

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	超音波法を用いた不均質無機材料の損傷評価
Title(English)	
著者(和文)	古嶋亮一
Author(English)	Ryoichi Furushima
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第7154号, 授与年月日:2008年3月26日, 学位の種別:課程博士, 審査員:松尾 陽太郎,安田 公一
Citation(English)	Degree:Doctor of Engineering, Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第7154号, Conferred date:2008/3/26, Degree Type:Course doctor, Examiner;
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

学位論文
平成 19 年度

超音波法を用いた不均質無機材料の
損傷評価

東京工業大学大学院
理工学研究科 材料工学専攻

古嶋 亮一

目次

第1章 緒論	- 1 -
1.1 緒言	- 1 -
1.2 損傷	- 1 -
1.3 損傷モデル	- 9 -
1.4 非破壊検査法について	- 11 -
1.5 超音波法による非破壊検査	- 14 -
1.6 本研究の目的	- 20 -
1.7 本論文の構成	- 20 -
参考文献	- 21 -
第2章 単一の介在物によるパルス波形の変化	- 33 -
2.1 緒言	- 33 -
2.2 Lavrov らによる平面縦波弾性波の変位場の変化に関する理論	- 33 -
2.3 パルス波の振幅・位相変化に関する理論	- 39 -
2.4 数値解析の結果と考察	- 40 -
2.5 結言	- 45 -
参考文献	- 45 -
第3章 複数の介在物モデルによるパルス波形変化の理論的予測	- 57 -
3.1 緒言	- 57 -
3.2 複数の介在物通過によるパルス波形変化に関する理論	- 57 -
3.3 解析結果と考察	- 61 -
3.4 結言	- 65 -
参考文献	- 66 -
第4章 超音波法を用いた耐火物の繰り返し圧縮による損傷の評価	- 77 -
4.1 緒言	- 77 -
4.2 耐火物	- 77 -
4.3 測定耐火物	- 80 -
4.4 実験方法	- 80 -
4.5 実験結果	- 83 -
4.6 結果の考察	- 85 -
4.7 結言	- 91 -
参考文献	- 92 -
第5章 結論	- 110 -
今後の展望	- 111 -
参考文献	- 117 -

APPENDIX A	- 120 -
APPENDIX B	- 129 -
B.1 緒言	- 129 -
B.2 AE 計測について	- 129 -
B.3 損傷発生歪分布関数・密度関数に関する理論.....	- 130 -
B.4 実験方法	- 136 -
B.5 測定結果と考察	- 138 -
B.6 結言	- 140 -
参考文献	- 140 -
APPENDIX C	- 150 -
C.1 緒言	- 150 -
C.2 理論	- 150 -
C.3 解析方法	- 155 -
C.4 解析結果と考察	- 156 -
C.5 結言	- 158 -

第 1 章 緒論

1.1 緒言

材料は、金属、有機物、セラミックスの 3 つに大別される。それぞれの材料には長所と短所がある。これらの短所を克服するために有機物とセラミックス、金属とセラミックスというように両者の材料を複合化させることで、互いの長所を生かし、短所を補いあう材料も開発されている。これらの開発された材料をさらにより良いものにしようと、これまで様々な試みがされてきたことは周知の事実である。より良い材料というのは、使い勝手が良く高機能であるという点もある。しかしそれだけではなく、耐久性に優れているという点もとりわけ構造材においては極めて大事な要素である。

構造材セラミックスの 1 つである耐火物は、高温での衝撃性、腐食性が激しい場所、例えば製鉄生産における高炉や転炉などに用いられている。より効率的、経済的に鉄鋼を生産するためには、高炉や転炉の長期安定操業は欠かせないが、これを実現するには耐火物の高寿命化、高信頼性化が必要不可欠である。こうした要求を満たす耐火物の材料設計には、高温での耐火物の損傷に関する知見が求められる。操業中の転炉や高炉に用いられる耐火物の損傷に関する情報を得るためには、それを測定するための装置が必要である。ただし装置は、以下の条件を満たす必要がある。

- ・ 非破壊で評価できる
- ・ 高温化でも測定できる
- ・ 材料内部に発生した損傷を見つけることができる

そこで本論文では、損傷の定義について述べた上で、損傷を測定するための非破壊損傷評価法について例を挙げる。その上で、非破壊評価法の 1 つである超音波パルスエコー法の優位性について説明し、同方法における問題点を指摘し、本論文の目的を述べる。

1.2 損傷

1.2.1 損傷の定義

損傷の定義は、損傷を評価する研究分野によって様々であり、定量的な統一の見解はなされていない。具体的に述べると、損傷は内部構造変数（損傷パラメータ） D によって表現されるが、この D の定義が分野により異なる。このためある損傷パラメータが、他の研究分野においても同じ損傷状態を表しているとは限らない

損傷パラメータ D において共通している点は、0 から 1 の値の間を取り、数値が大きくなればなるほど損傷は進行しているということである。しかしな

がら，仮に D の数値が与えられても，その値から材料内部がどのような状態になっているのかははっきりしない．このため損傷パラメータは，損傷の程度の1つの目安として捉えるべきである．それにも関わらず，様々な分野において損傷パラメータ D の詳しい表現が試みられている．以下分野別に損傷パラメータの定義について示す．

1.2.2 研究分野別の損傷定義

A. 連続体損傷力学(C.D.M)における損傷の定義⁽¹⁾

連続体力学の範疇においては，材料の体積を微小な体積要素に分割した上で，損傷の定義を行う．微小体積要素の大きさは，任意に決められる．この微小体積要素の破壊を示すクラックの発生状態を損傷と定義する．連続体損傷力学の概念は，Hult⁽²⁾，Chaboche⁽³⁾，Krajcinovic⁽⁴⁾の一般的熱力学不可逆過程を支持するものであり，破壊力学と結びつく可能性を秘めた研究分野である．

B. 欠陥の直接測定による損傷の定義

損傷を定義する上で最も自然な考え方は，発生した欠陥を直接観察し，定量化する方法である．もちろん観察条件と測定対象は様々（クリープ試験中の粒内気孔，疲労試験中の表面亀裂，脆性破壊時の気孔の面積）であるが^{(5),(6)}，損傷パラメータ D の定義については統一的な見解となっている．

対象とする損傷した要素 n の全断面積を S_n ，その要素中の欠陥が占める投影面積を S_{Dn} とすると， n 番目の要素における損傷パラメータ D_n は以下のよう

$$D_n = \frac{S_{Dn}}{S_n} \quad (1.1)$$

先にも述べたが直接観察による定義が，最も単純で合理的であると考えられるが，欠陥の成長を *in-situ* に観察するのが困難である上，初期状態を簡単に決められないという問題がある．

C. 有効応力の概念を用いた損傷のスカラー表現

有効応力の概念は Rabotnov によって最初に提案された⁽⁷⁾．有効応力テンソル $\tilde{\sigma}$ は仮想の値であり，ある歪状態において，損傷を受けた材料が受ける応力 σ を，損傷を受ける前の状態の応力に換算したときの値を示している．換算比は体積要素中全面積 S に対する欠陥以外の要素が占める割合 $(S - S_D)$ で決まっており，以下の式のように与えられる．（Fig.1.2 参照）

$$\tilde{\sigma} = \frac{S}{S - S_D} \sigma = \frac{S}{\bar{S}} \sigma = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (1.2)$$

(1.2)式は B で述べた損傷パラメータの定義と関連している．さらに，有効応力の概念を有効スティフネス $\tilde{\Lambda}$ に変換することも可能であり，以下のようになる．

$$\tilde{\Lambda} = (1 - D)\Lambda \quad (1.3)$$

(1.2)，(1.3)式で示したように応力歪曲線から得られる変数をもとに，損傷パラメータを定義することもできる． $D=D_c$ のとき材料は破壊する．金属材料において D_c は 0.2 から 0.8 の値をとることが知られている．

D. 2 階のテンソルを用いた損傷パラメータ

長繊維系複合材料などの異方性材料では，損傷の方位は負荷方向に独立に決まるため，スカラー値としての損傷パラメータでもよいが，等方性材料の場合，負荷方向と過去の履歴により損傷方位が決まってくるため，損傷パラメータはスカラーとしてではなくテンソルとして表現する必要がある．このテンソルは材料の正味の断面の消失によって定義される⁽⁸⁾．この考えを最初に提案したのが Vakulenko と Kachanov⁽⁹⁾であり，岩石の脆性破壊の研究⁽¹⁰⁾や，不均質性クリープ損傷の理論⁽¹¹⁾に用いられている．C で述べた有効応力とそこから導かれる有効歪を用いて，損傷テンソル d_i が以下のように定義される⁽¹²⁾．

$$\tilde{\sigma}_{ij} = (1 - d_j)^{-1/2} \sigma_{ij} (1 - d_i)^{-1/2} \quad (1.4)$$

$$\tilde{\epsilon}_{ij} = (1 - d_j)^{-1/2} \epsilon_{ij} (1 - d_i)^{-1/2} \quad (1.5)$$

エネルギー保存則から自由エネルギー Ψ は，弾性コンプライアンステンソル S_{ij} ，または弾性損傷コンプライアンステンソル Λ_{ij}^{-1} を用いて以下のように表現できる．

$$\Psi = \frac{1}{2} S_{ij} \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{\sigma}_{ij} = \frac{1}{2} \Lambda_{ij}^{-1} \sigma_{ij} \sigma_{ij} \quad (1.6)$$

(1.6)式より弾性損傷コンプライアンステンソル Λ_{ij}^{-1} と弾性コンプライアンステンソル S_{ij} の関係は以下になる．

$$\Lambda_{ij}^{-1} = (1 - d_j)^{-1/2} S_{ij} (1 - d_i)^{-1/2} \quad (1.7)$$

これを等方体材料に関して，

$$A_i = \frac{1}{E(1 - d_i)^2} \quad B_{ij} = -\frac{\nu}{E(1 - d_i)(1 - d_j)} \quad C_{ij} = \frac{1 + \nu}{E(1 - d_i)(1 - d_j)}$$

とおくと，弾性損傷コンプライアンステンソル Λ_{ij}^{-1} は Voigt の表記により以下のように書き換えられる．

$$\Lambda_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & B_{12} & B_{13} & & & \\ B_{21} & A_2 & B_{23} & & & \\ B_{31} & B_{32} & A_3 & & & \\ & & & C_{23} & & \\ & & & & C_{31} & \\ & & & & & C_{12} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

この定義により、実際の損傷状態を 2 階の対称テンソルのみで表記できるという利点が生じる．問題点としては、損傷弾性スティフネス（コンプライアンス）テンソルと損傷エネルギー解放率を一般の応力状態に対して求めるのが困難だということである．さらに損傷エネルギー解放率の物理的意味が曖昧で、損傷荷重面を表現するときいくつかの矛盾が生じてしまう⁽¹³⁾という問題もある．

E. 4 階のテンソルを用いた損傷パラメータ

数学的に最も単純な定義は、損傷パラメータ $\mathbf{D}$ を 4 階のテンソル D_{ijkl} として扱うことである．この考えは Chaboche によって亀裂の入った弾性体の古典的均一化の基礎理論において提案された⁽¹⁴⁾．損傷テンソルは弾性損傷スティフネステンソル Λ_{ij} と弾性スティフネステンソル C_{ij} を用いて以下のように表現できる．

$$\Lambda_{kl} = (1 - D_{ijkl})C_{ij} \quad (1.9)$$

ここで(1.9)式の 1 は 4 階のテンソル（全ての成分が 1）である．これを用いて有効応力 $\tilde{\sigma}_{ij}$ や損傷エネルギー開放率 Y が簡単に以下のように表現される．

$$\tilde{\sigma}_{ij} = (1 - D_{ijkl})^{-1} \sigma_{kl} \quad (1.10)$$

$$Y = \frac{1}{2} (\Lambda_{ij} \epsilon_{ij}) \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \quad (1.11)$$

F. 損傷テンソルの陽関数表示

$\mathbf{D}$ での損傷パラメータの 2 階のテンソル表現、 $\mathbf{E}$ での 4 階のテンソル表現は、損傷パラメータと弾性率パラメータの関係を表現することに見事に成功している．しかし、超音波法などで測定できる弾性率テンソルの成分とは違い、損傷テンソルの成分は直接測定することができないので、(1.9)の関係式などから与えられる複数の未知係数を含む連立方程式を数値的に解いて求めなければならない．実測上は弾性率の測定値に誤差が含まれるため、正確な損傷テンソルの全てを求めることは、統計的処理を必要とするため複雑である．そこで、損傷テンソル D_{ij} を弾性率テンソルの関数として陽関数表示した例が報告

されている⁽¹⁵⁾.

$$D_{ii} = 1 - \frac{C_{ii}}{C_{ii}^0} \quad (i=j, i,j=1\sim 6) \quad (1.12)$$

$$D_{ij} = \frac{C_{ij}^0 - C_{ij}}{C_{ij}^0 + \text{Sign}(C_{ij}^0 - C_{ij}) \sqrt{C_{ii}^0(1-D_{ii})C_{jj}^0(1-D_{jj})}} \quad (i \neq j, i,j=1\sim 6) \quad (1.13)$$

ここで、 C_{ij}^0 は損傷前の材料のスティフネス、 C_{ij} は損傷後のスティフネスである．これにより、測定した弾性率テンソルの成分から直接損傷テンソルを求めることができる．

G. 余寿命からの損傷の定義

金属の疲労試験などでよく用いられる定義として、余寿命を用いた損傷パラメータ D の定義方法がある．

$$D = \frac{N_1}{N_{F1}} \quad (1.14)$$

ここで、 N_1 は実際に負荷した回数、 N_{F1} は破壊に至るための全負荷回数である．ここからさらに繰り返し負荷を行う場合、 N_2 を破壊に至るための残りの負荷回数、 N_{F2} を損傷前の試験片における破壊に必要な負荷回数(= N_{F1})とすると、以下の関係が成り立つ．

$$D = 1 - \frac{N_2}{N_{F2}} \quad (1.15)$$

この定義の問題点は損傷評価曲線(Fig.1.3 参照)が余寿命の比に対して一意的に決まるのではなく、負荷応力に依存してしまうということである⁽¹⁶⁾．これは、損傷と負荷に関するパラメータを切り離すことができないことを意味する⁽¹⁷⁾．

H. 熱力学による損傷の定義

損傷を不可逆な熱力学過程にとらえ、材料内部の状態変数の変化から損傷の定義が試みられている^{(18),(19)}．損傷パラメータ D は熱力学ポテンシャルを用いて定義される．ここでは、微小歪による等方硬化と等方的損傷における損傷パラメータの導出過程について示す．速度論的硬化への拡張については Halphen と Nugyen⁽²⁰⁾の理論が有名であり、不均一損傷については Lemaître と Chaboche⁽²¹⁾が提案している．また、一般の有限の歪に拡張した例は Rousselier⁽²²⁾によって報告されている．Table1.1 に損傷の熱力学で関与する内部変数について示す．

これらの内部変数は熱力学ポテンシャルを定義する上で重要なパラメータ

となる．今，ある材料に変形を与え損傷を与えたとする．このとき，熱力学ポテンシャル Ψ は弾性変形によるポテンシャル Ψ_e と塑性変形によるポテンシャル Ψ_p により以下のように表される．

$$\Psi = \Psi_e(\epsilon_e, T, D) + \Psi_p(T, r) \quad (1.16)$$

ここで式(1.16)において， Ψ_e と Ψ_p のそれぞれの括弧の中に関連する内部変数を示してある．Chaboche によると⁽²³⁾，損傷弾性挙動はそれに対応する歪と関連する有効応力の概念を用いて以下のように表される．(1.2.1 の C を参照)

$$\Psi_e = \frac{1}{2\rho} (1-D) \Lambda_{ijkl} \epsilon_{eij} \epsilon_{ekl} \quad (1.17)$$

有効応力 $\tilde{\sigma}$ は以下のように定義される．

$$\tilde{\sigma}_{kl} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon_e} = (1-D) \Lambda_{ijkl} \epsilon_{ij} \quad \text{or} \quad \tilde{\sigma}_{kl} = \tilde{\Lambda}_{ijkl} \epsilon_{ij} \quad (1.18)$$

ρ は密度である．ここで，損傷 D に関わる変数として損傷歪エネルギー開放率 Y を以下のように定義する．

$$Y = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = -\frac{1}{2} \Lambda_{ijkl} \epsilon_{eij} \epsilon_{ekl} \quad (1.19)$$

また，等方加工硬化 r に関わる変数として，降伏表面の増分 R は以下のように定義する．

$$R = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (1.20)$$

ここで，以下の条件を仮定する．

- ① 密度 ρ は一定
- ② 加工硬化の影響と損傷の影響は分離可能
- ③ 塑性変形によるポテンシャル Ψ_p は損傷に寄与しない

このとき，弾性歪エネルギーの密度 W_e を以下の陰関数の形

$$dW_e = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (1.21)$$

で定義すると，損傷歪エネルギー開放率 Y は以下のように表現できる．

$$-Y = \frac{W_e}{1-D} = \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dD} \quad (\text{応力 } \sigma \text{ と温度 } T \text{ は一定}) \quad (1.22)$$

$-Y$ は単位損傷成長に対する弾性歪エネルギー開放率としてみなせるので，破壊力学の概念との類似性は明らかである．(1.22)式が損傷に関する熱力学と破壊力学を結びつけるひとつの関係と見なしてよいだろう．この $-Y$ は静水圧応力 σ_H と Von Mises の相当応力 σ_{eq} により以下のように表現できることが報告されている⁽²⁴⁾．

$$-Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left\{ \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right\} \quad (1.23)$$

Fig1.4 に塑性流動と損傷の成長によってエネルギー散逸が行われたことを示す応力 - 歪曲線の例を示す⁽²¹⁾. 図中で曲線 OA'B'は塑性流動(OABで表される)中に起る加工硬化を表しており, AB, BC はそれぞれ損傷進行中の塑性歪と弾性歪の増分を表している. (BC は図の平行に引かれた 2 本の破線により弾性歪相当の量と見なされるが, この領域で弾性歪が起ったことを意味しているのではないことに注意すべきである.) この図により散逸エネルギーは以下の 3 つのエネルギーに分離することができる.

- (1) 系に蓄えられるエネルギー (加工硬化 : Fig.1.4 の①)
- (2) 熱により散逸されるエネルギー (Fig.1.4 の②)
- (3) 損傷過程 $-Y\delta D$ により解放されるエネルギー (最終的には熱エネルギー : Fig.1.4 の③)

I. エネルギー開放率による損傷の表現

H で説明した損傷パラメータ D を損傷歪エネルギー開放率 Y との関連からもう少し簡単に表現することができる. 熱力学の基本原則により内部散逸は正でなくてはならないので, 以下の関係が成り立つ.

$$\sigma : \dot{\epsilon}_p - R\dot{r} - Y\dot{D} > 0 \quad (1.24)$$

ここでそれぞれの内部変数の上についている dot は時間微分を表している. 加工硬化と損傷の影響は分離されているので, 以下の仮定が成り立つ.

$$-Y\dot{D} > 0 \quad (1.25)$$

ここで(1.23)式より $-Y > 0$ なので, $\dot{D} > 0$ である. 破壊のクライテリオンは以下の条件が満たされるとき破壊が始まるとしている.

$$-Y = |Y| \rightarrow Y_c \quad (1.26)$$

一次元の破壊応力 σ_R と臨界損傷パラメータ D_c を用いて Y_c は表現でき, 以下のように表される.

$$Y_c = \frac{\sigma_R^2}{2E(1-D_c)^2} \quad (1.27)$$

(1.27)式を変形すると臨界損傷パラメータ D_c は以下のように表せる.

$$D_c = 1 - \frac{\sigma_R}{(2EY_c)^{1/2}} \quad (1.28)$$

D_c は実験値的に 0.2 から 0.8 の値をとる.

散逸ポテンシャル ϕ は流動内部変数 $(\dot{\epsilon}_p, \dot{r}, \dot{D}, q)$ (q は熱流動) に対して凸上の関数で 2 元の状態変数を持つ以下のような形として表される⁽¹⁹⁾ .

$$\phi(\sigma, R, Y; \epsilon_e, T, p, D)$$

これにより, 散逸に関する変数の変化に対する構成方程式は以下のように与えられる.

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{\partial \phi^*}{\partial \sigma} \quad \dot{r} = -\frac{\partial \phi^*}{\partial R} \quad \dot{D} = \frac{\partial \phi^*}{\partial Y} \quad (1.29)$$

時間に独立な可塑性と等方硬化の場合, 塑性流動は Von Mises の塑性ポテンシャルで特殊化することができる⁽²³⁾.

$$f(\sigma, R, D) = \tilde{\sigma}_{eq} - R - k < 0 \quad (1.30)$$

ここで, $\tilde{\sigma}_{eq}$ は相当有効応力で以下のように与えられる.

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{1-D} \quad (1.31)$$

(1.30)式から偏差応力 σ' を用いて内部状態変数 $\dot{\epsilon}_p, \dot{r}$ は以下の式より与えられる.

$$\dot{\epsilon}_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{1-D} \frac{\sigma'}{\sigma_{eq}} \quad (1.32)$$

$$\dot{r} = \lambda \frac{\partial f}{\partial R} = \lambda \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_p : \dot{\epsilon}_p \right)^{1/2} = (1-D) \dot{p} \quad (1.33)$$

もし損傷が 0 ならば, 状態変数は累積塑性歪 p になる.

J. その他の損傷の定義

上記で述べた損傷の定義以外にも, 様々な物理パラメータを用いた損傷の定義が存在する. Jonas & Baudalet は, 脆性破壊における損傷パラメータとして密度の変化を用いた⁽²⁵⁾. Appolaire らは, チタニウム合金の微構造の変化を, 損傷に伴うメカニカルなパラメータの変化に類似した抵抗率を用いて評価した⁽²⁷⁾. その他のパラメータとして, アコースティックエミッションのカウント数や超音波法による音速変化などが損傷に関するパラメータとして用いられている. しかし, これらの場合, 明確な損傷の定義がされていない場合が多く, 仮にされていたとしても上記で示した損傷パラメータとの整合性はとれていないのが現状である. 各分野のパラメータの整合については議論の余地はあるが, どちらにせよ先に述べたように, 明確な損傷の定義は存在していないの

は確かである。

1.2.3 損傷の定義の優位性

以上の節で述べたことからわかるように、様々な材料の損傷解析が存在するが、その評価基準はまだ完全には統一されていないことがわかる。とはいっても、各々の解析から得られる結論はそれ相応の物理的背景から得られたものである。なので、どれが優れているかという議論は困難である。どの解析手法も長所と短所がある。その点から鑑みるに、一つの解析手法の優越を語るより、むしろ複数の解析法を相補的に用いて、材料の損傷について多角的な観点から評価しようと試みる方が健全であろう。

1.3 損傷モデル

基本的に損傷の定義をするだけでは、各々の材料の力学挙動（一般には応力と歪の関係）を表現することができない。損傷モデルを使って力学挙動を説明した報告例は数多く存在するが、本節においてはその一部について紹介し、利点と問題点を挙げる。

1.3.1 連続体力学モデル⁽²⁷⁾

連続体力学モデルは、1.2.2 の G、H で説明した熱力学における損傷の定義と考察に基づく損傷のモデルである。熱力学に関連する内部変数の変化を基に、線形性・角運動量の保存・エネルギーの保存と材料の構造関係から応力と歪に関する方程式を導く。このモデルが成立する条件としては、以下の 3 つが挙げられる。

- ① 内部変数が非線形（不可逆）変位の微細な変化に対応すること
- ② 体積要素内の物性は均一である
- ③ 熱力学的な状態から決定される破壊の始まりが規定できる

この方法を用いると破壊応力の予測が可能となるが、上記の条件を必ず満たさなければ成立しないため適用できる系が限られてしまうのが欠点である。

1.3.2 不連続クラックモデル⁽²⁷⁾

要素間の相互作用力を経験的に求めたポテンシャルを用いて応力状態のシミュレーションを行う手法がある。この手法の範疇に、最近接分子間の相互作用の力を原子間距離の関数としてシミュレーションする MDS(molecular dynamic simulations)や、 10^8 以下の原子の集団を 1 粒子と見なし MDS と同様な解析をする PDS(particles dynamic simulations)などが挙げられる。これら手法を用いる際、要素の間にクラックや粒子を導入することで、その影響を

考慮した応力解析を行うことができる．解析例として，コンクリートなどの材料中の凝集体を接点にセットし応力解析を行った例，多結晶体の粒内のクラックによる損傷挙動を求めるため，要素中にクラックを導入し PDS を用いて解析を行った例などがある．応力状態をシミュレーションできるため，細かな応力解析が可能であるが，要素間のリンク強度が分からないため，それぞれの状況に応じて経験的に求めた値を代入して求めなければならないという問題がある．

1.3.3 破壊力学を利用したクラックモデル⁽²⁸⁾

破壊力学を利用したクラックモデルは，破壊力学の観点からクラックによる力学挙動を考察する手法である．理論的な考察が可能となる反面，クラック周りの応力状態の表現には様々なモデルが提案されているため，状況に応じてどのモデルが最適か判断する必要がある．以下のいくつかのクラックモデルについて紹介する．

A. 応力拡大係数を用いた応力の表現

応力拡大係数 K を与え，これを基に任意の位置における応力を計算する．応力と応力拡大係数の関係は以下のように与えられる．

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1.34)$$

σ は応力， K は応力拡大係数， r はクラックの中心からの距離である．FEM 解析をする際の最も基本的なクラックモデルとも言える．ただし，応力状態の解析は可能だが，クラック形成についての情報は与えない．

B. エネルギーバランスを考慮した方法

クラックが伸展するときに開放されるエネルギーが単位クラックの表面積を形成するのに吸収されるエネルギー G_c と等しいかそれ以上ならばクラックが伸展するというモデルである．A のモデルと比べ FEM による解析に必要なメッシュの数が軽減できるが，A と同様にクラック形成についての情報は与えない．

C. Dugdale “Strip-yield” モデル，Barenblatt 凝着モデル，複合モデル

Dugdale “Strip-yield” モデルは Fig.1.5 (a) に示すようにクラック先端に塑性域を設け，その領域の応力が降伏応力 σ_Y に達したときクラックが伸展すると考えるモデルである．この塑性域の応力が変位により変化すると考えるのが Barenblatt 凝着モデルである．Fig.1.5 (b) に示すようにクラックの幅 w のと

き、それに対応する応力 σ は幅 w の関数 $f(w)$ として与えられる。このモデルの場合、クラック先端の応力が理論強度 f_t に達したとき、クラックが伸展すると考える。複合モデルは、塑性域の応力 σ をクラックの幅 w の関数として表した $f(w)$ を以下のように一次関数で表現したモデルである。

$$\sigma = f \left(1 - \frac{w}{w_1} \right) \quad (1.35)$$

ここで w_1 は塑性域における最大のクラック幅 (Fig.1.5 (b)参照)

このとき、クラック形成のために吸収されるエネルギー G_c (②参照) は応力と塑性域のクラックの幅 w を用いて以下の式で関連づけられる。

$$\int_0^{w_1} \sigma dw = G_c \quad \therefore w_1 = 2G_c / f_t \quad (1.36)$$

これらのモデルはクラック形成と関連付けて力学挙動を表現することができるので、少数のクラックを有する材料の解析には向いている。しかし、多数のクラックを有する材料の場合、クラックの再結合や相互作用などを考慮しなければならないのでこの方法は有効とはいえない。

1.3.4 その他の損傷モデルについて

この他にも様々な損傷モデルが存在するが大別して次の2つに分けられる。

- ① マイクロクラックの生成や伝播のクライテリアンや微視的な動力学的法則の関連を決定するための損傷モデル
- ② 巨視的な構成方程式を求める現象論的損傷モデル

①はマイクロクラックの生成や成長を含む物理メカニズムを考察できる反面、巨視的な挙動に適用するには均一化の手順が必要で、そのため実材料に適用するのが困難であるという問題点がある。②は工学解析に簡単に適用できる反面、用いられた概念とパラメータが物理メカニズムとの関連性に欠けるという問題を抱えている。理想的な損傷モデルは①、②のモデルを両方取り入れた相補的損傷モデルであると考えられる。いずれにせよ、材料は多種にわたりため、損傷挙動もまた多義にわたる。統一的損傷モデルを考案するのは現時点では困難であるといえる。

1.4 非破壊検査法について

1.4.1 損傷評価における非破壊検査の価値

前節では損傷の定義について述べたが、これらのほとんどは損傷を直接観察するのではなく、関連する内部変数の変化を調べることで損傷と関連付けている。当然これらの内部変数を測定する手段が必要なる。損傷に関連するパラメ

一タはいくつかあり、非破壊で測定できるパラメータもある。測定の都合上、恣意的に損傷を与えようとしない限り、非破壊で損傷を評価できることが望ましい。以下に非破壊検査の種類とその用途について述べる。

1.4.2 非破壊検査の種類とその用途⁽²⁹⁾

非破壊検査は材料に損傷を与えることなく試験が行えるので、圧延品、鍛造品、鋳造品などの素材、および機械部品、溶接部などの検査に広く用いられている。非破壊検査では、その目的達成のために種々の物理エネルギーあるいは現象が利用される。主な方法として以下の数種類が挙げられる。

- (a) 放射線透過試験 (略号 RT) Radiographic Test
- (b) 超音波探傷試験 (略号 UT) Ultrasonic Test
- (c) 磁気探傷試験 (略号 MT) Magnetic Test
- (d) 浸透探傷試験 (略号 PT) Penetrant Test
- (e) 渦流探傷試験 (略号 ET) Eddy Current Test
- (f) アコースティックエミッション試験 (略号 AET) Acoustic emission Test
- (g) その他 (電気抵抗試験, サーモグラフィー, 漏れ試験, 反射光試験)

(a) 放射線透過試験

材料に放射線（主として X 線や γ 線）を当て、放射線の吸収、透過の差異を影絵写真として検出し、物体内部の異常を調べる方法である。Fig.1.6 に放射線透過試験の概要図を示す。この方法は影絵写真から、欠陥の 2 次元的形状が直感的にわかるので、欠陥の種類と大きさの判断が容易であるという長所を持つ。また、体積のある欠陥の検出能力に優れている。その反面、割れの検出能力には問題があり、割れの向きと放射線の向きが同じであれば、割れを検出できるが、向きがある程度異なれば検出できないという欠点がある。

(b) 超音波探傷試験

音波より高い周波数(通常は 1~10MHz)のパルスを探触子から試験体に入射し、内部欠陥により入射超音波の一部が反射されて探触子に受信されることで、欠陥の存在位置や欠陥の大きさを非破壊的に知る方法である。Fig.1.7 に超音波探傷試験の原理を示す。超音波の透過性が良い材料ならば、微小の欠陥でも検出することが可能であるが、反面透過性が悪いと超音波が散乱され、伝ばする超音波が減衰する上に散乱波が雑音エコーとなる。また、欠陥の向きと形状が検出結果に大きな影響を与える。平板状欠陥に垂直に超音波が当たれば、反射波が探触子によく戻り、大きな欠陥エコーとなるのに対し、平板状欠陥が傾いている場合、球状の欠陥の場合は様々の方向に散乱されるので小さな欠陥エコーにしかならない。そして、最大の弱点は探傷面の状態がエコー強度に大

きな影響を与えてしまうことである。

(c) 磁気探傷試験

強磁性体の材料を表面または表面直下の欠陥を検出するのに最も有効な方法である。Fig.1.8 に磁気探傷試験による欠陥検出の例の 1 つである極間法を示す。磁界によって強く磁化される強磁性体は非磁性体の数 10 倍～数 1000 倍の磁束を生じるため、表面や表面直下の欠陥の位置で磁束線の流れの乱れによる漏洩磁束が大きく、これを検知することで欠陥を検出することができる。この方法の欠点は使用対象物が強磁性体に限られることと、検出した割れの深さを知ることができない点である。

(d) 浸透探傷試験

試験体の表面に開口している欠陥を目で見やすくするために、赤色の染色浸透液、または黄緑色に発光する蛍光浸透液により拡大した像にして欠陥指示模様を現す方法である。Fig.1.9 に浸透探傷試験における表面欠陥検出の例を示す。この方法は金属非金属を問わず表面に開口している欠陥を検出することができる、その反面検出能力は磁気探傷よりやや劣る。

(e) 過流探傷試験

コイルを金属板に近づけ交流電流を流すことで交番磁界を生じさせ、それを打ち消すように流れる金属中の過電流を過電流の反作用によるコイルのインピーダンスの変化を測定することで過電流の変化を検知し、欠陥の存在を検出する方法である。Fig.1.10 に過流探傷試験の概要を示す。過電流の分布や電流の大きさは、交流の周波数、試験体の導電率と透磁率や形状寸法、試験体の表面の欠陥の存在によって変化する。よって過電流を検知することで試験体の材質、欠陥の有無、形状寸法の変化などを知ることができる。直接電氣的出力として試験結果が得られるため試験速度は速く、表皮効果により表面の欠陥の検出に適している。しかしこの方法は形状が複雑なものや深部の欠陥には適さない。

(f) アコースティックエミッション試験

金属材料などを折り曲げるなどの塑性変形させることで弾性波を発生させ、この波を受信して欠陥の発生や成長を知る方法である。一般に固体材料ならば変形により弾性波は発生するが、セラミックス材料の場合、組成変形量が小さく破壊してしまう恐れもあるので、非破壊検査の範疇に含まれるかは疑問である。この方法の長所は微小変形により欠陥の発生源と成長を確認することで破壊を未然に防ぐ対策を取りやすいという点である。しかし、始めから存在した欠陥を発見することはできない。

(g) その他

電気抵抗試験は金属材料中の欠陥を挟んだ一定間隔の 2 点間に電流を流し、電圧を測定することで欠陥による見かけの電気抵抗の増加を計算し深さを求

める方法である． この試験は磁気探傷試験や浸透探傷試験で検出した金属材料中の欠陥の深さを定量するのに適している．

サーモグラフィーは欠陥のある部分の熱伝導が局部的に変化することから生じる温度差を物体の熱輻射を利用した赤外線サーモグラフィーにより観察する方法である．

漏れ試験は密閉容器や配管からの液体，気体の漏れを検知する方法である．容器外部に石鹼水を塗り漏洩部での泡を確認する石鹼膜法や，容器内部にヘリウムガスを入れ外部でそれを検知するヘリウムリークテストがこの範疇に含まれる．

反射光試験は表面欠陥を反射光の強さを測定することで検出する方法である．表面欠陥があるところで光が散乱され一定方向での反射光の強さが低下する．

Table 1.2 に各非破壊検査試験法における主な適用される対象物および適用できない対象物について示した．

1.5 超音波法による非破壊検査

前節においては様々な非破壊検査法について説明した．本論文では超音波法による材料の損傷評価に焦点を当て研究をしている．以下に超音波に関わる性質と超音波に関する既往の研究について述べる．

1.5.1 波動の性質と種類⁽²⁹⁾

波動現象は，媒質中のある点における粒子の動きの時間的変化が順次隣の粒子に移り，遠方まで伝わる現象である．粒子そのものは平衡位置近傍で前後または左右に動いているだけで，遠方には移動しない．

波動の種類は主として以下の4つが挙げられる．

① 縦波(P 波) ② 横波(S 波) ③ 平面波 ④ 板波

①縦波は，粒子は波の動きと同一方向に動き，圧縮波とも呼ばれる．②横波は，粒子は波の進行方向に対して粒子は一般には垂直に動き，せん断波とも呼ばれる（単結晶の場合などせん断波が進行方向に直行しない場合もある．）．また解析の便宜上，横波の中で境界面に平行な粒子の動きをする横波を SH 波，境界面に垂直な粒子の動きをする横波を SV 波と呼ぶ．③平面波において，粒子の動きは進行面に平行な縦波成分と進行面に垂直な横波成分を持つ．④板波は，粒子の動きは楕円であり，対称モード(S モード)と非対称モード(A モード)が存在する．

縦波，横波，表面波，板波は条件がそろえば，互いにモード変換可能である．例えば，境界面に平行に入射した SH 波の反射波は SH 波のままであるが，入射

波が単一の P 波または単一の SV 波の場合, 反射波は P 波と SV 波の混合モードとなる.

波動には一般的性質として干渉, 回折, 拡散, 散乱, 反射, 屈折, 減衰がある. 干渉は複数の波が重なって山と谷が変化することであり, 回折は波が障害物の背後に回りこむ性質である. 拡散は波が伝播するにしたがって広がっていくことであり, 散乱は微小な反射体によって波が放射状に散らばる性質である. 減衰は, 波がある距離伝播したとき, エネルギーを失って振幅がだんだん小さくなる性質であり, 散乱・拡散によっても起こるものである.

1.5.2 超音波の性質⁽²⁹⁾

超音波は低周波数の音波に比べ以下の特徴を持ち, これが超音波の定義となる.

(a) 波長が短い

テレビなどの電波の波長は数 m であり, 超音波探傷で使用する波長は数 mm である. また, 超音波は低周波数の音波よりも指向性が鋭く, 直進すると考えられる. これは音源の大きさが波長の数倍以上あるのが普通で, 音束が特定の方向に集中するためである. これにより超音波を幾何光学的に取り扱い解析することが可能となる.

(b) 弾性挙動を示す

粘性挙動を示す波の場合, 境界面での反射は小さい. これに対し超音波は, 弾性挙動を示し, 境界面での反射が大きい. さらに気体・液体・固体の性質が音響的に著しく異なるため, 固体に入った超音波は外に出にくく, 内部の欠陥などによりよく反射されエコーをとらえることができる.

(c) 固体中をよく伝播する

固体中の超音波の反射, 散乱は欠陥の大きさと超音波の波長によって決まる. 例えば欠陥などが波長より十分小さい場合は, 音波の散乱はほとんどなく音波は通過する. このことから減衰率は欠陥の大きさと超音波の波長との関係を表した散乱条件によって異なる.

1.5.3 音速と波長⁽²⁹⁾

等方性材料の場合, 材料中を伝播する平面波の音速 c は波の波長 λ と周波数 f から以下のように与えられる.

$$c = f\lambda \quad (1.37)$$

また, 縦波と横波の音速 c_L, c_S は材料の密度と弾性率からそれぞれ以下のようになる.

$$c_L = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}} = \sqrt{\frac{K + (4/3)\mu}{\rho}} \quad (1.38)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.39)$$

ここで E はヤング率, μ は剛性率, σ はポアソン比, K は体積弾性率, ρ は密度である.

このことから縦波音速と横波音速の比 c_s/c_L はポアソン比によって以下のよう
に決定される.

$$\frac{c_s}{c_L} = \sqrt{\frac{(1-2\sigma)}{2(1+\sigma)}} \quad (1.40)$$

Fig.1.11 にポアソン比に対する縦波音速と横波音速の比を示した.

1.5.4 減衰⁽²⁹⁾

超音波の減衰の原因は主として以下の場合が考えられる.

- ① 結晶粒および組織による散乱減衰
- ② 粘性減衰
- ③ 転位の運動による減衰
- ④ 強磁性体・強誘電体⁽³⁰⁾における分域壁の運動による減衰
- ⑤ 残留応力にもとづく音場の乱れによる見かけの減衰

この中でセラミックス材料の超音波探傷で問題となるのは, 散乱減衰である.

減衰係数 α_0 は物体中における平面超音波が距離 x 伝播したとき, 次式の関係で定義されている⁽³¹⁾.

$$\xi = \xi_0 \exp(-\alpha_0 x) \exp\left\{i\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)\right\} = \xi_0 \exp\{i(\omega t - kx)\} \quad (1.41)$$

$$k = \omega/u - i\alpha_0 \quad (1.42)$$

ここで, ξ は波が距離 x 伝播した後の音圧または物質変位, ξ_0 は波の最初の音圧または物質変位, ω は角周波数, t は時間, u は音速, k は複素伝播波数もしくは複素波数を表す α_0 の単位は x の単位を cm としたとき $[\text{neper}/\text{cm}]$ で表現するのが普通である.

実用上は対数表示である対数減衰率 α を用いることが多く

$$\alpha = \frac{1}{x} 20 \log_{10} \frac{\xi_0}{\xi} \quad (1.43)$$

と表し, x の単位を cm とすると, 単位は $[\text{dB}/\text{cm}]$ である. α と α_0 の関係は以下
のようになる.

$$\alpha_0 = \frac{\log 10}{20} \alpha \approx \frac{\alpha}{8.686} \quad (1.44)$$

1.5.5 超音波パルスエコー法による材料の非破壊検査

超音波を損傷評価に用いる利点として以下の点が挙げられている。

- ① 現地で非破壊的に検査できる。
- ② 構造物内部の検査ができる。
- ③ レプリカ、X線等と比較して短時間で広範囲の検査が可能である。
- ④ ヤング率，ポアソン比，密度など物性値変化に対応して超音波特性も変化する。物性値を計測するより超音波特性を計測する方が簡便である。
- ⑤ ロボット等自動計測装置の開発により広範囲の検査計測が容易である。
- ⑥ 得られる波形には多くの情報が含まれている。

このように超音波による材料中の損傷評価は，多くの可能性を秘めている。この中で，材料を伝播した波の底面でのエコー波を観測することで評価する方法は超音波パルスエコー法とよばれる。

Fig.1.12 に超音波パルスエコー法により得られる波形の代表例を示す。左側から見て最初に見られるピークは第1底面エコー波と呼び，超音波を入射した表面の対面（底面）で反射した波を表している。次に見られるピークは第2底面エコー波と呼び，一度底面で反射した波が超音波を入射した表面で反射し，再度底面で反射した波を表す。以下底面で反射した回数が3回となると第3底面エコー波となる。

超音波パルスエコー法から得られる結果として，見かけの音速，減衰率，周波数依存性が挙げられる。反射法では第1底面エコー波と第2底面エコー波の距離と振幅値からそれぞれ見かけの音速，減衰率を求めることができる⁽³²⁾。

見かけの音速 V_A は Fig1.13 で示す第1底面エコー波と第2底面エコー波の伝播時間の差と測定した試験片の厚さ L により以下のように与えられる。(Fig.1.14 参照)

$$V_A = \frac{2L}{t_2 - t_1} \quad (1.45)$$

ここで， t_1, t_2 はそれぞれ第1底面エコー波，第2底面エコー波に対応する時間を表す。対数減衰率 α は第1底面エコー波と第2底面エコー波の振幅の比から求まるパラメータで以下のように与えられる。

$$\alpha = \frac{20 \log_{10} |A_1 / A_2|}{2L} \quad (1.46)$$

ここで， A_1, A_2 はそれぞれ第1底面エコー波，第2底面エコー波に対応する振幅を表す。これらのパラメータは材料中の欠陥や亀裂により影響を受けるこ

とが実験的に知られている⁽³¹⁾。よってこれらのパラメータの変化と損傷を結びつけて考えることは有効な損傷評価法の 1 つである。

1.5.6 超音波法パルスエコー法による材料の損傷評価

1.4.2 で紹介したように超音波を用いた非破壊検査法として、超音波探傷法が一般的である。この方法は金属材料のような少数の欠陥が内在する場合、その欠陥の位置を特定するのに有効な手段である。しかしながら、耐火物のような不均質材は、材料内部に多数の欠陥を有しているため、欠陥でのエコー波は無数に存在し、またそれらが干渉することにより欠陥の位置に関する情報を得ることを極めて困難にしている。実際エコー波として検知できるレベルではなく、ノイズに等しい。そこで超音波探傷法に用いる感度の高い高周波のプロブの替わりにより感度の低い低周波数のプロブを用いる。これにより底面エコー波としてはっきり確認できる波形を得ることが可能となる。この波形を超音波パルスエコー法により求められる見かけの音速や対数減衰率から、損傷を間接的に評価できる。しかしながら、個々の欠陥に対する検出能は下がり、超音波探傷法における問題と同様に位置の特定は困難になる。このように多数の欠陥を有する材料は、個々の欠陥の大きさと位置に関する情報を得ることが難しい。しかしもう少し広い視点に立って考えると、個々の欠陥に関する情報よりはむしろ欠陥全体としての損傷の程度について考察した方が有用であるといえる。実際、超音波パルスエコー法に基づいて得られたパラメータを利用して損傷評価を行った例がいくつか報告されている。

Mirmiran ら⁽³³⁾は、見かけの音速の測定結果を用いて繊維強化ポリマー含有コンクリートとポリマーを含有しないコンクリートの損傷を比較した。Niyogi ら⁽³⁴⁾は、キャストブル耐火物の急冷による熱衝撃や耐火物中で進行する疲労損傷を評価するために、見かけの音速を測定しこの変化より評価を行った。Kline ら⁽³⁵⁾は接着した Al-Al 重ね継ぎ層の疲労損傷を表面波測定による見かけの音速と減衰率を用いて評価した。

現在超音波による見かけ音速・減衰率の測定による損傷評価の問題点としては、材料中の内部構造が見かけの音速、および減衰率の変化にどのようなメカニズムで関わっているのかが明らかになっていないことである。現段階において、見かけの音速、減衰率の変化に関する理論が若干数報告されている。以下にその理論について紹介し、これらの理論の特長と問題点について述べる。

1.5.7 見かけの音速、減衰率の変化に関する既往の理論と問題点

A. 高坪らによる音波の迂回理論⁽³⁶⁾

高坪らは材料中に入射した超音波が円筒中を迂回するという観点から直接

波（円筒に当たらずそのまま通過する波）と迂回波（円筒周りを迂回した後直進する波）の伝ば時間差を計算した．（Fig.1.15 参照） 1 個の球状円筒によって生じる直接波と迂回波の伝ば時間差 Δt は以下の式のように与えられる．

$$\Delta t = \frac{\pi r}{2V_c} - \frac{r}{V_p} = r \left(\frac{\pi}{\alpha} - 2 \right) / 2V_p \quad (1.47)$$

$$\alpha = V_c / V_p \quad (1.48)$$

ここで r は円筒の半径, V_c は迂回波の音速, V_p は入射波の音速である．

これにより試料中の見かけの音速 V_A は超音波の見かけの伝ば距離を L ，円筒が存在しない場合に通過するのにかかる時間を t とすると以下のようになる．

$$V_A = \frac{L}{t + \Delta t} = \frac{t}{t + \Delta t} V_p \quad (1.49)$$

この理論は，音波が迂回することを前提に作られているが，実際に音波が迂回するという実験事実はなく，また理論的に導かれる迂回距離に基づく見かけの音速と実験値にはずれがあり，正しい理論とは言い難い．

B. Waterman と Truell の多重散乱理論 ⁽³⁷⁾ と見かけの音速，減衰率の変化

Waterman と Truell は材料中にランダムに分散した空孔による弾性入射波の多重散乱の影響について解析し，局所的に密度・弾性率が異なる材料中を伝播する波の波数を平均化したものを複素伝播波数 κ と名づけ，入射波の波数 k との関係を下のように求めた．

$$\left(\frac{\kappa}{k} \right)^2 = \left\{ 1 - \frac{2\pi n_0 f(0)}{k^2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2\pi n_0 f(\pi)}{k^2} \right\}^2 \quad (1.48)$$

ここで， n_0 は空孔の濃度， $f(0)$ ， $f(\pi)$ はそれぞれ単一の空孔による前方散乱強度と後方散乱強度である．複素伝播波数 κ は，実部は見かけの波長 λ に相当し，虚部は減衰率 α と関連することから以下のような関係式を持つ．

$$\kappa = \text{Re}(\kappa) + i \text{Im}(\kappa) = \frac{1}{\lambda} + i\alpha \quad (1.49)$$

(1.49) 式より材料中の見かけの音速 V_A と減衰率 α はそれぞれ以下のように表される．

$$V_A = f_0 \lambda = \frac{f_0}{\text{Re}(\kappa)} \quad (1.50)$$

$$\alpha = \text{Im}(\kappa) \quad (1.51)$$

ここで f_0 は入射波の周波数である．多重散乱理論を用いた見かけの音速，減

衰率の変化の推定は便宜上有用であるといえる。しかしながら、波の波数が増加するメカニズムを物理的には示しておらず、かつ局所的に異なる波数を平均化して考えているため、局所的な見かけの音速や減衰率の変化を求めることはできない。

以上示したように現段階では、欠陥や気孔などの介在物による見かけの音速変化や減衰率の変化のメカニズムを明確にした上で、それに基づいて変化量を理論的に計算した例はないことがわかる。

1.6 本研究の目的

前節までに、損傷評価の必要性和現在における損傷評価法の問題点を示し、とりわけ超音波法による損傷評価の可能性について詳しく言及した。超音波を用いて耐火物のような多数の欠陥を有する不均質材の損傷評価を行う場合、個々の欠陥の位置や大きさを特定することは困難である。しかし、欠陥全体としてどの程度の損傷に対応するのかを評価する手段として、超音波パルスエコー法は有効な手段であるといえる。現在、評価に用いるパラメータである見かけの音速および減衰率の変化が材料の介在物のどのような性質に対応して変化するのかを、変化のメカニズムを明らかにした理論を用いて評価した例は見当たらない。

そこで本研究の第一の目的は、波動方程式を解くことにより、材料の内部構造の変化と見かけの音速・減衰率の変化との関係を理論的に解析し、変化のメカニズムを明らかにすることである。内部構造の変化としては、材料中の介在物の密度や大きさや形状の変化などが考えられる。これらの変化に基づいて、見かけの音速と減衰率がどのように変化するかを解析的に求める。その後解析結果を、超音波パルスエコー法を用いて実際の耐火物の損傷評価に適用し、耐火物の損傷評価に超音波パルスエコー法が有効であるかの検証を行うことを第二の目的とする。

1.7 本論文の構成

第 1 章『緒論』では、耐火物の高寿命化、高信頼性の観点から、損傷評価の重要性について整理し、非破壊検査法としての超音波パルスエコー法の利点について述べた。さらに同方法より測定される見かけの音速・減衰率などの音響パラメータの変化に及ぼす損傷の影響についての既往の研究を纏め、損傷による内部構造の変化に対する音響パラメータの変化のメカニズムを明らかにすることの重要性を指摘し、本論文の目的と意義を述べた。

第 2 章『単一の介在物によるパルス波形の変化』では、内部構造の変化による入射した弾性平面パルス波の波形変化を調べた。具体的には、単一の円筒

介在物を含む弾性媒体中の波動方程式に基づき Lavrov らが提案した平面縦波弾性波の変位場に関する積分方程式を数値解析することにより求めた。

第 3 章『複数の介在物モデルによるパルス波形変化の理論的予測』では、単一の円筒介在物によるパルス波の波形変化に基づく伝達関数・周波数応答を用いて、複数の円筒介在物によるパルス波の波形変化を周波数空間での重ね合わせにより見積もった。さらにこの結果を利用して、パルス波が単一の周波数ではなく異なる周波数を持つパルス波が合成された系におけるパルス波形の変化に関する理論へ拡張した。具体的には入射波をフーリエ級数展開し、単一の周波数を持つ波に分解した後、各周波数の波に対応する出力波を重ね合わせた。以上の手順により異なる周波数を持つパルス波が合成された系における複数の円筒介在物によるパルス波の波形変化を予測した。最後に、円筒介在物によるパルス波の位相・振幅変化と見かけの音速・減衰率との関連性を述べ、材料の内部構造の変化と見かけの音速・減衰率の変化との関係を定量的に示した。

4 章『超音波法を用いた耐火物の繰り返し圧縮による損傷の評価』では、不均質無機材料であるアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛の繰り返し一軸圧縮による見かけの音速変化を in-situ に測定し、負荷・除荷過程における双方の材料での見かけの音速の変化の挙動の違いについて調べた。これらの音速変化をもとに、双方の材料における負荷・除荷過程での損傷挙動と繰り返し圧縮による累積損傷の評価を行った。さらに、第 2 章、第 3 章で求めた円筒介在物の形状や個数によるパルス波形変化の解析結果を用いて、一軸圧縮応力の負荷・除荷過程で耐火物内部に発生した亀裂の数を推定した。最後に亀裂数の推定結果を踏まえ、双方の耐火物において繰り返し負荷・除荷過程による損傷モデルを提案した。

第 5 章『結論』では、第 1 章から第 4 章までを総括し、本研究による成果と今後の課題について纏めた。

参考文献

- (1) Chaboche L.J., Transaction of ASME J. Appl. Mech., v.55 (1998) pp.59-72
- (2) Hult J., Mechanism of Deformation and Fracture, Pergamon, Oxford, pp.233-347
- (3) Chaboche L.J., Nuclear Engineering and Design, v.64 (1981) pp.233-247
- (4) Krajcinovic D., Appl. Mech. Review, v.37 n.1 (1984)
- (5) Dyson V.D. and McLean D., Met. Sci., v.2 (1977) pp.37
- (6) Levillant C. and Pineau A., LCF and Life Prediction, ASTM-STP

- 770, Amzallag, Leis Rabbe, end. (1982) pp.169-193
- (7) Rabotnov Y.N., Creep Problems in Structural Members. North-Holland.
 - (8) Kachanov L.M., Isv. Akad. Nauk. SSR, Otd Tech. Nauk, v.8 (1958) pp.26-31
 - (9) Vakulenko A.A. and Kachanov M.L., Mekhanika Tverdogo Tela (in Russian), v.4 (1971) pp.159-166
 - (10) Dragon A., Archivum Mechaniki Stosowanej, Warsaw, v.28 n.1 (1976) pp.13-30
 - (11) S.Murakami, J. Eng. Mater. & Tech., Transactions of the ASME, v.105, n.2 (1983) pp. 99-105
 - (12) Cordebois J.P. and Sidoroff F., Journal de Mecanique Theorique et Appliquee (in French), (1980) pp. 45-59
 - (13) Chow C.L. and J. Wang, Eng. Fracture Mech. v.27 n.5 (1987) pp.547-558
 - (14) Chaboche L.J., Col. Euromech 115, Grenoble, Editions du CNRS, n.295 (1982) pp.737-760
English translation by R.A.E. Farnbrough, Trans 2039, (1980)
 - (15) Composites Science and Technology v.56 (1996) pp.1373-1382
 - (16) Manson S.S., I.C.M, Cambrigde, v.1 (1979) pp.13-45
 - (17) Krempl E. Conf. on Environmental Degradation of Engineering Materials, Blacksburg, VA. (1977)
 - (18) Sidroff F., Arch. Mech., Poland, v.27 n.5-7 (1975) pp.807-819
 - (19) Germain P., Nguyen Q. S. and Suquet P., ASME J. Applied Mechanics, v.50 (1983) pp.1010-1020
 - (20) Halphen B. and Nguyen S., J. de Mécanique (in French, English), v.14 n.1 (1975) pp.39-63
 - (21) Lemaître J. and Chaboche J. L., Mécanique des Matériaux Solides(in French), Dunod Paris,(1985)
 - (22) Rousselier G. IUTAM Symp. On Three-Dimensional Constitutive Relations and Ductile Fracture, Dourdan, Nemat-Nasser, editors, North-Holland Publ. Comp., pp.331-355
 - (23) Chaboche L. J., Sym. Franco-Polonais de Rhéologie et Méchanique(in French), Cracovie (1977)
 - (24) Lemaître J., Nuclear Engineering and Design, v.80 pp.233-245 (1984)

- (25) Jonas J. J. and Baudelet B., *Acta Metallurgica*, v.25 (1977) pp.43-50, Pergamon Press
- (26) Appolaire B. et al., *Material Science and Engineering A*, v.448 n.1-2 (2007) pp.135-145
- (27) D. Krajcinovic, S. Mastilovic, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, v.35 (2001) pp.9-18
- (28) A Hillerborg, M Mod  er and P-E Petersson, *Cement and Concrete Research*, v.6 (1976) pp.773-782
- (29) (社)日本非破壊検査協会 「新非破壊検査便覧」 日刊工業新聞社
- (30) 和田 八三久 「音波物性」(材料科学シリーズ1) (株)共立出版 (1969) pp. 153-158
- (31) 日本材料学会 「超音波と材料」 装華房 (1992)
- (32) 日本学術振興会 製鋼第 19 委員会 「超音波探傷法」 日刊工業新聞社 (1974) pp.76-83
- (33) Mirmiran A. and Wei Y., “Damage Assessment of FRP-encased concrete using ultrasonic pulse velocity” *J. Engineering Mechanics* **127** 2, 126-135 (2001)
- (34) Niyogi S.K. and Das A.C., “Prediction of thermal shock behaviour of castable refractories by sonic measurements”, *InterCeram: International Ceramic Review* **43** 6, 453-457 (1994)
- (35) Kline R. A. and Hashemi D. “USING INTERFACE WAVES FOR MONITORING FATIGUE DAMAGE DEVELOPMENT IN ADHESIVELY BONDED JOINTS” *Ultrasonics Symposium Proceedings*, 1032-1035(1985)
- (36) 高坪,山本 日本機械学会論文集 (A 編) 60 巻 577 号 (1994) pp.224-235
- (37) P.C.Waterman,RohnTruell, J. *Mathematical Physics* Vol.2 No.4 pp.512-537

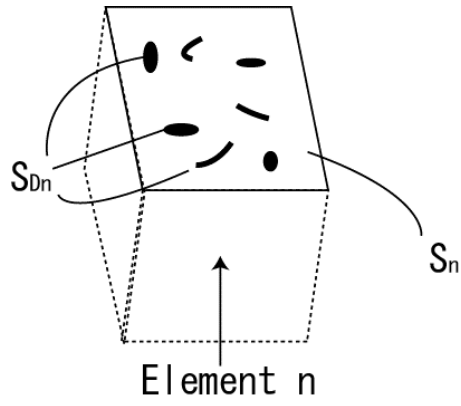


Fig.1.1 Damage surface S_{Dn} in damage element n

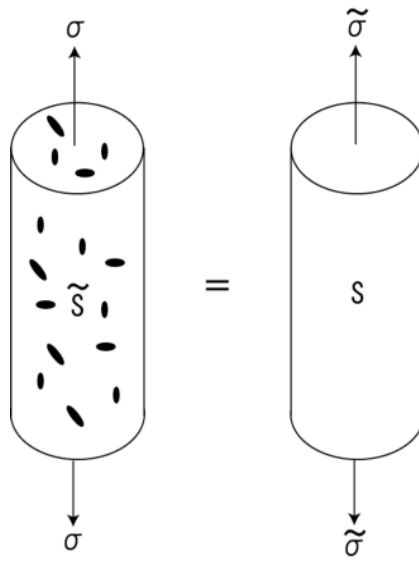


Fig.1.2 The concept of effective stress $\tilde{\sigma}$ relating to damage

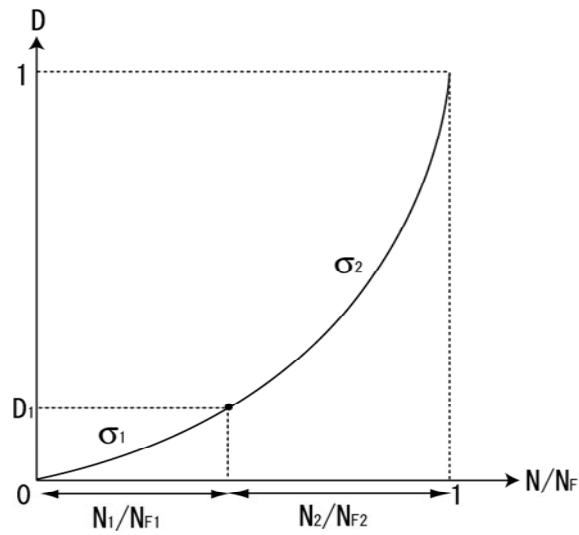


Fig.1.3 Damage evolution curves deduced from remaining life measurement

Table1.1 Internal variables corresponding to thermodynamics (Chaboche)

Observable variables	Internal variables	Associated variables
Elastic strain tensor ϵ_e		Stress tensor σ
Temperature T		Entropy S
	Isotropic hardening r	Size increase of yield surface R
	Damage D	Damage strain energy release rate Y

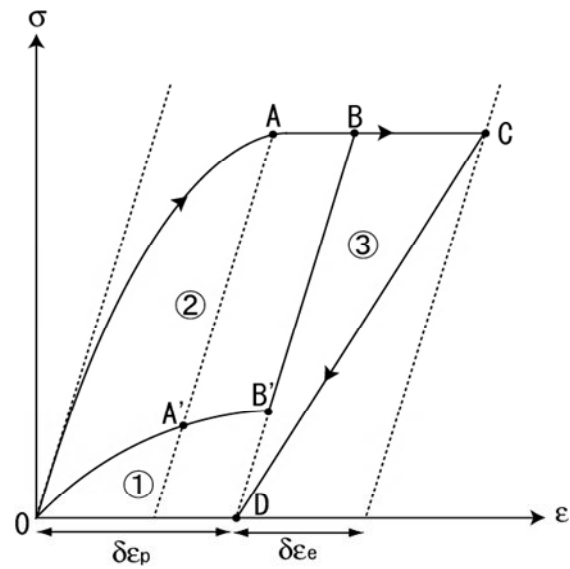


Fig.1.4 Separation of a stress-strain loop including flow and damage growth into different energy dissipation areas

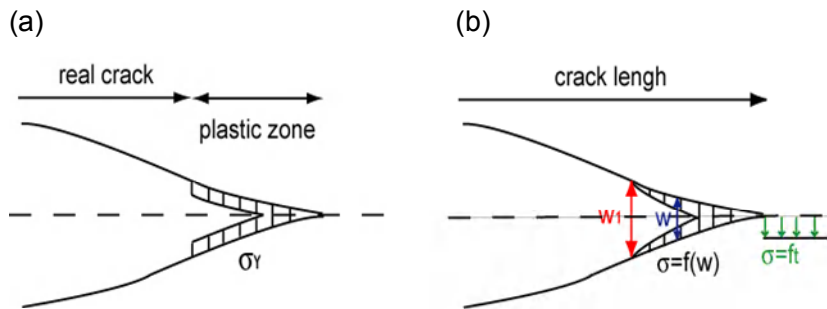


Fig.1.5 Schematic drawing of crack nucleation models
(a) Dugdale model (b) Barenblatt model

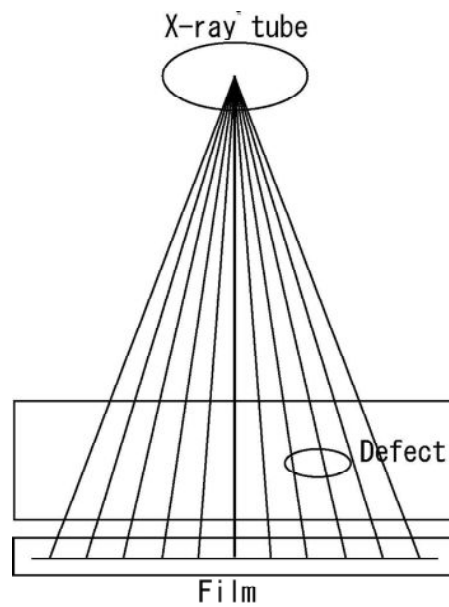


Fig.1.6 Schematic illustration of a radiographic test

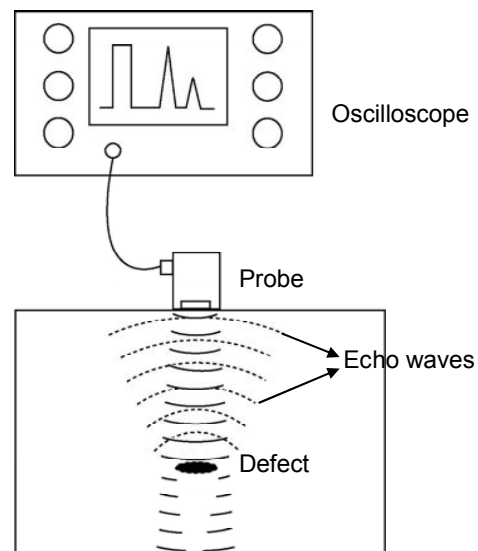


Fig.1.7 Schematic illustration of an ultrasonic test

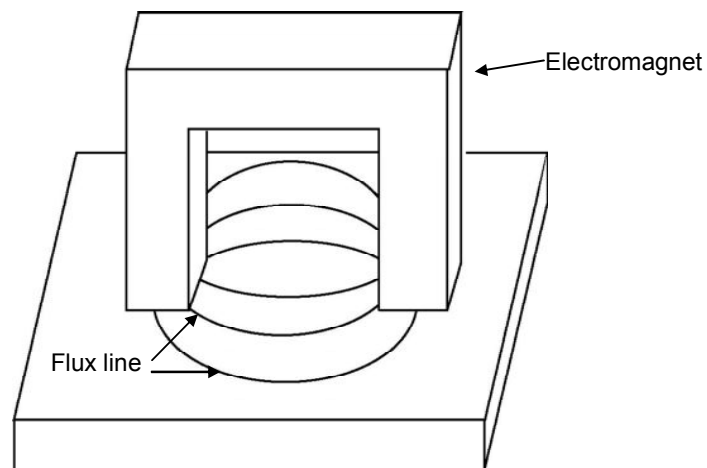


Fig.1.8 Schematic illustration of a magnetic test

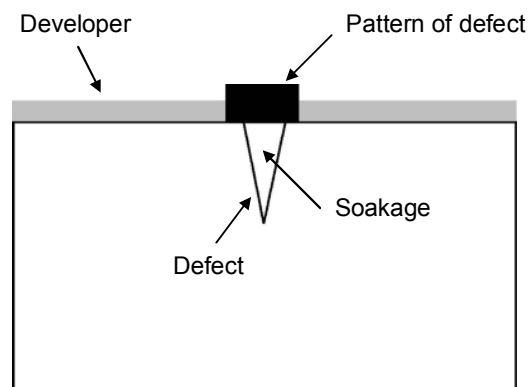


Fig.1.9 Schematic illustration of a penetrant test

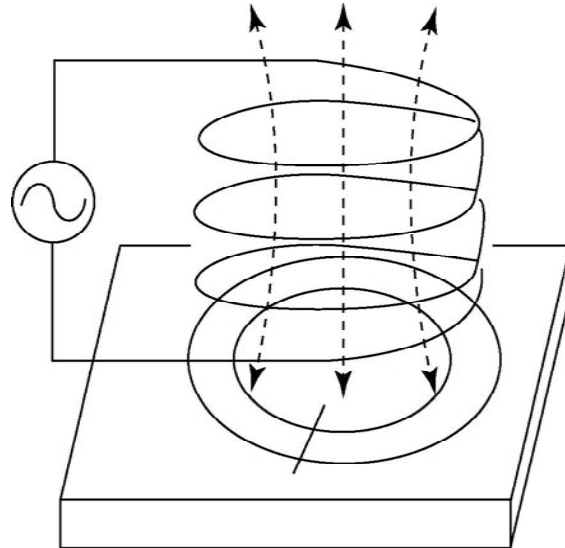


Fig.1.10 Schematic illustration of an eddy current test

Table1.2 The coverage for various nondestructive testing

Method	Target of defect	Possible application	Impossible application
RT	Internal defects	Weld part, cast steel	Board, foundry with more than 400 mm thickness
UT	Internal defects	Board, pipe, steel forgings and weld part	Conventional cast iron (FC100-200)
MT	Superficial defects	Ferromagnetic steel	Non-magnetic material Defects locating deep part
PT	Surface opening defects	Metal, nonmetal materials	Internal defects Porous material
ET	Superficial defects	Material with simply shape	Material with complex shape Defects locating deep part
AET	Cracks which nucleate or propagate	Pressure vessel	Defects existing before measurement

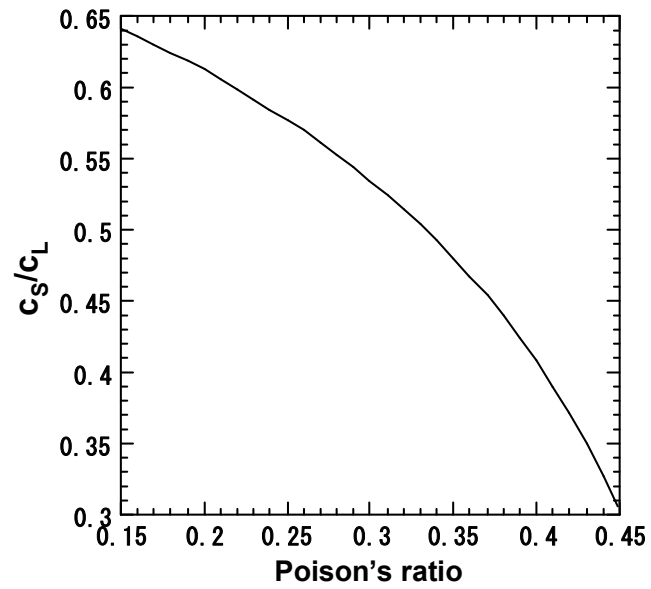


Fig.1.11 The relationship between sonic velocity ratio C_s/C_L and Poisson's ratio
 C_s : velocity of transverse wave
 C_L : velocity of longitudinal wave

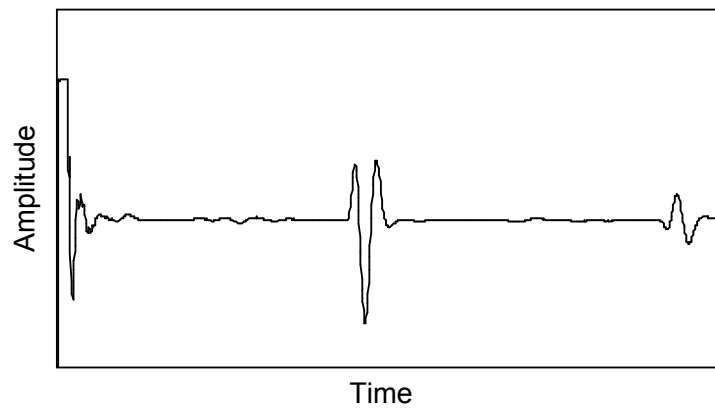
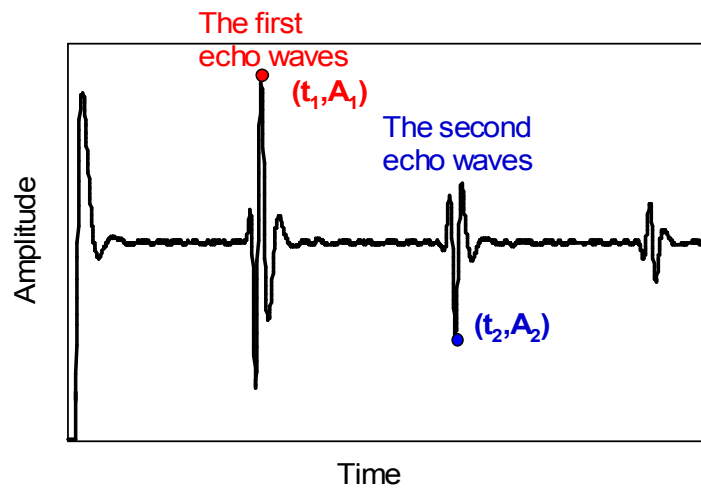


Fig.1.12 The echo waves obtained from the ultrasonic pulse echo method



Apparent sonic velocity $V_A = \frac{2L}{t_2 - t_1}$	Attenuation coefficient $\alpha = \frac{20 \log_{10}(A_1 / A_2)}{2L}$
---	--

Fig.1.13 Measurement of acoustic parameters from the echo waves



Fig.1.14 Schematic diagram of the two kinds of echo waves

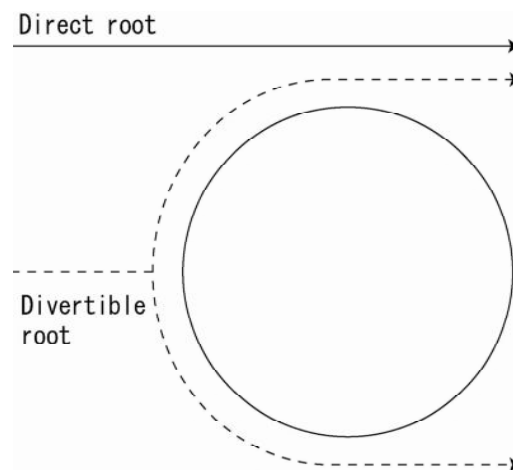


Fig.1.15 Key map of the divertible theory of sonic velocity

第 2 章 単一の介在物によるパルス波形の変化

2.1 緒言

前章において、超音波パルスエコー法により測定される見かけの音速・減衰率などの音響パラメータの変化に及ぼす損傷の影響についての既往の研究を纏め、損傷による内部構造の変化に対する音響パラメータの変化のメカニズムを明らかにすることの重要性を指摘した。見かけの音速や減衰率は、材料中にパルス波を入射したときに得られるエコー波を横軸に時間、縦軸に振幅をとった波形として表し、入射波とエコー波の伝達時間や振幅の比から測定される(1.5.5 参照)。

そこで本章においては、内部構造の 1 要因である材料中の介在物と、見かけ音速と減衰率の変化の関係を定量的に明らかにすることを目的とする。本章では、計算の簡便性から介在物として円筒介在物を選択した。この介在物の内部構造パラメータ（密度、形状、ポアソン比、サイズ等）の違いによる材料内部を伝播するパルス波形の変化について考察する。なお、本章では単一の円筒介在物によるパルス波形の変化のみを扱うことにする。複数の円筒介在物によるパルス波形の変化については次章で扱う。円筒介在物による縦波弾性波の振幅や位相の変化に関して、それを示唆する結果が Lavrov らの論文で報告されている⁽¹⁾。そこでこの Lavrov らの論文を参照し、介在物による弾性波の振幅・位相の変化を求め、これらの変化によるパルス波形の変化について考察した。

具体的には、単一の円筒介在物を含む弾性媒体中の波動方程式に基づいて Lavrov らが提案した積分方程式を数値解析した結果を示し、その結果をもとに求めたパルス波形の変化を示す。

2.2 Lavrov らによる平面縦波弾性波の変位場の変化に関する理論

2.2.1 Navier-Stokes の方程式とグリーン関数⁽¹⁾

材料中の円筒介在物に縦波平面波が入射する状況について考える(Fig.2.1 参照)。縦波は x_3 軸に進行する波とし、変位ベクトルを $\mathbf{u}_{\text{incident}}$ とおくと以下の式で与えられる。

$$\mathbf{u}_{\text{incident}} = \mathbf{u}_0 \exp(i\omega t) \quad \mathbf{u}_0 = u^0 \exp(i\omega x_3 / c_1) \mathbf{i}_3 \quad (2.1)$$

ここで、 u^0 は入射波の変位の振幅、 x_1, x_2, x_3 はデカルト座標、 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ はそれぞれ座標成分の基底ベクトル、 ω は入射波の角周波数、 t は時間、 c_1 は媒体中の縦波音速である。介在物の半長を L とし、入射波の波長 $\lambda = 2\pi c_1 / \omega$ と同次元の長さとする。また、円筒介在物の半径を h とし、長さ L に比べて十分小さいとする。

介在物とマトリックスは均一等方弾性体とし、密度のみが異なるとする。マトリックスの密度を ρ 、介在物の密度 ρ_1 をとすると、材料は不均質媒体と見なすことができ、媒体の密度 ρ^* は以下のように表せる。

$$\rho^* = \rho + (\rho_1 - \rho)P_\Omega(x) \quad P_\Omega(x) = \begin{cases} 1 & (\text{介在物中}) \\ 0 & (\text{マトリックス中}) \end{cases} \quad (2.2)$$

Navier-Stokes の方程式からマトリックス中の変位場 $\mathbf{u}_0$ は以下ようになる。

$$\mu \left(\Delta \mathbf{u}_0 + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \mathbf{u}_0 \right) + \rho \omega^2 \mathbf{u}_0 = 0 \quad (2.3)$$

ここで Δ はラプラシアン、 ν はマトリックスのポアソン比、 $\mu = \rho c_2^2$ は剛性率、 c_2 は媒体中の横波音速であり、縦波音速 c_1 と以下の関係がある。

$$\frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)}} \quad (2.4)$$

介在物を含む材料中での変位場を $\mathbf{u}$ とおくと、 $\mathbf{u}$ は介在物の濃度が希薄系の場合 Navier-Stokes の表現を用いて以下のように書き表せる。

$$\mu \left(\Delta \mathbf{u} + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } \mathbf{u} \right) + (\rho + (\rho_1 - \rho)P_\Omega) \omega^2 \mathbf{u} = 0 \quad (2.5)$$

なお、系は Sommerfeld⁽²⁾ の放射条件を満たし、界面での変位の連続性が失われないとする。

(2.5)式から(2.3)を引くと、介在物による変位場の差分 $\mathbf{u} - \mathbf{u}_0$ に関する Navier-Stokes の方程式が得られる。

$$\mu \left(\Delta (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad div } (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \right) + \rho \omega^2 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) = \omega^2 (\rho - \rho_1) \mathbf{u} P_\Omega \quad (2.6)$$

(2.6)式は $\mathbf{u} - \mathbf{u}_0$ に関して、体積力 $\mathbf{f} = \omega^2 (\rho_1 - \rho) \mathbf{u} P_\Omega$ を持つ均一媒体における非斉次の Navier-Stokes 方程式とも見なせる。

Lavrov らはこの体積力が材料中に入射した平面弾性波の波形変化をもたらすことについて言及してはいないが、この体積力により平面弾性波の変位場は乱され、波形が変化すと解釈することもできる。今、入射平面弾性波がパルス波であると仮定する。(2.2)式より体積力はマトリックス内では 0、介在物中で $\omega^2 (\rho_1 - \rho) \mathbf{u}$ となり、介在物中のみで有限の値を持つ。よってパルス波は、介在物を通過する際に波形変化が生じることになる (Fig.2.2 参照)。

変位 $\mathbf{u} - \mathbf{u}_0$ は、(2.6)式の右辺 = $\delta(\mathbf{x})$ ($\delta(\mathbf{x})$ はディラックのデルタ関数) と置いたときの解であるグリーン関数 $G^\omega(\mathbf{x})$ を用いて以下のように表現できる。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) = (\rho_1 - \rho) \omega^2 \iiint_V G^\omega(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \mathbf{u}(\mathbf{x}') dV(\mathbf{x}') \quad (2.7)$$

ここで、デカルト座標系においてグリーン関数 $G^\omega(\mathbf{R})$ は以下のようになる⁽³⁾。

$$G_{jk}^{\omega}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\mu} \left[\delta_{jk} \left\{ \frac{1}{R} \exp(-i\omega R/c_2) - \frac{c_2^2}{\omega^2} P(R) \right\} - \frac{c_2^2}{\omega^2} x_k x_j Q(R) \right] \quad (2.8)$$

$$P(R) = \frac{1}{R^3} \left[\exp(i\omega R/c_1) \left(i \frac{\omega R}{c_1} - 1 \right) - \exp(i\omega R/c_2) \left(i \frac{\omega R}{c_2} - 1 \right) \right] \quad (2.9)$$

$$Q(R) = \frac{1}{R^5} \left[\exp(i\omega R/c_1) \left(-\frac{\omega^2 R^2}{c_1^2} - 3i \frac{\omega R}{c_1} + 3 \right) - \exp(i\omega R/c_2) \left(-\frac{\omega^2 R^2}{c_2^2} - 3i \frac{\omega R}{c_2} + 3 \right) \right] \quad (2.10)$$

$$R^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad (2.11)$$

2.2.2 入射波の変位の単一円筒介在物による影響⁽¹⁾

平面縦波弾性波が弾性マトリックス中に存在する円筒介在物に入射する場合 (Fig.2.1 参照) において, Lavrov らは漸近解析の手法と体積力の明確な表現により (2.7) 式～(2.11) 式をより解きやすい以下の積分方程式の形に整理した. ただし, 文献(1)に掲載された積分方程式には, 数点誤りがあると考えられるので, ここではそれを修正して示す.

$$U_3(s) - u^0 = - \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho} \right) \left(\frac{\omega h}{2c_2} \right)^2 \left[\int_0^{2L} K(|s-s'|) U_3(s') ds' + \frac{3-4\nu}{4(1-\nu)} \left\{ \int_0^{2L} \frac{U_3(s') - U_3(s)}{|s-s'|} ds' + U_3(s) \left(2 \ln 2 - 2 \ln h + \ln(2Ls - s^2) + \frac{4(1-\nu)}{3-4\nu} \right) \right\} \right] \quad (2.12)$$

$$U_1(s) = U_2(s) = 0 \quad (2.13)$$

$$K(r) = \frac{1}{r} \left[\exp\left(\frac{i\omega r}{c_2}\right) - \frac{3-4\nu}{4(1-\nu)} - \left(\frac{c_2}{\omega r}\right)^2 \left\{ \exp\left(\frac{i\omega r}{c_1}\right) \left(\frac{i\omega r}{c_1} - 1 \right) - \exp\left(-\frac{i\omega r}{c_2}\right) \left(-\frac{i\omega r}{c_2} - 1 \right) \right\} \right] \quad (2.14)$$

ただし $r=0$ のとき

$$K(0) = \frac{i\omega}{3c_2} \left(4 + \frac{c_2^3}{c_1^3} \right) \quad (2.15)$$

ここで, $U_1(s)$, $U_2(s)$, $U_3(s)$ はそれぞれ座標 $x_1=s$ における x_1, x_2, x_3 方向の弾性

波の変位を表す．今， $s \in (0, 2L)$ の円筒介在物を規格化し， $x \in (-1, 1)$ の円筒介在物とすると，出力される波の変位 $U_s(s)$ を入射波 u^0 で規格化した x_3 軸方向の変位 $U_s(x)$ は以下のように表される．

$$U_s(x) = A \left[BU(x) \cdot f(x) + \int_{-1}^1 K(|x-x'|) U_s(x') dx' + B \left\{ \int_{-1}^1 \frac{U_s(x') - U_s(x)}{|x-x'|} dx' \right\} \right] + 1 \quad (2.16)$$

$$A = \frac{-(1-q)p^2 \varepsilon^2}{4} \quad (2.17)$$

$$B = \frac{3-4\nu}{4(1-\nu)} \quad (2.18)$$

$$f(x) = 2 \ln 2 + \ln \left\{ \frac{2(x+1) - (x+1)^2}{\varepsilon^2} \right\} + \frac{4(1-\nu)}{3-4\nu} \quad (2.19)$$

$$K(x) = \frac{1}{x} \left[\exp(ipx) - \frac{3-4\nu}{4(1-\nu)} - \frac{1}{p^2 x^2} \left\{ \exp\left(\frac{ic_2 p}{c_1} x\right) \cdot \left(\frac{ic_2 p}{c_1} x - 1\right) - \exp(-ipx) \cdot (-ipx - 1) \right\} \right] \quad (2.20)$$

ここで， $\varepsilon = h/L$ は介在物の長さに対する直径の割合（逆アスペクト比）（ $\varepsilon \ll 1$ ）， $q = \rho_1/\rho$ はマトリックスの密度に対する介在物の密度の割合， $p = \omega L/c_2$ は位相の次元を持つ規格化した周波数である．

2.2.3 積分方程式の数値解析法

(2.16)式をさらに整理すると以下ようになる．

$$U_s(x) = AB U_s(x) \cdot f(x) + A \int_{-1}^1 K(|x-x'|) U_s(x') dx' + AB \left\{ \int_{-1}^1 \frac{U_s(x') - U_s(x)}{|x-x'|} dx' \right\} + 1 \quad (2.21)$$

(2.21)式の積分方程式を解くことで $U_s(x)$ を求めることができる．ただし， $U_s(x)$ は複素数である．残念ながら核 $K(x)$ が複雑なため解析的に解くことができない．さらなる問題点として，(2.21)式の右辺第3項が $x=x'$ のとき特異点を有するため，この問題を解決した上で数値的に解かなければならない．そこでまず特異点の問題を解決するため以下に示す処理を行った．

(2.21)式の右辺第3項の中括弧の中を α とおくと， α は以下のように4つの積分範囲に分割できる．

$$\begin{aligned}\alpha = & \int_{-1}^{x-\varepsilon} \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x - x'} dx' + \int_{x-\varepsilon}^x \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x - x'} dx' \\ & + \int_x^{x+\varepsilon} \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x' - x} dx' + \int_{x+\varepsilon}^1 \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x' - x} dx'\end{aligned}\quad (2.22)$$

ここで(2.22)式の右辺第2項と第3項の和を β とすると、 β の積分範囲の領域は、 ε を限りなく小さくすると $x' \rightarrow x$ となり、以下の(2.23)式の関係から β は(2.24)式のように書き表せる。

$$\lim_{x' \rightarrow x} \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x' - x} = U_s'(x) \quad (2.23)$$

$$\beta = -U_s'(x) \int_{x-\varepsilon}^x dx' + U_s'(x) \int_x^{x+\varepsilon} dx' \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0 \quad (2.24)$$

(2.24)式を(2.22)式に代入すると、 α は以下のようになる。

$$\alpha = \int_{-1}^{x-\varepsilon} \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x - x'} dx' + \int_{x+\varepsilon}^1 \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x' - x} dx' \quad (2.25)$$

(2.25)式から(2.21)式の右辺第3項に関して $x=x'$ の特異点を無視して積分を行えば良いことがわかった。(2.25)式を(2.21)式に代入して再度整理すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}& \{1 - AB \cdot f(x)\} U_s(x) \\ &= A \int_{-1}^1 K(|x - x'|) U_s(x') dx' + AB \left\{ \int_{-1}^{x-\varepsilon} \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x - x'} dx' + \int_{x+\varepsilon}^1 \frac{U_s(x') - U_s(x)}{x' - x} dx' \right\} + 1\end{aligned}\quad (2.26)$$

(2.26)式の形で表される積分方程式を第3種フレドホルム型積分方程式という。

(ただしこの状態の表記では積分区間に変数 x が含まれているので、本来ならばボルテラ型と言うべきなのかもしれない。しかしながら後の式に出てくることからわかるように、この積分区間の x は消滅する。そのため、ここでは積分区間に変数 x を持たないフレドホルム型として扱うことにする。) 一般的に数値積分をする際は、第3種 ($U_s(x)$ に係数がついている状態) から2種 ($U_s(x)$ の係数が1) に変換する必要がある⁽⁴⁾。そこで以下のような変換を行い、(2.26)式の第3種フレドホルム型積分方程式から(2.27)式のような第2種フレドホルム型積分方程式とした。

$$V(x) = 1 + A \int_{-1}^1 K_1(x, x') V(x') dx' + AB \left[\int_{-1}^1 \{K_2(x, x') V(x') - K_3(x, x') V(x)\} dx' \right] \quad (2.27)$$

$$V(x) = \frac{U_s(x)}{1 - ABf(x)} \quad (2.28)$$

$$f(x) = 2 \ln \left(\frac{2}{\varepsilon} \right) + \ln \{2(x+1) - (x+1)^2\} + \frac{1}{B} \quad (2.29)$$

$$K_1(x, x') = \frac{K(|x - x'|)}{1 - ABf(x')} \quad (2.30)$$

$$K(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \left[\exp(ipx) - B - \frac{1}{p^2 x^2} \left\{ \exp\left(\frac{ic_2 p}{c_1} x\right) \cdot \left(\frac{ic_2 p}{c_1} x - 1\right) - \exp(-ipx) \cdot (-ipx - 1) \right\} \right] & (x \neq 0) \\ \frac{ip}{3} \left(2 + \frac{c_2^3}{c_1^3} \right) & (x = 0) \end{cases} \quad (2.31)$$

$$K_2(x, x') = \begin{cases} \{1 - ABf(x') |x - x'|\}^{-1} & (x \neq x') \\ 0 & (x = x') \end{cases} \quad (2.32)$$

$$K_3(x, x') = \begin{cases} \{1 - ABf(x) |x - x'|\}^{-1} & (x \neq x') \\ 0 & (x = x') \end{cases} \quad (2.33)$$

今回、積分方程式(2.27)式を数値的に解くためにガウス・ルジャンドル積分を用いた。今、 x に関して n 個のデータ点を持つ場合のガウス・ルジャンドル積分は以下のように表せる⁽⁵⁾。

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{j=1}^n C_j f(x_j) \quad (2.34)$$

$$C_j = \frac{1}{P_n'(x_j)} \int_{-1}^1 \frac{P_n(x)}{x - x_j} dx \quad (2.35)$$

ここで $P_n(x)$ はルジャンドルの球関数で以下のように与えられる。

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad (2.36)$$

(2.27)式に(2.34)式を適用することで、 x_1 軸上の i 番目のデータ x_i における変位場 $V(x_i)$ について以下の関係式が導かれる。

$$V(x_i) = 1 + A \sum_{j=1}^n C(x_j) K_1(x_i, x_j) V(x_j) + AB \left[\sum_{j=1}^n C(x_j) \{K_2(x_i, x_j) V(x_j) - K_3(x_i, x_j) V(x_i)\} \right] \quad (2.37)$$

(2.37)式を行列式の表現に直すと以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} -AC(x_0)\{K_1(x_0, x_0) + BK_2(x_0, x_0)\} & \cdots & \cdots & -AC(x_n)\{K_1(x_0, x_n) + BK_2(x_0, x_n)\} \\ +AB\sum_{m=0}^n C(x_m)K_3(x_0, x_m) + 1 & & & \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & -AC(x_n)\{K_1(x_n, x_n) + BK_2(x_n, x_n)\} \\ -AC(x_0)\{K_1(x_n, x_0) + BK_2(x_n, x_0)\} & \cdots & \cdots & +AB\sum_{m=0}^n C(x_m)K_3(x_n, x_m) + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V(x_0) \\ \vdots \\ \vdots \\ V(x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

(2.38)

(2.38)式を数値的に解けば $V(x)$ の解が得られるが、 $V(x_i)$ 、 $K_1(x_i, x_j)$ は複素数 ($i, j: 1 \sim n$) のため、実数のみ用いた計算プログラムを用いて数値解を求める際、実部と虚部に分離して解かなければならない。 $V(x_i)$ 、 $K_1(x_i, x_j)$ の (実部, 虚部) をそれぞれ ($\text{Re}V(x_i)$, $\text{Im}V(x_i)$)、($\text{Re}K_1(x_i, x_j)$, $\text{Im}K_1(x_i, x_j)$) とおいたときに得られる行列式については長いので Fig.2.3 に示す。なお、 $\text{Re}K_1(x_i, x_j)$ 、 $\text{Im}K_1(x_i, x_j)$ については以下のように表される。

$$\text{Re}K_1(x_i, x_j) = \begin{cases} 0 & (i = j) \\ T_1(x_i, x_j)[\cos\theta_1 - B + T_2(x_i, x_j)(\cos\theta_2 + \theta_2 \sin\theta_2 - \cos\theta_1 - \theta_1 \sin\theta_1)] & (i \neq j) \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\text{Im}K_1(x_i, x_j) = \begin{cases} p(4+r^3)\{3(1-ABf(x_j))\}^{-1} & (i = j) \\ T_1(x_i, x_j)[\sin\theta_1 - T_2(x_i, x_j)(\theta_2 \cos\theta_2 - \sin\theta_2 + \theta_1 \cos\theta_1 - \sin\theta_1)] & (i \neq j) \end{cases} \quad (2.40)$$

$$T_1(x_i, x_j) = \{1 - ABf(x_j) |x_i - x_j|\}^{-1} \quad (2.41)$$

$$T_2(x_i, x_j) = \{p |x_i - x_j|\}^{-2} \quad (2.42)$$

$$\theta_1 = p |x_i - x_j| \quad \theta_2 = r\theta_1 \quad (2.43)$$

$$r = \frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{1-2v}{2(1-v)}} \quad (2.44)$$

2.3 パルス波の振幅・位相変化に関する理論

2.3.1 Lavrov の積分方程式より得られるパルス波の振幅と位相の変化

(2.38)の行列式より $V(x_i)$ ($i: 1 \sim n$) を求めることができる。よって $x_1 = x_i$ における u^0 で規格化した x_3 軸方向の変位 $U_s(x_i)$ は以下の関係式より得られる。

$$U_s(x_i) = \{1 - ABf(x_i)\}V(x_i) \quad (2.45)$$

ここで $x_1 = x_i (-1 < x_i < 1)$ におけるは入力波 $x(t)$ に対する出力波 $y(t)$ の比 $U_s(0)$ を考える. $U_s(x_i)$ は, この位置での振幅増幅度 R および位相の変化分 θ を用いて以下の式で与えられる.

$$U_s(x_i) = \frac{y(t)}{x(t)} = R \cdot \exp(i\theta) = R \cos \theta + i R \sin \theta \quad (2.46)$$

ここで数値解析により得られた $U_s(0)$ の実部と虚部をそれぞれ $\text{Re } U_s(0)$, $\text{Im } U_s(0)$ とおくと,

$$\text{Re } U_s(x_i) = R \cos \theta \quad \text{Im } U_s(x_i) = R \sin \theta \quad (2.47)$$

(2.47) 式より振幅増幅度 R と位相の変化 θ は $\text{Re } U_s(x_i)$, $\text{Im } U_s(x_i)$ を用いて以下のように表せる.

$$R = \sqrt{\{\text{Re } U_s(x_i)\}^2 + \{\text{Im } U_s(x_i)\}^2} \quad (2.48)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im } U_s(x_i)}{\text{Re } U_s(x_i)} \right) \quad (2.49)$$

(2.48), (2.49) 式から得られた R, θ を用いると単一円筒介在物による入力波 $x(t)$ の変化後の波 (出力波) $y(t)$ は (2.46) 式から以下のように与えられる.

$$y(t) = R \cdot \exp(i\theta) \cdot x(t) \quad (2.50)$$

(2.50) 式から入力波が正弦波や余弦波である場合, 出力波は入射波の振幅を R 倍, 位相が θ 変化した波として出力されことを意味する.

以上の理論に基づいて, **FORTRAN** により単一円筒介在物によるパルス波の変化に関連するパラメータである振幅増幅度 R と位相の変化 θ を求めるプログラムを組み, 異なるパラメータの値における数値解を求めた. プログラムの内容については **APPENDIX A** に示した.

2.4 数値解析の結果と考察

2.4.1 ポアソン比の影響

Fig.2.4 (a), **Fig.2.4 (b)** にポアソン比 ν を変化させたときの入射波の振幅 u^0 で規格化した x_3 軸方向の変位 $U_s(x)$ の振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の結果を示す. 他のパラメータは $q=2$, $\varepsilon=0.01$, $p=8$ である.

ポアソン比の増加は $-1 < x_1 < 1$ 全体において $R \cdot \theta$ の正の増加に寄与し, 波形に変化を与えないことがわかった. また, その変化量も後述するパラメータの影響に比べれば非常に小さく, 弾性出力波のポアソン比による影響は小さく, 材料によって適当なポアソン比の値を代入することにより, ある程度妥当な弾性出力波の見積もりが可能であると考えられる.

2.4.2 円筒介在物の逆アスペクトの影響

Fig.2.5 (a), Fig.2.5 (b)に円筒介在物の半長に対する半径の割合（逆アスペクト比） ε を変化させたときの変位 $U_s(x_i)$ の振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の結果を示す．他のパラメータは $q=2$, $v=0.23$, $p=8$ である．

密度比 q やポアソン比 v , 規格化周波数 p などの他のパラメータとは違い, 逆アスペクト比 ε は, 仮定によりある種の制限が存在する．2.2.1 で述べたが円筒介在物の半径を h , 長さ L に比べて十分小さいという仮定があるため, ε は 1 より十分小さければならない．Fig.2.5 (a)の結果からわかるように振幅は $\varepsilon=0.05$ までは全体的に増加しているが, それを超えると減少し, $\varepsilon=0.1$ 以降では変化しなくなる． x_i の値による変動は ε が大きくなるにつれて大きくなっていくが, やはり $\varepsilon=0.1$ 以降では変化しなくなってしまう．もしこの結果を額面どおり受け取るならば, 円筒のアスペクト比は出力波の挙動に非常に大きな影響を与えるということは間違いなく言えるだろう．少なくとも座標による変動に関してはその影響は顕著であるといえる．しかしながら $\varepsilon=0.1$ 以降では変化しないという傾向を見ると, ε が 1 に近づいたときの R , θ に関する信憑性は薄いとも取れる．どちらにせよ, ε の十分小さいところで議論することが Lavrov の積分方程式を議論するうえでの前提条件であるといえるだろう．

Fig.2.5 (b)の結果についても同様で, ε の十分小さいところで議論することが必要である．この条件の下で考察すると, ε が 0.05 を超えない範囲では位相は ε の増加に対し, 変化量が増大していくという傾向があると見なせる．(数値を見るとかなり大きな影響があると考えられる.)

2.4.3 規格化周波数の影響

Fig.2.6 (a), Fig.2.6 (b)に規格化周波数 $p=\omega L/c_2$ を変化させたときの変位 $U_s(x_i)$ の振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の結果を示す．規格化周波数は, 入射波の周波数を長さ L と横波の音速を用いて規格化した位相の次元を持つ周波数である．他のパラメータは $q=2$, $v=0.23$, $\varepsilon=0.01$ とした．

p の増大に対し, 振幅の増幅度 R , 位相変化分 θ とも急速に増大する．また座標による変動も p の増大に対し, 大きくなる傾向を持つ．一般に高周波数ほど, 散乱の影響は大きいと見なせるので, 出力波に関する結果はその見解を保証したものとなっている．

またここで用いられている p の値は円筒介在物の半長 L , および間接的に円筒介在物の半径 h に依存しており, $\varepsilon(=h/L)$ を一定としたとき, L, h が大きくなると p が大きくなるため, R , θ も増大することになる．一般に散乱の影響は介在物のサイズ R と波の波長の比で議論されており⁽⁶⁾, 波長 λ を一定とすると, R が大きくなるにつれて, 小さい方から順にレーリー散乱($\lambda \gg R$), 確率

散乱(λ と R は同次元), 拡散散乱($\lambda \ll R$)と変化していくことになる. Lavrov の前提条件により今回は, L と λ はほぼ同程度の大きさで, 確率散乱の領域に属することになる⁽⁶⁾. h と λ は, λ の方が圧倒的に大きくレーリー散乱の領域に属す⁽⁶⁾. 本研究では, 入射が円筒介在物の直径分を飛び越える形で伝播していくモデルを考えているので, レーリー域での波の伝播に関する理論と見なすことができる. したがって, レーリー散乱領域の範囲で議論する限りにおいては, h が大きくなるにつれて散乱の影響が大きくなると結論できる.

2.4.4 マトリックスの密度と介在物の密度の比の影響

Fig.2.7 (a), Fig.2.7 (b)にマトリックスの密度に対する介在物の密度の割合 q を変化させたときの変位 $U_s(x_i)$ の振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の結果を示す. 他のパラメータは $\nu=0.23$, $\varepsilon=0.01$, $p=8$ である.

$q=1$ のときは, マトリックスの密度と介在物の密度が等しいことを意味しており, Lavrov らの理論において両者を区別するパラメータが存在しないことになり, 理論上介在物上で散乱しないことになる. そのため, 振幅・位相とも変化しないという結果は当然だといえる.

マトリックスよりも介在物の密度が小さい場合($\rho_1 < \rho : q=0$ のとき), 振幅は減少し, 位相は負にシフトする. 一方, マトリックスよりも介在物の密度が大きい場合($q=2,4$ のとき), 振幅は増加し, 位相は正にシフトする. この現象の概念図について, Fig.2.8 に示す. マトリックスの密度の方が小さい場合(Fig.2.8 (a)), 位相は負にシフトする. よってパルス波は, 全体として時間軸方向に関して引き伸ばされるため, 振幅は減少することになる. 対照的に介在物の密度の方が大きい場合(Fig.2.8 (b)), 位相は正にシフトする. この場合パルス波は, 全体として時間軸方向に関して圧縮されることになるため, 振幅は増加することになる. ただし, この解析結果は介在物界面での反射による透過波のエネルギーの減少を考慮していない(前方散乱の影響は考慮している)ので, 現実には振幅が増加することはない.

以上の解析結果より, マトリックスの密度と介在物の密度の比 q は, パルス波形の変化を考える上で, 位相の正負・振幅の増減を決定する重要なパラメータであることがわかった.

2.4.5 円筒介在物の中心におけるパルス波の振幅と位相変化

2.4.4においてマトリックスの密度と介在物の密度の比 q は, パルス波形の変化を考える上で, 位相の正負・振幅の増減を決定する重要なパラメータであることを示した. そこで, R , θ に影響を与える残りのパラメータである, マトリックスのポアソン比 ν , 介在物の逆アスペクト比 ε , 規格化周波数 p に対す

る円筒介在物中心における R , θ の変化を, マトリックスと介在物の密度比 q が $q=0$ (マトリックスの密度の方が大) のときと $q=2$ (介在物の密度の方が大) のときの 2 種類の場合について比較する.

Fig.2.9, Fig.2.10, Fig.2.11 にそれぞれ振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の v , ε , p に対する依存性の結果を示す. ((a)は R , (b)は θ の結果を表す.) どのグラフも $q=0$ と $q=2$ の場合における R , θ の変化の挙動は, ほぼ対称となる. このことから, マトリックスのポアソン比 v , 介在物の逆アスペクト比 ε , 規格化周波数 p は, 振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の絶対値の増減には関わるが, 位相の正負, 振幅の増減には関係ないことがわかる. 唯一マトリックスの密度と介在物の密度の比 q のみが位相の正負, 振幅の増減を規定する. なお Fig.2.10 において, 一部対象の挙動とならない箇所があるが, $\varepsilon \ll 1$ となる領域では満たしているため, 一致しない箇所に関しては, $\varepsilon \ll 1$ の条件逸脱による影響が出ていると考えられる.

2.4.6 振幅増幅度 R の規格化周波数依存性を関数化したときの減衰率の考察

2.4.3 において, 振幅増幅度 R と位相の変化分 θ の絶対値は, 規格化した周波数 p と正の相関があることを示した. これは, Fig.2.11 の結果からよりはっきりとわかる. R と θ の p による影響は, 若干の揺らぎは存在するが指数関数的もしくは 2 次関数的である. そこで, 振幅増幅度 R と規格化周波数の関係を関数化し, 減衰率について考察する.

多結晶材料に超音波を入射して測定した減衰率に関する既往の研究において, 確率散乱すなわち入射波の波長と散乱体である多結晶の粒径のオーダーが同じである場合, 減衰率は入射波の周波数の 2 乗に比例するという報告がある⁽⁶⁾. この報告を参照すると, 振幅の周波数依存度が推定できる.

今, 文献(6)にしたがって減衰率 α は周波数 p の 2 乗に比例すると仮定すると以下の式のように表せる.

$$\alpha = c_1 p^2 \quad (c_1 \text{ は比例定数}) \quad (2.51)$$

減衰率は材料 (マトリックス) に入射した波が底面で反射する時刻 t_1, t_2 における振幅 A_1, A_2 の比の対数として定義されるので, 以下のように表現される.

$$\alpha = c_2 \log \frac{A_1}{A_2} \quad (c_2 \text{ は比例定数}) \quad (2.52)$$

(2.51), (2.52) 式より振幅の比 A_1/A_2 は p を用いて以下のように表せる.

$$\frac{A_1}{A_2} = \exp \left(\frac{c_1}{c_2} p^2 \right) = c_3 \exp(p^2) \quad (c_3 \text{ は比例定数}) \quad (2.53)$$

(2.53) 式からマトリックスに入射した波の振幅の周波数依存性が求められた.

ここでマトリックス中に円筒介在物が1つ存在する場合を考えてみる．時刻 t_1 から t_2 の間，波は介在物を1回通過することになるので振幅 A_2 が R 倍されることになる． R が p の指数関数もしくは2次関数に比例すると仮定すると，介在物を1つ含む材料中に入射した波の振幅の周波数依存度は以下のように与えられる．

$$\frac{A_1}{RA_2} = \begin{cases} \frac{c_3 \exp(p^2)}{c_4 p^2} & (R \propto p^2 \text{ のとき}) \\ \frac{c_3 \exp(p^2)}{c_5 \exp(p)} = c_6 \exp(p^2 - p) & (R \propto \exp(p) \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2.54)$$

(c_4, c_5, c_6 は比例定数)

R の周波数依存性については今後の課題としたい． θ の周波数依存性に関しては特に関連する報告はないので，これについても今後の検討課題とする．

2.4.7 円筒介在物のモデルを仮定したパルス波形変化の数値解析

Fig.2.12 に(2.50)式を用いて予測した円筒介在物通過後の出力波の結果を示す．入力波は周波数 1.4MHz，マトリックスは黒鉛($\rho=2$, $\nu=0.23$)，円筒介在物は $L=2\text{mm}$ ， $\varepsilon=0.01$ とし，モデルとして気孔($q=0$)，アルミナ($q=2$)を想定した． p については横波の音速の実測値 $c_2=1.46 \times 10^3(\text{m/s})$ から $p=12.1$ とした．

Fig.2.12 (a)の結果を見る限りでは，どちらのモデル入力波と出力波の大きな違いは見えない．そこで Fig.2.12(b)のように時間軸を拡大してみると，わずかではあるが波形の変化が見られる．アルミナ介在物モデルの場合，振幅は増大，位相は正に変化しており，気孔モデルの場合，振幅は減少，位相は負に変化している．ただし，その変化量の小ささでは，実際に超音波測定する場合においてその違いを検出できないかもしれない．仮にできたとしても，それを有意な値とみなすことはできないだろう．一般の損傷等によるパルス波の位相・振幅変化はこの変化よりも大きなものである．

周波数 p の値を大きくすれば，微小ではあるが違いを確認することができるかもしれないが，これ以上高周波の波を入射しても散乱の影響が大きくなり検出不可能になってしまうため，理論上は可能かもしれないが，実用的とはいえない．よってここでは示さないこととした．

以上の結果から単一の介在物による入射波の振幅・位相変化への影響は小さく，材料中の介在物が複数存在することにより微小の影響が重なり合い，有意な振幅・位相変化として現れることが予想される．

2.5 結言

本章では, 材料中の欠陥と超音波パルスエコー法により得られる見かけ音速と減衰率の変化の関係を定量的に明らかにすることを目的として, 単一円筒介在物に照射したパルス波の波形変化を, 単一の円筒介在物を含む弾性媒体中の波動方程式に基づいて Lavrov らが提案した積分方程式を数値解析することにより求めた.

Lavrov らの積分方程式の解析結果から, 入射平面弾性パルス波の周波数と円筒介在物の逆アスペクト比がパルス波の振幅・位相の変化の絶対値に大きな影響を与え, マトリックスと介在物の密度の比が振幅の増減, 位相の変化の正負を決定する重要な因子であることがわかった. この解析結果をもとに, 黒鉛をマトリックス, 介在物を円筒気孔もしくは円筒アルミナとしたときのパルス波形の変化を数値計算し, グラフ化した. グラフ化した結果, 単一の円筒介在物によるパルス波の変化は僅かであり, 一般の損傷等によるパルス波の位相・振幅変化に比べると微小の変化しか示さないことがわかった. このことから有意な振幅・位相の変化は, 複数の介在物の影響が含まれていると考えられる.

そこで次章では, 複数の介在物による入射弾性波の振幅・位相の変化について考察することにする.

参考文献

- (1) N.A. Lavrov and E.E. Pavlovskaja, J. Sound & Vibration v.248 n.2 (2001) pp.329-350
- (2) 日本数学会, 岩波 数学辞典 第2版, (株)岩波書店, (1983) pp.179
- (3) J. Dominguez, Boundary Elements in Dynamics. Southampton, Boston: Computational Mechanics Publications with London, New York: Elsevier Applied Science.
- (4) 近藤次郎, 積分方程式, (株)培風館, (1954) pp.2-23, 105-131
- (5) 高木貞治, 解析概論 第3版, (株)岩波書店, (1974) pp.128
- (6) E.P.Papadakis, Method of Experimental Physics, v.19 P.D.Edmonds, Ed. New York: Academic,(1981)

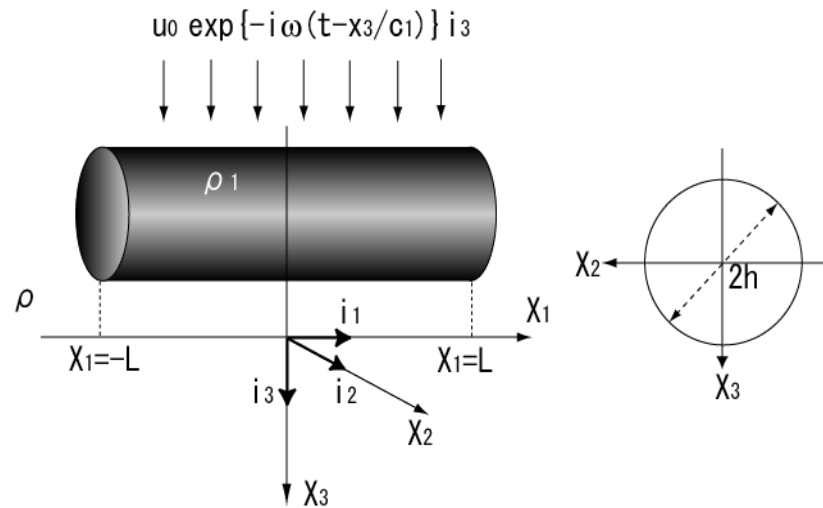


Fig.2.1 The system in which incident elastic longitudinal waves impinge on a cylindrical inclusion

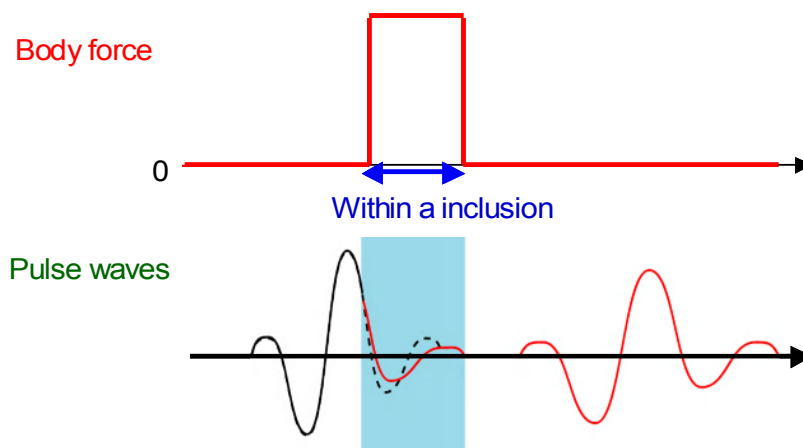


Fig.2.2 A change in pulse waves by a body force located within a inclusion

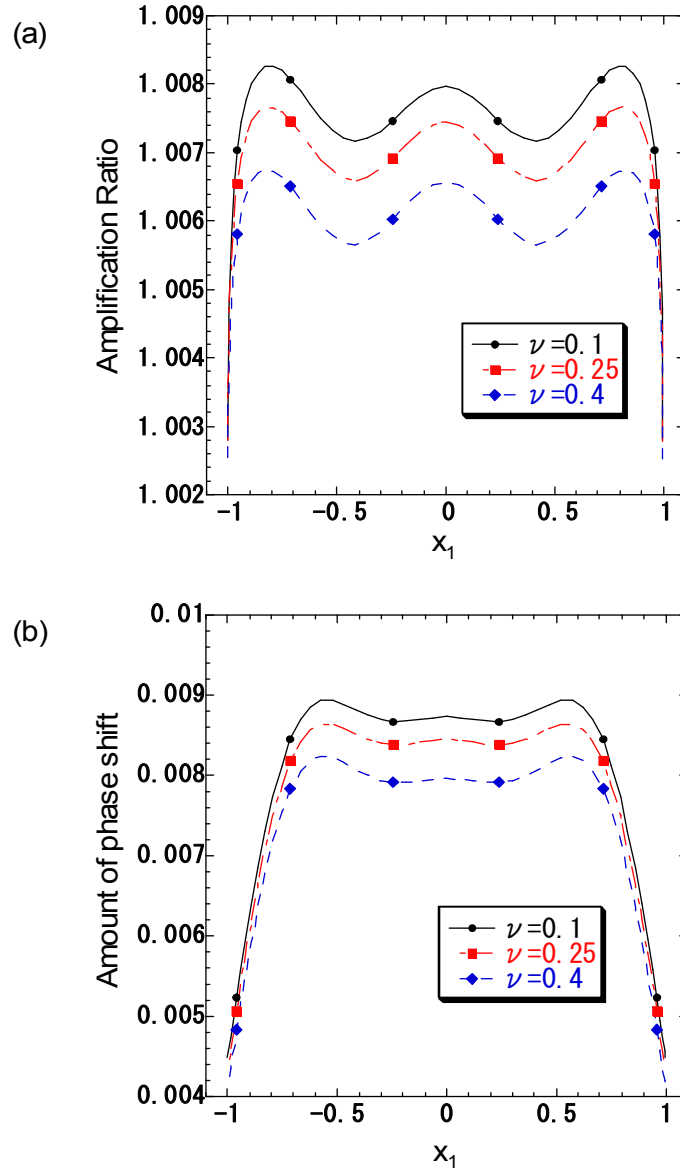


Fig.2.4 The effect of Poisson's ratio on the two wave-change parameters by a cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio(=R) (b) Amount of phase shift(=θ)
(q=2, $\varepsilon = 0.01$, p=8)

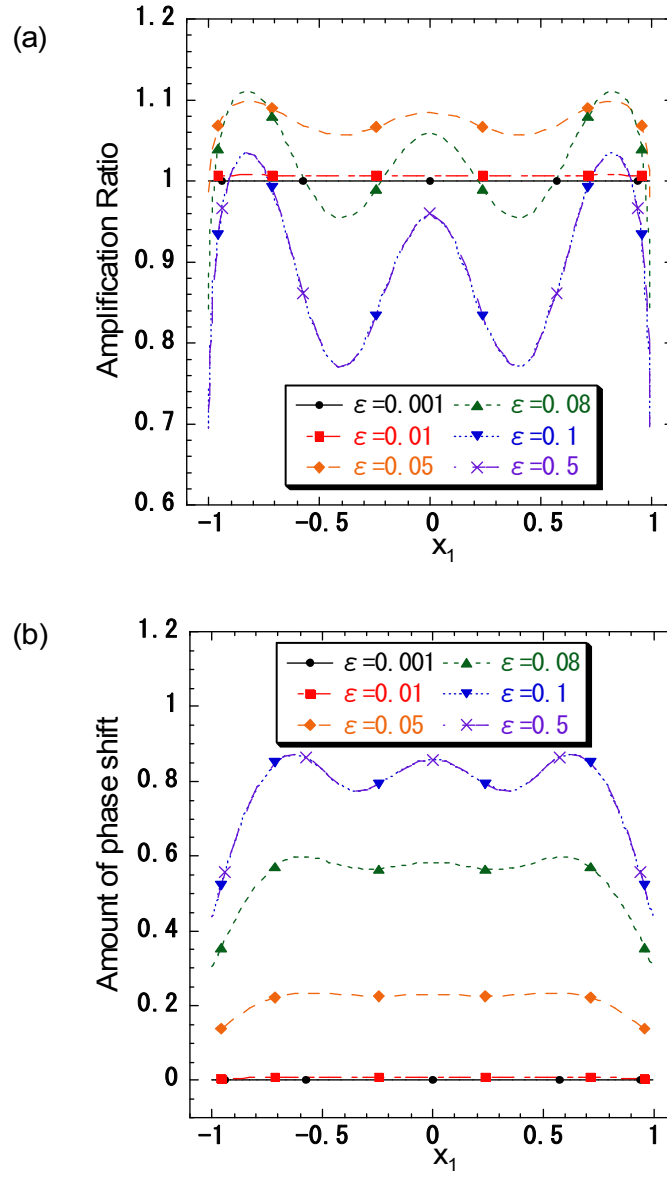


Fig.2.5 The effect of the diameter/length ratio (Inverse aspect ratio) on two wave-change parameters by a cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio(=R) (b) Amount of phase shift(= θ)
($q=2$, $\nu=0.23$, $p=8$)

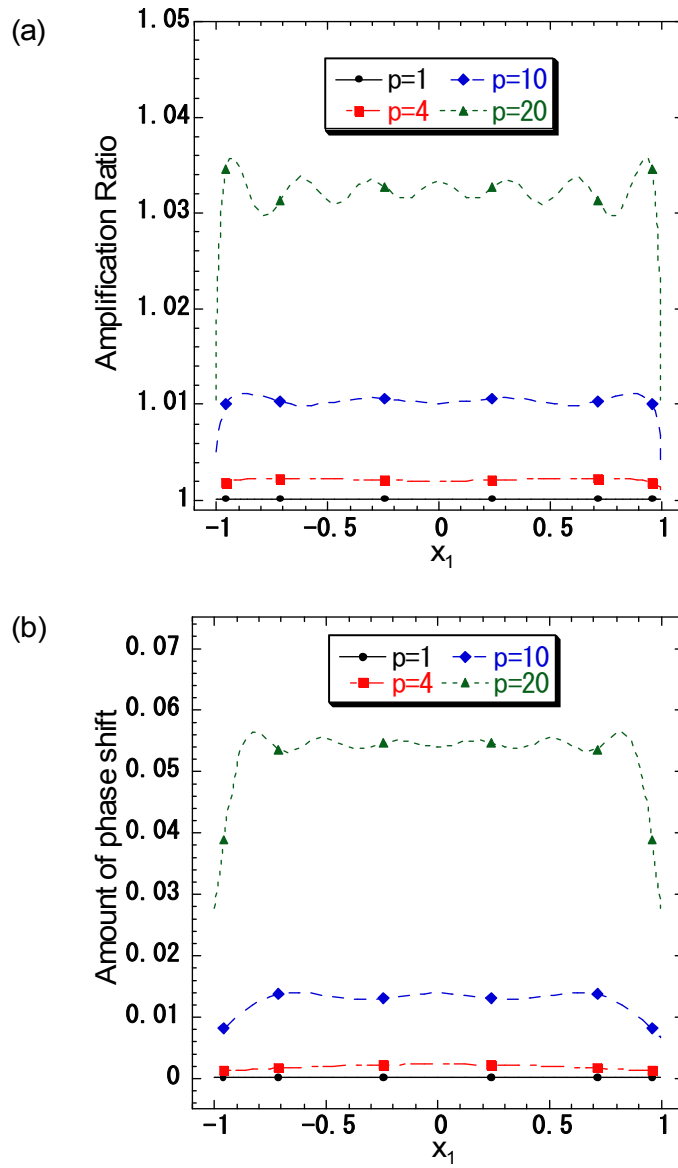


Fig.2.6 The effect of the dimensionless frequency on two wave-change parameters by a cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio(=R) (b) Amount of phase shift(= θ)
($q=2$, $\nu=0.23$, $\varepsilon=0.01$)

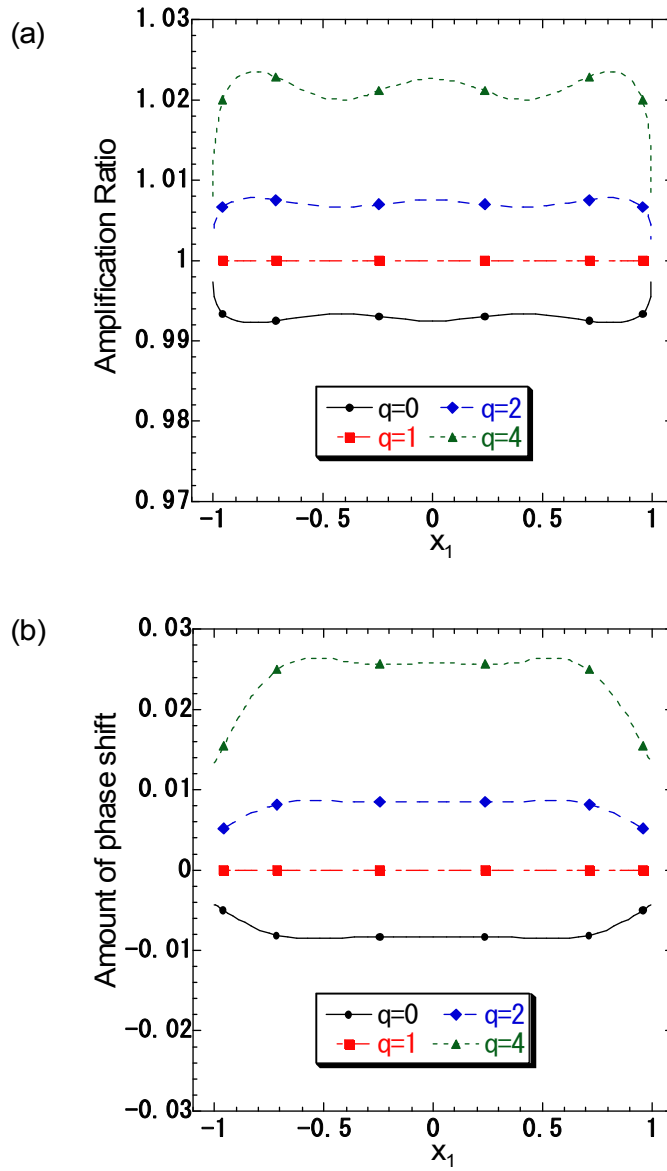


Fig.2.7 The effect of the density ratio on two wave-change parameters by a cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio($=R$) (b) Amount of phase shift($=\theta$)
($\nu=0.23$, $\varepsilon=0.01$, $p=8$)

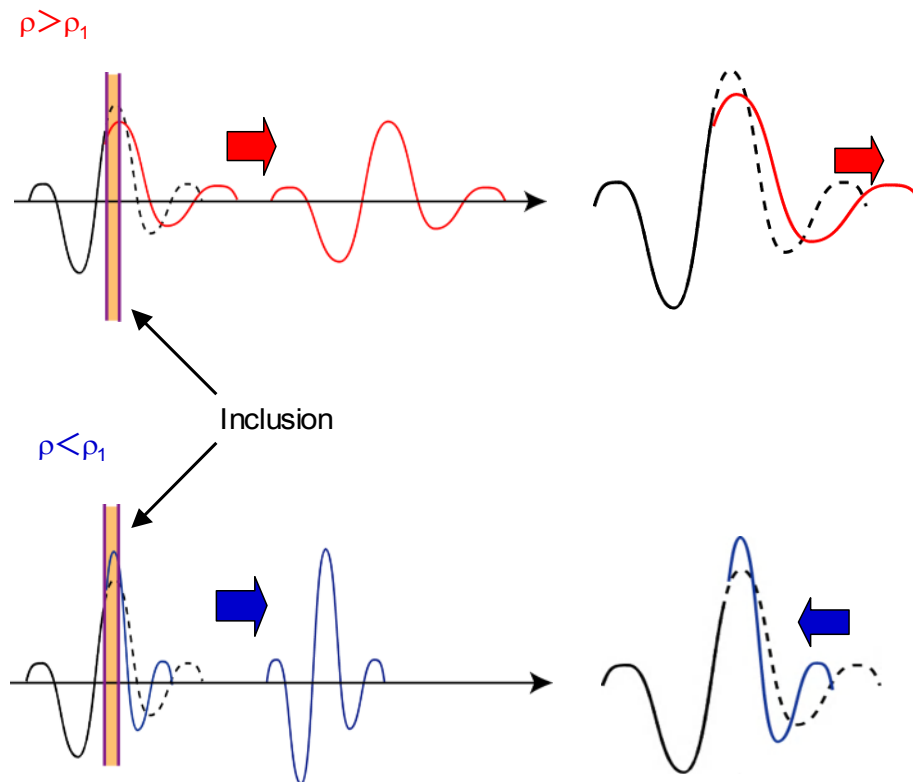


Fig.2.8 The mechanism of changes in pulse waves by different density ratio
 (ρ : density of matrix ρ_1 : density of inclusion)

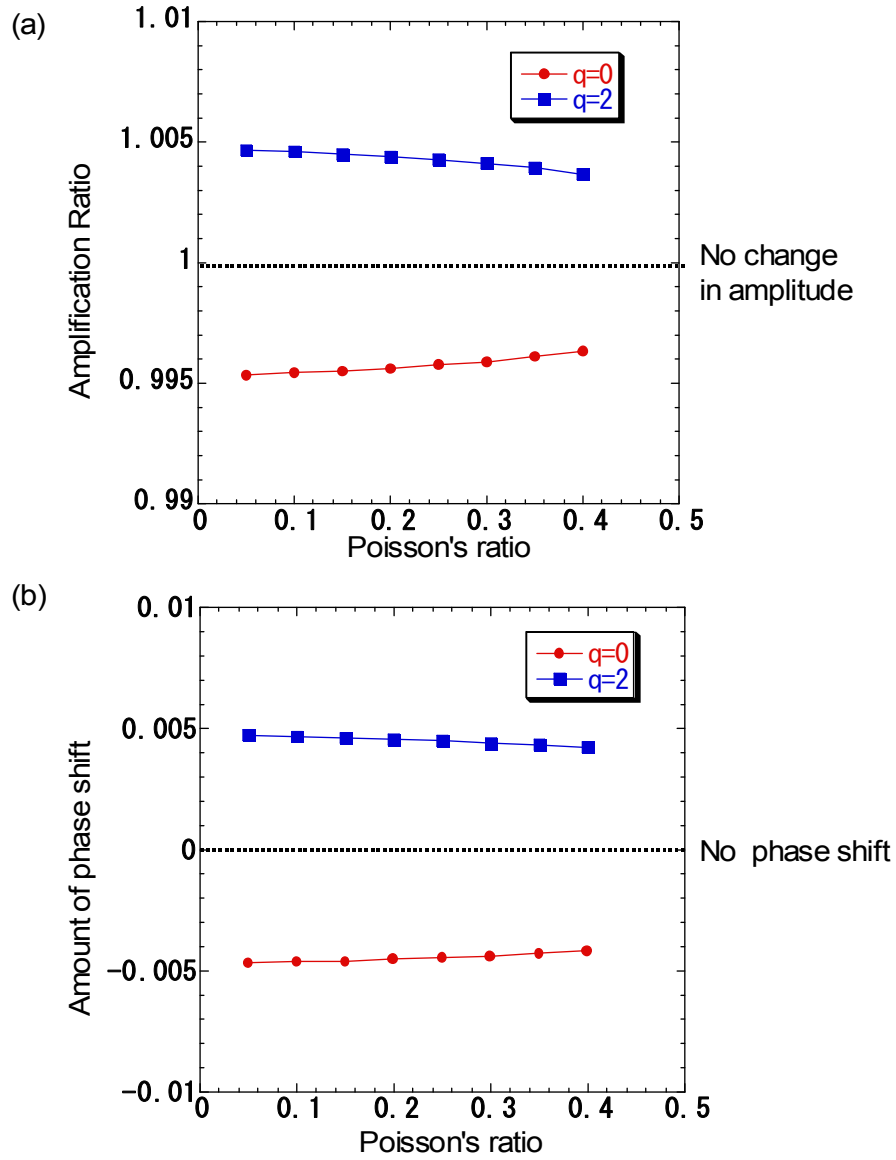


Fig.2.9 The relationship between the Poisson's ratio and two wave-change parameters in the middle of the cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio(=R) (b) Amount of phase shift(= θ)
($\varepsilon=0.01$, $p=4$)

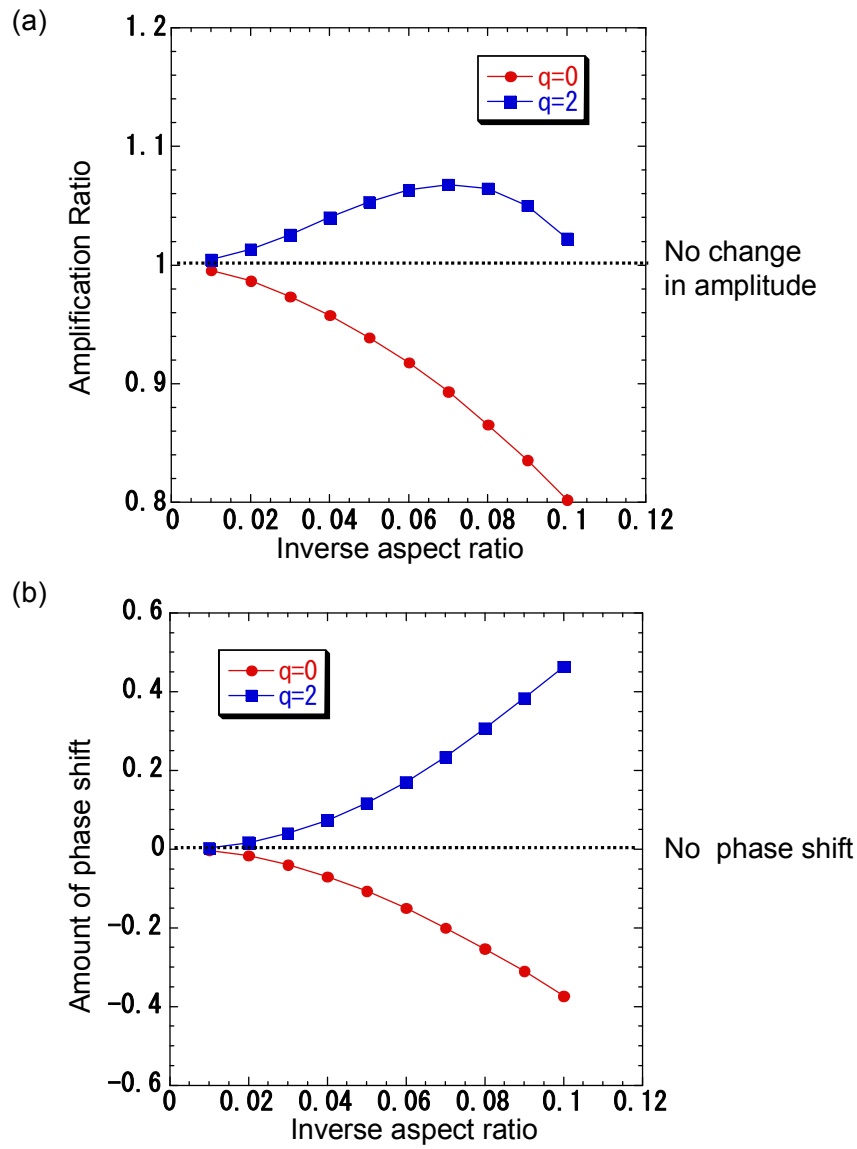


Fig.2.10 The relationship between the inverse aspect ratio and two wave-change parameters in the middle of the cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio($=R$) (b) Amount of phase shift($=\theta$)
($\nu=0.23$, $p=4$)

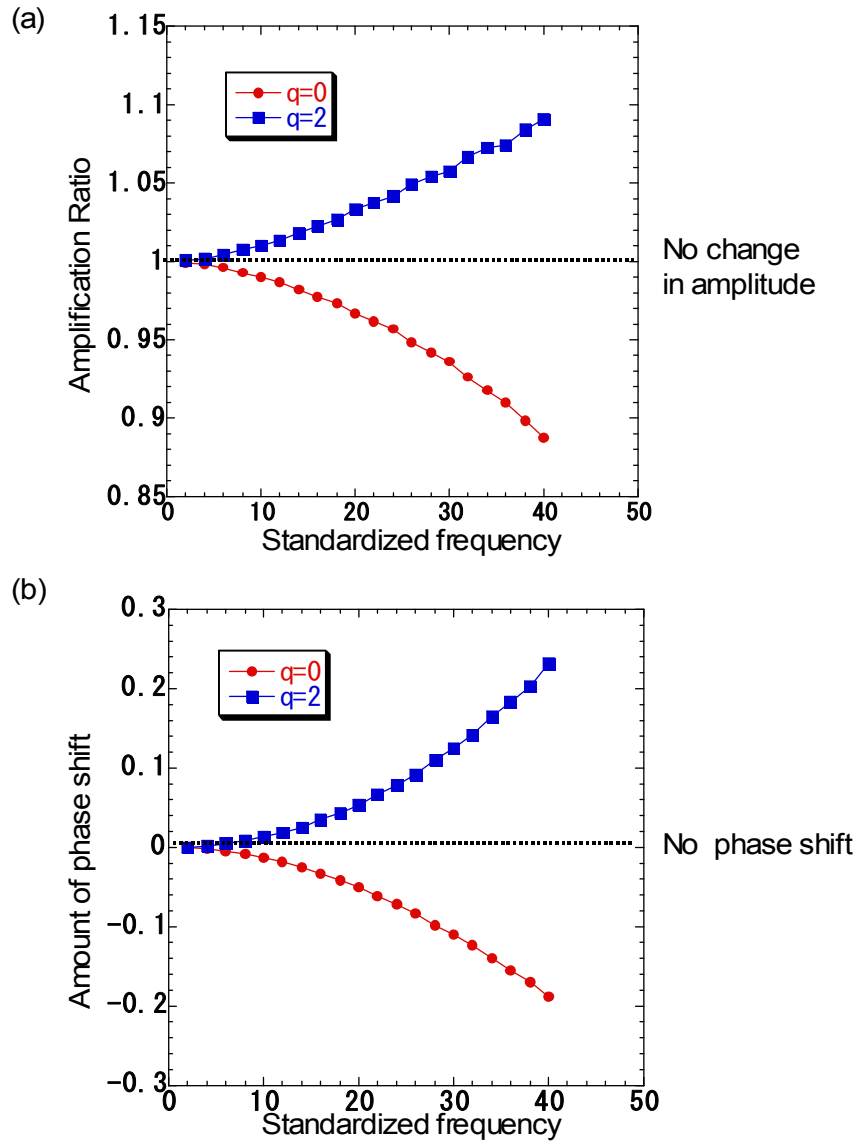


Fig.2.11 The relationship between the standardized frequency and two wave-change parameters in the middle of the cylindrical inclusion
(a) Amplification ratio(=R) (b) Amount of phase shift(=θ)
($\nu=0.23$, $\varepsilon=0.01$)

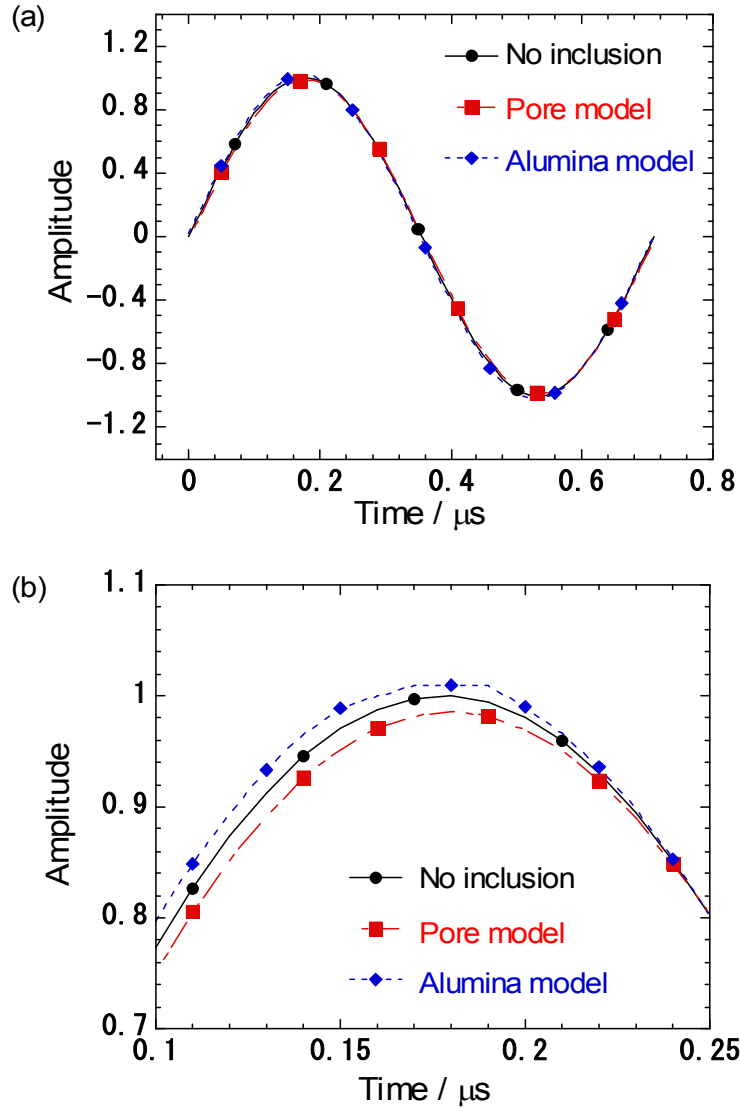


Fig.2.12 An example of a change in pulse waves by different cylindrical inclusions located in the graphite matrix
 $f: 1.4\text{ MHz}$, $L: 2\text{ mm}$, $\rho: 2\text{ g/cm}^3$, $\nu: 0.23$, $p: 12.1\text{ rad}$,
 $c_2: 1.46 \times 10^3\text{ m/s}$, $\varepsilon: 0.01$
 (a) Time range: $0\text{--}0.8\text{ }\mu\text{s}$ (b) Time range: $0.1\text{--}0.25\text{ }\mu\text{s}$

第 3 章 複数の介在物モデルによるパルス波形変化の理論的予測

3.1 緒言

第 1 章において、超音波パルスエコー法により測定される見かけの音速・減衰率などの音響パラメータの変化に及ぼす損傷の影響についての既往の研究を纏め、損傷による内部構造の変化に対する音響パラメータの変化のメカニズムを明らかにすることの重要性を指摘した。これを踏まえて第 2 章においては、異なる単一円筒介在物の密度、逆アスペクト比や入射パルス波の周波数によるパルス波形の変化を求めた。この結果、単一の円筒介在物によるパルス波形の変化は、介在物を含まない系の波形に比べ違いは僅かであり、実測で見られるほどの明確なパルス波形の変化は見られなかった。このことから、複数の円筒介在物の影響が重畳した結果としてパルス波が変化していることが示唆された。

そこで本章では、材料中の複数の介在物にパルス波が照射したときのパルス波形の変化を求めることを目的とする。具体的には、パルス波が単一円筒介在物を通過した際の波形の変化を、伝達関数をフーリエ変換して求められる周波数応答で表し、周波数応答を周波数空間での足し合わせるにより、複数の円筒介在物によるパルス波形の変化を予測した。さらに、より現実の測定系に近づけるため、異なる周波数を持つパルス波が合成した系についても考察した。具体的には、パルス波をフーリエ級数展開することにより単一の周波数を持つ波に分解し、各周波数の波に対応する出力波を重ね合わせ、異なる周波数を持つパルス波が合成された系の波形変化を予測した。

3.2 複数の介在物通過によるパルス波形変化に関する理論

3.2.1 伝達関数と周波数応答

入力波 $x(t)$ が介在物を通過して波形が変化し、 $y(t)$ として出力される場合を考える。このとき、入力波 $x(t)$ と出力波 $y(t)$ にはある種の変換がされたことになる。 $x(t)$ 、 $y(t)$ とともに時間 t に依存するので、入力波と出力波の間の変換は時間的応答に関するものとして考えなければならない。この時間的応答に関する変換を伝達関数という。伝達関数 $f(t)$ は $x(t)$ 、 $y(t)$ と以下の関係を満たす⁽¹⁾。

$$y(t) = \int_0^{\infty} f(t-\tau)x(\tau)d\tau \quad (3.1)$$

すなわち出力波 $y(t)$ は、伝達関数 $f(t)$ の入射波 $x(t)$ への畳み込み積分の形で表現できる。 $x(t)$ 、 $y(t)$ が既知の場合、伝達関数を(3.1)式を用いて求めるのは理論的に可能だが、数学的には困難である。そこで、伝達関数を求めるのに

(3.1)式から求めるのではなく、別の方法について考えなくてはならない。その1つの方法として、入力波、出力波の引数を時間 t から周波数 ω に変換する方法がある。これをフーリエ変換という。フーリエ変換前の関数を $g(t)$ 、フーリエ変換後の関数を $G(\omega)$ とすると、フーリエ変換は以下の式の形で定義される⁽²⁾。

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (3.2)$$

今、入射波 $x(t)$ 、出力波 $y(t)$ 、伝達関数 $f(t)$ をフーリエ変換したものをそれぞれ $X(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ 、 $F(\omega)$ とおく。これら3つの関数の間には以下の関係が成り立つ⁽¹⁾。

$$Y(\omega) = F(\omega) \cdot X(\omega) \quad (3.3)$$

なお、伝達関数をフーリエ変換した $F(\omega)$ のことを周波数応答という。(3.3)式からわかるように、フーリエ変換後の出力波は、入力波と伝達関数をフーリエ変換したもの(周波数応答)の単純な積の形として求められる。よって伝達関数 $f(t)$ を求めたい場合、(3.3)式から周波数応答 $F(\omega)$ を求めた上で、逆フーリエ変換により $f(t)$ を得ることができる。逆フーリエ変換は以下の式で定義される。

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (3.4)$$

3.2.2 単一の円筒介在物通過による周波数応答の解析解

2章において、 $x_1 = s$ ($-1 < s < 1$) における出力波の変位 $U_3(s)$ を入射波 u^0 で規格化した x_3 軸方向の変位 $U_s(s)$ 、すなわち入射波と出力波の比は、以下の形で与えられることを示した。

$$U_s(s) = \frac{y(t)}{x(t)} = R \cdot \exp(i\theta) \quad (3.5)$$

(3.5)式を $y(t)$ について整理し、両辺をフーリエ変換すると以下の関係が導かれる。

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= R \exp(i\theta) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= R \exp(i\theta) \cdot X(\omega) \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.3)式と(3.6)式より周波数応答 $F(\omega)$ は以下のようになる。

$$F(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = R \exp(i\theta) \quad (3.7)$$

(3.7)式が意味することとして、単一の円筒介在物通過による周波数応答の解析解は、時間 t を変化して得られる周波数 ω に依存しない一定の変換則を与えることである。すなわち、 R, θ の値は第 2 章で示したように入射パルス波の周波数によって変化するが、変換則そのものは周波数に依存しないことを意味する。

3.2.3 複数の円筒介在物通過に関する周波数応答と伝達関数

単一周波数を持つパルス波が複数の円筒介在物を通過する場合を考える。以下の各項を前提条件とする。

- ・ 全ての介在物は等方弾性体で、同一密度であるとする。
- ・ 介在物は全て円筒介在物で長さ $2L$ 、直径 $2h$ の同一形状とする。
- ・ どの円筒介在物間の距離も波長 λ の 2 倍以上とする。（よって L と同程度以上の介在物間距離があるとする。）
- ・ 同一座標軸上（ x_3 軸上）に介在物の重心が存在し、パルス波は弾性平面波である。

Fig.3.1 に複数の介在物を通過するパルス波の概念図について示す。上記の条件の下で、介在物を 1 回通過する場合、周波数応答は(3.7)式の $F(\omega)$ で与えられる。今、弾性波が x_3 軸上に沿って N 個の円筒介在物を通過すると仮定すると、その周波数応答は周波数応答を N 回繰り返しかけた積の形で与えられるので、入力波 $X(\omega)$ と出力波 $Y(\omega)$ の関係は以下の形で与えられる。

$$Y(\omega) = F(\omega) \cdot F(\omega) \cdots F(\omega) \cdot X(\omega) = \{F(\omega)\}^N X(\omega) \quad (3.8)$$

したがって N 個の介在物通過による周波数応答 $F_N(\omega)$ および伝達関数 $f_N(t)$ は、(3.7)式、(3.8)式より以下のように与えられる。

$$F_N(\omega) = \{F(\omega)\}^N = \{R \exp(i\theta)\}^N = R^N \exp(iN\theta) \quad (3.9)$$

$$f_N(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F_N(\omega) \exp(i\omega t) d\omega = R^N \exp(iN\theta) \delta(t) \quad (3.10)$$

(3.9)式より N 回の介在物通過による出力波は以下のように導かれる。

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega) \cdot \exp(i\omega t) d\omega \\ &= R^N \exp(iN\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot \exp(i\omega t) d\omega \\ &= R^N \exp(iN\theta) \cdot x(t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.11)式より出力波 $y(t)$ は入力波 $x(t)$ が振幅 R^N 倍、位相が $N\theta$ 変化したものであることを意味する。

3.2.4 異なる周波数を持つ波の合成波としてのパルス波の取り扱い

実際の超音波振動子から入射する平面弾性波は単一の周波数のみを持つ波ではなく、ある共振周波数を中心とした帯域を持つ波である(Fig.3.2 参照). N 個の円筒介在物通過によるパルス波形の変化を表した(3.11)式を適用するためには、異なる周波数を持つ波の合成波の取り扱いについて考察する必要がある. この取り扱いについて以下に示す.

前節で記述した周波数応答の積の法則は単一の周波数の波にのみ適用できる. この理論を異なる周波数を持つ波の合成波に適用するためには、入射弾性波を単一の周波数を持つ波に分離する必要がある. 単一の周波数を持つ波に分離した後は、分離した各々の波に対して(3.11)式の周波数応答の積の法則にしたがって予測出力波に変換する. この際、分離した波の周波数により(3.11)式における R と θ の値が異なるため、各々の周波数の波に対応した R, θ の値を用いることになる. 分離した全ての入力波に対して予測出力波が求めた後、再度それらの予測出力波を重ね合わせる. こうして得られた波が異なる周波数を持つ波の合成波に対する予測出力波となる. この考え方の流れを Fig.3.3 に示す.

3.2.5 複数の介在物を通過した異なる周波数を持つ波の合成波の波形変化

まず入射波である異なる周波数を持つ波の合成波を、単一の周波数を持つ波に分離する. 波を周波数ごとに分離する方法としてフーリエ級数展開を用いる. 今、入力波 $x(t)$ が周期 $2T$ の周期関数とすると、フーリエ級数展開公式を用いて以下のように級数展開できる⁽²⁾.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{n\pi t}{T} \right) \quad (3.12)$$

ここで フーリエ級数展開による展開係数は以下のように与えられる.

$$a_n = \frac{1}{T} \int_c^{c+2T} x(t) \cos \frac{n\pi t}{T} dt \quad (3.13)$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_c^{c+2T} x(t) \sin \frac{n\pi t}{T} dt \quad (3.14)$$

測定より得られる t , $x(t)$ はデジタルデータである. このためデータ数は有限であるので、(3.12)～(3.14)式のフーリエ級数展開を以下のように近似する.

$$x(t_i) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_{\max}} \left(a_n \cos \frac{n\pi t_i}{T} + b_n \sin \frac{n\pi t_i}{T} \right) \quad (3.15)$$

$$a_n \approx \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{N_{\max}} x(t_i) \cos \frac{n\pi t_i}{T} \Delta t \quad (3.16)$$

$$b_n \approx \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{N_{\max}} x(t_i) \sin \frac{n\pi t_i}{T} \Delta t \quad (3.17)$$

ここで $i: 1 \sim N_{\max}$, $n: 1 \sim N_{\max}$, $N_{\max}$ は $x(t)$ のデータ数, Δt はデータのサンプリングタイム ($t_{i+1} - t_i$) である. なお, 各々分離した波の周波数 f_n は n との関係により以下のように与えられる.

$$f_n = \frac{n}{2T} \quad (3.18)$$

(3.18)式より T を大きくとることで周波数 f_n を細かくとることができる. (3.15), (3.18)式により入射波は以下の式のように分離することができる.

$$x(t_i) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_{\max}} [a_n \cos(2\pi f_n t_i) + b_n \sin(2\pi f_n t_i)] \quad (3.19)$$

次に(3.19)式により分離した各々の周波数を持つ波から, (3.11)式に従い予測出力波を求めた上でそれらを重ね合わせる. 周波数が f_n の入射波が余弦波の場合, および正弦波の場合, それぞれフーリエ級数展開による展開係数がそれぞれ a_n , b_n で与えられるので, 予測出力波 $y_n^{\cos}$, $y_n^{\sin}$ はそれぞれ以下のように与えられる.

$$y_n^{\cos}(t) = (R_n)^K a_n \cos(2\pi f_n t + K\theta_n) \quad (3.20)$$

$$y_n^{\sin}(t) = (R_n)^K b_n \sin(2\pi f_n t + K\theta_n) \quad (3.21)$$

ここで, R_n は周波数 f_n の入射波に対する振幅増幅度, θ_n は周波数 f_n の入射波に対する位相の変化, K は入射波が通過した介在物の個数である.

(3.20), (3.21)式を用いて, 全ての予測出力波を重ね合わせると, 出力波 $y(t_i)$ は次式のように書き下せる.

$$\begin{aligned} y(t_i) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_{\max}} \{y_n^{\cos}(t_i) + y_n^{\sin}(t_i)\} \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_{\max}} (R_n)^K \{a_n \cos(2\pi f_n t_i + K\theta_n) + b_n \sin(2\pi f_n t_i + K\theta_n)\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

以上(3.12)式から(3.22)式までの一連の解析により異なる周波数を持つ波の合成波における複数の円筒介在物によるパルス波形の変化が求まる. 本解析では FORTRAN のプログラムを用いて求めた. プログラムの詳細については APPENDIX A に示す.

3.3 解析結果と考察

3.3.1 単一周波数を持つパルス波の複数介在物通過による波形の変化

Fig.3.4(a), Fig.3.4(b)に各々の介在物モデルにおける単一周波数の入射弾性パルス波が円筒介在物を通過したときに得られるパルス波形の変化を, パル

ス波が通過した介在物の個数に対して求めたものを示す．なお，マトリックスは黒鉛とし，密度 $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$ ， $\nu = 0.23$ とした．入射波の周波数は 1.4MHz ，弾性波が通過した介在物の個数 $N = 0, 5, 10, 20$ ，介在物の半長 L は 2mm ，円筒介在物の逆アスペクト比 $\varepsilon = 0.01$ に設定した．介在物は気孔($q=0$)とアルミナ($q=2$)の 2 種類について求めた．

介在物個数の増加とともに，振幅と位相の変化が明確に見て取れる．この結果は Fig.2.12 で示した単一介在物によるパルス波の振幅と位相の変化の結果と対比することでより有用な結果となる．すなわち介在物 1 つではパルス波の振幅・位相の変化に与える影響は小さいが，介在物が複数になるとこの微小な影響が累積して目に見える変化を与えることがわかった．以上より超音波法などで確認される波形の変化について，複数の介在物の影響を理論的かつ定量的に示した．

解析で用いた設定周波数に関して，一般に用いられる超音波探傷のプロープの共振周波数は $1\text{MHz} \sim 300\text{MHz}$ の高周波タイプと $0.25 \sim 15\text{MHz}$ の低周波タイプが存在することから今回設定した周波数 1.4MHz は，低周波タイプの中間の周波数を設定したとことになる．今回低周波域の周波数を設定した理由は，この解析を適用する対象を耐火物のように材料内部で多くの散乱体が存在する系に対応するためである．もし金属のように材料内部の散乱体が少ない条件の下で微小な欠陥を見つけようとする場合は，高周波域の代表周波数を設定して考えた方が良好だろう．しかし耐火物の場合，高周波タイプの探傷プロープを用いても，散乱の影響が大きく，入射波形の変化に関する情報として有意なものが得られなくなってしまう．低周波タイプの探傷プロープならば個々の散乱体による散乱の影響が小さいが，その影響が累積するため，超音波法により得られる入射波系に関する有意な情報として得ることができる．

Fig.3.5(a)， Fig.3.5(b)に各々の介在物モデルにおける単一周波数のパルス波が 10 個の円筒介在物を通過したときに得られるパルス波形の変化を入射周波数に対して求めたものを示す．他のパラメータに関しては Fig.3.4 のときと同じにしてある．周波数の増加により散乱波の振幅・位相の変化が顕著に見られることがわかる．

周波数をグラフの設定周波数域よりさらに高周波にしていくと，1 個の介在物でも有意な振幅・位相の変化が見えるかもしれない．これは金属材料中の欠陥の検出において高周波探傷プロープを用いる場合と同様な条件であると見なせる．この場合，たとえ微小な 1 個の欠陥であっても，パルス波形に有意な振幅・位相の変化が見られることが予想される．低周波の場合，振幅・位相の変化は 1 個の介在物，もしくは欠陥に対して極めて鈍感であることがこの結果から示唆される．すなわち，知りたい介在物・欠陥の大きさと個数により用い

るべき探傷プローブの周波数帯域を変える必要があり，Fig.3.4，Fig.3.5の結果はその判断に対しての1つの指標として用いることのできるデータであると考えられる．

3.3.2 異なる周波数を持つ波の合成波のフーリエ級数展開

Fig.3.6 に本論文で解析に用いた異なる周波数を持つ波の合成波の発生のさせ方の概要図と得られた弾性波形について示す．この弾性波は弾性率測定装置（東芝タンガロイ製：UMS-R）において送信側のプローブと受信側のプローブを直付けして得られたサンプリング周波数 1.0MHz の縦波弾性波である．

Fig.3.7 (a)に上記のサンプリング周波数 1.0MHz の縦波弾性波をフーリエ級数展開して得られた余弦波，正弦波の展開係数 a_n ， b_n を対応する周波数 f_n に対してプロットした結果を示す．この結果から周波数 200kHz から 3.6MHz における余弦波，正弦波の展開係数の値が有意な値として存在することがわかる．実際の超音波プローブにおいてもこの範囲の周波数領域を持つことは当然であり，広帯域用の超音波プローブに関してはさらに広い周波数帯域を持つ．今回用いたプローブは共振周波数 2MHz の狭帯域のプローブである．Fig.3.7 (a)から，周波数 200kHz から 3.6MHz の波に展開されたことは妥当な結果であるといえる．

Fig.3.7 (b)に Fig.3.6 で示した縦波弾性波のフーリエ級数展開前の波形とこの弾性波をフーリエ級数展開して得られた波を(3.19)式にしたがって重ね合わせて得られた波形と比較した結果を示す．明らかに(3.19)式より重ね合わせて得られた波形（回帰曲線）とをフーリエ級数展開前の波形は一致する．このことから，フーリエ級数展開により単一の周波数を持つ波に正確に分離されていることがわかった．

3.3.3 複数の介在物を通過した異なる周波数を持つ波の合成波の波形変化の解析結果

Fig.3.8 (a)，Fig.3.8 (b)に各々の介在物モデルにおける異なる周波数を持つ波の合成波が複数の円筒介在物を通過したときに得られる波形の変化をパルス波が通過した介在物の個数に対して求めた結果を示す．マトリックスは Fig.3.4 と同様に黒鉛とし，密度 $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$ ， $\nu = 0.23$ とした．介在物は気孔($q=0$)とアルミナ($q=2$)の2種類について求め，弾性波が通過する介在物の個数 N は 0, 5, 10, 20，介在物の半長 L は 2mm， $\varepsilon = 0.01$ に設定し，入射弾性波は Fig.3.6 で示したサンプリング周波数 1.0MHz の縦波弾性波を用いた．

Fig.3.8 の結果は単一周波数を持つパルス波入射の結果（Fig.3.4）と比較すると，気孔モデルの場合に振幅は減少し，位相は負にシフトする点と，アルミ

ナモデルの場合に振幅は増加し、位相は正にシフトする点是不会変化する。このことから、介在物増加による見かけの音速・減衰率に与える影響は、異なる周波数を持つ波の合成波を、その周波数域の中心すなわち共振周波数のみを持つ波と想定しても、変化量は若干異なるが得られる傾向は変わらないことがわかった。

Table3.1 に周波数 1.4MHz の弾性波とサンプリング周波数 1.0MHz（共振周波数は約 1.4MHz）の縦波弾性波における介在物数による位相変化を時間に換算した結果を示す。サンプリング周波数 1.0MHz の波における時間のずれと 1.4MHz の単一周波数の波の介在物による位相すなわちピーク時における時間のずれを比較すると、どの介在物の個数においても後者は前者の約 2.5 倍の値となっている。この結果は気孔モデル、アルミナモデルとも当てはまる。このことから、異なる周波数を持つ波の合成波と単一の周波数の波の位相変化は、位相の変化量に影響を与えるパルス波の周波数に依存した位相変化の違いがあると考えられる。この要因としては、異なる周波数を持つ波の合成波には共振周波数より大きい周波数を持つ波が含まれており、これらの波は低周波の波より位相と振幅の大きな変化を与えるため、予測出力波形は単一の周波数から導かれる予測出力波よりも位相の変化の大きいものになると考えられる。

異なる周波数を持つ波の合成波の出力波形予測結果に特有に見られる大きな特徴として、Fig.3.6 で示した入射波の中に含まれている $t=0.45\mu\text{s}$ に見られる山とは異なる $t=0.7\mu\text{s}$ あたりに見られるもう一つの隠れた山（以下これをサテライトピークと呼ぶことにする）に変化が見られることである。

気孔モデルの場合、このサテライトピークは介在物の個数増加と共に消失していく傾向が見られるのに対し、アルミナモデルの場合、サテライトピークは介在物の個数増加と共に増幅され、ピークが顕著になっていく傾向が見られる。この要因も先に述べた異なる周波数を持つ波の合成波に含まれる共振周波数より大きい周波数を持つ波が関係しているものと考えられる。入射波にサテライトピークが含まれているのは、高周波の波が含まれているためである。これらの波は低周波の波より位相と振幅の大きな変化を与える。これは振幅の変化に関連し、気孔モデルの場合、高周波の波の振幅はより減少する。このため、出力波形における高周波の波の振幅の寄与は低周波の波の振幅の寄与に比べ相対的に弱くなる。このため、サテライトピークは弱まる傾向になる。これに対しアルミナモデルの場合、高周波の波の振幅はより増幅される。このため、出力波形における高周波の波の振幅の寄与は相対的に強く出ることになる。このため、サテライトピークは強められる。

サテライトピークの出現・消失は、見かけ上のピークの分裂・結合とみなすことができる。この現象は実際の超音波法による測定中においてもしばしば確

認されている．今回の解析結果はその要因の一部が示せたと考えることができる．

3.3.4 パルス波の振幅・位相変化と見かけの音速・減衰率の関係

Fig.3.9 にパルス波の位相の変化と振幅が見かけの音速・減衰率に与える影響について表した模式図を示す．測定上は介在物を通過したパルス波はエコー波として検出される．よってパルス波の位相が正にずれると($\theta > 0$)，エコー波の伝達時刻は見かけ上早くなり，伝達時間は減少する($\Delta t_1 < \Delta t$)．これにより見かけの音速は増加する．これに対しパルス波の位相が負にずれると($\theta < 0$)，エコー波の伝達時刻は見かけ上遅くなり，伝達時間は増加する($\Delta t_2 > \Delta t$)．これにより見かけの音速は減少する．

パルス波が介在物を通過し振幅を増幅させると($R > 1$)，エコー波の振幅は増加する($A_1 > A$)．減衰率は入射波の振幅に対するエコー波の振幅の比に関係するので，エコー波の振幅が増幅すると減衰率は減少する．逆に介在物により振幅が弱められると($R < 1$)，減衰率は増加する．

以上のメカニズムにより，パルス波の位相・振幅変化と超音波パルスエコー法により測定される見かけの音速・減衰率との関連性を示した．以上から，波動方程式を解くことにより，材料の内部構造の変化と見かけの音速・減衰率の変化との関係を定量的に解析し，変化のメカニズムを明らかにした．よって，本研究の第一の目的は達成されたといえる．

3.4 結言

本章においては，単一の円筒介在物によるパルス波の波形変化に基づく伝達関数・周波数応答を用いて，複数の円筒介在物によるパルス波の波形変化を周波数空間での重ね合わせにより見積もった．さらにパルス波が単一の周波数ではなく異なる周波数を持つパルス波が合成された系について考察し，入射波をフーリエ級数展開することにより単一の周波数を持つ波に分解し，各周波数の波に対応する出力波を重ね合わせるにより，異なる周波数を持つパルス波が合成された系の波形変化を予測した．

伝達関数・周波数応答を用いた解析結果から，同一平面上に 1 次元的に配列する互いに十分離れた N 個の円筒介在物にパルス波が垂直に入射したモデルにおいては，入射波の振幅は単一円筒介在物の振幅増幅度の N 乗，位相は単一円筒介在物の位相変化の N 倍に比例することがわかった．異なる周波数を持つパルス波が合成された系においては，単一周波数を持つ入射波では見られなかったサテライトピークの増減が見られることがわかった．

最後に，第 2 章・第 3 章を通して得られた円筒介在物によるパルス波の位

相・振幅変化と超音波パルスエコー法により測定される見かけの音速・減衰率との関連性を示した。これにより，材料の内部構造の変化と見かけの音速・減衰率の変化との関係を定量的に求めることを可能にした。

次章では，第 2 章・第 3 章の解析結果を用いて超音波パルスエコー法を用いた実際の耐火物の損傷評価に適用し，耐火物の損傷評価に超音波パルスエコー法が有効であるかの検証を行う。

参考文献

- (1) 中野道雄，美多勉 制御基礎理論 (株昭晃堂 (H14) pp.6-43
- (2) ジョージ・アルフケン，ハンス・ウェーバー著 権平健一郎 他 訳
基礎物理数学 第 4 版 フーリエ変換と変分法 (株講談社 (2003)
pp.54-63

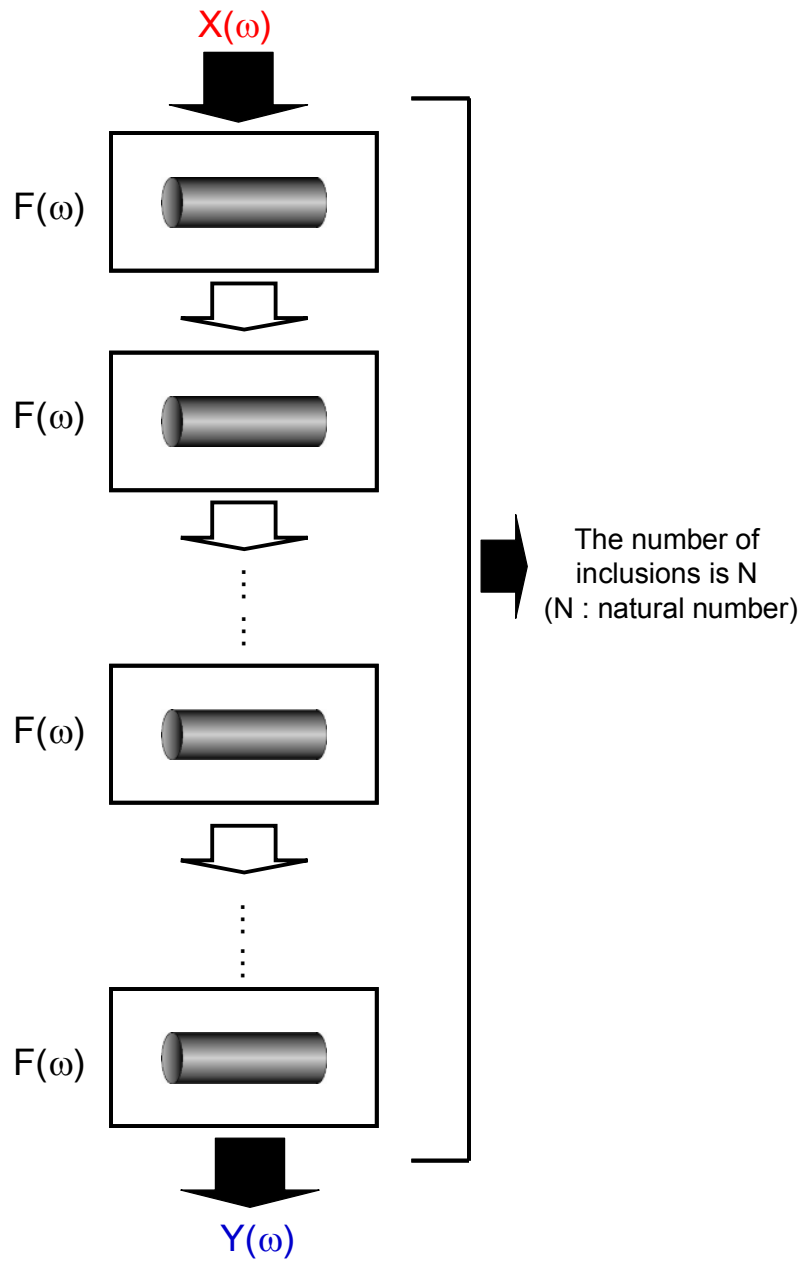
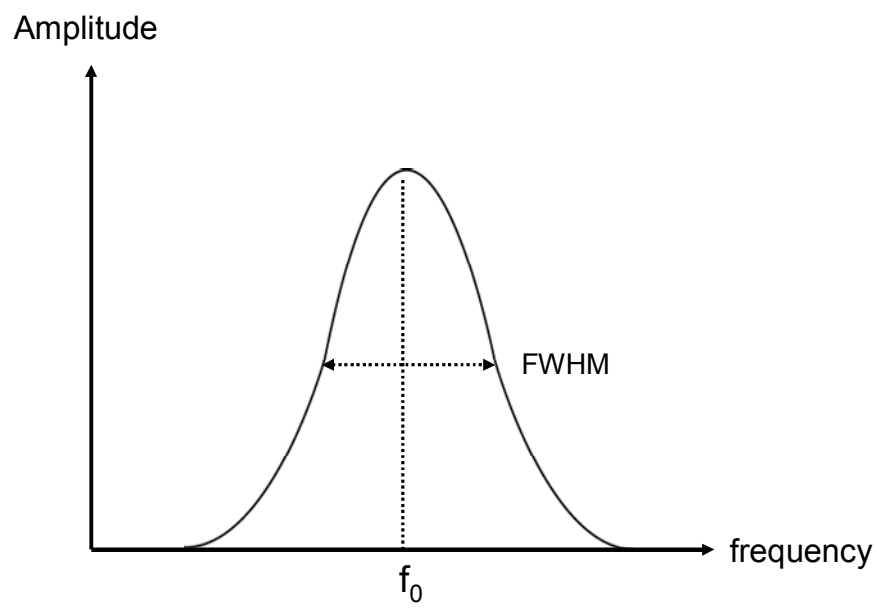


Fig.3.1 A schematic illustration of a system in which pulse waves propagate through a material including multiple cylindrical inclusions



f_0 : Resonance frequency

FWHM : Full width at half maximum

Fig.3.2 An example of waves with frequency dispersion

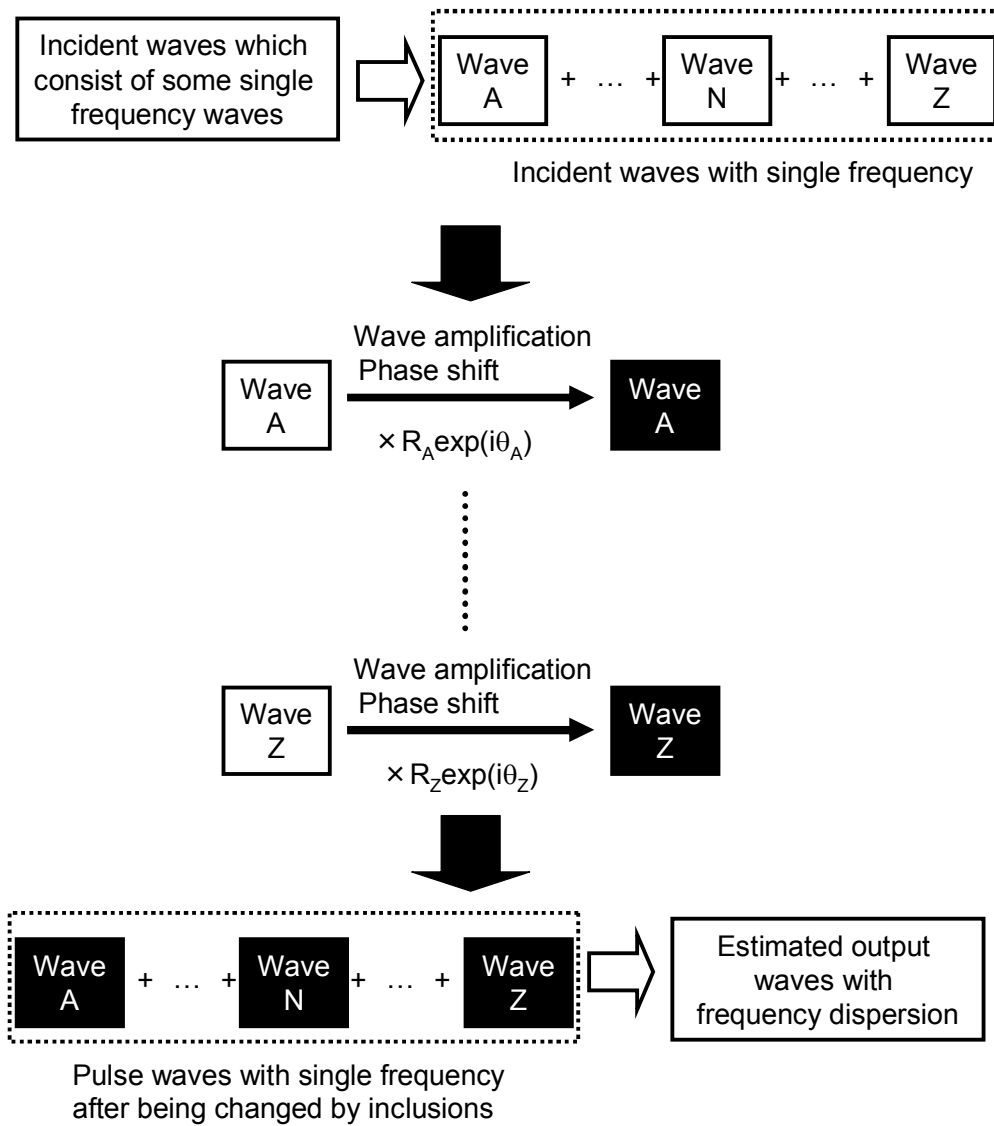


Fig.3.3 Analytical steps for estimation of the change in incident pulse waves which consist of some single frequency waves

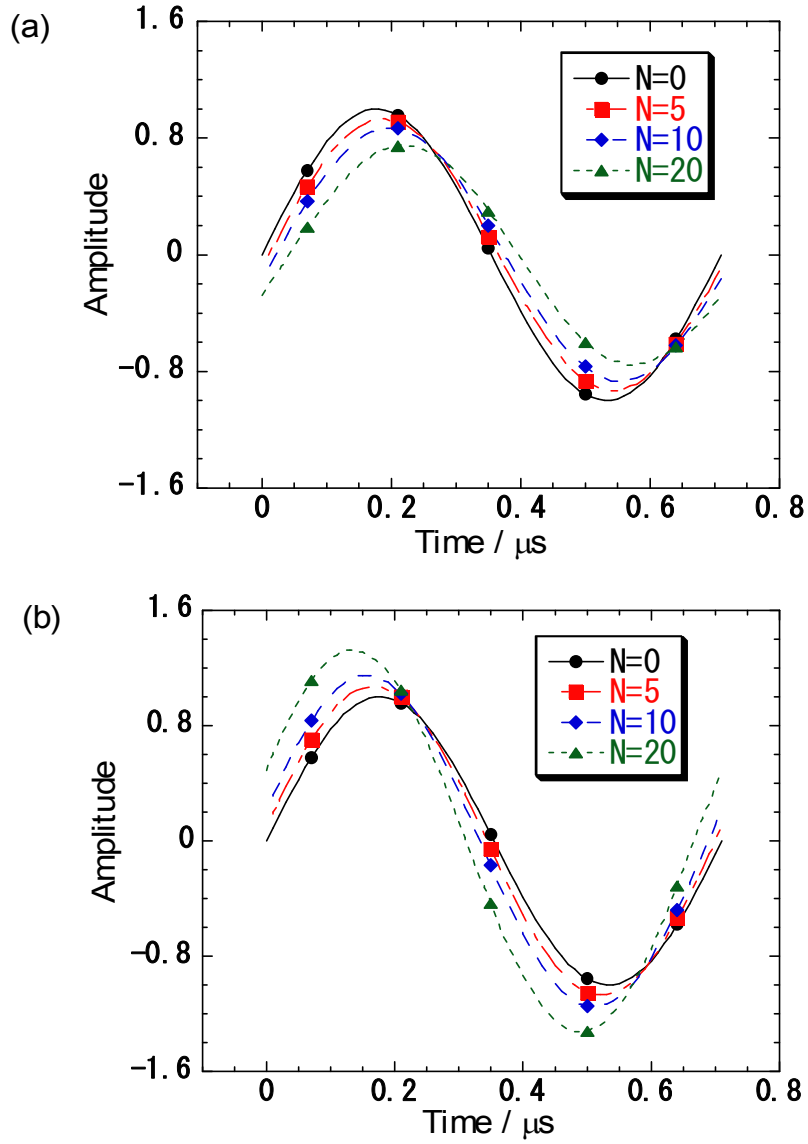


Fig.3.4 The effect of the number of inclusions on a change in pulse waves
 $f: 1.4\text{MHz}$, $L: 2\text{ mm}$, $\rho: 2\text{ g/cm}^3$, $\nu: 0.23$, $p: 12.1\text{ rad}$,
 $c_2: 1.46 \times 10^3\text{ m/s}$, $\varepsilon: 0.01$
(a) Pore model ($q=0$) (b) Alumina model ($q=2$)

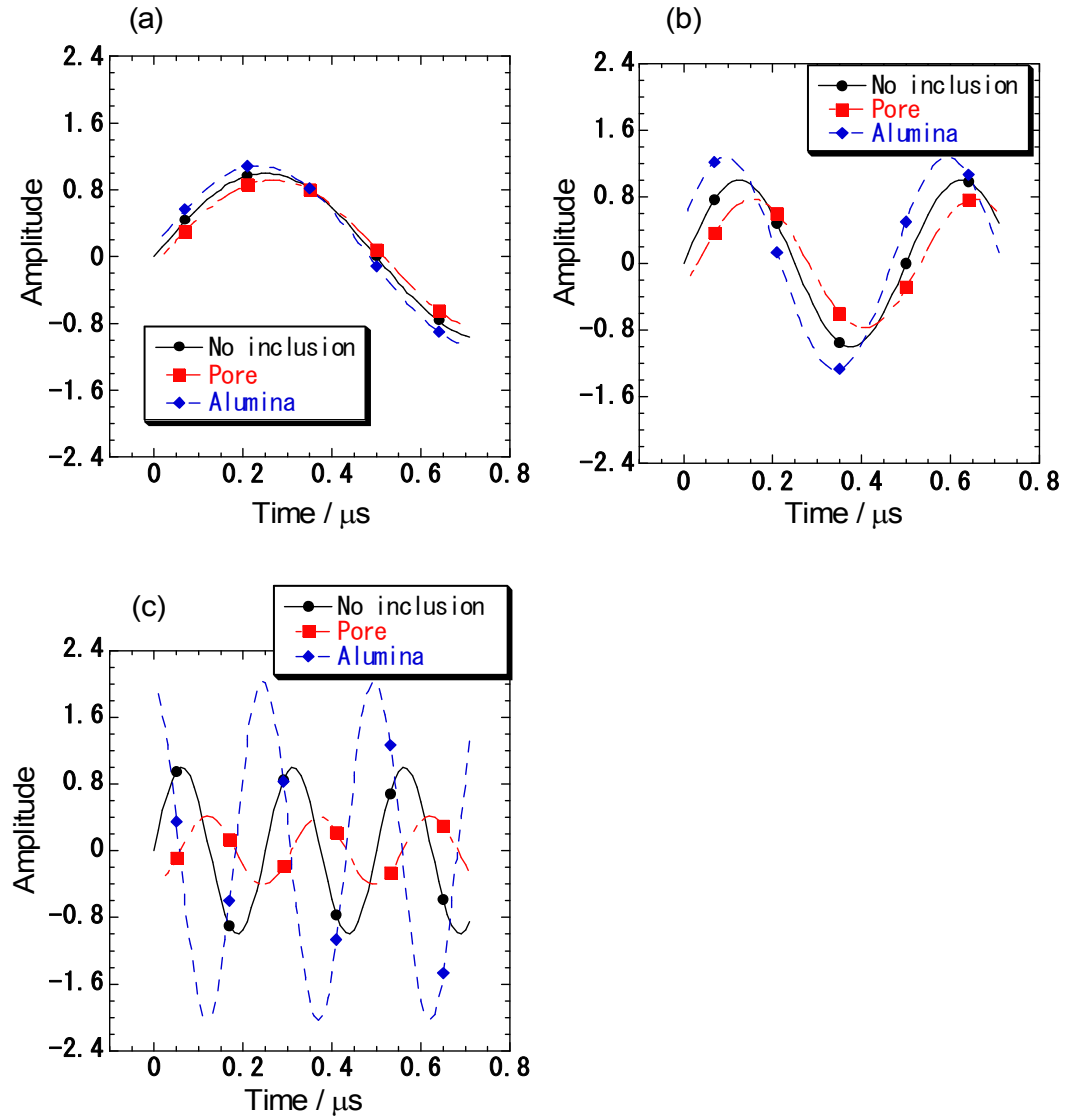


Fig.3.5 The effect of incident frequency on a change in pulse waves

$N=10$, $L:2\text{ mm}$, $\rho:2\text{ g/cm}^3$, $\nu:0.23$, $c_2:1.46 \times 10^3\text{ m/s}$,
 $\varepsilon:0.01$,

(a) 1MHz (b) 2MHz (c) 4MHz

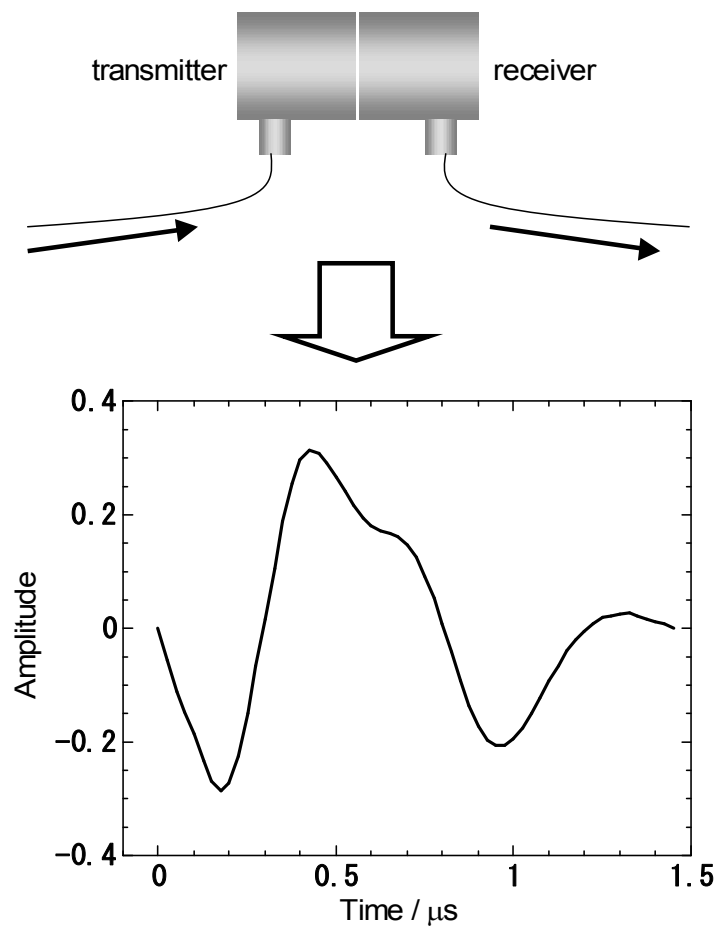


Fig.3.6 A waveform of incident pulse waves with frequency dispersion

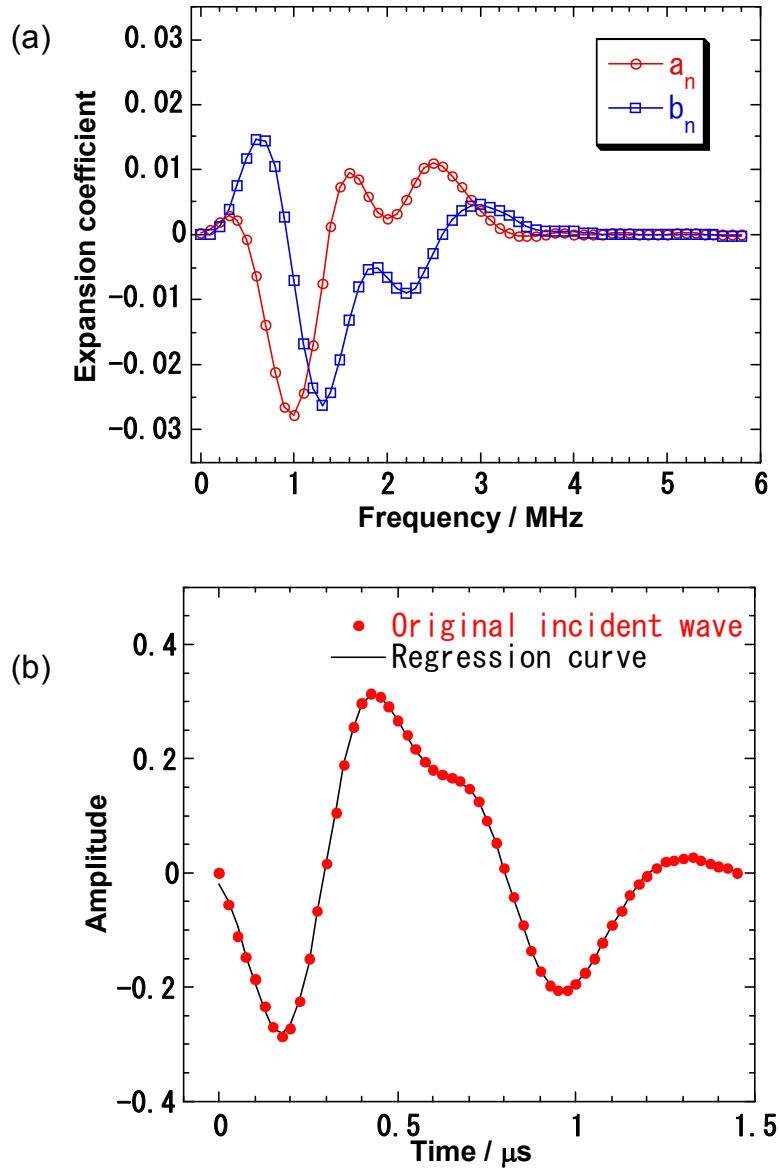


Fig.3.7 Separation of incident waves into waves with single frequency using by Fourier series expansion
 (a) Fourier expansion coefficient
 (b) Comparison between the result of Fourier expansion and original incident waves

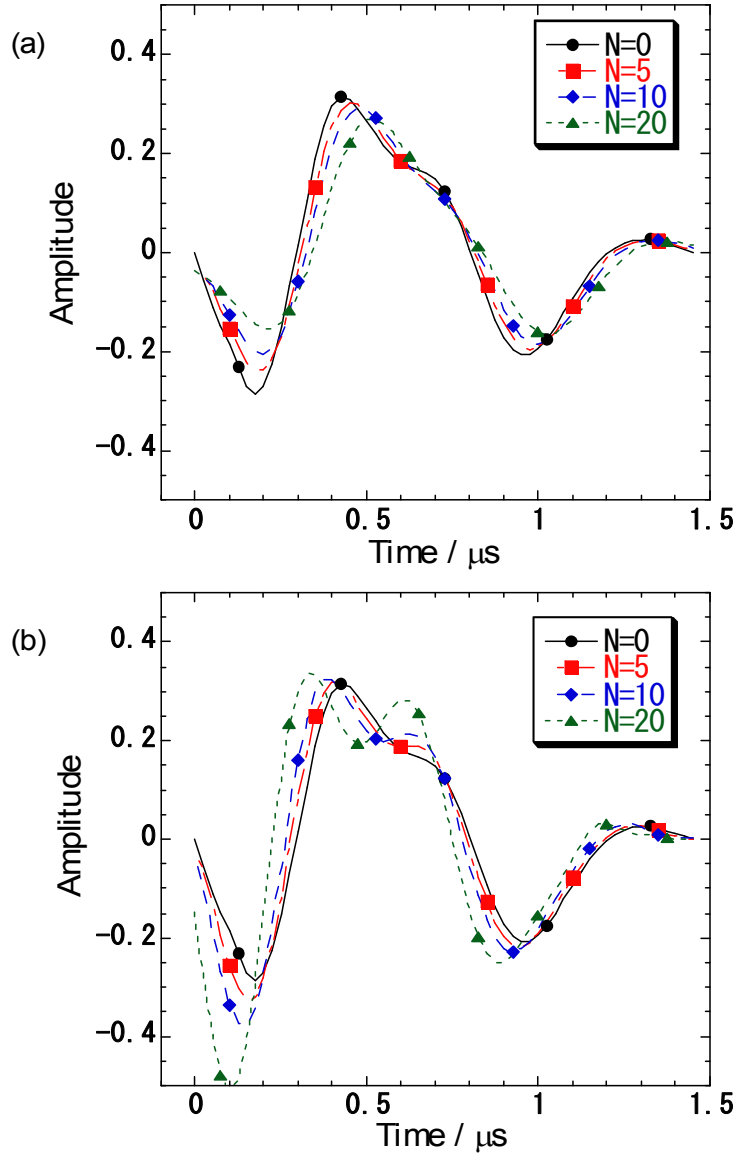


Fig.3.8 Theoretical results of a change in pulse waves with frequency dispersion in the case where multiple cylindrical inclusions are contained in graphite matrix
 $f: 1.4\text{MHz}$, $L: 2\text{ mm}$, $\rho: 2\text{ g/cm}^3$, $\nu: 0.23$, $p: 12.1\text{ rad}$,
 $c_2: 1.46 \times 10^3\text{ m/s}$, $\varepsilon: 0.01$, $q: 0$ for pore, 2 for alumina
 (a) Pore model (b) Alumina model

Table 3.1 The amount of the peak time shift by the different number of inclusions
(a) Waves with 1.4 MHz (single frequency)
(b) Waves with 1.4MHz resonance frequency (dispersed frequencies)

(a) 1.4 MHz (single frequency)

N	Pore model/ μs	Alumina model/ μs
5	-1.06×10^{-2}	1.09×10^{-2}
10	-2.12×10^{-2}	2.18×10^{-2}
20	-4.23×10^{-2}	4.35×10^{-2}

(b) 1.0MHz sample frequency (dispersed frequencies)

N	Pore model/ μs	Alumina model/ μs
5	-2.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}
10	-5.0×10^{-2}	5.0×10^{-2}
20	-1.0×10^{-1}	1.0×10^{-1}

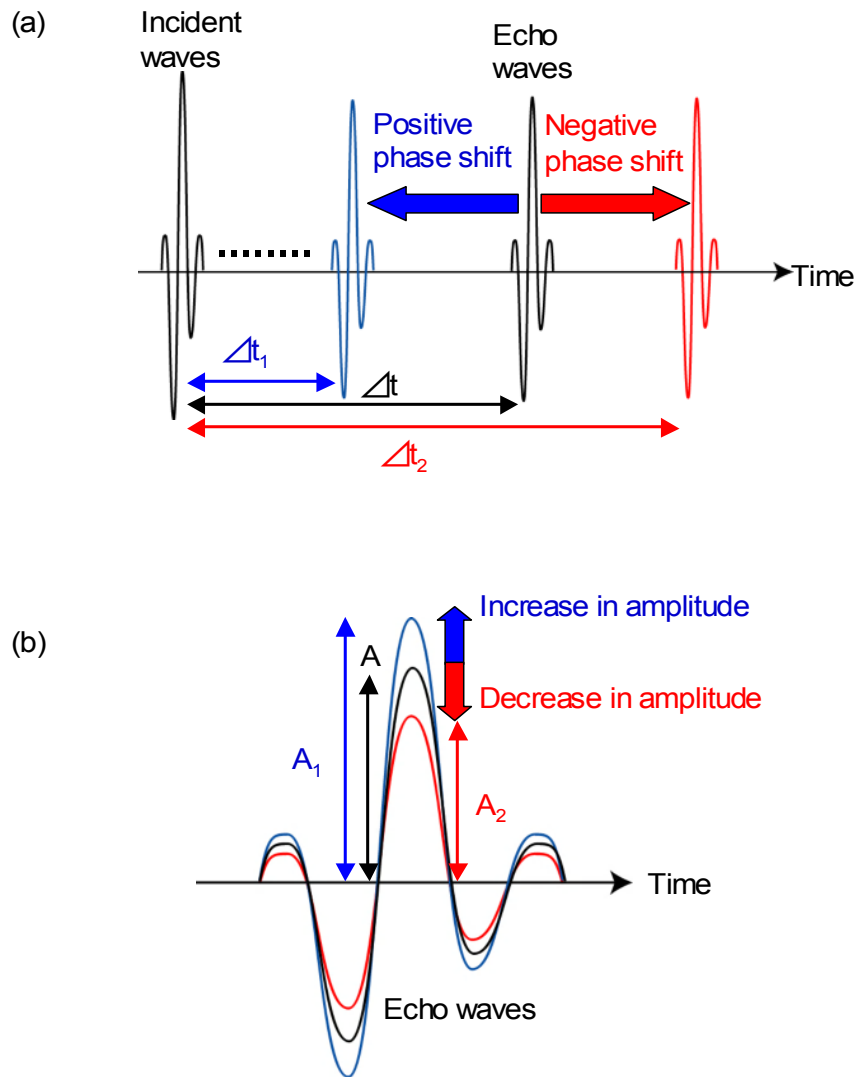


Fig.3.9 The relationship between the two wave change parameters and acoustic parameters obtained from ultrasonic pulse echo method
 (a) The amount of phase shift and apparent sonic velocity
 (b) Amplification ratio and attenuation coefficient

第4章 超音波法を用いた耐火物の繰り返し圧縮による損傷の評価

4.1 緒言

第2章、第3章において、材料中の介在物によるパルス波の波形変化に基づいて、超音波パルスエコー法により得られる見かけの音速や減衰率の変化のメカニズムを明らかにした。

そこで本章では、実際に超音波パルスエコー法を用いて不均質無機材料である耐火物の損傷を評価する。一般に耐火物の損傷は、熱衝撃による損傷に関して評価が行われることが多い。本研究においては、機械的拘束を受けた耐火物の温度勾配により生じる熱応力、特に圧縮応力に焦点を当て、圧縮応力による機械的損傷を評価の対象とする。この損傷を一軸圧縮応力による耐火物の機械的損傷に模擬し、圧縮応力負荷・除荷過程における耐火物の損傷および、繰り返し圧縮による累積損傷を超音波パルスエコー法より測定される見かけの音速の変化を用いて評価を行う。

さらに、第2章、第3章で求めた円筒介在物の形状や個数によるパルス波形変化の解析結果を用いて、亀裂の形状・個数による見かけの音速変化を計算する。得られた解析結果を測定により得られた損傷による見かけの音速変化と比較し、一軸圧縮応力による耐火物内部に発生した亀裂の数を推定した。

4.2 耐火物

4.2.1 耐火物の定義⁽¹⁾

耐火物とは高温で溶融・気化しにくい非金属材料の総称であり、JIS R 2001-1985 では、「1500℃以上の定形耐火物および最高仕様温度が 800℃以上の不定形耐火物、耐火モルタル並びに耐火断熱レンガ」と定義している。耐火物は英語で **Refractories** であり、防火材料(**Fire Proof**)とは異なるカテゴリーに属する。耐火物とは高温の熱作用に耐え、十分な機械的強度を有し、急激な熱変化や繰り返し加熱にも耐え、溶融物中のガスや溶融物などの侵食、磨耗などに抵抗性があるものを指す。実際の使用にあたっては更に加熱による容積変化が少なく、組織劣化の少ないものが望ましいとされている。

4.2.2 耐火物の歴史⁽¹⁾

日本において耐火物は、江戸時代幕末に炉材用耐火物として製造されたのが最初とされている。佐賀藩が外国の勢力に対抗するために反射炉をオランダの技術書を参考にして作製したのが始まりで、同時に耐火物も製作されたとして

いる．作製した反射炉は鉄製の火砲の鑄造に用いられた．高炉は，安政の大獄の 1 年前の 1857 年に現在の釜石市に大橋高炉が建設されたのが最初で，これにより銑鉄の製造が行われた．

最初に作られた耐火物の成分比としては SiO_2 が 65～70wt%， Al_2O_3 が約 20wt%， Fe_2O_3 が約 5wt%（残りは不純物）が含まれているものであった．耐火物の良し悪しは原料によるところが大きいので，明治時代に入ると原料の粘土を求めて国内，海外問わず探し回るようになった．そして選り優れた耐火物の作るための研究の過程で様々な種類の耐火物れんがが生みだされた．大正 9 年には尼崎マグネシア工業株式会社が設立され，耐酸化性・耐塩基性に優れたマグネシアれんが(MgO : 60wt%含有)が大量生産されるようになった．また昭和 11 年にはクロムれんが販売株式会社が設立され，溶鋼や塩基性スラグの耐食性に優れたクロムれんが(Cr_2O_3 : 40wt%含有)が作られるようになった．ただし現在ではクロムは有毒であることが知られているため，それに替わる耐火物の研究が行われている．

4.2.3 耐火物の種類⁽¹⁾

耐火物は大別して定形耐火物と不定形耐火物に分かれる．定形耐火物は既に形状が定まっている耐火物を指し，不定形耐火物は形状が定まっておらず粉状のものを指し，キャストブル耐火物，プラスチック耐火物，ラミング耐火物，吹き付け材，溶射材，耐火モルタルなどがこの分類に属す．定形耐火物に関してはさらに，酸性耐火物，中性耐火物，塩基性耐火物の 3 つに分類される．酸性耐火物は SiO_2 質， $\text{SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3$ 質， ZrO_2 質など酸性酸化物を多く含む．塩基性酸化物はその名の通り塩基性酸化物を多く含み， MgO 質， $\text{MgO-Cr}_2\text{O}_3$ 質， $\text{MgO-Al}_2\text{O}_3$ 質， $\text{MgCO}_3 \cdot \text{CaCO}_3$ 質， $\text{MgO} \cdot \text{SiO}_2$ 質などの種類がある．中性酸化物は， Al_2O_3 質，黒鉛質， SiC 質， Cr_2O_3 質， MgO-C 質のように酸性酸化物・塩基性酸化物の両方とも含まないか，もしくは少量のみ含んでいる耐火物のことを指す．Table 4.1 に定形耐火物の種類とその特性について 5 段階で比較したものを示す．表中の耐火度(Refractriness)とは，耐火物が熱によって軟化変形する度合いを示したもので，数値が高いほど変形しにくいことを意味している．

耐火物を用途別に分類すると，鑄造用耐火物，セメント用耐火物，非鉄精錬用耐火物，ガラス窯業用耐火物，焼却炉用耐火物に分けられる．鑄造用耐火物は，製鉄とりわけ鑄造に用いられる耐火物のことを指し，この耐火物はノズル，タンディッシュ，取鍋などに用いられている．セメント用耐火物はセメントに使われる耐火物のことで，マグネシア・クロム（マグクロ），スピネル，ドロマイト ($\text{MgCO}_3 \cdot \text{CaCO}_3$ 質) れんが等が用いられている．非鉄精錬用耐火物は銅，亜鉛，鉛などの金属を精錬する炉に使われる耐火物のことを指し，これら

の耐火物は溶鉱炉，溶錬反射炉，自溶炉，転炉などに用いられている．ガラス窯業用耐火物には，けい石，ジルコンれんが **AZS-C**（アルミナ・ジルコニア・シリカ-黒鉛），アルミナ質電鋳れんがが用いられている．また，ごみ等を焼却するための炉（都市ゴミ焼却炉）にも耐火物が用いられている．

4.2.4 耐火物の評価基準

耐火物に必要な評価基準として以下の 5 つが挙げられる．

- ① 物理的性質（密度・気孔率・気孔径分布など）
- ② 化学的性質（成分分析・消化性評価）
- ③ 熱的性質（熱膨張・熱伝導率・耐熱衝撃性など）
- ④ 機械的性質（圧縮，曲げ，引張り強さ・弾性率・破壊靱性）

ここで，②の消化性評価とは塩基性耐火物（マグネシアクリンカー，ドロマイトクリンカー）が水，水蒸気と反応して水酸化物を生成する際，膨張し粉化崩壊する性質（消化）を評価することである．

これらの評価基準は完全に分離できるわけではなく，複合的な性質も重要になってくる．例えば，高温下における引張り強さ，圧縮強さ，変形能などは熱的性質とも機械的性質とも捉えることができる．ただし一般にはこれらの特性は機械的性質として扱われることが多い．とりわけ耐火物の場合，その使用環境上，高温下における機械的性質の方が室温での機械的性質よりも重要である場合が多い．

4.2.5 耐火物の超音波を用いた損傷評価

耐火物の損傷評価は耐火物の機械的性質を知る上で重要な評価項目の 1 つである．耐熱衝撃特性などはその中で最も大事な指標である．ただし，一般に耐火物は高温下における損傷評価が重要なため，測定法方が限られている．超音波による測定は，プローブが高温用のものがあるため比較的高温下でも損傷評価が可能となる．実際，耐火物の損傷に関して超音波を用いて評価した例が報告されている．例えば，耐火物の熱衝撃損傷を超音波パルスエコー法により測定した見かけの音速変化から評価した例^{(2),(3),(4)}や，窒化ケイ素の熱損傷を超音波スペクトル法により評価した例⁽⁵⁾，コーディライトムライト系耐火物の製造過程による損傷を超音波パルスエコー法より得られる見かけの音速変化から評価した例⁽⁶⁾，ジルコニア含有キャスティング耐火物の製造過程の損傷を超音波パルスエコー法より得られるヤング率の変化から評価した例⁽⁷⁾，熱サイクルによるジルコニア断熱層の接着力の変化を見かけの音速と減衰率から評価した例⁽⁸⁾が報告されている．

本章で対象にしている損傷は，Fig.4.1 のような製鉄に用いられる容器（ラ

ドル, タンディッシュ)⁽⁹⁾において, 溶鋼と鉄皮の間に挟まれ機械的拘束を受けた耐火物が熱応力を受け, 機械的損傷を受ける場合を想定している. Fig.4.1 の場合, 溶鋼に近い部分では圧縮応力が, 鉄皮に近い部分では引っ張り応力を受ける. この熱応力は溶鋼が流し込まれる度, 耐火物に繰り返し生じることになる. しかし, このような熱応力による機械的損傷に関して研究した報告例はほとんどない.

4.3 測定耐火物

本論文で用いる耐火物は2種類で, アルミナ・黒鉛質耐火物(AG)と等方性黒鉛(IG)である. アルミナ・黒鉛質耐火物は浸漬ノズルなどに用いられており, この場所でも上記のような機械的損傷が生じる. 押し出し成形などで作製される異方性黒鉛は, 高炉底などに用いられている. 黒鉛は耐スポーリング性に優れた耐火物として知られているが, 酸化に弱いという欠点があり, 使う場所は限られている. 用いられる場合は大抵表面に酸化防止のためのコーティングがなされる⁽¹⁾. 今回, 異方性黒鉛は損傷評価が難しいので, 本研究においては等方性黒鉛を選択した.

4.4 実験方法

4.4.1 材料

本章における損傷評価に用いた材料は連続鑄造浸漬ノズル用アルミナ・黒鉛質耐火物(型番 AG409: 非売品)および, 等方性黒鉛(型番 IG12: 東洋炭素製)である. アルミナ・黒鉛質耐火物は, 主成分として, 体積分率が大きいほうから順に C(黒鉛), Al_2O_3 (アルミナ), SiO_2 (シリカ)を含んでいる. 等方性黒鉛は, コールタールピッチなどを除けば多結晶黒鉛のみで構成されている. アルミナ・黒鉛質耐火物の化学組成を Table 4.2 に示した. アルミナ・黒鉛質耐火物は, アルミナを含有した複合材料, 等方性黒鉛は気孔を含有した複合材料と見なすことができる.

4.4.2 試験片の作製

一軸圧縮試験のために, アルミナ・黒鉛質耐火物を縦 40mm, 横 40mm, 厚さ 10mm の試験片に切り出した. 切り出しには, 榊平和テクニカ製切削加工機(Fine cut)を用いた. 一方, 等方性黒鉛は, 試供材として, あらかじめ縦 30mm, 横 30mm, 厚さ 10mm の試験片に加工してあるものを用いた.

この両者の試験片の厚さの値は, この方向に超音波を入射した際, エコー波形が散乱し過ぎず明確なエコー波形が得られることを考慮して決定した値である. なお, アルミナ・黒鉛質試料に関しては, 超音波プローブと接触する面

とその対面の平滑度と平行度を出すために、耐水研磨紙（三共理化学㈱製）を用いて切り出した試験片を＃60、＃400、＃800の順番で研磨した。

4.4.3 試験片のキャラクタリゼーション

各々の試験片の嵩密度、見かけ密度および試験片を粉砕した粉末の真密度を測定した。真密度には比重瓶を用いた。また、浸液にはエタノールを用いた。

嵩密度 d_{bulk} 、見かけ密度 d_{apparent} 、真密度 d_{true} はそれぞれ以下の式を用いて求めた。

$$d_{\text{bulk}} = \frac{w_b}{BLW} \quad (4.1)$$

$$d_{\text{apparent}} = \frac{w_b}{w_b - w_a} d_{\text{ethanol}} \quad (4.2)$$

$$d_{\text{true}} = \frac{w_3(d_{\text{ethanol}} - d_{\text{air}})}{w_1 - w_2} + d_{\text{air}} \quad (4.3)$$

ここで、 w_b は試験片の乾燥質量、 L 、 W 、 B はそれぞれ試料の長さ、幅、厚さを表す。 w_a は試験片のエタノール中での質量、 d_{ethanol} は測定温度におけるエタノールの密度、 w_1 は比重瓶全体積を占めるエタノールの質量、 w_2 は比重瓶に含まれる粉末の体積を除いた体積を占めるエタノールの質量、 w_3 は比重瓶に入れた粉末の質量、 d_{air} は空気の密度である。

また、気孔率 P_{total} 、開気孔率 P_{open} 、閉気孔率 P_{close} を以下の式より求めた。

$$P_{\text{total}} = 1 - d_{\text{bulk}} / d_{\text{true}} \quad (4.4)$$

$$P_{\text{open}} = 1 - d_{\text{apparent}} / d_{\text{true}} \quad (4.5)$$

$$P_{\text{close}} = P_{\text{total}} - P_{\text{open}} \quad (4.6)$$

Table 4.3 にアルミナ・黒鉛質耐火物および等方性黒鉛の密度と気孔率の測定結果について示す。

また、黒鉛質耐火物および等方性黒鉛の表面の SEM 像を観察し、粒子の大きさを確認した。SEM 観察には JEOL 製 JSM5300-LV を用いた。加速電圧は 30kV、観察像は 2 次電子像を用いた。なお、試験片に導電性を持たせるために試験片表面に金蒸着を行った。蒸着には㈱エイコー・エンジニアリング製イオンコーター (IB-3 型) を用いた。Fig.4.2(a),(b) に黒鉛質耐火物および等方性黒鉛試験片の表面の SEM 像を示す。

4.4.4 一軸繰り返し圧縮試験中の超音波法による見かけの音速の測定

種類の耐火物（アルミナ・黒鉛質耐火物、等方性黒鉛）の一軸繰り返し圧縮

試験を行った。繰り返しの回数は 50 回とし、試験片が途中で破壊した場合は、その時点で終了とした。Fig.4.3(a)に測定の概要について示す。繰り返し一軸圧縮試験には 100kN ネジ棹式万能材料試験機(JT トーシ製)を用いた。

負荷方向は試験片の横×厚さの面に垂直な方向とし、負荷速度は変位速度一定の条件で、0.1mm/min とした。負荷応力の最大値を 3 水準に分けてそれぞれの場合において試験を行った。ここで、それぞれの試験片の平均圧縮破壊応力 $\tilde{\sigma}_f$ に対する最大負荷応力 σ_M 比を R とおくと、 R は以下の式で与えられる。

$$R = \frac{\sigma_M}{\tilde{\sigma}_f} \quad (4.7)$$

本試験においては $R=0.5, 0.7, 0.9$ の 3 段階で行った。なお、試験片の平均破壊応力は、この試験と同条件の下で、圧縮試験を行ったときの 10 個の試験片の破壊応力の平均値を指している。測定の結果からアルミナ・黒鉛質耐火物試験片は 25MPa、等方性黒鉛試験片は 90MPa とした。

本試験で用いた材料試験機は、荷重データと変位データをデジタルデータとして与えることができる。これらのデータと試験片の断面積から、応力と歪のデータに変換することが可能であるが、本測定においてはより正確に歪を測定するために、試験片の縦×横の面に歪ゲージを貼り付け、直接歪を測定した。これにより公称応力と歪データを用いて応力 - 歪曲線を描くことができる。なお、 i 番目の公称応力データ σ_i は、荷重データ F_i を用いて以下の関係式から求めた。

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} \quad (4.8)$$

ここで、 S は試験機のクロスヘッドと接する試験片の面（横×厚さの面）の断面積である。

応力 - 歪曲線に加えて、一軸圧縮試験中での損傷の進行具合を in-situ に調べるために、超音波パルスエコー法を用いて試験片の負荷・除荷中の見かけの音速を測定した。見かけの音速の具体的な算出方法については後の節において説明する。超音波を発信するためのプローブは送受信一体型、平面縦波用、共振周波数は 1.4MHz のプローブ(UMS-R)を用い、試験片の縦×横の面に取り付けた。これにより一軸圧縮方向に対し垂直な方向に超音波が伝播し、入射面の反対側の面で反射して、再度プローブに入射したエコー波を観測することができる。

超音波測定器には弾性率測定装置(東芝タンガロイ(株)製)を、PC 内の制御ソフトは「SONIC SCOPE ver.2.2」(東芝タンガロイ(株)製)を用いた。このソフトを用いて入力電圧(Amplitude)、入射波の周波数(1MHz から 2MHz まで可変)、検知レベル(Gain)などを制御した。エコー波の測定は、負荷・除荷中に

圧縮試験を途中で止めて、その状態の波形を PC に取り込むことにより行った。データの取り込みはアルミナ・黒鉛質耐火物は 2.5MPa ごと、等方性黒鉛は 6.67MPa ごとに行った。

4.4.5 パルスエコー波形の解析と見かけの音速の算出

超音波法により得られた波形を波形解析ソフト「SONIC ANALYZER ver.2.1C」(東芝タンガロイ(株)製)により解析を行った。Fig.4.4 の(a)と(b)に超音波法により測定した負荷前のアルミナ・黒鉛質耐火物(AG)と等方性黒鉛試験片(IG)のエコー波形について示す。Fig.4.4 のように得られた波形から、エコー波のピーク値における時間、振幅を求めた。ここで時間とは超音波が入射された時刻を 0 としたときの時間を指している。エコー波のピークは主に第 1 底面エコー波と第 2 底面エコー波が観測可能であり、これらのピークはそれぞれ超音波を入射した送信面の反対側の面で 1 度反射した波と 2 度反射した波を表している(Fig4.4(c)参照)。

みかけの音速 V_A は第 1 底面エコー波と第 2 底面エコー波の時間差と試験片の厚さから、以下の式により求めた。

$$V_A = \frac{2L}{t_2 - t_1} \quad (4.9)$$

ここで、 L は試験片厚さ、 t_1 は第 1 底面エコー時間、 t_2 は第 2 底面エコー時間である。今回は負荷前の音速に対しての損傷による音速の減少度を損傷と関連付けて考察するため、以下の式で表される見かけの音速の減少率 V_{RD} を用いて評価を行った。

$$V_{RD} \equiv \frac{V_{A0} - V_A}{V_{A0}} \quad (4.10)$$

V_{RD} は厳密な損傷パラメータとして、過去の研究に用いられた例はない。しかし、材料中亀裂を密度 0 の円筒介在物と見なせば、第 2 章、第 3 章の解析結果を適用することが可能となる。この場合 V_{RD} は、材料中の欠陥の濃度に関連するパラメータと考えられ、損傷の 1 指標として扱うことができる。

4.5 実験結果

4.5.1 応力 - 歪曲線

Fig.4.5 の(a)-(c)にそれぞれ応力比 $R=0.5, 0.7, 0.9$ におけるアルミナ・黒鉛質耐火物試験片(AG)の応力 - 歪曲線の結果を示す。応力 - 歪曲線はとりわけ R が大きい場合、高応力域において負荷・除荷過程とも明確な非線形性を示す。また、除荷後の残留歪 ϵ_R は、負荷・除荷サイクル数の増加にしたがって、増加していることが確認される。ただし、1 サイクルあたりの ϵ_R の増分

は、サイクル数増加にしたがって減少し、50 サイクル目あたりになるとほとんど ε_R は増加しないことがわかる。

Fig.4.6 の(a)-(c)にそれぞれ $R=0.5$, 0.7 , 0.9 における等方性黒鉛試験片(IG)の応力 - 歪曲線の結果を示す。なお、 $R=0.9$ の応力 - 歪曲線において 50 サイクル目のデータが存在しないのは、試験片が 48 回目で破壊したためである。各々の応力 - 歪曲線データは 1 つの試験片のデータから得られていることが重要である。基本的にサイクル数の増加に対する曲線の変化と R の増加に対する曲線の変化の傾向はアルミナ・黒鉛質耐火物の場合と同様である。このことから、両者の耐火物間での損傷挙動の違いは応力 - 歪曲線からは特に見受けられないことがわかった。

4.5.2 見かけの音速の変化

Fig.4.7 の(a)-(c)にアルミナ・黒鉛質耐火物試験片(AG)の $R=0.5$, 0.7 , 0.9 における異なる負荷・除荷サイクル数に対する見かけの音速の減少率 V_{RD} について示す。この図から、 R の値により V_{RD} の変化の挙動の傾向こそ変わらないが、その大きさは顕著に異なることがわかる。

初回のサイクルにおいては、負荷過程で V_{RD} はほぼ単調増加（したがって見かけの音速は減少）し、除荷過程においても圧縮応力の減少に伴い、 V_{RD} は単調増加する。変化の度合いは負荷過程よりも除荷過程の方が大きく、このことからアルミナ・黒鉛質耐火物試験片は主に除荷過程で損傷が進行しているものと考えられる。第 2 サイクル以降は負荷過程では V_{RD} は減少（見かけの音速は増加）、除荷過程では増加を繰り返し、初回の除荷過程と似た経路を描きながら、サイクル数増加と共に少しずつ V_{RD} 値の大きい側にシフトしていく。

Fig.4.8 の(a)-(c)に等方性黒鉛試験片(IG)の $R=0.5$, 0.7 , 0.9 における異なる負荷・除荷サイクル数に対する見かけの音速の減少率 V_{RD} について示す。この結果から、 R の値により V_{RD} の変化の挙動の傾向は変わらないが、その大きさは顕著に異なるという点は、アルミナ・黒鉛質耐火物と同じであるが、負荷・除荷過程での変化の挙動は両者で大きく異なることがわかる。

初回のサイクルにおいては、 V_{RD} は単調増加する。これはアルミナ・黒鉛質耐火物試験片の場合と同様である。しかし、除荷過程になるとアルミナ・黒鉛質耐火物試験片の場合と異なり、 V_{RD} は始め減少した後、増加するという下に凸状の挙動を示す。第 2 サイクル以降は、負荷・除荷過程とも初回の除荷過程と同様な下に凸の挙動を示し、初回の除荷過程と似た経路を描きながら、サイクル数増加と共に少しずつ V_{RD} 値の大きい側にシフトしていく。

4.6 結果の考察

4.5.1 ヒステリシスループの面積

Fig.4.5 と Fig.4.6 の応力 - 歪曲線の結果から、各々の耐火物における初回の負荷・除荷サイクルで囲まれた面積、すなわちヒステリシスループの面積に対する各サイクル数におけるヒステリシスループの面積の比 R_{hys} を求めることができる。Fig.4.9 の(a),(b)にアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛のサイクル数に関するヒステリシスループの面積比 R_{hys} を示す。グラフの性質上、サイクル数が1のときの R_{hys} の値は必ず1になる。

一般にヒステリシスループが形成される原因として粒同士の界面でのすべりによるエネルギーが挙げられる⁽¹⁰⁾。よって、 R_{hys} は材料の内部構造の変化の指標として取り扱うことができる。Fig.4.5 と Fig.4.6 の結果から、全ての R において、負荷・除荷サイクル数が増加するにしたがって、 R_{hys} は始め急激に減少し、それから徐々に減少し、ある一定の値に近づくことがわかる。このことから、繰り返し負荷・除荷をするうちに粒界すべりの量が一定になるものと考えられる。

材料別に比較すると応力比 R の違いによる R_{hys} への影響は若干異なる。アルミナ・黒鉛質耐火物の場合、 $R=0.5$ と $R=0.7$ における R_{hys} はほとんど変わらないが $R=0.9$ になるとより大きい値へとシフトする。これに対し、等方性黒鉛は、 R の増加に伴い、 R_{hys} の値は大きい側へシフトしている。これは、より最大圧縮応力値の増加により、繰り返し負荷・除荷による微構造の変化が大きくなったことを示唆している。つまり、 R が大きくなると初回の負荷・除荷で受ける構造変化と比較して、繰り返し負荷・除荷の微構造に与える影響が相対的に増したと考えることができる。Fig.4.9 の(a)と(b)の比較から、同じ R においては全体的に等方性黒鉛の R_{hys} の方がアルミナ・黒鉛質耐火物の R_{hys} より大きいことがわかる。以上から応力 - 歪曲線の比較ではわからなかったアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛の損傷挙動の違いが、ヒステリシスループの面積比の比較によりその違いをある程度明確になった。この手法を用いると等方性黒鉛の方がアルミナ・黒鉛質耐火物より繰り返し負荷・除荷による損傷の累積が大きいことがわかる。

4.6.2 負荷・除荷サイクル数による見かけの音速の減少と残留歪について

1回の負荷・除荷サイクルによる見かけの音速の減少率の変化を V_{Rdf} 、除荷後の累積残留歪を ϵ_R とおいたときのサイクル数と V_{Rdf} 、 ϵ_R の関係について、Fig.4.10 の(a)にアルミナ・黒鉛質耐火物の場合を、Fig.4.10 の(b)に等方性黒鉛の場合を示す。

これらの結果から程度の差こそあれ、双方の材料において V_{Rdf} 、 ϵ_R ともサ

イクル数の増加に伴って始めは急に増加し、その後増加の程度がゆるやかになりある飽和値に近づくような挙動を示す。これは主に初期の数回の負荷・除荷サイクルで試験片が損傷し、その後のサイクルではそれらに比べると損傷の度合いが少ないことを示唆している。しかしながら、飽和値へ近づく速さは、双方材料で異なる。とりわけ V_{RDf} のサイクル数に対する変化の結果は、アルミナ・黒鉛質耐火物の方が等方性黒鉛よりも早い段階（30 回程度）で飽和値に達しているように見える。これに対し、 ϵ_R の方は両者にそれほどの違いは見られない。この原因として、残留歪に関連する試験片の変位は、 V_{RDf} に関連する見かけの音速に比較すると内部の欠陥に対し鈍感であるためだと考えられる。よって V_{RDf} の結果を採用すると、アルミナ・黒鉛質耐火物は初期サイクルの段階で損傷し、それ以降の負荷・除荷サイクルではあまり損傷が累積せず、 V_{RDf} が飽和値に達した段階で単に負荷・除荷による変位の変化しか生じていないと考えられる。これに対し、等方性黒鉛は、初期の負荷・除荷サイクルでも損傷を受けるが、それ以降のサイクルでもアルミナ・黒鉛質耐火物に比べ相対的に損傷を受け続け、損傷が累積していくものと考えられる。この考察を支持する結果として、 $R=0.9$ に設定した等方性黒鉛試験片は 48 サイクル目で破壊してしまったことが挙げられる。この結果は比較的破壊応力に近い応力での繰り返し負荷・除荷に損傷が累積し、最終的には破断に至らせてしまうほどの累積歪に達してしまったためだと考えられる。

以上の考察からわかるように、繰り返し負荷・除荷による材料内部の損傷評価をする上で、在留歪の変化に比べ見かけの音速変化の方が、損傷に対し敏感である。このことから、超音波法による見かけの音速変化は、有用であることが示せた。

4.6.3 応力比 R と損傷メカニズムの関連性

Fig.4.7 の(a)-(c)のアルミナ・黒鉛質耐火物の見かけの音速の減少率 V_{RD} の結果および Fig.4.8 の(a)-(c)の等方性黒鉛の V_{RD} の結果を応力比 R の変化に対して別々に比較すると、双方の材料において変化の大きさこそ異なるが R により V_{RD} の変化の仕方に違いがないことがわかる。これは、最大負荷応力が変わっても負荷・除荷過程での損傷の仕方が変わるわけではなく、同様なメカニズムにより損傷していることを裏付けている。このことから応力比 R と損傷のメカニズムには直接の関連性はないものと考えられる。

4.6.4 見かけの音速の減少および残留歪の応力比との関係

Fig.4.11 の(a)および(b)に、アルミナ・黒鉛質耐火物および等方性黒鉛試験片の応力比 R の違いによる見かけの音速の減少率の変化 V_{RDf} と、残留歪 ϵ_R の

変化を示す．

V_{RDe} , ε_R とも R が大きくなるに伴い増加傾向を示す．これは最大圧縮応力値の増加により損傷がより進行したことを裏付けている．この傾向はどの負荷・除荷サイクル数においても変わらない．このことから，初回の負荷・除荷による損傷においても，繰り返し負荷・除荷による累積損傷においても，最大圧縮応力によりその度合いが異なることがわかった．

4.6.5 繰り返し圧縮による材料内部の損傷の推定

第2章・第3章において，円筒介在物によるパルス波形の変化について考察し，見かけの音速変化との関連性を示した．そこで，この解析結果を用いて双方の耐火物中の損傷を亀裂の形状，個数に関連付けて考察する．

ここでは，亀裂を Fig.4.12 のように長さ $2L$ ，直径 $2h$ の円筒気孔に置き換えて考える．第2章において，見かけの音速変化に影響を及ぼすパラメータとして，円筒介在物の個数 N ，介在物の逆アスペクト比 ε ，入射パルス波の規格化周波数 p を挙げた．介在物の逆アスペクト比 ε は，円筒介在物の長さ $2L$ と直径 $2h$ の比として，以下のように与えられた．

$$\varepsilon = \frac{h}{L} \quad (4.11)$$

(4.11)式から， L が一定のとき h と ε は比例関係にあることがわかる．よって，亀裂の長さ $2L$ を一定として，直径すなわち幅 $2h$ のみが増加する場合，見かけの音速の変化に影響を与えると考えられる．これを亀裂変化モデル 1 とおく．

また，規格化周波数 p は，円筒介在物の長さ $2L$ と縦波の角周波数 ω とマトリックス中の横波の音速 c_2 を用いて，次式のように表した．

$$p = \frac{\omega L}{c_2} \quad (4.12)$$

測定系では ω と c_2 は一定なので，(4.12)式から L と p は比例関係にあることがわかる．よって，アスペクト比は一定に保ったまま亀裂長さ $2L$ が増加する場合，見かけの音速の変化に影響を与えると考えられる．これを亀裂変化モデル 2 とおく．Fig.4.13 (a)，(b)にそれぞれ亀裂変化モデル 1 と亀裂変化モデル 2 の概略図を示す．

以上で示した2つの亀裂変化モデルとも空隙の増加に関与しており，空隙の増加が見かけの音速の減少率 V_{RD} の増加に関与している．以上述べた2つの影響因子に加え，亀裂の個数 N の増加も V_{RD} の増加に関与する．よって，それぞれの亀裂変化モデルにおける亀裂個数 N の増加による各耐火物の V_{RD} の変化を求めた．

Fig.4.14 (a),(b)にそれぞれアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛材における、亀裂長さ $2L$ を一定($L=2\text{mm}$)とした逆アスペクト比 ε が増加するモデル（亀裂変化モデル 1）での見かけの音速減少率 V_{RD} の変化について示す。グラフからわかるように逆アスペクト比 ε と亀裂の個数 N 増加により、 V_{RD} は増加する。また、 N の個数と V_{RD} は比例関係からずれてくることがわかった。Fig.4.15 (a), (b)にそれぞれアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛材における、逆アスペクト比 ε を一定($\varepsilon=0.01$)とした亀裂長さ $2L$ が増加するモデル（亀裂変化モデル 2）での見かけの音速減少率 V_{RD} の変化について示す。グラフから、亀裂長さ $2L$ と亀裂の個数 N 増加により、 V_{RD} は増加することがわかる。また、 L が大きいほど N の個数と V_{RD} は比例関係からずれてくることがわかった。

Fig.4.8 のアルミナ・黒鉛質耐火物の見かけ音速変化の結果と Fig.4.9 の等方性黒鉛の見かけの音速変化の結果の比較から、負荷・除荷過程における材料内部構造の変化の挙動が双方の材料で異なることがわかる。各々の耐火物の微構造を考えると、アルミナ・黒鉛質耐火物の内部構造の変化は、亀裂変化モデル 1 に対応し、等方性黒鉛の内部構造の変化は、亀裂変化モデル 2 に対応していると考えられる。実際の測定から得られた見かけの音速の減少率 V_{RD} の変化領域を踏まえると、アルミナ・黒鉛質耐火物の場合、圧縮により長さ 4mm 、幅 $80\mu\text{m}$ の亀裂が $30\sim 250$ 本程度生成したと算出される。一方、等方性黒鉛の場合、圧縮により長さ 4mm 、幅 $40\mu\text{m}$ の $10\sim 40$ 本程度生成したと算出される。

4.6.6 アルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛試験片の損傷モデル

先にも述べたが繰り返し負荷・除荷による残留歪の変化に比べ、見かけの音速の変化の方が損傷に対し敏感であると考えられる。そこで、繰り返し負荷・除荷による見かけの音速の減少率 V_{RD} の結果に基づいて、アルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛における負荷・除荷過程における損傷モデルについて提案する。各々の材料における損傷モデルは以下の 4 段階に分けることができる

ステップ 1：初回の負荷過程

ステップ 2：初回の除荷過程

ステップ 3：第 2 サイクル以降の負荷過程

ステップ 4：第 2 サイクル以降の除荷過程

以上の 4 つのステップに分けて各々の材料の損傷モデルについて説明する。

(A) アルミナ・黒鉛質耐火物の損傷モデル(Fig.4.16 参照)

負荷前 (Fig.4.16 (a))

考察を簡単にするために、アルミナ・黒鉛質耐火物試料を黒鉛のマトリック

ス中にアルミナ粒子が分散した系として考える．また，試料中に若干の気孔も分散しているとする．

ステップ 1 (Fig.4.16 (b))

初回の負荷過程では V_{RD} の増加（見かけの音速の減少）が見られた．この段階では，まず黒鉛マトリックスにおいて擬弾塑性変形が生じ，圧密による気孔の収縮が起こる．気孔の収縮は介在物の消失による V_{RD} の減少（見かけの音速の増加）の要因となるので，これだけでは V_{RD} の増加の結果に反することになるが，このメカニズムに加えて，圧縮応力によりアルミナ粒子の粒界において新たなクラックが生成すること考えられる．クラックの生成により音波の伝播を妨げる領域すなわち空隙が増加するので， V_{RD} の増加の要因となる．このメカニズムが主要因となり初回の負荷過程では V_{RD} が増加するものと考えられる．

ステップ 2 (Fig.4.16 (c))

初回の除荷過程ではさらなる V_{RD} の増加が見られた．この主な要因として，初回の負荷過程で生成したアルミナ粒子周りのクラックが伸展・開口することが考えられる．これにより空隙はさらに増加するため，初回の除荷過程では V_{RD} がさらに増加するものと考えられる．このメカニズムは金属材料の塑性大変形の後に生じる再降伏現象に似ている⁽¹¹⁾．

ステップ 3 (Fig.4.16 (d))

第 2 サイクル以降の負荷過程においては，初回の除荷過程による V_{RD} の増加の経路に沿った V_{RD} の減少が見られた．初回の除荷過程とほぼ同様な経路をたどることから，ステップ 2 で起きたメカニズムと反対のことが生じていることが示唆される．すなわち，除荷過程で開口したアルミナ粒子周りのクラックが閉口したのと考えられる．クラックの閉口により空隙は減少し， V_{RD} は減少する．

クラックの開閉現象は **Spring-back** 現象として捉えることができ，ステップ 2 において進行した損傷が回復することを意味している．このことから初回の除荷過程で進行した損傷は見かけの損傷，すなわち回復することが可能な可逆的損傷であると見なすことができる．なお，除荷過程でクラックが伸展した分は元に戻らないので，初回の除荷過程といくらかは経路はずれることになる．

ステップ 4 (Fig.4.16 (e))

第 2 サイクル以降の除荷過程においては，そのサイクルの負荷過程による V_{RD} の減少の経路に沿った V_{RD} の増加が見られた．この傾向は初回の除荷過程と同じ傾向を示しているので，ほぼステップ 2 と同様なメカニズムが生じていると考えられる．ステップ 3 において，アルミナ粒子周りのクラックが閉

口したことから、この段階ではその開口したクラックが再度閉口したと考えられる。これにより V_{RD} は増加する。ただしステップ 2 で生じたクラックの伸展に関してはサイクル数により異なると考えられる。比較的サイクル数が少ない場合、クラックの伸展量は若干存在し、損傷は累積するが、サイクル数が十分多い場合、ほとんどクラックは伸展せず、損傷もほとんど累積しない。

このようにしてアルミナ・黒鉛質耐火物は、始めにステップ 1 とステップ 2 を経験し、その後ステップ 3 とステップ 4 を繰り返しながら、累積損傷が飽和していくものと考えられる。

(B) 等方性黒鉛の損傷モデル(Fig.4.17 参照)

負荷前 (Fig.4.17 (a))

アルミナ・黒鉛質耐火物と同じように考察を簡単にするために、黒鉛粒子間に 2 種類の先在するクラックが位置する系を考える。1 種類目のクラックは、一軸圧縮方向にほぼ平行（やや斜め）に配向するクラックであり、2 種類目のクラックは、一軸圧縮方向にほぼ垂直に配向するクラックであり、それぞれ縦方向クラック、横方向クラックと呼ぶことにする。これらの 2 種類のクラックは応力の負荷・除荷に対して異なる挙動を示す。

ステップ 1 (Fig.4.17 (b))

初回の負荷過程では V_{RD} の増加（見かけの音速の減少）が見られた。この段階では黒鉛粒子の擬弾塑性変形に加え、先に説明した 2 種類のクラックに変化が生じる。縦方向のクラックは開口し、伸展する。また、このメカニズムは空隙の増加をもたらし、 V_{RD} の増加の要因となる。一方、横方向のクラックは圧縮応力により閉口する。これは空隙の減少をもたらし、 V_{RD} の減少の要因となる。このようにクラックの配向により相異なる V_{RD} の変化要因が与えられることになる。しかし、超音波が伝播する方向は圧縮方向に対し、垂直な方向であるので、この伝播方向に対し垂直な方向の空隙の方が V_{RD} の増減に大きく寄与することとなる。このためこの場合、横方向のクラックの挙動よりも縦方向のクラックの挙動の影響を強く受けるため、 V_{RD} は増加するものと考えられる。また上記のメカニズムに加え、新たなクラックの生成も起きる。この場合、より縦方向のクラックに近い配向性を持つほど V_{RD} の増加の寄与が大きくなる。

ステップ 2 (Fig.4.18 (b))

初回の除荷過程において、 V_{RD} は始め減少し、その後増加するという下に凸の挙動を示す。この複雑な挙動は 2 種類のクラックの相反する影響よりもたらされる。縦方向のクラックが閉口し、横方向のクラックは開口する。ただし、先にも説明したように縦方向のクラックの挙動の方が V_{RD} の変化に大きく寄

与するため、除荷初期の高圧縮応力域(30MPa 以上)においては、主に縦方向のクラックの閉口による空隙の減少を受け、 V_{RD} は減少する。しかし、低圧縮応力域(20MPa 以下)になると縦方向のクラックの閉口はほとんどなくなり、横方向のクラックの開口のみが残る、このため空隙が増加し、 V_{RD} は増加に転じる。

ステップ 3 (Fig.4.18 (c))

第 2 サイクル以降の負荷過程においては、初回の除荷過程における V_{RD} の変化の経路に沿った下に凸の挙動が見られる。この段階では、初回の除荷過程で起きた現象の過程を逆にたどったメカニズムであることが推測される。すなわち、負荷初期の低圧縮応力域(20MPa 以下)では、横方向のクラックが閉口し、空隙は減少するため V_{RD} は減少する。高圧縮応力域(30MPa 以上)になると、縦方向のクラックの開口が主要因となり、空隙は増加するため V_{RD} は減少する。また、この段階では縦方向のクラックは開口の他に若干の伸展があるものと考えられる。このため、初回の除荷過程と比べ V_{RD} の通る経路はサイクル数の増加に伴い V_{RD} の増加する方向にシフトしていく。

ステップ 4 (Fig.4.18 (d))

第 2 サイクル以降の除荷過程においては、そのサイクルの負荷過程における V_{RD} の変化の経路に沿った下に凸の挙動が見られる。これは、ステップ 3 で起きたメカニズムを逆にたどったメカニズム、すなわちステップ 2 で起きたメカニズムと全く同じと考えて良い。すなわち、除荷初期の高圧縮応力域では、縦方向のクラックの閉口による空隙の減少、除荷後期の低圧縮応力域では、横方向のクラックの開口による空隙の増加が V_{RD} の変化に寄与しているものと考えられる。

このように等方性黒鉛もアルミナ・黒鉛質耐火物と同様に始めにステップ 1 とステップ 2 を経験し、その後ステップ 3 とステップ 4 を繰り返しながら、累積損傷が飽和していくものと考えられる。ただし損傷が飽和に達する速度は、アルミナ・黒鉛質耐火物に比べ遅いことから、負荷過程における縦方向のクラックの伸展はサイクル数が増加しても比較的存在するものと考えられる。このため、等方性黒鉛の方が累積損傷は大きい。

4.7 結言

本章では、不均質無機材料であるアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛の繰り返し一軸圧縮による見かけの音速変化を in-situ に測定し、負荷・除荷過程における双方の材料での見かけの音速の変化の挙動の違いについて調べた。これらの音速変化を元に、双方の材料における負荷・除荷過程での損傷挙動と繰り返し圧縮による累積損傷の評価を行った。さらに、第 2 章、第 3 章で求め

た円筒介在物の形状や個数によるパルス波形変化の解析結果を用いて、一軸圧縮応力の負荷・除荷過程で耐火物内部に発生した亀裂の数を推定した。

繰り返し数に対する見かけの音速の減少率変化の測定結果から、アルミナ・黒鉛質耐火物の繰り返し圧縮による累積損傷はほとんどないのに対し、等方性黒鉛は若干損傷が累積することがわかった。この実験結果は、応力 - 歪曲線から得られない情報であり、耐火物の寿命予測を行う上で重要である。

また、負荷・除荷過程における見かけの音速の減少率変化の測定結果と微構造に関する考察により、アルミナ・黒鉛質耐火物は亀裂幅の増加により損傷が進行するのに対し、等方性黒鉛材は亀裂長さの増加により損傷が進行するものと結論付けた。この結論を踏まえ、双方の耐火物において繰り返し負荷・除荷過程による損傷モデルを提案した。各々の材料の損傷モデルを初回の負荷過程、初回の除荷過程、第 2 サイクル以降の負荷過程、第 2 サイクル以降の除荷過程の 4 つの段階に分けて説明した。

参考文献

- (1) 耐火物技術協会編 耐火物手帳 '99 耐火物技術協会 (1999)
- (2) Leonelli C. et al., UNITECR '05- Proceedings of the Unified International Technical Conference on Refractories : 9th Biennial Worldwide Congress on Refractories, (2006) pp. 960-964
- (3) Boccaccini D.N. et al., Journal of the European Ceramic Society, v.27 n 2-3 (2007) pp. 1859-1863
- (4) Niyogi S.K. and Das A.C., InterCeram: International Ceramic Review, v.43 n.6 (1994) pp. 453-457
- (5) Gogotsi G. A. et al., Refractories (English translation of Ogneupory), v.25 n 3-4 (1984) pp. 219-222
- (6) Boccaccini D. N. et al., International Journal of Applied Ceramic Technology, v.4 n 3 (2007) p 260-268
- (7) Yeugo F. E. , Huger M. and Gault C. , Journal of the European Ceramic Society, v.27 n 2-3 (2007) pp. 1843-1848
- (8) Vincent A. and Moughil A., NDT International, v 22 n 5 (1989) pp. 283-291
- (9) 耐火物技術協会編 耐火物手帳 '97 耐火物技術協会 (1997)
- (10) Rachid El Bouazzaoui, Stéphane Baste & Cérald Camus, Composites Science and Technology v.56 (1996) pp.1373
- (11) Yoshida F. et al., Int. J. Plasticity, v.18 (2002) pp.661

Table 4.1 Properties for various refractories

Materials Properties	Al ₂ O ₃ type	Graphite type	MgO-C type	SiC type	Cr ₂ O ₃ type	SiO ₂ type	ZrO ₂ type	SiO ₂ - Al ₂ O ₃ type	MgO type	MgO- Cr ₂ O ₃ type
	Neutral refractories					Acid refractories		Basic refractories		
Thermal conductivity	4 ⁻	5	4	5	3	2	2 ⁺	3	3 ⁺	3
Mechanical abrasion resistance	4	1	2	5	3	3 ⁺	3	4	3	3
Alkali resistance	3	5	5	3	4	2	3	2	5	4
Reductive atmosphere resistance	4	5	4	5	3	4	3	4	3	3
Oxidation resistance	5	1	1	3	4	5	5	5	5	5
Spalling resistance	3	5	4	4	2	4	2	3	2	3
Refractoriness	5	5	5	5	5	5	3	4	5	5

Table 4.2 Chemical contents of alumina/graphite specimens

Chemical contents	Volume fraction/ %
Al ₂ O ₃	34
C	34
SiO ₂	24
SiC	7
ZrO ₂	1

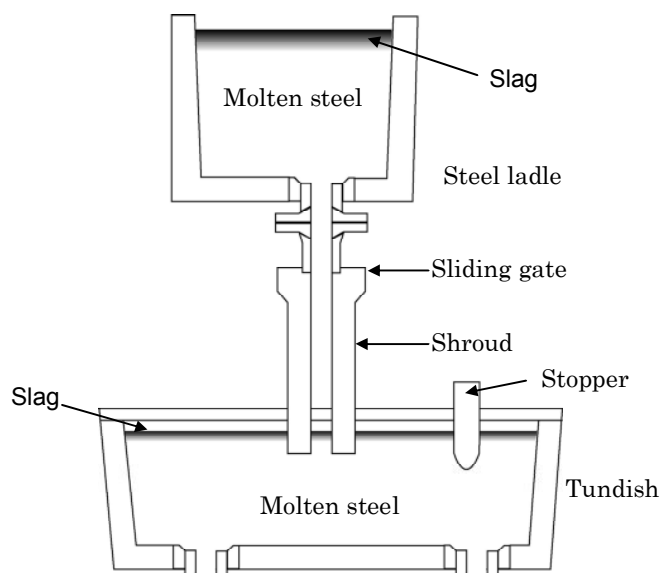
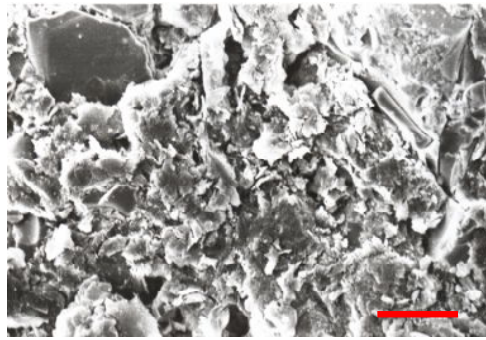


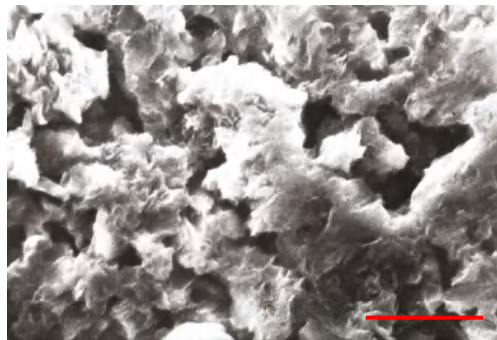
Fig.4.1 Illustration of continuous casting

Table 4.3 Density and porosity for two kinds of refractories

Property	Alumina/graphite	Isotropic graphite
Bulk density / g cm ⁻³	2.20~2.25	1.78
Apparent density/ g cm ⁻³	2.75~2.76	2.05
True density/ g cm ⁻³	2.81	2.11
Total porosity / %	19.9~21.7	15.6
Open porosity / %	1.78~2.14	2.84
Closed porosity / %	17.8~19.9	12.8



(a) AG specimen



(b) IG specimen

Fig.4.2 Micrographs of the surface structure for both specimens
(a) AG specimen (b) IG specimen

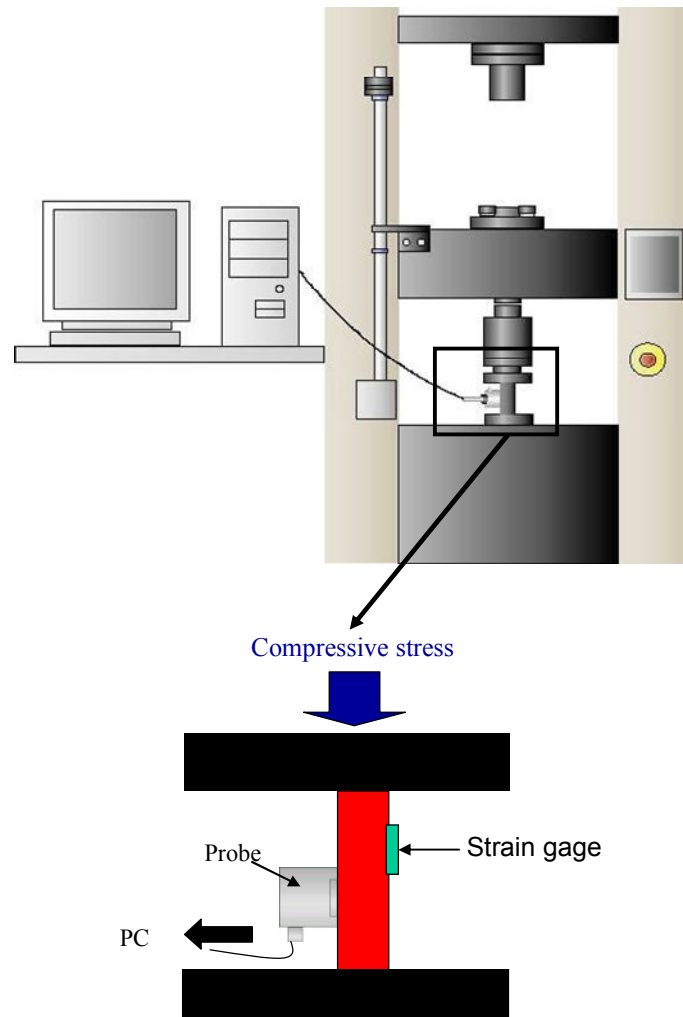


Fig.4.3 Schematic illustration of experimental system where cyclic compression tests and the ultrasonic measurement are carried out simultaneously

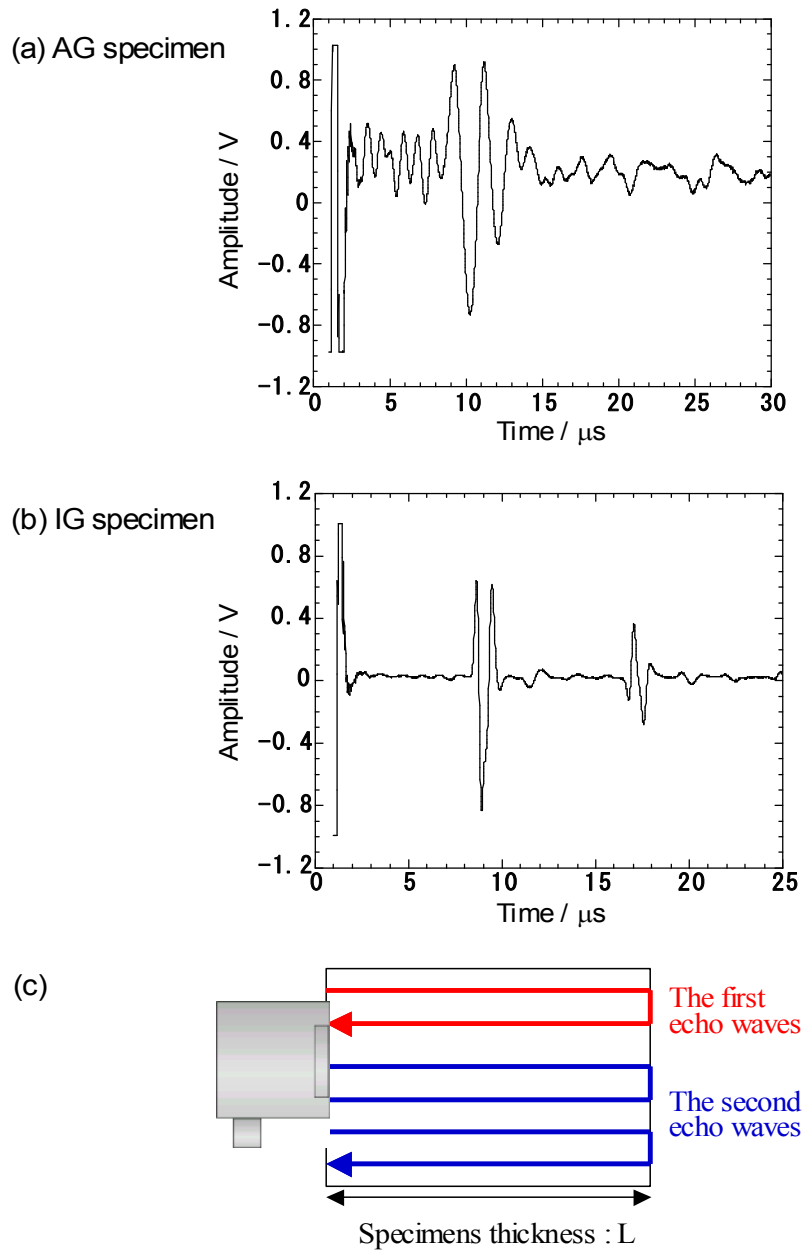


Fig.4.4 The waveform of echo waves for each specimen
 (a) AG specimen (b) IG specimen
 (c) The propagating path and reflecting times of each echo wave for both specimens

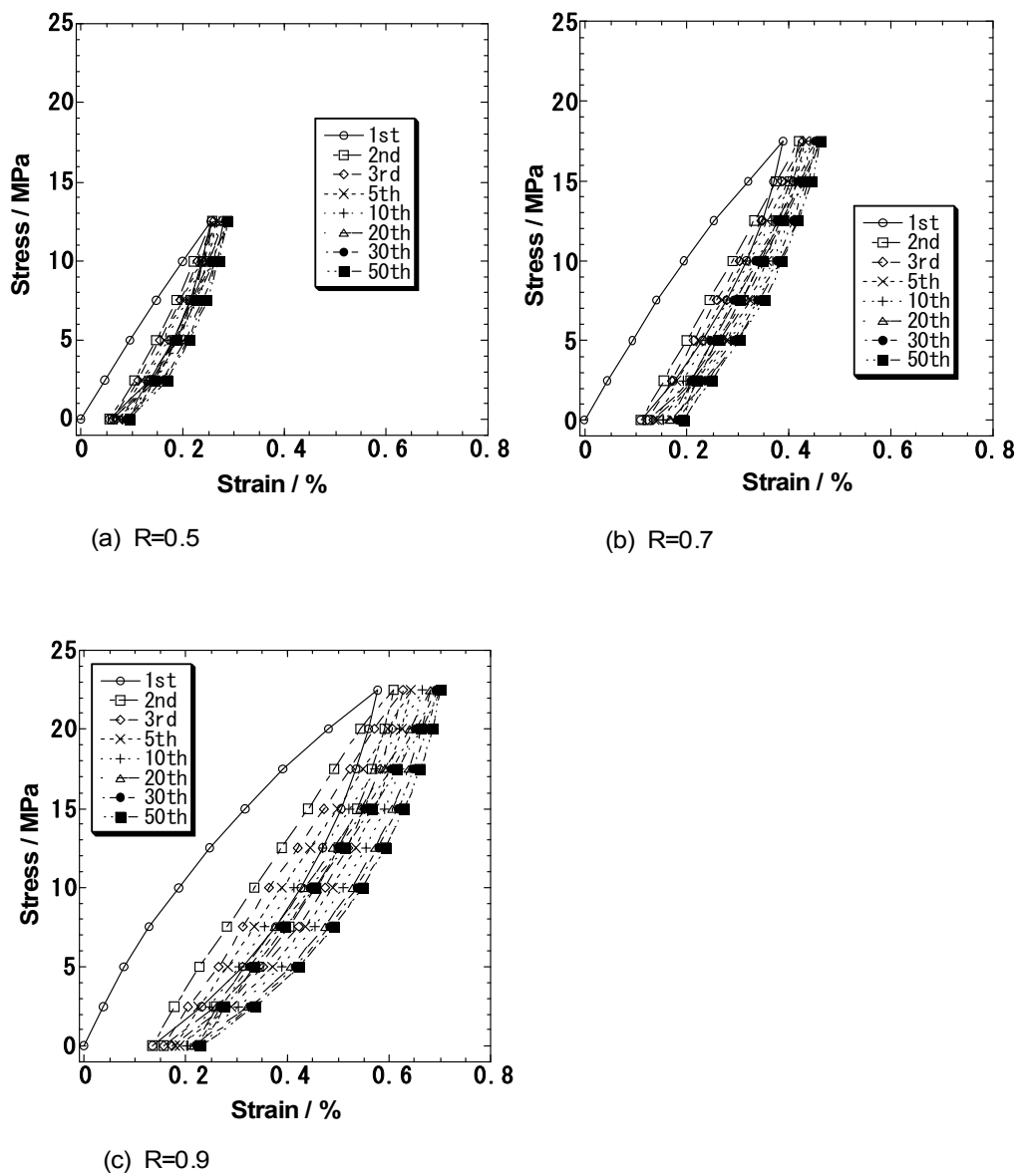


Fig.4.5 The effect of applied stress ratio R on stress-strain curves for AG specimens

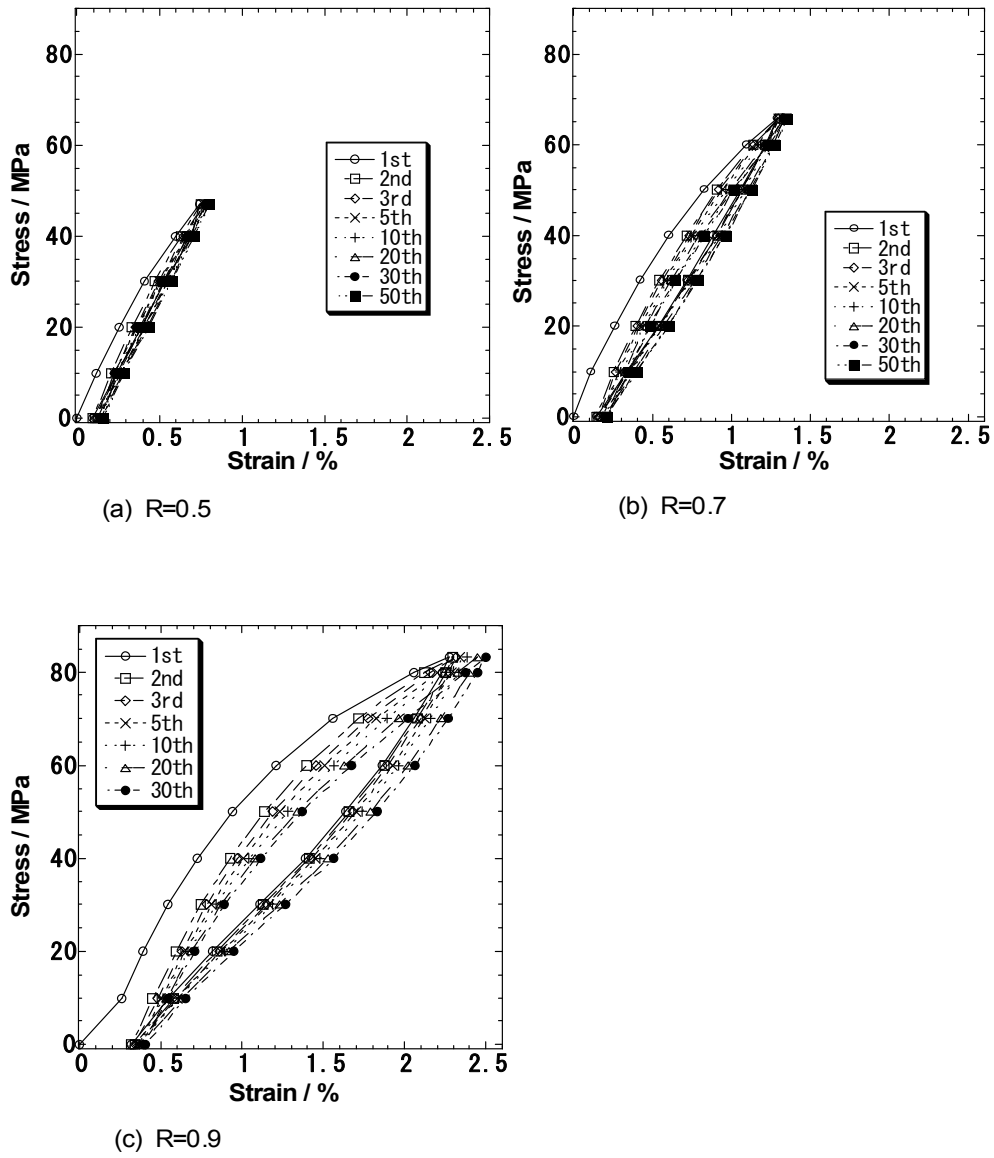
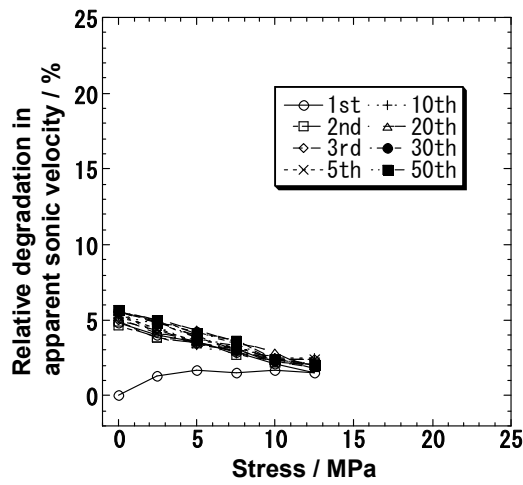
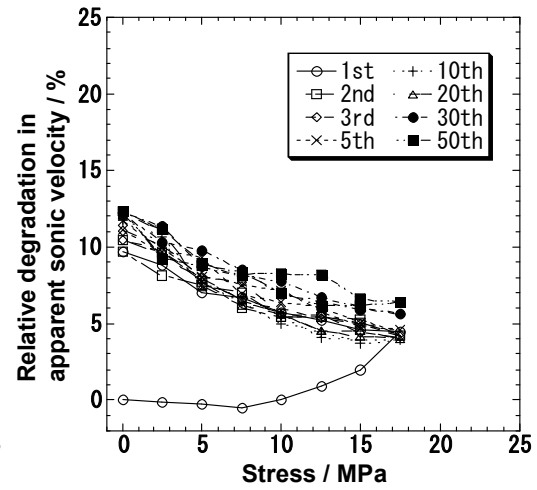


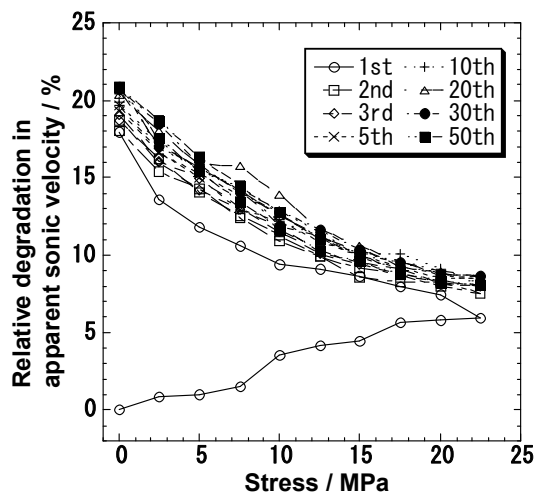
Fig.4.6 The effect of applied stress ratio R on stress-strain curves for IG specimens



(a) $R=0.5$

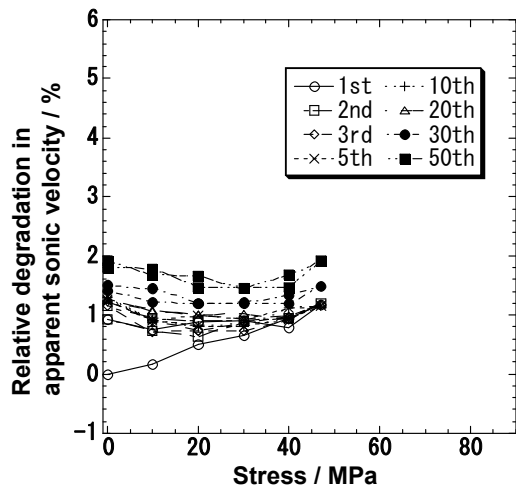


(b) $R=0.7$

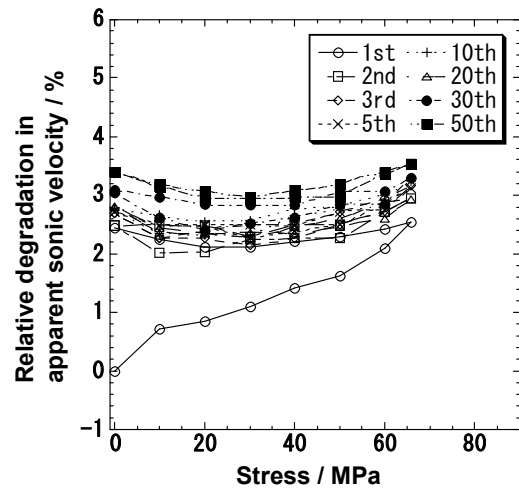


(c) $R=0.9$

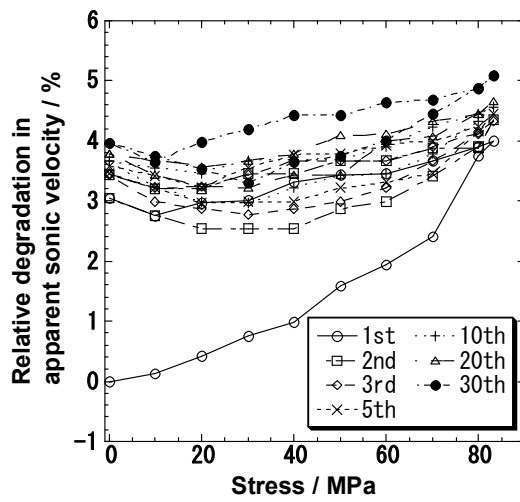
Fig.4.7 The effect of R on relative degradation in apparent sonic velocity V_{RD} for AG specimens



(a) R=0.5

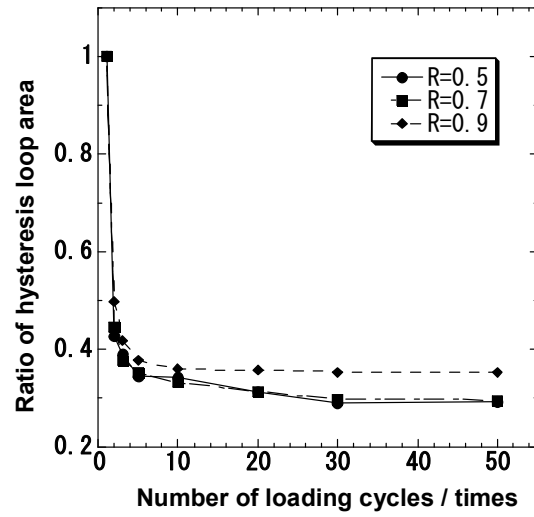


(b) R=0.7

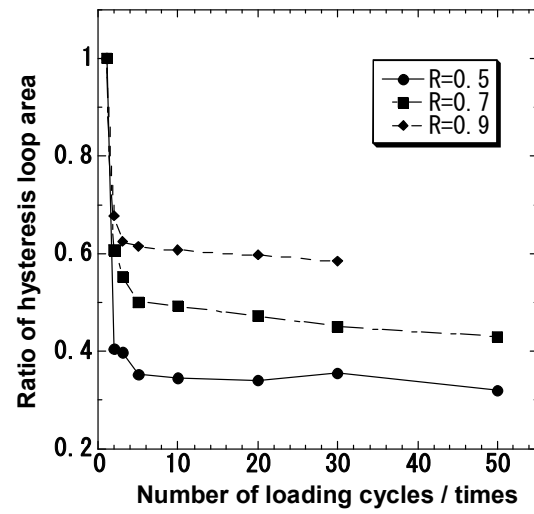


(c) R=0.9

Fig.4.8 The effect of R on relative degradation in apparent sonic velocity V_{RD} for IG specimens



(a) AG specimens



(b) IG specimens

Fig.4.9 The effect of R on ratio of hysteresis loop area R_{hys}

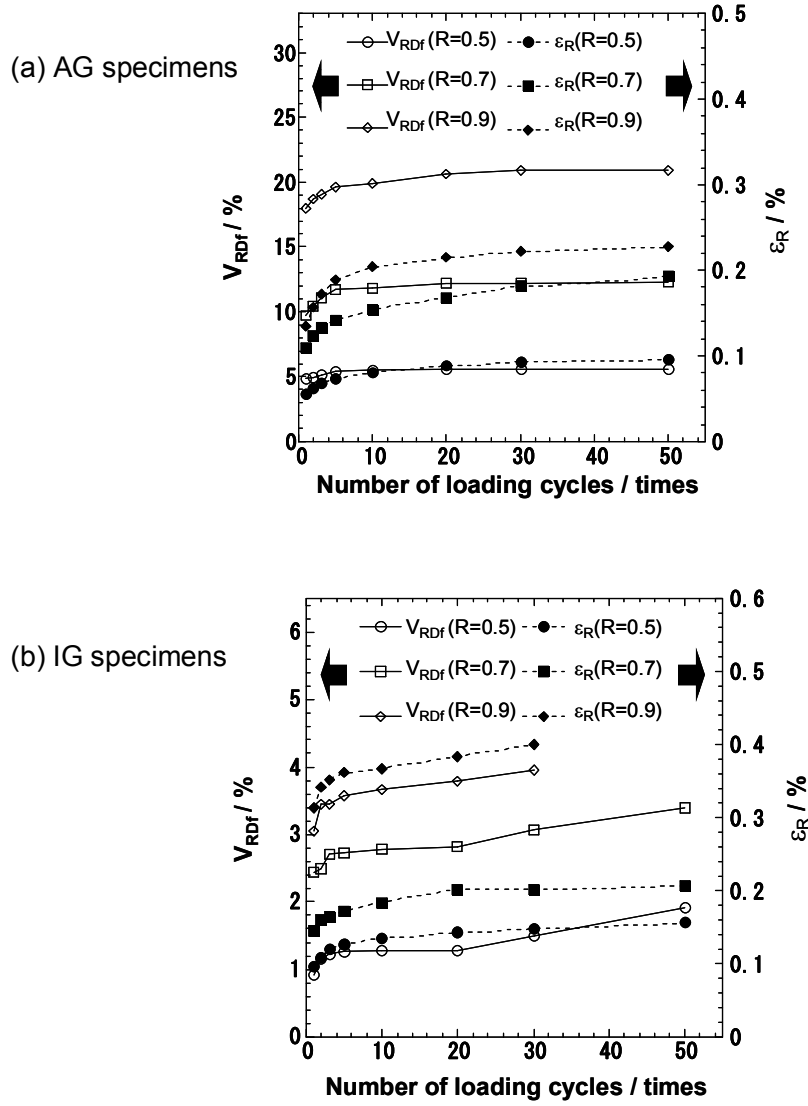
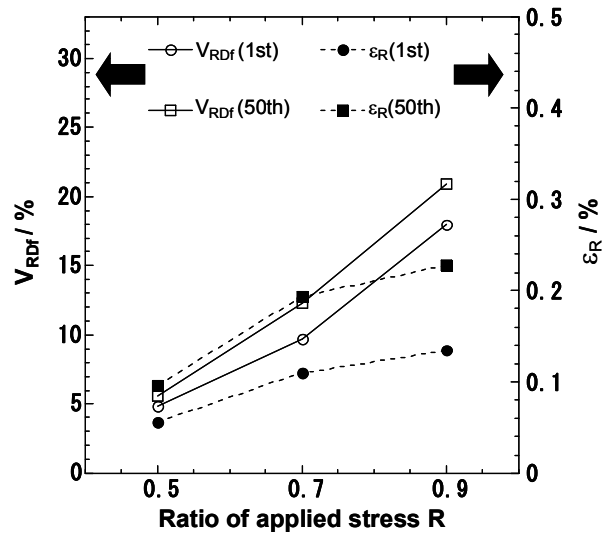


Fig.4.10 The dependence of the number of loading-unloading cycles on the change in the relative degradation in sonic velocity V_{RD} in one loading-unloading cycle ($=V_{RDf}$) and the cumulative residual strain ϵ_R
(a) AG specimens (b) IG specimens

(a) AG specimens



(b) IG specimens

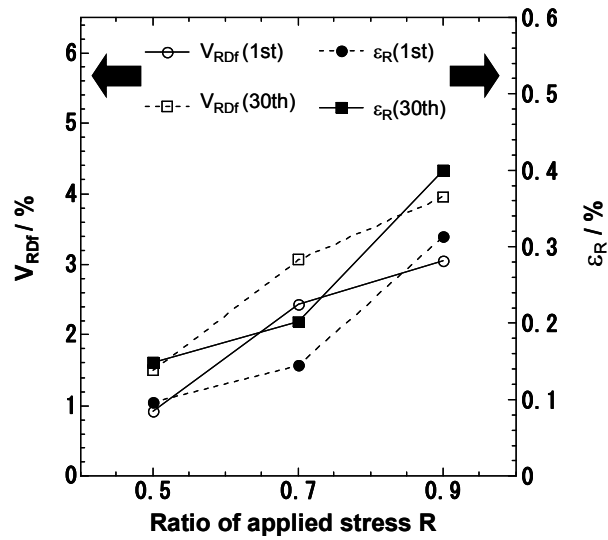


Fig.4.11 The dependence of applied stress ratio R on V_{RDF} and ϵ_R
 (a) AG specimens (b) IG specimens

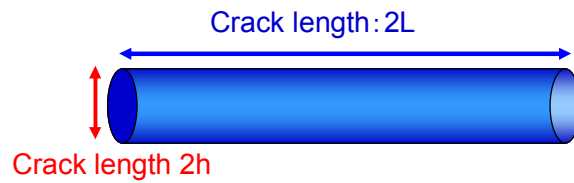


Fig.4.12 Representation of a crack using cylindrical pore model

(a) $2L = 4 \text{ mm}$



(b) $\varepsilon = 0.01$

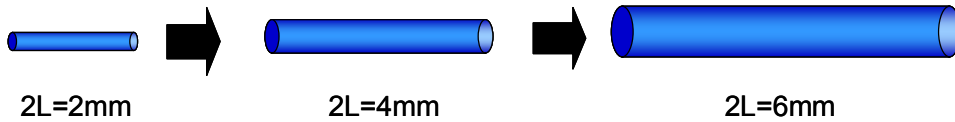


Fig.4.13 Crack size changing models during compressive loading-unloading process

(a) Model 1 (L is constant, ε is variable)

(b) Model 2 (ε is constant, L is variable)

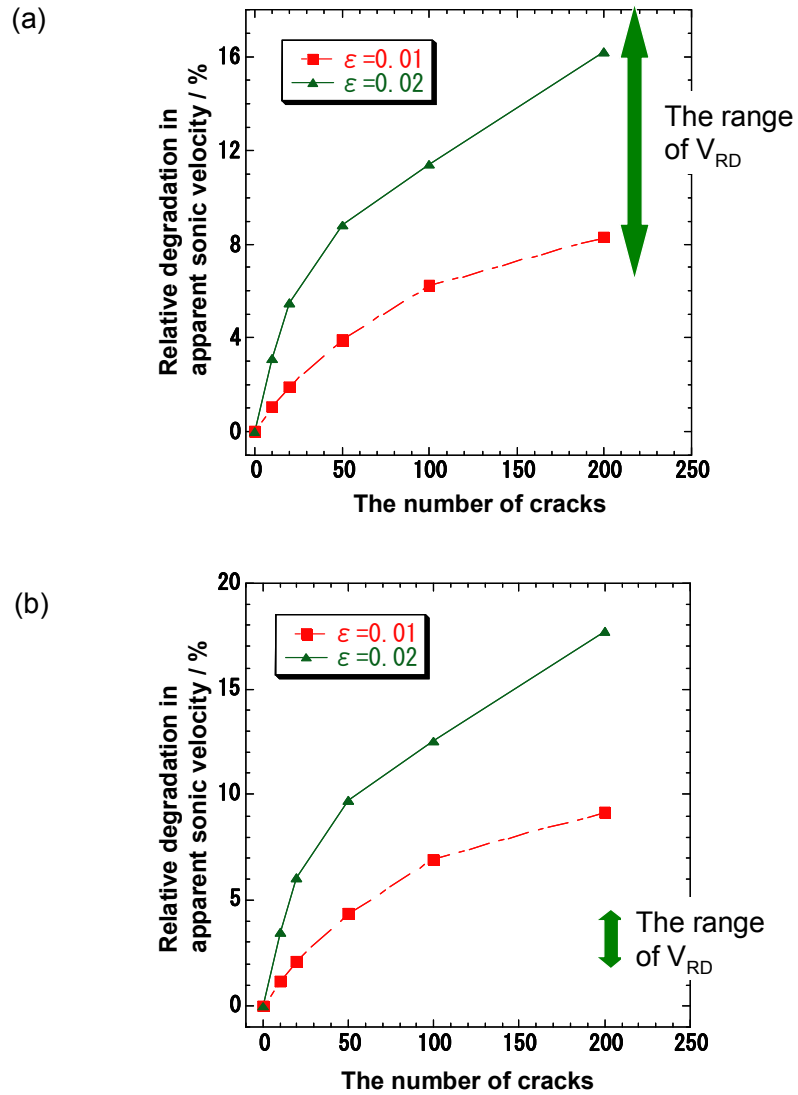


Fig.4.14 The relationship between relative degradation in apparent sonic velocity V_{RD} and the number of cracks for Model 1 (L is constant, ε is variable)
(a) AG specimens (b) IG specimens

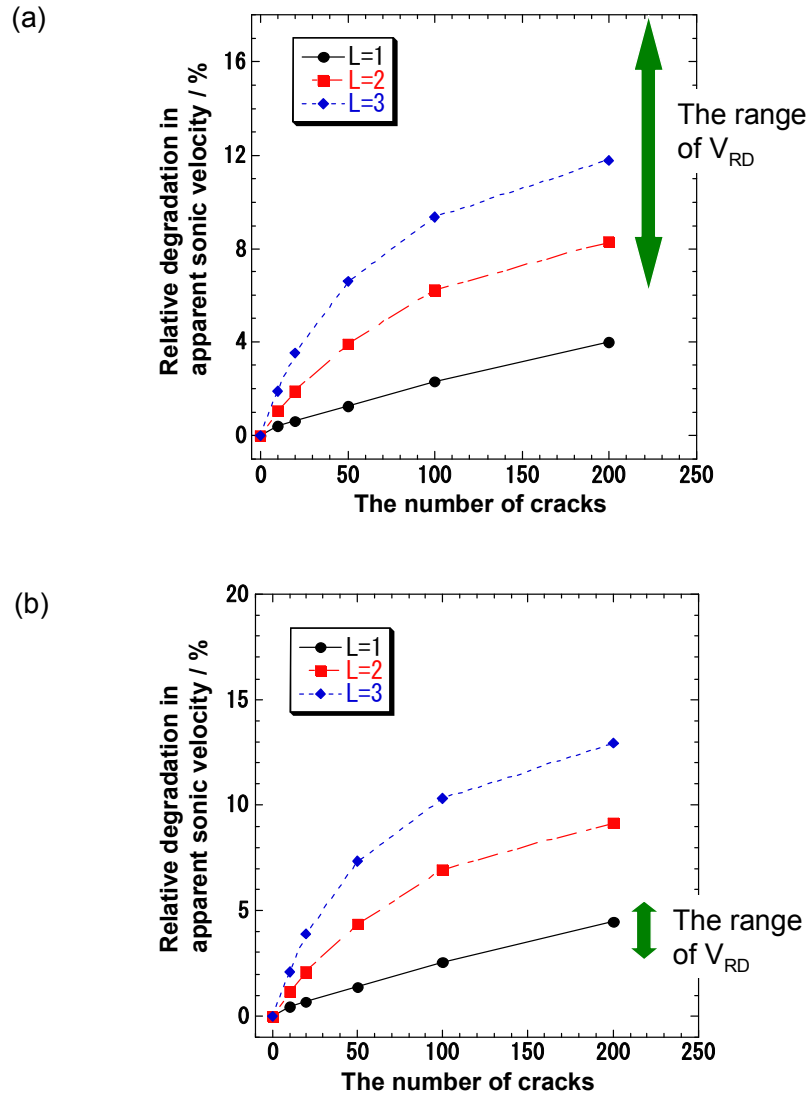


Fig.4.15 The relationship between relative degradation in apparent sonic velocity V_{RD} and the number of cracks for Model 2 (ε is constant, L is variable)
(a) AG specimens (b) IG specimens

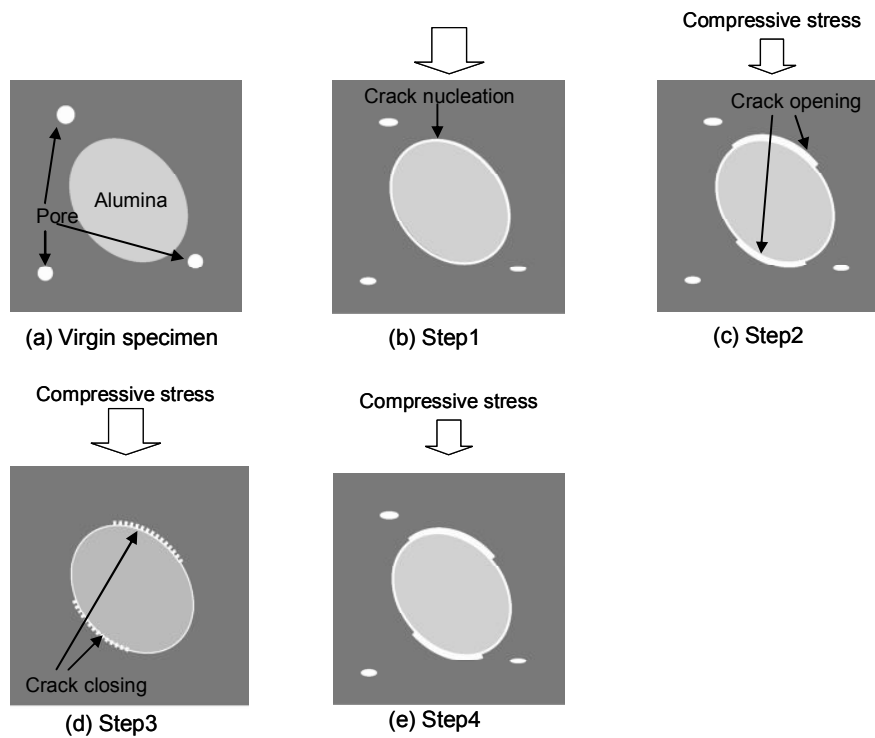


Fig.4.16 Damage model for AG specimen

(a) Virgin specimen

Alumina particles are dispersed in graphite matrix.

(b) Step1

New cracks at interfaces between alumina particles nucleate and graphite matrix and collapse of pores and quasi-plastic deformation in softer graphite matrix part occur.

(c) Step2

Cracks locating at interfaces between alumina particles and graphite matrix open and slightly extend.

(d) Step3

The interfacial cracks close.

(e) Step4

The interfacial cracks open and extend again.

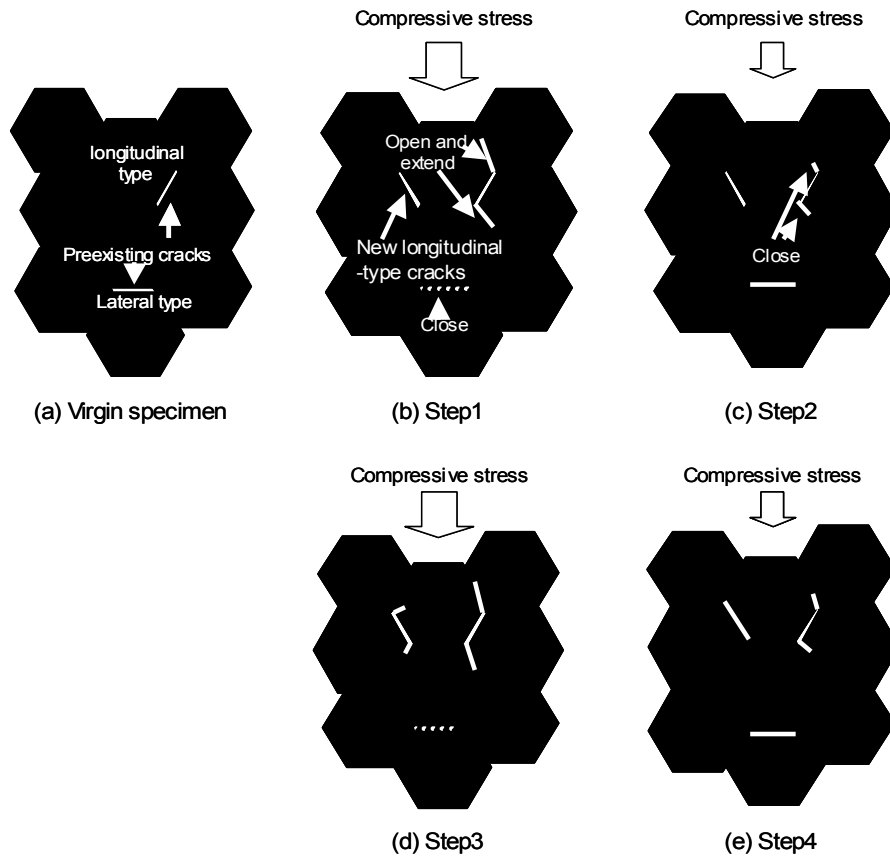


Fig.4.17 Damage model for IG specimens

(a) Virgin specimen

There are two types of preexisting crack: longitudinal type and lateral type

(b) Step1

New longitudinal-type cracks are nucleated and the intrinsic longitudinal-type cracks open and extend, while the lateral-type cracks close

(c) Step2

The longitudinal-type cracks close and the lateral cracks open

(d) Step3

The longitudinal-type cracks open and the lateral-type cracks close again

(e) Step4

The longitudinal-type cracks close and the lateral-type cracks open again

第 5 章 結論

第 1 章『緒論』では，耐火物の高寿命化，高信頼性の観点から，損傷評価の重要性について整理し，非破壊検査法としての超音波パルスエコー法の利点について述べた．さらに同方法より測定される見かけの音速・減衰率などの音響パラメータの変化に及ぼす損傷の影響についての既往の研究を纏め，損傷による内部構造の変化に対する音響パラメータの変化のメカニズムを明らかにすることの重要性を指摘し，本論文の目的と意義を述べた．

第 2 章『単一の介在物によるパルス波形の変化』では，料中の欠陥と超音波パルスエコー法により得られる見かけ音速と減衰率の変化の関係を明らかにすることを目的として，単一円筒介在物に照射したパルス波の波形変化を，単一の円筒介在物を含む弾性媒体中の波動方程式に基づいて Lavrov らが提案した積分方程式を数値解析することにより求めた．

Lavrov らの積分方程式の解析結果から，入射平面弾性パルス波の周波数と円筒介在物の逆アスペクト比がパルス波の振幅・位相の変化の絶対値に大きな影響を与え，マトリックスと介在物の密度の比が振幅の増減，位相の変化の正負を決定する重要な因子であることがわかった．この解析結果をもとに，黒鉛をマトリックス，介在物を円筒気孔もしくは円筒アルミナとしたときのパルス波形の変化を求めた．その結果単一の円筒介在物によるパルス波の変化は僅かであることから有意な振幅・位相の変化は，複数の介在物の影響が含まれているとわかった．

第 3 章『複数の介在物モデルによるパルス波形変化の理論的予測』では，単一の円筒介在物による入射波の波形変化に基づく伝達関数・周波数応答を用いて，複数の円筒介在物によるパルス波の波形変化を周波数空間での重ね合わせにより見積もった．さらにパルス波が単一の周波数ではなく異なる周波数を持つパルス波が合成された系について考察し，入射波をフーリエ級数展開することにより単一の周波数を持つ波に分解し，各周波数の波に対応する出力波を重ね合わせることで，異なる周波数を持つパルス波が合成された系の波形変化を予測した．

伝達関数・周波数応答を用いた解析結果から，同一平面上に 1 次元的に配列する互いに十分離れた N 個の円筒介在物にパルス波が垂直に入射したモデルにおいては，入射波の振幅は単一円筒介在物の振幅増幅度の N 乗，位相は単一円筒介在物の位相変化の N 倍に比例することがわかった．異なる周波数を持つパルス波が合成された系においては，単一周波数を持つ入射波では見られなかったサテライトピークの増減が見られることがわかった．以上第 2・3 章

を通して得られた円筒介在物によるパルス波の位相・振幅変化と超音波パルスエコー法により測定される見かけの音速・減衰率との関連性を示した。これにより、材料の内部構造の変化と見かけの音速・減衰率の変化との関係を定量的に求めることを可能にした。

4章『超音波法を用いた耐火物の繰り返し圧縮による損傷の評価』では、不均質無機材料であるアルミナ・黒鉛質耐火物と等方性黒鉛の繰り返し一軸圧縮による見かけの音速変化を *in-situ* に測定し、負荷・除荷過程における双方の材料での見かけの音速の変化の挙動の違いについて調べた。これらの音速変化を元に、双方の材料における負荷・除荷過程での損傷挙動と繰り返し圧縮による累積損傷の評価を行った。さらに、第2章、第3章で求めた円筒介在物の形状や個数によるパルス波形変化の解析結果を用いて、一軸圧縮応力の負荷・除荷過程で耐火物内部に発生した亀裂の数を推定した。

繰り返し数に対する見かけの音速の減少率変化の測定結果から、アルミナ・黒鉛質耐火物の繰り返し圧縮による累積損傷はほとんどないのに対し、等方性黒鉛は若干損傷が累積することがわかった。また、負荷・除荷過程における見かけの音速の減少率変化の測定結果と微構造に関する考察により、アルミナ・黒鉛質耐火物は亀裂幅の増加により損傷が進行するのに対し、等方性黒鉛材は亀裂長さの増加により損傷が進行するものと結論付けた。この結論を踏まえ、双方の耐火物において繰り返し負荷・除荷過程による損傷モデルを提案した。各々の材料の損傷モデルを初回の負荷過程、初回の除荷過程、第2サイクル以降の負荷過程、第2サイクル以降の除荷過程の4つの段階に分けて説明した。

以上1章から4章を総括すると本研究の成果は以下の3点に纏められる

- ① 超音波パルスエコー法により得られる見かけの音速および減衰率と、材料の内部構造の変化を定量的に明らかにした
- ② 繰り返し一軸圧縮試験による耐火物の累積損傷を見かけの音速変化から評価を行い、寿命予測に役立つデータを得た
- ③ 見かけの音速変化の *in-situ* 測定より、応力 - 歪曲線ではわからなかった負荷・除荷過程における損傷挙動を予測することを可能にした。

今後の展望

1. 熱衝撃損傷抵抗の新たな評価方法の確立

材料の損傷に対する抵抗度を表す尺度として、熱衝撃損傷抵抗係数 R が以下の式のように定義されている。

$$R = \frac{E\gamma}{S^2(1-\nu)} \quad (5.1)$$

ここで、 E 、 γ 、 S 、 ν はそれぞれ材料のヤング率、破壊エネルギー、引張り強度、ポアソン比である。(5.1)式から引張り強度が小さく、ヤング率、ポアソン比が大きい材料ほど熱衝撃損傷抵抗係数が大きい材料となることがわかる。しかし、この熱衝撃損傷抵抗係数 R は高寿命化、高信頼性化のための材料設計に用いるためには、以下のいくつかの問題点がある⁽¹⁾。

- ・ 物理的根拠があいまいである
- ・ 温度並びに応力に関する過渡応答解析を行っていない
- ・ 合理的な破壊基準を採用していない
- ・ 環境要因を陽に取り入れた理論になっていない
- ・ 形状、環境条件の異なる部材の熱衝撃破壊現象を予測できない

以上の問題点を列記すると、(5.1)式の熱衝撃損傷抵抗係数 R の代わりとなる新たな損傷に対する抵抗度を表す尺度を定義し直すべきであると考えられる。

本論文で述べた超音波を用いた材料の損傷解析は、この損傷抵抗係数の新しい定義を行う上で、非常に有用な情報を与えてくれる可能性を持っている。例えば超音波法は、材料の損傷を in-situ に測定できるため、損傷過程を損傷抵抗の評価パラメータに取り込むこともできるようになるかもしれない。他の手法と組み合わせることで、より有効な損傷抵抗の評価パラメータが設定できるようになると思われる。

2. 損傷の異方性を超音波法で評価するための理論の確立

異方性材料は損傷も異方的であるため、損傷評価をする際は方位に関して異なる損傷の定義をしなければならぬ。また材料が等方的であっても、損傷の仕方によっては損傷が異方的となるため、この場合も方位別の損傷評価をしなければならぬ。現在、損傷をテンソルとして扱った例は存在するが(1.2“損傷の定義”参照)、テンソルの成分によっては測定が困難な場合が多い。このため固体物理学などを用いて、超音波法などで測定できる損傷テンソルの成分から測定困難なテンソル成分を理論的に求めている。しかし、この手段の大きな問題点は、損傷の定義が曖昧ために、損傷テンソルが物理的に何を意味しているかわからない点である。そこで、異方性損傷を評価するために、損傷の具体的定義から行い、その定義に基づく損傷テンソルを表現する理論を構築する必要がある。それが可能となれば、耐火物などの材料設計にフィードバックできる非常に有用な理論になると思われる。

以下は上記で示した展望に至るために必要となる本論文における今後の展

望である．

3. エコー波の位相・振幅変化に関する理論の検証

第2章・第3章において，弾性媒体中に存在する円筒介在物の個数に伴うエコー波の位相・振幅変化を定量的に求める理論を提案した．定量的に求めた位相・振幅変化から，見かけの音速・減衰率の変化を理論的に求めることができる．この理論から求めた見かけの音速・減衰率変化の妥当性を実験的に検証することを考える．具体的には Fig.5.1 のように，ガラスやエポキシ樹脂などの等方弾性体に円筒状介在物を埋め込み，作製した試料を，超音波パルスエコーを用いて見かけの音速・減衰率を測定し，理論値と一致するかを確かめる．試料作製上の問題点として，以下の点が挙げられる．

- ① 直径数 μm ，長手方向の長さ数 mm 程度の微小な円筒介在物試料が入手可能であるか，もしくは作製可能か
- ② 微小な円筒介在物を媒体中の目的の位置に埋め込むことが可能か
- ③ 介在物と媒体の接着性は十分か

以上の問題を解決した上で目的の試料を作製することができれば，見かけの音速・減衰率を測定し，マトリックス単味の試料の値と比較することにより，実験的な側面から理論の検証が可能となる．

4. 円筒介在物に関するエコー波の位相変化の理論の拡張

第2章・第3章で提案した理論は，全ての円筒介在物の長手方向が入射波に対して垂直に配向すると考えた．しかし実際の介在物を有する材料は，円筒形の介在物を含んでいるとは限らず，楕円や球の形状を有しているものも存在する．また，各々の介在物も同一方向に配向しているとは限らず，様々な方向を向いていると考えられる．そこで，理論をより現実的な材料に適用できるようにする必要がある．具体的には円筒介在物を球状介在物に拡張したエコー波の位相・振幅変化理論や，ランダムに配向した（円筒）介在物に関するエコー波の位相・振幅変化に拡張した理論が挙げられる（Fig.5.2 参照）．この場合，統計的な扱いが必要になってくるものと考えられる．

また，近傍にある介在物同士の相互作用も重要な問題である．本理論では介在物間の距離は，入射波の波長に比して十分大きいと仮定しているが，実際には波長と同程度もしくはそれ以下の距離に介在物が存在する場合が想定される．この場合は相互作用の影響も無視できなくなる．Lavrov は近傍にある2つの円筒介在物による入射波の位相・振幅の変化を，波動方程式を用いて数値的に求めている⁽²⁾．よって，この解析結果を参照し，3つ以上の円筒介在物による相互作用の理論を考案することが可能であると考えられる．

5. 欠陥の割合による損傷パラメータの定義と弾性率を用いた損傷パラメータの定義の整合性の検討

損傷評価において最も大切なのは、損傷の統一的理解を示すことである。緒言で述べたように、損傷の定義は明確でなく、損傷パラメータは研究分野によって様々な表現がされている。しかし、もし各々の研究分野で定義された損傷パラメータに整合性があるのなら、明確な損傷の定義が可能となる。損傷パラメータを統一する場合、要素の全断面積における欠陥の投影面積の割合で定義するのが、最もわかりやすい。しかしながら欠陥を直接観察するのは困難な場合が多いという問題がある。よって、他の研究分野で定義された損傷パラメータと欠陥の直接観察から得られる損傷パラメータの整合性を理論的に検証し、もし整合性が示せたのなら、整合性の取れた他の研究分野での損傷パラメータを用いて表現しても良いと考えるべきであろう。

本論文では、見かけの音速の減少率を損傷パラメータとして用いた。見かけの音速の変化は、本質的には損傷による見かけの弾性率の変化に対応している。よって、ここでは簡単なモデルにおいて欠陥の直接観察から得られる損傷パラメータと損傷による見かけの弾性率の変化を用いた損傷パラメータについて考える。

今、等方弾性体中に半径 R の円筒空孔があると仮定する。今、Fig.5.3 のような断面を取り、この断面の x_3 軸方向の損傷パラメータについて考える。要素の全断面積 L_2L_3 に対する欠陥の投影面積の割合で損傷パラメータ D_i (i は軸方向)を定義した場合 (定義 A)、 D_3 は次式で定義される。

$$D_3 = \frac{\pi R^2}{L_2 L_3} \quad (5.2)$$

この損傷パラメータを一次元的に取り扱うこと (定義 A') も可能である。入射波が円筒気孔の中心に入射する場合を考えると、損傷パラメータ D_3 は以下のように与えられる。

$$D_3 = \frac{R}{L_3} \quad (5.3)$$

定義 A' は定義 A に比べてより局所的な損傷を定義した形となっている。

一方、弾性率の変化を用いた損傷パラメータの定義 (定義 B) によると、 D_3 は、円筒介在物がない場合の等方弾性体のヤング率 E と、介在物を含む場合の弾性体のヤング率 E_d を用いて、次式のように定義される。

$$D_3 = 1 - \frac{E_d}{E} \quad (5.4)$$

ヤング率 E , E_d は、超音波パルスエコー法による縦波速度、横波速度から以下

のように求まる．

$$E = \frac{3\rho V_s^2 (V_L^2 - 4/3 V_s^2)}{V_L^2 - V_s^2} \quad E_d = \frac{3\rho V_{sd}^2 (V_{ld}^2 - 4/3 V_{sd}^2)}{V_{ld}^2 - V_{sd}^2} \quad (5.5)$$

ここで ρ は弾性体の密度， V_L ， V_s ， V_{ld} ， V_{sd} はそれぞれ介在物が存在しない系の縦波と横波の速度，介在物が存在する系の縦波と横波の速度である．介在 b つが存在する系は，2章よりエコー波の位相が負に変化する．このため見かけの音速は遅くなる．単一の円筒気孔による縦波の位相変化を θ_L ，横波の位相変化を θ_s とすると， V_{ld} ， V_{sd} はそれぞれ以下のように表現できる．

$$V_{ld} = \frac{L_3}{t_L + \theta_L / \omega_L} \quad V_{sd} = \frac{L_3}{t_s + \theta_s / \omega_s} \quad (5.6)$$

ここで， t_L ， t_s は介在物がない系での長さ L_3 の弾性体を伝播する縦波と横波の伝播時間， ω_L ， ω_s は縦波と横波の角周波数である．

(5.5)式を(5.4)式に代入して，さらにそれを(5.3)式に代入して整理すると，位相変化による損傷パラメータ D_3 が以下のように求まる．

$$D_3 = 1 - \frac{V_{sd}^2}{V_s^2} \cdot \frac{R^2 - 1}{R_d^2 - 1} \cdot \frac{3R_d^2 - 4}{3R^2 - 4} \quad (5.7)$$

$$\text{ここで，} \quad R = \frac{V_L}{V_s} = \frac{t_s}{t_L} \quad R_d = \frac{V_{ld}}{V_{sd}} = \frac{t_s + \theta_s / \omega_s}{t_L + \theta_L / \omega_L} \quad (5.8)$$

本論文の理論を用いた弾性率の解釈は，入射波が円筒気孔の中心に入射する場合を想定しているため，定義 B より求めた(5.7)式の損傷パラメータは定義 A' に基づいた(5.3)式の損傷パラメータと比較すべきである．残念ながらこれを(5.2)式と比較しても，全ての変数の数値を与えなければ，一致するかどうかを確認できない．そこで，複数の介在物が存在したときの定義 A と定義 B による損傷パラメータの変化を比較することで，整合性について検討する．

Fig.1 と同様な条件の下，ある断面上に半径 R の円筒気孔が，入射波の伝播方向に対し N 個存在する系を考える．定義 A' に基づいて損傷パラメータを考察すると，単純に欠陥の領域が N 倍になるだけなので， N 個の円筒気孔による損傷パラメータ D_{3N} は以下のように表せる．

$$D_{3N} = \frac{R}{L_3} N \quad (5.9)$$

一方定義 B に基づいて損傷パラメータを考察する場合， N 個の円筒気孔によ

るエコー波の位相の変化量の変化について考えればよい. N 個の円筒気孔が含まれる材料中の縦波と横波の速度 V_{LdN} と V_{SdN} は(5.6)式の θ_L , θ_S を $\pi\theta_L$, $\pi\theta_S$ を置き換えたのに等しい.

$$V_{LdN} = \frac{L_3}{t_L + \frac{N\theta_L}{\omega_L}} \quad V_{SdN} = \frac{L_3}{t_s + \frac{N\theta_S}{\omega_S}} \quad (5.10)$$

また, 縦波速度と横波速度の比 R_{dN} についても同様に考えると次式を得る.

$$R_{dN} = \frac{V_{LdN}}{V_{SdN}} = \frac{t_s + \frac{N\theta_S}{\omega_S}}{t_L + \frac{N\theta_L}{\omega_L}} \quad (5.11)$$

(5.10),(5.11)式より, N 個の円筒気孔による損傷パラメータ D_{3N} が求まる.

$$D_{3N} = 1 - \frac{V_{SdN}^2}{V_{SN}^2} \cdot \frac{R^2 - 1}{R_{dN}^2 - 1} \cdot \frac{3R_{dN}^2 - 4}{3R^2 - 4} \quad (5.12)$$

結果としては N の関数としての損傷パラメータ D_{3N} を得ることになるが, これは(5.9)式の D_{3N} に比べ複雑であるので, (5.7)式に基づく損傷パラメータを近似して比較する.

一般に位相の変化に基づく伝播時間の変化は N が大きくなければ僅かである. よって縦波と横波の速度の比は, この僅かな伝播時間の変化に対してほとんど変化しないと考えられる. このため, $R \doteq R_d$ と考える. ただし, N 個の円筒気孔による縦波, 横波速度の変化そのものは有意とみなす. 以上より(5.12)式の D_{3N} は以下のように近似される.

$$D_{3N} \approx 1 - \frac{V_{SdN}^2}{V_{SN}^2} = 1 - \left(\frac{t_s}{t_s + \frac{N\theta_S}{\omega_S}} \right)^2 = 1 - \left(1 + \frac{N\theta_S}{t_s \omega_S} \right)^{-2} \quad (5.13)$$

さらに位相変化量が僅かな場合 (N が小さい場合), D_{3N} はさらに近似され, 以下のようなになる.

$$D_{3N} \approx \frac{2\theta_S}{t_s \omega_S} N \quad (5.14)$$

(5.9)式も(5.14)式も, N に比例して損傷パラメータが増加することがわかる. このことから等方弾性体において N が小さい場合には, 欠陥の直接観察により定義した損傷パラメータと, 弾性率の変化により定義した損傷パラメータの変化の挙動が一致することがわかった.

より一般的な材料において, 最終的な両者の定義の整合性の範囲を確認する

には、以下の点が重要となる．

- ① N が大きいときすなわち高濃度系において、介在物同士の相互作用による見かけの弾性率の変化を見積もること
- ② 材料に入射する波を横波とした場合において、介在物による位相変化量の計算すること
- ③ 異方性材料において、弾性率の変化に基づいて得られる損傷テンソルを、欠陥の直接観察より得られる損傷パラメータに帰着すること

特に③に関しては、2 階もしくは 4 階の損傷テンソルを全て物理的な損傷のイメージと結びけるのは困難である．そこで、弾性率テンソル同士の関係を表した Christoffel equation を用いて、独立な損傷テンソルの数を減らし、欠陥の直接観察より得られる損傷パラメータと結びつけることを考える．Christoffel equation は次式のように定義される⁽³⁾．

$$k^2 \Gamma_{ij} v_j = \rho \omega^2 v_i \quad (i=1,2,3) \quad (5.13)$$

$$\Gamma_{ij} = \begin{bmatrix} l_x & 0 & 0 & 0 & l_z & l_y \\ 0 & l_y & 0 & l_z & 0 & l_x \\ 0 & 0 & l_z & l_y & l_x & 0 \end{bmatrix} c_{kl} \begin{bmatrix} l_x & 0 & 0 \\ 0 & l_y & 0 \\ 0 & 0 & l_z \\ 0 & l_z & l_y \\ l_z & 0 & l_x \\ l_y & l_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

ここで、 v は速度テンソル、 ρ は物質の密度、 ω は弾性波の角周波数、 k は弾性波の波数、 c_{kl} はスティフネステンソル、 Γ_{ij} は Christoffel 行列、 l_x, l_y, l_z はそれぞれ x, y, z の単位ベクトルである．Christoffel equation は、結晶系により様々な形に変換できる．よって、対象となる材料により独立な弾性率テンソルの数は異なるため、簡単な結晶系から両者の損傷パラメータの整合性の確認を行い、より複雑な結晶へと拡張して考えていく予定である．

参考文献

- (1) 松尾陽太郎 耐火物 v.54 n.9 (2002) pp.480-483
- (2) N.A. Lavrov and E.E. Pavlovskaja, J. Sound & Vibration v.248 n.2 (2001) pp.329-350
- (3) R.A.AULD, “Acoustic Fields and Waves in Solids” Volume I, A Wiley-Interscience Publication, (1973) pp.163-190

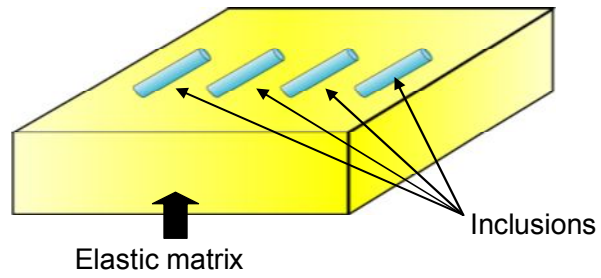


Fig.5.1 Fabrication of model materials for validity estimation of the theory on changes in echo waves

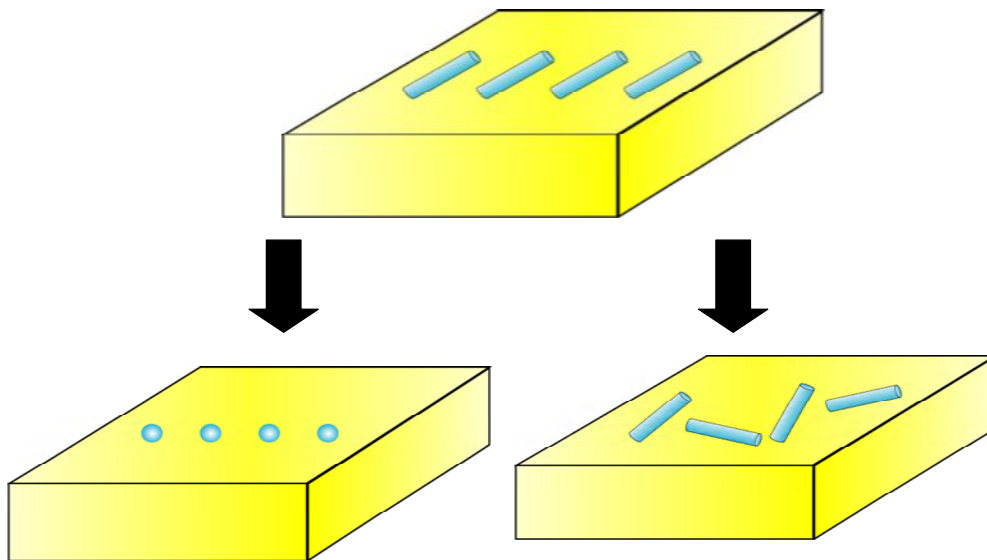


Fig.5.2 The expansion of cylindrical inclusion model into different shape models

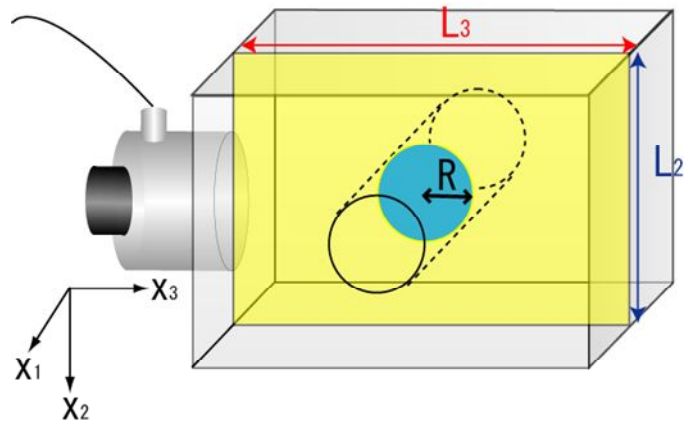


Fig.5.3 A model of a material including a cylindrical pore

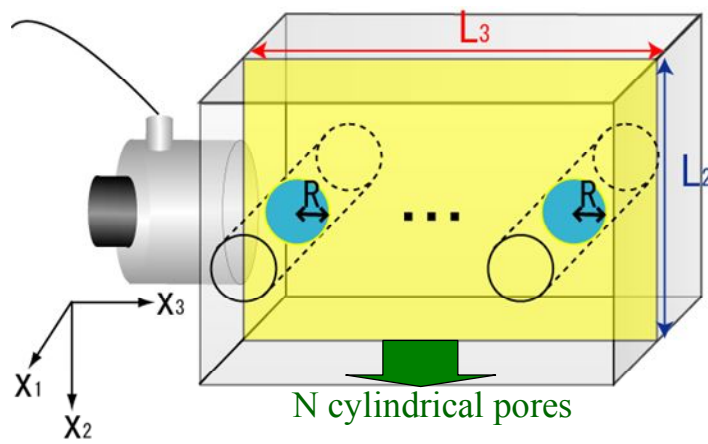


Fig.5.4 A model of a material including N cylindrical pores

APPENDIX A

Lavrov の積分方程式の解法プログラムおよび、フーリエ級数展開プログラムについて FORTRAN)

第 2 章において、単一円筒介在物による入射波の変化に関連するパラメータである振幅増幅度 R と位相の変化 θ を Lavrov の積分方程式により解くプログラムを、また第3章において、周波数分散系の入射波における複数の円筒介在物による波形の変化を求めるプログラムを用いた。これらのプログラムは FORTRAN を用いており、本補足においてその詳細を示す。

A.1 Lavrov の積分方程式の解法プログラム

Lavrov の積分方程式を用いた単一円筒介在物による振幅増幅度 R と位相の変化 θ を求めるプログラムは以下の手順にしたがって組まれている。なお、括弧の中の下線を引いた文字はプログラム上で用いられた表現である。

- ① マトリックスと介在物の密度 $q(\underline{q})$ 、規格化周波数 $p(\underline{p})$ 、円筒介在物のアスペクト比 $\varepsilon(\underline{ips})$ 、マトリックスのポアソン比 $v(\underline{nyu})$ の値を決定する。
- ② $A(\underline{A})$, $B(\underline{B})$, $c_2/c_1(r)$ の値を $q(\underline{q})$, $p(\underline{p})$, $v(\underline{nyu})$ を用いて求める。
- ③ ガウス・ルジャンドル積分に用いられる x_1 軸上の点 $x(M)$ とそれに対応する係数 $C(M)$ (M は 1 から 51 の自然数) を読み込む。
- ④ $U_s(x)$ を規格化して $V(x)$ に変換するための規格化定数 $1-ABf(x)(\underline{G(K)})$ を求める。
- ⑤ $T_1(x_i, x_j)$, $T_2(x_i, x_j)$ ($\underline{T1(I, J)}$, $\underline{T2(I, J)}$) を求める。
- ⑥ $x_i = x_j$ のとき ($\underline{I=J}$) と $x_i \neq x_j$ のとき ($\underline{I \neq J}$) に場合分けして $ReK_1(x_i, x_j)$, $ImK_1(x_i, x_j)$ ($\underline{ReK1(I, J)}$, $\underline{ImK1(I, J)}$), $K_2(x_i, x_j)$, $K_3(x_i, x_j)$ ($\underline{K2(I, J)}$, $\underline{K3(I, J)}$) を求める。
- ⑦ 行列式を対角項 ($\underline{I=J}$), と非対角項 ($\underline{I \neq J}$) に分けて定義。 102×102 の行列の積の形 (I, J は 1 から 102 の自然数) での連立方程式を作成。 $1 \leq I, J \leq 51$ のとき実部 $\times$ 実部の領域, $1 \leq I \leq 51, 51 \leq J \leq 102$ のとき虚部 $\times$ 虚部の領域または $51 \leq I \leq 102, 1 \leq J \leq 51$ または $51 \leq I \leq 102, 51 \leq J \leq 102$ のとき実部 $\times$ 虚部の領域となる。
- ⑧ ガウスの方法により 102 元連立一次方程式を解き (SUBROUTINE GS に対応) $U(x_i)$ ($\underline{U(I)}$) を求める。
- ⑨ $R(x_i)$ と $\theta(x_i)$ ($\underline{AM(I)}$, $\underline{ARG(I)}$: I は 1 から 51 の自然数) を求める。

```

PROGRAM プログラム名 1
PARAMETER (Nmax=51,Mmax=102)
REAL*8  q,  p,  ips,  nyu,  A,  B,  r,  X(Nmax),  C(Nmax),  G(Nmax),
s1(Nmax,Nmax),  s2(Nmax,Nmax),  T1(Nmax,Nmax),  T2(Nmax,Nmax),
REK1(Nmax,Nmax), IMK1(Nmax,Nmax), K2(Nmax,Nmax), K3(Nmax, Nmax),
Y(Mmax,Mmax+1)
REAL*8  XX(Mmax), S(Mmax), U(Mmax), AM(Nmax), ARG(Nmax), Cs,LL,
D, p
INTEGER I, J, K, L, M, NN
q=0
PI=3.141592
ips=0.01
nyu=0.23
Cs=1456.7
LL=2
D=2000*PI*LL/Cs/4
OPEN (20,File='Gauss_Legendle_N51.txt', Status='unknown')
OPEN (30,File='出力テキストファイル名 1 ', Status='unknown')
READ (20,*) (X(M),C(M),M=1,Nmax)
DO 90 NN=1,25
p=D*NN
A=-(1-q)*p**2*ips**2/4
B=(3-4*nyu)/(4*(1-nyu))
r=SQRT((1-2*nyu)/(2*(1-nyu)))
DO K=1,Nmax
G(K)=1-A*B*(2*log(2/ips)+log(2*(X(K)+1)-(X(K)+1)**2)+1/B)
! WRITE (*,*) G(K)
END DO
DO 10 L=1,Nmax
DO 40 M=1,Nmax
IF (L.eq.M) THEN
T1(L,M)=0
T2(L,M)=0
ELSE
T1(L,M)=1/(G(M)*ABS(X(L)-X(M)))
T2(L,M)=(p*ABS(X(L)-X(M)))**(-2)

```

```

END IF
S1(L,M)=p*ABS(X(L)-X(M))
S2(L,M)=r*S1(L,M)
40  CONTINUE
10  CONTINUE
!  WRITE (*,*) (T1(1,M),M=1,51)
DO 50 I=1,Nmax
DO 60 J=1,Nmax
IF (I.eq.J) THEN
REK1(I,J)=0
IMK1(I,J)=p*(4+r**3)/(3*G(J))
K2(I,J)=0
K3(I,J)=0
ELSE
REK1(I,J)=T1(I,J)*(cos(s1(I,J))-B+T2(I,J)*(cos(s2(I,J))+s2(I,J)*sin(s2(I,J))-cos
(s1(I,J))-s1(I,J)*sin(s1(I,J))))
IMK1(I,J)=T1(I,J)*(sin(s1(I,J))-T2(I,J)*(-sin(s2(I,J))+s2(I,J)*cos(s2(I,J))-sin(s1
(I,J))+s1(I,J)*cos(s1(I,J))))
K2(I,J)=T1(I,J)
K3(I,J)=1/(G(I)*ABS(X(I)-X(J)))
END IF
60  CONTINUE
50  CONTINUE
DO I=1,Nmax
DO J=1,Nmax
IF (I.eq.J) THEN
Y(I,J)=-A*C(J)*REK1(I,J)+1
DO 70 K=1,Nmax
Y(I,J)=Y(I,J)+A*B*C(K)*K3(I,K)
70  CONTINUE
ELSE
Y(I,J)=-A*C(J)*(REK1(I,J)+B*K2(I,J))
END IF
END DO
END DO

```

```

!      WRITE (*,*) (Y(1,J),J=1,51)
      DO I=Nmax+1,Mmax
      DO J=1,Nmax
      Y(I,J)=-A*C(J)*IMK1(I-Nmax,J)
      END DO
      END DO
      DO I=1,Nmax
      DO J=Nmax+1,Mmax
      Y(I,J)=A*C(J-Nmax)*IMK1(I,J-Nmax)
      END DO
      END DO
      DO I=Nmax+1,Mmax
      DO J=Nmax+1,Mmax
      Y(I,J)=Y(I-Nmax,J-Nmax)
      END DO
      END DO
!      WRITE (30,700) ((Y(I,J),J=1,Mmax),I=1,Mmax)
! 700  FORMAT (102G20.12)
      DO I=1,Nmax
      Y(I,Mmax+1)=1
      END DO
      DO I=Nmax+1,Mmax
      Y(I,Mmax+1)=0
      END DO
      CALL GS(Mmax,Mmax+1,Y,XX,S)
      DO I=1,Nmax
      U(I)=XX(I)/G(I)
      END DO
      DO I=Nmax+1,Mmax
      U(I)=XX(I)/G(I-Nmax)
      END DO
      DO I=1,Nmax
      AM(I)=SQRT((U(I))**2+(U(I+Nmax))**2)
      ARG(I)=ATAN(U(I+Nmax)/U(I))
      END DO
      DO I=1,Nmax

```

```

!      WRITE (30,600) X(I), AM(I), ARG(I)
      END DO
! 600  FORMAT(3G30.20)
      WRITE (30,800) p, AM(26), ARG(26)
800    FORMAT (F10.6,2G30.20)
90     CONTINUE
      CLOSE(20)
      CLOSE(30)
      STOP
      END

      SUBROUTINE GS(N,M,B,XX,S)
      REAL*8 B(N,M), XX(N), S(N), AW, W, S1, EPS, Q
      EPS=1.0D-6
      DO I=1,N
100    AW=B(I,I)
      IF (AW.NE.0.) GO TO 90
      CALL PIV(N,M,I,B)
      GO TO 100
90     DO J=1,M
      B(I,J)=B(I,J)/AW
      END DO
      B(I,I)=0
      END DO
      XX(1)=B(1,M)
      DO K=2,N
      S1=B(K,M)
      KM=K-1
      DO J=1,KM
      S1=S1-B(K,J)*XX(J)
      END DO
      XX(K)=S1
      END DO
!      WRITE (*,*) ((B(I,J),J=1,M),I=1,N)
60     DO K=1,N
      W=B(K,M)

```



```

DO 40 J=1,N
IF (B(K,J).EQ.0.) GO TO 40
W=W-B(K,J)*XX(J)
40  CONTINUE
S(K)=XX(K)
XX(K)=W
END DO
DO 50 K=1,N
Q=ABS(S(K)-XX(K))
!  WRITE(30,*) S(K),XX(K)
IF (Q.LE.EPS) GO TO 50
GO TO 60
50  CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE PIV(N,M,K,P)
REAL*8 P(N,M), W
K1=K+1
30  IF(K1.LE.N) GO TO 200
WRITE(*,*) 'ILL CONDITION ERROR'
STOP
200 DO 10 L=1,M
W=P(K,L)
P(K,L)=P(K1,L)
P(K1,L)=W
10  CONTINUE
IF (P(K,K).NE.0) RETURN
K1=K1+1
GO TO 30
END

```

“Gauss_Legendre_N51.txt”の内容

-0.998909991	0.002796807	0.0609611	0.060885465
-0.99426126	0.006500338	0.121695421	0.060545507
-0.985915992	0.010185191	0.181977027	0.059980316
-0.973903368	0.013832634	0.241581666	0.059191994
-0.958267849	0.017428715	0.300287606	0.058183474
-0.939067544	0.020959988	0.357876457	0.056958508
-0.916373862	0.024413301	0.414133983	0.055521652
-0.890271218	0.027775799	0.468850904	0.053878252
-0.860856711	0.031034971	0.521823669	0.052034422
-0.828239764	0.034178693	0.572855216	0.04999702
-0.792541712	0.037195269	0.621755705	0.047773626
-0.753895354	0.040073476	0.668343221	0.045372511
-0.712444458	0.042802608	0.712444458	0.042802608
-0.668343221	0.045372511	0.753895354	0.040073476
-0.621755705	0.047773626	0.792541712	0.037195269
-0.572855216	0.04999702	0.828239764	0.034178693
-0.521823669	0.052034422	0.860856711	0.031034971
-0.468850904	0.053878252	0.890271218	0.027775799
-0.414133983	0.055521652	0.916373862	0.024413301
-0.357876457	0.056958508	0.939067544	0.020959988
-0.300287606	0.058183474	0.958267849	0.017428715
-0.241581666	0.059191994	0.973903368	0.013832634
-0.181977027	0.059980316	0.985915992	0.010185191
-0.121695421	0.060545507	0.99426126	0.006500338
-0.0609611	0.060885465	0.998909991	0.002796807
0.00000000	0.060998925		



A.2 周波数分散系の入射波の複数介在物による波形変化プログラム

周波数分散系の入射波の複数の円筒介在物による波形の変化 $y(t)$ を求めるプログラムはフーリエ級数展開プログラムを用いて以下の手順で組まれている。なお、括弧の中の下線を引いた文字はプログラム上で用いられた表現である。

- ① i 番目の入射波の時刻と変位($T(M)$, $X(M)$)と n 番目のデータの振幅増幅度 R と位相の変化分 θ を読み込む。(i, n は 1 から 59(=N)までの自然数)
[これらのデータは A.1 のプログラムを用いて、空孔モデル・アルミナモデル別に予め作成しておく]
- ② 半周期 $T(\underline{L})$, 時間データ間隔 $\Delta t(\underline{dh})$ の値を決定する。
- ③ フーリエ級数展開による展開係数 $a_n, b_n(\underline{A(I)}, \underline{B(I)})$: I は 1 から 59(=N)までの自然数) を計算する。
- ③ 展開係数を用いて再度分離した波を重ね合わせる。($XX(K)$: K は 0 から N の整数)
- ④ 入射波が通過した円筒介在物の個数 $K(\underline{K})$ を決定する。

- ⑤ 周波数分散系の入射波の複数の円筒介在物による波形の変化 $y(t)$ ($Y(K)$) を求める.

```
PROGRAM プログラム名 2
PARAMETER (Nmax=10000)
INTEGER I, J, N, M, K
REAL*8 T(0:Nmax), X(0:Nmax), A(0:Nmax), PI, dh, L, XX(0:Nmax)
REAL*8 B(0:Nmax), R(Nmax), theta(Nmax), Y(0:Nmax)
OPEN (20, File='入力テキストファイル 2 ', Status='unknown')
OPEN (30, File='出力テキストファイル 2 ', Status='unknown')
M=0
10  READ (20,*,end=999) T(M), X(M), R(M), theta(M)
    M=M+1
    IF (M.gt.Nmax) GOTO 999
    GOTO 10
999  CONTINUE
    N=M-1
!    WRITE(30,600) (T(K),X(K),K=0,N)
    PI=3.141592
    L=5
    dh=T(1)-T(0)
    DO 50 I=0,N
        A(I)=0
        B(I)=0
        DO J=1,N
            A(I)=A(I)+dh/L*X(J)*cos(I*PI*T(J)/L)
            B(I)=B(I)+dh/L*X(J)*sin(I*PI*T(J)/L)
        END DO
50  CONTINUE
!    WRITE (30,600) (T(K),A(K),B(K),K=0,N)
    DO 70 K=0,N
        XX(K)=A(0)/2
        DO 80 I=1,N
            XX(K)=XX(K)+A(I)*cos(I*PI*T(K)/L)+B(I)*sin(I*PI*T(K)/L)
80  CONTINUE
```

```

70    CONTINUE
!      WRITE(30,600) (T(K),X(K),XX(K),K=0,N)
600  FORMAT(4F12.7)
      KK=20
      DO 90 K=0,N
      Y(K)=A(0)/2
      DO 100 I=1,N
      Y(K)=Y(K)+(R(I))*KK*(A(I)*cos(I*PI*T(K)/L+KK*theta(I))
      +B(I)*sin(I*PI*T(K)/L+KK*theta(I)))
100  CONTINUE
90    CONTINUE
      WRITE(30,600) (T(K),X(K),XX(K),Y(K),K=0,N)
      CLOSE(20)
      CLOSE(30)
      STOP
      END

```

APPENDIX B

多結晶黒鉛の負荷過程におけるAE計測と損傷発生歪密度関数との比較

B.1 緒言

第4章においては、2種類の耐火物における一軸圧縮応力の繰り返し負荷・除荷による損傷を、超音波法による見かけの音速の変化から評価した。その結果として、超音波法による損傷評価の可能性を見出すことに成功した。そこで本補足は、超音波法による損傷評価との比較としてAE計測による損傷評価について記述する。超音波法は弾性波を入射することにより、欠陥の情報を取り出す“active”な手法であるのに対し、AE計測は亀裂生成に伴う弾性波の信号を取り出す“passive”な手法であるといえる。よってAE計測法により、超音波法とは異なる観点から損傷に関する情報を得ることができる。本補足ではさらに、AE計測結果の妥当性を検証するために、安田が定義した損傷発生歪分布関数・密度関数を負荷過程の応力 - 歪曲線から推定し、両者の結果を比較する。

B.2 AE計測について

AEとは“固体が力を受けて塑性変形または破壊する際に、それまで固体内部に蓄えられていた弾性エネルギーが、振動や音響などの弾性波となって周囲に放出される現象”を意味する。AE計測はAE現象により発生した弾性波を検知することにより、測定した材料の損傷状態を評価する方法である。以下にAE計測に関する基礎的な知見について述べる。

B.2.1 測定系⁽¹⁾

Fig.B.1にAE計測の流れを表した図を示す。応力を受けた固体中の一部に欠陥や亀裂が生成すると、そこがAEの発生源となり弾性波が発生する。発生した弾性波をAE検出器により検知する。検出器に入射する弾性波は、AE源から直接入射した波と、固体の側面などに当たり反射して検出器に入射する波が存在する。検出器は通常数十kHz～数百kHzの比較的狭い範囲の周波数帯域でAE計測する場合が多い。このような超音波領域で、弾性波の振動を電気信号に変化するトランスジューサーとしては、PZT(ジルコニア酸チタン酸鉛)などの圧電変換感度に優れた圧電セラミックスが広く用いられている。

変換された電気信号は増幅器により信号は増幅され、バンドパスフィルターにより必要な周波数帯域の信号のみを取り出し、適当な信号処理を経て、オシロスコープなどを用いて波形表示される。

B.2.2 検出信号⁽¹⁾

オシロスコープなどに出力される波は、実際発生した AE の弾性波とは異なる。これはバンドパスフィルターや信号処理により一部の周波数の波を除去していることもあるが、最も大きい要因としては、検出器による弾性波から電気信号への変換する際、周波数により変換強度が異なってしまうからである。一般に検出器の周波数感度はある共振周波数の感度を最大値とした連続分布を示す。これらの影響に加え、バンドパスフィルターや信号処理による周波数感度をかけ合わせたものを周波数応答 $F(\omega)$ とすると、入力信号 $X(\omega)$ と出力信号 $Y(\omega)$ の間には以下の関係式が成り立つ。

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot F(\omega) \quad (\text{B.1})$$

Fig.B.2 に入力信号と出力信号の関係について示す。これからわかるように入射信号はパルス波でも出力波は、ある共振周波数を基本振動とする減衰振動に変換されてしまう。

B.2.3 AE のカウント法⁽¹⁾

AE のカウント法はリングダウンカウント法とイベントカウント法に大別される。Fig.B.3 に 2 つのカウント法の概念図を示す。リングダウンカウント法は、出力波形において、1 つの波が閾値の強度を超える度に 1 カウントとする方法である。これに対し、イベントカウント法は、出力波形に包絡線を描き、その包絡線が閾値の強度を超える度に 1 カウントする方法である。必然的にリングダウンカウント法の方がイベントカウント法より多くカウントされることになる。

B.2.4 AE 信号波形の種類⁽¹⁾

AE 信号波形を大別すると突発型と連続型が存在する。Fig.B.4 に突発型と連続型の AE の違いについて示す。硬くてもろい固体において割れが進行する場合のように間欠的破壊が進行する場合は、AE 波形も間欠的なインパルス状となる。これを突発型 AE という。一方、比較的軟らかく延性に富んだ固体においては、塑性変形や割れが発生・進行する際、変化が連続的に進行するため、AE 信号も微弱で連続的に発生する。これを連続型 AE という。突発型 AE の場合は雑音との分別が容易であるが、連続型の場合は困難なので、状況により AE 計測の容易さが変わってくる。

B.3 損傷発生歪分布関数・密度関数に関する理論

B.3.1 損傷の定義

本章では材料の擬弾塑性変形に含まれる損傷について考察している。金属な

どの材料は弾性変形の他に降伏応力を超えた領域では弾塑性変形をする (Fig.B.5 参照) ⁽²⁾。弾塑性変形は主に金属材料中の転位のすべりによる塑性変形と変形に伴う加工硬化により起こる。しかしセラミックス材料で非線形の応力 - 歪曲線が得られたとき、見かけ上での弾塑性変形をするとみなせるが、そのメカニズムは金属材料とは異なる。この見かけ上の弾塑性変形は、マイクロクラック発生に伴う見かけのヤング率低下や若干の粒界すべりなどが原因である。

そこで、本章における損傷の定義はマイクロクラックの発生により材料の見かけのヤング率が低下することとする。これにより、ヤング率に対応する応力 - 歪曲線の傾きの変化を損傷と関連付けることができる。

B.3.2 負荷過程の損傷発生モデル

4 章における耐火物の一軸圧縮応力負荷・除荷試験は変位速度一定の条件で行われた。この条件を想定して、Fig.B.6(a)のように一軸圧縮応力に対し並列に配置した n 個の要素を考える。全ての要素は変位速度一定の条件を満たすように同じ荷重が与えられる。各々の要素は異なる体積を持ち、異なる歪 ϵ_c 、応力 σ_c でマイクロクラックが発生し、見かけのヤング率が低下すると仮定する。このときの歪 ϵ_c 、応力 σ_c を損傷発生歪、損傷発生応力と呼ぶことにする。 n 個の要素を損傷発生歪・応力の小さい順に並べていき、序数を付ける。Fig.B.6(b)のように仮に i 番目までの要素にマイクロクラックが発生したとすると、これらの要素のヤング率が変化することになる。ただしここでは計算の簡便性のために全ての要素のヤング率をマイクロクラックが発生する前は E とし、発生した後は E' ($E > E'$) に変化すると仮定した。

B.3.3 損傷発生歪分布関数・密度関数の定義

B.3.2 において、一軸圧縮荷重に対し並列に並んだ要素モデルを示した。損傷を起こした割合は、ヤング率が E から E' へ変化した要素は損傷した要素の割合と考えることができる。安田はこれを歪に関する関数と見なし、損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ と定義した。今、ある任意の歪 ϵ において、 i 番目の要素までヤング率が E から E' に変化していたとき、損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ は以下のようなになる。

$$F(\epsilon) = \sum_{k=1}^i V_k \quad (B.2)$$

ここで V_k は k 番目の要素の体積分率を表す。また、 $F(\epsilon)$ の ϵ に関する 1 階の導関数を損傷発生歪密度関数 $f(\epsilon)$ と定義する。 $f(\epsilon)$ は歪 ϵ における損傷の発生確率を意味し、 $F(\epsilon)$ を用いて次式のように表される。

$$F(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon \quad (B.3)$$

B.3.4 安田による負荷過程における任意の歪に対する応力の推定

材料中の平均一軸圧縮応力 σ は安田により各々の要素の体積分率とそれにかかる圧縮応力を用いて以下のように表された．

$$\sigma = \sum_{i=1}^n V_i \sigma_i \quad (B.4)$$

ここで， V_i ， σ_i は*i*番目の要素の体積分率および応力である．また σ_i は損傷発生前後で異なり，以下のように場合分けされる．

$$\begin{aligned} \sigma_i &= E\varepsilon \quad (0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{ci}) \\ \sigma_i &= \sigma_{ci} = E\varepsilon_{ci} \quad (\varepsilon = \varepsilon_{ci}) \\ \sigma_i &= E'(\varepsilon - \varepsilon_{ci}) + \sigma_{ci} = E'\varepsilon + (E - E')\varepsilon_{ci} \quad (\varepsilon > \varepsilon_{ci}) \end{aligned} \quad (B.5)$$

ここで歪 $=0$ の状態から応力を負荷し，歪 ε を増加していくことにする． ε の増加の過程で1番目の要素から順にマイクロクラックが発生し，ヤング率が低下する．このときの平均圧縮応力 σ は(B.5)式より以下のようになる．

$0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{c1}$ のとき

$$\sigma = \sum_{i=1}^n V_i \sigma_i = E\varepsilon \quad (B.6)$$

$\varepsilon_{c1} < \varepsilon \leq \varepsilon_{c2}$ のとき

$$\sigma = V_1 \sigma_1 + \sum_{i=2}^n V_i \sigma_i = V_1 E' \varepsilon + (E - E') V_1 \varepsilon_{c1} + (1 - V_1) E \varepsilon \quad (B.7)$$

$\varepsilon_{c2} < \varepsilon \leq \varepsilon_{c3}$ のとき

$$\begin{aligned} \sigma &= V_1 \sigma_1 + V_2 \sigma_2 + \sum_{i=3}^n V_i \sigma_i \\ &= (V_1 + V_2) E' \varepsilon + (E - E') (V_1 \varepsilon_{c1} + V_2 \varepsilon_{c2}) + (1 - V_1 - V_2) E \varepsilon \end{aligned} \quad (B.8)$$

$\varepsilon_{c3} < \varepsilon \leq \varepsilon_{c4}$ のとき

$$\begin{aligned} \sigma &= V_1 \sigma_1 + V_2 \sigma_2 + V_3 \sigma_3 + \sum_{i=4}^n V_i \sigma_i \\ &= (V_1 + V_2 + V_3) E' \varepsilon + (E - E') (V_1 \varepsilon_{c1} + V_2 \varepsilon_{c2} + V_3 \varepsilon_{c3}) + (1 - V_1 - V_2 - V_3) E \varepsilon \end{aligned} \quad (B.9)$$

(B.6)式から(B.9)式への一連の流れから，歪が増加し損傷を受ける要素が増すほど， $E'\varepsilon$ の項の体積要素と， $(E - E')$ の因子を持つ項の数が増加し， $E\varepsilon$ の項の体積要素が減少していくことがわかる．この傾向から $\varepsilon_{ci} < \varepsilon \leq \varepsilon_{ci+1}$ の場合の平均応力 σ は以下のように与えられることがわかる．

$$\sigma = E'\epsilon \sum_{k=1}^i V_k + (E - E') \sum_{k=1}^i V_k \epsilon_{ck} + E\epsilon \left(1 - \sum_{k=1}^i V_k\right) \quad (\text{B.10})$$

(B.10)式より任意の歪 ϵ における材料の平均応力 σ との関係が得られた。

B.3.5 安田による損傷発生歪分布関数を用いた負荷過程の応力の表現

(B.10)式から負荷過程における応力を推定しようとしたとき、1つ問題点がある。それは、各々の要素の体積分率 V および、損傷発生歪 ϵ_c がわからないことである。そこで、(B.2)式、(B.3)式より損傷を受けた要素の体積分率の和を損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ や損傷発生歪密度関数 $f(\epsilon)$ に置き換えて考える。(B.10)式は以下のように $F(\epsilon)$ 、 $f(\epsilon)$ を用いて表現することができる。

$$\sigma = E'\epsilon F(\epsilon) + (E - E') \int_0^\epsilon f(\epsilon) \epsilon d\epsilon + E\epsilon \{1 - F(\epsilon)\} \quad (\text{B.11})$$

ここで、(B.11)式の右辺第2項は以下のように表すことができる。

$$\int_0^\epsilon f(\epsilon) \epsilon d\epsilon = [F(\epsilon) \epsilon]_0^\epsilon - \int_0^\epsilon F(\epsilon) d\epsilon = F(\epsilon) \epsilon - \int_0^\epsilon F(\epsilon) d\epsilon \quad (\text{B.12})$$

(B.12)式を用いて、(B.11)式は損傷発生歪分布関数のみで表すことができる。

$$\sigma = E\epsilon - (E - E') \int_0^\epsilon F(\epsilon) d\epsilon \quad (\text{B.13})$$

これにより損傷発生歪分布関数を求めることができれば、任意の歪における材料の応力を推定することができることがわかった。

B.3.6 安田による応力 - 歪曲線からの損傷発生歪分布関数の推定法

前節までの内容により、損傷のモデルと損傷による材料の負荷過程における応力への影響を求めた。そこで本節では、負荷過程の応力 - 歪曲線から損傷に関する重要な情報である損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ ・密度関数 $f(\epsilon)$ の推定法について考察する。

(B.13)式の両辺を ϵ で微分して整理すると、損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ の表現が得られる。

$$F(\epsilon) = \frac{1}{E - E'} \left(E - \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right) \quad (\text{B.14})$$

(B.13)式によると $F(\epsilon)$ はマイクロクラックが発生する前後のヤング率 E 、 E' と歪 ϵ における応力 - 歪曲線の接線の傾きから得られることがわかる。また、(B.14)式の両辺をさらに ϵ で微分すると、損傷発生歪密度関数 $f(\epsilon)$ が求まる。

$$f(\epsilon) = -\frac{1}{E - E'} \frac{d^2\sigma}{d\epsilon^2} \quad (\text{B.15})$$

応力 - 歪曲線が非線形挙動を示す場合、応力 - 歪曲線の ϵ に関する1次の微分

係数，2 次の微分係数は歪 ϵ の値により変化することになる。

以上の方法により応力 - 歪曲線の非線形とマイクロクラック発生による損傷とを関連付けることができる。ただし，解析の前提として注意しなければならないのは，応力 - 歪曲線の非線形の要因はマイクロクラック発生に伴う見かけのヤング率低下のみでなく，塑性歪などの他の要因も含まれているということである。残念ながら，これらを区別する手段が今のところないので，応力 - 歪曲線の弾性変形を除いた変形分全てが損傷に寄与するものとして考える。つまり一般に損傷には含まれない塑性歪の寄与も，ここでは損傷の一部としてカウントすることにする。

B.3.7 任意の ϵ における応力 - 歪曲線の傾きの妥当な値の推定

(B.14)式から損傷発生歪分布関数を求めるには任意の ϵ における応力 - 歪曲線の必要がある。もし，応力と歪との間に明確な関数が定義できたならば，その関数の ϵ に関する1階の導関数を求めることにより容易に曲線の傾きを知ることができるが，測定から得られる実際の応力 - 歪曲線は，アナログデータにせよデジタルデータにせよ応力と歪の実測による値の集合として与えられており，応力と歪に明確な関数は与えられていない。このため一般に応力 - 歪曲線の傾きは，ある歪データ間隔における応力の増分として求める。今，関数 $f(x)$ において x 軸上の i 番目と $i+1$ 番目の離散点 x_i と x_{i+1} に対応する関数値をそれぞれ f_i ， f_{i+1} とすると微分係数 f'_i は次式で与えられる⁽³⁾。

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (\text{B.17})$$

一般にデータには若干の誤差が含まれているため，微分係数もまた誤差が含まれる。このため， x に関するデータ間隔が一定の h である場合，次式のように誤差を少なくするための別の微分公式も存在する⁽³⁾。

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \quad (\text{B.18})$$

$$f'_i = \frac{-11f_i + 18f_{i+1} - 9f_{i+2} + 2f_{i+3}}{6h} \quad (\text{B.19})$$

データが連続的にゆるやかな変動をする場合は，(B.19)式が上記の微分公式の中で最も誤差の少ない微分公式といえる。しかし，残念ながら今回の解析においては，上の(B.17)～(B.19)の微分公式を用いることができない。というのは，損傷発生歪密度関数 $f(\epsilon)$ を求める際，応力歪曲線の ϵ に関する2次の微分係数が必要なるため，1回微分公式により1次の微分係数と求めた後，再度微分公式を用いて2次の微分係数を求めることになる。このため微分公式を用いる度にデータに含まれる誤差が増幅し，2次の微分係数に関してはオーダーで値

が変わってしまう恐れがあるからである．もはやこうなると精度のレベルの問題ではなくなってしまう．また，2 次の微分係数を直接求める以下の公式⁽³⁾

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-y_{i+2} + 16y_{i+1} - 30y_i + 16y_{i-1} - y_{i-2}}{3(x_{i+2} - x_{i-2})^2/4} \quad (\text{B.20})$$

も存在するがこれも，本質的な求め方は変わらないのでオーダーで微分係数に誤差が生じてしまう．このように，生データから1 次の微分係数，2 次の微分係数を求めることは非常に難しい問題である．そこで次節で得られたデータを平滑化し，滑らかな曲線の傾きの変化になるように微分係数を求める方法を提案する．

B.3.8 平滑化の手法⁽⁴⁾

本節では，データ $x_1, x_2, x_3 \dots$ に対応する微分係数 $f_1, f_2, f_3 \dots$ の値が連続的に変化するような平滑化の手法を提案する．これに該当する手法として以下の3つの方法が挙げられる．

- ① 非線形最小二乗法
- ② スプライン平滑化
- ③ ベジエ曲線を用いた平滑化

今， $x_1 \sim x_N$ の N 個のデータに対応する $y_1 \sim y_N$ の N 個のデータが存在すると仮定する．

①の非線形最小二乗法はまず適当な多次関数 $y=f(x)$ を決める（線形の場合は1 次関数）．これにより適当数のパラメータを用いて， i 番目のデータ x_i に対応する推定値 $\hat{y}_i$ を得る．次に，この推定値 $\hat{y}_i$ と実際 i 番目のデータの値 y_i との差の2乗をとる．この残差の2乗を N 個のデータに関して求め，以下の(B.21)式のようにその和（残差2乗和） S が最小になるようにパラメータを調節するのがこの手法である．

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \Rightarrow \min \quad (\text{B.21})$$

Fig.B.7 に非線形最小二乗法によるデータ列の近似の例を示す．この手法は最も一般的な手法であるが，近似する関数の性質により微分係数に大きな影響が出てきてしまうため，この方法で微分係数を求めるのは恣意的になってしまい適さない．

②のスプライン平滑化はデータ $x_{i-1} \sim x_i (1 \leq i \leq N)$ 間の傾きとデータ $x_i \sim x_{i+1}$ 間の傾きが連続的になるように求める手法である．一区間のデータの傾きは3 次関数を用いるのが一般的である．さらに以下の(B.22)式のように平滑化パラメータ p を用いて平滑化度を決定することができる．

$$p \sum_i w_i \{y_i - s(x_i)\}^2 + (1-p) \int \left(\frac{d^2 s}{dx^2} \right)^2 dx \Rightarrow \min \quad (\text{B.22})$$

ここで、 w_i は i 番目のデータの重み、 $s(x_i)$ は x_i における近似曲線の推定値を表す。 $p=1$ のとき近似曲線は全てのデータを必ず通るようになり平滑化は行わない。 $p=0$ のとき非線形最小 2 乗曲線となる。Fig.B.8 に異なる平滑化パラメータにおけるスプライン平滑化によるデータ列の近似例を示す。一般的には $p=0.99$ が最も良い近似を表している。この近似もまたデータ間を近似する関数の性質により微分係数に大きな影響を与えてしまうため、最小二乗法と同様に微分係数を求めるのには適さない。

③のベジェ曲線は 2 点 (x_i, y_i) , (x_{i+1}, y_{i+1}) ($1 \leq i \leq N$) の間を結んだそれぞれの直線の中点を結び、さらにその中点のうちの 2 点の間を結んだ直線の中点を取りそれらの中点を結ぶことを順々に行うことでデータの平滑化を行い、かつ近似曲線を滑らかにする方法である。具体的には以下の式で与えられる。

$$P(t) = \sum_{i=0}^{N-1} P_i \cdot C_i \cdot t^i (1-t)^{n-i} \quad (\text{B.23})$$

ここで P_i は i 番目の点 (x_i, y_i) 、 t は 0 から 1 の間をとり、 t を細かくとることにより多くの近似点を発生できる。Fig.B.9 にベジェ曲線により平滑化した近似曲線を示す。近似曲線はデータ点の間を滑らかに通る曲線を描く。ただし、データの両端の点 (x_1, y_1) と (x_N, y_N) は必ず通る。この方法はデータにノイズが多く含まれるとき有効な手段である。また、微分係数を求める点においても、近似関数を用いないため関数の性質に影響を受けることはなく、あくまでもデータ点のみの影響を受けた傾きが連続的な曲線が得られるので、微分係数を求めるのには最適であると考えられる。そこで、今回はベジェ曲線によるデータの平滑化を行った後、(B.17)式を用いてデータ間の微分係数の計算を行うこととする。

B.4 実験方法

B.4.1 試験片

第 4 章において用いられた材料である等方性黒鉛(IG12:東洋炭素製)を本測定・解析に用いた。ただし、本研究で用いた等方性黒鉛は多結晶である黒鉛粒子を固めて作られているので、ここでは多結晶黒鉛と呼ぶことにする。試験片は第 4 章で用いたのと同じものであり、縦 30mm、横 30mm、厚さ 10mm の直方体状である。

B.4.2 一軸圧縮試験と AE の同時計測

多結晶黒鉛試験片の一軸圧縮試験を行った。一軸圧縮試験には 100kN ネジ棹式万能材料試験機(JT トーシ製)を用いた。負荷方向は試験片の横×厚さの面に垂直な方向とし、負荷速度は変位速度一定の条件で、0.1mm/min とした。本測定においてはより正確に歪を測定するために、試験片の縦×横の面に歪ゲージを貼り付け、直接歪を測定した。これにより材料試験機より取り出した荷重データから計算した公称応力データと歪ゲージより得た歪データより応力 - 歪曲線を作成した。

また AE 計測のため、試験片に AE センサーを歪ゲージを貼り付けた面と反対側の面に貼り付けた。AE センサーで検出した信号は、AE テスタに入力され、ノイズなどを取り除いた後、AE 発生数をカウントする。カウント数は再度電気信号に変換され、その信号をオシロスコープで観測した。オシロスコープは(株)横河電気製デジタルオシロスコープ DL7440 を用いた。AE センサー、AE テスタにはそれぞれ(株)エヌエフ回路設計ブロック製の AE-901S, 9501 を用いた。AE 検出レベルは 50 μ V 以上とし、イベントカウント方式によるカウント数の測定を行った。50 μ V の検出レベルは、微小亀裂などによる AE 信号は確実にカウントされるレベルである。FRP においては、マトリックス破壊に相当する検出レベルである。このため、材料試験機のクロスヘッドと試験片の端面拘束による影響で AE がカウントされる危険性がある。これを防ぐために、クロスヘッドおよび下面と試験片の間に超硬金属を挟み、クロスヘッドおよび下面と金属の間にテフロンシートを金属と試験片の間には水溶性接触媒質を塗り、端面拘束の影響を軽減した。センサーと試験片の接着にも金属と試験片の間に塗った水溶性の横波用接触媒質を用いた。Fig.B.10 に測定の概要図について示す。以上の仕様のもとで、一軸圧縮応力負荷過程における多結晶黒鉛試験片の AE 計測を行った。

B.4.3 AE 計測データと応力 - 歪曲線の解析

AE 計測で得られたデータは、計測開始時からの時刻とその時刻における AE のカウント数である。これをその時刻における歪と AE のカウント数の関係に直した。これにより AE 計測結果と損傷発生歪密度関数を比較した。

また、得られた応力 - 歪曲線から損傷発生歪分布関数を推定した。まず、得られた応力 - 歪データを(B.23)式に示すベジェ曲線により平滑化し、平滑化したデータを(B.17)式を用いて、歪に関する 1 次の微分係数を求めた。今回は比較のため、ベジェ曲線の他に非線形最小二乗法、スプライン平滑化を用いて 1 次の微分係数を求める系と直接(B.17)式を適用して 1 次の微分係数を求める系についても行った。これらの比較を行い、ベジェ曲線の優位性を確かめた後、(B.14)式により損傷発生歪分布関数を求めた。このとき用いる E, E' の値につい

ては、AE がカウントされ始める歪における応力 - 歪曲線の傾きを E とし、最大歪にまで達したとき、分布関数が 1 なるように E' を調整して求めた。損傷発生密度関数については、1 次の微分係数に関するデータを再度ベジェ曲線により平滑化し、(B.17) 式を再度用いて歪に関する 2 次の微分係数を求めた後、(B.15) 式に基づいて求めた。

B.5 測定結果と考察

B.5.1 応力 - 歪曲線の平滑化と平滑化の手法による 1 次微分係数の違い

Fig.B.11 に異なる平滑化の手法（最小二乗法;LSM, 平滑化スプライン;Spline, ベジェ曲線;Bezier）により多結晶黒鉛の応力 - 歪曲線を平滑化した結果を示す。生データより作成した応力 - 歪曲線には若干のばらつきはあるが、平滑化の手法を用いると、そのばらつきがなくなり滑らかな曲線が描かれることがわかった。ただし、平滑化の手法により曲線の挙動は大きく変わることはなく、全ての曲線は同一曲線上にのることから、ノイズ等による応力・歪データのばらつきを持つ生データは、上記の 3 つのどの平滑化の手法によっても平滑化され、妥当な応力 - 歪曲線が得られると考えられる。

Fig.B.12 に上記の 3 つの平滑化の手法を用いて作成した応力 - 歪曲線から (B.17) 式を用いて応力の歪に関する 1 次の微分係数を求めた結果を示す。1 次の微分係数を取ることで、全体的にデータのばらつきによる影響が増幅される傾向があることがわかった。特に、生データから得られた微分係数は大きくばらつき、妥当な微分係数を得ていないと考えられる。また Fig.B.11 の結果とは異なり、平滑の手法により微分係数の変化の挙動に違いが見られた。最小二乗法と平滑化スプラインはほぼ同等の振動の少ない挙動が見られたが、ベジェ曲線は歪により若干の振動が見られた。最小二乗法と平滑化スプラインにおいてほぼ同等の曲線が描かれるのは、データ全体とデータ間の違いこそあるが、双方とも 5 次関数で近似しているためであると考えられる。しかし、前述した通りこれらの平滑化の手法は、近似関数の性質の影響が大きく、応力を歪で微分して得られる微分係数を求めるのには適さない。よって、ベジェ曲線により平滑化して求めた 1 次の微分係数の変化が最も妥当な挙動を表していると考えられる。

B.5.2 AE 計測結果と損傷発生歪分布関数の決定法に関する考察

Fig.B.13 に歪に対する AE のカウント数の結果を示す。このことから次の 2 点がいえる。

- ① AE は離散的に検出される
- ② AE は歪 0.6% 以上から検出される (歪 0.5% の箇所に確認される AE は

ノイズと見なす)

①の事実は、多結晶黒鉛においてはクラックが連続的に生成・伸展するのではなく、圧縮応力を受ける中で歪エネルギーを蓄え、臨界の応力に達したとき一気に弾性エネルギーを放出していることを裏付けている。②の事実から、損傷が発生するのは歪 0.6%以上であると考えられる。すなわち、負荷直後に見られる応力 - 歪曲線の非線形性とマイクロクラック発生に伴う見かけのヤング率低下とは関連性がないと考えられる。そこで、損傷発生歪分布関数を求める際の、応力 - 歪曲線の適用範囲を限定することにした。損傷発生開始歪を ε_s とおき、本解析では $\varepsilon_s=0$ と $\varepsilon_s=0.6$ の場合において、損傷発生分布を B.4.3 で説明した方法に従い求めた。(B.5.3 参照)

B.5.3 損傷発生歪分布関数・密度関数の決定

Fig.B.14 に $\varepsilon_s=0.6$ における損傷発生歪分布関数を示す。平滑化した応力 - 歪曲線から、(B.14),(B.17)式を用い直接求めた結果 (Before smoothing) は、歪増加に対して一部減少する領域が見られる。損傷発生歪分布関数 $F(\varepsilon)$ は損傷の累積度を表しているの、理論的には減少することは考えられず、データのノイズによる影響を含んでためだと考えられる。そこで、ベジエ曲線を用いてさらなる平滑化を行った。その結果(After smoothing)、ほとんどの領域において歪の増加に対し単調増加する損傷発生歪分布関数が得られた。

Fig.B.15 に上記で説明したベジエ曲線による平滑化後の損傷発生歪分布関数を $\varepsilon_s=0$ と $\varepsilon_s=0.6$ の場合において比較した結果を示す。 $\varepsilon_s=0$ の場合、初期の低応力域で分布関数は単調減少する領域が見られる。これはノイズによる影響ではなく、別要因であると考えられるため、 $\varepsilon_s=0$ の場合においては適当な分布関数の推定は行えていないと判断できる。よって、 $\varepsilon_s=0.6$ の場合の分布関数の結果が妥当だと判断し、損傷発生歪密度関数を求めた。Fig.B.16 にその結果を示す。一部の領域を除き、ほとんどの領域で正の密度関数が得られた。密度関数 $f(\varepsilon)$ は任意の歪 ε における損傷の発生頻度を表しているの、理論的には負にならない。よって、密度関数が負になる領域はベジエ曲線による平滑化を行っても除きれなかったノイズが含まれているとみなすことができ、この領域においては、損傷発生歪密度関数は正しく得られていないと考えるべきである。

B.5.4 損傷発生歪密度関数と AE 計測結果の比較

Fig.B.17 に Fig.B.13 の AE 計測の結果と Fig.B.16 の損傷発生歪密度関数の結果を比較したものを示す。ピークの上の●印は両者のピークが一致する領域、斜線で示される結果は両者のピークが一致しない領域を表している。このこと

から、ほとんどの領域でピークの位置が一致することが分かった。ピークの位置が一致しない領域においても、B.5.2において正しく損傷発生歪密度関数が得られていないと考えられる領域の付近であり、密度関数が負になる領域の影響を受けて周りの密度関数が正になってしまったと考えられる。なお、双方のピークの比までが一致しないのは、損傷発生歪密度関数そのものがマイクロクラックの発生量を規定しているものではないということが原因である。すなわち、密度関数はどの歪でマイクロクラックが発生するかを予測できるが、どの程度発生するかを予測した理論ではなく、マイクロクラック発生がAEのカウント数に比例するAE計測とは異なるということである。

以上全体的の観点から見ると、AEの計測結果と推定した密度関数は一致していると考えることができ、AEによるマイクロクラックの発生する歪が正しく測定されていたことが、密度関数の結果から推定される。

B.6 結言

本補足においては、超音波法に代わる損傷評価法としてAE計測による損傷の評価を行った。計測の妥当性は、応力 - 歪曲線から得られる損傷発生歪密度関数との比較をすることにより評価した。ベジェ曲線によるデータの平滑化を行うことである程度妥当な損傷発生歪密度関数を推定することができ、得られた密度関数とAE計測の結果はほとんどの歪で一致していた。このことからAE計測を用いて超音波法では得られない、マイクロクラックの発生歪を正しく推定することができたと考えられる。また、妥当な密度関数を得たことで、除荷曲線の推定をすることが可能となった。(APPENDIX C 参照)

参考文献

- (1) (社)日本機械学会「計測法シリーズ 3 非破壊計測技術」(株朝倉書店 (1990)
- (2) 平修二 現代材料力学 (株オーム社 (H11)
- (3) J.M.マコーミック, M.G.サルバドリ 著 清水留三郎 訳 FORTRAN による数値計算プログラム (株サイエンス社 (S55)
- (4) 吉野敬祐 他 C によるスプライン関数 東京電機大学出版局 (2001)

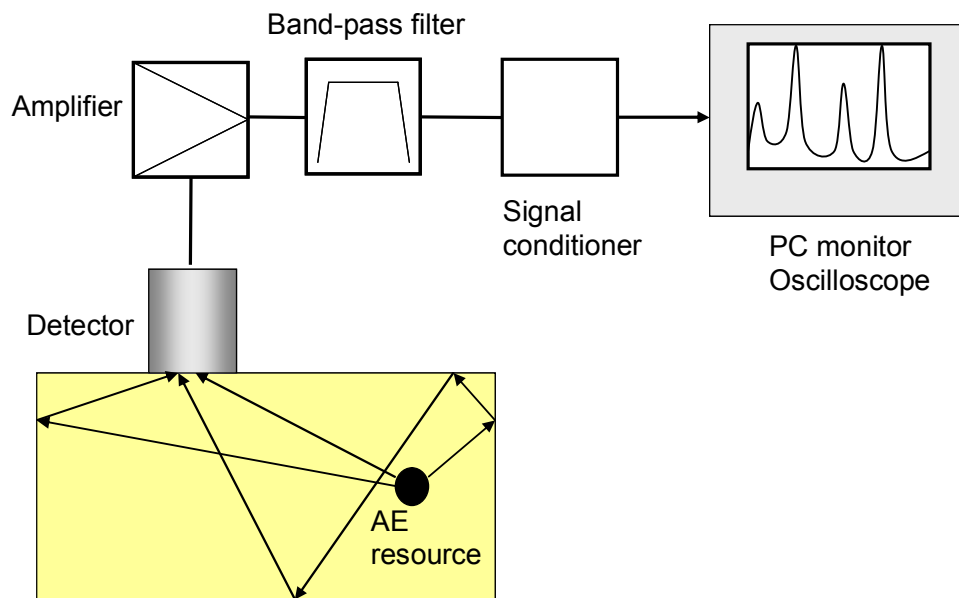


Fig.B.1 The illustration of AE measuring system

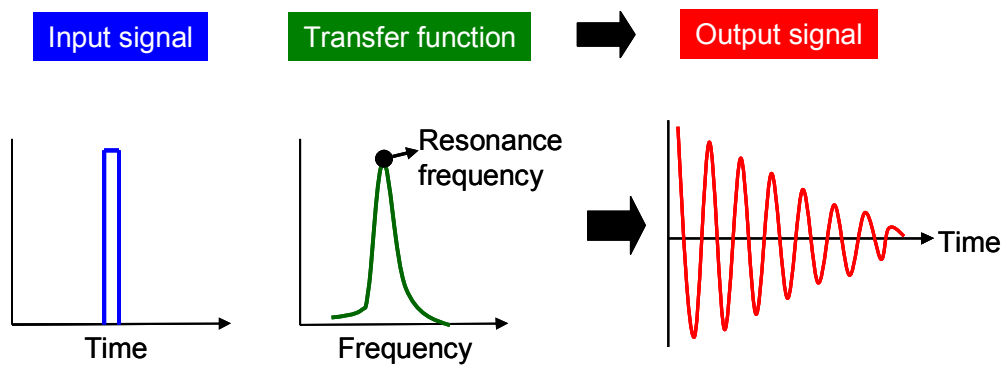


Fig.B.2 A relationship between input and output signals

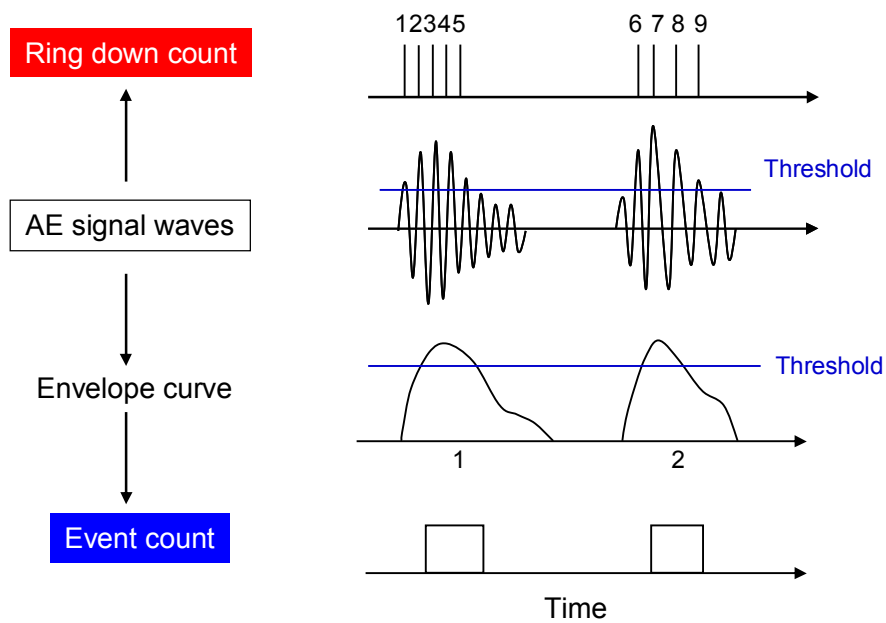


Fig.B.3 The counting method of AE events

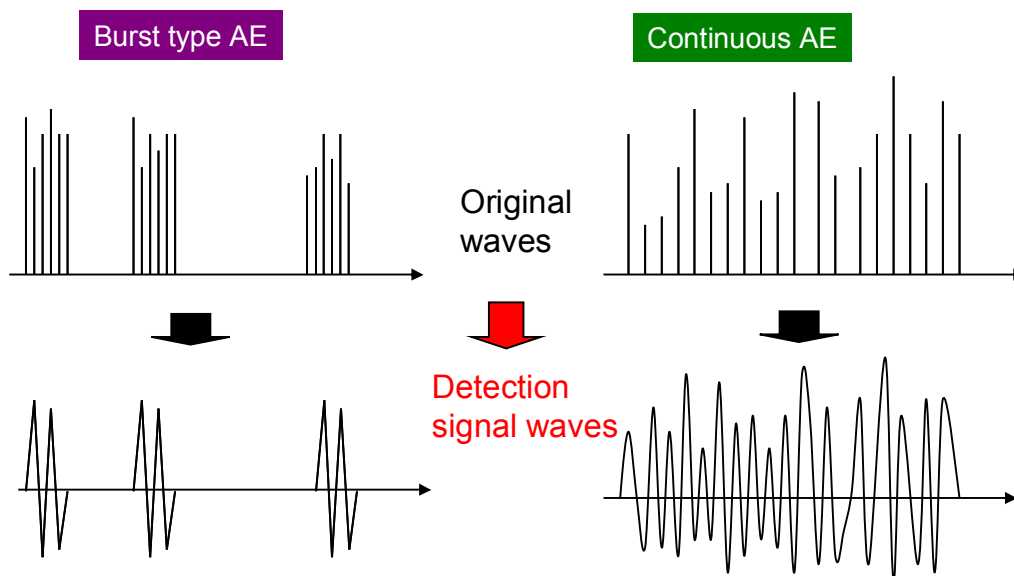


Fig.B.4 Two types of AE generation

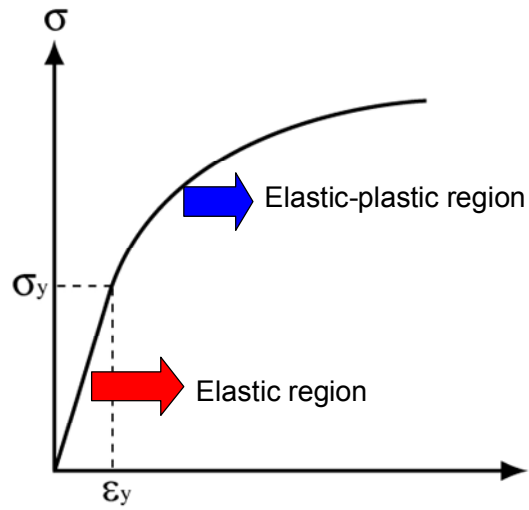


Fig.B.5 An example of elastic-plastic behavior in stress-strain curve

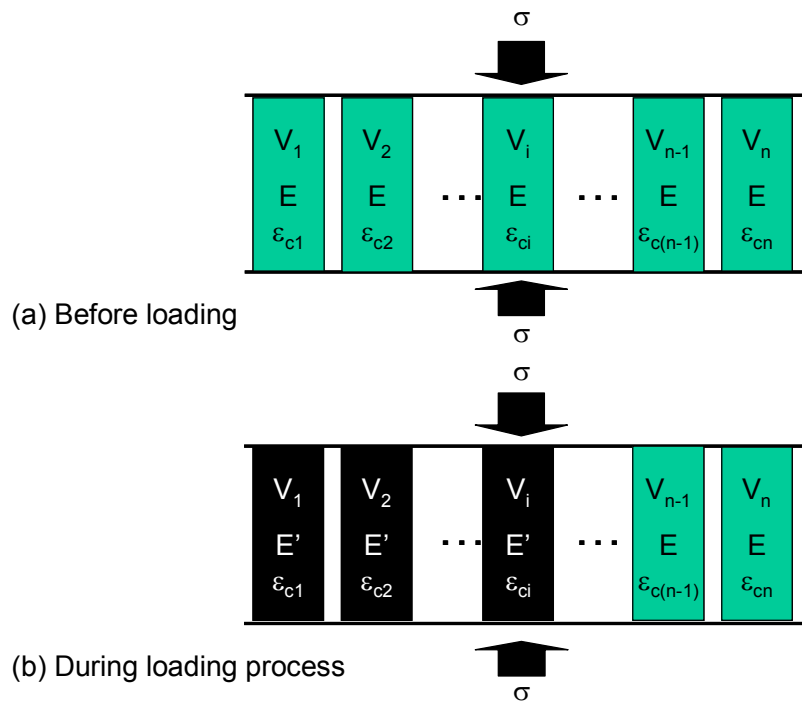


Fig.B.6 A parallel element model on generation of micro-cracks during a loading process

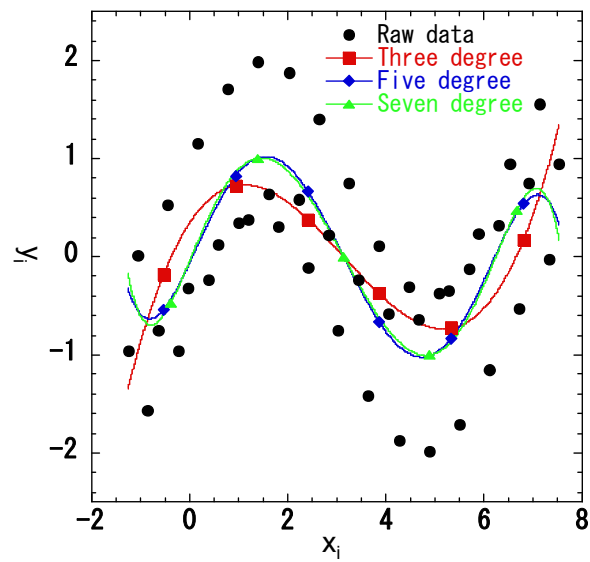


Fig.B.7 An approximate example of Least Square Method

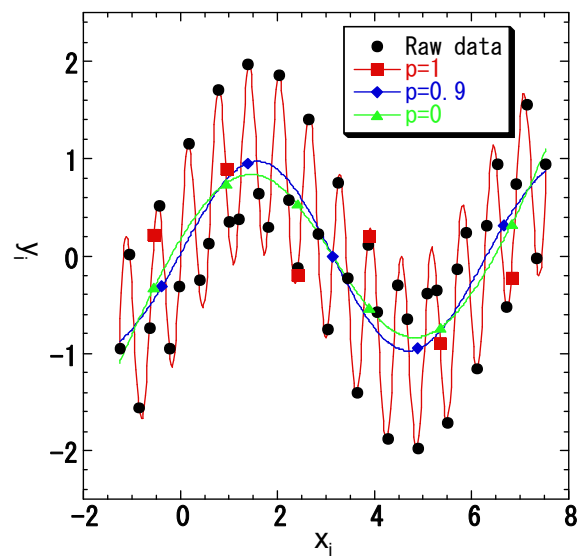


Fig.B.8 An approximate example of Smoothing Spline

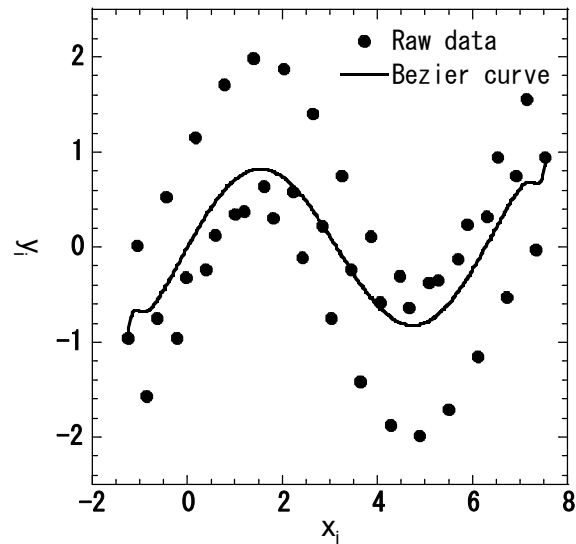


Fig.B.9 An approximate example of Bezier Curve

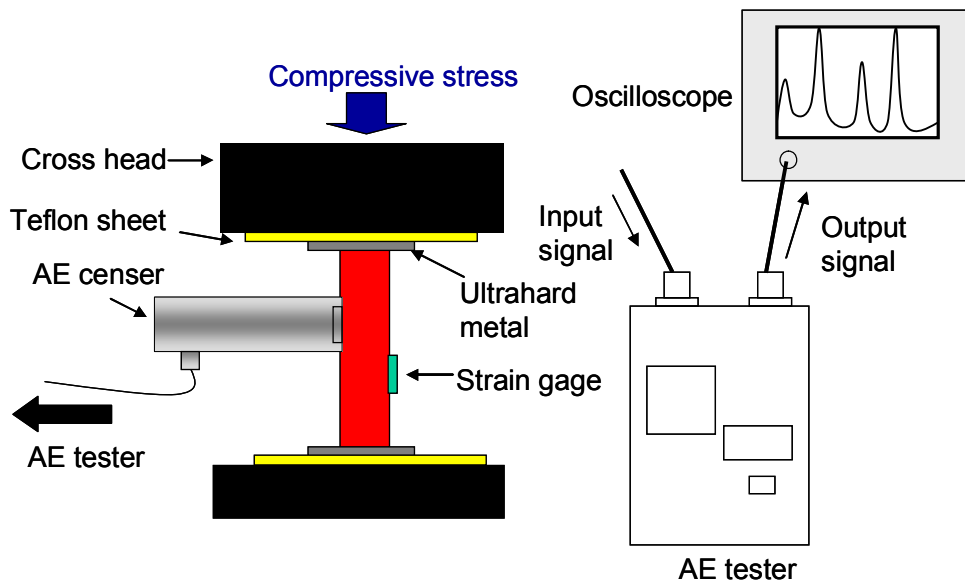


Fig.B.10 The simultaneous AE measuring system during a compression test

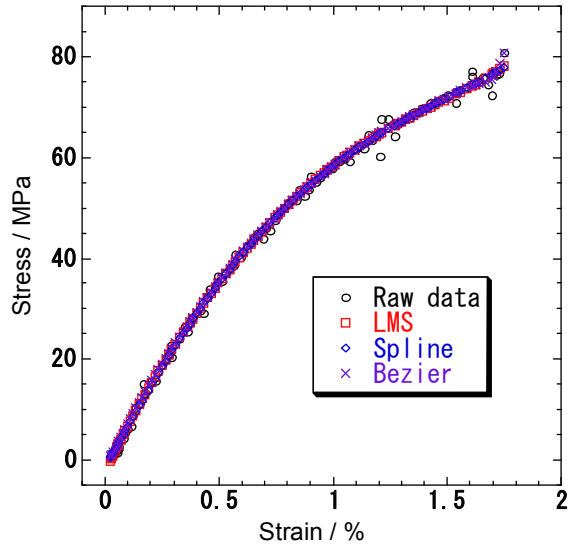


Fig.B.11 Smoothed stress-strain curves by different smoothing techniques

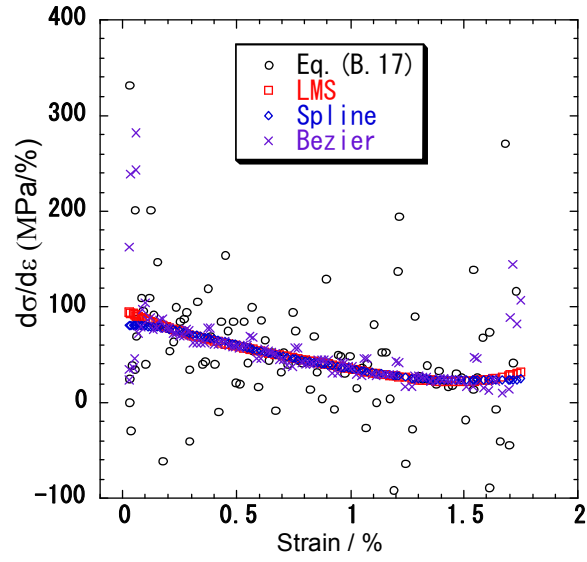


Fig.B.12 Plots of differential coefficient $d\sigma/d\varepsilon$ against ε by different smoothing techniques

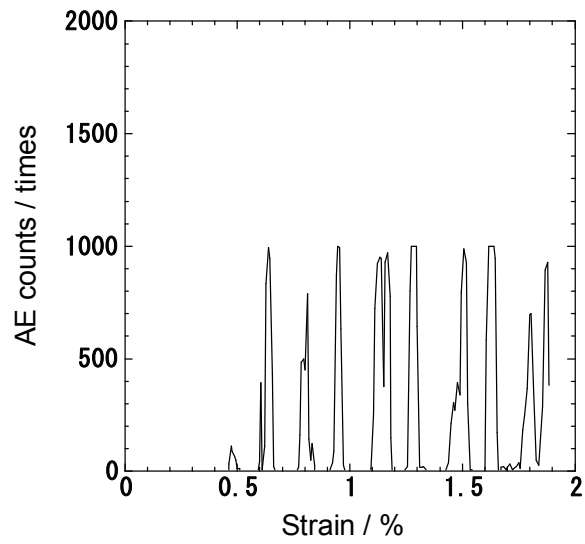


Fig.B.13 The relationship between AE counts and strain

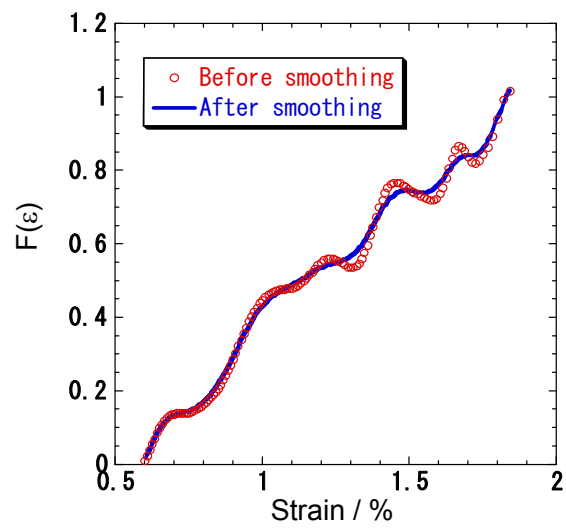


Fig.B.14 Determination of a damage strain distribution function using Bezier curve

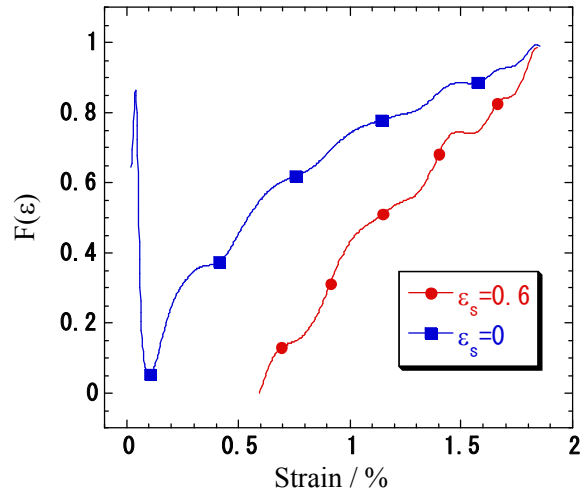


Fig.B.15 The difference in damage strain probability function by different damage starting strain ϵ_s

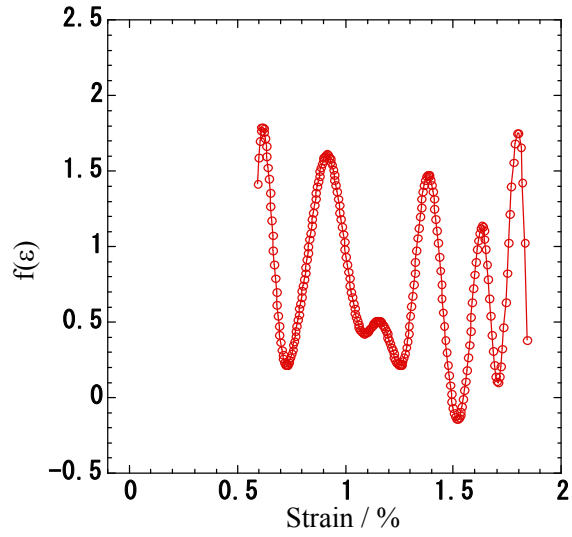


Fig.B.16 A plot of damage strain density function against strain

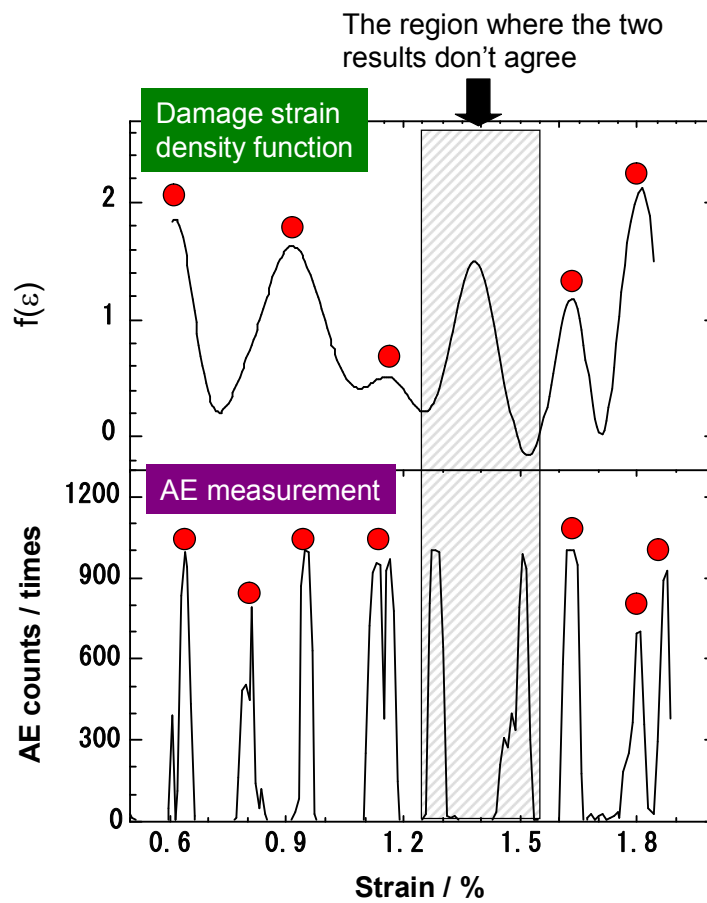


Fig.B.17 The results of comparison between damage strain density function and AE measurement.

APPENDIX C

負荷過程の損傷発生歪密度関数を用いた除荷曲線の推定

C.1 緒言

APPENDIX Bにおいて、マイクロクラック発生に基づく損傷発生歪分布関数・密度関数を定義し、一軸圧縮負荷試験中での多結晶黒鉛の AE 計測の結果と密度関数の推定値を比較した。その結果、両者がほぼ一致することがわかった。そこで本補足では、この推定した損傷発生歪密度関数が妥当であるかを別の観点から検証するために、応力 - 歪曲線から得た負荷過程における密度関数を用いて除荷曲線を推定する理論を示し、理論による除荷曲線と実測による除荷曲線との比較を行い、推定曲線の妥当性を検討した。

C.2 理論

APPENDIX Bにおいて、損傷発生歪密度関数および分布関数を導入し、これらを用いて負荷過程における任意の歪に対する応力の推定式を示した。安田は、この負荷過程で求めた損傷発生歪密度関数および分布関数を用いて、除荷過程における任意の歪に対する応力の推定法を提案した。以下にその推定法について示す。

C.2.1 除荷モデル

Fig.C.1(a)に示すように負荷過程におけるモデルと同様な一軸圧縮応力に対し並列に配置した n 個の要素を考える。各々の要素は異なる体積を持ち、除荷開始時点では全ての要素のヤング率は E'' であるとする。除荷直後の曲線の傾きは、負荷過程終了直前の傾きより大きいことが実験事実から明らかである。このことから、負荷終了直前の要素のヤング率 E' と除荷直後の要素のヤング率 E'' の関係は、 $E'' > E'$ であるとする。除荷過程において各々要素のヤング率は E'' から負荷前のヤング率 E に戻ると考える。このときの歪・応力を回復歪 ε_r ・回復応力 σ_r と定義する。 ε_r 、 σ_r の値は要素によって異なる。 n 個の要素を回復歪・応力の小さい順に並べていき、序数を付ける。Fig.C.1(b)のように仮に n 番目から i 番目までの要素まで回復歪に達したとすると、これらの要素のヤング率が E に回復することになる。回復後の要素のヤング率を E とした点について、仮に E 以外の違うヤング率を設定しても良いが、除荷曲線を推定するパラメータが増えるだけで、設定したヤング率を求める手段がない限り単なる当てはめとなってしまう。よって、ここでは負荷前のヤング率 E と同様な値とした。

C.2.2 微小要素の構成方程式

各々の微小要素のヤング率の変化を Fig.C.2 に示す. Fig.C.2 からわかるように損傷発生応力 σ_c と回復応力 σ_r は等しいが, 損傷発生歪 ε_c と回復歪 ε_r は異なる. これ Fig.C.2 をもとに微小要素における構成方程式を導くと以下のようになる.

(負荷過程)

$0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c$ のとき

$$\sigma = E\varepsilon \quad (C.1)$$

$\varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\max}$ のとき

$$\sigma = E'\varepsilon - (E - E')\varepsilon_c \quad (C.2)$$

(除荷過程)

$\varepsilon_{\max} \geq \varepsilon \geq \varepsilon_r$ のとき

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{\max} - E''(\varepsilon_{\max} - \varepsilon) \\ &= (E - E')\varepsilon_c + (E' - E'')\varepsilon_{\max} + E''\varepsilon \end{aligned} \quad (C.3)$$

$\varepsilon = \varepsilon_r$ のとき (C.3) 式に $\varepsilon = \varepsilon_r$, $\sigma = \sigma_r = E\varepsilon_c$ を代入して ε_r を求めると

$$\varepsilon_r = \frac{E'\varepsilon_c + (E'' - E')\varepsilon_{\max}}{E''} \quad (C.4)$$

$\varepsilon_r \geq \varepsilon \geq \varepsilon_0$ のとき

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_r - E(\varepsilon_r - \varepsilon) \\ &= E(\varepsilon + \varepsilon_c - \varepsilon_{\max}) + \frac{EE'}{E''}(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_c) \end{aligned} \quad (C.5)$$

$\varepsilon = \varepsilon_0$ のとき (C.5) 式に $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\sigma = 0$ を代入して ε_0 を求めると

$$\varepsilon_0 = \frac{(E'' - E')(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_c)}{E''} \quad (C.6)$$

また, 現実にはあり得ないが $\varepsilon_0 \geq \varepsilon \geq 0$ のとき

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_0) = E\varepsilon - \frac{E(E'' - E')}{E''}(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_c) \quad (C.7)$$

ここで, $\varepsilon_{\max}, \varepsilon_0$ はそれぞれ要素の最大歪, 除荷後の残留歪を表す. (C.7) 式は負の値となり圧縮応力を意味している. この考えは, n 個の並列要素における除荷過程の応力 - 歪挙動を予測する上で重要となる. 以上から, 除荷過程における要素の応力 - 歪挙動は, 負荷過程に関連するパラメータ $\varepsilon_c, \varepsilon_{\max}, E, E'$ と除荷直後のヤング率 E'' を用いて記述できることを示した.

C.2.3 要素全体の構成方程式

微小要素の構成方程式の考え方を利用して n 個の並列要素における除荷過程の応力 - 歪挙動を予測する. 各々の要素は次の条件のうちの 1 つに当てはま

っている．

- I 負荷過程において損傷を受けない要素
- II 負荷過程において損傷を受け，除荷過程で回復歪にまで達しない要素
- III 負荷過程において損傷を受け，除荷過程で回復歪に達した要素

III に該当する要素はさらに 2 つの条件に別れる．

- ① 残留歪まで達しない要素
- ② 残留歪まで達した要素

I に該当する要素は，線形弾性挙動 $\sigma = E\varepsilon$ を示す．損傷を受けた要素を k とすると，I に該当する要素数は $n - k$ で与えられる．II に該当する要素の応力は (C.3) 式で表される．このときの要素数を m とする．III-① に該当する要素の応力は (C.5) 式で表される．このときの要素数を p とする．III-② に該当する要素は除荷過程においてその要素の残留歪に達しても，他の要素の関係からさらに低歪域へと進んでいくので，この段階で (C.7) 式に示される圧縮応力状態になる．このときの要素数を q とおく．なお k, m, p, q の関係は以下のように関連付けられる．

$$k = m + p + q \quad (\text{C.8})$$

今，回復歪の小さいほうから順番に要素の序数を $1, 2, \dots, n$ とつけているので，これに従うと除荷過程における任意の歪 ε に対する応力 σ は以下のよう

$$\begin{aligned} \sigma = & \left(1 - \sum_{i=1}^k V_i\right) E\varepsilon + \sum_{i=1}^q V_i \left\{ E\varepsilon - \frac{E(E'' - E')}{E''} (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{ci}) \right\} \\ & + \sum_{i=q+1}^{p+q} V_i \left\{ E(\varepsilon + \varepsilon_{ci} - \varepsilon_{\max}) + \frac{EE'}{E''} (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{ci}) \right\} \\ & + \sum_{i=p+q+1}^{p+q+m} V_i \{ (E - E')\varepsilon_{ci} + (E' - E'')\varepsilon_{\max} + E''\varepsilon \} \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

これをさらに整理すると以下ようになる

$$\begin{aligned} \sigma = & \left(1 - \sum_{i=1}^k V_i\right) E\varepsilon + \sum_{i=1}^{p+q} V_i \left\{ E\varepsilon - \frac{E(E'' - E')}{E''} \varepsilon_{\max} \right\} + \frac{E(E'' - E')}{E''} \sum_{i=1}^{p+q} V_i \varepsilon_{ci} \\ & + \sum_{i=p+q+1}^{p+q+m} V_i \{ ((E' - E'')\varepsilon_{\max} + E''\varepsilon) + (E - E') \sum_{i=p+q+1}^{p+q+m} V_i \varepsilon_{ci} \} \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

C.2.4 回復歪と残留歪の密度関数・分布関数の導出

APPENDIX B で導出した損傷発生歪密度関数 $f(\varepsilon)$ と同様に回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ および残留歪密度関数 $f_2(\varepsilon)$ を導出する．(C.4) 式，(C.6) 式より回復歪 ε_r と残留歪 ε_0 は損傷発生歪 ε_c への変数変換を規定している．仮に確率変数 x, y の間に $y = g(x)$ [$x = g^{-1}(y)$] の関係があり， x の密度関数 $f_a(x)$ が既知ならば， y の密

度関数 $f_b(y)$ は以下のように与えられる.

$$f_b(y) = f_a(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| \quad (C.11)$$

したがって, (C.4)式, (C.6)式より回復歪 ε_r と残留歪 ε_0 についての g^{-1} を求めるとそれぞれ以下ようになる. (ここで x は ε_c , y は ε_r , ε_0 に該当する.)

$$\varepsilon_c = \frac{E'' \varepsilon_r - (E'' - E') \varepsilon_{\max}}{E'} \quad (C.12)$$

$$\varepsilon_c = \frac{(E'' - E') \varepsilon_{\max} - E'' \varepsilon_0}{E'' - E'} \quad (C.13)$$

これより, (C.11)式を用いると回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon_r)$ および残留歪密度関数 $f_2(\varepsilon_0)$ は以下のように表せる.

$$f_1(\varepsilon_r) = \frac{E''}{E'} f\left(\frac{E'' \varepsilon_r - (E'' - E') \varepsilon_{\max}}{E'}\right) \quad (C.14)$$

$$f_2(\varepsilon_0) = \frac{E''}{E'' - E'} f\left(\frac{(E'' - E') \varepsilon_{\max} - E'' \varepsilon_0}{E'' - E'}\right) \quad (C.15)$$

(C.14)式中の ε_r , (C.15)式の ε_0 を独立変数としての ε とみると, 回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ および残留歪密度関数 $f_2(\varepsilon)$ は以下のように表せる.

$$f_1(\varepsilon) = \frac{E''}{E'} f\left(\frac{E'' \varepsilon - (E'' - E') \varepsilon_{\max}}{E'}\right) \quad (C.16)$$

$$f_2(\varepsilon) = \frac{E''}{E'' - E'} f\left(\frac{(E'' - E') \varepsilon_{\max} - E'' \varepsilon}{E'' - E'}\right) \quad (C.17)$$

次に回復歪と残留歪の分布関数の導出を行う. 回復歪分布関数 $F_1(\varepsilon)$ は回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ を ε に関して 0 から ε まで積分して以下のように得られる.

$$F_1(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon f_1(t) dt = \int_0^\varepsilon \frac{E''}{E'} f\left(\frac{E'' t - (E'' - E') \varepsilon_{\max}}{E'}\right) dt \quad (C.18)$$

ここで $s = \frac{E'' t - (E'' - E') \varepsilon_{\max}}{E'}$ とおくと, 回復歪分布関数 $F_1(\varepsilon)$ は最終的に損傷発生歪分布関数 $F(\varepsilon)$ を用いて以下のように表現できる.

$$F_1(\varepsilon) = \int_{\alpha_1}^{\beta_1} f(s) ds = F(\beta_1(\varepsilon)) - F(\alpha_1) \quad (C.19)$$

ここで (C.19) 式中の α_1, β_1 は, 以下のようになる.

$$\alpha_1 = -\frac{E'' - E'}{E'} \varepsilon_{\max} \quad \beta_1(\varepsilon) = -\frac{E'' - E'}{E'} \varepsilon_{\max} + \frac{E''}{E'} \varepsilon \quad (C.20)$$

$E'' > E'$ より α_1 は負の歪になるので, 分布関数としては定義できない範囲に設定されているので $F(\alpha_1) = 0$ と考える.

同様にして，残留歪分布関数 $F_2(\varepsilon)$ は損傷発生歪分布関数 $F(\varepsilon)$ を用いて以下のように表される．

$$F_2(\varepsilon) = \int_{\alpha_2}^{\beta_2} f(s)ds = F(\beta_2) - F(\alpha_2(\varepsilon)) \quad (C.21)$$

ここで(C.21)式中の α_2, β_2 は，以下のようになる．

$$\alpha_2(\varepsilon) = \frac{(E'' - E')\varepsilon_{\max} - E''\varepsilon}{E'' - E'} \quad \beta_2 = \varepsilon_{\max} \quad (C.22)$$

C.2.5 損傷発生歪・回復歪分布関数を用いた除荷過程の応力の推定

C.2.3 で除荷過程の応力状態を 4 つの段階に分けて，それぞれの段階に該当する要素数を定義した．これらの要素の体積分率を損傷発生歪密度関数，回復歪密度関数，残留歪密度関数を用いて表記する．

I に該当する $n - k$ 個の要素の体積分率は，損傷発生歪密度関数 $f(\varepsilon)$ のみで表記でき以下のように表される．

$$\left(1 - \sum_{i=1}^k V_i\right) = 1 - \int_0^{\varepsilon_{\max}} f(t)dt \quad (C.23)$$

II に該当する m 個の要素の体積分率は，損傷発生歪密度関数 $f(\varepsilon)$ と回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ で表記でき以下のようになる．

$$\sum_{i=p+q+1}^{p+q+m} V_i = \int_0^{\varepsilon_{\max}} f(t)dt - \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_1(t)dt \quad (C.24)$$

III-①に該当する p 個の要素の体積分率は，回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ と残留歪密度関数 $f_2(\varepsilon)$ で表記でき以下のようになる．

$$\sum_{i=q+1}^{p+q} V_i = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_1(t)dt - \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_2(t)dt \quad (C.25)$$

III-②に該当する q の要素の体積分率は，回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ と残留歪密度関数 $f_2(\varepsilon)$ のみで表記でき以下のようになる．

$$\sum_{i=1}^p V_i = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_2(t)dt \quad (C.26)$$

さらに(C.23)～(C.26)式から以下の関係が得られる．

$$\sum_{i=1}^{p+q} V_i \varepsilon_{ci} = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_1(t)tdt \quad (C.27)$$

$$\sum_{i=p+q+1}^{p+q+m} V_i \varepsilon_{ci} = \int_0^{\varepsilon_{\max}} f(t)tdt - \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_1(t)tdt \quad (C.28)$$

(C.23)式～(C.28)式を(C.10)式に代入して整理すると次式が得られる．

$$\begin{aligned} \sigma = E\varepsilon - \left\{ (E - E'')\varepsilon + (E'' - E')\varepsilon_{\max} \right\} \int_0^{\varepsilon_{\max}} f(t)dt + \left\{ (E - E'')\varepsilon - \frac{(E - E'')(E'' - E')}{E''}\varepsilon_{\max} \right\} \\ \times \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_1(t)dt + (E - E') \int_0^{\varepsilon_{\max}} f(t)tdt - \frac{E'(E - E'')}{E''} \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} f_1(t)tdt \end{aligned} \quad (C.29)$$

(C.29)式の形からわかるように，除荷曲線の推定には残留歪密度関数 $f_2(\varepsilon)$ を用いずに求めることができる．(C.29)式中の損傷発生歪密度関数 $f(\varepsilon)$ と回復歪密度関数 $f_1(\varepsilon)$ の部分をそれぞれ損傷発生歪密度関数 $F(\varepsilon)$ と回復歪密度関数 $F_1(\varepsilon)$ を用いて表記すると以下ようになる

$$\begin{aligned} \sigma = E\varepsilon - A(\varepsilon)F(\varepsilon_{\max}) + B(\varepsilon)[F_1(\varepsilon_{\max}) - F_1(\varepsilon)] + C \left[F(\varepsilon_{\max})\varepsilon_{\max} - \int_0^{\varepsilon_{\max}} F(t)dt \right] \\ - D \left[F_1(\varepsilon_{\max})\varepsilon_{\max} - F_1(\varepsilon)\varepsilon - \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{\max}} F_1(t)dt \right] \end{aligned} \quad (C.30)$$

ここで，(C.29)式中の $A(\varepsilon), B(\varepsilon), C, D$ は以下を示す．

$$A(\varepsilon) = (E - E'')\varepsilon + (E'' - E')\varepsilon_{\max} \quad (C.31)$$

$$B(\varepsilon) = (E - E'')\varepsilon - \frac{(E - E'')(E'' - E')}{E''}\varepsilon_{\max} \quad (C.32)$$

$$C = E - E'' \quad (C.33)$$

$$D = \frac{E'(E - E'')}{E''} \quad (C.34)$$

C.3 解析方法

C.3.1 応力 - 歪曲線

除荷過程の応力・歪に関するデータは，APPENDIX B で行われた多結晶黒鉛試験片の一軸圧縮応力試験中に得られたデータを用いた．得られた生データは，ノイズを多く含むデータなので，ベジェ曲線による平滑化を行い滑らかな応力 - 歪曲線を作成した．このベジェ曲線による平滑化をした応力 - 歪曲線の妥当性については，APPENDIX B の B.5.1 においてその妥当性が示されている．

C.3.2 除荷曲線の推定

C.3.1 で作成した応力 - 歪曲線の負荷過程のデータを用いて損傷発生歪分布関数 $F(\varepsilon)$ を求め (APPENDIX B の B.4.3 参照)，求めた $F(\varepsilon)$ から (C.19) 式を用いて回復歪分布関数 $F_1(\varepsilon)$ を求めた．これらの関数を用いて (C.30)～(C.34) 式より除荷過程における任意の歪 ε に対する応力を推定した．なお，除荷直後の要素のヤング率 E'' を $E' < E''$ を満たす適当な範囲で値を設定し，実測の除荷曲線に最も近い挙動を示す E'' の値について調べた．

推定の際の問題点として、回復歪分布関数 $F_1(\epsilon)$ は、 E'' の値により同一歪 ϵ に対応する $F(\epsilon)$ の値が変わるため、 E'' が変わるたびに各々の歪に対する $F_1(\epsilon)$ の値を $F(\epsilon)$ の対応する歪に直して探さなければならない。これは非常に手間がかかる上、有限の歪データに対する $F(\epsilon)$ のデータしか持たないため、ある歪に対する $F_1(\epsilon)$ の値を求める際、 $F(\epsilon)$ の対応する歪のデータが存在しない場合が想定される。これを防ぐために、得られた損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ を対数関数を使って近似する。 $F(\epsilon)$ は歪 ϵ に対して単調増加するはずなので、ある程度妥当な分布関数を描くことが可能となる。これにより、任意の歪に対する回復歪分布関数 $F_1(\epsilon)$ の値を $F(\epsilon)$ の対応する歪に変換して、その歪に先程求めた対数関数近似の式を適用して $F_1(\epsilon)$ の値を決定した。こうすることで、 E'' の値に対して柔軟に $F_1(\epsilon)$ の値を求めることが可能となった。ただし、対数関数による $F(\epsilon)$ の近似は損傷開始歪 ϵ_s から有効と考える。すなわち、 ϵ_s より小さな歪に対しては $F(\epsilon)=0$ とし、 $F_1(\epsilon)$ においても $F(\epsilon)$ に対応する歪が ϵ_s 以下の場合 $F_1(\epsilon)=0$ と考える。 ϵ_s の値は $\epsilon_s=0.6\%$ のとき最も妥当であると APPENDIX B において述べたが、本解析では比較のために ϵ_s を 0.1% と 0.6% に設定し、それぞれの場合において除荷曲線の推定を行った。

C.4 解析結果と考察

C.4.1 回復歪分布関数の推定

Fig.C.3 に損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ を対数関数で近似した結果を示す。比較のために損傷開始歪を $\epsilon_s=0.1\%$ と $\epsilon_s=0.6\%$ の場合について求めている。なお、負荷前および損傷発生後の微小要素のヤング率 E, E' の値については、 $\epsilon_s=0.1\%$ のとき $E=10(\text{GPa}), E'=1.1(\text{GPa})$ とし、 $\epsilon_s=0.6\%$ のとき、 $E=5.1(\text{GPa}), E'=1.1(\text{GPa})$ とした。近似前のデータは、 ϵ_s が $0.1\%, 0.6\%$ の双方場合とも若干のばらつきを持つ分布関数となるが、対数関数で近似するとばらつきがなくなる。ばらつきを失うことで、応力 - 歪曲線から真の損傷発生歪分布関数を推定しているとは言い難くはなる。しかし推定分布関数は、本来の特徴である歪に対して単調増加するという傾向を保っており、かつ相関係数も $R=0.99$ 以上と高い相関性を示している。よって、巨視的な挙動に対応する除荷曲線の推定を行うために分布関数を対数近似することは、有効であると考えられる。

Fig.C.4 は $\epsilon_s=0.6\%$ において、損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ を対数関数で近似した結果を用いて回復歪分布関数 $F_1(\epsilon)$ を求めた結果である。 E, E' の値は Fig.C.3 の場合と同様とし、これにより除荷直後の微小要素のヤング率 E'' の違いによる $F_1(\epsilon)$ の比較を行った。 E'' の値により若干値は異なり E'' の値が小さいほどより低歪側で分布を持ち、同じ歪では高確率側へシフトする傾向が得られた。全体的に見ると、どの E'' の場合においても、高歪域以外のほとんどの歪におい

て $F_1(\epsilon)=0$ となることがわかる．すなわち，各々の微小要素の回復歪はほとんど高歪域に分布していることがわかった．この傾向は後の除荷曲線を推定する上で，重大な影響を与える可能性を示唆している．

C.4.2 除荷曲線の推定結果

Fig.C.5 に異なる除荷直後の微小要素のヤング率 E'' による除荷曲線の推定結果の違いについて示す．(a)は $\epsilon_s=0.1\%$ ，(b)は $\epsilon_s=0.6\%$ の場合について示してある． E, E' の値はC.4.1の場合と同様で， $E=10(\text{GPa}), E'=1.1(\text{GPa})$ とした．全体的な傾向としては， E'' が大きくなるほど同一歪における応力の推定値は低応力側へシフトすることがわかった．損傷開始歪別に見ると $\epsilon_s=0.1\%$ の場合は，どの E'' においても低歪側にいくにしたがって実測値よりはるかに低応力側へと推定してしまうことがわかった．APPENDIX B の段階で $\epsilon_s=0.6\%$ を妥当と判断しているが，除荷曲線の推定において正しい損傷開始歪を用いなかった影響が顕著に出てしまったものと考えられる．このことから，妥当な損傷開始歪を用いなければ，多少パラメータの値を変えても有意な除荷曲線の推定はできないことがわかった．

また，高歪域においてほぼ直線的な単調増加の挙動から，上に凸の曲線挙動に切り替わる変曲点が確認された．この変曲点における歪は E'' が小さいほど低歪側にシフトし，曲率も増加する．この要因は，C.4.1 で示したように，回復歪分布関数が高歪域にのみ分布していることが挙げられる．この解釈が正しいのは，Fig.C.4 の異なる E'' による回復歪分布関数 $F_1(\epsilon)$ への影響を見れば明らかである． E'' が小さいほど $F_1(\epsilon)$ はより低歪側で分布を持ち，同じ歪では高確率側へシフトする．よって E'' が小さいほど回復歪分布関数 $F_1(\epsilon)$ の影響が大きくなり，上記のような推定曲線に変曲点を持つ挙動を示したものと考えられる．

$\epsilon_s=0.6\%$ の場合は，正しい損傷開始歪の値を用いているため，比較の実測値に近い除荷曲線を推定している．異なる E'' による回復歪分布関数 $F_1(\epsilon)$ への影響も小さく， $\epsilon_s=0.1\%$ の場合と比較して変曲点は明確でない．ただし，より良い除荷曲線の推定をするならば，負荷前の微小要素のヤング率 E を超えない範囲で大きな E'' を選択するのが，最も実測値に近い除荷曲線の推定結果になると考えられる．

以上より，AE 計測より得られる妥当な損傷開始歪 ϵ_s に基づいた損傷発生歪分布関数 $F(\epsilon)$ の推定を行い，得られたこの $F(\epsilon)$ を用い，回復歪分布 $F_1(\epsilon)$ の推定を経て除荷曲線の推定を行えば，比較妥当な除荷曲線の推定を行うことができることがわかった．

C.5 結言

本補足では APPENDIX B において推定した損傷発生歪密度関数が妥当であるかを別の観点から検証するために、負荷過程における応力 - 歪曲線から得た密度関数を用いて除荷曲線を推定する理論を示し、理論による除荷曲線と実測による除荷曲線との比較を行った。

除荷過程の微小要素の応力状態は 4 段階に分けられ、それぞれの段階に存在する要素の体積分率から任意の歪における応力が推定できる。この際、回復歪分布関数が必要になるが、これは負荷過程の応力 - 歪曲線から得られる損傷発生歪分布関数より得られる。回復歪分布関数は低・中歪域ではほとんど 0 で高歪域においてのみ 0 でない正の値を持つことがわかった。この回復歪分布関数の性質が除荷曲線の推定結果に影響し、高歪域においてほぼ直線的な単調増加の挙動から突然上に凸の曲線挙動に切り替わる瞬間が見受けられた。ただし、この影響度は損傷発生開始歪の設定値に大きく依存し、AE 計測により得られた損傷発生開始歪の値で除荷曲線の推定を行った際には、この影響はほとんど見られなかった。除荷直後の微小要素のヤング率 E'' は任意に設定することができるが、負荷前の微小要素のヤング率 E を超えない範囲で大きな値に設定する方がより実測値に近い挙動を示すことがわかった。しかしながら、最終的に実測値に近い除荷曲線の推定のためには、妥当な損傷発生開始歪の設定が最も重要な因子である。妥当でない値を設定した場合、実測値とは大きく異なる除荷曲線を推定してしまう反面、妥当な値を設定すると E'' の値によらず実測値に比較的近い除荷曲線を推定することができることがわかった。

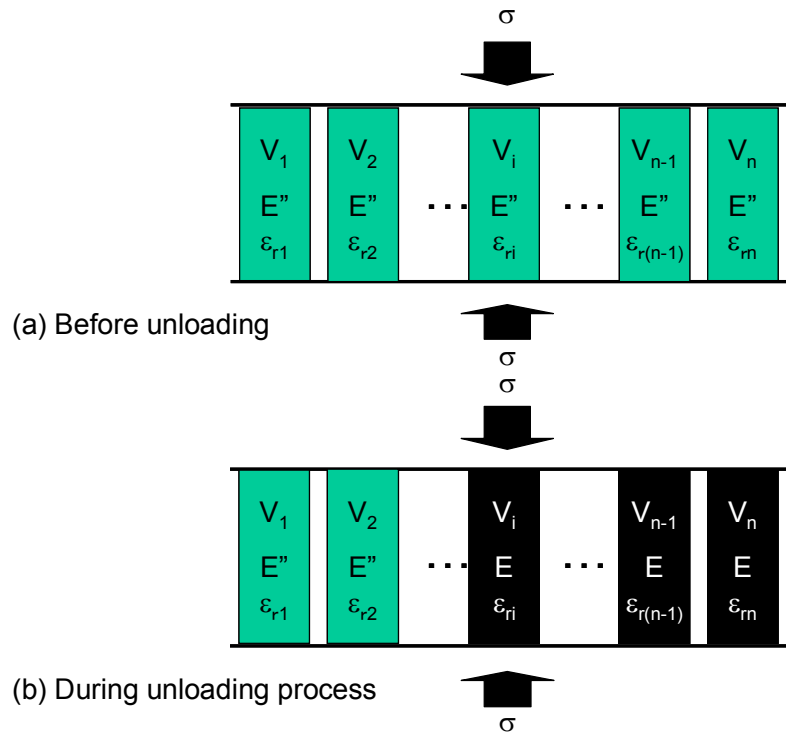


Fig.C.1 A parallel element model on damage recovering during an unloading process

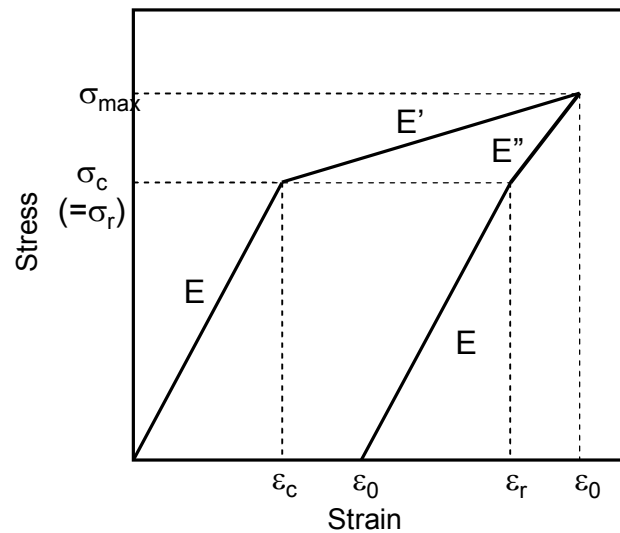


Fig.C.2 A change in Young's modulus for a unit element

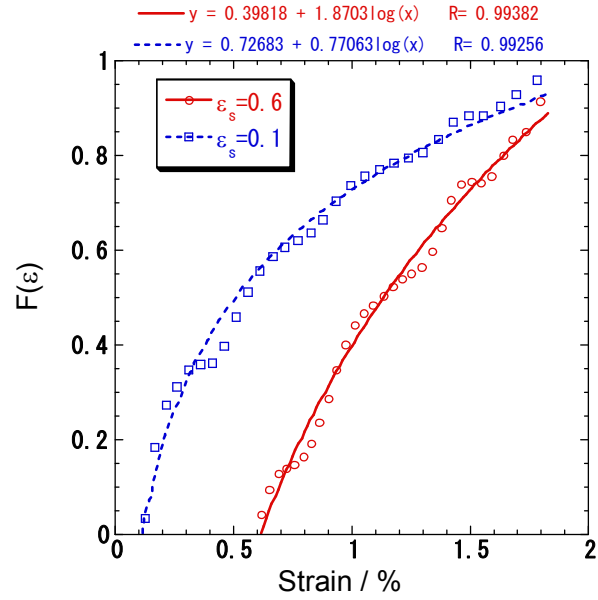


Fig.C.3 Approximation of damage strain distribution functions $F(\varepsilon)$ by utilizing logarithmic function

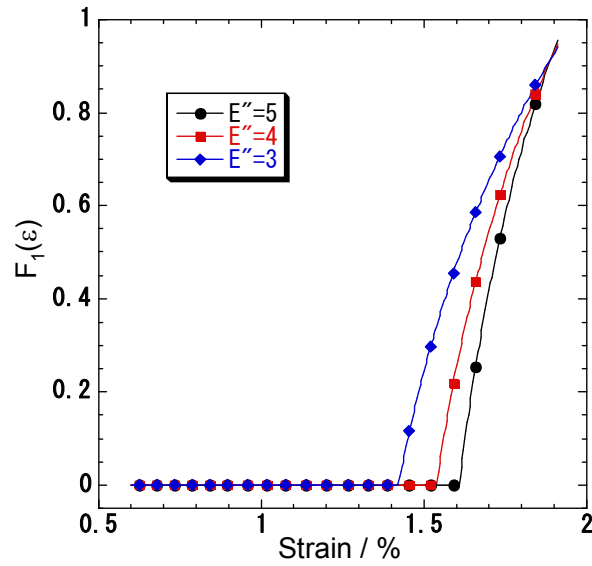


Fig.C.4 Damage recovering strain distribution functions by different Young's modulus E'' of a unit element ($\varepsilon_s=0.6\%$)

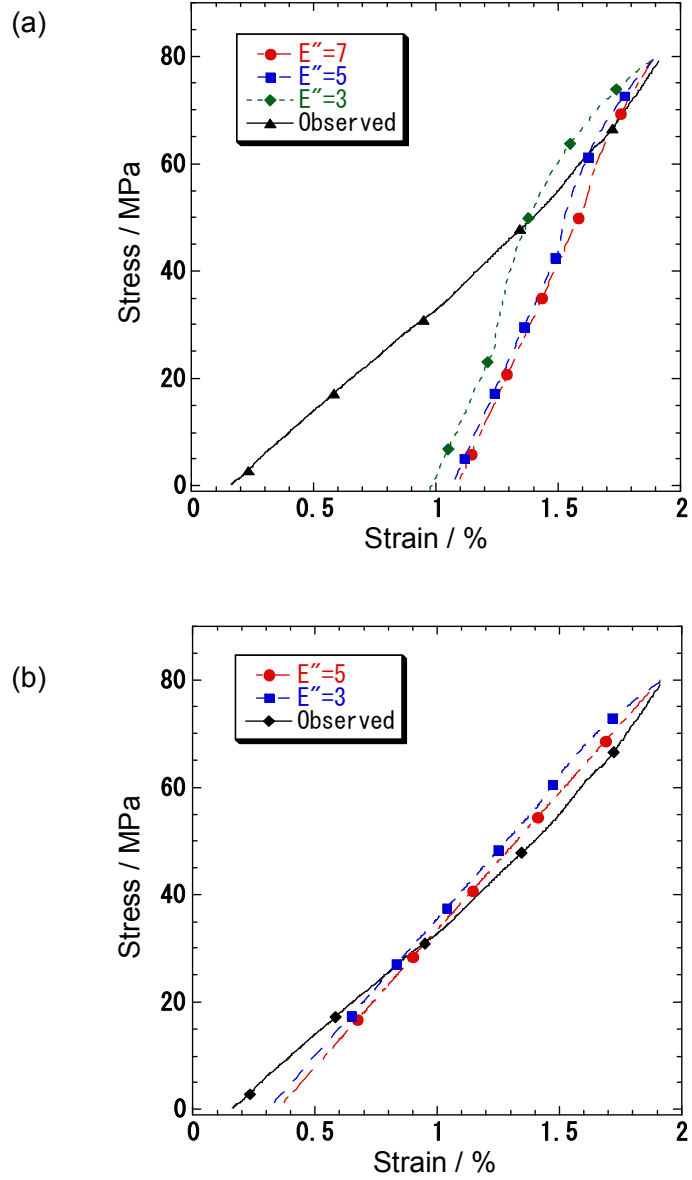


Fig.C.5 Estimation of unloading curves by different Young's modulus E'' of a unit element
(a) $\epsilon_s=0.1\%$ (b) $\epsilon_s=0.6\%$

本論文に関連した投稿論文一覧

- (1) 著者：○Ryoichi Furushima, Yohtaro Matsuo, Tadashi Shiota,
Kouichi Yasuda
題名：Evaluation of Damage for Alumina/graphite Refractory using
Apparent Sonic Velocity Measurement
掲載誌名：Key Engineering Materials, v.352 pp.31-34 (2007)
発行所：Trans Tech Publications Ltd
対応箇所：4 章

- (2) 著者：Ryoichi Furushima, Yohtaro Matsuo, Tadashi Shiota,
Kouichi Yasuda
題名：Damage evaluation of refractories under cyclic loading
-unloading processes using ultrasonic method
掲載誌名：Journal of Materials Science, v.42 n.20 pp.8552-8561 (2007)
発行所：Springer US
対応箇所：4 章

- (3) 著者：Ryoichi Furushima, Yohtaro Matsuo, Tadashi Shiota,
Kouichi Yasuda
題名：Changes in amplitude and phase of plane elastic waves due to
cylindrical inclusions
掲載誌名：Journal of Sound and Vibration (投稿中)
対応箇所：2 章・3 章

本論文に関連した学会による発表（口頭）一覧

- (1) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：超音波パルスエコー法による等方性黒鉛の機械的損傷評価
Evaluation of mechanically induced damages of isotropic graphite by means of ultrasonic pulse echo method
学会名：日本セラミックス協会 2004 年年会
場所：湘南工科大学 年・月：2004 年 3 月 22～24 日
対応箇所：4 章
- (2) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：粒子分散複合材料の負荷・除荷過程における音速変化
Sonic velocity change of particle-dispersed composite under load-unload process
学会名：日本セラミックス協会 第 17 回秋季シンポジウム
場所：北陸先端科学技術大学院大学 石川ハイテク交流センター
年・月：2004 年 9 月 17～19 日
対応箇所：4 章
- (3) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：アルミナ/黒鉛質耐火物の負荷・除荷過程における損傷形成
The damage mechanism of alumina/graphite composites under loading-unloading process
学会名：日本セラミックス協会 2005 年年会
場所：岡山大学 年・月：2005 年 3 月 22～24 日
対応箇所：4 章
- (4) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：繰り返し負荷・除荷試験におけるアルミナ/黒鉛質耐火物の音速および減衰率の変化
Change of apparent sonic velocity and attenuation behavior of alumina/graphite refractories under cyclic compression test
学会名：日本セラミックス協会 第 18 回秋季シンポジウム
場所：大阪府立大学 年・月：2005 年 9 月 27～29 日
対応箇所：4 章

- (5) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：耐火物の負荷・除荷過程における損傷の評価
Change of apparent sonic velocity and attenuation behavior of alumina/graphite refractories under cyclic compression test
学会名：日本セラミックス協会 2006 年年会
場所：東京大学（駒場キャンパス） 年・月：2006 年 3 月 14～16 日
対応箇所：4 章
- (5) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：応力 - 歪曲線による多結晶黒鉛の損傷評価
Damage evaluation of polycrystalline graphite by stress-strain curve analysis
学会名：日本セラミックス協会 第 19 回秋季シンポジウム
場所：山梨大学（甲府キャンパス） 年・月：2006 年 9 月 19～21 日
対応箇所：APPENDIX B
- (6) 発表者：○Ryoichi Furushima, Yohtaro Matsuo, Tadashi Shiota, Kouichi Yasuda
題名：Evaluation of Damage for Alumina/graphite Refractory using Apparent Sonic Velocity Measurement
学会名：The 3rd International Symposium on Advanced Ceramics (ISAC-3)
場所：Grand Copthorne Waterfront Hotel, SINGAPORE
年・月：2006 年 12 月 12～15 日
対応箇所：4 章
- (7) 発表者：○古嶋亮一 安田公一 松尾陽太郎 塩田忠
題名：多結晶黒鉛の損傷発生歪密度関数の決定法に関する考察
Determination of probability density function of damage strain for polycrystalline graphite materials
学会名：日本セラミックス協会 2007 年年会
場所：武蔵工業大学（世田谷キャンパス）
年・月：2007 年 3 月 21～23 日
対応箇所：APPENDIX B

- (8) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：一軸圧縮応力下におけるアルミナ/黒鉛質耐火物の損傷過程のモデル化
Modeling of Damage Process for Alumina/Graphite Refractory under uni-Axial Compressive Loading
場所：ピュアリティまきび（岡山市） 年・月：2007 年 4 月 18～19 日
対応箇所：4 章
- (9) 発表者：○古嶋亮一 安田公一 松尾陽太郎 塩田忠
題名：負荷過程の応力 - 歪曲線から予測した多結晶黒鉛の除荷曲線の妥当性の検証
Verification of the unloading curve for polycrystalline graphite estimated from stress-strain relation during loading
学会名：日本セラミックス協会 第 20 回秋季シンポジウム
場所：名古屋工業大学 年・月：2007 年 9 月 12～14 日
対応箇所：APPENDIX B,C
- (10) 発表者：○古嶋亮一 松尾陽太郎 塩田忠 安田公一
題名：円筒介在物による弾性散乱波の位相・振幅に関する理論解析
Theoretical analysis on amplitude change and phase shift of elastic scattering waves by cylindrical inclusions
学会名：第 15 回機械材料・材料加工技術講演会(M&P 2007)
場所：長岡技術科学大学 年・月：2007 年 11 月 17,18 日
対応箇所：2 章・3 章

謝辞

本研究は、東京工業大学 理工学研究科 材料工学専攻（無機材料分野）松尾・安田研究室で行われたものであり、研究の全期間を通じてご指導賜りました松尾陽太郎 教授に深く御礼申し上げます。また、安田公一准教授には、研究における様々な問題点に対するアプローチの仕方など研究者として必要なことを色々にご指導いただきました。本当に有難うございました。塩田忠 助教には研究内容から研究室での生活全般からにわたりご指導・お世話になりました。深く感謝致します。

本論文の審査にあたり、終止適切なご助言を賜りました東京工業大学大学院 理工学研究科 材料工学専攻 鶴見敬章教授，東京工業大学大学院 応用セラミックス研究所 安田榮一教授，東京工業大学大学院 応用セラミックス研究所 附属セキユアマテリアル研究センター 若井 史博教授に心より感謝致します。

本研究室の元教授の木村脩七 先生には、様々な研究のアドバイスを頂き、ご丁寧にも本論文の公聴会にも出席下さりました。本当に有難うございます。

東京工業大学大学院 理工学研究科 材料工学専攻 丸山俊夫教授，河村憲一准教授には博士コロキウムでの討論において貴重なご助言を頂きました深く感謝いたします。

東京工業大学大学院 応用セラミックス研究所 附属セキユアマテリアル研究センター 赤津隆 准教授，東京工業大学大学院 原子炉工学研究所 物質工学部門 矢野豊彦教授には、本論文をまとめるにあたり有益なご助言を賜りました。有難うございました。

東京工業大学 工学部 無機材料工学科 集積材料分野 Jeffrey S. Cross 准教授には論文投稿の際、多大なご協力とご助言を頂きました。心から御礼申し上げます。

東京工業大学大学院 理工学研究科 化学工学専攻 久保内 昌敏准教授には試料作製にあたり親切なご助言を頂き、酒井哲也助教には本研究を遂行するにあたり装置使用の便宜およびご指導を賜りました。有難うございました。

黒崎播磨株式会社の菅原光男 様には耐火物の年次講演会や本論文の公聴会などにご参加下さり、貴重な意見を頂きました。心より感謝致します。

ジャパンプローブ株式会社 馬場 比路志氏には、材料の超音波測定などのご協力を賜りました。感謝いたします。

(株)コニカミノルタ IJ 田中聡一氏には、本研究の一部をご協力いただきました。感謝致します。

試料をご提供して頂きました東洋炭素株式会社の桂木可晃 様，小西隆志 様，相馬俊一 様に深く御礼申し上げます。

東京工業大学 工学部 無機材料工学科の職員の皆様には，平素より適切なご助言を賜りました。有難うございました。

横浜国立大学 米屋勝利教授，多々見准教授には温かいご助言を賜りました。物質材料研究機構 西村総之氏，IHI 村田裕茂氏，日本原子力研究所 田口富嗣氏当研究室の先輩として様々なアドバイスを頂きました。心から御礼申し上げます。

最後に，随時ご助言ご協力を頂き，また，公私にわたりお世話になりました松尾・安田研究室の以下の方々に深く御礼申し上げます。

私がこの研究室に所属してから苦楽を共にした仲間である乾浩敏氏，伊藤仁一氏，岡本拓氏，橋本浩嗣氏，豊島康夫氏，松野梨紗氏，新井清健氏，橋本翔氏，福田亮氏，村上満洋氏，村田祥氏，新井智氏，林拓志氏，若林千智氏，池田健太郎氏，金井大志氏，梶河智史氏，柴田光浩氏，天明寛氏には心より感謝申し上げます。

このように私はかくも多くの方々に支えられて，本研究を遂行することができました。最後に改めて御礼を申したいと思います。本当に有難うございました。

平成 20 年 3 月

古嶋 亮一