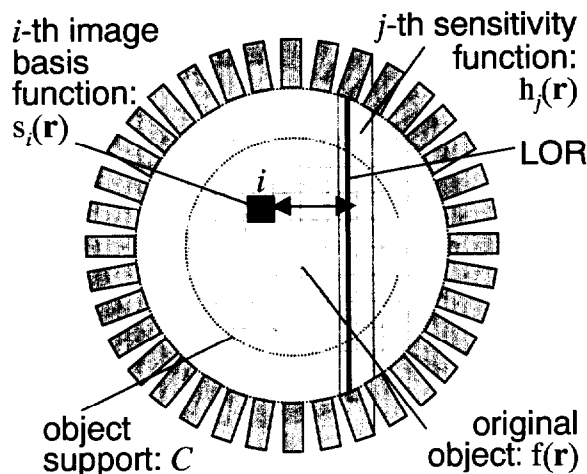


Figure 4.2.1: Distance between the line-of-response and the point to be reconstructed. The measurement is selected in the order of increasing the distance.

4.2.4 再構成オペレータの前処理と画像再構成

近似手法は、再構成オペレータの前処理と画像再構成の2つの要素から構成される。以下に、PET 画像を得るまでの手順を示す。

1)再構成オペレータの前処理

- a) 再構成点 i について、観測データを選定しサブセット S_i を定義する。そして、(4-2-11)式に従い、再構成点 i に対する再構成オペレータを計算する。
- b) ステップ a) をすべての $i (i=1, \dots, M)$ について繰り返す。Figure 4.2.2 に示すように、実際に計算すべき再構成点は、視野領域内の点に限られ、さらに観測系の回転対称性を考慮するとその 1/8 に削減される。例えば、再構成像のサンプリング数を $M=128 \times 128$ とすると、実際に計算すべき再構成点の数は、 $M^*=1,627$ となる。

2)画像再構成

- a) 再構成点 i について、(4-2-3)式に従い \hat{f}_i を計算する。
- b) ステップ a) をすべての $i (i=1, \dots, M)$ について繰り返す。

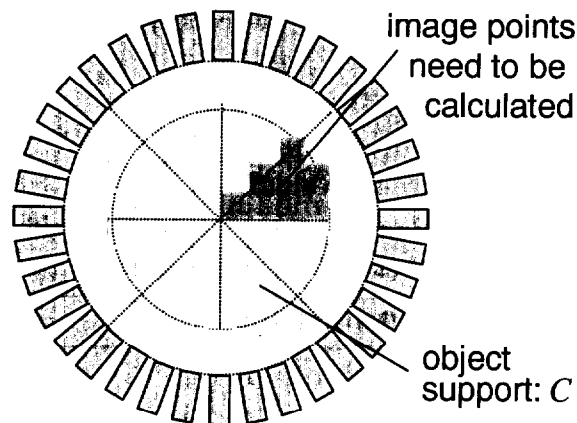


Figure 4.2.2: Only for the points in the field-of-view, the reconstruction operators are obtained. Furthermore, considering in-plane rotation symmetries, the number of points is reduced to one-eighth.

4.2.5 計算量の比較

乗算の演算回数を計算量として定義し、近似手法に必要な計算量を、FBP および GARDS と比較する。1 スライス of 再構成像を得るために必要な計算量は、近似手法を用いると $O(MN')$ となる。ここで、 M は再構成像のサンプリング数、 N' ($\leq N$) は選択する観測データ数である。なお、再構成オペレータの前処理に必要な計算量は、取扱う再構成点の数を M' ($< M$) とすると、 $O(M'N'^3)$ となる。これに対して、FBP による画像再構成は、FFT を用いたフィルタリングと逆投影から成り立ち、必要な計算量は $O(DV \log_2 D + MV)$ となる。ここで、 D および V はサイノグラム of デテクタ数および回転方向数である。実際、FBP では、不均等なサンプリングを扱うためにデテクタ方向に補間処理を行う。そのため、 $D \times V$ は観測データ数 N より若干大きくなることが多いが、ここでは簡単のため $D \cong V \cong \sqrt{N}$ とすると、FBP に必要な計算量は $O(M \log_2 \sqrt{N} + M \sqrt{N})$ となる。また、GARDS による再構成像は、連立1次方程式の解を逆投影することによって得られ、必要な計算量は $O(N^3 + MN)$ となる。一般に、観測データ数 N と再構成像のサンプリング数 M は同じオーダーであることから、以上の計算量をまとめると **Table 4.2.1** のようになる。これより、近似手法に必要な計算量は、GARDS より大幅に少なく、また FBP に近いことが分かる。また、近似手法において、画像再構成に必要な計算量は選定する観測データ数 N' の 1 乗のオーダーであるのに対し、再構成オペレータの前処理計算は 3 乗のオーダーとなる。選定する観測データ数は、再構成像の画質と計算コストのバランスに影響することから、実際の PET 画像再構成において、再構成像の画質に影響しない程度に小さな N' を用いる必要がある。

Table 4.2.1

Order of multiplication operations to reconstruct a one slice image, using the proposed method, FBP and GARDS.

method	image reconstruction	pre-computing
proposed method	$O(MN')$	$O(M'N'^3)$
FBP	$O(M\sqrt{N})$	
GARDS	$O(N^3)$	

4.3 計算機シミュレーション

本節では、臨床 PET 装置である ECAT EXACT HR+(2D mode)を仮定した計算機シミュレーションを行い、近似手法をFBPおよび第3章で提案した高速演算手法を適用したGARDSと比較する。

4.3.1 臨床PET装置: ECAT EXACT HR+

ECAT EXACT HR+は、Fig. 4.3.1 に示すように、72 個のブロックディテクタが並んだ直径 827 mm のディテクタリングを4層に重ねた構造をしている。それぞれのディテクタブロックは、8 × 8 に配列された 4.05 × 4.39 × 30 mm の BGO 結晶で構成される。また視野領域(field-of-view; FOV)は、通常直径 585 mm、体軸方向 155 mm である。本スキャナは、セプタを除去した 3D mode による測定も可能であるが、ここではセプタを装着した 2D mode による測定を扱う。なお、ECAT EXACT HR+では、観測データのサイズの縮小や SN 比の向上のために *mashing* と呼ばれるスライス面上の投影方向の圧縮(*angular compression*)と、*span* とよばれる体軸方向の観測データの加算を行う。*mashing* は、隣接する投影方向のデータを加算するもので、本シミュレーションでは、デフォルト値である 2 倍の *mashing* を行った。また、体軸方向のデータ加算については、EXACT ECAT HR+のデフォルトでは *span*=15 であるが、本シミュレーションでは主にスライス面上における PET 画像を扱うため、ここでは体軸方向にもっとも広がり少ない *span*=3 を使用した(Fig. 4.3.2)。なお、通常の視野領域(全身用 FOV)に加えて、頭部診断用の視野領域として直径 260 mm の頭部用 FOV を定義した。

観測データのサイズは、全身用 FOV で 288 ディテクタ × 144 方向($N=41,472$)、頭部用 FOV で 116 ディテクタ × 144 方向($N=16,704$)である。全身用 FOV は観測データの次元が膨大になるため、GARDS は頭部用 FOV のみに適用した。なお、FBP では、データサンプリングの不均一性を補正し、かつ FFT を利用する目的で、全身用 FOV で 512 ディテクタ × 144 方向、頭部用 FOV で 256 ディテクタ × 144 方向にリサンプリングした観測データを使用する。

再構成像のサンプリング数は $M=128 \times 128$ であり、サンプリング関数 $s(\mathbf{r})$ としてボクセルを用いた。ボクセルは、全身用 FOV で 4.6 mm 幅、頭部用 FOV で 2.0 mm 幅であり、体軸方向の長さは共に 2.2 mm である。再構成オペレータを計算する再構成点は、視野領域と観測系の対称性を考慮すると $M^*=1,627$ に限定される。感度分布関数は、第 3 章で述べたように、シンチレータの幾何的配置とシンチレータ内の γ 線の貫通を考慮して定義した。また、本シミュレーションでは、空間を 3 次的に扱う。

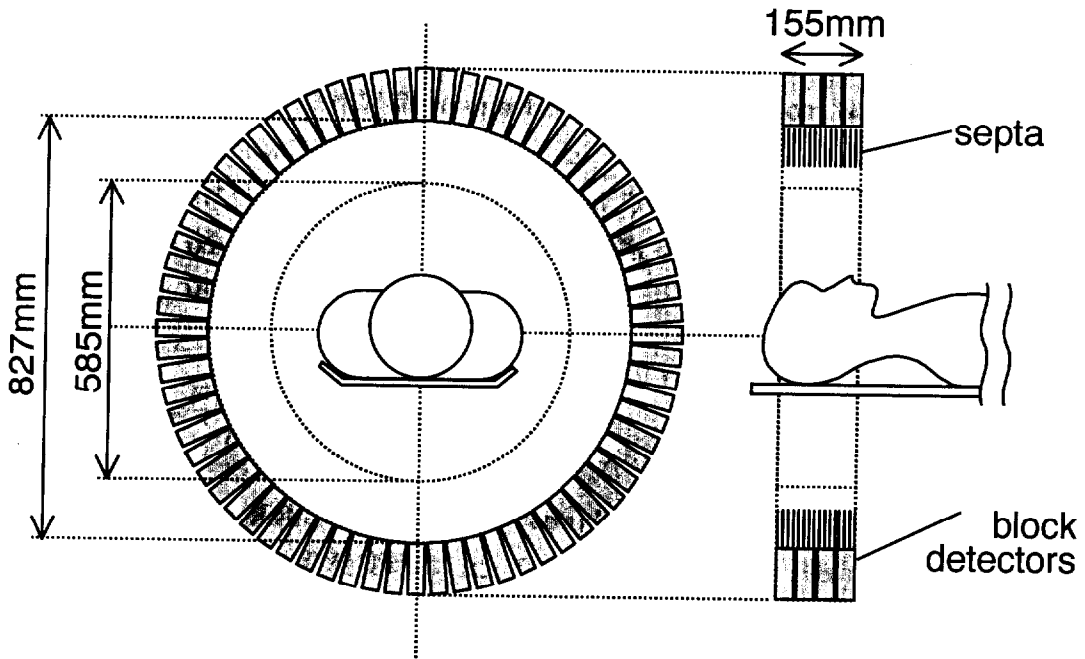


Figure 4.3.1: The ECAT EXACT HR+ scanner operating in the 2D mode.

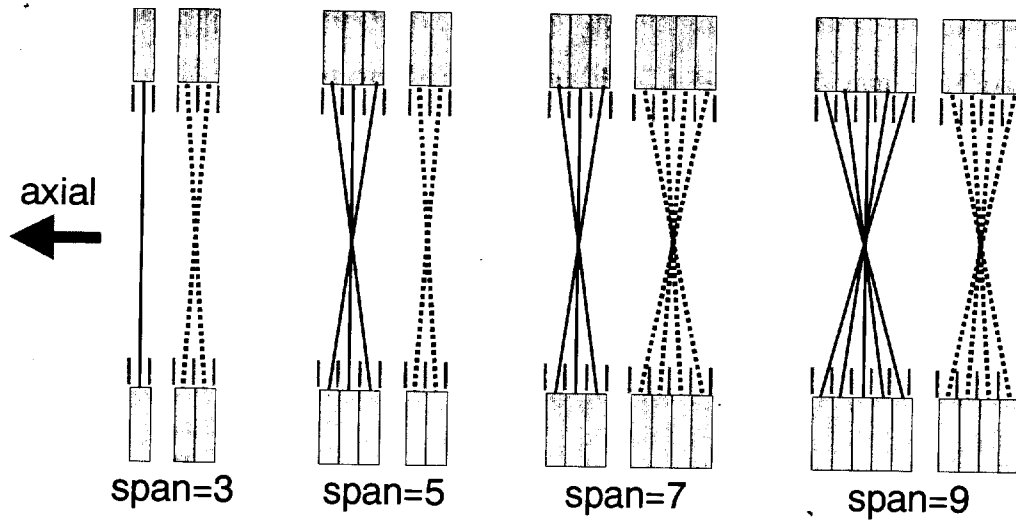


Figure 4.3.2: Binned data in axial direction. Span is defined as the number of LORs binned into the direct plane (solid line) and the cross plane (dashed line). Manufacture's default values of span are 9 in 3D mode and 15 in 2D mode.

4.3.2 再構成像の画質評価基準

再構成像の画質は、空間解像度、hot spot のコントラスト回復(hCR)、cold spot のコントラスト回復(cCR)、一様領域の標準偏差(normalized standard deviation; NSD)、normalized root mean square error (NRMSE)を用いて評価される。空間解像度は、中心および 40mm, 80mm, 120mm 離れた点に位置する点広がり関数の radial 方向および tangential 方向の半値幅(full widths at half maximum; FWHM)の平均値として定義される。また、hCR は、hot spot phantom (Fig. 4.3.3 (a))の再構成像を用いて、次式で定義される。

$$\text{hCR} = \frac{m_H - m_B}{m_B} / \text{hCR}_{\text{ORG}} \quad (4-3-1)$$

hot spot phantom は、直径 200 mm の円筒(warm)の中に 3 本の直径 20 mm の円柱(hot)が入っており、円筒と円柱の核種濃度比は 1:5 である。ここで、 m_H は円柱(hot)の内側に設定した注目領域(region of interest; ROI)内の平均値、 m_B は円筒(warm)領域に設定した数個の ROI 内の平均値を表す。また、 hCR_{ORG} は原物体のコントラストを表し、ここでは $\text{hCR}_{\text{ORG}}=4$ である。3 つの hot spot について求めた hCR を平均化したものを評価値として用いる。また、cCR は、cold spot phantom (Fig. 4.3.3 (b))の再構成像を用いて、次式で定義される。

$$\text{cCR} = 1 - \frac{m_C}{m_B} \quad (4-3-2)$$

cold spot phantom は、直径 200 mm の円筒(warm)の中に 3 本の直径 20 mm の円柱(cold)が入っており、円筒と円柱の核種濃度比は 1:0 である。ここで、 m_C は円柱(cold)の内側に設定した ROI の平均値、 m_B は円筒(warm)領域に設定した数個の ROI 内の平均値を表す。cCR も同様に、3 つの cold spot について平均する。hot spot phantom および cold spot phantom に対する観測データのトータルカウントは、共に 2M カウントとする。一様領域の標準偏差(NSD)は、再構成像におけるノイズの影響を示す指標であり、一様ファントムの再構成像を用いて、次式で定義される。

$$\text{NSD} = \frac{\sqrt{\sigma_B^2}}{m_B} \quad (4-3-3)$$

ここで、 σ_B^2 および m_B は、それぞれ ROI 内における RI カウントの分散および平均値を表す。ここでは、hot spot phantom あるいは cold spot phantom を用いて、一様領域に数個の ROI を定義した。また、再構成像の NRMSE は、

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (f_i - \hat{f}_i)^2}{\sum_{i=1}^M (f_i)^2}} \quad (4-3-4)$$

で定義される。ここでは、hot spot phantom の再構成像について NRMSE を計算した。

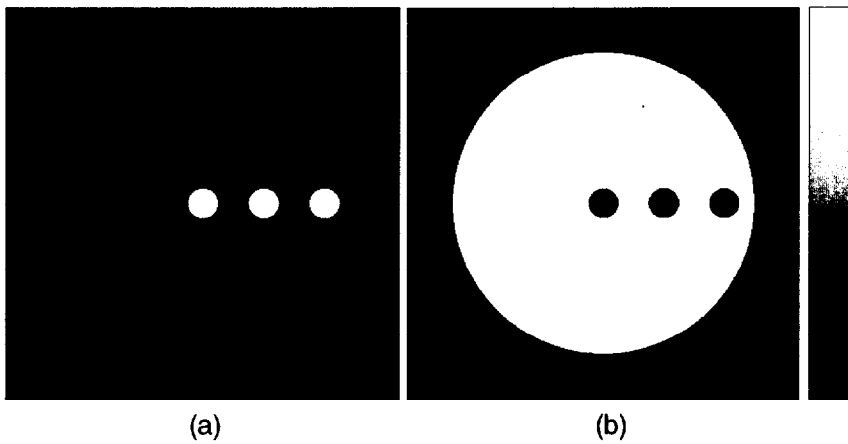


Figure 4.3.3: Simulated mathematical phantoms of 200 mm diameter containing three cylinders of 20 mm diameter placed at center, 40 and 80 mm off center. (a) The hot spot phantom filled with activity at a ratio of 5:1 with respect to the warm background. (b) The cold spot phantom filled with activity at a ratio of 0:1 with respect to the background.

4.3.3 選定する観測データ数の最適化

はじめに、ある再構成点 i に対する j 番目の観測データの寄与 $[a_{(w)i}]_j$ と、 j 番目の検出器対を結ぶ LOR と再構成点の距離 d について、それらの相関性を調べた。距離の最大値を1として規格化し、ある距離以下の観測データに対応する $([a_{(w)i}]_j)^2$ の和を正規化したもの

$$\sum_{j \in (k|distance < d)} [a_{(w)i}]_j^2 / \sum_{j=1}^N [a_{(w)i}]_j^2$$

を累積寄与率として定義すると、距離と累積寄与率の関係は **Fig. 4.3.4** のようになる。これは、中心から 80 mm 離れた点について調べた結果である。サンプルを **Table 4.3.1** に示す。

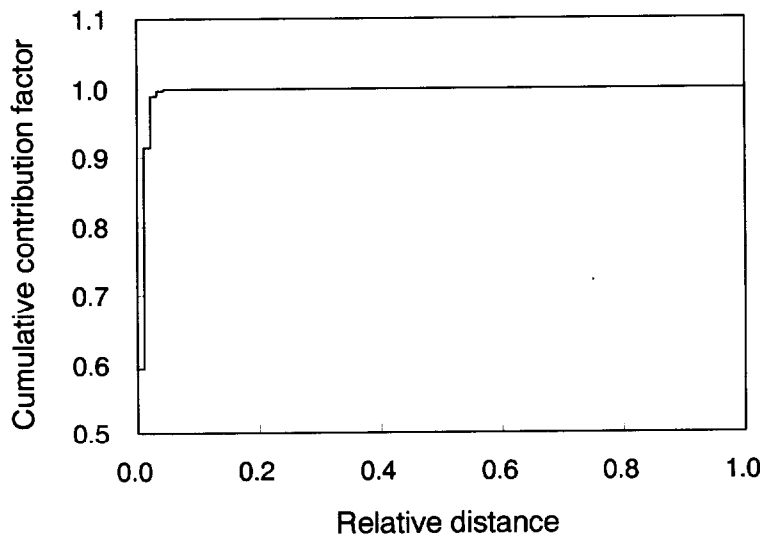


Figure 4.3.4: Correlation between the *contribution* and the *distance* for the point at 80 mm off-center. The cumulative contribution factor was defined as the normalized sum of $[a_{(w)i}]_j$ in the subset that contains the measurement data under a particular distance, where the distance was normalized so that the maximum distance became 1.0.

Table 4.3.1

Some samples of Fig. 4.3.4.

distance	cumulative contribution factor
0.01	0.5938
0.05	0.9979
0.1	0.9998
0.3	0.9999

つぎに、頭部用 FOV を用いて、近似手法で選定する観測データ数 N' を最適化する。 N' を変化させて再構成像の空間解像度、hCR、NRMSE を調べ、GARDS および FBP の結果と比較した。ここで、近似手法および GARDS では疑似逆行列の正則化パラメータを、FBP では ramp フィルタのカットオフ値を調整し、NSD 値が一定(NSD=0.105)になる条件下で比較した。ramp フィルタのカットオフ値は、 $0.44 Nq$ (Nq は Nyquist frequency) である。ここで、hCR 値は、 $1/hCR$ として表示し、すべての評価値は、GARDS が 1 となるように規格化した。これより、 N' が約 4,000 を越えると、近似手法による再構成像の画質が安定し、GARDS とほぼ同等になることが分かる。さまざまな物体に対して良好な再構成像を得るために、この観測系では $N'=5,760$ (全データの約 1/3 に相当) とする。

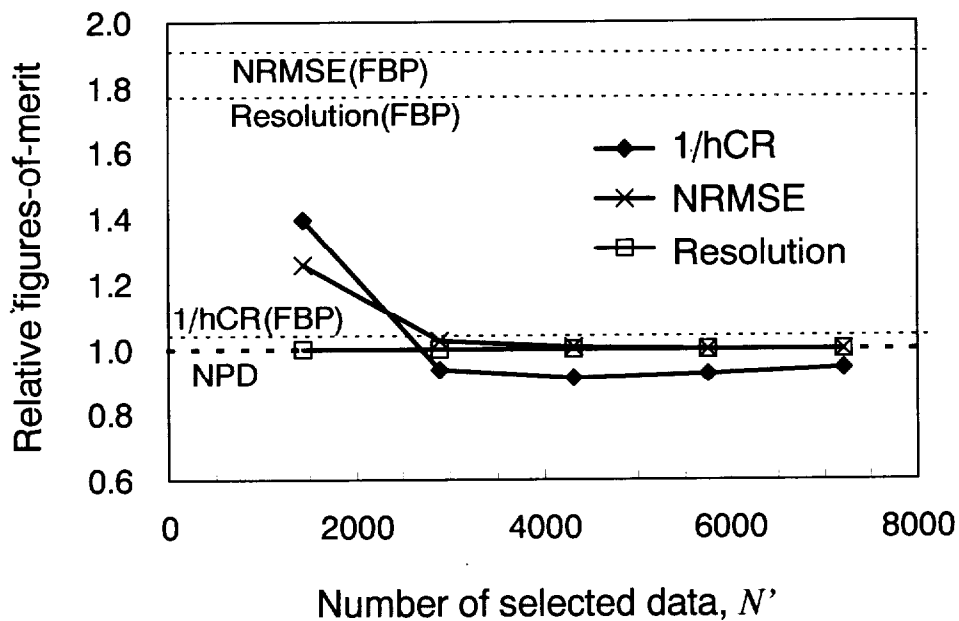


Figure 4.3.5: Performance of the proposed method as a function of N' at the same background noise level (NSD = 0.105) compared with GARDS and FBP. Here all FOMs were normalized so that FOMs of GARDS became 1.0.

4.3.4 結果 (頭部用 FOV)

本項では、頭部用 FOV を用いて、近似手法を GARDS および FBP と比較する。そして、近似手法および GARDS では疑似逆行列の正則化パラメータを、FBP では ramp フィルタのカットオフ値を調整して NSD 値を変化させ、空間解像度、hCR、cCR との関係調べる。

まず、NSD と空間解像度 の関係を Fig. 4.3.6 に示す。FBP のカットオフ値は、 $0.25 Nq$ から $1.0 Nq$ まで変化させた。観測系を正確にモデル化することによって、観測系が本来持つ伝達特性を最大限に活かした画像再構成を行うことができる。よって、近似手法および GARDS による空間解像度は、FBP に比べ大きく向上している。また、FBP では NSD 値の減少(フィルタのカットオフ値を下げることに相当)に伴い空間解像度が低下するが、近似手法と GARDS ではほぼ一定の空間解像度が得られている。さらに、近似手法と GARDS は、ほぼ同程度の空間解像度を得ていることから、近似による空間解像度の劣化は非常に少ないと言える。

Fig. 4.3.7 に、NSD=0.080, 0.105, 0.150 における、radial 方向と tangential 方向の空間解像度の分布を示す。近似手法では、観測系の正確なモデル化によって、同じ NSD 値において FBP に比べ空間解像度が得られるが、GARDS と比べると若干空間解像度のばらつきおよび低下が見られる。これは、空間解像度の評価ではノイズフリーの観測データを用いているため、観測データの選定による近似誤差が強調されたと考えられる。具体的には、再構成点ごとに選定する観測データ数を固定して最適化を行ったため、一部の再構成点においてはデータ数が十分ではなかったこと、また、再構成オペレータ設計に用いる行列は再構成点ごとに設計されるが、各点において固定した正則化パラメータを使用したことなどが考えられる。よって、再構成像全体で GARDS と同じ画質を得るためには、用いる観測データ数および正則化パラメータ数を再構成点ごとに最適化する必要がある。

次に、hot spot phantom および cold spot phantom を用いて、NSD と hCR および cCR の関係を調査した結果を Fig. 4.3.8 に示す。近似手法は、再構成オペレータを導出する際に、再構成像の定量性を保つ拘束条件((4.2.6)式)を付加している。再構成像の定量性が向上すると、コントラスト回復も向上する。ここでは、拘束条件の効果を示すため、拘束条件を用いずに導出した再構成オペレータを用いた場合との比較も行った。この場合、すべての観測データを用いる($N'=N$)と近似手法は GARDS と一致する。拘束条件を付加しない場合、(4-2-11)式の再構成オペレータは、次式のようになる。

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{P}_i^+ \mathbf{b}_i \quad (4-3-5)$$

Fig. 4.3.8 より、観測系の正確なモデル化によって、GARDS によるコントラスト回復は FBP よりも良好であることが分かる。また、観測データの選定することで生じるコントラスト回復の低下を拘束条件が補うことによって、近似手法によるコントラスト回復は GARDS よりも良好である。

再構成像の例として、3, 4, 5, 6, 7, 8 mm の球から構成される計算機ファントム(Fig. 4.3.9)の再構成像を Fig. 4.3.10 に示す。ここでは、正則化パラメータおよびカットオフ値を調整し、NSD 値一定(NSD=0.080, 0.105, 0.150)の条件下で近似手法、GARDS、FBP の結果を比較した。また、十分なカウントが得られることを仮定し、観測データにはノイズを含めていない。これより、近似手法および GARDS によって良好な空間解像度が得られ、その効果はノイズ抑制の程度を示す NSD 値に依存せずほぼ一定であることが分かる。同様にして、計算機上で作成した脳ファントム(Fig. 4.3.11)の再構成像を Fig. 4.3.12 に示す。臨床では、十分にカウントが得られない(観測データの SN 比が悪い)場合は、再構成フィルタのカットオフ値を下げて、ノイズを抑制する。計算機シミュレーションでは、これを模倣し、観測データのトータルカウントは、50k (NSD=0.080)、100k (NSD=0.105)、500k (NSD=0.150)とした。この結果から、近似手法により、GARDS と同等な再構成像が得られ、特に、トータルカウントが少ない場合、FBP に比べて空間解像度が大幅に改善されることが分かる。さらに、臨床における PET 画像の利用方法に従って、post-filtering した後に疑似カラー表示した結果を Fig. 4.3.13 に示す。

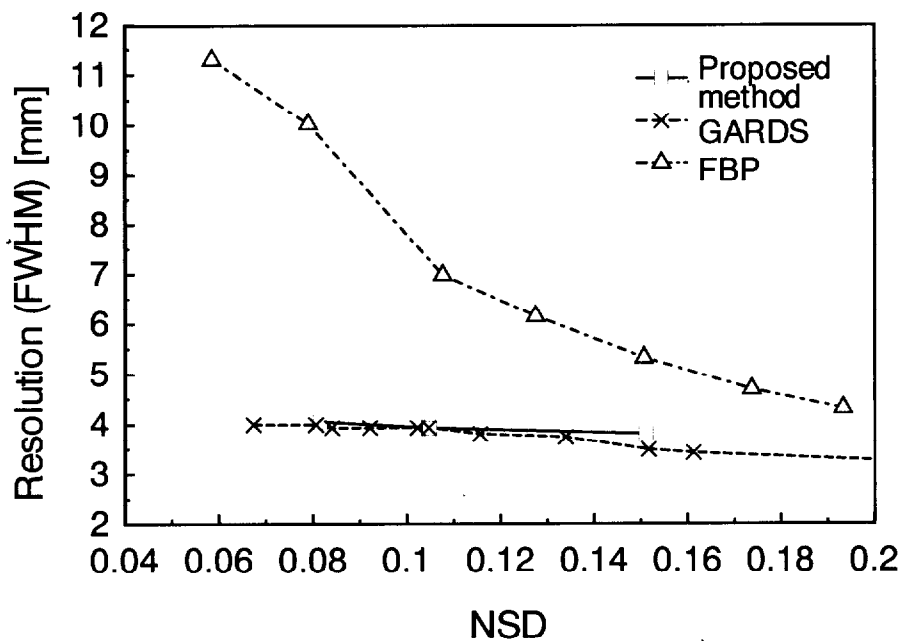


Figure 4.3.6: Graph showing the trade-off between normalized standard deviation (NSD) and spatial resolution, using the proposed method and GARDS with different values of regularization parameter and FBP with a ramp filter of different cut-off frequencies.

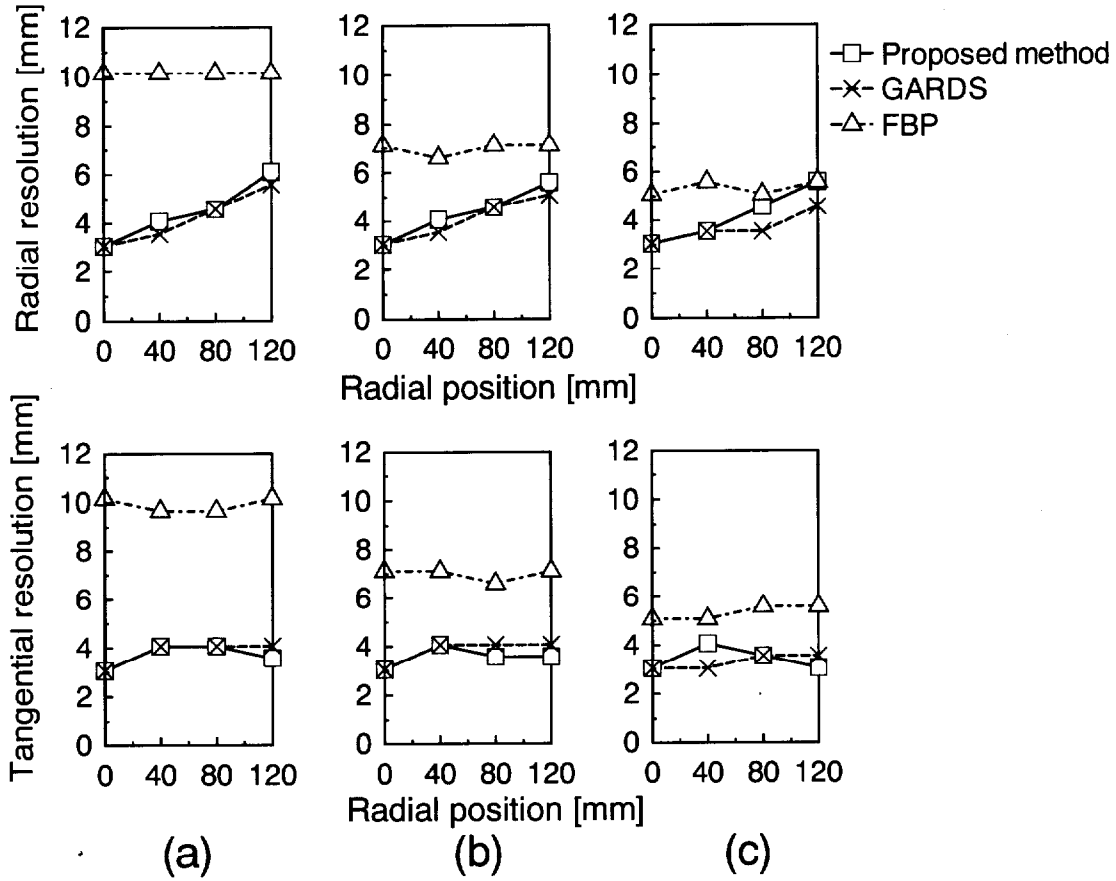


Figure 4.3.7: FWHM resolution of the point source image using the proposed method, GARDS and FBP at the same background noise levels: (a) NSD = 0.080, (b) NSD = 0.105, and (c) NSD = 0.150.

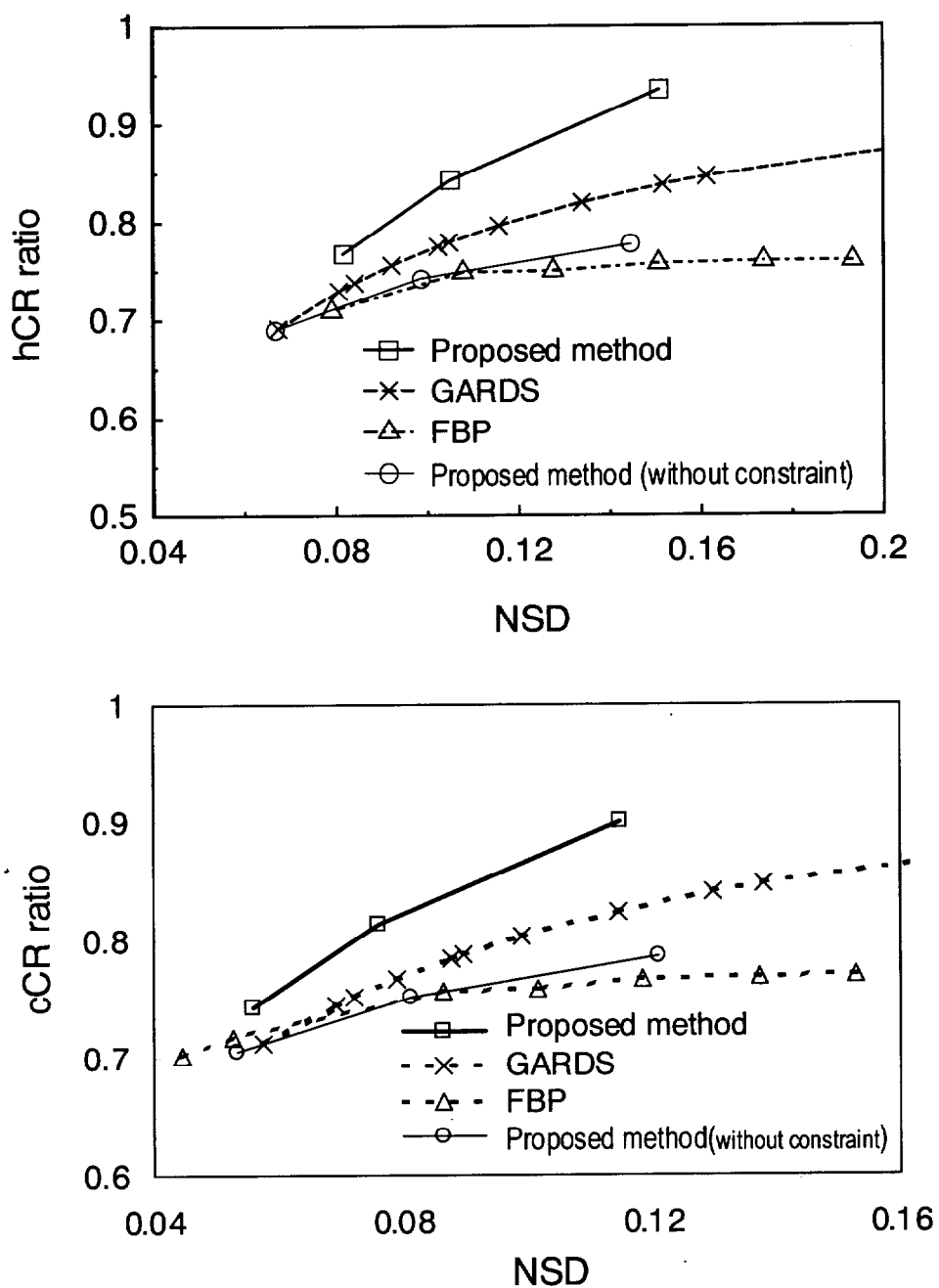


Figure 4.3.8: Graph showing the trade-off between NSD and hot contrast recovery (hCR) ratio (upper), and between NSD and cold contrast recovery (cCR) ratio, using the proposed method and GARDS with different values of regularization parameter and FBP with a ramp filter of different cut-off frequencies.

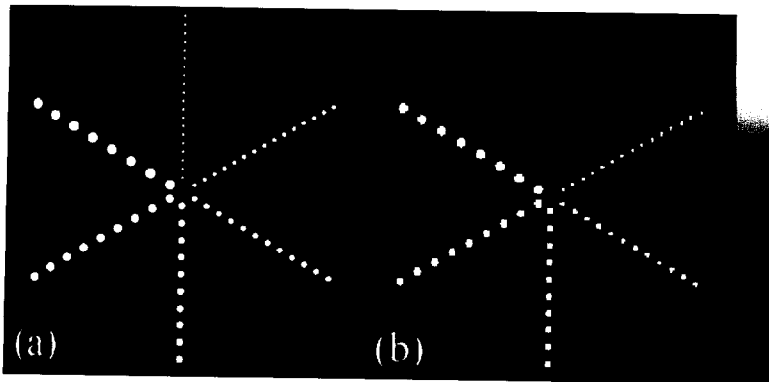


Figure 4.3.9:
 (a) Original image of the numerical phantom which contains hot cylinders of 3, 4, 5, 6, 7 and 8 mm diameter, (b) the sampled original image.

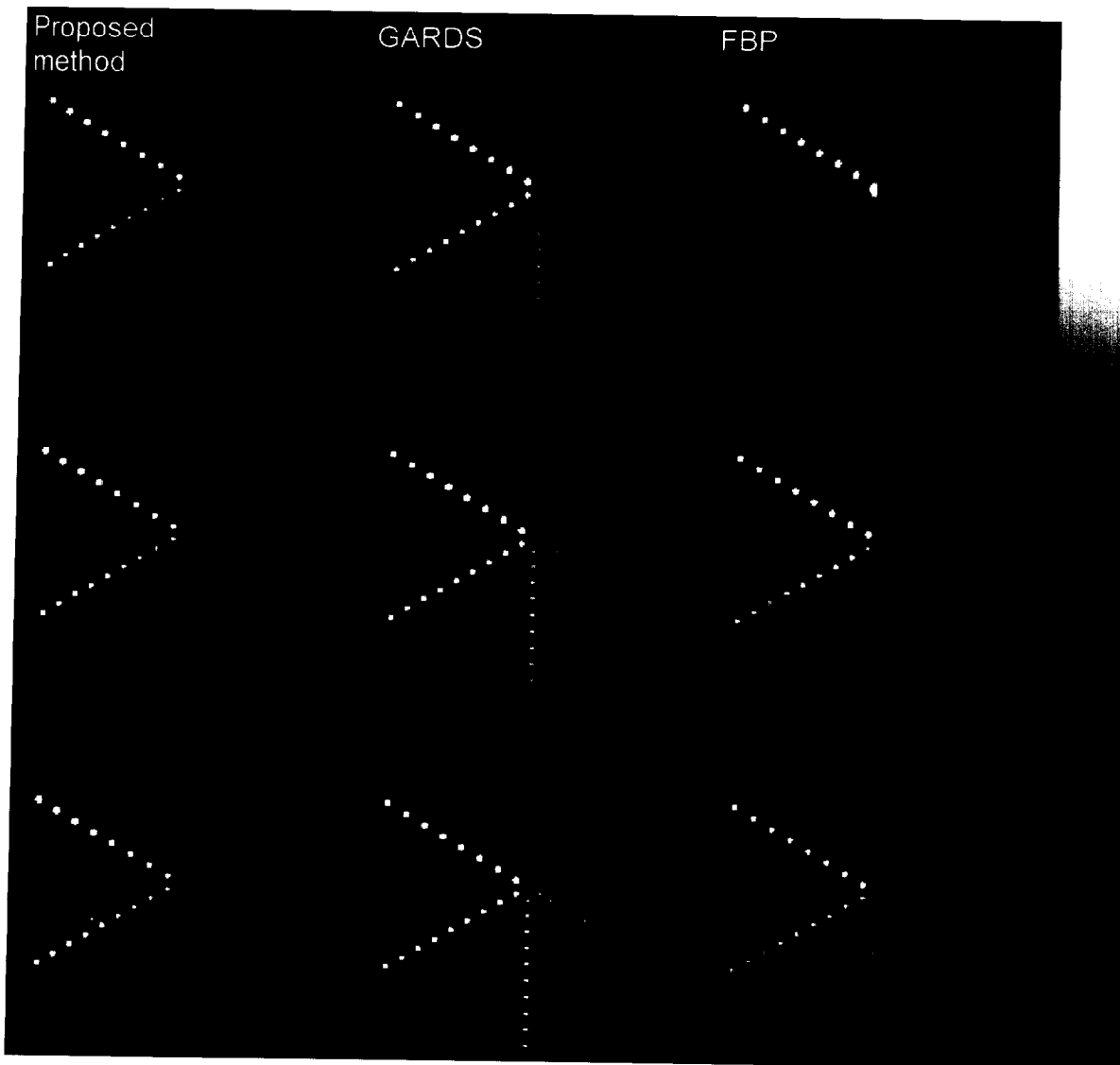


Figure 4.3.10: Reconstructed images, using the proposed method (left column), GARDS (middle column) and FBP (right column). Each image is compared at the same NSD value, NSD=0.080 (top row), NSD=0.105 (middle row) and NSD=0.150 (bottom row).

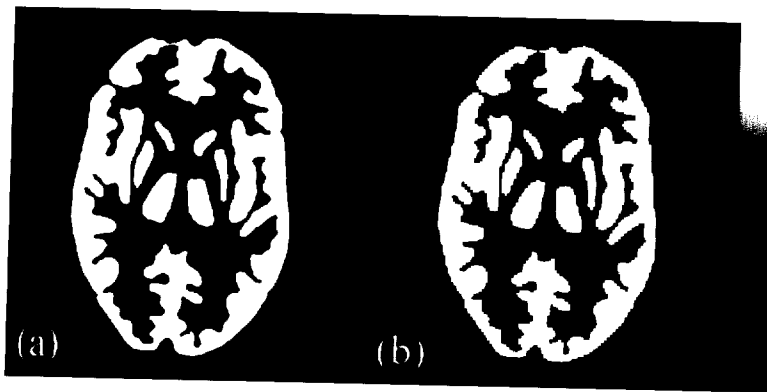


Figure 4.3.11:

(a) Original image of the numerical brain phantom, and (b) the sampled original image.

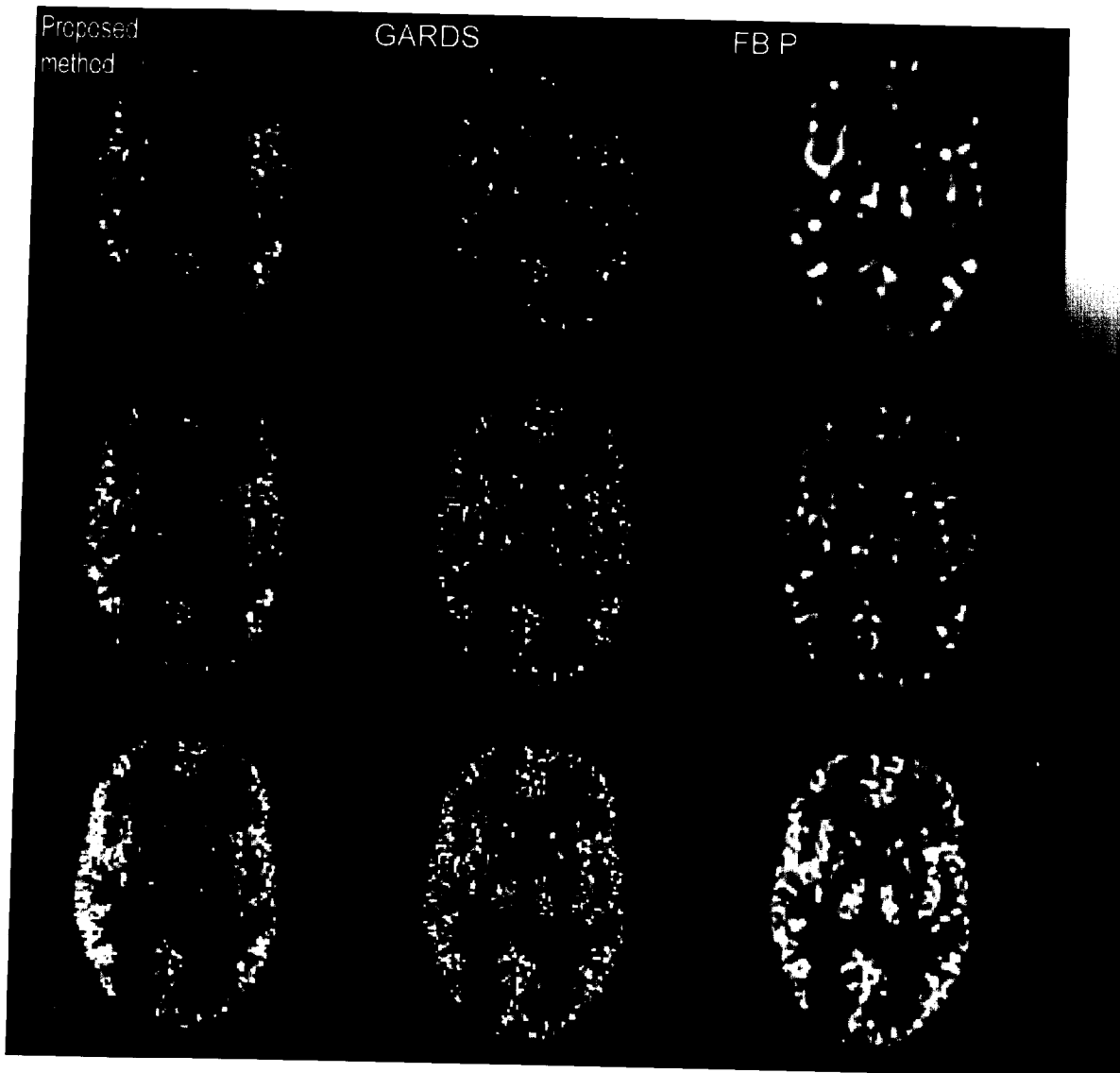


Figure 4.3.12 : Reconstructed images, using the proposed method (left column), GARDS (middle column) and FBP (right column). Each image is compared at the same NSD value, NSD=0.080 (top row), NSD=0.105 (middle row) and NSD=0.150 (bottom row). Total counts were 50k (top row), 100k (middle row) and 500k (bottom row).

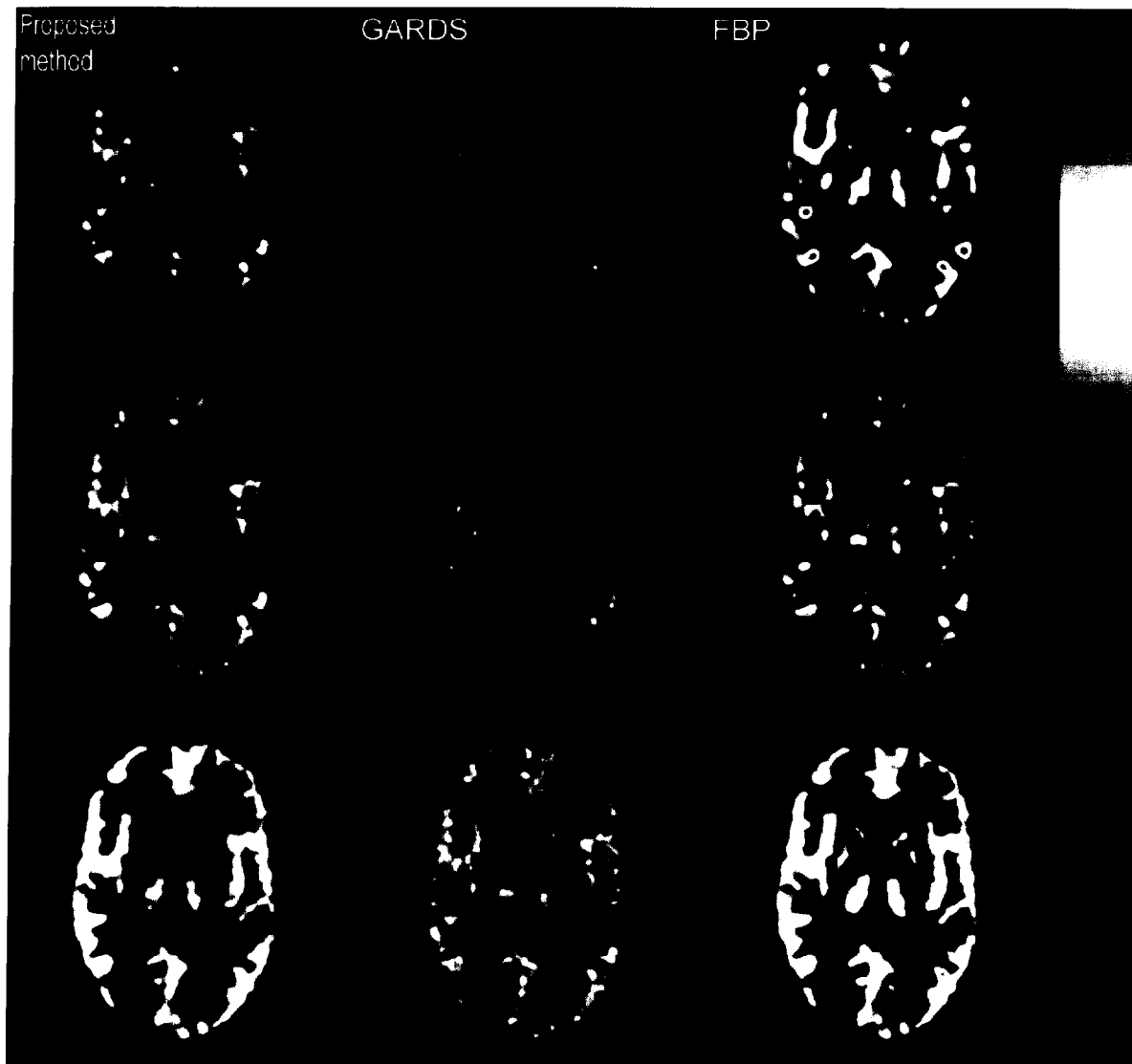


Figure 4.3.13: The same reconstructed images as Fig. 4.3.12. All images were post-filtered using a Gaussian kernel with a FWHM of 2 pixels.

4.3.5 結果 (全身用 FOV)

本項では、全身用 FOV を用いた計算機シミュレーションを行う。再構成像は、4.6 mm 幅のボクセルを用いて、 $M=128 \times 128$ にサンプリングする。また、観測データ数は、1 スライスあたり $N=41,472$ になるため、計算コストの問題から GARDS は適用しない。前項と同様に、NSD と空間解像度の関係を調べた結果を Fig. 4.3.14 に示す。全身用 FOV においても、近似手法は FBP に比べ高い空間解像度を得ることができる。また、前項と同様に、NSD 値一定 (NSD=0.070, 0.092, 0.118) の条件下で比較した、radial 方向と tangential 方向の空間解像度の分布を Fig. 4.3.15 に示す。ここでは、参考として、頭部用 FOV における GARDS による再構成像を、全身用 FOV におけるボクセルを用いてサンプリングすることによって、GARDS による結果も含めた。FBP は再構成フィルタのカットオフによって空間解像度が大きく劣化するが、近似手法や GARDS では、NSD 値に依らず、観測系の分解能特性が忠実に反映されていることが分かる。前項で述べた理由によって、近似手法では、GARDS に比べ、視野領域の端において若干の空間解像度の低下が見られる。

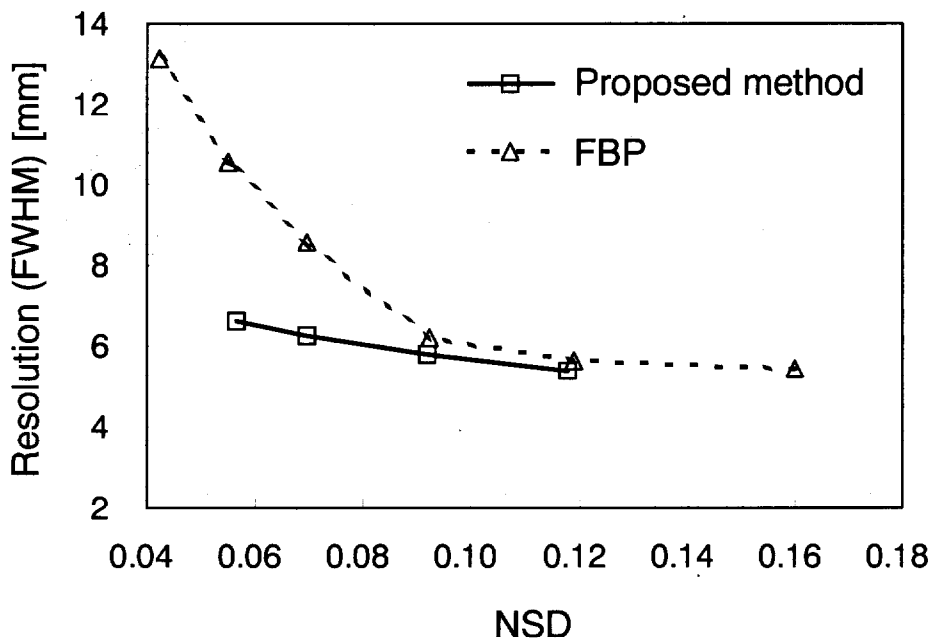


Figure 4.3.14: Graph showing the trade-off between normalized standard deviation (NSD) and spatial resolution, using the proposed method with different values of regularization parameter and FBP with a ramp filter of different cut-off frequencies.

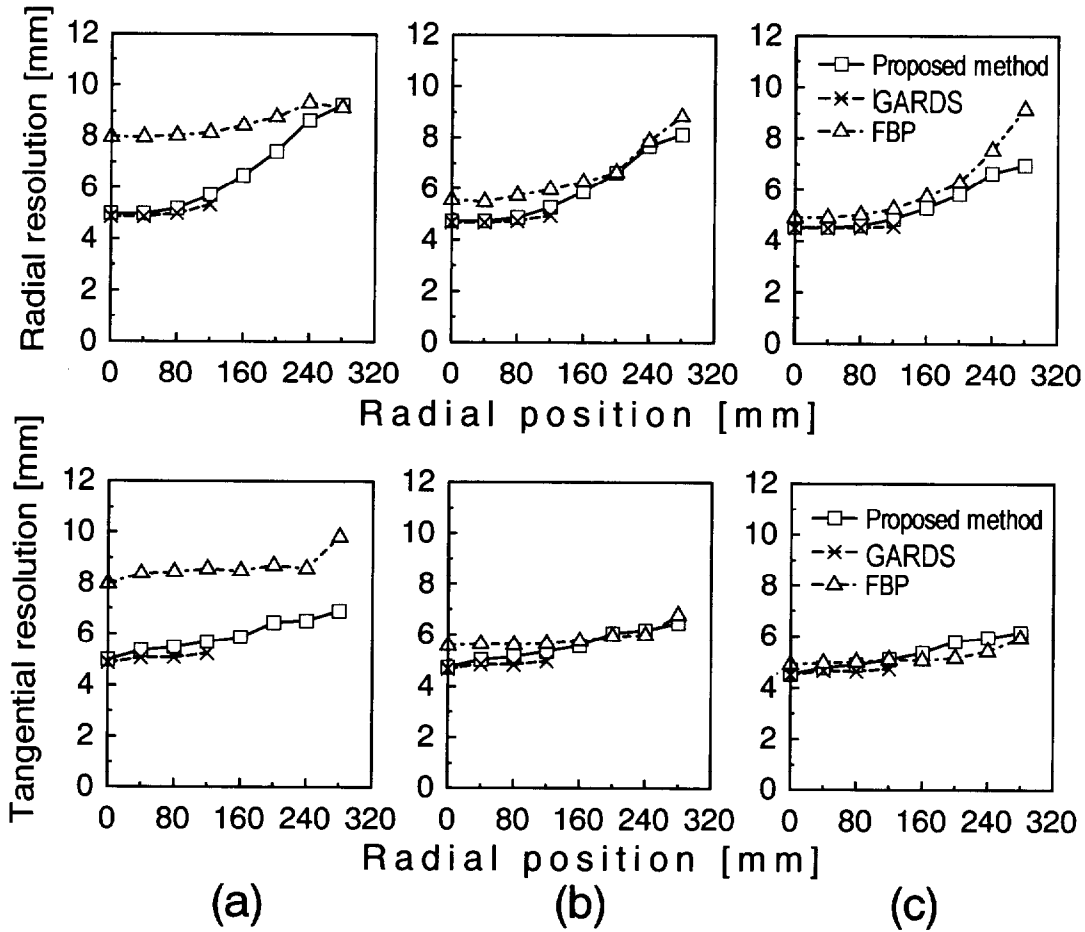


Figure 4.3.15: FWHM resolution of the point source image using the proposed method, GARDS and FBP at the same background noise levels: (a) NSD = 0.070, (b) NSD = 0.092, and (c) NSD = 0.118.

4.3.6 計算時間

Alpha 500MHz PCにおける1スライスあたりの計算時間およびメモリ量を **Table 4.3.2** に示す。また、頭部用 FOV について、グラフ化したものを **Fig. 4.3.16** に示す。GARDS では、疑似逆行列計算に共役勾配法を適用し、前章で提案した高速演算手法を用いて収束性を向上させた。高速演算手法の前処理には、約 12 時間の計算時間と約 30M バイトのメモリを要する。共役勾配法の収束性は正則化パラメータにも依存するため、GARDS の計算時間には平均値を用いた。なお、GARDS マトリクス $\mathbf{P}_{(w)}$ は、近似手法で扱う行列 \mathbf{P} よりも大きい次元をもつが、対称かつブロック巡回行列であるため、GARDS で実際に必要なメモリは近似手法よりも少ない。以上から、近似手法に必要な計算時間は、GARDS と比べ FBP とほぼ同等であることが分かる。

1 セットの再構成オペレータの前処理には、約 8 日の計算時間と 132M バイトのメモリを要する。しかし、1 度計算しておけば、吸収・散乱補正済みのすべての観測データに適用することが出来る。再構成オペレータは再構成点ごとに独立して計算することができるため、並列化によって計算時間を効果的に短縮することができる。また、逆行列計算の計算量は行列の次元の 3 乗に比例することから、選定する観測データ数をより厳密に最適化することによって、計算量を削減することができる。

Table 4.3.2

Comparison of the averaged calculation time to reconstruct one image slice on Alpha 500MHz PC.

FOV		proposed method	GARDS	FBP
regular	(time)	6.7 sec.	-	3.0 sec.
(whole-body)	(memory)	56 Mbytes	-	~1 Mbytes
brain	(time)	4.7 sec.	28 min.	2.8 sec.
	(memory)	56 Mbytes	10 Mbytes	~1 Mbytes

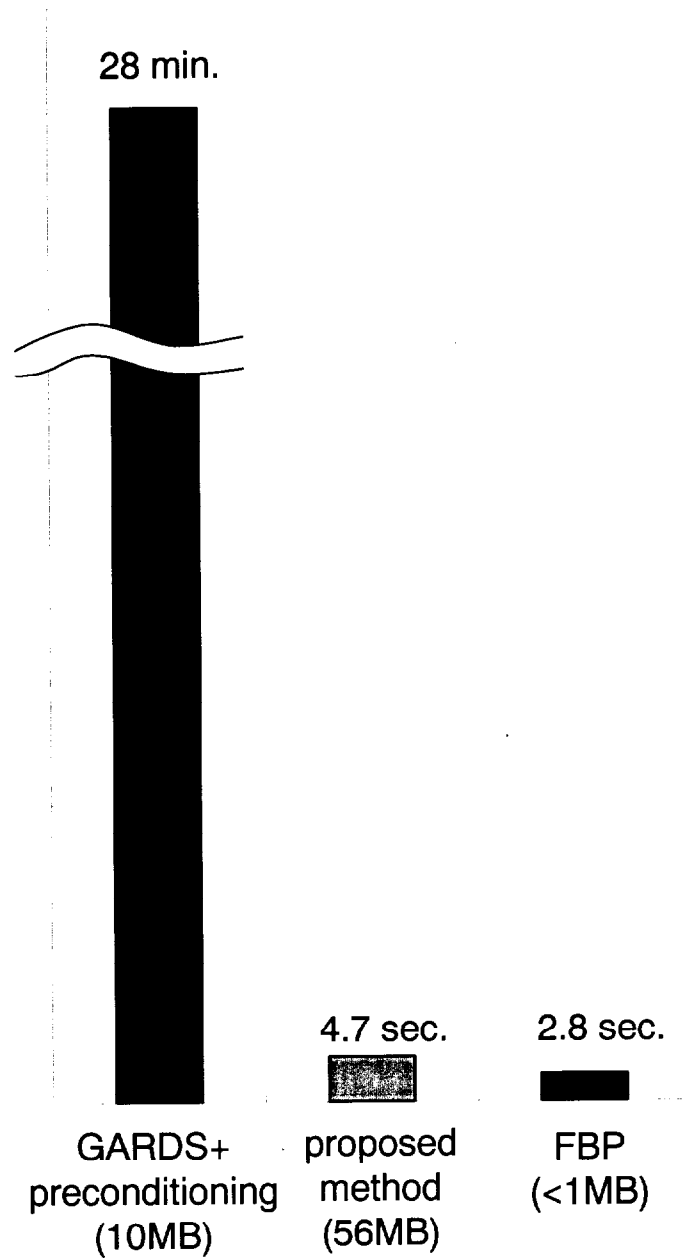


Fig. 4.3.16: Comparison of the calculation time to obtain one image slice on Alpha 500MHz PC.

4.4 臨床 PET 装置への適用

本節では、臨床 PET 装置である ECAT EXACT HR+を用いて取得した実験データに近似手法を適用する。スキャナの設定は、前節の計算機シミュレーションと同様に、span=3 の 2D mode をした(Table 4.4.1)。また、選定する観測データ数、感度分布関数、再構成像のサンプリング関数など画像再構成手法の詳細は、前節の計算機シミュレーションにて示した通りである。視野領域は、頭部用 FOV を用いた。

Table 4.4.1

Acquisition parameters of the ECAT EXACT HR+ scanner.	
time frame	110 min. × 4 frame
acquisition	2D mode
ring difference	1
span	3
angular compression	no
energy window	350 – 650 keV
acquisition mode	normal
sinogram mode	true
bed position	41.496 cm

4.4.1 ファントム実験

放射線医学総合研究所にて、ECAT EXACT HR+を用いたファントム実験を行った。PET 装置の外観を Fig. 4.4.1 に示す。用いたファントムは、Fig. 4.4.2 に示すような cold spot phantom であり、直径 20 cm、長さ 19 cm の円筒に 2.83 mCi ^{18}F 水溶液を満たしたものであり、水と空気を満たした 2 本の円柱を含む。ファントムを視野領域の中心に設置し、330 分間測定したのち、63 スライスのサイノグラムから 23, 25, 27 番目のスライスを加算した結果、3.2M カウントを得た。

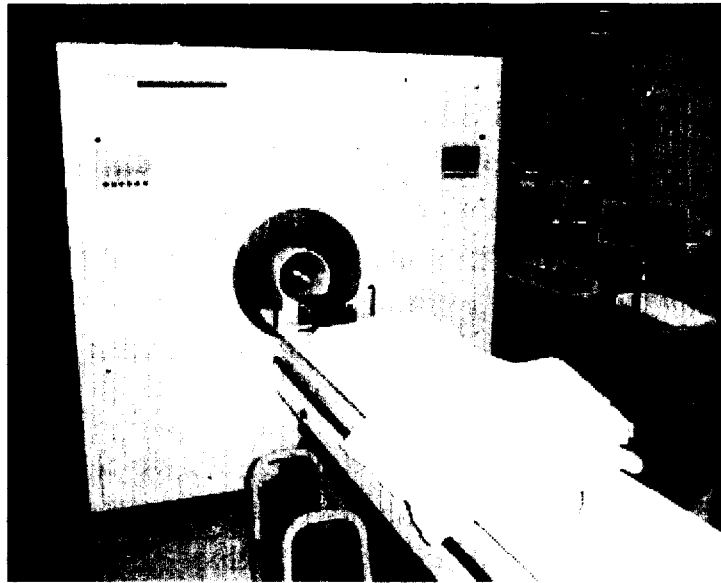


Figure 4.4.1: The ECAT EXACT HR+ scanner in National Institute of Radiological Science (NIRS).

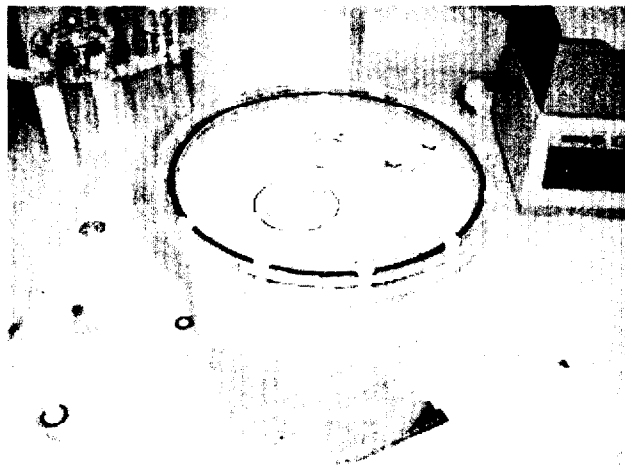
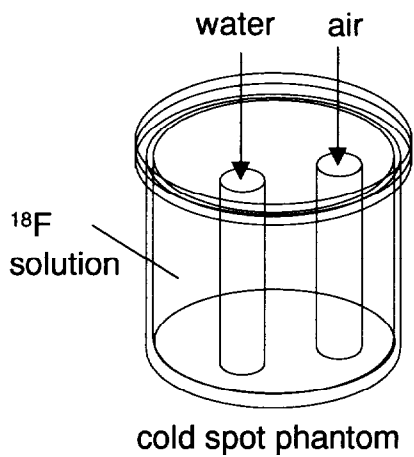


Figure 4.4.2: The cold spot phantom, consisted of a cylindrical vessel (200 mm in diameter and 190 mm in length) with ^{18}F activity, and two cold rods with water and air.

4.4.2 データ補正

Emission データに含まれる様々なエラーを補正するために、**emission scan** に加え、**transmission scan**、**blank scan**、**calibration scan** を行う。**Fig. 4.4.3** に、ルーチンで行われているデータ補正の例を示す。通常、各スキャンでは、ランダム補正されたものが観測データとして保存される。まず、検査毎に行う **transmission scan** と、定期的に(例えば毎日)行う **blank scan** により得られる 2 つデータを用いて、吸収補正を行う。そして、定期的に(例えば毎週)行う **calibration scan** により得られるデータから算出された補正係数を用いて感度補正 (**normalization**)を行う。

今回は、吸収補正については、上記のルーチンの方法に従った。しかし、感度補正の補正係数は複雑なフォーマットに基づいているため、今回は、**Fig. 4.4.4** に示すように、均一ファントムの実験データとシミュレーションデータの 2 つを用いて感度補正を行った。均一ファントムは、**Fig. 4.4.5** に示すような、直径 20 cm、長さ 19 cm の円筒に 2.04 mCi の ^{18}F 水溶液を満たしたものである。均一ファントムの **emission** データは、**cold spot phantom** と同様に **transmission** データおよび **blank scan** データを用いて吸収補正を行った。そして、計算機シミュレーションで作成した観測データとの比を求め、**cold spot phantom** データの感度補正を行った。なお、**2D mode** では比較的散乱線の影響は少ないことから、ここでは散乱補正は行っていない。

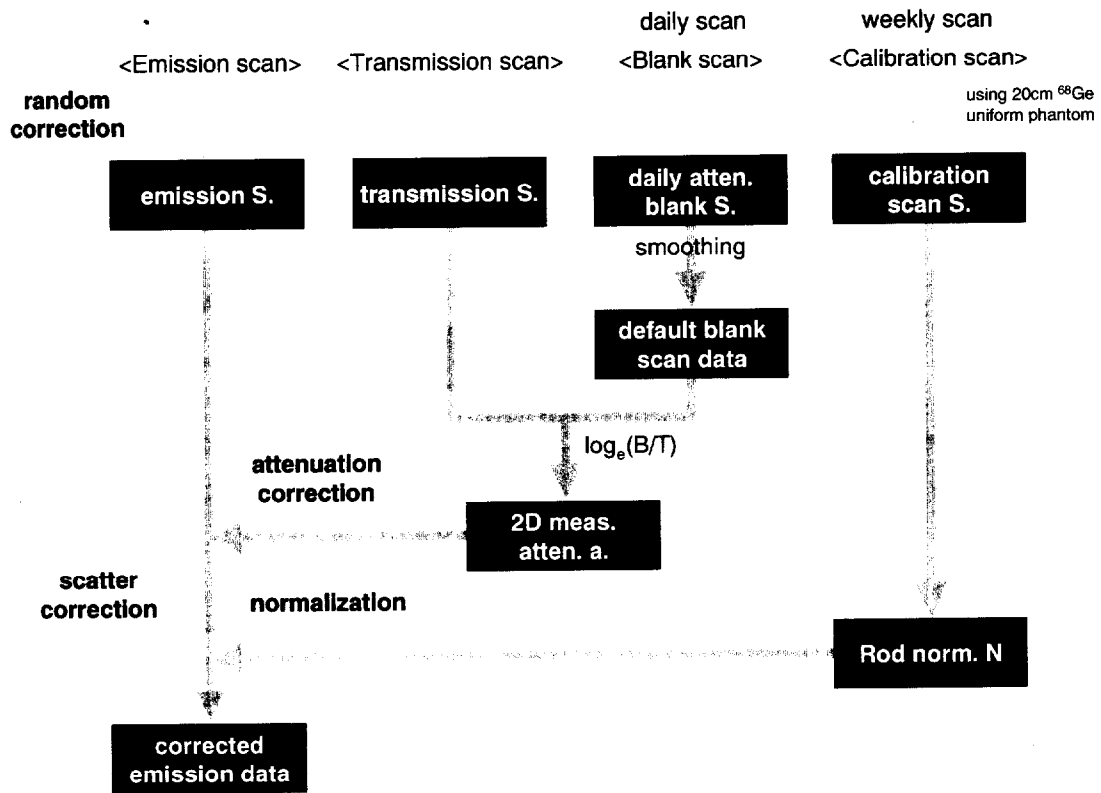


Figure 4.4.3: The typical steps in correcting emission data.

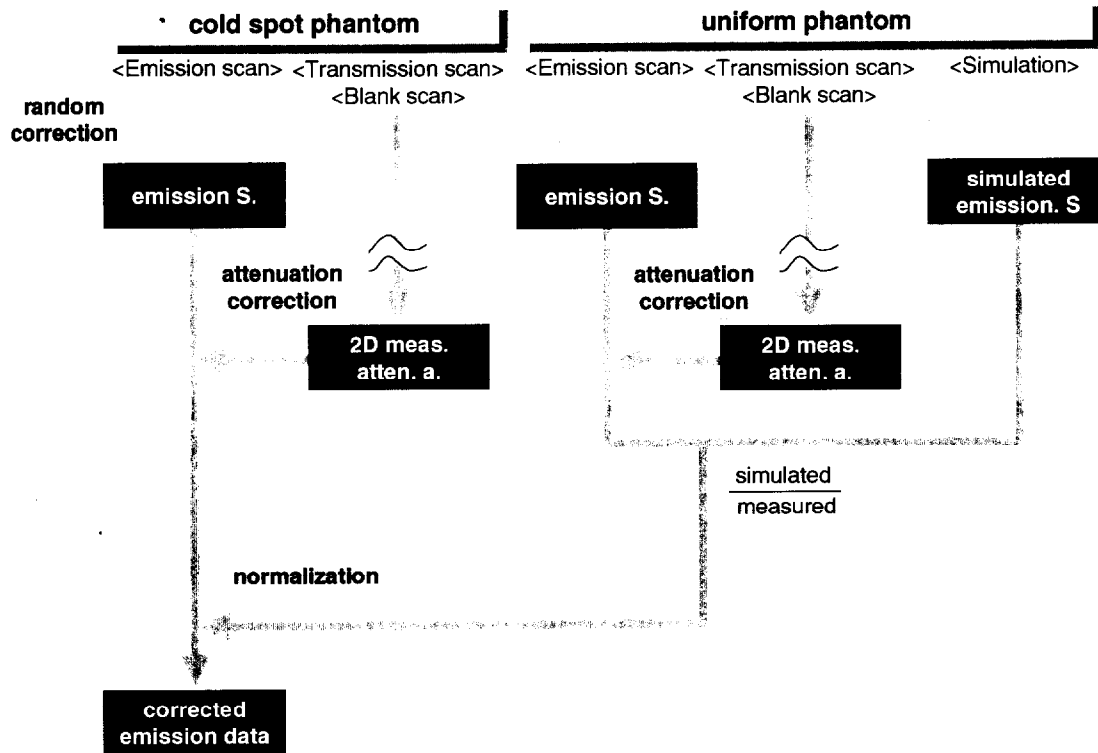


Figure 4.4.4: Data correction used in the experimental study. Emission data was normalized using experimental and simulated data for the uniform phantom.

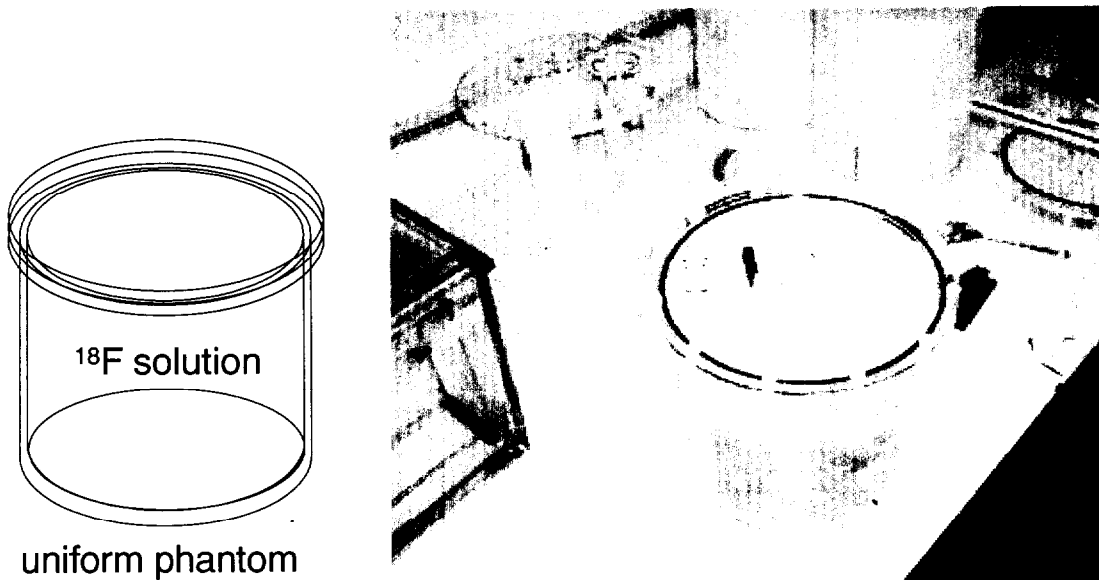


Figure 4.4.5: The uniform phantom, consisted of a cylindrical vessel (200 mm in diameter and 190 mm in length) with ^{18}F activity.

4.4.3 再構成像の画質評価基準

cold spot phantom 再構成像の画質は、cold コントラスト回復(cCR)および一様領域の標準偏差(NSD)を用いて評価する。各 cold spot に対する cCR は、次式で定義される。

$$\text{cCR} = 1 - \frac{m_c}{m_b} \quad (4-4-1)$$

ここで、 m_c は cold 領域の中に定義した ROI 内の RI カウント平均値、 m_b は背景の hot 領域に設定した 4 つの ROI 内の RI カウント平均値である。2 つの cold spot における cCR 値を平均化する。

NSD は、次式で定義される。

$$\text{NSD} = \frac{\sqrt{\sigma_b^2}}{m_b} \quad (4-4-2)$$

ここで、 σ_b^2 は、背景の hot 領域に設定した ROI 内における RI カウント分散を表す。NSD 値は、4 つの ROI において平均化する。

4.4.4 結果

NSD 値とコントラスト回復の関係を Fig. 4.4.6 に示す。計算機シミュレーションと同様に、拘束条件を用いずに再構成オペレータを導出した場合との比較も行った。これより、GARDS によって FBP より良好なコントラスト回復が得られること、また、観測データの選定によって生じるコントラスト回復の低下を拘束条件が補うことによって、近似手法によるコントラスト回復は GARDS よりさらに良好であることが分かる。

NSD 値一定(NSD=0.22)となるように、正則化パラメータおよびカットオフ値を調整し、近似手法による再構成像を GARDS および FBP と比較した結果を Fig. 4.4.7 に示す。FBP では、 $0.56 Nq$ でカットオフした ramp フィルタを使用した。ここでは、半値幅が 1 ピクセルに相当するガウス関数を用いて post-filtering を行った。これより、近似手法によって、cold spot が定量的に再現されていることが分かる。

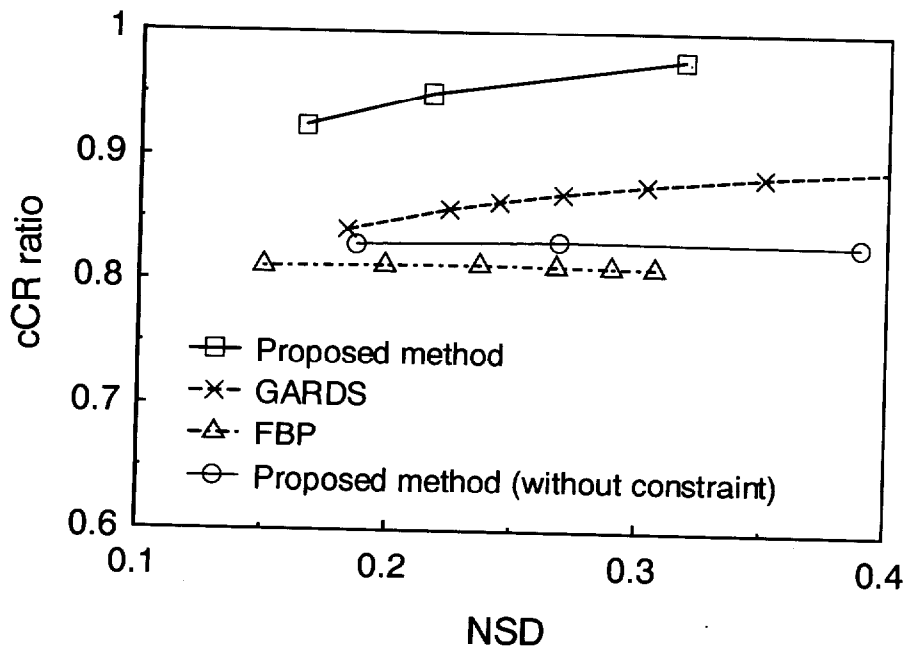


Figure 4.4.6: Graph showing the trade-off between background noise (NSD) and contrast (cCR) using the real PET data.

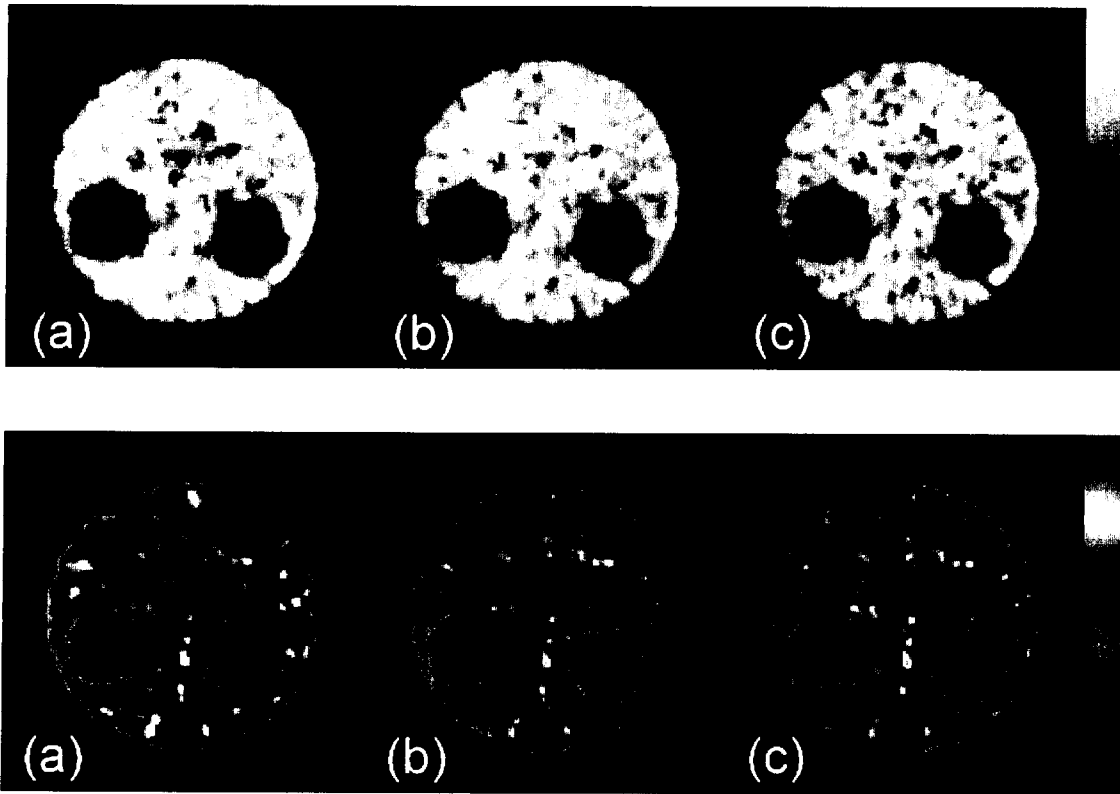


Figure 4.4.7: Reconstructed images from the real PET data at the same background noise level ($NSD=0.22$), using (a) the proposed method, (b) GARDS and (c) FBP. All images were post-filtered using a Gaussian kernel with a FWHM of 1 pixel. Black and white images (0 - 15,000) are shown in the upper row, and colored images (0 - 20,000) are also shown in the bottom row.

4.5 第4章のまとめ

本章では、観測系を正確にモデル化した代数的な画像再構成手法を臨床 PET 装置へ適用することを目的として、近似を用いた手法を提案した。本手法では、臨床 PET データには多くのノイズ成分が含まれることを考慮し、物体空間の1点ごとに、その点への寄与が大きい観測データを選定する。そして、物体空間の1点ごとに、選定した観測データに対する再構成オペレータを予め計算して保存する。再構成オペレータの前処理には多くの計算時間を要するが、一度計算しておけば、すべての観測データに適用できる。そして、計算機シミュレーションおよび臨床 PET 装置である ECAT EXACT HR+を用いたファントム実験を行い、近似手法によって、FBP と同程度の計算時間で、従来の代数的手法と同程度の画質を有する再構成像が得られることを示した。

近似手法は、原理的には 3D mode の PET データに適用できるが、次元数が膨大になるために実際の計算は困難であると考えられる。近年、3D mode の PET データを 2D mode の PET データに並び替える手法として、Fourier rebinning (FORE)^[45]法が提案され、注目を浴びている。FORE 法により 2D mode の PET データに並び替えた後、従来の 2 次元の画像再構成手法を適用することによって、3D mode の PET データの画像再構成を行うことができる。さらに、FORE 法による計算コスト削減の効果を活かしつつ、3 次元の代数的画像再構成を行い再構成像の画質を向上することを目的として、2.5D simultaneous multislice reconstruction approach ^[46]が提案されている。FORE 法を利用した 2.5 次元画像再構成の方法を用いることによって、近似手法を 3D mode の PET データに適用することができる。

第 5 章

TIME-OF-FLIGHT (TOF)

情報を利用した

PET 画像再構成

5.1 序言

PET では、同時計数測定 of 原理に従い、1カウント毎に、核種の位置を特定の直線上に限定する。さらに、 γ 線光子はほぼ光速で飛行することを利用して、同時計数測定における γ 線光子の飛行時間差である time-of-flight (TOF)情報から、核種の直線上の位置を限定することができる。PET 装置の空間分解能を決定する主要要素であるシンチレータの幅が数 mm 程度であるのに対し、TOF 計測の時間分解能は数百ピコ秒(空間分解能で数 cm)程度^[5-1]である。よって、TOF 情報は、空間解像度の向上には不向きであるが、ノイズが伝播する範囲を限定できることから、再構成像の SN 比の向上に効果があることが知られている^{[5-2],[5-3]}。すなわち、TOF 計測を行う PET 装置(TOF-PET 装置)は、従来の PET 装置(non-TOF PET 装置)に比べ、PET 画像の画質を向上するポテンシャルを持っている。

1980 年代から 1990 年前半にかけて、時間分解能が高いシンチレータを用いて、数種類の TOF-PET 装置が試作された^{[5-4]-[5-7]}。それらの TOF-PET 装置では、FBP 法に基づいたデコンボリューション法^{[5-2], [5-8]-[5-10]}が用いられた。しかし、FBP 法は PET 観測系を正しくモデル化した手法ではないため、これらデコンボリューション法による再構成像はシステムティックエラーを含む。よって、従来の TOF-PET 画像再構成手法は、本来観測系がもつ TOF 情報のポテンシャルを十分に引き出していない。このように、TOF-PET 装置に適した画像再構成手法が開発されなかったことに加え、BGO 素子が主流となる中で、検出効率と時間分解能の両面で優れた性能をもつ結晶が開発されなかったことから、1990 年代になると、TOF-PET 装置の開発は進まなくなった。しかし、近年、高性能素子として開発された LSO (lutetium oxyorthosilicate)素子を用いた TOF-PET の可能性が報告されており^[5-13]、TOF 情報を用いた PET 画像の画質向上が期待されている。

そこで本研究では、TOF 情報を利用した代数的な画像再構成手法を提案する。提案手法では、TOF-PET 観測系をモデル化し、連続・離散モデルに基づく代数的な画像再構成手法である GARDS を適用する。そして、計算機シミュレーションを行い、観測系の正確なモデル化による効果に加えて、TOF 情報を付加することによって、再構成像の画質が向上することを示す。

5.2 TOF 情報と従来の TOF-PET 画像再構成手法

本節では、TOF 情報およびそれを用いた TOF-PET 装置について概説する。また、従来の TOF-PET 画像再構成手法について述べ、その問題点を明らかにする。

5.2.1 TOF 情報

ここでは、 γ 光子の time-of-flight (TOF) 情報により核種位置を推定する原理について説明した後、TOF 情報の特徴について述べる。同時計数測定は、消滅 γ 線の各々がある時間差 (タイムウィンドウ) 内に2つのディテクタで検出されたとき、そのディテクタ対に1カウントを与える。ここで、 γ 線光子はほぼ一定速度 (光速) で飛行することから、 γ 線光子の飛行時間差 (TOF) 情報を用いて核種の位置を推定することができる。Fig. 5.2.1 に示すように、 j 番目の検出器対 (jA および jB) で1対の γ 線を検出する場合、 γ 線の飛行経路に沿った直線を l とすると、TOF 情報 $t = t_A - t_B$ から位置 l' は次式のように決定される。

$$l' = ct/2 \quad (5-2-1)$$

ここで、 $c=3.0 \times 10^8$ m/s は光速を表す。しかし、ディテクタの時間分解能は半値幅で 400ps (位置分解能 6cm) 程度であるため、画像再構成を行わずに TOF 情報から直接高精度な PET 画像を得ることは困難である。しかし、TOF 情報は、核種位置を限定することによってノイズの伝播範囲を制限できることから、PET 画像の SN 比の向上に効果的であることが知られている。さらに、TOF 情報は、3D mode 観測データに直接適用できること、時間分解能がよいため計数率特性がよいこと、ランダムカウントを削減できることなどの利点をもつ [9-11]。

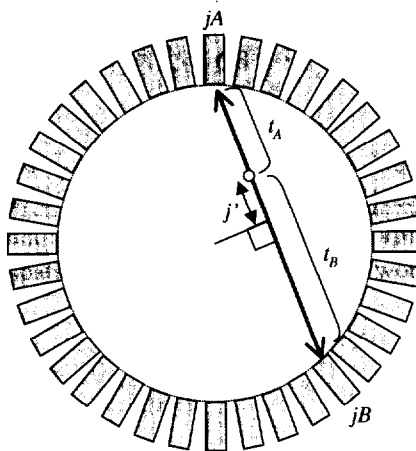


Fig. 5.2.1: The principle of TOF measurement.

5.2.2 TOF-PET 装置

TOF-PET 装置の試作機の仕様を **Table 5.2.1** に示す。シンチレータは、時間分解能の良いものが望まれており、多くの装置では BaF₂ (barium fluoride) 素子^[5-12]が使用された。しかし、第2章の **Table 2.2.1** に示したシンチレータの特性比較より、BaF₂ は decay time は速いが、現在主流である BGO (bismuth germanate) 素子と比較すると、511keV の γ 線に対する線減弱係数が小さいことが分かる。近年、BGO に近い密度をもち、BGO よりも decay time が速く発光量も多い LSO が注目されており、LSO により BaF₂ と同程度の時間分解能が得られることが報告されている^[5-13]。

Table 5.2.1
System description of TOF-PET scanners

	Super PETT I	SP3000	—	TTV03
maker	Washington university	Washington university	Tohoku university & CTI	LETI ^{*)}
year of manufacture	1982	1988	1990	1990
reference	[5-4]	[5-5]	[5-6]	[5-7]
crystal	CeF	BaF ₂	BaF ₂	BaF ₂
crystal size [mm]	$\phi 25 \times 45$ mm	$7 \times 24 \times 45$ mm	$10 \times 18 \times 45$ mm	$7 \times 18 \times 45$ mm
# of crystals	96 \times 4 rings	320 (\times 4 rings)	256 \times 1 ring	324 \times 4 rings
ring diameter [mm]	900	900	102	89
FOV diameter [mm]	465	—	900	520
orbit of wobbling ^{**)}	$\phi 30$ mm	—	$\phi 12.4$ mm	$\phi 17.6$ mm
reconstruction method	confidence weighting algorithm ^{***)}	confidence weighting algorithm ^{***)}	Ishii's method ^{****)}	confidence weighting algorithm ^{****)}
sensitivity [kcps/ μ Ci/ml]	486	20	4.1	82
time resolution [ps]	500	540	623	750
resolution(FWHM) at center [mm] (tan. \times rad. (\times axial))	12 \times 11.4	7.5 \times 6.8	8.0 \times 7.5 \times 9.7	5.7 \times 5.6 \times 8.8
at off-center [mm] (tan. \times rad. (\times axial))	12 \times 11.4 [15cm off-center]	8.1 \times 6.9 [8.5cm off-center]	8.0 \times 9.0 \times 9.7 [12cm off-center]	5.7 \times 6.5 \times 10.3 [11cm off-center]

*) Laboratoire d'Electronique et de Technologie de l'Informatique.

***) An improvement for spatial resolution is achieved by wobbling the gantry.

****) See subsection 5.2.3.

*****) See subsection 5.2.3.

5.2.3 従来の TOF-PET 画像再構成手法と問題点

ここでは、従来の TOF-PET 画像再構成手法であるデコンボリューション法^{[5-2],[5-8],[5-9]}および Ishii's method^[5-10]について概説し、従来法の問題点を明らかにする。

まず、TOF-PET の画像再構成手法の基本となるデコンボリューション(deconvolution)法^[5-8]について説明し、confidence weighting algorithm^[5-2]へと拡張する。デコンボリューション法では、**Fig. 5.2.2** に示すような2次元の観測系モデルを用いる。2次元の核種分布を連続関数 $f(x,y)$ で表し、観測データを連続関数 $g(\theta,s,l)$ で表す。以下、大文字の変数 X,Y,S は、それぞれ小文字の変数 x,y,s のフーリエ空間における座標を示す。 $g(\theta,s,l)$ と $f(x,y)$ の関係は次式で与えられる。

$$g(\theta,s,l) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x',y')\eta(l-l')dl' \quad (5-2-2)$$

$$\text{ただし、} x' = l' \cos \theta - s \sin \theta, \quad y' = l' \sin \theta - s \cos \theta .$$

ここで、 $\eta(l)$ は TOF 計測の応答関数を表す。デコンボリューション法では、再構成像 $f_c(x,y)$ は次式で表される。

$$f_c(x,y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\theta,s',l')w(l-l')q(s-s')dl'ds'd\theta \quad (5-2-3)$$

$$\text{ただし、} s = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad l = -x \sin \theta + y \cos \theta .$$

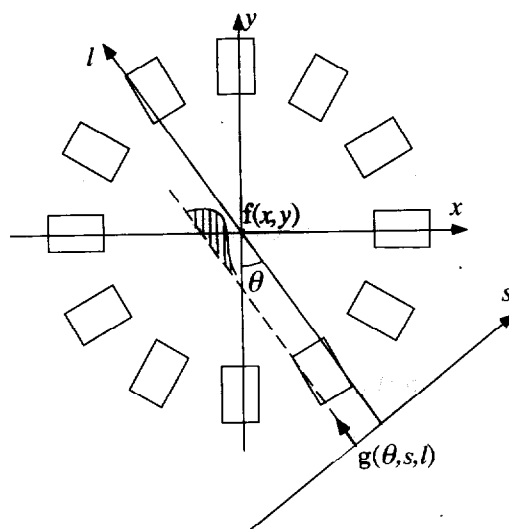


Figure 5.2.2: Geometrical model of TOF-PET measurement system.

ここで、 $w(l)$ は逆投影関数(weighting function)、 $q(s)$ は再構成フィルタである。(5-2-3)式は、次式のように書き換えることができる。

$$f_p(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty g(\theta, s, l') w(l-l') dl' d\theta \quad (5-2-4)$$

$$\begin{aligned} f_e(x, y) &= f_p(x, y) ** \tilde{q}(x, y) \\ &= \mathcal{F}^{-1} \{ F_p(X, Y) \tilde{Q}(X, Y) \} \end{aligned} \quad (5-2-5)$$

ここで、**は2次元のコンボリューション演算子、 \mathcal{F}^{-1} は2次元の逆フーリエ変換演算子、 $F_p(X, Y)$ は $f_p(x, y)$ の2次元フーリエ変換、 $\tilde{Q}(X, Y)$ はフーリエ空間における再構成フィルタを表す。(5-2-4)式は、カウント毎に逆投影を行うことで、リアルタイムに preimage $f_p(x, y)$ を得られることを示している[59]。そして、(5-2-5)式に従い、preimage に対して2次元のデコンボリューションを行い再構成像を得る。

再構成フィルタ $\tilde{Q}(X, Y)$ は、回転対称な関数である再構成像の点広がり関数(point spread function; PSF)が Dirac のデルタ関数に一致する条件から決定される。TOF 計測の応答関数 $\eta(l)$ は、一般に分散 σ_l のガウス関数で表せる。ここで、TOF 計測の半値幅 w_l は、 $w_l = \sqrt{8 \ln 2} \sigma_l$ である。また、逆投影関数 $w(l)$ は、無限の大きさをもつ一様ファントムの再構成像の分散を最小にする条件から、 $w(l) = \eta(l)$ と決定される。このとき、再構成フィルタ $\tilde{Q}(X, Y)$ は次式で与えられる[51]。

$$\tilde{Q}(X, Y) = \frac{\exp(-2\pi^2 \sigma_l^2 (X^2 + Y^2))}{\exp(-2\pi^2 \sigma_l^2 (X^2 + Y^2)) I_0(2\pi^2 \sigma_l^2 (X^2 + Y^2))} \quad (5-2-6)$$

ここで、 I_0 は第1種0次ベッセル関数(0th order Bessel's function of the first kind)である。また、 σ_l は再構成像の PSF の半値幅 w_p より決定される分散である。(5-2-6)式を再構成フィルタに用いたデコンボリューション法は confidence weighting algorithm と呼ばれる。

デコンボリューション法は、リアルタイムな逆投影演算の可能性をもつ一方で、2次元フーリエ変換によるフィルタ処理を必要とする。ここでは、1次元のコンボリューション演算を用いた TOF-PET の画像再構成手法である Ishii's method について概説する。TOF 計測の応答関数 $\eta(l)$ を半値幅 w_l のガウス関数

$$\eta(l) = \frac{1}{w_l} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{l}{w_l}\right)^2 \ln 2\right) \quad (5-2-7)$$

で表すと、Ishii's method による再構成像 $f_c(x,y)$ は次式で表される。

$$f_c(x,y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty g(\theta, s', l) q_{\text{TOF}}(s - s') ds' d\theta \quad (5-2-8)$$

$$\text{ここで、} s = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad l = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

再構成像の PSF は、元の核種分布 $f(x,y) = \delta(x)\delta(y)$ の再構成像として得ることができる。ここで、 $\delta(x)$ は Dirac のデルタ関数を表す。Ishii's method の再構成フィルタは、(5-2-8)式における PSF が FBP 法の PSF と一致するという条件から、以下のようになる。

$$q_{\text{TOF}}(s) = \frac{\pi(w_t)^2}{\ln 2} q_{\text{m}}(s) \eta(s) \quad (5-2-9)$$

ここで、 $q_{\text{m}}(s)$ は FBP 法における Ramachandran フィルタの実空間関数である。デコンボリューション法が 1 カウント毎に逆投影を行うのに対して、Ishii's method は、FBP 法と同様に観測データを蓄えた後に画像再構成を行う。よって、TOF 情報は離散化して蓄える必要がある。

以上より、従来の TOF-PET 画像再構成手法であるデコンボリューション法および Ishii の手法は、観測データが線積分値で得られると仮定している FBP 法を基にして導出された、連続・連続モデルに基づく手法である。よって、それらの手法は、TOF-PET 観測系を正しくモデル化していないため、本来観測系がもつ TOF 情報のポテンシャルを十分に引き出せず、再構成像の画質の向上を制限している。

5.3 TOF-PET 観測系のモデル化と GARDS の適用

本項では、連続・離散モデルに基づき TOF-PET 観測系をモデル化する。まず、 j 番目の検出器対(jA および jB)で 1 対の γ 線を検出することを考え、 γ 線の飛行経路に沿った直線を l とする。そして、物体 $f(l)$ に対して、 j 番目の検出器対で観測される TOF 情報 $g_j(l)$ を(5-2-1)式を用いて空間の情報に変換したものを $g_j(l)$ とすると、それらの関係は、

$$g_j(l) = f(l) * \eta(l) \tag{5-3-1}$$

与えられる(Fig. 5.3.1(a),(b))。ここで、 $\eta(l)$ は TOF 計測の空間応答関数、 $*$ はコンボリューション演算を表す。文献[5-11]の実験結果から、TOF 計測の空間応答関数はガウス関数で表すことができ、また検出器対のインデックス j や検出器間の位置 l に依存しないことが知られている。

次に、TOF 計測の時間分解能を考慮して、各データ bin における観測データの統計誤差を抑制するために、TOF 情報 $g_{m,n}(t)$ を区間 $t_0 - \Delta t/2 < t < t_0 + \Delta t/2$ で積分し、離散化された TOF 情報を次式のように定義する。

$$g_{j,t_0} = \int_{t_0 - \Delta t/2}^{t_0 + \Delta t/2} g_j(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} g_j(t) \text{rect}\left(\frac{1}{\Delta t}(t - t_0)\right) dt \tag{5-3-2}$$

ここで、 Δt は TOF 計測の時間分解能から決定される積分時間を表す。(5-2-1)式を用いて、離散化された TOF 情報を空間的な TOF 情報に変換すると、離散化された空間的な TOF 情

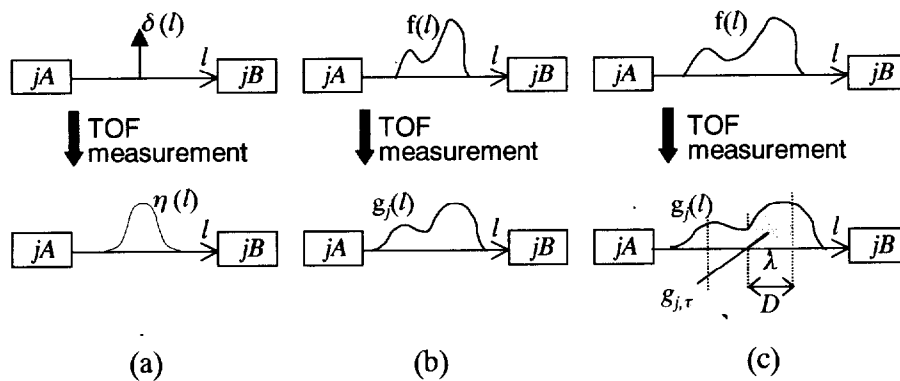


Figure 5.3.1: TOF measurement of photon pairs using a pair of detectors: (a) impulse response function of the TOF measurement, (b) TOF measurement data of the distribution of nuclides. These two are continuous representation. (c) Discrete TOF measurement data.

報 $g_{j,\tau}$ を得る。

$$g_{j,\tau} = \int_{\lambda-D/2}^{\lambda+D/2} g_j(l) dl = \int_{-\infty}^{\infty} g_j(l) \text{rect}\left(\frac{1}{D}(l-\lambda)\right) dl \quad (5-3-3)$$

ここで、 $D \equiv c \Delta t/2$ は空間方向の積分区間を表す (Fig. 5.3.1 (c))。インデックス τ は、検出器対の間に定義される空間的な TOF 情報のデータ bin を示す。(5-3-1)式を(5-3-3)式に代入すると、次式を得る。

$$g_{j,\tau} = \int_{-\infty}^{\infty} h^{\text{TOF}}_{\tau}(l) f(l) dl \quad (5-3-4)$$

ここで、 $h^{\text{TOF}}_{\tau}(l)$ は、次式で定義される TOF 計測の空間的な感度分布関数を表す。

$$h^{\text{TOF}}_{\tau}(l) = \text{rect}\left(\frac{1}{D}(l-\lambda)\right) * \eta(l). \quad (5-3-5)$$

以上の TOF 計測のモデルを第 3 章で述べた PET 観測モデルに導入すると、物体を表す連続関数 $f(\mathbf{r})$ と、 j 番目の検出器対における τ 番目の TOF 計測データ bin で得られる観測データ $g_{j,\tau}$ の関係は、次式でモデル化される。

$$g_{j,\tau} = \int_C h_{j,\tau}(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (5-3-6)$$

ここで、感度分布関数 $h_{j,\tau}(\mathbf{r})$ は、(3-2-5)式に(5-3-5)式を導入することによって、次式のように表される。

$$h_{j,\tau}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \{1 - \exp[-\mu l_{jA}(\Omega, \mathbf{r})]\} \{1 - \exp[-\mu l_{jB}(\Omega, \mathbf{r})]\} \\ \cdot \exp[-\mu \bar{l}_{jA}(\Omega, \mathbf{r})] \exp[-\mu \bar{l}_{jB}(\Omega, \mathbf{r})] \cdot h^{\text{TOF}}_{\tau}(l(\Omega, \mathbf{r})) d\Omega \quad (5-3-7)$$

これは、点 \mathbf{r} で生じた消滅 γ 線が j 番目の検出器対の τ 番目の TOF 計測 bin で観測される確率を表しており、 $l(\Omega, \mathbf{r})$ は γ 線の飛行経路に沿った直線を表す (Fig. 5.3.2)。その他の記号については、第 3 章で述べた通りである。また、第 3 章で用いた仮定と同様に、ここでは、人体およびシンチレータ内の γ 線の散乱は無視し、人体による γ 線の吸収は完全に補正されることを仮定している。特に、TOF 計測を行うことによって、散乱同時計数およびランダムが効果的に除去される [5-11] ことから、人体による散乱を無視した仮定は妥当であると考えられる。また、positron range や angular deviation の効果もここでは考慮していないが、その物理的特性が既

知であれば簡単に導入することができる。(5-3-7)式において、TOF 計測の感度分布を取り除くと、TOF 情報を用いない通常の PET 観測系の感度分布となる。

以上により、TOF-PET 観測系を連続・離散モデルに従い線形的にモデル化することができた。そして、代数的な画像再構成手法を適用することによって、TOF-PET 観測系がもつポテンシャルを活かした画像再構成を行うことができる。ここでは、連続・離散モデルに基づく画像再構成手法である GARDS を適用する。

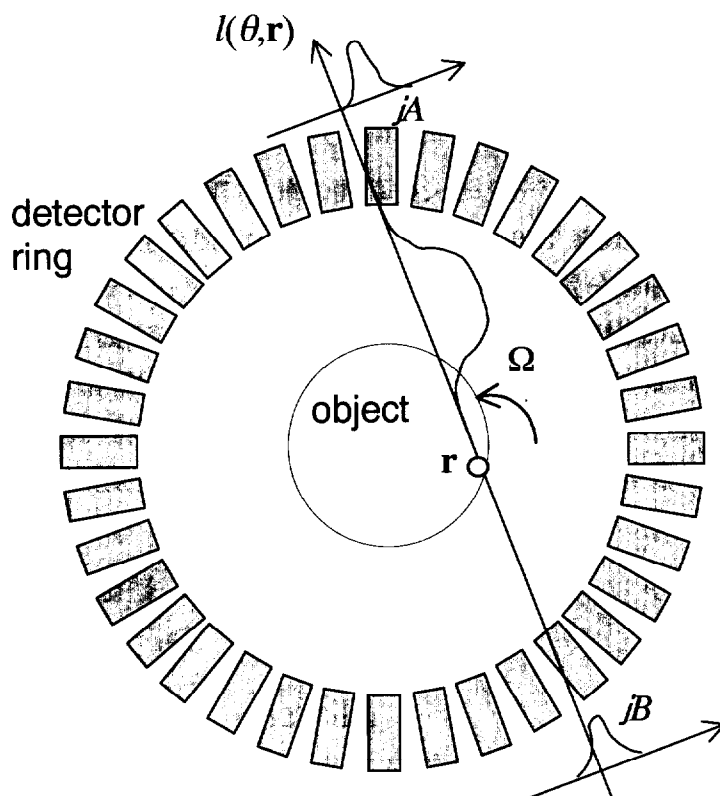


Figure 5.3.2: Geometrical model of TOF-PET measurement system.

5.4 計算機シミュレーション

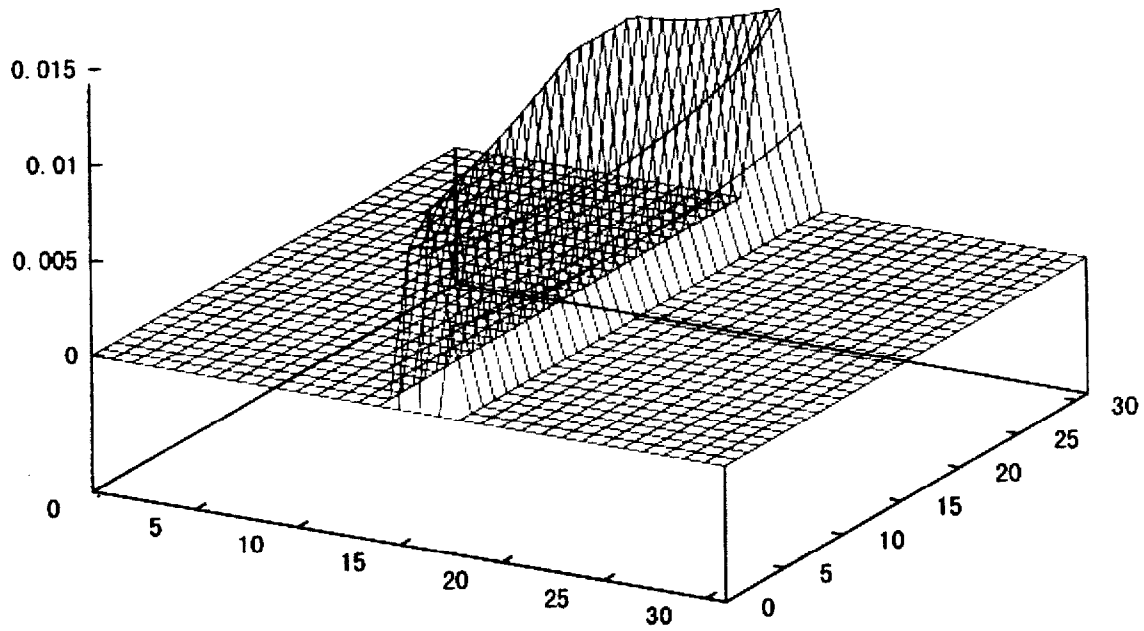
本節では、計算機シミュレーションを行い、TOF 情報の付加による PET 画像の画質向上を評価する。ここでは、一般的なシンチレータである BGO に比べ、TOF-PET で従来用いられてきた BaF₂ は γ 線の検出効率が十分に高くないことを考慮し、TOF-PET 装置と non-TOF PET 装置の感度を等しく設定した計算機シミュレーションに加えて、TOF-PET 装置の感度を non-TOF PET 装置の半分に設定した計算機シミュレーションも行う。GARDS は、物体に対する仮定を用いずに、観測系のもつ伝達特性に従った画像再構成を行うことから、PET 装置自体の特性を再構成像の視点から評価することができる。

5.4.1 TOF-PET 観測系

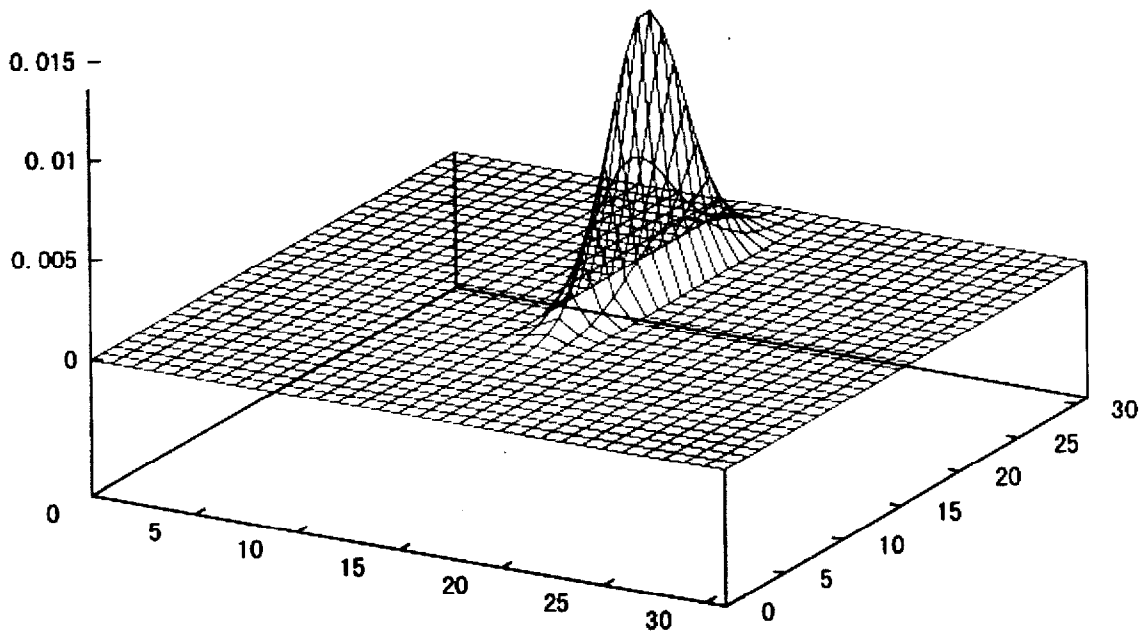
計算機シミュレーションでは、第 3 章の計算機シミュレーションで用いた頭部診断用の小型 PET に TOF 計測の機能を追加した観測系を仮定する。PET 装置の各パラメータは第 3 章で示した通りである。シンチレータは時間分解能 400 ピコ秒 (位置分解能 $400 \times 10^{-12} \times c/2 = 60 \times 10^{-3} \text{ m}$) 程度の BaF₂ を仮定し、TOF 計測の空間応答関数は半値幅 57.5mm のガウス関数とした。本手法では TOF 情報を離散化するが、その離散化幅 D は、D. G. Politte らによる考察 [5-14] を参考にして、TOF 計測の応答関数の半値幅 (57.5mm) と等しくした。TOF 情報の離散化数は、物体領域の直径を離散化幅で割ることによって、 $230/57.5=4$ となる。各パラメータを以下にまとめる。

ディテクタリング直径	: 420mm
物体領域直径	: 230mm
ディテクタ数	: 128 / ring
シンチレータの開口	: $10.2 \times 10.2 \text{ mm}$
シンチレータ	: BaF ₂
TOF 計測の空間分解能	: 57.5 mm (FWHM)
TOF 計測の離散化幅	: $D=57.5 \text{ mm}$
TOF 計測の bin 数	: 4
観測データ数 (non-TOF)	: 49 ディテクタ bin \times 64 方向 ($N=3,136$)
観測データ数 (TOF)	: 49 ディテクタ bin \times 4 TOF bin \times 64 方向 ($N=12,544$)

感度分布関数は、non-TOF PET 装置では(3-2-5)式に従って、TOF-PET 装置では(5-3-7)式に従って求めた。両者の感度分布関数の例を Fig. 5.4.1 に示す。



(a) Conventional (non-TOF) PET



(b) TOF-PET

Figure 5.4.1: Examples of the sensitivity function, for (a) the conventional (non-TOF) PET scanner, and (b) the TOF-PET scanner.

5.4.2 再構成像の画質評価基準

再構成像の画質は、空間解像度、hot spot のコントラスト回復(hCR)、一様領域の標準偏差(normalized standard deviation; NSD)を用いて評価する。空間解像度は、中心から 25mm, 50mm, 75mm, 100mm 離れた点に位置する点線源の観測データに対して画像再構成を行い、その radial 方向および tangential 方向の半値幅(full widths at half maximum; FWHM)の平均値として定義する。また、hCR は、hot spot phantom (Fig. 5.4.2)の再構成像を用いて、次式で定義される。

$$\text{hCR} = \frac{m_H - m_B}{m_B} / \text{hCR}_{\text{ORG}} \quad (5-4-1)$$

hot spot phantom は、直径 200 mm の円筒(warm)の中に 3 本の直径 20 mm の円柱(hot)が入っており、円筒と円柱の核種濃度比は 1:5 である。ここで、 m_H は円柱(hot)の内側に設定された注目領域(region of interest; ROI)内の平均値、 m_B は円筒(warm)領域に設定した数個の ROI 内の平均値を表す。また、 hCR_{ORG} は原物体のコントラストを表し、ここでは $\text{hCR}_{\text{ORG}}=4$ である。そして、3つの hot spot について求めた hCR を平均化したものを評価値として用いる。hot spot phantom に対する観測データのトータルカウントは、2M カウントとする。また、一様領域の標準偏差(NSD)は、再構成像におけるノイズの影響を示す指標であり、一様ファントムの再構成像を用いて、次式で定義される。

$$\text{NSD} = \frac{\sqrt{\sigma_B^2}}{m_B} \quad (5-4-2)$$

ここで、 σ_B^2 および m_B は、それぞれ ROI 内における RI カウントの分散および平均値を表す。

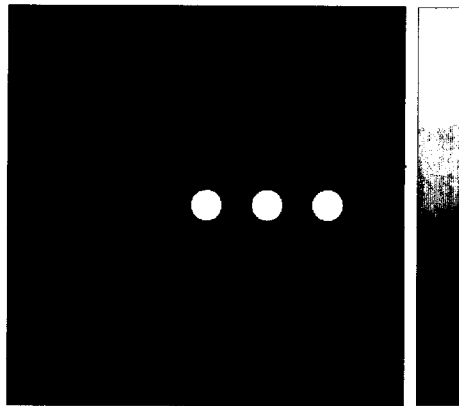


Figure 5.4.2: The Simulated mathematical phantom of 200 mm diameter containing three cylinders of 20 mm diameter placed at center, 40 and 80 mm off center. The cylinders were filled with activity at a ratio of 5:1 with respect to the warm background.

5.4.3 結果

まず、TOF-PET 装置の感度が、non-TOF PET 装置の感度と等しい場合を仮定した。そして、non-TOF PET 観測系および TOF-PET 観測系にそれぞれ GARDS を適用し、TOF 情報を付加することの効果調べた。また、観測系の正確なモデル化による効果を示すために、non-TOF PET 観測系に FBP を、また TOF-PET 観測系に Ishii の方法^[9,10]を適用した。Fig. 5.4.3 に空間解像度および hCR と NSD の関係をプロットする。ここで、GARDS および FBP では、それぞれ正則化パラメータの値および Shepp&Logan フィルタのカットオフ値を変化させた。FBP のカットオフ値は、ナイキスト周波数 Nq に対して、 $1.0 Nq$ から $0.125 Nq$ まで変化させた。non-TOF PET 観測系および TOF-PET 観測系にそれぞれ GARDS を適用した結果から、TOF 情報を付加することによって再構成像の画質が向上することが分かる。特に、再構成像の空間解像度あるいはコントラスト回復が特定のレベルになるように画像再構成を行う場合、TOF 情報の付加によって大幅にノイズの影響を抑えることができる。また、TOF-PET 観測系において Ishii の方法と GARDS をそれぞれ適用した結果を比較すると、観測系の正確なモデル化により、空間解像度およびコントラスト回復が向上することが分かる。non-TOF PET 観測系において FBP および GARDS をそれぞれ適用した結果からも、同様なことが示される。なお、本シミュレーションでは検出器数が比較的少ない観測系を仮定したため、TOF 情報の付加による効果よりも観測系のモデル化の効果のほうが大きく表れている。臨床 PET 装置など検出器の多い観測系に適用した場合は、TOF 情報の付加による効果が強く現れると考えられる。また、Ishii の手法は、TOF 情報を連続系で取扱うモデルに従って導出される手法であるため、本シミュレーションでは FBP に比べ TOF 情報の付加による効果は見られなかった。脳計算機ファントムに対する再構成像の例として、non-TOF PET 観測系および TOF PET 観測系にそれぞれ GARDS を適用した結果を Fig. 5.4.4 に示す。ここでは、両者の空間解像度が同じ値(7.0 mm)となるように正則化パラメータを調整した。トータルカウントは 100k である。これより、空間解像度が同じ場合、TOF 情報を付加することによって、再構成像の SN 比が向上することが分かる。

次に、H. C. Gifford らの研究^[9,15]を参考にして、TOF-PET 装置の感度が non-TOF PET 装置の半分である場合を仮定した。実際は、TOF-PET 装置の感度を固定し、non-TOF PET 装置の感度を 2 倍にした。同様に空間解像度および hCR と NSD のトレードオフをプロットした結果を Fig. 5.4.5 に示す。ここで、non-TOF PET (LOW)は TOF-PET 装置と感度が同じ場合、non-TOF PET (HIGH)は TOF-PET 装置の 2 倍の感度をもつ場合を示す。これより、2 倍の感度の差がある場合、TOF 情報の付加による効果は、感度が同じ場合に比べて低減し、特にコントラスト回復については顕著な差が見られなくなることが分かる。よって、本シミュレーションで仮定した装置では、TOF 情報の付加により再構成像の画質が向上するためには、TOF-PET 装置が non-TOF PET 装置の約半分以上の感度をもつ必要があると言える。

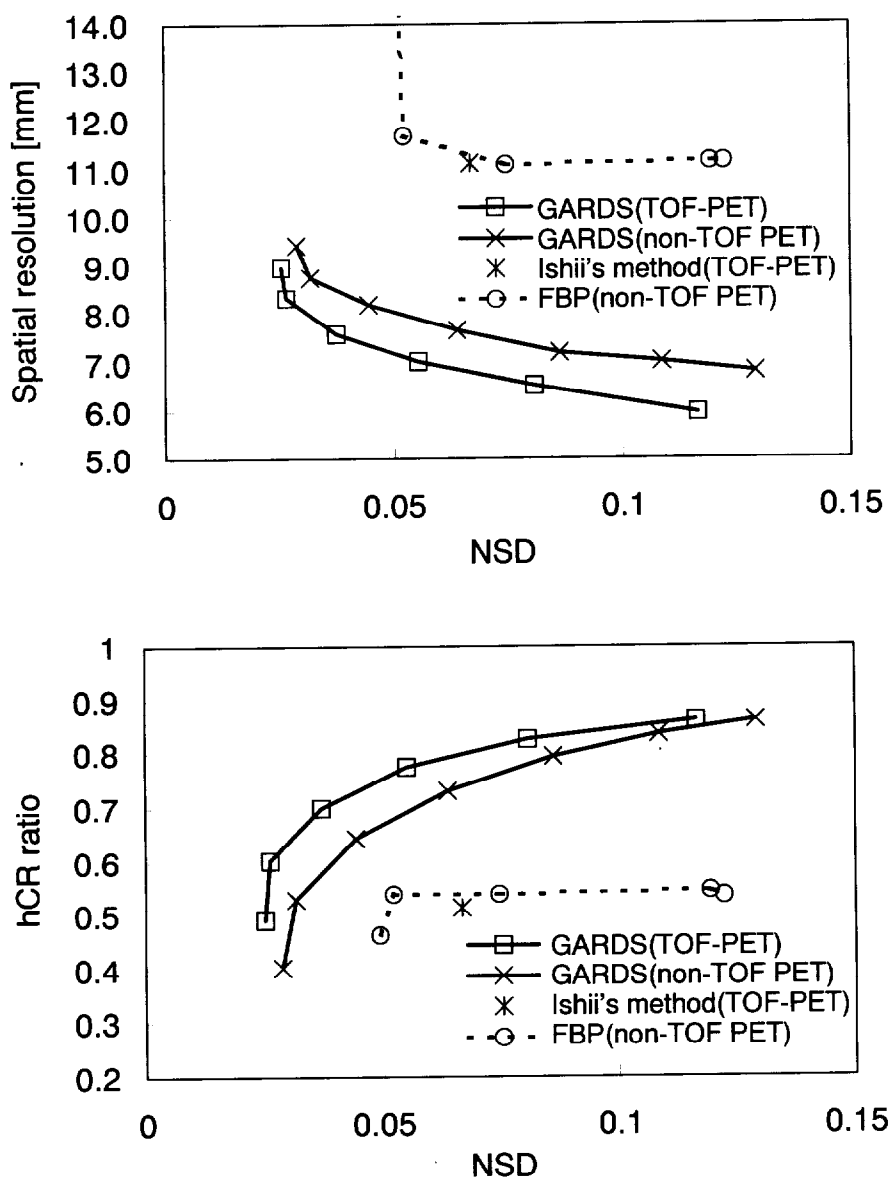


Figure 5.4.3: Graphs showing the trade-off between background noise (NSD) and spatial resolution (top), and the trade-off between background noise (NSD) and contrast recovery (CR) (bottom), using GARDS with different values of regularization parameter and FBP with a Shepp and Logan filter of different cut-off frequencies.

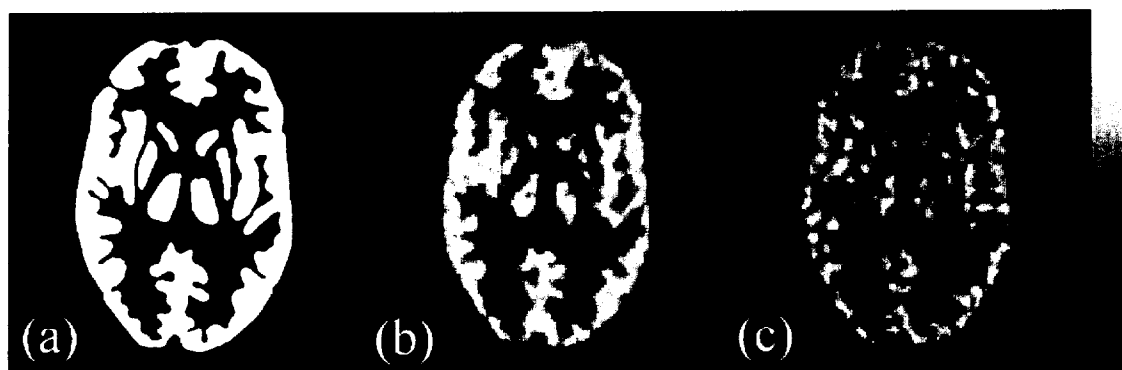


Figure 5.4.4: (a) Original source distribution of the numerical brain phantom, and reconstructed images using (b) GARDS for TOF-PET and (c) GARDS for non-TOF PET. These reconstructed images were compared at the same spatial resolution (spatial resolution=7.00 mm).

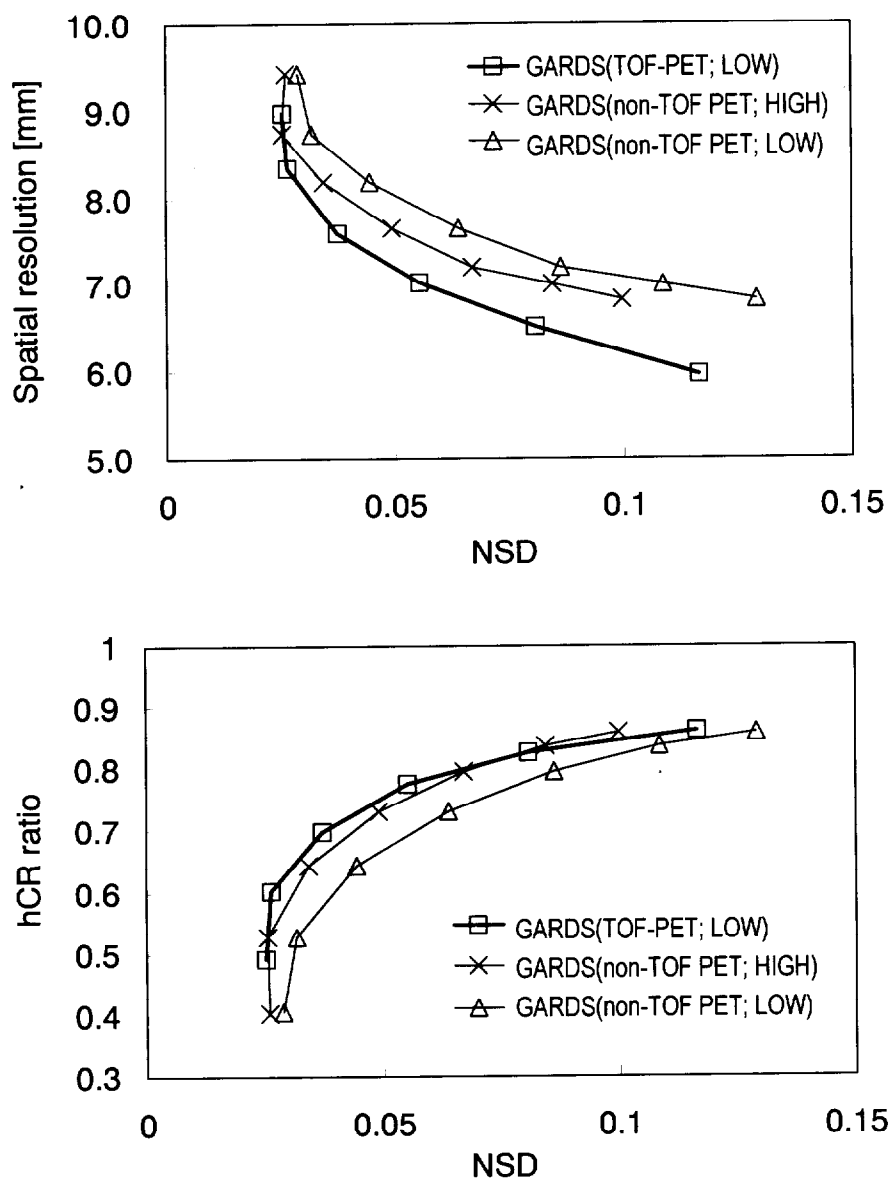


Figure 5.4.5: Graphs showing the trade-off between three FOMs, using GARDS with different values of regularization parameter for TOF-PET (low), non-TOF PET (low) and non-TOF PET (high).

本シミュレーションでは、GARDS に対して第 3 章で提案した高速演算手法を適用した。前処理に用いる多項式の次数は $k=10$ とした。Alpha 500MHz PC において 1 スライス of 再構成に必要な計算時間は、高速演算手法を用いない場合で 47 分、高速演算手法を用いた場合で 8 分である(Fig. 5.4.6)。なお、前処理には約 12 時間の計算時間を要するが、この計算は PET 装置に対して 1 度計算・保存すれば十分であり、スキャン毎に計算する必要はない。

TOF 情報は感度分布関数を局在化する効果があるため、物体のある 1 点に対して寄与の大きい観測データは大幅に限定される。よって、第 4 章で提案した近似手法を TOF-PET 観測系に適用した場合、計算コスト削減の効果は非常に大きいと考えられる。近似手法の TOF-PET 観測系への適用およびその効果の評価は、今後の課題である。

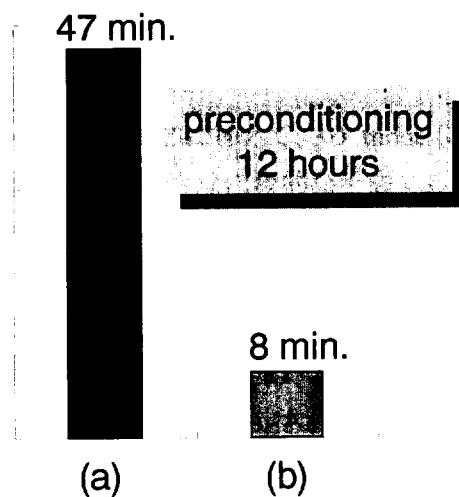


Figure 5.4.6: Calculation time to reconstruct one image slice from TOF-PET data on Alpha 500MHz PC, using (a) GARDS without the preconditioning and (b) GARDS with the preconditioning ($k=10$).

5.5 第 5 章のまとめ

本章では、PET 画像の画質向上を目的として、TOF 情報を利用した代数的な画像再構成手法を提案した。連続・離散モデルに従った観測系のモデル化によって、再構成像の空間解像度およびコントラスト回復を向上し、さらに TOF 情報を付加することで、再構成像の SN 比の向上を実現した。そして、従来の TOF-PET 装置と同程度の時間分解能をもつ観測系を仮定した計算機シミュレーションを行い、提案手法の有効性を示した。

臨床用 PET 装置で広く用いられているシンチレータである BGO と比べると、従来の TOF-PET 装置で用いられた BaF₂ は、時間分解能が優れる反面、検出効率が悪いことが指摘されている。TOF-PET 装置の感度特性を考慮した計算機シミュレーションを行った結果、TOF-PET 装置の感度が通常の PET 装置の約半分以上であれば、TOF 情報を付加することによって PET 画像の画質を向上できることを示した。近年、BGO に代わるシンチレータとして LSO が注目されており、LSO を使用した研究ベースの PET 装置が開発されている^[24],^[29],^[16],^[17]。さらに、LSO が比較的時分解能に優れることから、LSO を用いた TOF-PET 装置の可能性が報告されている^[13]。今後は、LSO を用いた TOF-PET 装置の開発に期待したい。

近年の PET 装置は、検出器数の増加に加えて、3D mode による計測が進められており、観測データ数は膨大になっている。本手法は代数的な手法であるため、観測データ数が大きい場合、膨大な計算コストを要するが、第 3 章で提案した高速演算手法および第 4 章で提案した近似手法によって、大幅に計算時間を短縮することができる。計算機シミュレーションでは、高速演算手法を適用した結果、計算時間を約 1/6 に短縮することができた。また、TOF 情報の付加によって感度分布関数が局在化されるため、全体の観測データ数に対して物体空間の 1 点あたりに寄与する観測データは大きく限定される。よって、近似手法を適用した場合、観測データの選定によって、計算コストを大幅に削減できると考えられる。

第 6 章

結論

本研究では、PET 画像の画質向上を目的として、PET 観測系を正確にモデル化し、代数的な画像再構成手法を適用した。そして、計算時間を削減するために、逆行列計算の収束性を高める手法、および観測データから PET 画像を得るオペレータを近似的に求める手法を提案した。さらに、統計ノイズを抑制するために、time-of-flight (TOF) 情報を利用した画像再構成手法を提案した。計算機シミュレーションおよびファントム実験を行った結果、高精度な PET 画像が高速に得られること、および TOF 情報により PET 画像の SN 比が向上することを明らかにした。

第 3 章では、PET 観測系をモデル化し、離散データからの一般的な逆推定手法である GARDS を適用した。そして、逆行列計算を高速に演算する手法を提案した。GARDS は、物体に対する仮定を用いずに観測系の伝達特性に従った画像再構成を行う手法であるため、FBP 法など従来の解析的手法に比べ再構成像の画質を向上する。また、高速演算手法は、再構成像の精度に影響を与えずに、GARDS を用いた画像再構成計算を高速化する。そして、小型 PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、観測系の正確なモデル化によって PET 画像の画質が向上すること、および高速演算手法によって計算が高速化されることを示した。しかし、GARDS は観測データ数と等しい次元の行列を扱うため、大規模な PET 観測系に適用した場合、計算コストの増加は避けられない。

第 4 章では、近似および前処理を用いて画像再構成に必要な計算時間を削減する手法を提案した。具体的には、物体空間の 1 点毎に寄与の大きい観測データを選定することによって行列の大きさを縮小し、各点ごとに再構成オペレータを予め計算した。そして、臨床 PET 装置におけるシミュレーションデータおよびファントム実験データを用いて、本手法によって、FBP 法と同程度の計算時間で、GARDS と同程度の再構成像が得られることを示した。

第 5 章では、TOF 情報を用いて PET 画像の SN 比を向上することを目的として、TOF-PET 観測系を正確にモデル化し、GARDS を適用した。そして、小型の TOF-PET 装置を仮定した計算機シミュレーションを行い、TOF 情報を付加することによって再構成像の画質が向上することを示した。近年、新たに開発された高性能な検出素子を用いた TOF-PET 装置の可能性が報告されており、本手法を用いた PET 画像の画質向上が期待される。

小型動物を用いた薬学・脳機能研究や人間の高次脳機能研究では、定量性および空間解像度の高い PET 画像が望まれている。第 3 章で提案したアプローチは、正確な観測系モデルに基づき、離散データから連続物体を逆推定する。このアプローチは、FBP 法に比べ大きな計算時間を要するが、計算コストよりも PET 画像の精度を重視する動物研究や脳研究分野において有効であると考えられる。一方、臨床では、通常検査プロトコルに従い日常的に PET 検査が行われるため、実用的な計算コストにおける再構成像の画質向上が望まれている。¹⁸F-FDG を用いた PET 検査では、約 1 時間の検査時間において、63 スライスの画像を約 10 ~ 20 フレーム取得することから、単純計算すると、1 スライスあたりの計算時間は 3 秒 ~ 6 秒程度が適当である。よって、第 4 章で提案した手法は、臨床利用において十分実用的であると

言える。また本手法は、3章で提案した手法と同程度の画質を有する再構成像が得られるため、高度なPET画像診断に多いに貢献できる。PET画像の画質の向上は、診断精度の向上だけでなく、検査時間や核種投与量の削減をはじめ、脳内神経伝達物質など微量物質のイメージングに役立つと期待できる。

近年、癌、痴呆、動脈硬化性疾患の予防、早期発見、治療の高度化を目指して、遺伝子発現に起因するタンパク質、神経伝達物質など、細胞・分子レベルの微量物質の生体内イメージングが望まれている。これに対して、平成12年度より放射線医学総合研究所を中心として、感度・空間解像度・計数率特性がともに優れる次世代のPET装置の開発が進められている^{[6]4}。体軸方向視野の拡大、検出効率の高いシンチレータの開発、depth-of-interaction (DOI)情報^{[6]1}-^{[6]3}の利用、検出器ユニットおよびデータ収集系の改良など、新しいさまざまな要素技術を開発してPETの潜在能力を引き出すと共に、データ補正や画像再構成など、複雑化する観測系に特化した新たなデータ処理手法の開発が望まれている。本論文で提案した画像再構成手法は、複雑な観測系も正確にモデル化することができるため、次世代PET装置のデータ処理に多いに貢献できる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、ご指導、ご教示いただきました大山永昭教授、喜多紘一教授、山口雅浩助教授、石井克典助教授、小尾高史助手に心より感謝します。

また、本論文をまとめるにあたり有益なご助言、ご提言をいただきました内川恵二教授、小林隆夫教授、長橋宏教授に慎んで謝意を表します。

また、貴重なご助言をいただきました放射線医学総合研究所の村山秀雄先生、外山比南子先生、千葉大学の羽石秀昭先生、北里大学の長谷川智之助手をはじめ、放射線医学総合研究所核医学物理セミナーのみなさまに感謝します。放射線医学総合研究所には、高度診断機能研究ステーションの研究生として、また平成12年度からは直接雇用型若手研究者として、多いにお世話になりました。さらに、放射線医学総合研究所立体計測研究班および次世代PET開発研究班の先生方からは、有益なご助言をいただきました。また、村山先生およびシーメンス旭メディテック株式会社の松浦元博士には、ファントム実験に関して多大なるご協力をいただきました。ありがとうございました。

また、本学客員助教授であった長谷川玲博士、本学卒業生の角田貢博士、三村昌弘博士をはじめ卒業生の皆様には、様々な分野にわたりご助言、ご討論をいただき、ありがとうございました。

本学の牧野事務官、大山研究室の西澤正子さん、加藤志麻さん、飯塚由紀さんをはじめとして、ご退職された広瀬美佳さん、福島聖子さん、清水恵美子さんには研究室におけるいろいろな面でお世話になりました。

また、大山・山口・喜多・石井研究室の皆様には、研究および生活の両面において多いにお世話になりました。

末筆ながら、日本育英会および手島工業教育資金団には、学生生活を資金面からバックアップしてくださいました。ありがとうございました。

2000年8月

山谷 泰賢

Appendix: 最近の PET 装置

最近の PET 装置について、(1)商用・従来の PET 装置、(2)新しい試作機、(3)概念設計の3つに分類し、その一部を次ページに紹介する。

表の参考文献

- Bailey DL, Young H, Bloomfield PM, Meikle SR, Glass D, Myers ML, Spinks TJ, Watson CC, Luk P, Peters AM and Jones T 1997 ECAT ART-a continuously rotating PET camera: performance characteristics, initial clinical studies, and installation consideration in a nuclear medicine department *Euro. J. Nucl. Med.* **24** 6-15
- Bergstrom M, Litton J, Eriksson L, Bohm C and Blomqvist G 1982 Determination of object contour from projections for attenuation correction in cranial positron emission tomography *J. Comput. Assist. Tomogr.* **6** 365-382
- Chatziioannou A, Dahlbom M and Hoh CK 1994 Study on the use of transmission scans for whole body PET attenuation correction *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **41** 1545-1550
- Chatziioannou AF, Cherry SR, Shao Y, Silverman RW, Meadors K, Farquhar TH, Pedarsani M and Phelps ME 1999 Performance evaluation of microPET: a high-resolution lutetium oxyorthosilicate PET scanner for animal imaging *J. Nucl. Med.* **40** 1164-1175
- Cherry SR and Huang SC 1991 Effects of scatter on model parameter estimation in 3D PET studies of the human brain *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **42** 1174-1179
- Cherry SR, Shao Y, Siegel S et al 1996 Optical fiber readout of scintillator arrays using a multi-channel PMT *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **43** 1932-1937
- Cherry SR, Shao Y, Silverman RW, Meadors K, Siegel S, Chatziioannou A, Young JW, Jones WF, Moyers JC, Newport D, Boutefnouchet A, Farquhar TH, Andreaso M, Paulus MJ, Binkley DM, Nutt R and Phelps ME 1997 MicroPET: a high resolution PET scanner for imaging small animals *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **44** 1161-1166
- Correia JA, Burnham CA, Kaufman D and Fischman AJ 1999a Development of a small animal PET imaging device with resolution approaching 1mm *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **46** 631-635
- Correia JA, Burnham CA, Kaufman D and Fischman AJ 1999b Performance of small animal PET instrument with 1mm resolution *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC* M7-32
- Defrise M, Townsend D, Bailey D, Geissbuhler A, Michel C and Jones T 1991 A normalization technique for 3D PET data *Phys. Med. Biol.* **36** 939-952
- deKemp RA and Nahmias C 1994 Attenuation correction in PET using single photon transmission measurement *Med. Phys.* **21** 771-778
- Freifelder R, Karp JS, Geagan M and Muehllehner G 1994 Design and performance of the HEAD PENN-PET scanner *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **41** 1436-1440

Fujiwara T, Watanuki S, Yamamoto S, Miyake M, Seo S, Itho M, Ishii K, Orihara H, Fukuda H, Satoh T, Kitamura K, Tanaka K and Takahashi S 1997 Performance evaluation of a large axial field-of-view PET scanner:SET-2400W *Annals of Nuclear Medicine* **11** 307-313

Guerra AD, Notaristefani FD, Domenico GD, Giganti M, Pani R, Piffanelli A, Turra A and Zavattini G 1996 Use of a YAP:Ce matrix coupled to a positron-sensitive photomultiplier for high resolution positron emission tomography *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **43** 1958-1962

Guerra AD, Domenico GD, Scandola M and Zavattini G 1998 YAP-PET: first results of a small animal positron emission tomograph based on YAP:Ce finger crystals *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **45** 3105-3108

Guerra AD, Damiani C, Domenico GD, Giganti M, Motta A, Piffanelli A, Uccelli L, Zavattini G, Bettinardi V, Gilardi MC, Moresco RM and Fazio F 1999 First in vivo studies on rats with the YAP-PET scanner crystals *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC* M10-45

Hasegawa T, Wada Y, Murayama H and Nakajima T 1999 Basic performance of the PET scanner, EXACT HR+, with adjustable data-acquisition parameters *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **46** 652-658

Jones W, Vaigneur K, Young J, Reed J, Moyers C and Nahmias C 1995 The architectural impact of single photon transmission measurements on full ring 3-D positron tomography *IEEE MIC Conf. Rec.* **2** 1026-1030

Kao CM, Chen CT and Pan X 1999 Accurate image reconstruction for DOI-PET systems and its implications for the development of economic, compact PET (ezPET) systems *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC* M8-6

Karp JS, Freifelder R, Geagan MJ, Muehllehner G, Kinahan PE, Lewitte RM and Shao L 1997 Three-dimensional imaging characteristics of the HEAD PENN-PET scanner *J. Nucl. Med.* **38** 636-643

Karp J S, Muehllehner G et al 1998 Whole body PET scanner using curved-plate NaI(Tl) detectors *J. Nucl. Med.* **39** 50

Karp JS, Adam LE, Freifelder R, Muehllehner G, Liu F and Surti S 1999 A high-resolution GSO-based brain PET *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC* M4-8

McKee B, Clark R, Harvey P, Hiltz L, Hogan M and Howse D 1991 Accurate attenuation correction for a 3D PET system *Phys. Med. Biol.* **36** 603-619

Moses WW, Virador RPG, Derenzo SE, Huesman RH and Budinger TF 1997 Design of a high-resolution, high-sensitivity PET camera for human brains and small animals *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **44** 1487-1491

Rouze NC, Winkle W and Hutchins GD 1999 IndyPET - a high resolution, high sensitivity dedicated research scanner *Conf. Rec. 1999 IEEE Med. Imag.* M10-36

Schmand M, Eriksson L, Casey ME, Andreaco MS, Melcher C, Wienhard K, Flugge G and Nutt R 1998 Performance results of a new DOI detector block for a high resolution PET - LSO research tomography HRRT *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **45** 3000-3006

- Schmand M, Wienhard K, Casey ME, Eriksson L, Jones WF, Reed JH, Treffert J, Lenox M, Luk P, Bao J, et al 1999 Performance evaluation of a new LSO high resolution research tomography - HRRT *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M4-2*
- Smith R J, Adam L E, Karp J S 1999 Methods to optimize whole body surveys with the C-PET camera *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M7-38*
- Spinks TJ, Bailey DL, Bloomfield PM, Miller M, Murayama H, Jones T, Jones W, Reed J, Newport D, Casey ME and Nutt R 1996 *IEEE MIC Conf. Rec.* **3** 1275-1279
- Townsend DW, Spinks TJ, Jones T, Geissbuhler A, Defrise M, Gilardi M-C and Heather JD 1989 Three dimensional reconstruction of PET data from multi-ring camera *IEEE Tran, Nucl. Sci.* **36** 1056-1065
- Townsend DW, Isoardi RA and Bendriem B 1998 Volume imaging tomographs *The Theory and Practice of 3D PET*, ed Bendriem B and Townsend DW, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht pp. 111-132
- Uribe J, Baghaei H, Li H, Ykohama S, Zhang N, Wang J, Dobbs FR, Wong WH 1999 Basic imaging performance characteristics of a variable field of view PET camera using quadrant sharing detector design *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **46** 491-497
- Virador RPG, Moses WW and Huesman RH et al 1998 Reconstruction in PET cameras with irregular sampling and depth of interaction capability *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **45** 1225-1230
- Watanabe M, Okada H, Shimizu K, Omura T, Yoshikawa E, Kosugi T, Mori S and Yamashita T 1997 A high resolution animal PET scanner using compact PS-PMT detectors *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **44** 1277-1282
- Weber S, Terstegge A, Herzog H, Reinartz R, Reinhart P, Rongen F, Muller-Gartner HW and Halling H 1997 The design of an animal PET: flexible geometry for achieving optimal spatial resolution or high sensitivity *IEEE Tran. Med. Imagi.* **16** 684-68
- Weber S, Herzog H, Cremer M, Engels R, Hamacher K, Kehren F, Muehlensiepen H, Ploux L, Reinartz R, Reinhart P, Rongen F, Sonnenberg F, Coenen H and Halling H 1999a Evaluation of the tierPET system *IEEE Tran. Nucl. Sci.* **46** 1177-1183
- Weber S, Bauer A, Herzog H, Kehren F, Muehlensiepen H, Vogelbruch J, Coenen HH, Zilles K and Halling H 1999b Recent results of the tierPET scanner *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M10-132*
- Wong W-H, Uribe J, Hicks K and Zambelli M 1994 A 2-dimensional detector decoding study on BGO arrays with quadrant sharing photomultipliers *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **41** 1453-1457
- Wong W-H, Uribe J, Lu, W, Hu G and Hicks K 1997 Design of a variable field prototype PET camera *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **43** 1915-1920
- Yan MXH and Karp JS 1995 A fully automated algorithm for estimating attenuation length in 3D from projection data *Conf. Rec. 1995 IEEE Med. Imag.* **3** 1407-1410

Characteristics of PET Scanners (1) – Commercial / Conventional Scanners

	ECAT EXACT HR+	ECAT EXACT HR++	ECAT ART	HEAD PENN-PET	ADVANCE	MicroPET	SHR-7700
General	Siemens/CTI ?	Siemens/CTI	Siemens/CTI	university of Pennsylvania	GEMS ?	UCLA	Hamamatsu photonics K.K.
year of manufacture			1997	1994		1997	1997
reference(s)	Hasegawa et al 1999	Jones et al 1995 Spinks et al 1996	Bailey et al 1997	Freifelder et al 1994		Cherry et al 1997	Watanabe et al 1997
object(s)	human (whole body)	human (whole body)	human (whole body)	brain / pediatric whole-body	human (whole-body)	small animal	animal (monkey)
strong point(s)	retractable septa	high sensitivity ¹⁵⁷ Ce single Tr scan	low cost	3D mode only high sensitivity cost-effective design		compact high performance low cost	high resolution
Detector	(Won et al 1994)	(Won et al 1994)	(Won et al 1994)			Cherry et al 1996	
reference	BGO	BGO	BGO	NaI(Tl)	BGO	LSO	BGO*
crystal							
crystal size [mm]	4.05 x 4.39 x 30	4.0 x 4.1 x 30	6.4 x 6.4 x 20	φ420 x 300 long, 19 thick	4.0 x 8.1 x 30	2 x 2 x 10	2.8 x 6.95 x 30
arrangement in a block	8 x 8 crystals	8 x 8 crystals	8 x 8 crystals	8 x 8 crystals		8 x 8 crystals	8 x 4 crystals
other(s)							PS-PMT(Hamamatsu R5900-C8)
acquisition mode	2D mode / 3D mode	3D mode	3D mode	3D mode	2D / 3D mode	3D mode	2D / 3D mode
detector arrangement	full ring	full ring	rotating partial ring	ring (single annular crystal)	full ring	full ring	full ring
ring diameter [mm]	827	820	820	420	927	172	508
max. axial acceptance angle ²⁾	±10.6°	±15.9°	±11.2°	±28°	±9.3°	±6.0°	±12.6°
FOV [mm]	φ585 x 155	φ _{ax} x 234	φ600 x 162	φ236 x 256	φ600 x 152	φ112 x 18	φ330 x 114
# of blocks	4 rings of 72 blocks	6 rings of 72 blocks	3 rings of 11 blocks x 2	3 rings of 11 blocks x 2		a ring of 30 blocks	4 rings of 60 blocks
# of crystals	32 rings of 576 crystals	48 rings of 576 crystals	24 rings of 88 crystals x 2	24 rings of 88 crystals x 2		8 rings of 672 crystals	16 rings of 480 crystals
data transfer rate [Mbyte/sec]		14					
septal	retractable	no septa	no septa	no septa	retractable	no septa	retractable
other(s)	(Defrise et al 1991)	a bucket of 2 x 6 blocks	gantry rotation: 30 [rpm]	6 x 30 PMTs			tilt / wobble
Data Processing							
normalization							
scatter	(Defrise et al 1991)	SSS (2D mode)	SSS	tail-fitting method			
attenuation	2D mode (Townsend et al 1989, McKee et al 1991)	single photon mode (deKemp and Nahmias 1994)	coincidence (dual fan beam) windowed mode	calculation (Yan and Karp 1995)			
correction	windowed mode	3D acquisition ?	2D acquisition	*single Tr will be installed			
isotope	⁶⁸ Ge rod (MBq) x 3	¹⁵⁷ Cs point (148 MBq)	⁶⁸ Ge rod (40 MBq) x 2				
size (slice)	288 bins x 288 views (63)	(95)	(47)	256 bins x 192 view (128)			256bins x 256views, etc. (31)
default	mrd=7, span=15 (2D mode)			projection matrix			HR-2D:mrd=1/HS-2D:mrd=3
data compression	mrd=22, span=9 (3D mode)			x128 x y128 x φ96 x θ15			3D: mrd=16
reconstruction	x 2 mashing	3DRP	3DRP	3DRP etc			FBP
2D FBP (2D mode)							
3DRP (3D mode)							
Performance							
other(s)							
reference(s)	Townsend et al 1998	list mode acquisition	14 min / frame	128 slices, list mode			
	Hasegawa et al 1999	Spinks et al 1996	Bailey et al 1997	Karp et al 1997	Townsend et al 1998	Chatziioannou et al 1999	Watanabe et al 1997
trues (T) [cps/(Bq/ml)]	5.7 (2D mode)/30 (3D mode)	50 (mrd=22) / 69 (mrd=40)	7.5	17.8 (full mrd)	5.7 (2D mode)/30 (3D mode)		22.8(3D)/2.2(HS-2D) φ10cm
T+S [cps/(Bq/ml)]	6.1 (2D mode)/48 (3D mode)	(φ20cmx30cm cylinder)	11.4 (φ20cmx20cm cylinder)	(standard NEMA phantom)			
efficiency [kps/MBq] (center of scanner)	5.2 (2D mode)/37 (3D mode)		10.4 (line source)				
(⁶⁸ Ge point / 350-650 keV)							
trues (T) [kps]		850 at 12 kBq/ml		100 at 23.5kBq/ml (1.1phantom)			
T+R+S [kps]		2900		600 at 23.5kBq/ml (1.1phantom)		4.0	
peak NEC [kps]		173 at 6.9 kBq/ml				(⁶⁸ Ge point / 350-650 keV)	
center [mm] FWHM (tan. x radial x axial)	84 at 130 kBq/ml(2D mode)		27 at 15 kBq/ml (350-650 keV)		261 at 152 kBq/ml(2D mode)		185 at 200 kBq/ml (HS-2D)
10cm off [mm] FWHM (tan. x radial x axial)	110 at 24.1kBq/ml(3D mode)		6.1 x 4.7 x 5.2 ¹⁾		159 at 24 kBq/ml(3D mode)		185 at 25 kBq/ml (3D)
scatter fraction (%)	4.5 x 4.5 x 3.9 (2D mode) ¹⁾	4.7 x 4.7 x 5.2 ¹⁾	6.1 x 6.4 x 6.0 ¹⁾		4.5 x 5.0 x 4.0 (2D mode) ¹⁾		2.6 x 2.6 x 3.2
	4.5 x 4.7 x 3.9 (3D mode) ¹⁾	(mrd=22, span=9)	(mrd=17, span=)		(full mrd, SSRB/MSRB)		
	4.5 x 6.0 x 4.8 (2D mode)	4.7 x 6.5 x 6.3	6.4 x 6.7 x 7.2				
	4.5 x 6.0 x 5.3 (3D mode)	(mrd=22, span=9)	(mrd=17, span=)		5.0 x 5.5 x 5.5 (2D mode)		3.1 x 5.0 x 5.4 (HS-2D)
	17 (2D mode)/37 (3D mode)	40 (350-650 keV)	34 (350-650 keV)		5.0 x 6.0 x 6.5 (3D mode)		wobble, 8cm off-center
energy resolution		23%	24 % at 511 keV		10 (2D mode)/34 (3D mode)		29.8 (3D, φ10cm phantom)
time window (time resolution)					19 %		8 ns - 20 ns

1) The tangential and radial resolution were measured at 1cm off-center.
2) The max. axial acceptance angle was defined as the co-polar angle from the center of the scanner.

Characteristics of PET Scanners (2) – Recently Developed Scanners

	ECAT HRRT	IndyPET	G-PET	MDAPET	(1mm animal PET)	YAPPET	TierPET
General	CTI 1999 Schmand et al 1999	Indiana U school of medicine 1999 Rouse et al 1999	ADAC / UGM Karp et al 1998	university of Texas 1999 Wong et al 1997 (design) Uribe et al 1999	3) 1999 Correia et al 1999a	Ferrara university 1998 Guerra et al 1998 Guerra et al 1999 (studies)	Forschungszentrum Jülich 1999 Weber et al 1997 (design) Weber et al 1999a
Detector	brain / research high resolution research tomography DOI	human / animal / research flexible detector separation high performance	human (whole body) 3D mode only high sensitivity	human / animal variable FOV low cost	animal / prototype high resolution & sensitivity low sensitivity	high resolution & sensitivity YAP	small animal (rats) high resolution variable detector distance
Scanner	Schmand et al 1998 LSO 2.1 x 2.1 x 7.5 8 x 8 x 2 crystals plus shape discrimination 3D mode	CTI HR BGO detector blocks BGO 3.3 x 6.3 x 30 7 x 8 crystals	Nal (TI) 500 x 300 long x 25 thick	(Won et al 1994) BGO 2.66 x 2.8 x 15 7 x 7 crystals	(Won et al 1994) LSO 1 x 4.5 x 5 20 x 20 crystals	Guerra et al 1996 YAP 2 x 2 x 15 20 x 20 crystals	YAP 20 x 20 crystals PS-PMT(Hamamatsu R2486)
Data Processing	acquisition mode detector arrangement ring diameter [mm] max axial acceptance angle ¹⁾ FOV [mm] # of blocks # of crystals data transfer rate [Mbyte/sec]	octagonal adjustable (ex. $\Delta D=220-420$) (ex. $\pm 6.8^\circ - \pm 12.8^\circ$) 180 x 50 8 blocks x 2 56 (transaxial) x 8 (axial) x 2	3D mode / 3D mode full ring 940 $\pm 15.2^\circ$ 560 x 256 6 curved crystals	3D mode full ring $\Delta D=440-670$ (variable) $\pm 2.1^\circ$ $\pm 3.3^\circ - \pm 5.0^\circ$ $\phi 370-550$ x 38.5 8 (transaxial) x 2 (axial) x 8 14 rings of 448 crystals	3D mode full ring 120 $\pm 2.1^\circ$ a ring of 30 blocks a ring of 360 crystals 20 (transaxial) x 20 (axial) x 4	3D mode 4 blocks, rotating $\Delta D=100-250$ (variable) $\pm 9.1^\circ - \pm 21.8^\circ$ $\phi 40-100$ x 40 4 blocks 20 (transaxial) x 20 (axial) x 4	3D mode 4 blocks, rotation $\Delta D=160-580$ (variable) $\pm 3.9^\circ - \pm 14^\circ$ $\phi 40$ x 40 4 blocks 20 (transaxial) x 20 (axial) x 4
Performance	normalization scatter attenuation isotope size (slice) default data compression reconstruction other(s)	single photon motor drive in 2 min/FOV ¹³⁷ Cs point (740 MBq) 256 bins x 288 views (207) mrd=67, span=9, 326Mbyte (regular) / mrd=76, span=3, 996Mbyte (low compression) FORE+2D FBP / OSEM list mode acquisition	single photon ¹³⁷ Cs FORE + OSEM Smith et al 1999 400 kcps/ μ Cl/cc	no septa rotation by 45° in 1° step	Pb collimator rotation by 90° in 32 steps no correction calculation 128 bins x 180 views ()	no septa list mode acquisition no correction calculation 128 bins x 180 views ()	no septa list mode acquisition no correction calculation 128 bins x 180 views ()
Performance	trues (T) [cps/(Bq/ml)] T+S [cps/(Bq/ml)] efficiency [kps/MBq] (center of scanner) trues (T) [kps] T+R+S [kps] peak NEC [kps] center [mm] FWHM (tan. x radial x axial) 10cm off [mm] FWHM (tan. x radial x axial) scatter fraction (%) energy resolution time window (time resolution)	Rouse et al 1999 3.4(2D) / 2.1(3D) ($\Delta D=220$) 1.8(2D) / 7.5(3D) ($\Delta D=420$) 9 at 40 kBq/ml (2D) / 8 at 150 kBq/ml (3D) ($\Delta D=220$) ~ 3.0 ~ 3.8 (8cm off-center) 16(2D) / 40(3D) ($\Delta D=220$) 12(2D) / 30(3D) ($\Delta D=420$)	Smith et al 1999 400 kcps/ μ Cl/cc	Uribe et al 1999 2.2(32cmFOV)0.44(52cmFOV)	FBP using ramp filter Correia et al 1999b 0.81 (150keV -) 1.17 (transaxial) x 1.75(axial) 1.66 (transaxial) at 2.5cm off-center 5.7 17 % at 511keV 12 ns (2 ns)	Guerra et al 1998 16.6 ($\Delta D=150$ mm) 3.24 ($\Delta D=160$ mm) 0.63 at 130 kBq/ml ($\Delta D=320$ mm) 2.0 x 2.1 x ____ ($\Delta D=240$ mm) 2.1 x 2.0 x ____ ($\Delta D=240$ mm) (1.6 cm off-center) 10.1 (350keV) ($\Delta D=320$ mm)	MSRB+2D ML-EM Weber et al 1999a Weber et al 1999b 3.24 ($\Delta D=160$ mm) 0.63 at 130 kBq/ml ($\Delta D=320$ mm) 2.0 x 2.1 x ____ ($\Delta D=240$ mm) 2.1 x 2.0 x ____ ($\Delta D=240$ mm) (1.6 cm off-center) 10.1 (350keV) ($\Delta D=320$ mm)

1) The tangential and radial resolution were measured at 1cm off-center.
2) The max. axial acceptance angle was defined as the co-polar angle from the center of the scanner.
3) Massachusetts general hospital and Harvard medical school

Characteristics of PET Scanners (3) – Under Development / Only Design

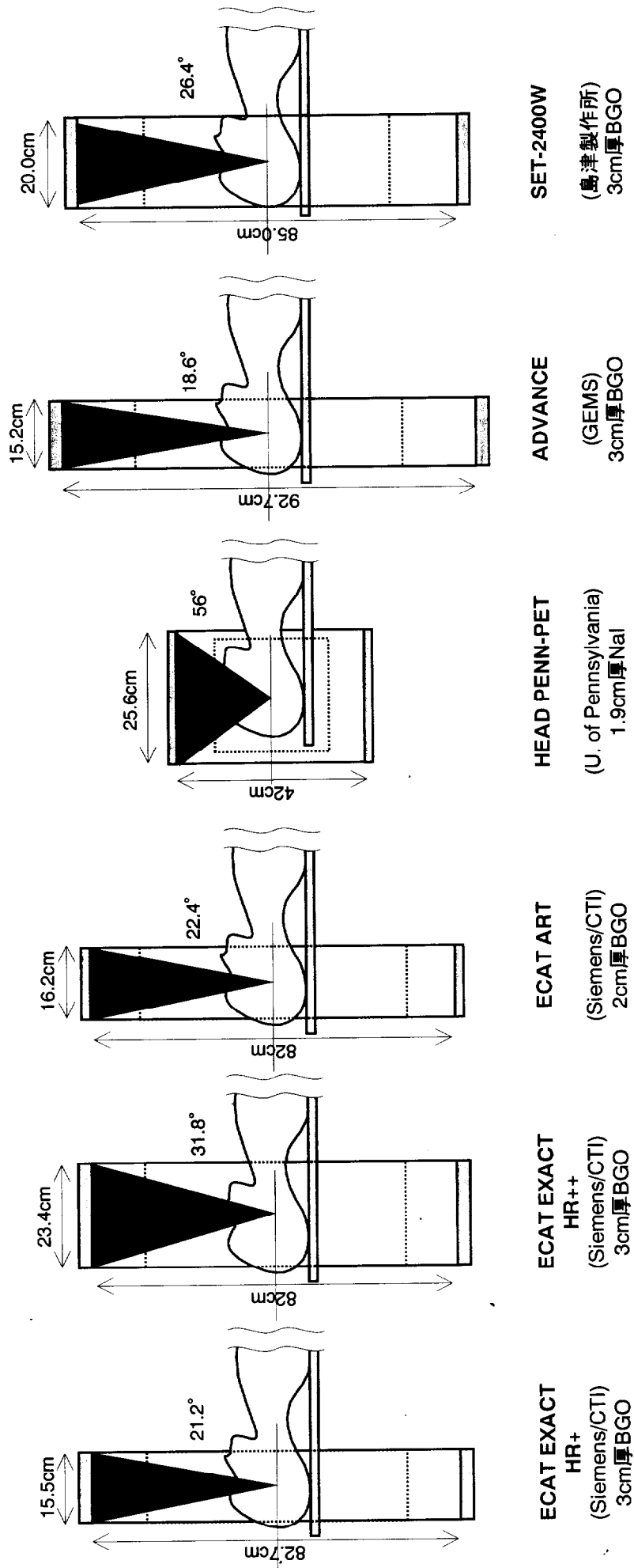
	(UC-PET)	(GSO-based brain PET)	(rectangular PET)	exPET	SET-2400W ³⁾
General					
maker	University of California	University of Pennsylvania	University of California	University of Chicago	Shimadzu
year of manufacture	only design	being developed	only design	only design	
reference(s)	Moses et al 1997	Karp et al 1999	Virador et al 1998	Kao et al 1999	
object(s)	brain / small animal	brain	(breast)	small animal	human (whole body)
strong point(s)	high resolution high sensitivity DOI	GSO high performance (low lost)	high resolution DOI	high resolution & sensitivity DOI low cost, compact	retractable septa [*commercial scanner; a series of the list (1)]
Detector					
reference	LSO	GSO(Ce)	LSO	LSO	BGO
crystal size [mm]	3 x 3 x 30	4 x 4 x 10	3 x 3 x 30	2.25 x 2.25 x 10	3.8 x 6.25 x 30
arrangement in a block	8 x 8 crystals	8 rings of 36 PMTs (ø39mm)	8 x 8 crystals	-	6 x 8 crystals
other(s)	DOI resolution <10mmfwhm	3D mode	8 DOI bins	(3D mode)	2D mode / 3D mode
acquisition mode	full ring	full ring	rectangular	full ring	full ring
detector arrangement	350	420	96 x 60	114.6	850
ring diameter [mm]	±23.2°	±30°	-	(±17.4°)	±13.2°
max. axial acceptance angle ¹⁾	ø300 x 150	ø300 x 250	96 x 60 x 24	ø112.6 x (18)	ø590 x 200
FOV [mm]	6 rings of 44 blocks	14 blocks	14 blocks	-	4 rings x 112 blocks
# of blocks	48 rings of 352 crystals	58 rings of 320 crystals	8 rings of 112 crystals	-	32 rings x 672 crystals
# of crystals	no septa	no septa	no septa	-	retractable
data transfer rate [Mbyte/sec]					
septia					
other(s)					
Data Processing					
normalization				sinogram restoration	
scatter				-	
attenuation				-	
isotope		¹¹ Cs		-	
size (slice)				113 bins x 160 views ()	
default				-	
data compression				-	
reconstruction			modified FBP	sinogram restoration + FBP	2D FBP, OSEM 3DRP, FORE
other(s)				cf. Kao et al 1999	simultaneous Em / Tr scan
reference(s)		Karp et al 1999	Virador et al 1998	Kao et al 1999	Fujiwara et al 1997
trues (T) [cps/(Bq/ml)]		32 (NEMA phantom)		-	7.3 (2D) / 54 (3D)
T+S [cps/(Bq/ml)]				-	8.4 (2D) / 81 (3D)
efficiency [kps/MBq] (center of scanner)				-	
trues (T) [kps]				-	
T+R+S [kps]				-	
peak NEC [kps]				-	
center [mm] FWHM	730 at 37 kBq/ml	160 at 55.5 MBq	1.92 (transaxial)	-	4.2 x 4.2 x 4.5 (2D) 4.5 x 4.5 x 4.8 (3D)
(tan. x radial x axial)	2.5 - 3.0	3 - 3.5	2.81 (transaxial)	-	5.3 x 4.7 x 6.5 (2D) 5.4 x 5.1 x 5.7 (3D)
10cm off [mm] FWHM			4.6 cm off-center	-	
(tan. x radial x axial)				-	
scatter fraction (%)		25 (450-570 keV)		-	
energy resolution		14 % at 511 keV		-	
time window (time resolution)	4 ns	6 ns		-	

1) The tangential and radial resolution were measured at 1cm off-center.

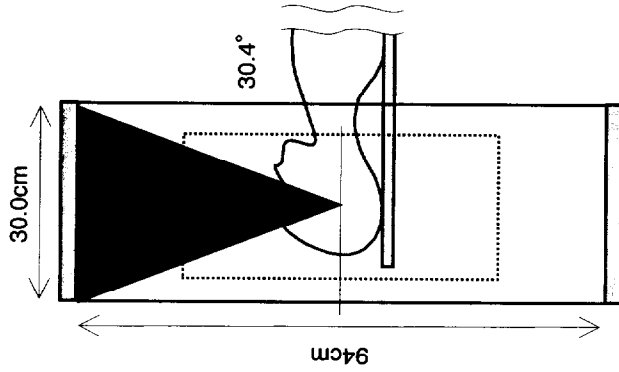
2) The max. axial acceptance angle was defined as the co-polar angle from the center of the scanner.

3) SET-2400W is a commercial PET scanner, which must be classified in "Characteristics of PET scanner (1)".

PET scanners built before 1997 (1)

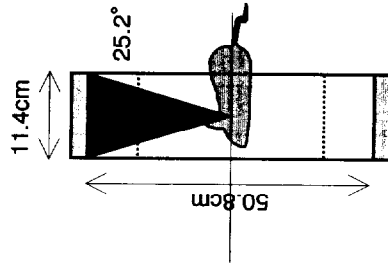


PET scanners built before 1997 (2)



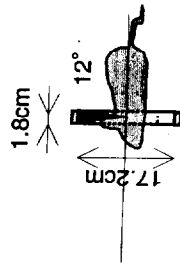
C-PET

(ADAC / UGM)
2.5cm厚NaI



SHR-7700

(浜木ト)
3cm厚BGO

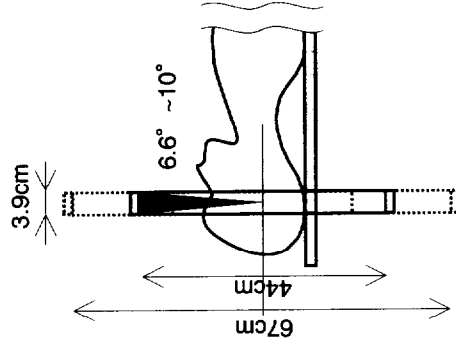


MicroPET

(UCLA)
1cm厚LSO

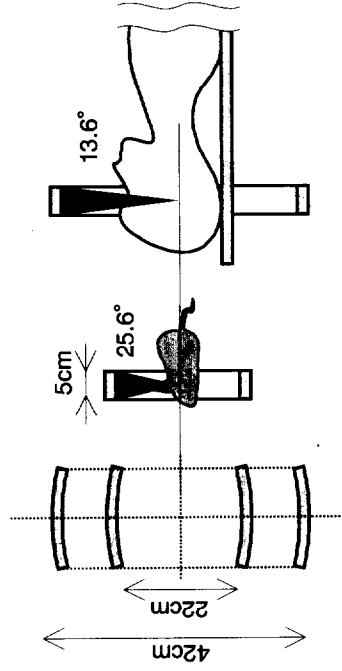
10cm

Latest PET scanners (1)



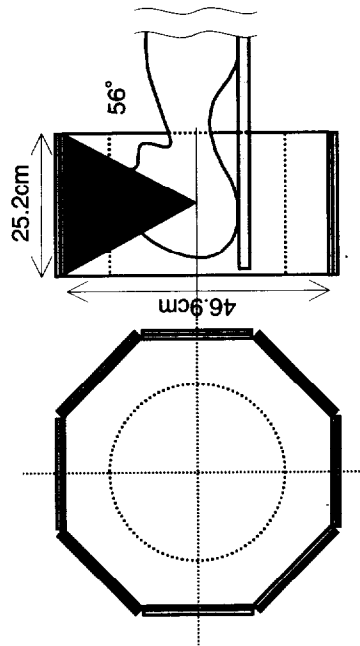
MDA PET

(U. of Texas)
1.5cm厚BGO



Indy PET

(Indiana U. school of medicine)
2cm厚(?)BGO

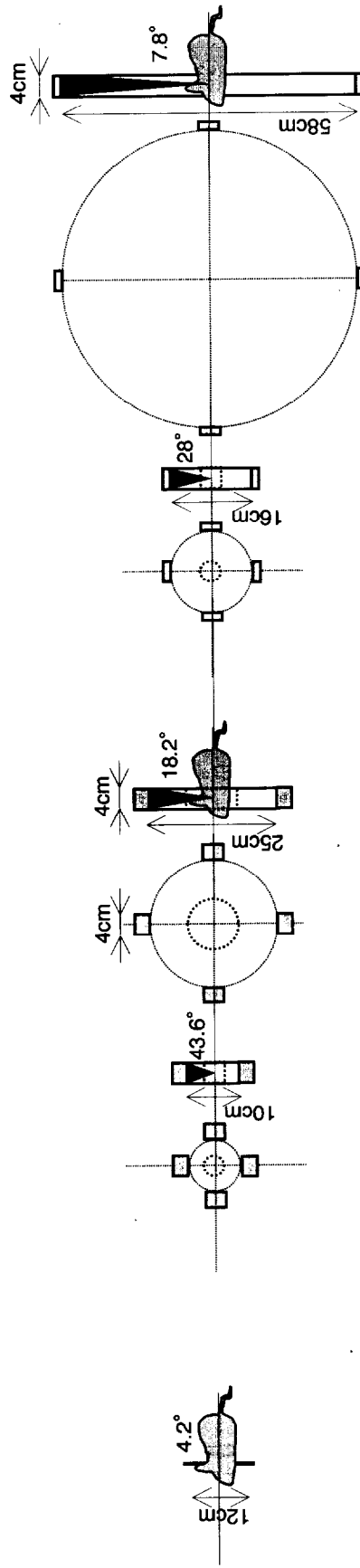


ECAT HRRT

(Siemens/CTI)
7.5mm厚LSO x 2層

10cm

Latest PET scanners (2)



(1mm animal PET)

(Massachusetts general hospital
and Harvard medical school)
0.5cm厚LSO

YAPPET

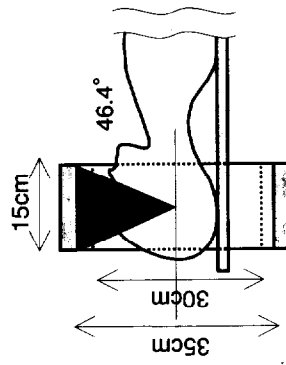
(Ferrara U.)
3cm厚YAP

TierPET

(Forschungszentrum Jülich)
1.5cm厚YAP

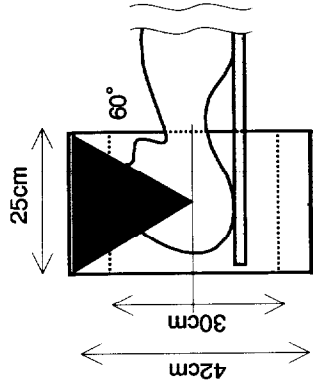
10cm

PET scanners under development



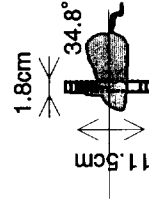
(UC-PET)

(U. of California)
3cm厚LSO
DOI



(GSO-based brain PET)

(U. of Pennsylvania)
1cm厚GSO



ezPET

(U. of Chicago)
1cm厚LSO x 2層

List of Figures

Figure 2.1.1: PET system.	6
Figure 2.2.1: Principle of PET measurement.	8
Figure 2.2.2: Attenuation, scatter coincidence and random coincidence.	9
Figure 2.2.3: Various PET scans. Transmission data and blank scan data are used to correct emission data.	10
Figure 2.2.4: An example of time schedule in ^{18}F -FDG PET.	10
Figure 2.2.5: An example of clinical PET scanners, ECAT EXACT HR+.	13
Figure 2.2.6: Axial views of clinical PET scanner (ECAT EXACT HR+) and animal PET scanners (SHR-7700 and MicroPET).	14
Figure 2.2.7: Shift-variant characteristics of the MicroPET scanner. The sensitivity functions of each detector pair are broadened from center to edge of the field-of-view.	16
Figure 2.2.8: Profiles of sensitivity functions of MicroPET (left) and ECAT EXACT HR+ (right).	17
Figure 2.2.9: 3-dimensional acquisition PET without the interplane septa.	19
Figure 2.2.10: Shift-variant characteristics of 3D PET. The sensitivity functions are blurred when the ring differences are large.	19
Figure 2.3.1: Geometrical model of PET measurement system in analytical methods.	20
Figure 2.3.2: 2D projection theorem.	22
Figure 2.3.3: Frequency response of the Ramachandran filter and the Shepp&Logan filter.	23
Figure 2.4.1: PET measurement system.	25
Fig. 2.4.2: Transfer characteristics of the measurement system based on continuous-discrete mapping model.	27
Figure 2.4.3: PET measurement system based on discrete-discrete mapping model.	31
Figure 3.2.1: Various physical processes where photons from position \mathbf{r} are detected by the pair of detector, jA and jB .	38
Figure 3.2.2: (a) Single detection of photons. When photons are absorbed by the front crystal or penetrate the crystal of j -th detector, the j -th detector doesn't detect them. (b) Probability that a pair of photons is detected by the j -th pair of detectors (crystal jA and jB).	40
Figure 3.3.1: The function $xF_k(x)$ is plotted with varying k ($k=1,2,\dots,14$), which is the order of the polynomial function $F_k(x)$. k is labeled as $k=1$, $k=2$ and $k=14$.	44

Figure 3.3.2: Geometry of fan-beam X-ray CT. Radius of object space: $R_o=25\text{cm}$, radius of source-rotation: $R_s=60\text{cm}$, distance source-detector: $R_d=100\text{cm}$, detector aperture in axial: $W_a=2\text{cm}$. The detector aperture in transaxial, W_t , is determined by the number of detector bins.

48

Figure 3.3.3: Comparison of the eigenvalues. The order of the polynomial function $F_k(x)$ is labeled as $k=2$, $k=6$ and $k=10$. The eigenvalues of the GARDS matrix (i.e., without preconditioning) are also plotted.

50

Figure 3.3.4: Comparison of the convergence of the CG algorithm in the observation space. Each convergence point is marked, and the order of the polynomial function $F_k(x)$ is labeled as 1, 2, 3 and 14.

50

Figure 3.3.5: The ratio of the amount of computation with preconditioning to that without preconditioning, excluding the amount for the preconditioning.

51

Figure 3.3.6: Original cross-section image of the mathematical phantom (a) and the reconstructed images using (b) GARDS with the preconditioning (560 iterations), and (c) GARDS without the preconditioning (2250 iterations).

52

Figure 3.3.7: Original cross-section image of the mathematical phantom (a), and the reconstructed images using (b) GARDS with the preconditioning (10 iterations) and (c) GARDS without the preconditioning (75 iterations).

52

Figure 3.4.1: Small PET scanner for brain scans.

53

Figure 3.4.2: Simulated mathematical phantoms of 200 mm diameter containing three cylinders of 20 mm diameter placed at center, 40 and 80 mm off center. The cylinders were filled with activity at a ratio of 5:1 with respect to the warm background.

54

Figure 3.4.3: Graph showing the trade-off between background noise (NSD) and spatial resolution and the trade-off between background noise (NSD) and hot contrast recovery (hCR), using the GARDS with different values of regularization parameter and the FBP with a Shepp and Logan filter of different cut-off frequencies.

56

Figure 3.4.4: Original source distribution of the numerical brain phantom (a) and reconstructed images using (b) the GARDS and (c) the FBP. These images were compared at the same background noise levels (NSD=0.056).

57

Figure 3.4.5: Comparison of the convergence of the CG algorithm in the observation space.

57

Figure 3.4.6: Calculation time to reconstruct one image slice on Alpha 500MHz PC, using (a) GARDS without the preconditioning and (b) GARDS with the preconditioning ($k=10$).

58

Figure 4.2.1: Distance between the line-of-response and the point to be reconstructed. The measurement is selected in the order of increasing the distance.

67

Figure 4.2.2: Only for the points in the field-of-view, the reconstruction operators are obtained. Furthermore, considering in-plane rotation symmetries, the number of points is reduced to one-eighth.

68

- Figure 4.3.1:** The ECAT EXACT HR+ scanner operating in the 2D mode. 71
- Figure 4.3.2:** Binned data in axial direction. Span is defined as the number of LORs binned into the direct plane (solid line) and the cross plane (dashed line). Manufacture's default values of span are 9 in 3D mode and 15 in 2D mode. 71
- Figure 4.3.3:** Simulated mathematical phantoms of 200 mm diameter containing three cylinders of 20 mm diameter placed at center, 40 and 80 mm off center. (a) The hot spot phantom filled with activity at a ratio of 5:1 with respect to the warm background. (b) The cold spot phantom filled with activity at a ratio of 0:1 with respect to the background. 73
- Figure 4.3.4:** Correlation between the *contribution* and the *distance* for the point at 80 mm off-center. The cumulative contribution factor was defined as the normalized sum of $[a_{(w),j}]$ in the subset that contains the measurement data under a particular distance, where the distance was normalized so that the maximum distance became 1.0. 74
- Figure 4.3.5:** Performance of the proposed method as a function of N' at the same background noise level (NSD = 0.105) compared with GARDS and FBP. Here all FOMs were normalized so that FOMs of GARDS became 1.0. 75
- Figure 4.3.6:** Graph showing the trade-off between normalized standard deviation (NSD) and spatial resolution, using the proposed method and GARDS with different values of regularization parameter and FBP with a ramp filter of different cut-off frequencies. 77
- Figure 4.3.7:** FWHM resolution of the point source image using the proposed method, GARDS and FBP at the same background noise levels: (a) NSD = 0.080, (b) NSD = 0.105, and (c) NSD = 0.150. 78
- Figure 4.3.8:** Graph showing the trade-off between NSD and hot contrast recovery (hCR) ratio (upper), and between NSD and cold contrast recovery (cCR) ratio, using the proposed method and GARDS with different values of regularization parameter and FBP with a ramp filter of different cut-off frequencies. 79
- Figure 4.3.9:** (a) Original image of the numerical phantom which contains hot cylinders of 3, 4, 5, 6, 7 and 8 mm diameter, (b) the sampled original image. 80
- Figure 4.3.10:** Reconstructed images, using the proposed method (left column), GARDS (middle column) and FBP (right column). Each image is compared at the same NSD value, NSD=0.080 (top row), NSD=0.105 (middle row) and NSD=0.150 (bottom row). 80
- Figure 4.3.11:** (a) Original image of the numerical brain phantom, and (b) the sampled original image. 81
- Figure 4.3.12:** Reconstructed images, using the proposed method (left column), GARDS (middle column) and FBP (right column). Each image is compared at the same NSD value, NSD=0.080 (top row), NSD=0.105 (middle row) and NSD=0.150 (bottom row). Total counts were 50k (top row), 100k (middle row) and 500k (bottom row). 81
- Figure 4.3.13:** The same reconstructed images as Fig. 4.3.12. All images were post-filtered using a Gaussian kernel with a FWHM of 2 pixels. 82
- Figure 4.3.14:** Graph showing the trade-off between normalized standard deviation (NSD) and spatial resolution, using the proposed method with different values of regularization parameter and FBP with a ramp filter of different cut-off frequencies. 83

Figure 4.3.15: FWHM resolution of the point source image using the proposed method, GARDS and FBP at the same background noise levels: (a) NSD = 0.070, (b) NSD = 0.092, and (c) NSD = 0.118.	84
Fig. 4.3.16: Comparison of the calculation time to obtain one image slice on Alpha 500MHz PC.	86
Figure 4.4.1: The ECAT EXACT HR+ scanner in National Institute of Radiological Science (NIRS).	88
Figure 4.4.2: The cold spot phantom, consisted of a cylindrical vessel (200 mm in diameter and 190 mm in length) with ¹⁸ F activity, and two cold rods with water and air.	88
Figure 4.4.3: The typical steps in correcting emission data.	90
Figure 4.4.4: Data correction used in the experimental study. Emission data was normalized using experimental and simulated data for the uniform phantom.	91
Figure 4.4.5: The uniform phantom, consisted of a cylindrical vessel (200 mm in diameter and 190 mm in length) with ¹⁸ F activity.	91
Figure 4.4.6: Graph showing the trade-off between background noise (NSD) and contrast (cCR) using the real PET data.	93
Figure 4.4.7: Reconstructed images from the real PET data at the same background noise level (NSD=0.22), using (a) the proposed method, (b) GARDS and (c) FBP. All images were post-filtered using a Gaussian kernel with a FWHM of 1 pixel. Black and white images (0 - 15,000) are shown in the upper row, and colored images (0 - 20,000) are also shown in the bottom row.	94
Fig. 5.2.1: The principle of TOF measurement.	98
Figure 5.2.2: Geometrical model of TOF-PET measurement system.	100
Figure 5.3.1: TOF measurement of photon pairs using a pair of detectors; (a) impulse response function of the TOF measurement, (b) TOF measurement data of the distribution of nuclides. These two are continuous representation. (c) Discrete TOF measurement data.	103
Figure 5.3.2: Geometrical model of TOF-PET measurement system.	105
Figure 5.4.1: Examples of the sensitivity function, for (a) the conventional (non-TOF) PET scanner, and (b) the TOF-PET scanner.	107
Figure 5.4.2: The Simulated mathematical phantom of 200 mm diameter, containing three cylinders of 20 mm diameter placed at center, 40 and 80 mm off center. The cylinders were filled with activity at a ratio of 5:1 with respect to the warm background.	108
Figure 5.4.3: Graphs showing the trade-off between background noise (NSD) and spatial resolution (top), and the trade-off between background noise (NSD) and contrast recovery (CR) (bottom), using GARDS with different values of regularization parameter and FBP with a Shepp and Logan filter of different cut-off frequencies.	110

Figure 5.4.4: (a) Original source distribution of the numerical brain phantom, and reconstructed images using (b) GARDS for TOF-PET and (c) GARDS for non-TOF PET. These reconstructed images were compared at the same spatial resolution (spatial resolution=7.00 mm). 111

Figure 5.4.5: Graphs showing the trade-off between three FOMs, using GARDS with different values of regularization parameter for TOF-PET (low), non-TOF PET (low) and non-TOF PET (high). 112

Figure 5.4.6: Calculation time to reconstruct one image slice from TOF-PET data on Alpha 500MHz PC, using (a) GARDS without the preconditioning and (b) GARDS with the preconditioning ($k=10$). 113

List of Tables

Table 2.2.1 Some physical characteristics of scintillators.	14
Table 2.2.2 Characteristics of Commercial PET Scanners.	15
Table 3.3.1 The error of the estimated maximum eigenvalue of the GARDS matrix when the projection of object support is used as the vector $u^{(0)}$. M is the dimensions of the GARDS matrix, and n is the number of matrix-vector multiplications. Only one or two matrix-vector multiplications are sufficient to obtain λ_1 .	47
Table 4.2.1 Order of multiplication operations to reconstruct a one slice image, using the proposed method, FBP and GARDS.	69
Table 4.3.1 Some samples of Fig. 4.3.4.	72
Table 4.3.2 Comparison of the averaged calculation time to reconstruct one image slice on Alpha 500MHz PC.	85
Table 4.4.1 Acquisition parameters of the ECAT EXACT HR+ scanner.	87
Table 5.2.1 System description of TOF-PET scanners.	99

参考文献

- [¹1] 尾上守夫, 医用画像処理, 朝倉書店, 1982, pp. 279-292.
- [¹2] 館野之男, 他, ポジトロン CT, 医学書院, 1983, pp. 41-71.
- [¹3] 鳥塚莞爾, 他, 画像診断学の基礎と臨床 3 新しい核医学画像 -PET・SPECT-, 金芳社, 1988, pp. 3-12.
- [¹4] 岩井喜典, 斎藤雄督, 今里悠一, 医用画像診断装置—CT, MRI を中心として—, コロナ社, 1988, pp. 225-236.
- [¹5] 放射線医学総合研究所平成 12 年度業務計画 (<http://www.nirs.go.jp/>)
- [¹6] B. Bendriem and D. W. Townsend, *The Theory and Practice of 3D PET*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [¹7] H. H. Barrett and W. Swindell, *RADIOLOGICAL IMAGING vol. 2*, New York:Academic Press, 1981, pp. 375-463.
- [¹8] N. Ohyama and H. H. Barrett, "A proposal of GARDS," *Signal Recovery and Synthesis IV*, pp. 105-107, 1992.
- [¹9] M. H. Buonocore, W. R. Brody, and A. Macovski, "A natural pixel decomposition for two-dimensional image reconstruction," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BME-28, pp.69-78, 1981.
- [¹10] R. Gordon, R. Bender, and G. T. Herman, "Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography," *J. Theoret. Biol.*, vol. 29, pp. 471-482, 1970.
- [¹11] H. Yu-Lung, G. Gullberg, G. Zeng, and R. Huesman, "Image reconstruction using a generalized natural pixel basis," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 43, pp. 2306-2319, 1996. 2306.
- [¹12] 小尾高史, 三村昌弘, 曾我峰樹, 山口雅浩, 大山永昭, "X 線 CT 画像再構成における端部効果によるアーティファクトの削減," *光学* 26, pp. 146-150, 1997.
- [¹13] 三村昌弘, "SPECT 観測系のシフトバリエーション特性を考慮した核種分布の再構成手法," 東京工業大学 博士論文, 1997.
- [¹14] 小尾高史, "3 次元 CT を用いた再構成像の画質改善に関する研究," 東京工業大学 博士論文, 1997.
- [¹15] M. Mimura, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohyama, "Correction of nonuniform

- response in the reconstruction for single photon emission computed tomography with a spatially varying focal length collimator," *Optical Review*, vol. 5, pp. 275-279, 1998.
- [¹16] T. Obi, N. Ohyama, M. Yamaguchi, and K. Sekihara, "Estimation of electrical source location using the temporal correlation between magnetic field measurements," *Optical Review*, vol. 2, pp. 115-119, 1995.
- [¹17] 山谷泰賀, "連続・離散モデルに基づく X 線 CT 画像再構成における高速演算手法," 東京工業大学 卒業論文, 1996.
- [²1] 松浦啓一, 中尾弘之, 小嶋正治, 脳の機能とポジロン CT, 秀潤社, 1986, pp. 51-61.
- [²2] 一矢有一, "再説・臨床 PET への道—その条件とは," 新医療 3月号, pp. 56-58.
- [²3] 村山秀雄, "ポジロン・エミッション・トモグラフィ画像の再構成とデータ補正," *RADIOISOTOPES*, 42, pp. 244-254, 1993.
- [²4] B. McKee, R. Clark, P. Harvey, L. Hiltz, M. Hogan, and D. Howse, "Accurate attenuation correction for a 3D PET system," *Phys. Med. Biol.*, vol. 36, pp. 603-619, 1991.
- [²5] R. A. deKemp and C. Nahmias, "Attenuation correction in PET using single photon transmission measurement," *Med. Phys.*, vol. 21, pp. 771-778, 1994.
- [²6] C. C. Watson, D. Newport, and M. E. Casey, "A single scatter simulation technique for scatter correction in 3D PET," *Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, ed. P. Grangeat and J-L. Amans, Kluwer Academic Publishers, 1996, pp. 225-268.
- [²7] D. L. Bailey and S. R. Meikle, "A convolution-subtraction scatter correction method for 3D PET," *Phys. Med. Biol.*, vol. 39, pp. 411-424, 1994.
- [²8] M. Defrise, D. Townsend, D. Bailey, A. Geissbuhler, C. Michel, and T. Jones, "A normalization technique for 3D PET data," *Phys. Med. Biol.*, vol. 36, pp. 939-952, 1991.
- [²9] M. E. Casey, H. Gadagkar, D. Newport, "A component based method for normalization in volume PET," *Proc. 1995 International meeting on fully three-dimensional image reconstruction in radiology and nuclear medicine*, pp. 67-71, 1995.
- [²10] 鳥塚莞爾, 他, 臨床 PET 臨床応用のためのガイドブック, 先端医療技術研究所, 1997.
- [²11] 飯田秀博, "コンパートメントモデル解析による局所脳血流量の定量測定," 放射線医

- 学物理, No. 47, pp. 23-44, 1995.
- [²12] T. F. Budinger, S. E. Derenzo, T. Grant, et al, "Emission computer assisted tomography with single-photon and positron annihilation photonemitters," *J. Comput. Assist. Tomogr.*, vol. 1, pp. 131-145, 1977.
- [²13] H. M. Deloar, et al, "Internal dose estimation including the nasal cavity and airway for continuous inhalation of C¹⁵C₂, ¹⁵O₂ and C¹⁵O using the thermoluminescent dosimeter method," *J. Nucl. Med.*, Vol. 38, pp. 1603-1613.
- [²14] A.F. Chatziioannou, S. R. Cherry, Y. Shao, et al, "Performance evaluation of microPET: a high-resolution lutetium oxyorthosilicate PET scanner for animal imaging," *J. Nucl. Med.*, vol. 40, pp. 1164-1175, 1999.
- [²15] J. A. Correia, C. A. Burnham, D. Kaufman, and A. J. Fischman, "Performance of small animal PET instrument with 1mm resolution," *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M7-32*, 1999.
- [²16] A. D. Guerra, C. Damiani, G. D. Domenico, et al, "First in vivo studies on rats with the YAP-PET scannerystals," *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M10-45*, 1999.
- [²17] S. Weber, A. Bauer, H. Herzog, et al, "Recent results of the tierPET scanner," *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M10-132*, 1999.
- [²18] 野原功全, 富谷武浩, 山本幹男, 村山秀雄, 田中栄一, "ポジトロン CT の空間分解能の限界," *Med. Imag. Tech.*, vol. 3, pp. 81-86, 1985.
- [²19] C. S. Levin and E. J. Hoffman, "Calculation of positron range and its effect on the fundamental limit of positron emission tomography system spatial resolution," *Phy. Med. Biol.*, vol. 44, pp. 781-799, 1999.
- [²20] W-H. Wong, J. Uribe, K. Hicks, and M. Zambelli, "A 2-dimensional detector decoding study on BGO arrays with quadrant sharing photomultipliers," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 41, pp. 1453-1457, 1994.
- [²21] D. L. Bailey DL, H. Young H, P. M. Bloomfield, et al, "ECAT ART-a continuously rotating PET camera: performance characteristics, initial clinical studies, and installation consideration in a nuclear medicine department," *Euro. J. Nucl. Med.*, vol. 24, pp. 6-15, 1997.
- [²22] N. C. Rouze, W. Winkle, and G. D. Hutchins, "IndyPET - a high resolution, high sensitivity dedicated research scanner," *Conf. Rec. 1999 IEEE Med. Imag. M10-36*, 1999.

- [²-23] J. Uribe, H. Baghaei, H. Li, et al, "Basic imaging performance characteristics of a variable field of view PET camera using quadrant sharing detector design," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 46, pp. 491-497, 1999.
- [²-24] J. A. Correia, C. A. Burnham, D. Kaufman, and A. J. Fischman, "Development of a small animal PET imaging device with resolution approaching 1mm," *IEEE Tran, Nucl. Sci.*, vol. 46, pp. 631-635, 1999.
- [²-25] A. D. Guerra, G. D. Domenico, M. Scandola, and G. Zavattini, "YAP-PET: first results of a small animal positron emission tomograph based on YAP:Ce finger crystals," *IEEE Tran, Nucl. Sci.*, vol. 45, pp. 3105-3108, 1998.
- [²-26] S. Weber, H. Herzog, M. Cremer, et al., "Evaluation of the tierPET system," *IEEE Tran. Nucl. Sci.*, vol. 46, pp. 1177-1183, 1999.
- [²-27] T. Hasegawa, Y. Wada, H. Murayama, and T. Nakajima, "Basic performance of the PET scanner, EXACT HR+, with adjustable data-acquisition parameters," *IEEE Tran, Nucl. Sci.*, vol. 46, pp. 652-658, 1999.
- [²-28] M. Watanabe, H. Okada, K. Shimizu, T. Omura, E. Yoshikawa, T. Kosugi, S. Mori, and T. Yamashita, "A high resolution animal PET scanner using compact PS-PMT detectors," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 44, pp. 1277-1282, 1997.
- [²-29] S. R. Cherry, Y. Shao, R. W. Silverman RW, et al, "MicroPET: a high resolution PET scanner for imaging small animals," *IEEE Tran, Nucl. Sci.*, vol. 44, pp. 1161-1166, 1997.
- [²-30] 村山秀雄, "1. 三次元イメージングとその応用 1)モダリティ別三次元イメージングの実際 PET(SPECT)," *INNERVISION(8・10)*, pp. 55-58, 1993.
- [²-31] 村山秀雄, "最近の PET," *放射線*, vol. 24, pp. 31-44, 1998.
- [²-32] T. J. Spinks, D. L. Bailey, P. M. Bloomfield, et al., "Performance of a new 3D-only PET scanner - the EXACT3D," *Conf. Rec. 1996 IEEE MIC.*, 1996.
- [²-33] R. Freifelder, J. S. Karp, M. Geagan, and G. Muehllhner, "Design and performance of the HEAD PENN-PET scanner," *IEEE Tran, Nucl. Sci.*, vol. 41, pp. 1436-1440, 1994.
- [²-34] J. S. Karp, R. Freifelder, M. J. Geagan, et al., "Three-dimensional imaging characteristics of the HEAD PENN-PET scanner," *J. Nucl. Med.*, vol. 38, pp. 636-643, 1997.
- [²-35] J. S. Karp, L. E. Adam, R. Freifelder, G. Muehllhner, F. Liu, and S. Surti, "A high-resolution GSO-based brain PET," *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC.* M4-8, 1999.

- [²36] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, San Francisco: McGRAW-HILL.
- [²37] 丹慶勝市他 訳, NUMERICAL RECIPES in C[日本語版], 技術評論社.
- [²38] G. T. Gullberg, Y-Lung Hsieh, and G. L. Zeng, "An SVD reconstruction algorithm using a natural pixel representation of the attenuated radon transform," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 43, pp. 295-303, 1996.
- [²39] S. Matej and R. M. Lewitt, "Practical considerations for 3-D image reconstruction using spherically symmetric volume elements," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 15, pp. 68-78, 1996.
- [²40] L. A. Shepp and Y. Vardi, "Maximum likelihood reconstruction for emission tomography," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 1, pp. 113-122, 1982.
- [²41] H. M. Hudson and R. S. Larkin, "Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 13, pp. 601-609, 1994.
- [³1] 曾我峰樹, "スパイラルスキャン方式を用いる X 線 CT における画質改善に関する研究," 東京工業大学 修士論文, 1995.
- [³2] W. Press, Numerical Recipes in C, New York: Cambridge University Press, 1992, p. 43.
- [³3] 小国, 他, 行列計算ソフトウェア, 丸善, 1991.
- [³4] 石川友清, "初級放射線," 通商産業研究社, 1994, pp. 68-75, pp. 120-135.
- [³5] O. N. Strand, "Theory and methods related to the singular-function expansion and Landweber's iteration for integral equations of the first kind," *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 11, pp. 798-825, 1974.
- [³6] T-S. Pan, A. F. Yagle, N. H. Clinthorne, and W. L. Rogers, "Acceleration and filtering in the generalized Landweber iteration using a variable shaping matrix," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 12, pp. 278-286, 1993.
- [³7] A. Jennings, Matrix Computation for Engineers and Scientists, New York: John Wiley & Sons, 1977, p. 289.
- [³8] W. Jones, K. Vaigneur, J. Young, J. Reed, C. Moyers, and C. Nahmias, "The architectural impact of single photon transmission measurements on full ring 3-D positron tomography," *IEEE MIC Conf. Rec.*, 2, pp. 1026-1030, 1995.
- [³9] C. C. Watson, A. Schaefer, W. K. Luk, and C. M. Kirsch, "Clinical evaluation of single-photon attenuation correction for 3D whole-body PET," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 46,

pp. 1024-1031, 1999.

- [³-10] C. T. Thompson, J. Moreno-Cantu, and Y. Picard, "PETSIM: Monte Carlo simulation of all sensitivity and resolution parameters of cylindrical positron imaging systems," *Phys. Med. Biol.*, vol. 37, pp. 731-749, 1992.
- [³-11] T. Hasegawa, H Murayama, and Y. Wada, "Monte Carlo simulation of PET performance measurements for EXACT47 at NIRS," *Jpn. J. Med. Phys.*, vol. 17, pp. 83-93, 1997.
- [³-12] J. Qi, R. M. Leahy, S. R. Cherry, A. Chatziioannou, and T. H. Farquhar, "High-resolution 3D Bayesian image reconstruction using the microPET small-animal scanner," *Phys. Med. Biol.*, vol. 43, pp. 1001-1013, 1998.
- [³-13] J. Qi, R. M. Leahy, C. Hsu, T. H. Farquhar, S. R. Cherry, "Fully 3D Bayesian image reconstruction for the ECAT EXACT HR+," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 45, pp. 1096-1103.

- [⁴-1] W. Menke, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, New York: Academic Press, 1984, pp. 171-182.
- [⁴-2] S. P. Huestis, "The Backus-Gilbert problem for sampled band-limited functions," *Inverse Problems*, vol. 8, pp. 873-887, 1992.
- [⁴-3] M. Mimura, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohyama, "Correction for shift-variant characteristics of single photon emission computed tomography acquisition system using sensitivity functions," *Optical Review*, vol. 5, pp. 212-218, 1998.
- [⁴-4] S. S. Furuie, G. T. Herman, T. K. Narayan, P.E. Kinahan, J.S. Karp, R. M. Lewitt, and S. Matej, "A methodology for testing for statistically significant differences between fully 3D PET reconstruction algorithms," *Phys. Med. Biol.*, vol. 39, pp. 341-354, 1994.
- [⁴-5] M. Defrise, P. E. Kinahan, D. W. Townsend, C. Michel, M. Sibomana, and D. F. Newport, "Exact and approximate rebinning algorithms for 3-D PET data," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 16, pp. 145-158, 1997.
- [⁴-6] T. Obi, S. Matej, R. M. Lewitt, and G. T. Herman, "2^{1/2}D simultaneous multislice reconstruction by iterative algorithms from Fourier-rebinned PET data," *1999 International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, pp. 111-114, 1999.

- [⁵-1] W-H. Wong, N. A. Mullani, G. Wardworth, and R. K. Hartz, "Characteristics of small

- barium fluoride (BaF_2) scintillator for high intrinsic resolution time-of-flight positron emission tomography," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-31, pp. 381-386, 1984.
- [⁵-2] T. Tomitani, "Image reconstruction and noise evaluation in photon time-of-flight assisted positron emission tomography," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-28, pp. 4582-4589, 1981.
- [⁵-3] D. L. Snyder, "Some noise comparisons of data-collection arrays for emission tomography-systems having time-of-flight measurements," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-29, pp. 1029-1033, 1982.
- [⁵-4] M. M. Ter-Posossian, D. C. Ficke, M. Yamamoto, and J. T. Hood, "Super PETT I: A positron emission tomograph utilizing photon time-of-flight information," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. MI-1, pp. 179-192, 1982.
- [⁵-5] T. K. Lewellen, A. N. Bice, R. L. Harrison, M. D. Pencke, and J. M. Link, "Performance measurements of the SP3000/UW time-of-flight positron emission tomograph," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-35, pp. 665-669, 1988.
- [⁵-6] K. Ishii, H. Orihara, T. Matsuzawa, D. M. Binkley, and R. Nutt, "High resolution time-of-flight positron emission tomograph," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 61, pp. 3755-3762, 1990.
- [⁵-7] B. Mazoyer, R. Trebossen, C. Schoukroun, B. Verrey, A. Syrota, J. Vacher, P. Lemasson, O. Monnet, A. Bouvier, and J. L. Lecomte, "Physical characteristics of TTV03, a new high spatial resolution time-of-flight positron tomograph," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-37, pp. 778-782, 1990.
- [⁵-8] D. L. Snyder, L. J. Thomas, and M. M. Ter-Pogossian, "A mathematical model for positron-emission tomography systems having time-of-flight measurements," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-28, pp. 3575-3583, 1981.
- [⁵-9] E. A. Philippe, N. Mullani, W. Wong, and R. Hartz, "Real-time image reconstruction for time-of-flight positron emission tomography," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. NS-29, pp. 524-527, 1982.
- [⁵-10] K. Ishii, H. Orihara, and T. Matsuzawa, "Construction function for three-dimensional sinograms of the time-of-flight positron emission tomograph," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 58, pp. 1699-1701, 1987.
- [⁵-11] K. Ishii, S. Watanuki, H. Orihara, M. Itoh and T. Matsuzawa, "Improvement of time resolution in a TOF PET system with the use of BaF_2 crystals," *Nucl. Instru. Meth. Phys. Res.*, A253, pp. 128-134, 1986.
- [⁵-12] M. Lavel, M. Moszynski, R. Allemand, E. Cormoreche, R. Odru and J. Vacher, " BaF_2

- inorganic scintillator for subnanosecond timing," *Nuclear Instruments and Methods*, 1982.
- [⁵-13] W. W. Moses and S. E. Derenzo, "Prospects for time-of-flight PET using LSO scintillator," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 46, pp. 474-478, 1999.
- [⁵-14] D.G.Politte, T.J.Holmes and D.L.Snyder, "Effects of quantization of TOF measurement on image signal-to-noise ratio in TOF emission tomography," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, Vol. 30, 1983.
- [⁵-15] H. C. Gifford, R. G. Wells, and M. A. King, "Human detection performance in PET and time-of-flight PET," *Proc. 1999 International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, pp. 200-203, 1999.
- [⁵-16] W. W. Moses, R. P. G. Virador, S. E. Derenzo, R. H. Huesman, and T. F. Budinger, "Design of a high-resolution, high-sensitivity PET camera for human brains and small animals," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 44, pp. 1487-1491, 1997.
- [⁵-17] M. Schmand, K. Wienhard, M. E. Casey, L. Eriksson, W. F. Jones, J. H. Reed, J. Treffert, M. Lenox, P. Luk, J. Bao, et al, "Performance evaluation of a new LSO high resolution research tomography - HRRT," *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M4-2*, 1999.
- [⁶-1] C. M. Kao, C. T. Chen, and X. Pan, "Accurate image reconstruction for DOI-PET systems and its implications for the development of economic, compact PET (ezPET) systems," *Conf. Rec. 1999 IEEE MIC M8-6*, 1999.
- [⁶-2] M. Schmand, L. Eriksson, M. E. Casey, M. S. Andreaco, C. Melcher, K. Wienhard, G. Flugge, and R.Nutt, "Performance results of a new DOI detector block for a high resolution PET - LSO research tomography HRRT," *IEEE Tran, Nucl. Sci.*, vol. 45 pp. 3000-3006, 1998.
- [⁶-3] R. P. G. Virador, W. W. Moses, and R. H. Huesman, et al., "Reconstruction in PET cameras with irregular sampling and depth of interaction capability," *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 45, pp. 1225-1230, 1998.
- [⁶-4] 村山、"次世代 PET 装置の開発研究", 放医研ニュース no. 44, 2000. (<http://www.nirs.go.jp/>)

(計 98 通)

研究業績

(a) 本研究に関する投稿論文

- [1] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohyama, "An acceleration algorithm for image reconstruction based on continuous-discrete mapping model", *Optical Review*, vol. 7, no. 2, pp. 132-137, 2000.
- [2] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohyama, "High-resolution image reconstruction method for time-of-flight positron emission tomography", *Phys. Med. Biol.*, (accepted).
- [3] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, K. Kita, N. Ohyama, and H. Murayama, "Algebraic PET image reconstruction with pre-computed reconstruction operators using subsets of sensitivity functions", *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, vol. 47, no. 4, pp. ###-###, 2000. (to be published in the August issue).
- [4] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, K. Kita, N. Ohyama, and H. Murayama, "Fast algebraic image reconstruction from Fourier-rebinned PET data", *Phys. Med. Biol.*, (to be submitted).
- [5] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, K. Kita, N. Ohyama, T. Hasegawa, H. Haneishi and H. Murayama, "Algebraic PET image reconstruction using depth-of-interaction information", *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, (to be submitted).

(b) 本研究に関する国際会議

- [1] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, K. Kita, N. Ohyama, and H. Murayama, "Fast Algebraic Reconstruction using Subsets of PET Data," *Conf. Rec. 1999 IEEE Nucl. Sci. Symp. Med. Imag. Conf.*, M7-2, 1999.
- [2] T. Yamaya, T. Obi, M. Yamaguchi, K. Kita, N. Ohyama, and H. Murayama, "Evaluation of a fast algebraic reconstruction from subsets of PET data," *Proc. second Japan-Korea Joint Meeting on Medical Physics, Jpn. J. Med. Phy.*, vol. 19, no. 61, pp. 358-359, 1999.

(c) 本研究に関する国内学会発表

- [1] 山谷泰賀, 三村昌弘, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "連続・離散モデルに基づく X 線 CT 画像再構成の計算量削減," 第 43 回応用物理学関係連合講演会講演予稿

- 集," p. 909, 1996.
- [2] 山谷泰賀, 三村昌弘, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "連続・離散モデルに基づく X 線 CT 画像再構成における高速演算手法," 光学連合シンポジウム福岡'96 講演予稿集, pp. 217-218, 1996.
- [3] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "Time-of-flight 情報を利用した PET 画像再構成," *Optics Japan '97* 講演予稿集, pp. 143-144, 1997.
- [4] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "Time-of-flight 情報を利用した PET 画像再構成における画質の評価," 第 45 回応用物理学関係連合講演会講演予稿集, p. 945, 1998.
- [5] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "Time-of-flight 情報を利用した PET 画像再構成における画質の向上," *Med. Imag. Tech.*, vol. 16, no. 4, pp. 383-384, 1998.
- [6] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "観測系のシフトバリエーションな特性を考慮した高速な PET 画像再構成手法," *Optics Japan '98* 講演予稿集, pp. 273-274, 1998.
- [7] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "代数的手法に基づく高速な PET 画像再構成のためのオペレータ設計," *Med. Imag. Tech.*, vol. 17, no. 4, pp. 415-416, 1999.
- [8] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "代数的手法に基づく高速な PET 画像再構成—再構成像の画質評価—," 第 60 回応用物理学学会学術講演会講演予稿集, p. 874, 1999.
- [9] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 喜多絃一, 大山永昭, 村山秀雄, "代数的手法に基づく高速な PET 画像再構成手法の臨床機を用いた評価," *Med. Imag. Tech.*, vol. 18, no. 4, pp. 547-548, 2000.
- [10] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 喜多絃一, 大山永昭, 長谷川智之, 羽石秀昭, 村山秀雄, "代数的手法を用いた depth-of-interaction PET 画像再構成—検出器厚の最適化," 第 80 回日本医学物理学学会学術大会(JSMP2000) (発表予定).
- [11] 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 喜多絃一, 大山永昭, 長谷川智之, 羽石秀昭, 村山秀雄, "Depth-of-interaction 情報を用いた代数的な PET 画像再構成," *Optics Japan 2000* (発表予定).

(d) その他の学会発表

- [1] 小山隆明, 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "Two compartment model における高速かつ高精度な代謝量推定手法," 第 46 回応用物理学関係連合講演会講演予稿集, p. 1069, 1999.

- [2] 小尾高史, 小山隆明, 山谷泰賀, 山口雅浩, 大山永昭, "2 コンパートメントモデルにおける PET データからの高速な代謝量推定手法," *Med. Imag. Tech.*, vol. 17, no. 4, pp. 413-414, 1999.
- [3] 奥信人, 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "2 コンパートメントモデルにおける高速な代謝量推定手法の開発－臨床データへの適用－," *Optics Japan '99 OSAKA* 日本光学会年次学術講演会 講演予稿集, 1999.
- [4] 奥信人, 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, "18F-FDG コンパートメントモデル解析における高速な機能画像推定手法の開発," 第 47 回応用物理学関係連合講演会講演予稿集, 1999.
- [5] 長谷川智之, 山谷泰賀, 小尾高史, 村山秀雄, "陽電子同時計測ホールボディーカウンター," *Japanese J. of Med. Phys.*, vol.20 Supplement No.2, p87-88, 2000.
- [6] 奥信人, 山谷泰賀, 小尾高史, 山口雅浩, 大山永昭, 外山比南子, "FDG 動態機能解析における PET 投影データからの高速な機能画像推定手法の開発," *Med. Imag. Tech.*, vol. 18, no. 4, pp. 559-560, 2000.

Summery

In positron emission tomography (PET), filtered backprojection (FBP) method limits the accuracy of PET images, although it requires little computation, since it does not take shift-variant characteristics of PET scanner into account. On the other hand, the algebraic reconstruction methods, such as generalized analytic reconstruction from discrete samples (GARDS), have been successfully used to improve image quality through accurate system models, but they have computational burden. The aim of this thesis is to develop practical PET image reconstruction methods based on algebraic techniques to improve PET image quality.

First, PET measurement systems are modeled accurately using sensitivity functions, and GARDS is applied. In order to accelerate the iteration solving linear equations in GARDS, a method to precondition the coefficient matrix is proposed. Numerical simulation results show that the quality of PET images is improved by the accurate system modeling and that GARDS is accelerated effectively by the proposed method.

Next, an approximate method based on algebraic techniques is proposed for clinical PET scanners. The proposed method estimates each element of the sampled image using a subset of measurement data, while conventional algebraic reconstruction methods use all the data. For each image point to be reconstructed, the subset contains the measurement data that contribute significantly to the image point. Then operators to obtain PET image directly from subsets of measurement data are pre-computed and stored. The proposed method was applied to simulated data and experimental data for a clinical PET scanner. The results show that the proposed method produces images with almost the same quality as GARDS does and has a similar computation time to FBP.

Furthermore, in order to reduce the statistical noise in PET images, an image reconstruction method using time-of-flight (TOF) information is developed. TOF-PET measurement system is modeled accurately, and GARDS is applied. Numerical simulation results show that the signal-to-noise ratios of PET images are improved by using TOF information.

The improvement of PET image quality achieved by the proposed methods is expected to advance PET studies, such as the clinical diagnosis, the analysis of brain functions and the molecular imaging.