

論文 / 著書情報
Article / Book Information

題目(和文)	超音速機の翼胴結合金具のロバストポロジ-最適探索手法
Title(English)	
著者(和文)	SHINHYUN JIN
Author(English)	HYUN JIN SHIN
出典(和文)	学位:博士(工学), 学位授与機関:東京工業大学, 報告番号:甲第9285号, 授与年月日:2013年9月25日, 学位の種別:課程博士, 審査員:轟 章,水谷 義弘,因幡 和晃,高橋 秀智,井上 裕嗣
Citation(English)	Degree:Doctor (Engineering), Conferring organization: Tokyo Institute of Technology, Report number:甲第9285号, Conferred date:2013/9/25, Degree Type:Course doctor, Examiner:,,,,,
学位種別(和文)	博士論文
Type(English)	Doctoral Thesis

平成 25 年度 学位論文

超音速機の翼胴結合金具の
ロバストトポロジー最適探索手法

平成 25 年 6 月

指導教員 轟 章 教授

水谷 義弘 准教授

東京工業大学 理工学研究科 機械物理工学専攻

10D51200 申 鉉眞

目 次

第1章	緒言	1
1.1	研究背景	2
1.2	超音速旅客機の翼胴結合金具	4
1.3	トポロジー最適化における複数荷重ケース問題	6
1.3.1	トポロジー最適化	6
1.3.2	複数荷重ケース問題	8
1.4	複数荷重ケース問題と多目的最適化問題	10
1.4.1	パレート解群の導出手法	12
1.4.2	複数荷重ケース問題におけるパレート解空間の可視化	14
1.5	研究目的	16
1.6	本論文の構成	17
	参考文献	18
第2章	SOM を用いたトポロジーの特徴による分類と最適化	23
2.1	緒言	24
2.2	SIMP 法を用いた多目的トポロジー最適解析	25
2.2.1	SIMP 法を用いたトポロジー最適化	25
2.2.2	複数荷重ケースにおける多目的トポロジー最適化	28
2.3	SOM を用いたトポロジーパレート解空間の可視化	30
2.3.1	自己組織化マップ(SOM)	30
2.3.2	トポロジー特徴の定義	34
2.3.3	クラスタリング	36
2.4	SST の翼胴結合金具のトポロジー最適解の探索問題	38
2.4.1	3次元 SST の翼胴結合金具モデル	38
2.4.2	複数荷重ケースにおける金具モデルトポロジー最適化問題	40
2.4.3	トポロジー分類結果	47
2.5	結言	62
	参考文献	63

第3章 ロバストトポロジーの探索手法 65

3.1	緒言	66
3.2	提案するロバストトポロジー最適解の探索手法	68
3.3	GA を用いた多目的トポロジー最適化	70
3.3.1	トポロジー表現法	70
3.3.2	Bar-system 表現法による多目的 GA トポロジー最適化	73
3.3.3	アカーブを用いた NSGA-II	77
3.3.4	Cantilever beam 最適化問題	79
3.4	荷重変動を考慮した荷重ケースの設定	82
3.4.1	荷重の負荷方向の変動	82
3.4.2	荷重の大きさの変動	85
3.5	SOM による代表トポロジーの選出	86
3.6	ロバスト性の評価	90
3.6.1	Monte Carlo 解析	90
3.6.2	Kriging Surrogate model	94
3.7	SST の翼胴結合金具のロバストトポロジー最適解の探索問題	99
3.7.1	2次元 SST の翼胴結合金具モデル	99
3.7.2	複数荷重ケースにおける金具モデルトポロジー最適化問題	101
3.7.3	トポロジーの分類結果	106
3.7.4	SOM によるロバスト性能空間の可視化結果	107
3.7.5	ロバストトポロジーの探索	111
3.7.6	トポロジーとロバスト性能間の関係	113
3.8	結言	119
	参考文献	121

第4章 エリート初期集団 GA を用いるトポロジー最適化の高効率化 125

4.1	緒言	126
4.2	提案手法	128
4.2.1	エリート初期集団法	128
4.2.2	類似個体の生成	130
4.3	単一荷重ケースのトポロジー最適化問題による検証	133
4.3.1	検証モデル	135
4.3.2	結果と考察	136

4.4	複数荷重ケースのトポロジー最適化問題による検証.....	142
4.4.1	検証モデル.....	144
4.4.2	多目的最適化における評価基準.....	146
4.4.3	結果と考察.....	148
4.5	結言.....	155
	参考文献.....	156
第5章 結言.....		157
付録.....		163
A.	遺伝的アルゴリズムの交叉, 突然変異方法.....	164
B.	自由度調整済み決定係数.....	167
C.	トポロジー最適化における体積制約.....	169
業績一覧.....		171
謝辞.....		173

第 1 章

緒言

1.1 研究背景

近年、増加する航空輸送量と高速化の要求に応えるため、次世代の超音速旅客機(SST)の検討が各国で進められている。高騰する原油価格や、騒音や排出制限の厳格化に伴って、次世代の超音速旅客機においては高速性だけではなく、経済性と環境適合性等も含めて多様な性能が要求されている^(1.1)。

超音速旅客機などの高速飛翔体の設計において、上記の様々な性能を満足するために、機体重量の軽減は最も重要な課題の一つである。機体重量の低減および空力性能向上の双方を両立させる構造として、薄翼構造が必要になる^(1.2)。この翼構造では、超音速機の胴体内部の空間に余裕がないため、一般的な航空機構造のトルクボックス構造をとることができない。そのため、サンドイッチ構造に埋め込まれた複数の桁を胴体に取り付ける構造をならざるを得ない。このような構造では、主翼を胴体に結合する翼胴結合金具が必要になり、この金具も軽量化が要求される。しかし、翼胴結合金具の軽量化においては、翼内部構造の限定されたスペースによる小さい設計空間および飛行時に負荷される曲げモーメント、せん断力、ねじりモーメントなどの様々な荷重を考慮しなければならない。このような設計問題の解法として、一定の設計空間の中で最適な構造のレイアウトを探索するトポロジー最適化手法が広く用いられる^(1.3-8)。特に、荷重が複数ある場合のトポロジー最適化は複数荷重ケース問題として多目的最適化問題になる。

一方、空力荷重による様々な荷重には、大きさおよび負荷方向に変動があり、その変動を考慮した設計が必要である。しかし、一般的なトポロジー最適化方法を用い得られるトポロジー最適解は、荷重に変動がある場合、その構造性能が変動に対して著しく落ち、不十分である問題点がある^(1.9-12)。そのため、荷重に存在する変動まで考慮したロバストトポロジー最適化が必要である。そのロバストトポロジー最適化として様々な手法が提案されている。一般的なロバスト最適化では、連続的な変動確率を離散化し、複数荷重ケース問題にすることで、決定論的な問題に変換する^(1.9-13)。このロバストトポロジー最適化において複数荷重ケース問題は最も重要な役割をする。

複数荷重ケース問題は各荷重に対する剛性最大化を目的関数とすることから、本質的に多目的最適化問題であるため、多目的最適化問題として大きく 2 つの目的を持つ。まず、パレート解と呼ばれる多数の最適解集合を求めるのが第 1 の目的である。その他に目的関数間のトレードオフ関係や設計パラメータ間の関係を明らかにするのが第 2 の目的である^(1,14)。工学的な観点から、多数のパレート解から一つの最適解を設計者が選択しなければならない。そのため、多数のパレート解群から適切な設計案を決定するためには、各々のパレート解をよく理解することは必要不可欠なことである。すなわち、設計に有益な情報を創造し、その有益な情報をパレート解集合と共に設計者に提供することが望ましい。しかしながら、従来のロバストトポロジー最適化手法では、単に一つの最適解を求めることに留まっているため、パレート解群の導出に不十分であり、最適解に対して十分な情報や知見が得られない問題点がある。

このような背景から、超音速旅客機の翼胴結合金具の実用的な設計を行うため、複数荷重ケース問題を多目的最適化問題としてアプローチする必要がある。そこで本研究では、複数荷重ケース問題に対して設計に有益な情報が得られる効果的な手法を提案した。また、提案手法を荷重変動まで考慮したロバストトポロジー最適化まで適用することで、実用的なロバストトポロジー最適化手法の開発を試みた。

1.2 超音速旅客機の翼胴結合金具

イギリスとフランスが共同開発したコンコルド超音速旅客機の商用定期運航が2003年に終了した。それはソニックブームなどの環境適合性および経済性の不足が原因であった。その後、超音速の民間航空機は未だに現われていない。しかしながら近年、比較的小型のSSTを対象とする研究開発の計画が欧米において再開されている。日本の宇宙航空研究開発機構（JAXA）においても、「静粛超音速機技術の研究開発」プロジェクトにより、SSTの開発が進められている^(1.15)。

コンコルドの失敗からも分かるように、次世代の超音速旅客機では、高速性だけでなく、経済性および環境適合性が要求される^(1.15,49,50)。超音速旅客機などの高速飛翔体の設計において、上記の様々な性能を満足するために、機体重量の軽減は最も重要な課題の一つである。

機体重量の低減および空力性能向上の双方を両立させるため、超音速機では薄翼が用いられる^(1.2)。この翼構造では、主翼の軽量化および超音速機の胴体内部の空間に余裕がないため、一般的な航空機構造のトルクボックス構造をとることができない。そのため、サンドイッチ構造に埋め込まれた複数の桁を胴体に取り付ける構造をならざるを得ない。

このような構造では、主翼を胴体に結合する翼胴結合金具（図1.1参照）が必

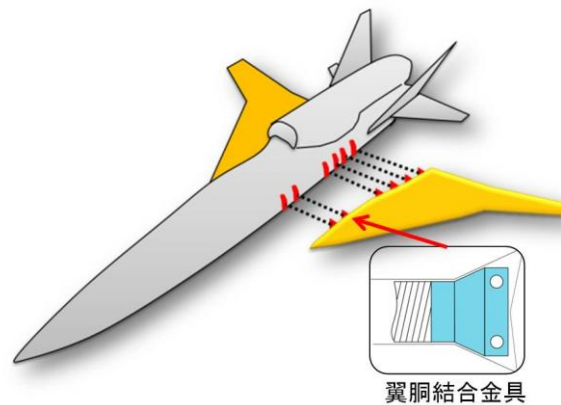


Fig. 1.1 The lug structure between main wing and body of airplane

要になる．主翼重量低減のため，翼胴結合金具においても，軽量化が要求される．しかし，翼胴結合金具の軽量化においては，翼内部構造の限定されたスペースによる小さい設計空間および飛行時に負荷される様々な荷重を考慮しなければならない．さらに，空力荷重による曲げモーメント，せん断力，ねじりモーメントなどの荷重では変動があり，その変動まで考慮した設計が求められている．

1.3 トポロジー最適化における複数荷重ケース問題

1.3.1 トポロジー最適化

トポロジー最適化とは、構造最適化方法の中で最も自由度の高い構造最適化方法であり、一定の設計空間の中で与えられた荷重に対して最適な構造のレイアウトを探索手法である（図 1.2 参照）^(1.16,17)。

トポロジー最適化の代表的な手法として、均質化法^(1.18)、SIMP 法（あるいは密度法）^(1.19)、レベルセット法^(1.20~23)がある。これらの方法は決定論的な最適化方法であり、目的関数の勾配（あるいは感度）を用いる。そのため、計算効率がよく、局所最適解なら正確に求まるなどの利点がある。しかし、勾配法に基づくトポロジー最適化では、設計のパラメータおよび最適化問題における初期設計解などの設定により局所最適解に落ちる問題があり、一義的な解が得られない問題がある^(1.16)。

そこで、ロバストかつグローバルな探索が可能な遺伝的アルゴリズムを用いたトポロジー最適化が提案されている^(1.24~37)。遺伝的アルゴリズムは進化論を模倣した計算手法であり、確率論的な最適化手法である^(1.38)。計算候補からなる集団を目的関数に応じた適応度を与え、遺伝的な交差および突然変異を施し、最適な子孫を探索する手法である。遺伝的アルゴリズムは目的関数の感度を用いないため、目的関数が微分不可能な最適化問題にも適用可能である利点がある。

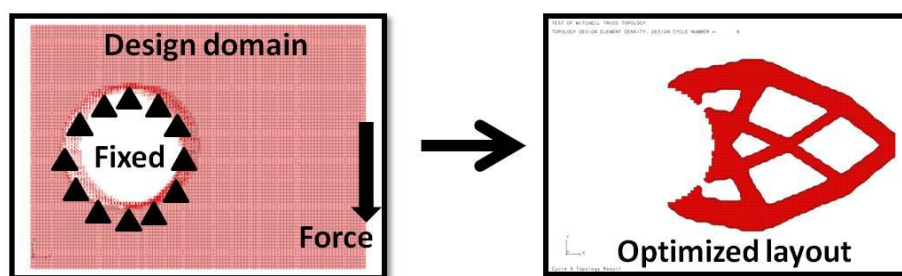


Fig. 1.2 Example of topology optimization

しかし、多数の個体を同時に進化させながら探索するため、目的関数の評価回数が多くなり高計算コストになる問題点がある。

1.3.2 複数荷重ケース問題

超音速旅客機の翼胴結合金具の軽量化設計において、金具の最適な構造のレイアウトを求めるために、トポロジー最適化は有効な手法である。しかし一般的な構造において一つの荷重だけではなく複数の荷重が負荷されるように、翼胴結合金具においても、一つの荷重だけではなく複数の荷重が複雑に負荷される。そのため、トポロジー最適化において複数荷重を考慮する複数荷重ケース問題は重要である。

前項で述べたように、翼胴結合金具に負荷される荷重には、荷重の大きさおよび負荷方向において変動が存在する。通常のトポロジー最適化において、その荷重変動を考慮しない場合、図 1.3 に示すようにその荷重変動に対して構造性能が著しく落ちる最適解が得られる可能性が高い^(1,39,40)。そのため、トポロジー最適化において、各荷重に存在する変動まで考慮したロバストトポロジー最適化手法が求められる。

荷重変動を考慮するロバストトポロジー最適化においては、複数荷重ケース問題は重要になる。連続的な荷重変動を直接扱うのは難しいため、連続的な荷重変動確率を離散化する方法が広く用いられるためである^(1,9~13)。このように、連続的な荷重変動をサンプリングや近似手法により、複数荷重ケース問題に変換すると、最適化問題は簡単かつ計算が低減できる。以下に従来のロバストトポロジー最適化手法について詳細に説明する。

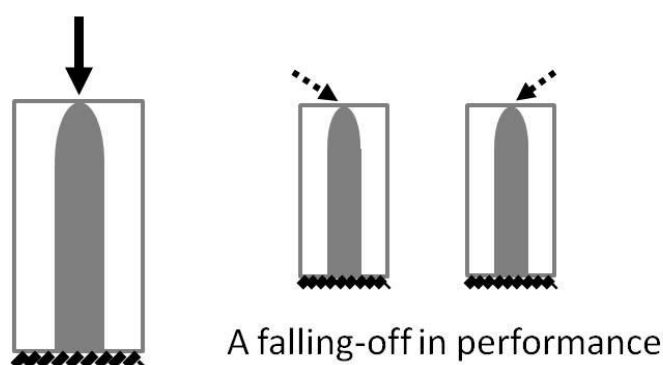


Fig. 1.3 Example of topology that has a falling off in performance in case of loading uncertainty

従来のロバストトポロジー最適化

荷重変動を考慮した従来のロバストトポロジー最適化として、様々な手法が提案されている。その多くは複数荷重ケース問題に変換して、各荷重ケースに対するコンプライアンスを最小化する手法に基づいている。代表的な手法として、Minimax 方法^(1.3)がある。最悪ケース設計手法と呼ばれるこの方法は、複数荷重ケースに対して Minimax 方法を用い最大のコンプライアンスを持つ荷重ケースを最小化する。すなわち、ロバスト性能として最悪荷重ケースのコンプライアンスを基準とし、最悪なケースにおいても安全に設計することである。しかしこの方法では、最適解として過剰に保守的な最適解が得られる可能性を有している^(1.12)。

最悪ケース方法が有する問題点の解法として、荷重変動に対するコンプライアンスの期待値を目的関数とする Average 手法が提案されている。最悪なケースを用いる場合に保守的な解が得られることを防止するために、変動に対する平均的な構造性能の指標とすることである。そのため、多数の荷重ケースによりコンプライアンスの期待値を近似する方法や荷重変動を正規分布と仮定しコンプライアンスの期待値を計算する方法等がある^(1.11,12)。近年、コンプライアンスの分散まで目的関数とする minimum variance-expected compliance モデルが広く用いられている^(1.9-10,11,13)。

このように、従来のロバストトポロジー最適化は、上述したそれぞれの手法により複数荷重ケース問題の解空間内のロバスト解を探索することに他ならない。このことは、ロバストトポロジーは複数荷重ケース問題における多数の解に存在することを意味する。以上のことにより、荷重変動を考慮するトポロジー最適化問題において複数荷重ケース問題は重要な役割をする。

1.4 複数荷重ケース問題と多目的最適化問題

前節で示したように、翼胴結合金具の設計において複数の荷重およびその変動を考慮した最適化を行うために複数荷重ケース問題が重要であることを述べた。その複数荷重ケース問題は多数の目的関数を持つため、本質的に多目的最適化問題である。そこで本節では、多目的最適化問題の目的について述べる。

一般的に多目的最適化問題では、複数の目的関数を同時に満足可能である唯一の最適解が得られる場合より、複数の最適解を有する場合が多い。トポロジー最適化においても、2つ以上の独立な荷重が構造に負荷される場合、複数荷重ケース問題になり、その場合、パレート解という多数の最適解が存在する。パレート解とは、ある目的関数を向上させるためには少なくとも1つ他の目的関数を改悪せざるを得ない解を意味する(図 1.4 参照)。ここで、最終的な設計の段階において選択可能な最適構造の候補が多くなると設計の自由度がより高くなるため、多目的最適化問題において可能な限り多数のパレート解群を求めることは望ましい。そのため、多目的最適化問題においてパレート解群の導出は最も重要な目的である^(1.14)。

多目的最適化問題において多数のパレート解群を探索することも重要な目的であるが、それに加えて得られたパレート解群から目的関数間のトレードオフ

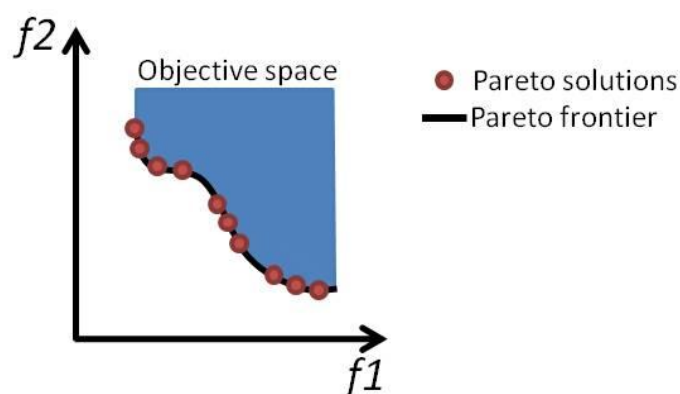


Fig. 1.4 Illustration of Pareto solutions in the objective function space

関係および設計変数との相関関係などの設計に重要な情報を引き出すデータマイニングも重要な多目的最適化問題での目的である^(1,14)。データマイニングとは、データの爆発的大量化に対応してビジネスの現場で磨かれてきたデータ処理法の総称であり、大量の情報の山から意味のある結果を求める一連の作業を意味する。トレードオフ関係および設計変数との相関関係を正確に理解することは、多数のパレート解群から一つの適切な設計案を決定する際に、最も重要な情報になる。さらに、これらの情報は得られた最適解についてより詳細な検討を可能にする。

次項にて現状の多目的（複数荷重）トポロジー最適化問題におけるパレート解群の導出方法とデータマイニング方法について述べる。

1.4.1 パレート解群の導出手法

多目的トポロジー最適化における解法はスカラー化手法と多目的遺伝的アルゴリズム方法に大別できる。勾配法に基づくトポロジー最適化はスカラー化手法^(1.41)が、遺伝的アルゴリズムに基づくトポロジー最適化は多目的遺伝的アルゴリズム^(1.42)が用いられる。以下にそれぞれの手法について説明する。

● スカラー化手法

多目的トポロジー最適化問題において最も広く用いられる代表的な方法は、スカラー化手法の一種である重み付き線形和法である。重み付き線形和法は、各々目的関数にそれぞれ重みをかけ、線形和することにより、単一目的関数に変換する方法である。この方法は多目的最適化問題が簡単に単一目的関数に変換されるため、実行が簡単である利点を持つ。そのため、主に勾配法に基づくトポロジー最適化手法が重み付き線形和法と一緒に用いられる。

しかし、重み付き線形和法はいくつの問題点を持つ^(1.43,44)。図 1.5 に示すように、重み付けされた単一目的最適解はパレート解の 1 点に対応しており、そのときの重み付けは目的関数のトレードオフ関係に対応しているため、トレードオフ関係に従い、あらかじめ適切な重みを付ける必要がある。しかし、あらかじめ目的関数間のトレードオフ情報が分からないため、適切な重みの決定は困

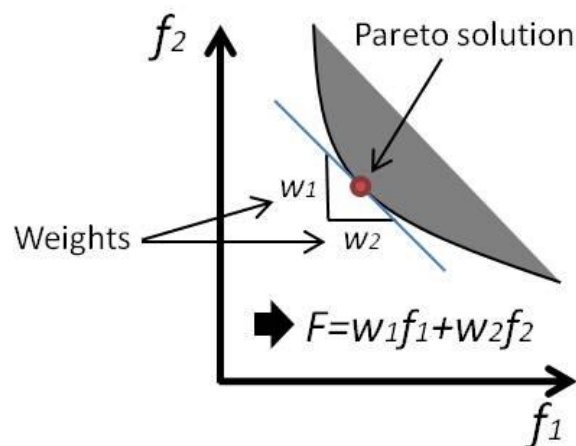


Fig. 1.5 Illustration of the weighted sum approach on a convex Pareto-optimal front

難である。また、多数のパレート解を求めるためには、重み付けを変えながら重みが異なる単一目的関数最適化問題を解いて、一つ一つ地道に求めて行くしかない。なお、均等な重みを用いても目的関数空間上で均等に分布したパレート解が得られない。さらに、目的関数の空間が凸ではない形状を持つ場合には、全てのパレート解を得ることができない問題点も併せ持つ^(1.43,45)。

● 多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm)

遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm : GA)は、本質的に多数の個体を同時に進化させながら最適解を求める最適化手法である。多点を同時に探索することが可能であるため^(1.38)、このことから多目的最適化問題において多数のパレート解群が一回の解析で得られる利点を持つ。また、適応度の優劣関係によるパレート順序(Pareto order)に従い、優れる個体には高い適応度を付与するため、目的関数が凸ではない形状においても、理論上全てのパレート解群が求められる^(1.42)。そのため、重み付き線形和方法のように、重みなどを事前に設定する必要がない。

一般に遺伝的アルゴリズムを用いると目的関数の評価回数が多くなるため、単一目的 GA は通常の勾配法に基づく手法と比べ効率が落ちる^(1.38,46)。しかし、多数のパレート解を同時に求める必要がある多目的最適化問題になると、計算コストが必要とするパレート解の数に応じて線形的に増えるスカラー化手法より非効率的とは言えない。また、多点同時探索を行うため、並列計算が可能であるため、並列計算手法により多目的遺伝的アルゴリズムの効率を向上されることは可能である。しかしながら、その点を考慮しても通常の勾配法より目的関数の評価回数が多いため、遺伝的アルゴリズムにおける計算コストの低減が要求される。よって、多目的遺伝的アルゴリズムの更なる高効率化は重要な課題となる。

以上のことから本論文では、複数荷重ケース問題においてより効率的にパレート解群が導出可能な手法について検討を行う。

1.4.2 複数荷重ケース問題におけるパレート解空間の可視化

多目的最適化において複数の目的関数間で存在するトレードオフ関係を明確にするためには、データマイニングは重要である^(1.14,47)。一般的にトレードオフ関係を調査するために、目的関数空間をそのまま図示する方法が用いられる。図 1.6 に示すように従来の簡単な目的関数の図示法では、2次元までは簡単に図示できるが、3次元以上になると困難になる。さらに、目的関数だけではなく設計変数も高次元のデータである場合、そのデータを人間が瞬時に理解することは困難である。したがって、高次元データの可視化が優れるデータマイニング手法が求められる。

近年では、データマイニング手法の一種である自己組織化マップ (Self-Organizing Map : SOM) を用いた可視化手法が提案されている^(1.48)。SOM は教師なし (予備知識なし) 学習のアルゴリズムを用いるニューラルネットモデルである。SOM では、入力データをそのデータ間に存在する類似度を保持しながら 2次元上に射影する。人間が理解し易い低次元で高次元の入力データを射影するため、高次元データの中に存在する傾向や相関関係の発見が簡単にできる利点を持つ。

トポロジー最適化における複数荷重ケース問題において目的関数および設計

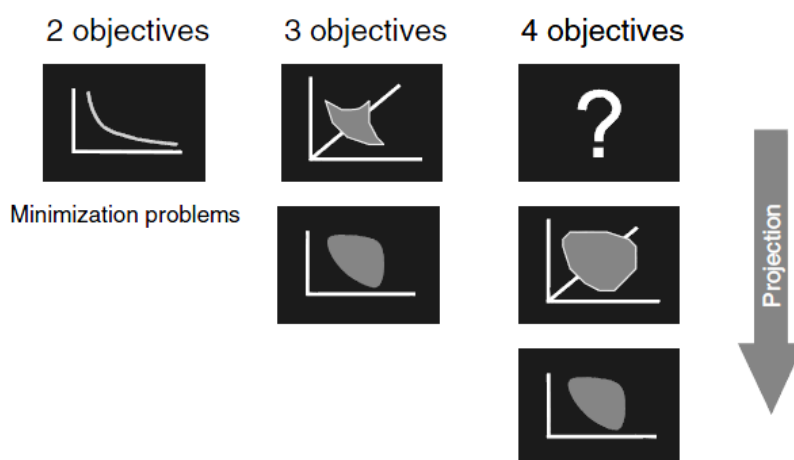


Fig. 1.6 Visualization of Pareto front^(1.47)

変数との関係を調査するためには、多目的トポロジー最適化における多数のパレート解群を検討する必要がある、またそのパレート解群空間を可視化する必要がある。一般的に複数荷重ケース問題における目的関数は3個以上になる。また、ロバストトポロジー最適化においては、ロバスト性能まで考慮しなければならないため、従来の簡単な図示法では不十分である。特にトポロジー最適化では、最適解として「トポロジー」という人間が説明し難い高次元データを扱う。そのため、大量でかつ高次元データを効率的に処理可能なデータマイニング手法が要求される。そこで本研究では、トポロジー最適化における多数のパレート解空間の可視化に自己組織化マップを用いる手法を検討する。

1.5 研究目的

本研究では、超音速旅客機の翼胴結合金具を対象とし、複数の荷重およびその変動を考慮した翼胴結合金具のトポロジー最適化手法を提案する。複数の荷重およびその変動を考慮したトポロジー最適化手法において、複数荷重ケース問題は最も重要な役割をする。この複数荷重ケース問題は本質的に多目的最適化問題であることに着目し、多数のパレート解群の導出およびデータマイニングに優れる手法の提案および提案手法の高効率化に焦点を合わせた。

本質的に多目的最適化であるトポロジー最適化における複数荷重ケース問題では、パレート解群および効率的なデータマイニング手法が実用的な設計手法という観点から要求される。これまでの研究において複数荷重ケース問題におけるパレート解群の導出は不十分である。また、データマイニングまでは考慮されておらず、トポロジー最適化から得られたトポロジーは十分に検討されていない。

以上の問題点から本研究では、実用性および効率の高い複数荷重ケースを考慮したトポロジー最適化手法を提案し、翼胴結合金具に適用するために下記の点について検討を行う。

- (1) 高次元データであるトポロジーパレート解群に対する有効なデータマイニング手法の検討を行う。
- (2) ロバストトポロジー最適化においてロバスト解は複数荷重ケースの解空間内である可能性が高いことに着目し、多目的最適化問題に適する多目的遺伝的アルゴリズムを用いてロバストトポロジーパレート最適解を探索する手法の検討を行う。
- (3) ロバストトポロジーパレート最適解空間の可視化をすることで、目的関数およびトポロジー間の関係について詳細に検討を行う。
- (4) 遺伝的アルゴリズムを用いた複数荷重ケース問題においては、計算コストの低減が課題である。そのため、複数荷重ケース問題における遺伝的アルゴリズムを用いたトポロジー最適化の効率を向上させる手法の検討を行う。

1.6 本論文の構成

第1章「緒言」

本研究の背景，従来研究の課題をあげ，本研究の目的について詳しく述べた．まず，超音速機の翼胴結合金具に必要なトポロジー最適化問題について述べた．その翼胴結合金具に対するトポロジー最適化において最も重要な複数荷重ケース問題は本質的に多目的最適化問題であることを示した．そして，多目的最適化問題としての翼胴結合金具に対するトポロジー最適化手法の課題を述べたのち，本研究の目的を記した．

第2章「SOMを用いたトポロジーの特徴による分類と最適化」

複数荷重ケース問題におけるパレート解群の可視化手法として，SOMを用いる手法を提案し，その有効性を検証した．

第3章「ロバストトポロジーの探索手法」

複数の荷重及びその変動を考慮したトポロジー最適化手法に対して，ロバストトポロジー最適化は本質的に多目的最適化問題であることに着目し，複数荷重ケース問題に対して多目的遺伝的アルゴリズムを用い多数のパレート解群の導出する手法を提案した．また，第2章で提案した自己組織化マップによりトポロジーパレート解群空間を可視化することでデータマイニングに優れるロバストトポロジー最適化手法を提案した．

第4章「エリート初期集団 GA を用いるトポロジー最適化の高効率化」

多目的遺伝的アルゴリズムを用いたトポロジー最適化の高効率化のために，エリート初期集団を用いる手法を提案し，その有効性を検証した．

第5章「結論」

各章で得られた結果をまとめ，本論文の成果を述べる．

1.8 参考文献

- (1.1) Smith. H., A review of supersonic business jet design Issues, *THE AERONAUTICAL JOURNAL*, **111**-1126, 2007, pp.761-776.
- (1.2) 若松祐樹, 鈴木宏二郎, 超音速旅客機結合翼の空力特性に関する数値解析, 平成 24 年度修士論文 (東京大学大学院, 新領域創成科学研究科, 先端エネルギー専攻), 2012.
- (1.3) Rozvany, G. I. N. Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **21**-2, 2001, pp.90-108.
- (1.4) Leiva, J. P., Watson, B. C., Kosaka, I., Modern structural optimization concepts applied to topology optimization, *Proceedings of the 40th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference. St. Louis, MO.* 1999, pp.1589-1596.
- (1.5) Eschenauer, Hans A., and Niels Olhoff, Topology optimization of continuum structures: a review, *Applied Mechanics Reviews*, **54**, 2001, pp.331-390.
- (1.6) 西脇眞二, 形状・トポロジー最適化の基礎 (WS-1 製品開発設計の自動化と最適化 (1)), *関西支部講演会講演論文集*, 2008.83
- (1.7) 西脇眞二, K12 形状・トポロジー最適化の最前線 (基調講演, 21 世紀地球環境革命の機械工学: 人・マイクロナノ・エネルギー・環境), *年次大会講演資料集*, 2008.9, pp.438-439.
- (1.8) 細井寛哲, 橋村徹, 泉耕一郎, アルミ鍛造サスペンション部材設計への最適化技術の適用 (特集 素形材), *R&D 神戸製鋼技報* **60.2** (2010): pp.84-89.
- (1.9) Carrasco, Miguel, Benjamin Ivorra, and Angel Manuel Ramos. "A variance-expected compliance model for structural optimization." *Journal of optimization theory and applications* **152.1** (2012): pp.136-151.
- (1.10) Carrasco, Miguel, et al. "A variance-expected compliance approach for topology optimization." *CD-ROM Proceedings of the ENGOPT 2010*

- Conference. Instituto Superior Técnico, Lisboa. 2010.*
- (1.11) Dunning, Peter D., H. Alicia Kim, and Glen Mullineux. "Introducing Loading Uncertainty in Topology Optimization." *AIAA journal* 49.4 (2011): pp.760-768.
- (1.12) Dunning, Peter D., and H. Alicia Kim. "Robust Topology Optimisation for Expected Compliance and Variance Using Level-Set Method." (2012).
- (1.13) Calafiore, Giuseppe C., and Fabrizio Dabbene. "Optimization under uncertainty with applications to design of truss structures." *Structural and Multidisciplinary Optimization* 35.3 (2008): pp.189-200.
- (1.14) Jeong, Shinkyu, Kazuhisa Chiba, and Shigeru Obayashi. "Data mining for aerodynamic design space." *Journal of aerospace computing, information, and communication* 2.11 (2005): pp.452-469.
- (1.15) 大貫武, 静粛超音速機技術の研究開発計画, 次世代 SST・国産旅客機シンポジウム予稿集, 2007, pp.9-12.
- (1.16) Bendsoe, Martin Philip, and Ole Sigmund. *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer Verlag, 2003.
- (1.17) Rozvany, George IN. *Topology optimization in structural mechanics*. No. 374. Springer Verlag, 1997.
- (1.18) Bendsøe, Martin Philip, and Noboru Kikuchi. "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method." *Computer methods in applied mechanics and engineering* 71.2 (1988): 197-224.
- (1.19) Bendsøe, Martin Philip. "Optimal shape design as a material distribution problem." *Structural Optimization* 1.4 (1989): 193-202.
- (1.20) Wei, Peng, and Michael Yu Wang. "Piecewise constant level set method for structural topology optimization." *International journal for numerical methods in engineering* 78.4 (2009): 379-402.
- (1.21) Yamada, Takayuki, et al. "A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 199.45 (2010): 2876-2891.
- (1.22) 山田崇恭, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, “レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポ

- ロジー最適化”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 75, No. 753(2009), pp. 550-558.
- (1.23) 乙守正樹, 山田崇恭, 泉井一浩, & 西脇眞二. (2011). 数理計画法を用いたレベルセット法に基づくトポロジー最適化. *日本機械学会論文集 C 編*, 77(783), 4001-4014.
- (1.24) Chapman, C., D., Saitou, K., and M. J. Jakiela. "Genetic algorithms as an approach to configuration and topology design." *Journal of Mechanical Design* 116 (1994): 1005.
- (1.25) Schoenauer, Marc. "Representations for evolutionary optimization and identification in structural mechanics." *J. P. eriaux and G. Winter, editors, Genetic Algorithms in Engineering and Computer Sciences* (1995): 443-464.
- (1.26) Schoenauer, Marc. "Shape representations and evolution schemes." *Evolutionary Programming* 5 (1996).
- (1.27) Kane, Couro, and Marc Schoenauer. "Topological optimum design using genetic algorithms." *Control and Cybernetics* 25 (1996): 1059-1088.
- (1.28) Tai, K., and T. H. Chee. "Design of structures and compliant mechanisms by evolutionary optimization of morphological representations of topology." *Journal of Mechanical Design* 122 (2000): 560.
- (1.29) Jakiela, Mark J., et al. "Continuum structural topology design with genetic algorithms." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 186.2 (2000): 339-356.
- (1.30) Tai, Kang, Guang Yu Cui, and Tapabrata Ray. "Design synthesis of path generating compliant mechanisms by evolutionary optimization of topology and shape." *Journal of Mechanical Design* 124 (2002): 492.
- (1.31) Akhtar, Shamim, Kang Tai, and Jitendra Prasad. "Topology optimization of compliant mechanisms using evolutionary algorithm with design geometry encoded as a graph." *Computers and Information in Engineering, DECT, ASME* (2002).
- (1.32) Hamda, Hatem, et al. "Compact unstructured representations for evolutionary design." *Applied Intelligence* 16.2 (2002): 139-155.

-
- (1.33) Fanjoy, David W., and William A. Crossley. "Topology design of planar cross-sections with a genetic algorithm: part 1--overcoming the obstacles." *Engineering Optimization* 34.1 (2002): 1-22.
- (1.34) Azid, I. A., A. S. K. Kwan, and K. N. Seetharamu. "A GA - based technique for layout optimization of truss with stress and displacement constraints." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 53.7 (2002): 1641-1674.
- (1.35) Wang, S. Y., and K. Tai. "Graph representation for structural topology optimization using genetic algorithms." *Computers & Structures* 82.20 (2004): 1609-1622.
- (1.36) Wang, S. Y., and K. Tai. "Structural topology design optimization using genetic algorithms with a bit-array representation." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194.36 (2005): 3749-3770.
- (1.37) Wang, S. Y., and K. Tai. "Bar-system representation for topology optimization using genetic algorithms." *Engineering computations* 22.2 (2005): 206-231.
- (1.38) Goldberg, David E. "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning." (1989).
- (1.39) Achtziger, W. "Topology optimization of discrete structures: an introduction in view of computational and nonsmooth aspects." *COURSES AND LECTURES-INTERNATIONAL CENTRE FOR MECHANICAL SCIENCES* (1997): 57-100.
- (1.40) Ben-Tal, Aharon, and Arkadi Nemirovski. "Robust truss topology design via semidefinite programming." *SIAM Journal on Optimization* 7.4 (1997): 991-1016.
- (1.41) Arora, Jasbir. *Introduction to optimum design*. Academic Press, 2004.
- (1.42) Kalyanmoy, Deb. *Multi objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley and Sons, 2001.
- (1.43) Koski, Juhani. "Defectiveness of weighting method in multicriterion optimization of structures." *Communications in applied numerical methods* 1.6 (1985): 333-337.
-

- (1.44) Das, Indraneel, and J. E. Dennis. "A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems." *Structural optimization* 14.1 (1997): 63-69.
- (1.45) Stadler, W. "Caveats and boons of multicriteria optimization." *Computer - Aided Civil and Infrastructure Engineering* 10.4 (1995): 291-299.
- (1.46) Rozvany, George IN. "A critical review of established methods of structural topology optimization." *Structural and Multidisciplinary Optimization* 37.3 (2009): 217-237.
- (1.47) Obayashi, Shigeru, and Daisuke Sasaki. "Visualization and data mining of Pareto solutions using self-organizing map." *Evolutionary multi-criterion optimization*. Springer Berlin Heidelberg, 2003.
- (1.48) Kohonen, Teuvo. "The self-organizing map." *Proceedings of the IEEE* 78.9 (1990): 1464-1480.
- (1.49) Welge, H. Robert, Chester Nelson, and John Bonet. "Supersonic Vehicle Systems for the 2020 to 2035 Timeframe." *AIAA Paper* 4930 (2010): 2010.
- (1.50) Choi, S., Alonso, J. J., Kroo, I. M., & Wintzer, M. "Multifidelity design optimization of low-boom supersonic jets." *Journal of Aircraft* 45.1 (2008): 106-118.

第 2 章

SOM を用いたトポロジー特徴の
分類と最適化

2.1 緒言

第 1 章「緒言」で述べたように、翼胴結合金具の設計において複数荷重を考慮したトポロジー最適化が必要である。トポロジー最適化における複数荷重ケース問題ではスカラー化手法を用いる SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) 法 (あるいは密度法) が実行の簡単さから最も広く用いられる。しかしながらスカラー化手法では、1 章で述べたように、目的関数間のトレードオフ関係を考慮し、重み係数を適切に決める必要がある。その重みを適切に決める方法は、未だに確立されてないため、様々な重みにより多数のパレート解を導出し、それらから最適解を検討する方法が用いられる。

複数荷重を考慮したトポロジー最適化において負荷される荷重は 2 個以下である場合には、従来の簡単な図示法でも十分であるが、3 個以上になる場合には、第 1 章「緒言」で述べたように、より効果的な図示法が求められる。また、トポロジー最適化において得られる最適解は、トポロジーという高次元データとして得られる。複数荷重ケース問題のように、多数あるパレート解が存在してそれを全体的に把握する必要がある場合、大量の高次元データ (例えばトポロジー) を人間が瞬時に理解し、設計に役立つ情報を生み出すことは不可能である。したがって、複数荷重ケース問題においてそのパレート解空間を効果的に可視化可能な手法が必要となる。

そこで本研究では、高次元データの可視化に優れるデータマイニング手法の一種である SOM (Self-Organizing Map: 自己組織化マップ) を用いてトポロジーパレート解群空間を可視化し、上記の課題の解決を試みた。第 1 章「緒言」で述べたように、SOM はデータマイニング手法の一つであり、高次元データの可視化に優れる手法である。本章では、複数荷重が負荷される翼胴結合金具に提案手法を適用し、提案するトポロジーパレート解群空間の可視化手法の有効性について検討する。

本章の 2.2 節では、スカラー化手法による SIMP 法を用いた多目的トポロジー最適解析について述べる。2.3 節では、提案する SOM によるトポロジーパレート解空間の可視化手法について説明する。2.4 節では、提案手法を翼胴結合金具設計に適用し、その有効性を検討した。

2.2 SIMP法を用いた多目的最適解析

2.2.1 SIMP法を用いたトポロジー最適化

トポロジー最適化の基本的な考え方は、図 2.1 に示す最適構造を含む固定設計領域 Ω と材料が配置される点と穴になる点を決めるために、以下の式を用いる。

$$E_{ijkl} = 1_{\Omega^{mat}} E_{ijkl}^0 \quad (2.1)$$

$$1_{\Omega^{mat}} = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega^{mat} \\ 0 & \text{if } x \in \Omega \setminus \Omega^{mat} \end{cases} \quad (2.2)$$

ここで、テンソル E_{ijkl}^0 は等方性材料の要素弾性特性値であり、1 と 0 はそれぞれ材料がある状態とない状態に対応する。そのため式(2-2)の特性関数はいたるところ不連続な点を持つ可能性がある。

この不連続問題を連続問題に置き換えるために、SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)法(あるいは密度法)が用いられる。この手法では、材料の特性に等方性を仮定して、弾性テンソル E と正規化された密度 ρ との関係に次式のようにべき乗関係を適用する。

$$E_{ijkl}(x) = \rho(x)^p E_{ijkl}^0, \quad p > 1 \quad (2.3)$$

ここで、 $\rho(x)$ は要素密度として SIMP 法において設計変数になる。また、 p は中間的な相対密度を排除するためのペナルティを与えるパラメータである。通常 p の値は 2~3 が用いられる^(2.1)。

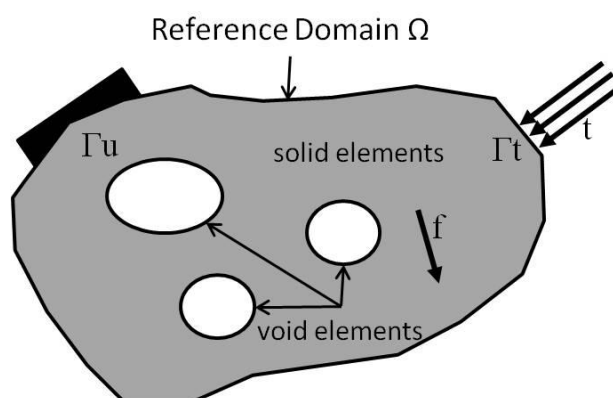


Fig. 2.1 The generalized design problem of finding the optimal material distribution in a 2-dimensional domain

上記の材料配置問題を解くために、SIMP 法ではコンプライアンス最小化問題が用いられる。図 2.1 に示す固定設計領域 Ω 内の弾性体に物体力 f が作用しているものとする。そして弾性体の境界 Γ_u は完全固定され、境界 Γ_t には表面力 t が作用しているとする。この場合仮想仕事原理は次式となる。

$$\int_{\Omega} E_{ijkl}(x)\varepsilon_{ij}(u)\varepsilon_{kl}(v)d\Omega = \int_{\Omega} fud\Omega + \int_{\Gamma_T} tuds \quad (2.4)$$

ここで、線形ひずみは $\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ 、 u は平衡状態の変位、 v は仮想変位である。上式を簡略に表現するため、双 1 次形式 $a(u, v)$ と 1 次形式 $l(v)$ の導入により仮想仕事原理は次式のように簡略化できる。

$$a(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x)\varepsilon_{ij}(u)\varepsilon_{kl}(v)d\Omega \quad (2.5)$$

$$l(u) = \int_{\Omega} fud\Omega + \int_{\Gamma_T} tuds \quad (2.6)$$

$$a_E(u, v) = l(v) \text{ for all } v \in U \quad (2.7)$$

ここで、 U は運動学的に可能な変位場である。

この平均コンプライアンス $l(u)$ を最小化することにより、剛性は最大化される。すなわち、平均コンプライアンスを最小化することは弾性体に物体力と表面力を作用させた状態で最小の変形をする構造を得ることになるから、これは剛性の最大化につながる。よって、最小コンプライアンス（最大剛性）問題は以下の式に表現できる。

$$\begin{aligned} & \min_{u \in U, E} l(u) \\ & \text{s.t.: } a_E(u, v) = l(v), \text{ for all } v \in U \\ & E \in E_{ad} \end{aligned} \quad (2.8)$$

コンプライアンス最小化問題においては、できるだけ材料を多く使うと、そのコンプライアンスは最も小さくなる。したがって SIMP 法では、次式に示す総体積に関する制約条件を設ける必要がある。

$$\int_{\Omega} \rho(x)d\Omega \leq V; \quad 0 \leq \rho(x) \leq 1, \quad x \in \Omega \quad (2.9)$$

ここで、 V は体積の上限である。

式(2.8)は有限要素法により離散化した形式で次式のように表現できる.

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{u}, \mathbf{E}_e} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \\
 & \text{s.t.: } \mathbf{K}(\mathbf{E}_e(\mathbf{x})) \mathbf{u} = \mathbf{f} \\
 & \mathbf{E}_e \in \mathbf{E}_{ad}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

ここで, \mathbf{u}, \mathbf{f} はそれぞれ変位と荷重ベクトルである. 剛性行列 \mathbf{K} は要素 e の剛性 $\mathbf{E}_e(\mathbf{x}) (e=1, \dots, N)$ に依存する. N 個の要素を持つ有限要素法におけるグローバル剛性行列 \mathbf{K} は以下のようになる.

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}) = \sum_{e=1}^N \mathbf{K}_e(\mathbf{E}_e(\mathbf{x})) \tag{2.11}$$

2.2.2 複数荷重ケースにおける多目的トポロジー最適化

2.2.1 項で述べた、トポロジー最適化は簡単に、複数荷重が存在する構造のトポロジー最適化に拡張できる。

p 個の荷重 $\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_p$ がある場合における最小コンプライアンス問題の定式化について考える。全ての $j=1, \dots, p$ において $\mathbf{f}_j \neq \mathbf{0}$ と仮定する。また、各荷重ケース $k=1, \dots, p$ において、荷重 \mathbf{f}_k により異なる変位ベクトル \mathbf{u}_k を持つとする。次式の平衡方程式が成り立つ。

$$\mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k = \mathbf{f}_k \text{ for } k=1, \dots, p \quad (2.12)$$

式(2-10)のコンプライアンス最小化問題を式(2-12)により拡張する場合、 p 個の $\mathbf{f}_1^T \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{f}_p^T \mathbf{u}_p$ を適切に扱う必要がある。この問題の解法として最も広く用いられる手法として重み付き線形和法がある。

重み付き線形和法

重み付き線形和法^(2.1)は次式のように、各コンプライアンスにそれぞれ重みを付け、線形和することで、 p 個のコンプライアンスを単一のコンプライアンスに変換する。

$$\begin{aligned} \min \sum_{p=1}^k \lambda_k \mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k \\ \text{s.t.: } \mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k = \mathbf{f}_k \text{ for all } k=1, \dots, p \\ \mathbf{x} \in \mathbf{X}_V \end{aligned} \quad (2.13)$$

ここで、 λ_k は k 番目コンプライアンスの重み、 \mathbf{X}_V は体積制約条件による \mathbf{x} の実行可能な設計空間である。このように、重み付き線形和手法では重みの導入により、多目的トポロジー最適化問題が簡単に単一目的トポロジー最適化問題に変換できる。

しかし、重み付き線形和手法ではいくつかの問題点^(2.2,3)がある。一つの重みを用いて得られた最適解が実際にグローバルな最適解であるかは確認することは難しい。そのため、新しい重みを用いて多数の最適解析する必要がある。また、目的関数空間が凸ではない形状を持つ場合、一部のパレート解が得られない。その他に、重みを規則的に一定の間隔に変化させても、必ずしも規則的に離れた

パレート解が得られるものではない。そのため、目的関数空間が凸である場合においても、全てのパレート解を得るとはいえない。そこで本研究では、重み付きミニマックス (Weighted min-max) 法を用いる。

重み付きミニマックス法

重み付きミニマックス法 (あるいは Weighted Tchebycheff method) ^(2.2)では、目的関数空間が凸である場合において、全てのパレート解が得られる。ただしこの手法においても、いつもパレート解が得られるとはいえない。しかし得られた最適解は、少なくとも弱パレート解であることは保証する。ここで弱パレート解とは、ある最適解において、目的関数がこの解の目的関数より未満となるような解が設計空間に存在しないとき、このときの解を弱パレート解という。

Weighted min-max 手法は次式である。

$$U = \max_i \{w_i [f_i/f_i^0]\} ; i = 1 \text{ to } k \quad (2.14)$$

また、式(2.14)にパラメータ β を導入し、次式のように制約条件としてとり扱われる。

$$w_i (f_i/f_i^0) - \beta \leq 0 ; i = 1 \text{ to } k \quad (2.15)$$

上述した利点以外の重み付きミニマックス法の利点としては、(1) f_i/f_i^0 が最大である目的関数を最小化するという簡単なアルゴリズムである。(2) 多様な重みにより完全なパレート解群が得られる。問題点としては、(1) ユートピア点が必要であるが、その計算が高い場合がある。(2) 制約条件として導入する必要がある。(3) 一つの最適解のみ必要である場合、その重みの適切な設定方法が分からない。(4) 目的関数間において単位や値の桁が異なる場合は、正規化などの付加的な作業が必要になる。

2.3 SOM を用いたトポロジーパレート解空間の可視化

2.3.1 自己組織化マップ

自己組織化マップ (SOM) ^(2,4) は低次元の規則的に配置された格子上的ニューロンに構成されている。一般的に人間が視覚的に理解し易い 2 次元のマップが用いられる。一般的に図 2.2 に示す Hexagonal と Rectangular 格子が用いられる。入力ベクトルが d の次元である場合、各ニューロンは入力ベクトルと同次元である d 次元の参照ベクトル $\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_d]$ を持つ (図 2.2 参照)。ニューロンはそれぞれ隣のニューロンと neighborhood 関係により連結され、その関係により SOM のトポロジー、構造が形成される。

SOM は反復計算により訓練される。各訓練のステップにおいて、一つのサンプルベクトル \mathbf{x} を入力ベクトル (データセット) からランダムに選択し、その後

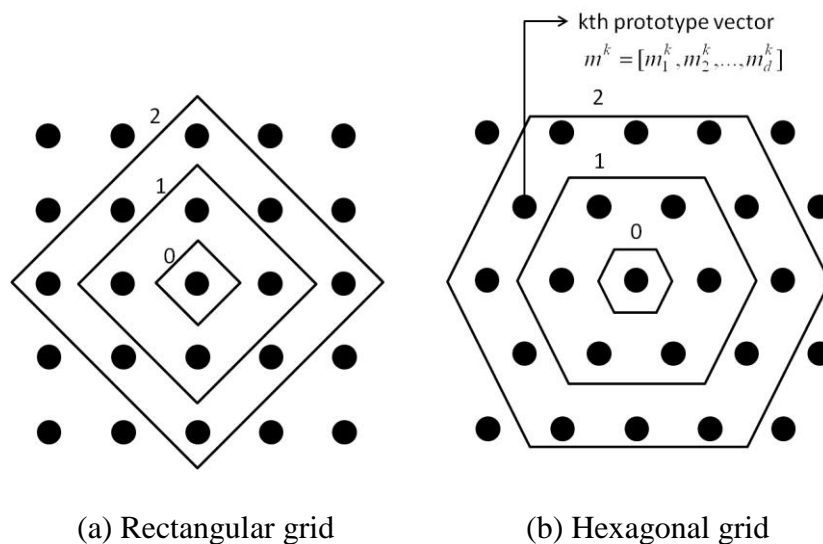


Fig 2.2 Discrete neighborhoods (size 0, 1 and 2) of the centermost unit: (a) hexagonal grid, (b) rectangular grid. The innermost polygon corresponds to 0-neighborhood, the second to the 1-neighborhood and the biggest to the 2-neighborhood.

サンプルベクトルと全ての参照ベクトルとの距離を計算する。サンプルベクトル \mathbf{x} と最も距離が近い参照ベクトルを持つニューロンを Best-Matching Unit(BMU)と呼ぶ。BMU(\mathbf{m}_c)は以下の式で表現する。

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{m}_c\| = \min_i \{\|\mathbf{x} - \mathbf{m}_i\|\} \quad (2.16)$$

ここで、 $\|\cdot\|$ は距離の尺度であり、一般的にユークリッドの距離が用いられる。また、不明なデータおよびパラメータなどをマスキングするために、(2-16)を以下のようにする。

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{m}\| = \sum_{k \in K} w_k (x_k - m_k)^2 \quad (2.17)$$

ここで、 K は既知のサンプルベクトル \mathbf{x} の集合、 x_k および m_k はそれぞれサンプルベクトルと参照ベクトルの k 番目要素、 w_k は k 番目の要素におけるマスキングの値である。

BMU を計算した後、BMU がサンプルベクトルに接近できるように参照ベクトルを更新する。また、トポロジー的に BMU に接近している他の参照ベクトルも更新する。図 2.3 に示すように、この過程により BMU およびそれと隣接しているニューロンはサンプルベクトルに向けて移動する。SOM の更新は以下の式により行われる。

$$\mathbf{m}_i(t+1) = \mathbf{m}_i(t) + \alpha(t)h_{ci}(t)[\mathbf{x}(t) - \mathbf{m}_i(t)] \quad (2.18)$$

ここで、 t は時間である。また、 $\mathbf{x}(t)$ は時間 t において入力データセット空間でのランダム入力ベクトル、 $h_{ci}(t)$ は BMU ユニットとその周りのユニット間の関係関数、 $\alpha(t)$ は学習率である。関係関数 h_{ci} は入力サンプルベクトルがその周りの空間上で持つ影響度を定義する。関係関数 h_{ci} としては様々な関数が提案されているが、本研究では以下の Gaussian 関数を関係関数 h_{ci} として用いる。

$$h_{ci}(t) = e^{-d_{ci}^2/2\sigma_t^2} \quad (2.18)$$

ここで、 σ_t は時刻 t における neighborhood 半径、 $d_{ci} = \|\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_i\|$ はマップ上におけるユニット c と i との距離である。

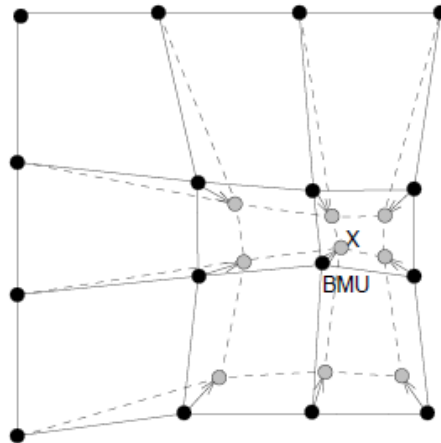


Fig. 2.3 Updating the best matching unit(BMU) and its neighbors towards the input sample vector marked with x. The solid and dashed lines correspond to situation before and after updating, respectively. ^(2.5)

各訓練ステップにおいて、データセットは参照ベクトルの Voronoi 区画により分けられる。すなわち、各データベクトルはマップ上で最も近いユニットに属する。この後、新しい参照ベクトルは以下のように計算する。

$$\mathbf{m}_i(t+1) = \frac{\sum_{j=1}^n h_{ic}(t) \mathbf{x}_j}{\sum_{j=1}^n h_{ic}(t)} \quad (2.20)$$

ここで、 c は入力サンプルベクトル \mathbf{x}_j における BMU の指数である。この式は新しい参照ベクトルはデータサンプルの加重平均であり、ここで重み係数は各データサンプルにおける関係関数 h_{ic} である。

上述した反復計算をすることで、図 2.4 に示すように、SOM の格子は入力データ空間においてマッピングされる。本研究では、SOM として MATLAB® (R2012b) の SOM TOOLBOX を使用した ^(2.5,6)。

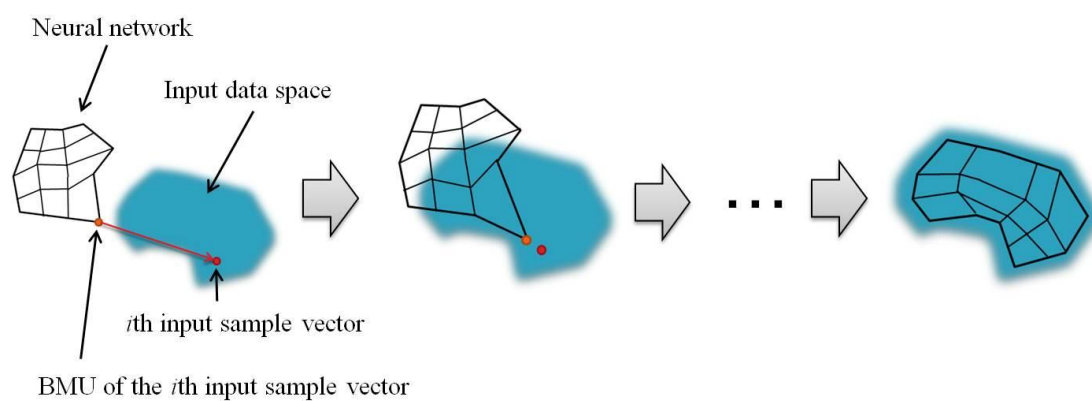


Fig. 2.4 An illustration of the training of a self-organizing map.

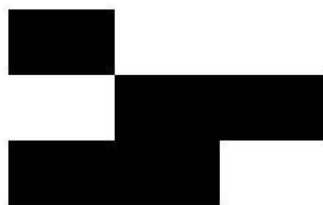
2.3.2 トポロジー特徴の定義

多目的トポロジー最適化においては、最適化から得られるトポロジーパレート解空間の可視化が必要である。パレート解が持つトポロジーは人間が説明し難いものであるため、トポロジーにおいて何らかの特徴を定義する必要がある。本項では、トポロジーパレート解の空間に SOM により可視化するための適切なトポロジー特徴を定義する。

本研究では、それぞれのトポロジー最適解のトポロジー特徴を表すために、設計空間を分けてその要素の密度を計算した手法と有限要素モデルにおける密度分布を統計的に計算した手法を用いた。

有限要素モデルの空間密度を用いた表現法

トポロジー最適化手法においては、基本的に要素が存在する所は 1、存在しない所は 0 とすることで、有限要素法に離散化する。さらに、遺伝的アルゴリズムにおいても、設計変数として要素の 1 あるいは 0 としてトポロジーを表現する bit-array 手法が広く用いられる。本研究では、有限要素の各密度を変数としてトポロジー特徴とする手法を提案する。例えば図 2.5 に示すトポロジーの特徴は、1 行 1 列の密度から考慮すると [1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0] になる。この方法は画像認識分野においては Grid Based 法と呼ばれる^(2,7)。この方法の利点としては、実行の簡単さとバイナリ表示であるため数値計算との適合性が高いことである。この手法の欠点としては、形状の全体的な特徴の直感的な理解が難しい。



Topology

1	0	0
0	1	1
1	1	0

Density matrix of FEA

Fig. 2.5 Example of a topology and its density matrix of FEA

要素の密度分布特性を用いた表現法

トポロジーの特徴を表現するために、設計空間における要素の密度を計算する手法とは他に、形状の様々な要素密度分布値特性を計算し、それを特徴とする。この手法は英語のアルファベットを分類するために用いた統計的な手法^(2,8)をトポロジー最適解の形状的な特徴の表現手法として、3次元に拡張したものである。本研究で用いた統計的な値は以下に示す。これらを用いる事で、形状の位相的な特徴を定性的に説明できると考えられる。これらの値は図 2.6 に示すように、行列の座標に基づいた座標空間を基準とし計算する。

- モデルの x, y, z 方向の重心 $[Xc, Yc, Zc]$
- 各要素と重心との x, y, z 方向距離を二乗して平均した値 (x, y, z 方向の分散) : $[V(x), V(y), V(z)]$
- それぞれ方向に対する共分散 : 例えば, それぞれの重心から要素までの x 方向距離偏差と y 方向距離偏差の積の平均 (x 方向と y 方向の共分散) : $[Cor(x, y), Cor(y, x), Cor(z, x)]$
- それぞれの重心からの x 方向距離偏差の平方と y 方向距離偏差の積を平均した値 (各分散と x, y, z 方向との共分散) : $[Cor(V(x), y), Cor(V(x), z), Cor(V(y), x), Cor(V(y), z), Cor(V(z), x), Cor(V(z), y)]$
- 各方向の断面 2 次モーメントの平均, 断面 2 次極モーメントの平均 : $[Ix, Iy, Iz, J]$

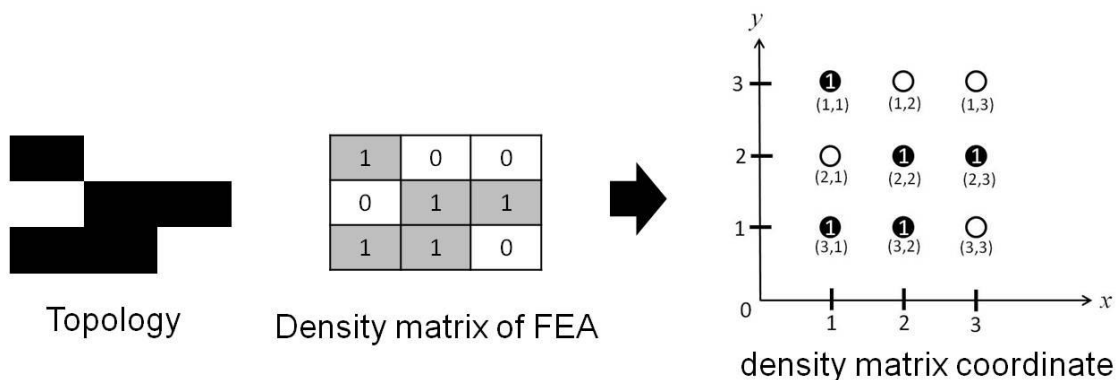


Fig. 2.6 Illustration of density matrix coordinate

2.3.3 クラスタリング

SOM により入力データ空間が 2 次元のマップ上射影されると、そのマップによりデータについてデータマイニングが可能になる。しかし、入力データの数が膨大になる場合、全ての入力データを詳細に分析することは困難になる。したがって、SOM を用いて効果的なデータの探索を行うためには、類似するユニットをグループ化するクラスタリング手法が要求される。

本研究では、Vesanto らが提案した 2stage-approach を用いる^(2,9)。この手法は、直接に入力データをクラスタリングするのではなく、SOM 上で参照ベクトルに対してクラスタリングする (図 2.7 参照)。ステップ 1 では、まず入力データ空間を SOM の参照ベクトルにより射影する。ステップ 2 では、SOM の参照ベクトルによりクラスタリングを行う。

本研究では、クラスタリングの手法の一種である k-means 法を用いて SOM 分類結果をクラスタリングした。k-mean 法はクラスタリング手法として最もよく利用されている手法で、データセットを自動的に k 個のクラスタに分割する方法である⁶⁾。その手法は以下に説明する。

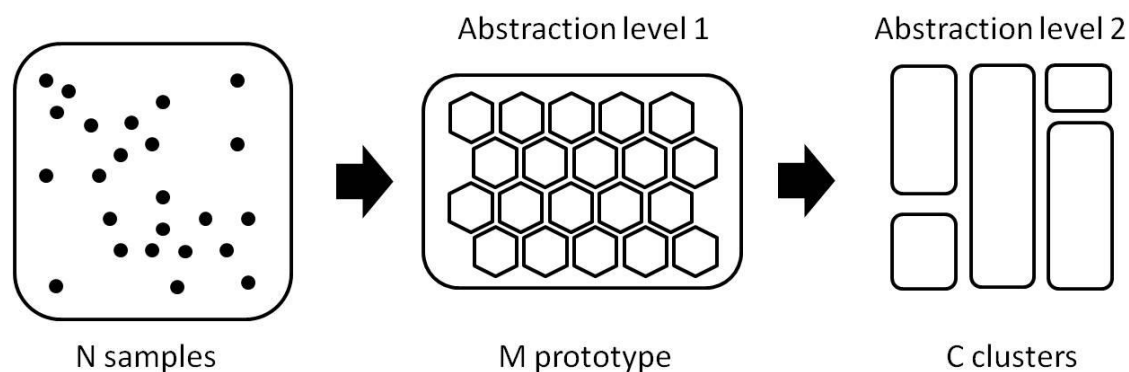


Fig. 2.7 First abstraction level is obtained by creating a set of prototype vectors using the SOM. Clustering of the SOM creates the second abstraction level^(2,9)

まず、クラスタの数を決めて最初ランダムに選んだそのクラスタの中心を初期化する。次に、データセットを分割し、以下の式を最小化して新しいクラスタの重心を計算する。

$$E = \sum_{k=1}^C \sum_{x \in Q_k} \|x - c_k\|^2 \quad (2.21)$$

ここで、 C はクラスタの数、 c_k はクラスタ k の重心である。クラスタの重心が収束するまで繰り返し計算する。

一般的にクラスタの数は分からないが、通常 2 個から \sqrt{N} 個までの数で反復計算する。 N はデータセットのサンプルの数である。本研究では、様々なクラスタ結果の中で、最良のものを選ぶために Davies-Bouldin 指数を用いた^(2.10)。

$$\frac{1}{C} \sum_{k=1}^C \max_{l \neq k} \left\{ \frac{\left(\frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \|x_i - c_k\| \right) + \left(\frac{1}{N_l} \sum_{i=1}^{N_l} \|x_i - c_l\| \right)}{\|c_k - c_l\|} \right\} \quad (2.22)$$

この指数が最小である結果を最良の結果として選択する。ここで、 N_k はクラスタ Q_k のサンプルの数である。

2.4 SSTの翼胴結合金具のトポロジー最適解の探索問題

本節では、SSTの翼胴結合金具に提案手法を適用し、提案手法の有効性について検討する。まず、2.3節で説明した重み付きミニマックス法によるSIMP法を用いて、様々な荷重に対する多数のトポロジーパレート解群を導出する。その後、各トポロジーパレート解からトポロジーの特徴を抽出し、SOMによりトポロジーパレート解空間の可視化を試みる。

2.4.1 3次元SSTの翼胴結合金具モデル

本研究での最適化対象になる翼胴金具モデルを図2.8に示す。長さ200mm、幅50mm、高さはリブ側と胴体側それぞれ160mm、250mmの空間で定義される金具を最適解析モデルとして用いる。また、荷重は金具の主翼側にあるリブと桁から伝達されると想定し、その主翼側断面の上部と下部に荷重を負荷した。そして、金具を拘束するために、ピンの中央節点をx, y, zの並進方向に対して固定した。

金具の材料は弾性係数 $E=113.8\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.342$ の特性値を持つチタン合金(Ti-6Al-4V)とした。有限要素解析とトポロジー最適解析は汎用FEM解析ソフトウェア GENESIS[®]12.0を用いた。有限要素解析では、六面体ソリッド要素 CHEXA を使用し、モデルの節点数は67762個、要素数57483個である。要素分割は厚さ方向で11分割し、厚さ方向のトポロジー的特徴も表現可能な要素分割とした。

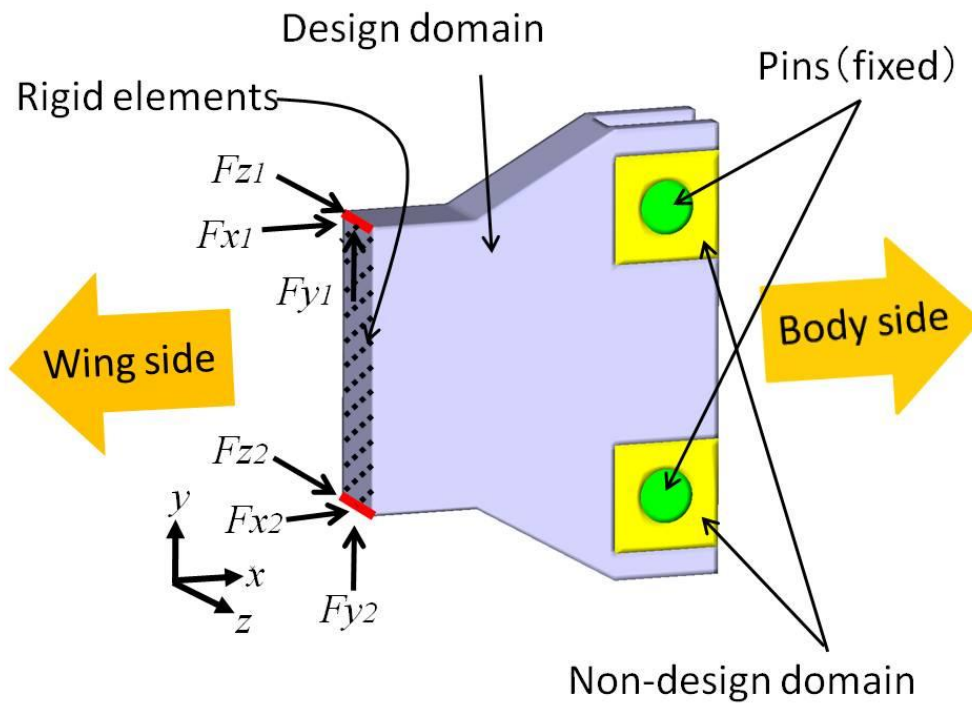


Fig. 2.8 Overview of the lug structure of a SST

2.4.2 複数荷重ケースにおける金具モデルトポロジー最適化問題

本項では、簡単な主翼モデルにより、翼胴結合金具に負荷される荷重について調査した。その後、複数の荷重に対して多数の最適なトポロジーを前節で説明した重み付きミニマックス法による SIMP 法を用いて求めた。

主翼モデル

翼胴結合金具において負荷される荷重について調査するために、主翼モデルを用いた。超音速飛行機の主翼モデルとしては、JAXA において検討が進められている静粛超音速実験機(3STD)^(2,11)を参考した。

主翼モデルを単純化するために、主翼の上下の外版の距離を 16cm とした。また、桁とリブの厚さは一定にし、主脚格納部は省略して斜めにあった一部桁を後縁と垂直にした。その単純化した主翼の構造を図 2.9 に示す。

有限要素法解析では、主翼モデルの左側にある 12 個所の節点（赤い三角形：翼胴結合金具）を拘束し、その拘束位置における反力を計算した。主翼モデルの材料として、桁とリブにはアルミ合金、外皮は炭素繊維強化プラスチック

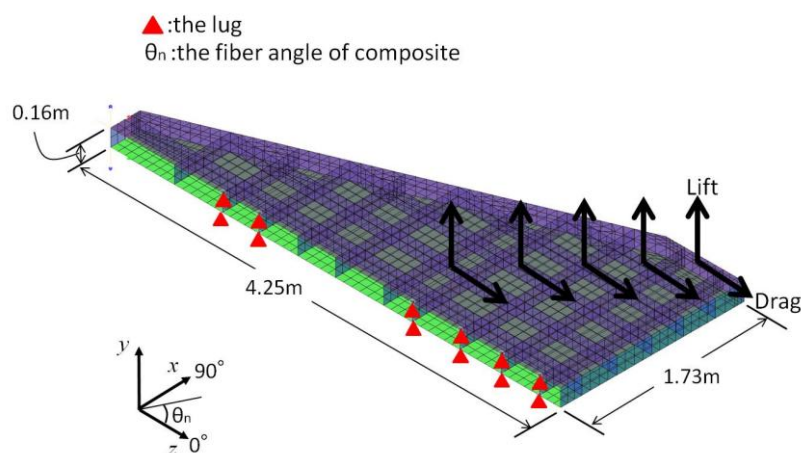


Fig. 2.9 Thin wing structure model

(CFRP) T800/3630 とした。アルミ合金の特性値は $E=73\text{GPa}$, $\nu=0.3$, 外皮の積層構成と特性値はそれぞれ $[(0/90)_2]_S$, $E_L=167\text{GPa}$, $E_T=9\text{GPa}$, $G_{LT}=5\text{GPa}$, $\nu_{LT}=0.3$ とした。ここで, E は縦弾性係数, ν はポアソン比, E_L は異方性材料の縦弾性係数, E_T は横弾性係数, G_{LT} はせん断弾性係数, ν_{LT} は主ポアソン比である。桁とリブの厚さは 50mm とした。

本研究では参考文献[2.14, 15]を参考し, 超音速巡航(高度 15km , $\text{Mach}1.5\sim1.6$)を想定した。また, 揚力係数 C_L は 0.1 , 揚抗比(L/D)は 9 にし, 空力荷重として, リブごとに負荷した揚力と抗力をそれぞれ式(2.23)と(2.24)を用いて計算した。また, その荷重を図 2.9 に示すように各翼弦の中央部に負荷した。

$$C_L = \text{Lift} / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S_W \right) \quad (2.23)$$

$$C_D = \text{Drag} / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S_W \right) \quad (2.24)$$

ここで, ρ は空気の密度, V は流速, S_W は翼の代表面積である。

主翼モデルを静解析した結果を表 2.1 に示す。静解析は汎用 FEM 解析ソフトウェア GENESIS[®]12.0 を用いた。この結果は Mach 数が 1.5 と 1.6 の場合における, 各軸方向に対する反力である。翼の前方から上下の拘束点をそれぞれ $1T, 1B, 2T, 2B, \dots, 6T, 6B$ とする。表 2.1 から最大反力として, 3 番目の金具に x 方向反力 $114\sim128\text{kN}$, y 方向反力 $14\sim16\text{kN}$, また 2 番目の金具に z 方向反力 $5\sim8\text{kN}$ が負荷されることが分かる。これらの反力によって, 主に曲げモーメント, せん断力およびねじりモーメントが翼胴結合金具に負荷される。これらの反力に基づいて金具のトポロジー最適解析を実施する。

Table. 2.1 Result of FEA of thin wing structure

Reaction force [kN]						
Mach	1.5			1.6		
No.lug	F_x	F_y	F_z	F_x	F_y	F_z
1T	33.5	-0.4	5.2	38.6	-0.4	6
1B	-35.8	-0.9	-6.4	-40.8	-1.1	-7.2
2T	61.0	-7.7	5.3	69.4	-8.8	6
2B	-61.4	-7.8	-7.3	-69.9	-8.9	-8.3
3T	113.8	-14	-2.3	129.4	-16	-2.7
3B	-114.1	-14	-0.17	-129.8	-16	0.19
4T	99.4	-8.6	-2.1	113.1	-9.8	-2.4
4B	-99.3	-8.6	0.6	-113.0	-9.8	0.7
5T	91	-6.9	-1.9	104.0	-7.8	-2.1
5B	-90.8	-6.8	0.6	-103.3	-7.7	0.7
6T	85	-3.8	-1.1	96.6	-4.3	-1.3
6B	-82.5	-3.2	0.2	-93.8	-3.6	0.3

複数荷重ケーストポロジー最適化問題の設定

上述したように、翼胴結合金具において曲げモーメント、せん断力およびねじりモーメントが主要な負荷荷重であることが分かる。これらの 3 つの主要な荷重を複数荷重ケース問題で考慮するため、表 2.2 のように荷重条件を設定した。表 2.2 の荷重 F_x , F_y , F_z の大きさは、前節の主翼モデルから求めた 3 つの反力の中で最大である 3 番目の金具における x 方向反力(曲げモーメント)の大きさを考慮し、全て 120kN とした。これは、主要な負荷荷重として取り上げた曲げモーメント、ねじりモーメント、せん断力によるトポロジー最適解への影響を同等にするためである。

Table. 2.2 Direction and Magnitude of each loadcase

No. Loadcase	Direction/ Magnitude	Direction/ Magnitude
Loadcase1	F_{y1}	F_{y2}
Shear Force	120kN	120kN
Loadcase2	F_{z1}	F_{z2}
Twist Moment	-120kN	120kN
Loadcase3	F_{x1}	F_{x2}
Bending Moment	120kN	-120kN

本研究では、トポロジーパレート解群を生成するため、単一目的関数と多目的関数のトポロジー最適化を用いた。単一目的関数では各々の荷重を単独に考慮した単一荷重ケース、2 つ以上の荷重が同時に負荷された場合を考慮した組合せ荷重ケースを用いた。多目的関数トポロジー最適化では、荷重ケースの影響度によるトポロジーを生成するため、目的関数を 20 個の重み付け関数とし、トポロジー最適解を生成した。

トポロジー最適化問題の目的関数は、表 2.2 に表す 3 つの荷重条件に対するひずみエネルギーの最小化とした。その最適化問題は以下に示す。

$$\begin{aligned}
 \text{Obj: } & \min(\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k) \\
 \text{s.t.: } & \mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k = \mathbf{f}_k \text{ for all } k=1, 2, 3 \\
 & \sum_{e=1}^N x_e \leq X_V, \quad 0 < x_{\min} \leq x_e \leq 1
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

ここで、 N は設計領域を構成する要素の数、 x_e は要素 e の密度である。体積制約条件としては、体積比 $((\sum_{e=1}^N x_e)/N \times 100)$ は 40% とした (Appendix 参照)。

式(2.25)を解くための重み付きミニマックス法による複数荷重ケーストポロジー最適化問題は以下の式(2.26)に示す。

$$\begin{aligned}
 \text{Obj: } & \min \beta \\
 \text{s.t.: } & w_k \left(\frac{\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k}{(\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k)^0} \right) - \beta \leq 0 ; \quad k = 1 \text{ to } 3 \\
 & \mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{u}_k = \mathbf{f}_k \text{ for all } k=1, 2, 3 \\
 & \sum_{e=1}^N x_e \leq X_V, \quad 0 < x_{\min} \leq x_e \leq 1
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

ここで、 w_k は 2.2.2 節で詳細を示す重み付きミニマックス法における重み係数、 $\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k$ は荷重条件 k のコンプライアンスである。また、 $(\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k)^0$ は荷重ケース k だけ考慮し、単一目的関数トポロジー最適解析から求めた最適解の最小コンプライアンスである。すなわち、 $(\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k)^0$ は荷重ケース k のコンプライアンスのユートピア点である。ここでユートピア点は、他の目的関数を考慮せずに各々の目的関数だけ考慮した場合に得られる点であり、多目的関数の問題において目標点として用いる。

多目的トポロジー最適解析 (複数荷重ケース問題) では式(2.26)の重み係数を Latin Hypercube sampling^(2,12) を用いて 20 個算出した。また、各荷重のみ考慮したケース 3 つ、2 つの荷重を同等に考慮したケース 3 つ、全ての荷重を同等に考慮したケース 1 つを追加した。そのため、全荷重ケースの数は 27 個になる。その重み係数を表 2.3 に示す。ここで、 W_{MZ} 、 W_{FY} 、 W_{MX} は、それぞれ曲げモーメント、せん断力、ねじりモーメント荷重ケースのための重みであり、各行の総和は 1 になる。また、表 2.3 の重みにより得られた全てのトポロジーパレート解を図 2.10 に示す。

Table. 2.3 Weights by Latin Hypercube Sampling

No.model	Weight for each loadcase		
	W_{MZ}	W_{FY}	W_{MX}
1	0.24	0.59	0.18
2	0.35	0.24	0.4
3	0.41	0.26	0.33
4	0.16	0.43	0.41
5	0.41	0.19	0.4
6	0.48	0.13	0.39
7	0.12	0.38	0.5
8	0.59	0.3	0.11
9	0.26	0.4	0.34
10	0.27	0.49	0.24
11	0.01	0.59	0.41
12	0.35	0.2	0.45
13	0.5	0.38	0.12
14	0.36	0.18	0.46
15	0.21	0.39	0.4
16	0.31	0.42	0.26
17	0.16	0.79	0.04
18	0.68	0.03	0.28
19	0.17	0.32	0.51
20	0.5	0.22	0.28
21	0	1	0
22	0	0	1
23	1	0	0
24	0	0.5	0.5
25	0.5	0.5	0
26	0.5	0	0.5
27	0.33	0.33	0.33

Model1	Model6	Model11	Model16	Model21	Model26
Model2	Model7	Model12	Model17	Model22	Model27
Model3	Model8	Model13	Model18	Model23	
Model4	Model9	Model14	Model19	Model24	
Model5	Model10	Model15	Model20	Model25	

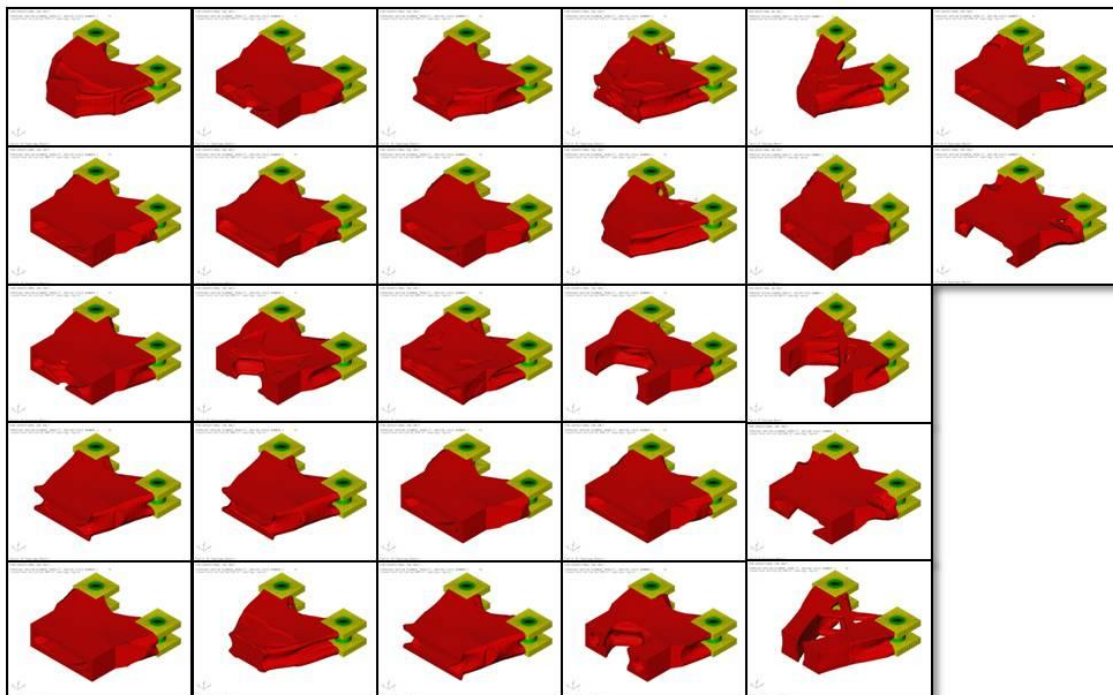


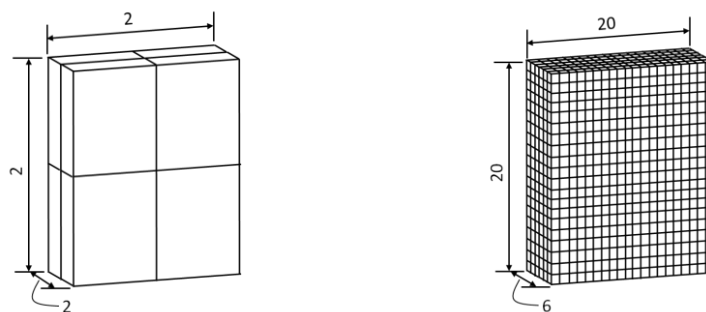
Fig. 2.10 Pareto-optimum solutions with weights of LHS

2.4.3 トポロジー分類結果

有限要素モデルの空間密度を用いた表現法

前項から得られた27個のパレートトポロジー最適解群を分類し、その解空間を可視化するため、有限要素モデルの空間密度を用いる。前項で得られたパレート解は3次元トポロジーであり、有限要素法モデルにおいて57438個の要素を持つ。その全ての要素をそのままトポロジーの特徴として用いても良いが、高計算コストになる問題点がある。

そこで本研究では、3次元のトポロジーを対象とする場合、計算コストを緩和させるために3次元の設計空間を等間隔に分割し、各の領域（セル）内における要素の密度をトポロジーの特徴として用いる。トポロジーが明らかに表現しきれない分割数と、合理的に分割された最適化結果に対するSOM分類への影響を見ることで、設計空間の分割数によるSOM分類結果を比較した。ここで、設計領域の分割数を漸増させても、どこから合理的ということは非常に分かりにくいため、最も簡単な例と合理的な分割数での変化を調査した。図2.11(a)のように、設計空間を8個のセルに分割した場合と、さらに図2.11(b)のように長さ高さ方向に10倍した20等分、厚さ方向に3倍した6等分、全体的に2400個のセルに分割した場合を比較した。また、2400個セルの分割数においては、SOM分類における計算コストも考慮して設定した。



(a) Model divided into 8 cell

(b) Model divided into 2400 cell

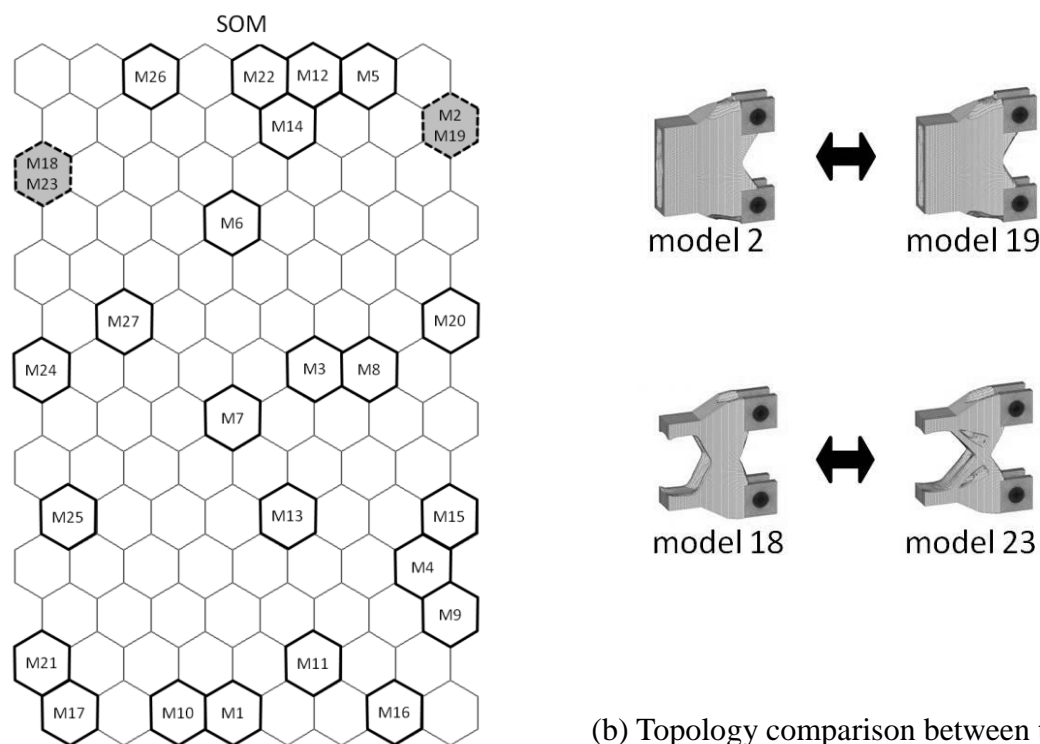
Fig. 2.11 Illustration of Models divided into 8 and 2400 cell respectively

設計領域分割数による SOM 分類結果の比較

設計領域をそれぞれ 8 個のセルと 2400 個のセルに分割したセルの要素密度を SOM の入力データ $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, \dots, x_{id}]$ とし、それぞれ SOM で分類した結果を比較した。ここで、 \mathbf{x}_i は i 番目の入力データ、 d は入力データの次元数である。

上述したように、設計領域の異なる分割数を持つ 2 つの入力データの比較から、提案する SOM によるトポロジーの分類手法において、細かなトポロジーの特徴の分類可能性について検証した。SOM でトポロジー最適群を分類するため、MATLAB[®] の SOM TOOLBOX を使用した^(2.6)。

設計領域を 2400 個のセルに分割した場合の SOM 結果を図 2.12(a) に示す。トポロジー最適解 27 個が 14×8 のマップ上に分類されている。SOM においては、相対的に類似性が高い入力データは同じ BMU を共有する。したがって、本研究



(a) Result of classification using SOM

(b) Topology comparison between two topologies on the same unit of the SOM

Fig. 2.12 Result of classification of the model divide into 2400 cells (M1~M27 means topology optimized solution1 to 27 as shown Figure.2.10)

で分類するトポロジーにおいても同一 SOM のユニット上に位置するトポロジーを定性的に比較することで、SOM の分類結果の精度を調査した。

図 2.12(a)のマップの中で、同じユニット上に 2 つのモデルが重なって位置するユニットとしては、モデル 2 とモデル 19 がある 2 行 8 列のユニットと、そしてモデル 18 とモデル 23 がある 3 行 1 列のユニットがある。ユニットごとにトポロジーを比較した結果を図 2.12(b)に示す。モデル 2 とモデル 19 は概形が一致していることが図 2.12(b)からわかる。また、モデル 18 とモデル 23 は形状の中央部分の形状が多少異なるが、外形は良好に一致している。このことから、設計領域を 2400 個のセルに分割し、そのセル密度を SOM の入力データとした場合、高い精度でトポロジーが分類されることがわかる。

設計領域を 8 個のセルに分割した場合の SOM 結果を図 2.13(a)に示す。トポロジー最適解 1 から 27 が 10×12 のマップ上で分類されていることが図 2.13(a)からわかる。設計領域を 8 個のセルに分割の場合の SOM 結果でも、2400 個のセルに分割した場合の SOM 結果と同様に、同一ユニット上にあるモデルのトポロジー

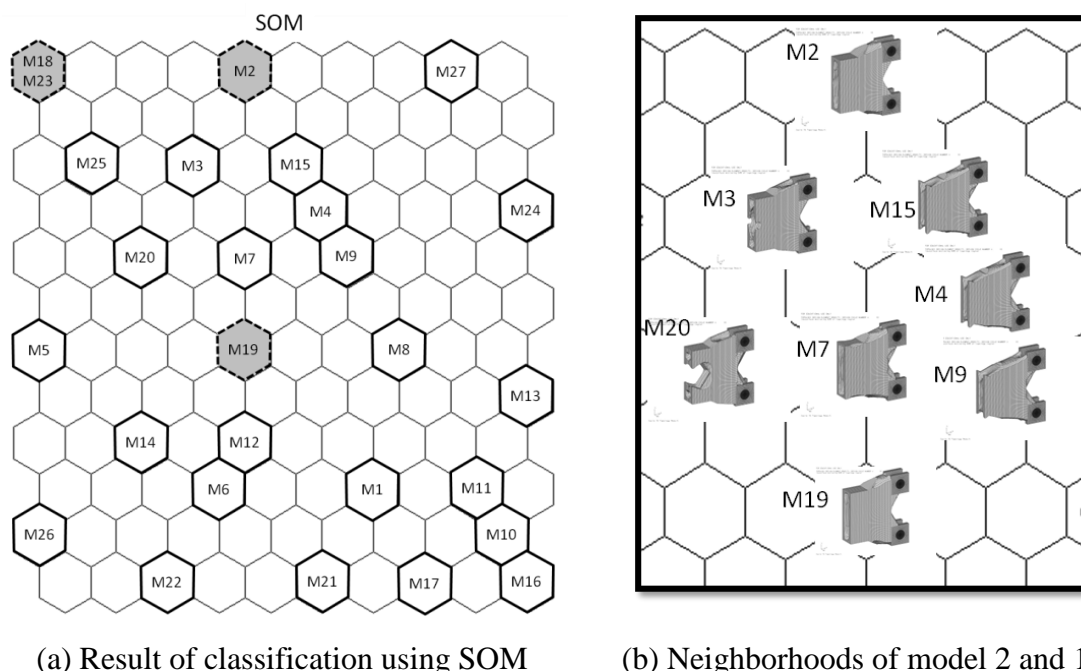


Fig. 2.13 Result of classification of the model divide into 8 cells

を定性的に比較する．トポロジー的に類似性の高いモデル 18 とモデル 23 (2400 個のセルデータによる SOM 結果から) が図 2.13(a)の SOM の 1 行 1 列の同じユニット上にあることがわかる．しかし，トポロジー的に類似性の高いモデル 2 とモデル 19 (2400 個のセルデータによる SOM 結果から) が図 2.13(a)の SOM 上で離れたノードにある．これは，設計領域を 8 個のセルに分割の場合の SOM 結果では，モデル 2 とモデル 19 の形状がお互いの類似度が低く評価されたことを意味している．

SOM 上のモデル 2 とモデル 19 の周辺をより詳細に調査するため，図 2.13(b) にモデル 2 とモデル 19 の周辺を拡大した図を示す．図 2.13(b)から，モデル 2 の周辺ユニットにモデル 3 とモデル 15 が位置していることがわかる．これは，設計領域を 8 個セルに分割して SOM で分類した結果，モデル 2 と類似性が高いトポロジーはモデル 19 ではなく，モデル 3 と 15 のトポロジーであることを意味している．しかし，図 2.13(b)の拡大図からわかるように，モデル 2 はモデル 19 と最も類似性が高いことがわかる．このことから，設計領域を 8 個セルに分割した場合の SOM 入力データでは形状の特徴を十分に説明できておらず，SOM の分類結果の精度が低いと言える．

設計領域を 8 個セルに分割した場合，形状分類の精度が低くなる原因について調査するため，図 2.14 に示すセル A の部分の密度を各々のモデルに対して比較した．モデル 2, 15, 19 のセル A における密度を表 2.4 に示す．ここで，密度はそれぞれのモデルにおけるセル A 内の要素数である．表 2.4 から，セル A におけるモデル 15 の密度値は 4421 であり，モデル 2 の密度値 4280 とモデル 19 の密度値 4476 の間にあることがわかる．これは，セル A の密度情報だけでは，モデル 2 の形状がモデル 19 よりモデル 15 の形状に近いということを意味している．しかし，前述したようにモデル 2 はモデル 3, 15 よりモデル 19 と定性的にトポロジーが類似するので，設計領域の分割数として 8 個のセルに分割したのは不十分であり，図 2.13(b)に示すモデルのトポロジーが正確に区別できないことを意味している．このことは，同位置にあるセル内においてそのセル内でのトポロジーが異なっても，セル内での要素密度が同じである場合，同じトポロジーとして区別される可能性が高いため，設計領域において十分な分割数が

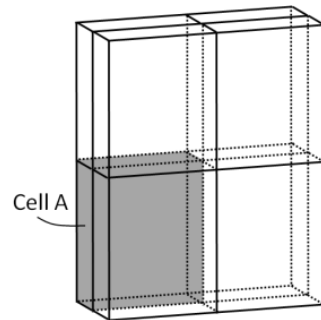


Fig. 2.14 Position of the cell A

Table 2.4 Density of each model at cell A

	Model 2	Model 15	Model 19
Density at cell A [elements/cell]	4280	4421	4476

必要であることを意味する。

以上の結果から、設計領域を全ての座標軸に対して 2 等分し 8 個のセルに分割した場合、その密度データはトポロジーの特徴を表現することが不十分であり、分類の精度が低下する。しかし、設計領域を 2400 個のセルに分割した場合は、トポロジーの特徴を十分に表現でき、分類において高い精度の SOM 分類結果が得られた。ここで、2400 個より多い分割数に対しては、入力データの次元数の増加により SOM の計算コストは次元数に比例して高くなるため^(2,6)、2400 セル分割でも十分な精度を持つことから、この分割数は適切であると考えられる。しかし、図 2.13(b)のモデル 4, 9, 15 のような形状の局所的な部分のトポロジーのみ異なるモデルが多くあり、形状の分類に用いたセルより小さな部分の局所的なトポロジーの違いまで区別し、分類する必要がある場合には、設計領域の分割数をより高くする必要はあると考えられる。

クラスタ空間での最適なトポロジーの探索

トポロジーパレート解群空間の可視化するために、トポロジーの類似性によりトポロジー最適解を2次元のSOMノードマップ上に分類した。その後、全てのトポロジーに対してそれぞれ調査することは困難である場合があるため、SOM上で各荷重に対して最適なトポロジーをより効果的に探索するために、SOMにおける参照ベクトルに基づいてクラスタリングした。本研究では、クラスタリング手法としてはk-means法を用いてクラスタリングした。ここでは、最良のクラスタ数を選択するために式(2.22)のDavies-Bouldin指数を用いた。

図 2.15 にクラスタリング結果を示す。図 2.15(a)はクラスタの数によるDavies-Bouldin指数の結果であり、図 2.15(b)はクラスタの数が9である際のクラスタリング結果である。図 2.15(a)から、クラスタの数が9である際、Davies-Bouldin指数が最小になり、最良なクラスタ数に基づく分類は図 2.15(b)の様になる。また、図 2.15(c)に各クラスタで代表的なトポロジー最適解を示す。

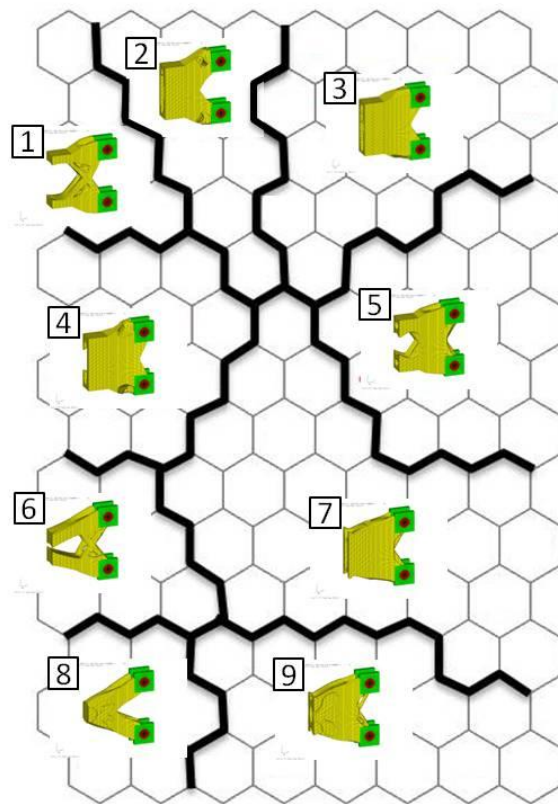
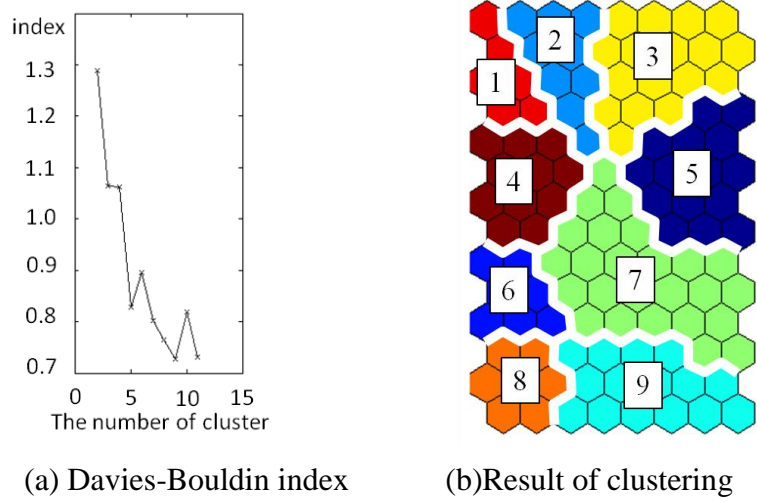


Fig. 2.15 Results of clustering

各荷重に対して高剛性を持つトポロジーを探索するために、図 2.16(d)のクラスタリング結果と各荷重に対するコンプライアンスを比較した。図 2.16(a)~(c)にクラスタリング結果と比較するため、各荷重ケースに対するコンプライアンスを示す。各パターンのグレースケールはコンプライアンスであり、その単位は[kJ]である。

図 2.16(a)のせん断力に対するコンプライアンスパターンから、クラスタ 1, 2

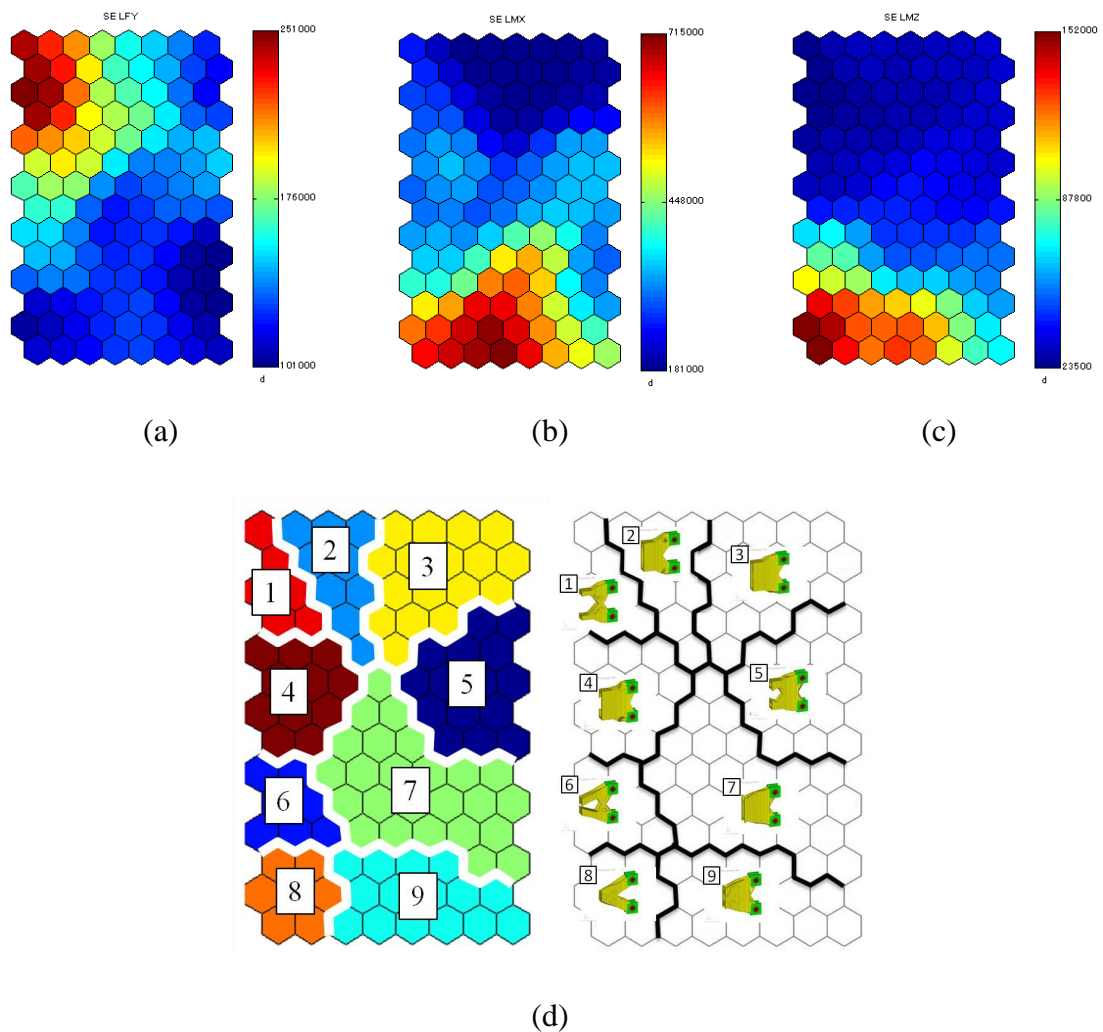


Fig. 2.16 SOM pattern colored by compliance : (a) Shear force SOM pattern, (b) Twist moment SOM pattern, (c) Bending moment SOM pattern, (d) Clusters and representative topologies.

は相対的に高いコンプライアンスを，クラスタ 8 と 9 は低いコンプライアンスを持つことがわかる．このことから，クラスタ 1 と 2 に属するトポロジーはせん断力に対して弱いトポロジーであるが，クラスタ 8 と 9 に属するトポロジーはせん断力に対して強いトポロジーであると言える．同様に，図 2.16(b), (c)のねじりと曲げモーメントパターンから，クラスタ 8 と 9 は相対的に高いコンプライアンスを，クラスタ 1 と 2 は低いコンプライアンスを持つことがわかる．これは，クラスタ 8 と 9 より，クラスタ 1 と 2 に属するトポロジー最適解のトポロジーがねじりと曲げモーメントに対して強いトポロジーであることを意味している．

クラスタ 1, 2 とクラスタ 8, 9 は相反的な構造性能を持っていると言える．このことは，図 2.16(a)のせん断力に対するコンプライアンスパターンと，図 2.16(b), (c)のねじりと曲げモーメントに対するコンプライアンスパターンがほぼ反対のパターンを持つことからわかる．これは，せん断力に対する剛性とねじり，曲げモーメントに対する剛性の間にはトレード-オフの関係があることを意味している．

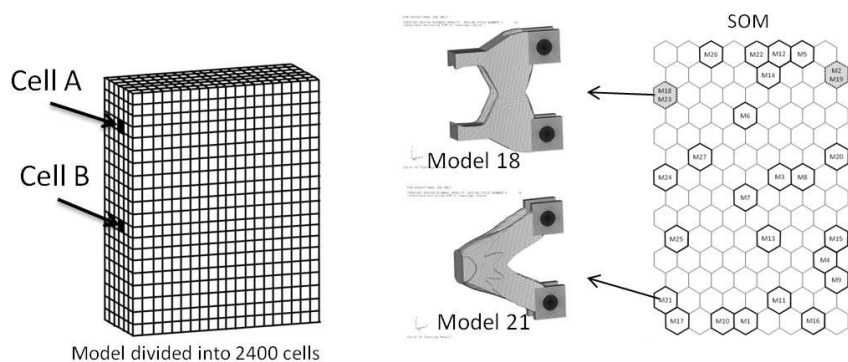
以上のことから本研究で提案したトポロジーパレート解群の SOM による分類により，目的関数間に存在するトレード-オフの関係が容易に分かる．さらに，図 2.16(d)のように各荷重に対して高い剛性を持つ形状のトポロジーが 2 次元のマップ上で容易に比較できる．よって，各クラスタの間に存在する各荷重に対する構造性能のトレード-オフ関係を理解し，それに基づいて最適な形状を探索することは有効であると考えられる．

各クラスタにおけるトポロジーの特徴

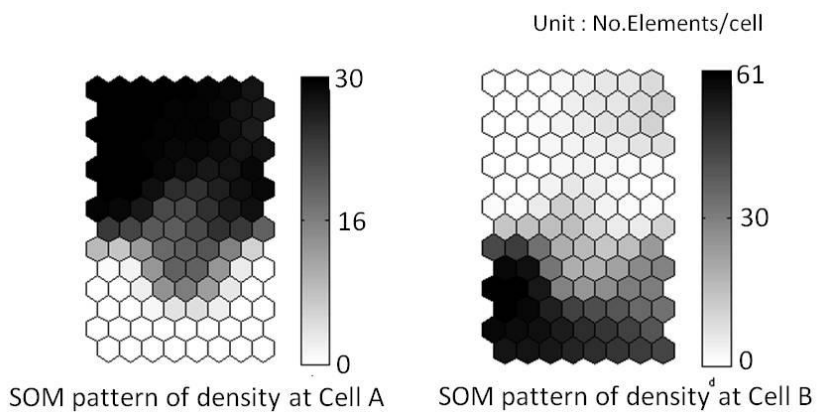
各クラスタに属するトポロジー最適解のトポロジー特徴と各荷重に対する構造性能の関係を調査するため、各クラスタにおけるトポロジー最適解のトポロジー特徴を定量的に説明する必要がある。そこで、SOMの入力データとして用いた各セルの密度をSOM上に表示し、そのパターンをクラスタリング結果と比較することで、各クラスタに属するトポロジー最適解の形状的な特徴を調査した。

図 2.17 に入力データとして用いた 2400 個セルの密度情報のパターンを示す。ここでは、2400 個セルの密度情報を全て示すのは難しいため、金具モデルで主翼側にある 2 か所の A, B セルの密度を表示した SOM パターンのみ示す(図 2.17 参照)。グレースケールは密度を表し、単位セルあたりの密度である。図 2.17(b) の A セルの密度値による SOM パターンと図 2.17(d)の比較から、クラスタ 1 から 5 に属するトポロジー最適解はセル A の位置において密度が高く、他のクラスタに属するトポロジー最適解はセル A の位置に密度が小さいことがわかる。同様に、図 2.17(c)の B セルの密度値による SOM パターンと図 2.17(d)の比較からは、クラスタ 1 から 5 に属するトポロジー最適解はセル B の位置に密度が低く、他のクラスタに属するトポロジー最適解はセル B に密度が高いことがわかる。

このことから、セル A の位置に密度が高く、セル B の位置では密度が低いことが、クラスタ 1 から 5 の形状の特徴であると言える。このように、SOM の入力データとして用いた各セルの密度の SOM パターンを調査することで、各々のクラスタに属するトポロジー最適解の特徴がわかる。しかしこの場合、対象部分の要素の密度しかわからないため、各々のセルの密度の意味を物理的な意味と関連し、解釈することは困難である。また、上述したように、2400 個に及ぶセルの密度値のパターンを全て調査することは極めて困難となる。そこで、形状の特徴表現に対して要素の分布を統計的な値を用いる手法の検討が必要である。

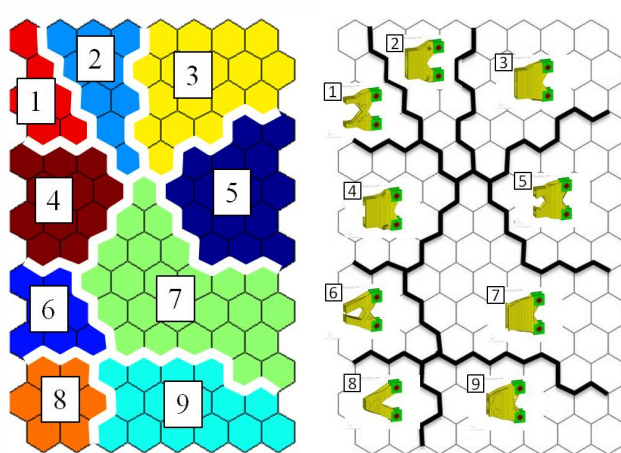


(a) Position of cell A and B



(b) Density at cell A

(c) Density at cell B



(d) Clusters and representative topologies

Fig. 2.17 Density SOM pattern at cell A and B

要素の密度分布特性

トポロジーの全体的な特徴と構造性能を表すひずみエネルギーパターンを比較するために、密度の統計的な分布値を計算した。この手法は英語のアルファベットを分類するために用いた統計的な手法^(2,8)をトポロジー最適解の形状的な特徴の表現手法として、3次元に拡張した。本研究で用いた統計的な値は以下のようである。これらの値は図2.6の座標軸を基準にして計算した。

- モデルの x, y, z 方向の重心 $[Xc, Yc, Zc]$
- 各要素と重心との x, y, z 方向距離を二乗して平均した値 (x, y, z 方向の分散) : $[V(x), V(y), V(z)]$
- それぞれ方向に対する共分散 : 例えば、それぞれの重心から要素までの x 方向距離偏差と y 方向距離偏差の積の平均 (x 方向と y 方向の共分散) : $[Cor(x, y), Cor(y, x), Cor(z, x)]$
- それぞれの重心からの x 方向距離偏差の平方と y 方向距離偏差の積を平均した値 (各分散と x, y, z 方向との共分散) : $[Cor(V(x), y), Cor(V(x), z), Cor(V(y), x), Cor(V(y), z), Cor(V(z), x), Cor(V(z), y)]$
- 各方向の断面2次モーメントの平均, 断面2次極モーメントの平均 : $[Ix, Iy, Iz, J]$

ここでは相対的なトポロジーの差が重要であるため、これらの値は正規化した。これらの値を計算し、各値に対してSOM上に図示したパターンを図2.18に示す。図2.18は左上から順番に $[Xc]$, $[V(y)]$, $[Cor(V(y), x)]$, $[Ix, J]$ のパターンである。例えば、図2.18(a)のパターンから、図2.18(b)に示したモデル18は他のトポロジーより x 方向重心は胴体側にあり、密度が高い要素が上下 (y 方向) に分散していることが分かる。また、断面2次極モーメントSOMパターン $[J]$ から、モデル18は他のモデルより高い断面2次極モーメントを持つことがわかる。このように、要素の分布を統計的に計算し、SOMによりパレート最適解群空間を図示することで、各々のモデルに対する全体的なトポロジー特徴および他のモデルとの相対的なトポロジーの違いが容易に分かる。

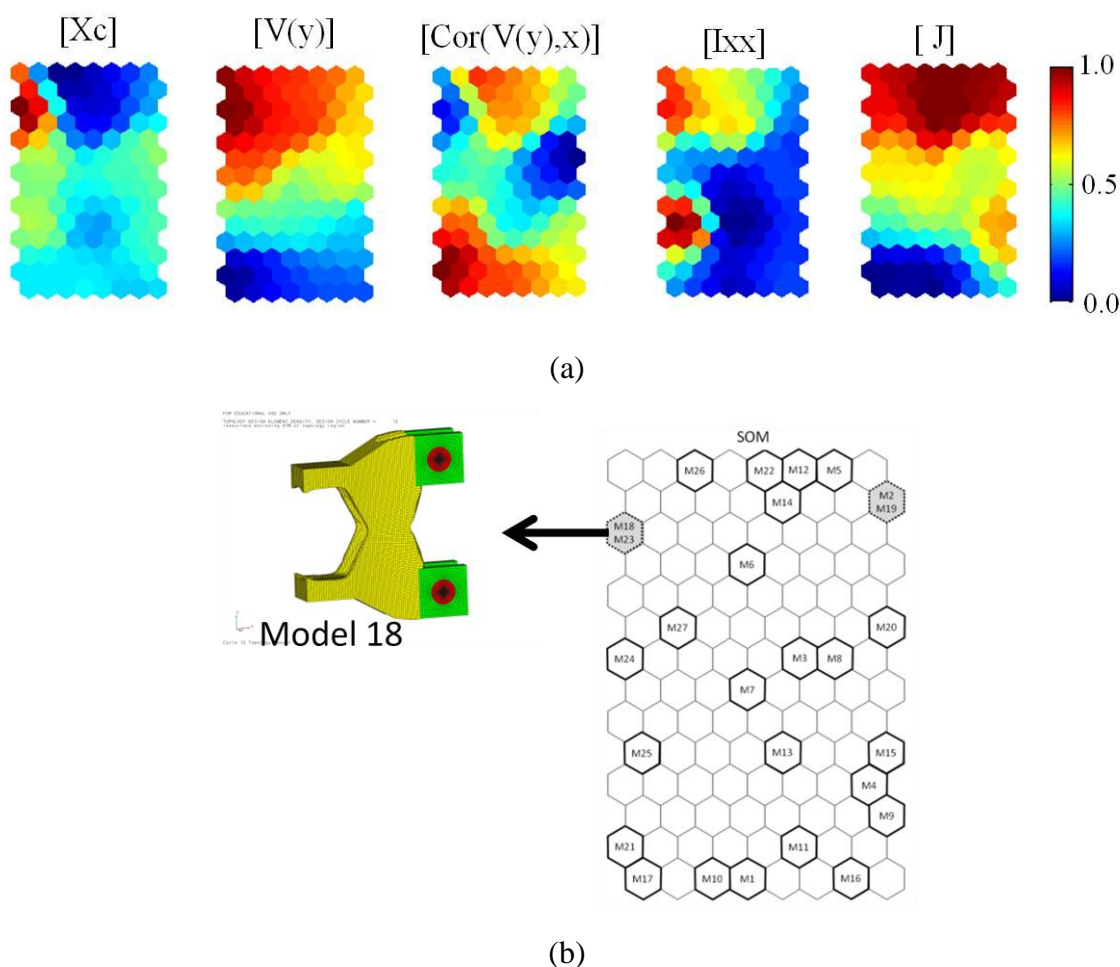


Fig. 2.18 Some SOM patterns of primitive statistical features of the element distribution of topology optimized solutions : $[Xc]$, $[V(y)]$, $[Cor(V(y),x)]$, $[Ix, J]$

また，図 2.18 の断面 2 次極モーメント SOM パターンを見ると，SOM の上部にあるトポロジー最適解はその値が高く，下部に位置したモデルは低い断面 2 次極モーメントの値を持っていると言える．このことから，図 2.16 の各荷重ケースに対するひずみエネルギー SOM パターンと，統計的要素の分布値の SOM パターンを比較することで，お互いの相関関係が調査できる．

以上の結果により，設計領域内の各セルにおける要素の密度値では，トポロジーの特徴を全体的に理解する事は困難であったが，様々な統計的要素密度の分布値による SOM パターンにより，各トポロジープレート解群が持つ全体的なトポロジーの特徴が容易に理解できる．

構造性能と形状特徴パターンの比較

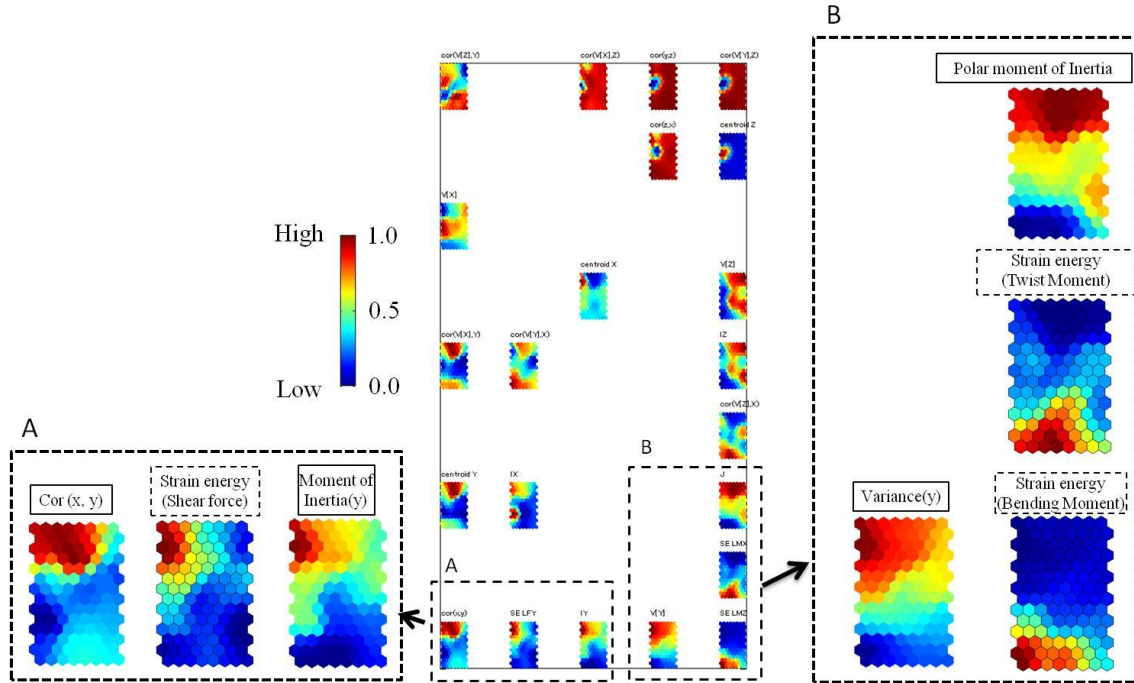
トポロジーの統計的要素密度の分布値と構造性能の関係について調査する。通常 SOM では、ある2つのパラメータのパターンが類似するとその2つのパラメータは相関性が高いと言える。よって、提案した様々なトポロジーの統計的要素密度の分布値の SOM パターンと構造性能を表現する図 2.16 の各荷重ケースに対するコンプライアンスの SOM パターンを併せ比較した。

比較において多数の SOM パターンをそのまま人間の感覚で類似性を判断することは難しい。そこで本研究では、各々の SOM パターンをそのパターンの類似性により分類する手法を用いた。これは「SOM の SOM」として言われるマップとしてお互いのパターンの相関性を調べるためによく用いられる手法である^(2.13)。この手法は、各々のパターンに対応するベクトルを用いて共分散行列を計算し、その共分散値に基づいて再び SOM で分類する手法である。一般的にこの手法においても2次元のマップ上で SOM パターンを分類する。

トポロジーの統計的要素密度の分布値の SOM パターンと各荷重におけるコンプライアンスパターンをお互いの相関性により分類し、配置した結果を図 2.19 に示す。ここで、パターンの中で青色は相対的に低い値を、赤色は高い値を表す。図 2.19 の中央部にあるパターンの SOM 結果では、隣接するパターンが類似することから、パターンお互いの相関度によって適切に分類できたと言える。さらに、各荷重ケースに対するひずみエネルギーの SOM パターンと類似度が高い形状の特徴値の SOM パターンを調べるために、それぞれのひずみエネルギーパターンの周辺である A, B 部分を拡大し、パターンの SOM 結果の両側に一緒に示す。

まず、図 2.19 の拡大図 A からは、せん断力コンプライアンスのパターンと x, y 方向共分散, y 方向断面2次モーメントのパターンが隣接していることがわかる。このことは、せん断力に対しては、 x, y 方向共分散, y 方向断面2次モーメントが最も相関性が強いことを示す。同様に、図 2.19 の拡大図 B からは、ねじりモーメント, 曲げモーメントのパターンと断面2次極モーメント, y 方向分散値のパターンが隣接していることがわかる。これは、ねじりモーメントおよび曲げモーメントは断面2次極モーメント, y 方向分散値と高い相関を持つことを示す。このように、「SOM の SOM」により目的関数およびトポロジーの特徴との相関

関係が容易にわかる。



15

Fig. 2.19 Summary of SOM results self-organized on the basis of similarity between attribute values

2.5 結言

本章では、複数荷重ケース問題に対して、最も広く用いられる感度解析によるトポロジー最適化を用いてパレート解群を導出した。その後、多数のトポロジーパレート最適解に対してその解空間を可視化するために、トポロジーの特徴を定義し、その特徴の類似性に基づき、**Self-Organizing Map** を用いて分類した。**SOM**によりパレート解群を2次元のマップ上分類することで、最適なトポロジーの探索及び設計に有益な情報が抽出可能であることを示した。得られた結論は以下の通りである。

- (1) **SOM** を用いてトポロジーパレート解群をそのトポロジーの類似性により、2次元のマップ上に分類可能であることを示した。
- (2) トポロジー最適解のトポロジー特徴を表すために、設計空間を分割し、その空間ごとの要素密度を用いる手法を示した。また、2つの異なる分割数による形状分類結果を比較し、**SOM**による形状分類の精度を検証した。
- (3) **SOM** の結果から類似性が高いトポロジー最適解をグルーピングするために、クラスタリングの手法を用いた。また、クラスタリングの結果とひずみエネルギーパターンを比較し、各々クラスタにおける構造性能の特徴を明確にした。

2.6 参考文献

- (2.1) Bendsoe, Martin Philip, and Ole Sigmund. *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer Verlag, 2003.
- (2.2) Arora, Jasbir. *Introduction to optimum design*. Academic Press, 2004.
- (2.3) Kalyanmoy, Deb. *Multi objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley and Sons, 2001.
- (2.4) Kohonen, Teuvo. "The self-organizing map." *Proceedings of the IEEE* 78.9 (1990): 1464-1480.
- (2.5) J Vesanto, J Himberg, E Alhoniemi, J Parhankangas, "Self-organizing map in Matlab: the SOM Toolbox." *Proceedings of the MATLAB DSP Conference*. Vol. 99. 1999.
- (2.6) J Vesanto, J Himberg, E Alhoniemi, J Parhankangas, SOM toolbox for Matlab 5. Helsinki, Finland: Helsinki University of Technology, 2000.
- (2.7) Lu, G.J., Sajjanhar A., Region-based shape representation and similarity measure suitable for content-based image retrieval, *Multimedia System*. 7(2), 1999, pp.165-174.
- (2.8) Frey, Peter W., and David J. Slate. "Letter recognition using Holland-style adaptive classifiers." *Machine Learning* 6.2 (1991): 161-182.
- (2.9) Vesanto, Juha, and Esa Alhoniemi. "Clustering of the self-organizing map." *Neural Networks, IEEE Transactions on* 11.3 (2000): 586-600.
- (2.10) Davies D. L. and Bouldin D. W.: A cluster separation measure, *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-1, Apr. 1979, pp. 224–227.
- (2.11) 静粛超音速研究機(S3TD)及び関連地上設備の基本設計結果, 宇宙航空研究開発機構研究開発資料, JAXA-RM-10-007, 2010
- (2.12) McKay, M.D., Beckman, R.J., and Conover, W.J., "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code," *Technometrics*, Vol. 21, (2), 1979, pp. 239-245.
- (2.13) Vesant, J., SOM Based Data Visualization Method, *Intelligent -Data-Analysis*, Vol. 3, 1999, pp. 111-126

- (2.14) 李家 賢一, 日本の超音速機研究開発に望まれること, 次世代 SST・国産旅客機シンポジウム予稿集, 2007, pp.1-4.
- (2.15) 大貫武, 静粛超音速機技術の研究開発計画, 次世代 SST・国産旅客機シンポジウム予稿集, 2007, pp.9-12.

第3章

ロバストトポロジー探索手法

3.1 緒言

第1章「緒言」で述べた超音速機の翼胴結合金具のように、荷重の大きさおよび負荷方向に変動が存在する場合、その荷重変動に対するロバストトポロジー最適化において複数荷重ケース問題は最も重要な役割をする。荷重変動に対するロバストトポロジー最適化問題では、連続的な荷重変動を直接扱うのは難しい。そのため、連続的な荷重変動をサンプリングや近似方法などにより離散化することで、複数荷重ケース問題に変換する^(3.1~5)。このように、連続的な荷重変動をサンプリングや近似手法により、複数荷重ケース問題に変換すると、最適化問題は計算が簡単になる。

通常、構造に負荷されるある荷重に対して最適なレイアウトを探索する方法としてトポロジー最適化が広く用いられる。しかし、一般的なトポロジー最適化方法で求めたトポロジー最適解は荷重に変動がある場合、その構造性能が変動に対して不十分である問題点がある^(3.6)。そのため、荷重の変動を考慮したロバストトポロジー最適化として様々な手法が提案されている。代表的なロバストトポロジー最適化方法として、最悪ケース設計方法^(3.6)、連続的な変動確率を離散化し、ロバスト目的関数を近似する手法^(3.1,2,5,7)などがある。これらの方法では、連続的な変動の確率を離散化するために、複数荷重ケースモデルに変換する。その後、コンプライアンス最小化問題について **Minimax** 手法^(3.6)、**Average** 手法^(3.1,2,5,7)あるいはコンプライアンスの期待値および分散^(3.3,4)モデルを用いる手法などにより、ロバスト解を求める。このことは、ロバスト解は複数荷重ケースを考慮した最適化のパレート解群の一部である可能性が高いことを意味する。

そこで本研究では、複数荷重ケースに対してコンプライアンス最小化する問題のパレート解群を求め、そのパレート解空間内でロバストトポロジーを探索する手法を提案する。提案手法ではパレート解を求めるために、一回の解析で多数のパレート最適解が探索可能な手法である多目的遺伝的アルゴリズム (**Multi-Objective Genetic Algorithm**)を用いる。各パレート解における、荷重変動に対するロバスト性能の評価には、**Monte Carlo simulation** を用いコンプライアンス

の平均および分散を計算する。

しかし、ロバストトポロジー最適化における複数荷重ケースモデルにおいても、3個以上の目的関数を用いるため、一般的な2次元の目的関数の図示法では、効果的ではない。さらに、ロバスト性能もともに考慮しなければならないため、効果的な最適解の探索方法が求められる。

そこで本研究では、複雑なパレート解空間内でのロバストトポロジー解の探索をより簡便かつ効果的に行うため、第2章で提案したSOMによるトポロジーパレート解群空間の可視化手法を適用する。SOMを用いることで、ロバスト解析における数多いロバスト性能およびトポロジーとの関係について比較しながらロバストトポロジーの探索が可能になる利点がある^(3,8)。

本研究では、提案手法を翼胴結合金具に適用し、金具の主な荷重である曲げモーメントおよびせん断力の変動に対してロバストなトポロジー最適解群を求めることで、その有効性を示す。ねじりモーメントに対しては、第2章で得られた曲げモーメントとのトレードオフ関係が弱いことから、2次元モデルにおいて曲げモーメントのみ考慮した。

本章では、3.2節にて提案するロバストトポロジー探索手法について述べ、3.3節から3.6節にて提案する手法について詳細に説明する。最後に3.7節では、提案手法を翼胴結合金具設計に適用し、その有効性を検討した。

3.2 提案するロバストトポロジー最適化の探索手法

本研究では、多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm : MOGA) を用いたトポロジー最適化により複数荷重ケースに対するコンプライアンス最小化問題のパレート解群を求め、パレート解群の中で一部であるロバストトポロジー最適解を探索する手法を提案する。ロバストトポロジー最適解は複数荷重ケース問題のコンプライアンス最小化問題のパレート解群の一部であるため、複数荷重ケース問題において可能な限り全てのパレート解を導出する必要がある。そのため、重みなどを必要としない MOGA はパレート解群の導出に適切である。図 3.1 に提案手法のフローチャートを示す。また、以下に提案手法について説明する。

- Step1) 荷重変動を考慮し、複数の荷重ケースを定義する。
- Step2) 複数荷重ケースに対するコンプライアンス最小化問題を多目的遺伝的アルゴリズムを用いたトポロジー最適化により解く。
- Step3) ステップ 2) から得られたパレート最適解群を相互間のトポロジー類似度により分類する。分類には自己組織化マップ (SOM) を用いる。
- Step4) 代表的なトポロジー個体群に対して、Monte Carlo 解析を用い、コンプライアンスの期待値 (Expected Compliance : EC) および標準偏差 (Standard deviation of Compliance : StdC) を計算する。
- Step5) SOM によるトポロジーパレート解群空間の可視化によりロバストなトポロジーの探索を行う。

ここで、一般的にステップ 4 の Monte Carlo 解析は高計算コストになるため、全てのパレート解に対して計算するのは非効率的である。そのため、ステップ 3 の SOM を用い、パレート解群の中で代表的なトポロジーを抽出し、その代表的なトポロジーのみロバスト性能を計算した。

また、荷重変動に対するコンプライアンスの期待値及び標準偏差の精度を向上させるため、地球統計学の分野で近年注目されている Kriging 法^(3,9)と呼ばれる

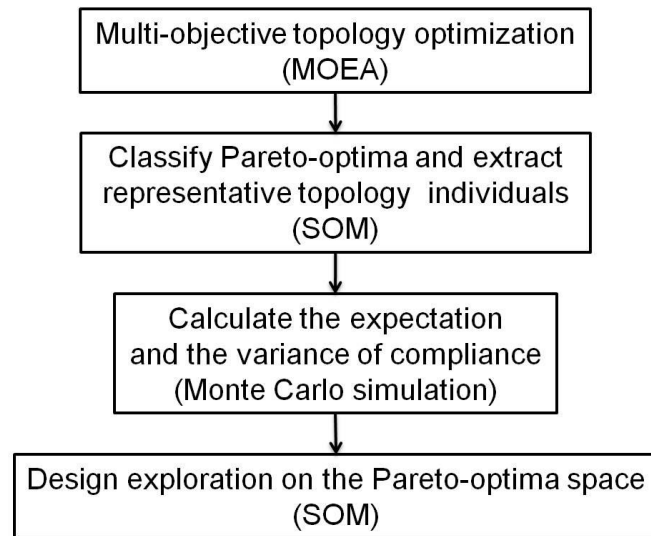


Fig. 3.1. Flowchart of proposed method

統計的関数近似手法を用いる。Kriging 法は、多峰性、非線形性を有する関数であっても近似可能な手法である。この Kriging 法を用いて各トポロジー最適解におけるコンプライアンス空間を近似する応答曲面を作成し、これを Monte Carlo 解析のロバスト性能評価プロセスで用いることで Monte Carlo 解析の高精度化および計算コスト低減を図る。

3.3 GA を用いた多目的トポロジー最適化

本節では、多目的トポロジー最適化における複数荷重ケース問題に遺伝的アルゴリズム (GA) を用いる。第2章では、トポロジー最適化手法として広く用いられるスカラー化手法によりトポロジーパレート解群を導出した。しかし、スカラー化手法では、全てのパレート解群を求めるためには、重み付けを変えながら異なる単一目的関数最適化問題の答えを、一つ一つ地道に求めていくしかないため、効率がよくない。

一方、GA は確率論的最適化手法であり、ロバストかつグローバルな探索が可能である手法である。さらに、多目的遺伝的アルゴリズム (MOGA) においては、多数のパレート解を一回の解析により求めることができる。これは、常に集団を用いて最適化計算を行う進化的計算法の特徴を活かし、集団の個体がパレート集合になるべく一様に分布するような遺伝的操作を加味しながら進化をさせるためである。

本節では、3.3.1 項にて GA を用いたトポロジー最適化において最も重要である、トポロジーの表現法について述べ、3.3.2 項にて、トポロジーの表現法の中で最も効率が良い Bar-system 表現法によるトポロジー最適化について述べる。その後、3.3.3 項にて多目的最適化問題において、進化過程にパレート解が削除される問題の解法としてアカイブを用いる手法について説明する。

3.3.1 トポロジー表現法

GA を用いるトポロジー最適化問題においてトポロジーを如何に表現するかは最も重要な課題である。GA を用いたトポロジー最適化におけるトポロジー表現法としては、Bit-array, Voronoi-based, Graph-theoretic based 表現法などが提案されている。

Bit-array 手法 (あるいは Binary string) 表現法^(3.10~15)はその中でも最も広く用いられている。この手法は直感的な表現法であり、GA において変数変換の付加

的な操作を必要としない利点がある。図 3.2 に示すようにこの表現法では、材料がある要素には 1 をない要素には 0 を付与し、トポロジーを表現する。そのため、遺伝的アルゴリズムにおける Binary 遺伝子変数との適合性が高い。しかし、図 3.3 に示すように不適切な連結性を持つ構造が GA の過程中多数生成され、無駄な計算コストが多くなる問題がある。また、設計領域において要素数が多くなると、より詳細なトポロジーまで表現可能になるが、設計変数の数が膨大になり計算コストが高くなる問題点も併せて持つ。

Voronoi-based 表現法^(3.11,12,16,17)は、0 あるいは 1 を持つ有限な数の Voronoi サイトによりトポロジーを表現する手法である。この手法では、FEA 要素空間におけるメッシュの設定によらない利点がある。しかしこの手法においても、bit-array 手法が持つ不適切な構造が多数生成される問題点がある。

Tai らから提案された morphological 表現法^(3.18,19)は、Graph 理論に基づいた表現法の一つであり、幅を変数として一緒に持つ簡単なパラメトリック曲線を用いる。このパラメトリック曲線は支持点と荷重点を常に通るため、上記の手法とは異なり適切に連結された構造が得られる利点を持つ。しかしこの手法では、例えば、高次元 Bezier 曲線などのより複雑な曲線を用いる場合、計算コストが

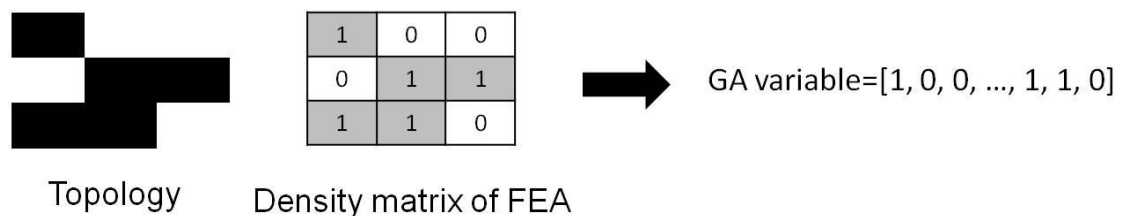


Fig. 3.2 Bit-array representation for the topology optimization

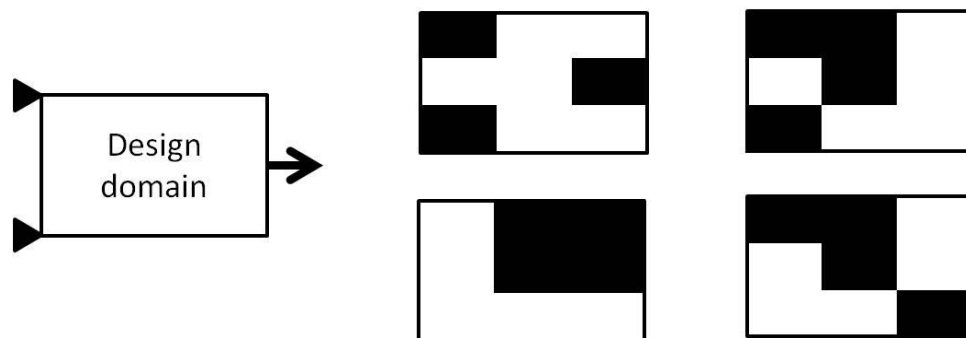


Fig. 3.3 Improperly connected structures in the bit-array representation method

増加する問題点がある。

Wang らから提案された Bar-system 表現法^(3,20)も Graph 理論に基づいたトポロジー手法である。図 3.4 に示すように、この手法はトポロジーを多数の連結されたバーで表現する手法である。そのため、設計領域の中で負荷点と支持点との連結性を保つことができる。Bar-system 表現手法では、各バーの両端にある節点とバーの幅を設計変数として定義する(図 3.5 参照)。また、図 3.5 一例のように、バーの下に要素の重心がある場合、その要素に 1 を与え、FE モデルにマッピングするので FE-mesh 上での表現も簡単にできる。そこで本研究では、GA によるトポロジー最適化において Bar-system 表現法を用いる。

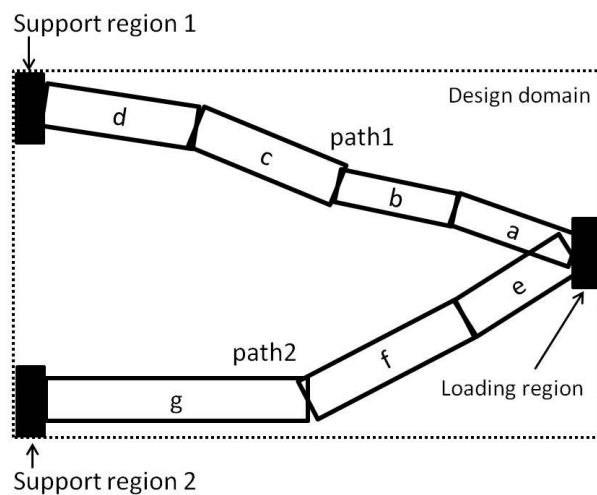


Fig. 3.4 Illustration of bar-system

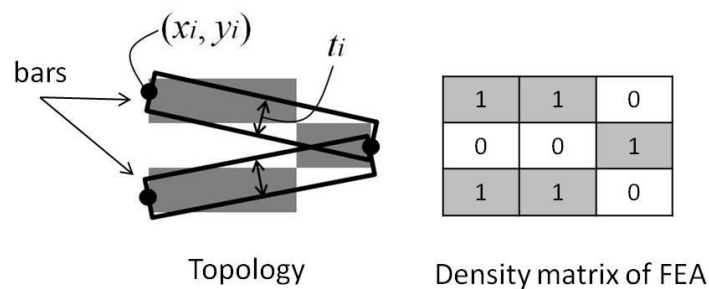


Fig. 3.5 Illustration of bar-system parameters and mapping on mesh for FEA

3.3.2 Bar-system 表現法による多目的 GA トポロジー最適化

バー表現における実数値型染色体

一般的に、GA では情報を 0, 1 データで保存し、複数並べた列を作成する。その列を染色体という。GA を用いた最適化では、この染色体の表現が最も重要である。通常、遺伝的アルゴリズムでは、0 と 1 を用いて対立遺伝子を表現するバイナリーコーディングがよく用いられるが、染色体が長くなる場合、GA の性能が落ちる問題点がある。そのため、GA を用いたバー表現のトポロジー最適化では、実数値を用いて染色体を作成する実数値型染色体を用いる。

本研究で用いたバーシステムの表現では、式(3.1)のように実数値を 1 次元の配列に入れそれぞれの個体を作成する。

$$\mathbf{c}_i = [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \cdots \ \mathbf{r}_N] \quad (3.1)$$

ここで、 \mathbf{c}_i は i 番目個体のデータを一次元の配列に入れた染色体、 N は設計領域に負荷される荷重の数である。 $\mathbf{r}_j (j=1,2,\dots,N)$ は荷重 j とある支持点と連結された全てのバー構造であり、以下式(3.2)のようである。

$$\mathbf{r}_j = [x_0^j \ y_0^j \ \mathbf{P}_1 \ \mathbf{P}_2 \ \cdots \ \mathbf{P}_M] \quad (3.2)$$

ここで、 x_0^j と y_0^j は荷重点の座標、 M は荷重点の間にあるバーの経路の数である。また、 $\mathbf{P}_k (k=1,2,\dots,M)$ は以下のように定義する。

$$\mathbf{P}_k = [t_1^k \ x_1^k \ y_1^k \ t_2^k \ x_2^k \ y_2^k \ \cdots \ t_L^k \ x_L^k \ y_L^k] \quad (3.3)$$

ここで、 L は連結された一つのバー経路におけるバーの数である。 t_i^k 、 x_i^k 、 y_i^k はそれぞれバー i の幅と座標を表す。

Archiving Elitist non-dominated sorting GA (NSGA-IIa)

本研究では、多目的最適化において、パレート最適解の探索するために、MOEAs (Multi-Objective Evolutionary algorithms) の 1 つとして広く使われている NSGA-II (Elitist non-dominated sorting GA) ^(3.21) を用いた。全体のアルゴリズムの流れは図 3.6 に示すように、通常の GA と同様である。しかし NSGA-II では、高い多様性および収束性のあるパレート解を探索するため、ランクおよび Crowding 距離に基づいた Crowded Tournament 選択を行う (図 3.7 参照)。図 3.7 で、 P_t は

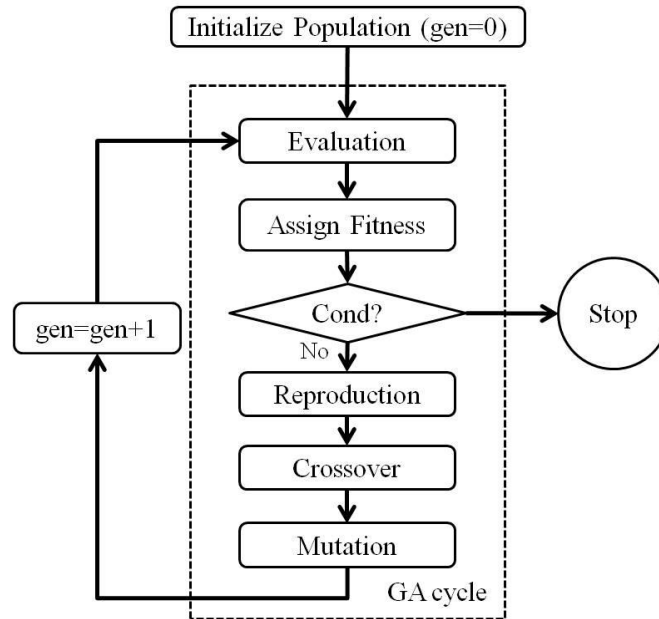


Fig. 3.6 Flowchart of NSGA-II

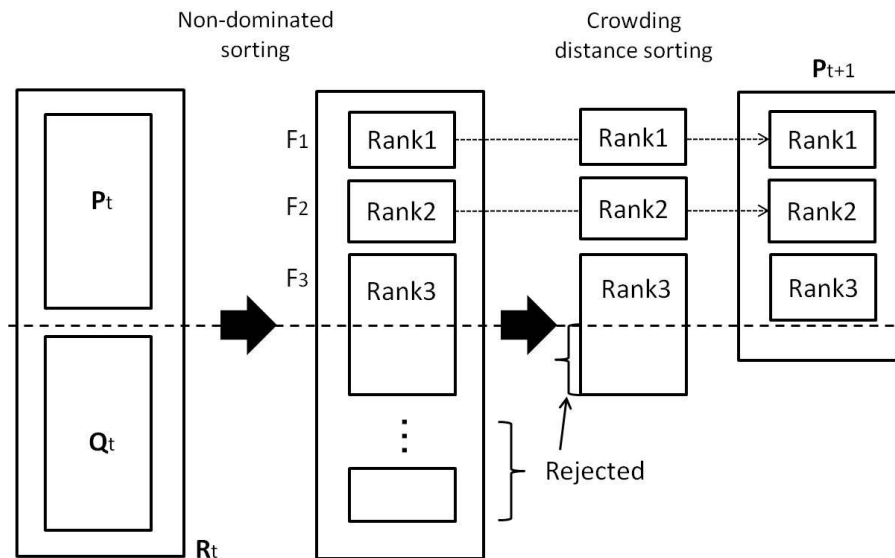


Fig. 3.7 Schematic of the NSGA-II procedure

世代 t における親個体, Q_t は世代 t における子個体, R_t は世代 t における全体個体である.

図 3.7 に示すように NSGA-II では, まずランクによる非優越ソート後, Crowding 距離を基準とするソートを行う. ここで, ランク付け (ランキング)

は次の手順で行われる。まず、全てのパレート解をランク 1 とする。ここで、全ての個体集合において最も良好な解を非劣解（ランク 1 を持つ解）と呼び、その集合がパレート解群である。その後、ランク 1 を付与した解を仮に削除し、その結果新しく選ばれるパレート解をランク 2 とする（実際には非劣解ではない）。その過程を繰り返し、全ての解に対してランクを付与する。

Crowding 距離は解の多様性を確保するために目的関数空間上で同じランクを持つ個体の中から、他の個体との相対距離が離れている重要な個体に、より大きい適応度を付与するために計算する距離であり、目的関数空間上で近隣する個体間の平均距離で計算される。図 3.8 にその概念図を示す。図 3.8 に示すように目的関数が 2 つある場合、個体 i の **Crowding** 距離 d_i は以下の式 (3.4) に示す。

$$d_i = \frac{f_1^{i+1} - f_1^{i-1}}{f_1^{\max} - f_1^{\min}} + \frac{f_2^{i+1} - f_2^{i-1}}{f_2^{\max} - f_2^{\min}} \quad (3.4)$$

すなわち、**Crowding** 距離 d_i は図 3.8 に示す個体 i を囲む仮想の四角形（Cuboid）の正規化された周り長さの半分になる。

Crowded Tournament 選択は、2 つの個体に対してランクと **Crowding** 距離を比較し、ランクが小さい個体（優秀な個体は相対的に小さいランクを持つ）、また、同じランクの持つ場合は **Crowding** 距離が大きい個体を選択する選択方法である（図 3.7 参照）。

本研究では、交叉方法として、**PCX**（Parent centric crossover）^(3.22)とバイナリ

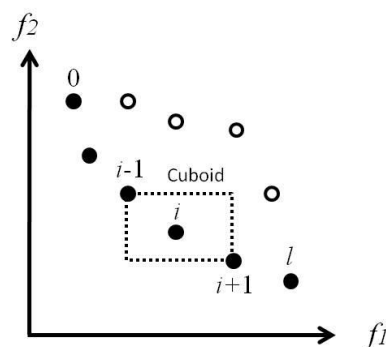


Fig. 3.8 The crowding distance calculation^(3.23)

交叉の一種である2点交叉 (2-point crossover) ^(3.23)を同時に用いた. PCX は通常
の親個体の重心に子個体を生成する交叉手法 (Mean centric crossover) とは異な
り, 親個体の周辺に子個体を生成する手法である. また, 突然変異の方法とし
て Polynomial Mutation ^(3.24)を用いた. (Appendix 参照)

3.3.3 アrchiveを用いた NSGA-II

NSGA-II アルゴリズムはエリート主義に基づく手法である。そのため、進化過程の途中に集団におけるエリートは維持できる。しかし、パレート解の数（ランク 1 を持つ個体）が全体個体数を超えると、一部のパレート解が除外される問題がある。この現象をパレトドリフト（Pareto drift）という^(3.25)。これは図 3.9 に示すように、ランク 1 の集団 (F_1) の数が親個体の数を超えると、 F_1 の中で crowding 距離が大きい順で次世代の親個体と選択され、残りの個体はランク 1 のエリート個体であっても除外される。

この問題の解法として、パレート解群を外部に保存するアカイブを用いた。ここで、アカイブは外部保存場所を意味する。このようなアカイブは多目的進化的なアルゴリズムの一つである Pareto Archived Evolution Strategy (PAES)^(3.23) においても用いられる。世代ごとにアカイブが更新されるため、全てのパレト解群が最後まで更新および維持できる。アカイブの更新は次のような手順で行う。

- 1) 全ての個体集団 R_t とアカイブに保存されている個体集団を併せ、ランクによる非優越ソートおよび Crowding 距離を基準とするソートを行う。

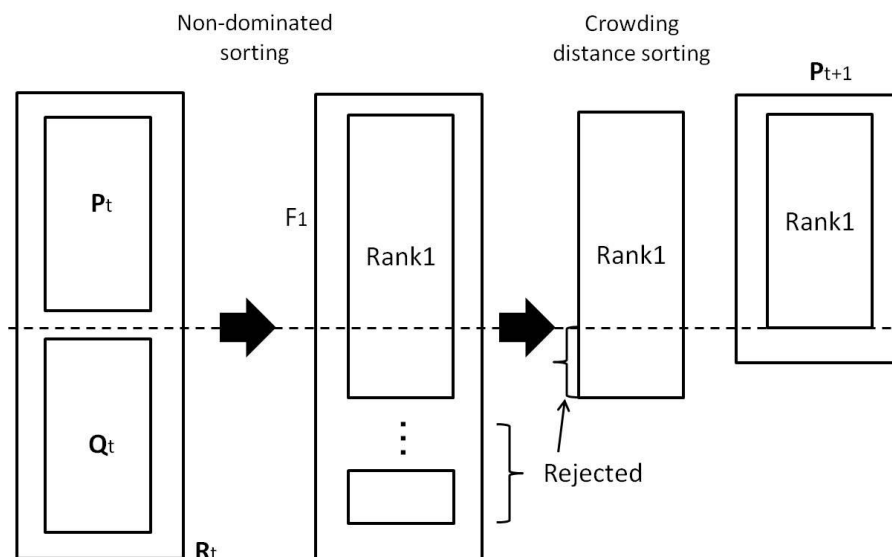


Fig. 3.9 Schematic of the Pareto drift in the NSGA-II procedure

- 2) アカイブから全ての個体を削除する.
- 3) 現在の世代における全てのランク 1 個体をアカイブに保存する.

上記の過程により, アカイブの個体が最終的にパレート解群 (ランク 1) になる.

3.3.4 Cantilever beam 最適化問題

本項では、多目的遺伝的アルゴリズムの NSGA-IIa を用いた bar-system 表現法のトポロジー最適化を検証するために、図 3.10 に示す Cantilever beam モデルを用いた。ここでは、アルゴリズムの有効性について検証するため、多目的トポロジー最適化としてよく使われている重み付き線形和法を用いた SIMP 法と比較する。

モデルは図 3.10 に示すように、設計領域は $4H \times 3H$ 、左側の上下にある頂点が固定、右側の中央部に右向きの荷重 $F1$ 、右下の部分に $F2$ が作用している。バーのシステムとしては、7つの節点を持つ6つのバー(7V6E)で構成した。

設計におけるパラメータとして、弾性率 $E=1.0$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、密度 $\rho=1.0$ 、厚さ $t=1.0$ 、荷重 $F1$ と $F2$ は 1 とした。また、FEA における有限要素モデルは 30×24 のメッシュに設計領域を分割した。FEM の計算には文献[3.26]の MATLAB コードを用いた。

遺伝的アルゴリズムのパラメータとしては、個体数 100、選択率は 0.9、突然変異率は 0.2 を使用し、計算は世代数 600 までとした。最適化の問題設定としては、体積比 30%以下でコンプライアンス最小化とした。また、各々の設計変数の範囲も制約条件として考慮した。

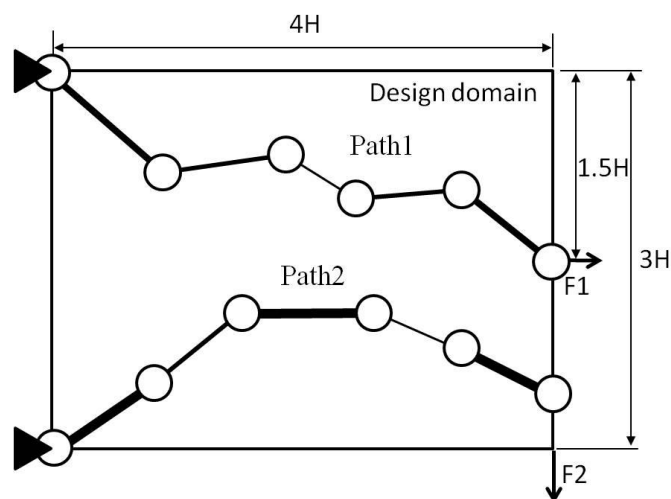


Fig. 3.10 Design domain and bar system for the clamped deep beam

NSGA-IIa を用いた bar-system 表現のトポロジー最適化の収束性について検証するために、SIMP 法と目的関数を比較した。重み付き線形和法を用いた SIMP 法では、F1 に対する目的関数の重みを w_1 、F2 に対する目的関数の重みを w_2 とし、表 3.1 に示すように重みを 3 ケースに設定して計算した。また、それらの 3 ケースに対応するパレート解を抽出して比較した。その結果を表 3.1 に示す。

ケース 1, 3 の場合、提案した手法によりコンプライアンスがそれぞれ約 5%, 5%, ケース 2 はそれぞれ約 10%, 3% 向上した解が得られた。そのトポロジーの比較図を図 3.11 に示す。図 3.11 で、上から順次にケース 1 から 3 のトポロジー結果である。(a)が重み付き線形和法を用いた SIMP 法、(b)が提案した手法により得られた結果である。お互いにトポロジーは類似するが、SIMP 法はその曖昧な密度を持つ要素が多いため、コンプライアンスが高く計算される。

次に、図 3.12 に目的関数（コンプライアンス）空間におけるパレート解を示す。ここで、青点がパレート解を表す。また、それぞれのパレート解から代表的なトポロジーも示す。この結果から、一回の解析によち多数のパレート解が得られたことがわかる。

以上の結果より、NSGA-IIa を用いた bar-system 表現のトポロジー最適化から多様かつグローバルなパレート解が得られたといえる。

Table 3.1. Comparison of minimum compliance with

(w_1, w_2)	Compliance1	Compliance2
SIMP method with weighted sum		
Case1(1,0)	8.8195	-
Case2(0.5,0.5)	11.8900	61.1379
Case3(0,1)	-	58.7714
NSGA-IIa with bar-system representation		
Case1(1,0)	8.3467	-
Case2(0.5,0.5)	10.6339	59.1708
Case3(0,1)	-	55.7077

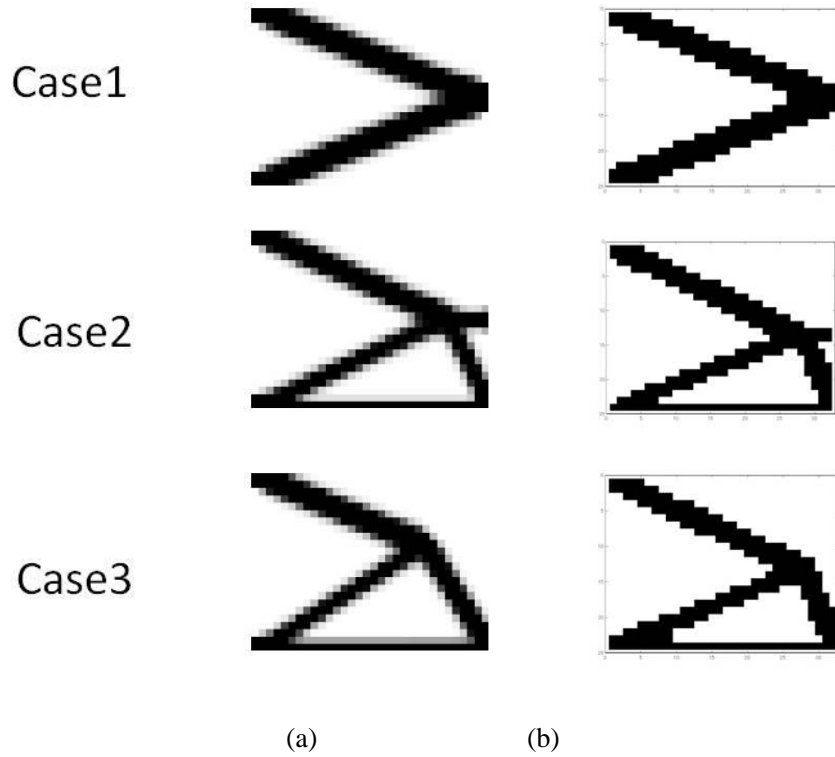


Fig. 3.11 Comparison of topology results between (a)SIMP method with weighted sum and (b) NSGA-IIa with bar-system representation

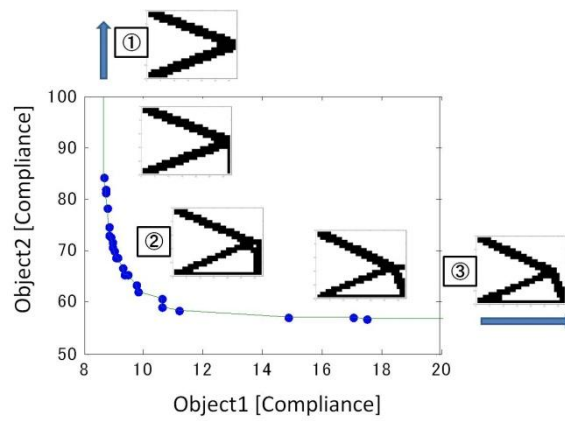


Fig. 3.12 Result of the NSGA-IIa with bar-system representation

3.4 荷重変動を考慮した荷重ケースの設定

ロバストトポロジー最適化では、確率的な荷重変動に対する最適化問題を決定論的な最適化に変換する必要がある。そのため、確率的な荷重変動に対して、その変動を複数の荷重ケースとして設定する手法が多く用いられる。本節では、荷重の大きさおよび負荷方向の変動が正規分布 $N(\mu, \sigma)$ である場合に対して、適切な荷重ケースを調査した。

3.4.1 荷重の負荷方向の変動

荷重の負荷方向変動に対して、適切な荷重ケースを調べるために、3水準と多水準のコンプライアンスの期待値を図3.13に示す2つの例題を用いて比較した。

荷重の負荷方向が、図3.13(a)の片持ち梁では平均 0° 、標準偏差 2.5° 、図3.13(b)では、平均 -45° 、標準偏差 40° の正規分布を従うとする。コンプライアンスの期待値の比較には、表3.2に示す荷重ケースを用いた。3水準のケースでは、3つの荷重ケースの方向を図3.14のように μ_D° 、 $\mu_D \pm S \cdot \sigma_D^\circ$ とした。ここで、 S は任意の定数である。また、表3.2のケース1から6は3水準における S による結果を、ケース7は多水準と3水準の結果を比較するために用いた。ここで、コン

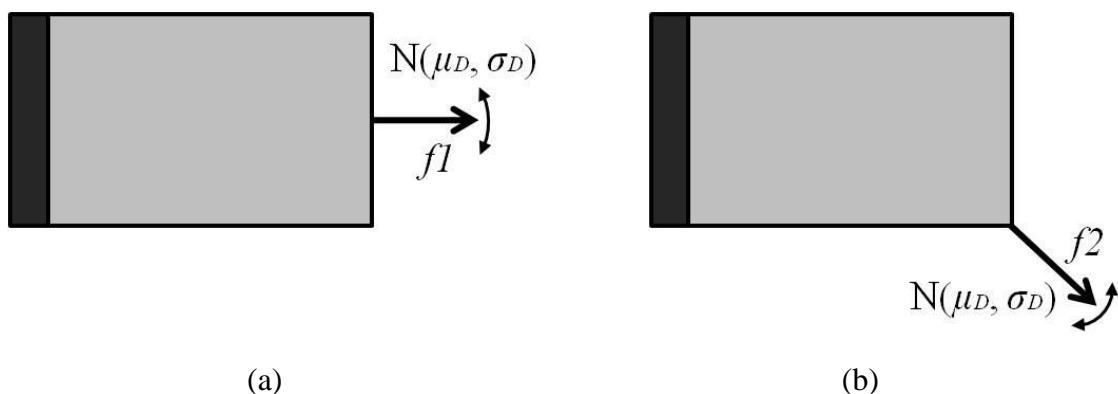


Fig. 3.13 Two examples of the cantilever beam: (a) Loading $f1$ with direction uncertainty $N(0^\circ, 2.5^\circ)$ (b) Loading $f2$ with direction uncertainty $N(-45^\circ, 40^\circ)$

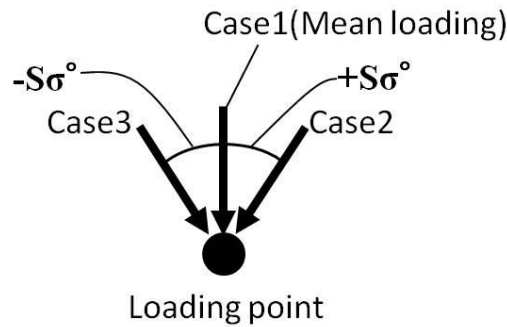


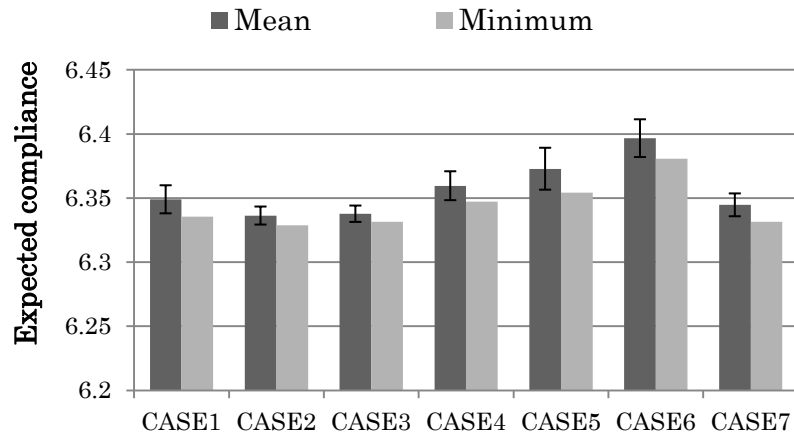
Fig. 3.14 Setting of loading case for loading uncertainty

Table. 3.2 Loadcases of each example

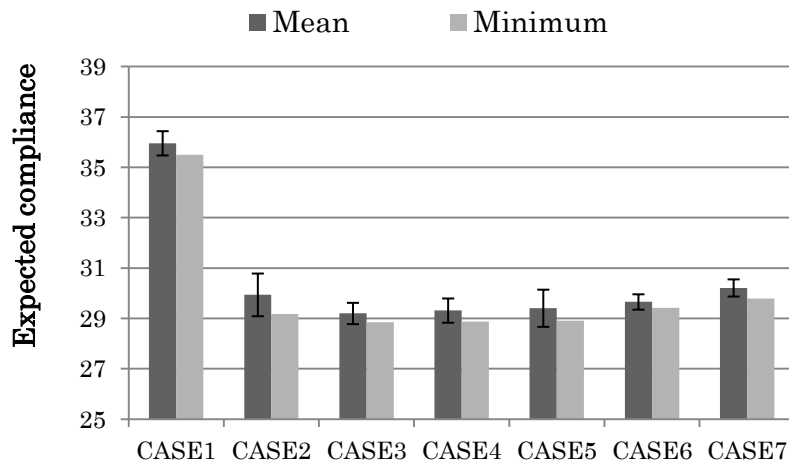
Level	CASE	Example 1		Example 2	
		Degree	S	Degree	S
3 levels	CASE1	0, ±1	0.4	-55, -45, -35	0.25
	CASE2	0, ±2.5	1	-65, -45, -25	0.5
	CASE3	0, ±5	2	-85, -45, -5	1
	CASE4	0, ±7.5	3	-105, -45, 15	1.5
	CASE5	0, ±10	4	-125, -45, 35	2
	CASE6	0, ±15	6	-135, -45, 45	2.25
Multi-levels	CASE7	0, ±2.5, ±5	1, 2	-145, -125, -105, -85, -65, -55, -45, -35, -25, -5, 15, 35, 55	0.25, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5

プライアンスの期待値は多目的 GA から得られた全てのパレート解に対して、Monte-Carlo 解析によりコンプライアンスの期待値を計算した。

図 3.15 にコンプライアンスの期待値結果を示す。図 3.15 から、両方の例題ともに、3 水準 S=1 の結果が最もコンプライアンスの期待値が小さいことが分かる。また、多水準の目的関数空間の場合では、3 水準より広いかつ 3 水準の目的関数空間を含めているが、3 水準の S=1 の場合よりコンプライアンスの期待値が大きい。これは多数準の場合、目的関数の空間が 3 水準により大きいため、収束に 3 水準より時間がかかるためであると考えられる。よって、多水準のケースにおいて最適解をより収束させるために計算コストを投入すると少なくとも 3 水準



(a) Result of example 1



(b) Result of example 2

Fig. 3.15 Comparison of expected compliance value

の最適解までは収束すると考えられる。またその場合に、3水準の結果よりもグローバルな最適解に収束する可能性もある。しかし、多水準のケースにおいて3水準のケースより収束した最適解が得られたとしても、3水準 $S=1$ の結果と大きな差はないと予想される。したがって、荷重の変動に対してロバストなトポロジーの探索には、3水準で十分であると考えられる。本研究では、荷重方向の変動に対して、 $S=1$ の3水準を用いる。

3.4.2 荷重の大きさの変動

荷重大さの変動が $N(\mu_M, \sigma_M)$ である場合、通常の数荷重ケースモデルを用いる手法では、以下の方法によりロバスト解を求める。

- 1) 連続な変動の確率を離散化するため、複数の荷重をサンプリングし、それらを用いて複数荷重ケースモデルとする方法。
- 2) 荷重変動が正規分布であると仮定し、コンプライアンスの期待値を定式化する方法。この方法では、大きさが μ_M, σ_M である荷重ケースに対するコンプライアンスを線形重み付けし、単一目的関数により求める。

これらの方法は、複数荷重ケース問題の目的関数（コンプライアンス）空間の中で、重み付け線形和法による目的関数を用いロバスト解を直接探索することにはかならない。すなわち、ロバスト解は複数荷重ケース問題の目的関数空間の一部である可能性が高いことを意味する。したがって本研究では、遺伝的アルゴリズムにより全てのパレート解群を求め、その空間の中でロバストトポロジーを探索するため、荷重大さの変動にロバストトポロジー解が得られる。

3.5 SOM による代表トポロジーの選出

本研究では、代表的なトポロジーを選出し、選出した個体のみ Monte Carlo 解析を行うことで、計算コストを低減させる。

SOM では、入力データ間の類似性により様々なトポロジーをマップ上に配置する際に、相対的に類似度が高いデータは、図 3.16 の概念図に示すように、同じユニットに配置される。図 3.16 は矢印方向の類似度に従い分類した場合を考えた概念図である。各ユニットを代表する個体として一つ選出するために、同じユニットに配置される個体の中で一つをランダムに取り出し、取り出された個体をそのユニットを代表する個体とする。同位置ユニット上にあるデータ間にはお互いに相対的な類似度が高いため、代表個体だけ注目した後、詳細に検討すべき個体があればそのユニットのみに対して、調査すると効率が良くなると考える。

一方、SOM のサイズにより分類結果が変わるため、提案手法において SOM のサイズは重要なパラメータになる。一般的に SOM では、ヒューリスティックなアプローチによりマップサイズを式(3.5)により設定する。

$$m = 5\sqrt{n} \quad (3.5)$$

ここで、 m はマップのサイズ (総ユニット数)、 n は入力ベクトルの数である。しかし本研究では、入力ベクトルの数 n をマップサイズ m とした。その理由と

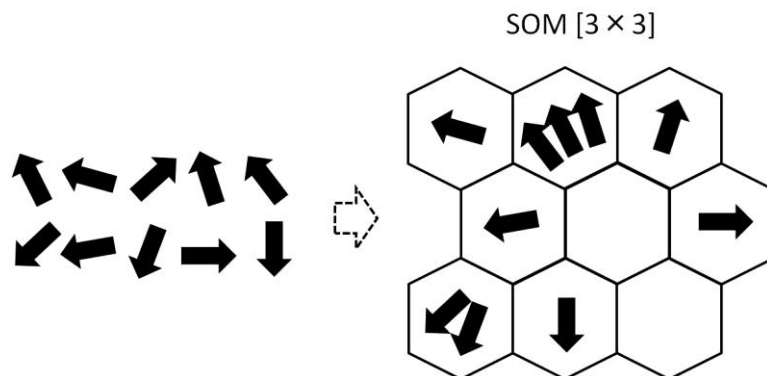


Fig. 3.16 Illustration of SOM classification

しては、通常式(3.5)を用いると SOM におけるユニット数が入力ベクトルより小さくなり(例えば、 n が 55 の場合 m は約 37, n が 300 の場合 m は約 86 になる)、類似しない個体が同一ユニット上に置かれる可能性が高い。そのため、SOM におけるユニットの数を十分に確保し、理想的に各トポロジーがユニット上に 1 つずつ持つようにするためである。

3.3.4 項で用いた cantilever beam 問題におけるパレート解群について SOM による分類結果を図 3.17 に示す。ここで、分類するパレート解の数が 55 であったため、SOM の総ユニット数は 55 とした。また、図 3.17 において同一ユニット上に複数のトポロジーがある場合全てに対して示すことは、紙面上困難であるため、いくつかのユニットのトポロジーのみ示す。

図 3.17 から定性的なトポロジーの比較により、他のトポロジーより類似度が高いトポロジーが同じ SOM 上のユニット上にあることが分かる。ここで、定量的に類似性を比較するために、ユニットごとに荷重ケースに対するトポロジーのコンプライアンス(表 3.3 参照)の偏差[%]を計算した。この偏差はユニット上にある全てのトポロジーが持つ平均コンプライアンスと各トポロジーが持つコ

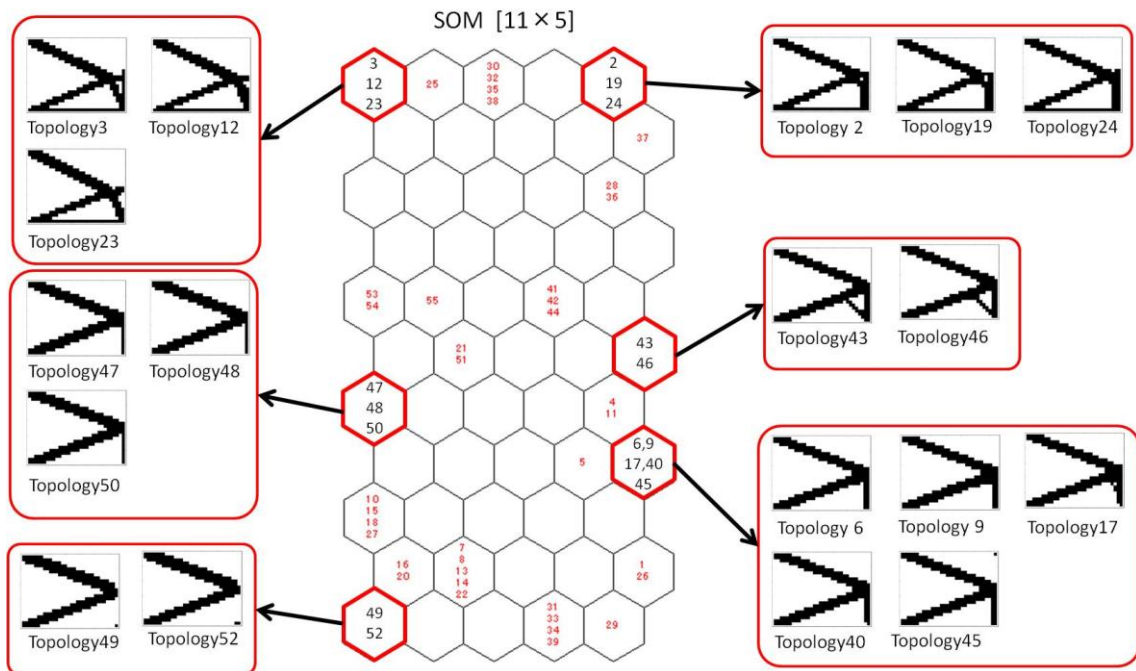


Fig. 3.17 Some topologies on the same unit on the SOM

Table. 3.3 Comparison compliance between topologies on the same unit of SOM

No. row	No. column	No. topology	Compliance 1	Compliance 2
1	1	3	14.85	57.02
		12	17.51	56.94
		23	23.75	56.24
1	5	2	10.63	59.17
		19	11.29	59.09
		24	10.63	60.67
6	5	43	9.58	65.31
		46	9.80	65.18
8	5	6	9.05	68.63
		9	8.97	70.97
		17	9.03	69.89
		40	8.86	74.01
		45	8.89	72.77
7	1	47	8.63	81.76
		48	8.63	80.40
		50	8.61	84.04
11	1	49	8.42	4.53×10^9
		52	8.44	4.30×10^9

ンプライアンスとの偏差である。ユニットごとに平均した結果を表 3.4 に示す。SOM の 1 行 1 列のユニット以外では、コンプライアンス 1 に対する偏差が約 0.3 以下であり、同じユニットにあるトポロジーは構造性能においても大きい差はないことが分かる。また、コンプライアンス 2 に対しても、その偏差が約 1.81 以下であり、同じユニットにあるトポロジーは構造性能においても大きい差はないことが分かる。

しかし、SOM の 1 行 1 列のユニットのコンプライアンス 1 に対する偏差は 3.36

Table. 3.4 Mean deviation compliance 1, 2 each unit

No. row	No. column	Mean compliance 1 of each unit	Mean compliance 2 of each unit	Mean deviation 1	Mean deviation 2
1	1	18.71	56.73	3.36	0.33
1	5	10.85	59.64	0.29	0.69
6	5	9.69	65.24	0.10	0.06
8	5	8.96	71.25	0.06	1.71
7	1	8.62	82.07	0.01	1.81
11	1	8.43	4.41×10^9	0.01	-

であり、他のユニットより高い偏差を示している。これは、そのユニット上にあるトポロジーは、少しのトポロジーの変化に対して構造性能が敏感であるトポロジーであると考えられる。このことは、図.3.17 から分かるように、1行1列のトポロジーは定性的にはほぼ類似しているためである。

また、表 3.4 から分かるように、SOM の 1 行 1 列のユニットの偏差が高いが、そのユニットにある全てのトポロジーは他のユニット上にあるトポロジーより高いコンプライアンス 1 の値、低いコンプライアンス 2 の値を持つ特徴を示す。よって、SOM において 1 行 1 列のトポロジーは、高いコンプライアンス 1 値、低いコンプライアンス 2 の特徴を持つトポロジーであることは明確である。このことから、そのユニットから一つのトポロジーを選出し、トポロジーの詳細な特徴を探索する本手法は有効であると考えられる。また、探索後、より詳細な探索を行いたい場合では、あるユニット上にあるトポロジーのみ取り出し、詳細に検討することが可能であるため、上記の偏差が少し高いことは問題にならないと考えられる。

3.6 ロバスト性の評価

本章では、荷重変動に対する構造のロバスト性能として、コンプライアンスの期待値および標準偏差を用いる。また、多目的トポロジー最適化における複数荷重ケース問題から得られたトポロジーパレート解群に対して、コンプライアンスの期待値および標準偏差を計算し、ロバストトポロジーを探索する。

3.6.1 Monte-Carlo 解析

Monte Carlo 解析^(3.27)は、確率論的問題を解析するための手法で、大量の乱数を用いて数多いシミュレーションを行なうことによって確率変数などの近似解を求める計算手法である。Simple random sampling 手法あるいは Statistical trial 手法とも呼ばれる。Monte Carlo 解析の適用は、精度の高い近似解を得ようとすればするほど膨大な回数の計算が必要になるため困難である。しかし、コンピュータによって多量の乱数を生成し、多量の演算を短時間で処理し、演算結果の統計まで行うことができ、非常に効率的な解析が可能になったため、近年コンピュータの性能向上と共に適用が拡大されている。この手法においては、解析的な手法によって解を得ることが困難な問題でも、膨大な量のシミュレーションを繰り返すことによって、高精度の近似解が得られる利点を持つ。

以下に Monte Carlo 解析の手順を示す。

Step1) ランダム変数の分布を選択する。

Step2) Step1 の分布により多数のサンプリングセットを生成する。

Step3) 生成したサンプリングセットにより解析を行う。

本研究では、荷重変動によるコンプライアンスの期待値および標準偏差を求めるために、Monte Carlo 解析を用いた。荷重変動による確率分布に従い、多数のサンプリングセットを生成した。その後、全てのサンプリングセットを用い、各トポロジーにおけるコンプライアンスを有限要素法により求めた。得られたコンプライアンスからコンプライアンスの期待値および標準偏差を計算した。

本項では、以下の図 3.18 に示すトポロジー例題により Monte Carlo 解析によるロバスト性能計算方法について検討した。ここで、荷重の大きさおよび負荷方向の変動はそれぞれ $\mu_{\text{mag}} = 1$, $\sigma_{\text{mag}} = 0.1$, $\mu_{\text{deg}} = -90^\circ$, $\sigma_{\text{deg}} = 40^\circ$ の正規分布と仮定した。

その結果を表 3.5 および図 3.19 に示す。図 3.19(a), (b)の縦軸はそれぞれコンプライアンスの期待値および標準偏差，横軸は Monte Carlo 解析で用いた有限要素解析数である。表 3.6 と図 3.19 から、コンプライアンスの期待値は約 46.7，標準偏差は約 16.4 に収束していくことが分かる。より詳細に検討するため、図 3.20 に解析数 50000 の結果との偏差値を示す。図 3.20 から、コンプライアンスの期待値は解析数が約 40,000 以上の場合，偏差が約 0.1 以下に，コンプライアンスの標準偏差は解析数が約 30,000 以上の場合，偏差が約 0.1 以下になることが分かる。

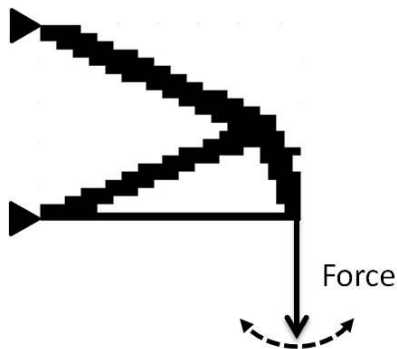


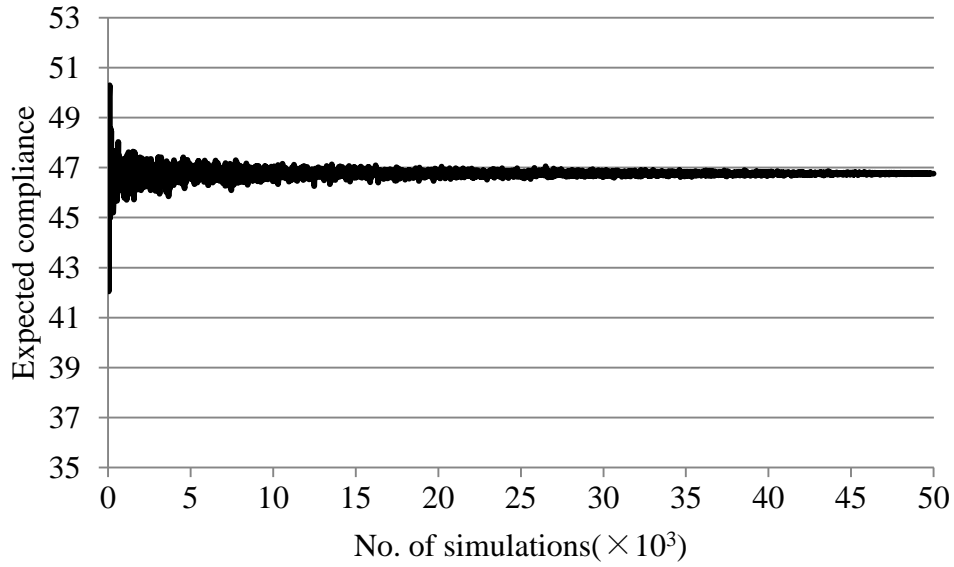
Fig. 3.18 Topology example model

Table. 3.5 Loading uncertainty subjected to Fig.3.18 topology

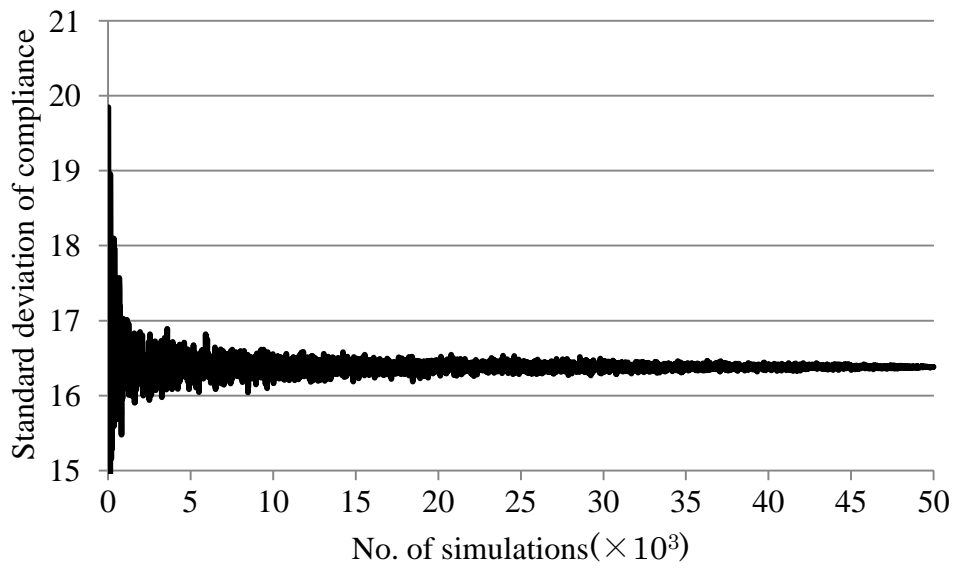
	Mean	Standard deviation
Magnitude	1	0.1
Subjected degree	-90°	40°

Table. 3.6 Monte Carlo simulation result

	No. of simulations							
	10000	20000	25000	30000	35000	40000	45000	50000
EXP	46.9204	46.7822	46.8269	46.7520	46.7622	46.7039	46.8032	46.7639
STD	16.3672	16.3700	16.4447	16.3831	16.3577	16.4207	16.3932	16.3814

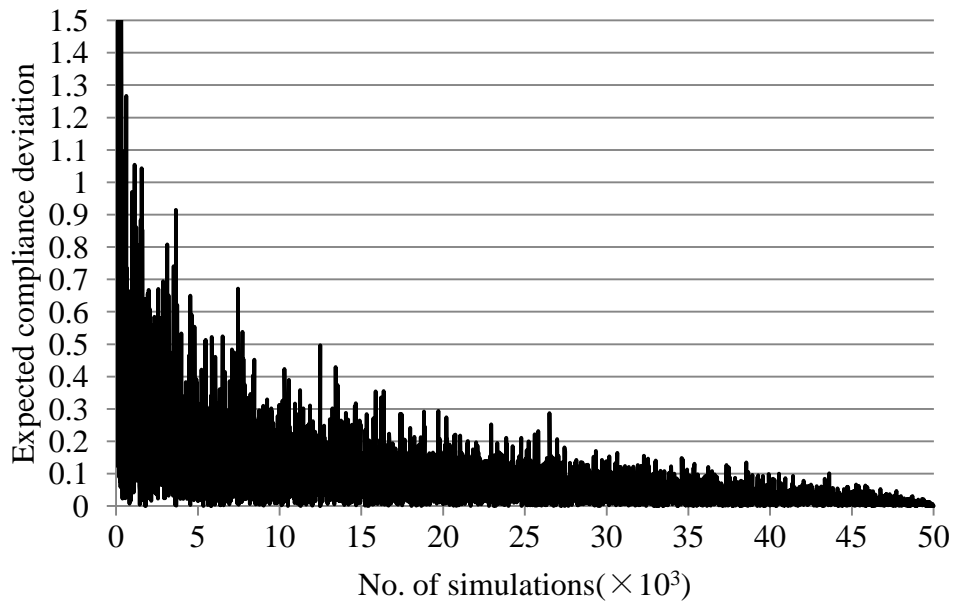


(a) Result of expected compliance

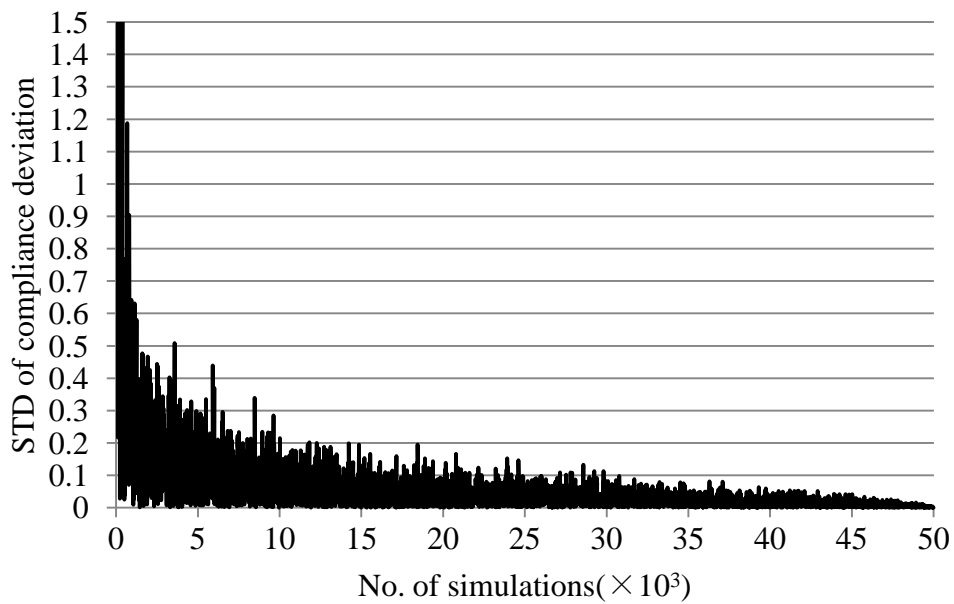


(b) Result of standard deviation of compliance

Fig. 3.19 Expected compliance and standard deviation of compliance results of Monte Carlo simulation



(a) Expected compliance



(b) Standard deviation of compliance

Fig. 3.20 Deviation from the result of 50×10^3 No. of simulations

3.6.2 Kriging surrogate model

Kriging モデルは地球統計学の分野で提案された統計的空間予測手法であり、その応答曲面は多峰性や非線形関数の近似も可能である。Kriging 応答曲面は統計モデルの違いにより様々な手法が提案されているが、本研究では、DACE (Design and Analysis of Computer Experiments)モデル^(3.9)を用いる。この手法の名前から分かるように、通常誤差が生じない FEM 解析などの数値解析の値を近似する場合に適する。DACE モデルでは、近似関数が数値解析から得られたデータ点を常に通過するため、多峰性や非線形性を有する関数も近似できる。

Kriging モデルは未知の応答 $y(\mathbf{x})$ を次式で定義する。

$$y(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) \quad (3.6)$$

ここで、 \mathbf{x} は k 次元ベクトルを持つ設計変数 $x_i(i=1, \dots, k)$ 、 $\mu(\mathbf{x})$ は設計空間全体を近似するグローバルモデル、 $Z(\mathbf{x})$ はグローバルモデルからの局所偏差を表している。このモデルでは、未知の点 \mathbf{x} における局所偏差 $Z(\mathbf{x})$ は平均値 0、非ゼロ共分散を持つ確率過程を用いて表される。

$$\text{cov}[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R(x^i, x^j) \quad (3.7)$$

ここで、 R は $Z(x^i)$ と $Z(x^j)$ の間の相関である。通常、これらの確率過程が定常性を持つと仮定するため、相関 $R(x^i, x^j)$ は距離 $(x^i - x^j)$ のみ依存する。この相関関数として様々なモデルが提案されているが、本研究では以下のガウス相関関数を用いた。

$$R(x^i, x^j) = \exp \left[- \sum_{m=1}^k \eta_m |x^{im} - x^{jm}|^2 \right] \quad (3.8)$$

ここで、 x^i は i 番目の実験点での変数、 η_m ($0 < \eta_m < \infty$)は m 番目の相関パラメータである。

式 (3.6) におけるグローバルモデルとして、線形回帰モデルが用いられる場合は Universal Kriging、 $\mu(\mathbf{x}) = \mu$ とする場合は Ordinary Kriging という。Ordinary Kriging モデルによる応答の最良不偏推定量(予測値) \hat{y} は

$$\hat{y}(x) = \hat{\mu} + \mathbf{r}^T(x) \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\mu}) \quad (3.9)$$

と表せる。ここで、 $\hat{\mu}$ は μ の予測値、 \mathbf{R}^{-1} は (i, j) 成分が $\mathbf{R}(x^i, x^j)$ の $k \times k$ 行列である。 \mathbf{r} および \mathbf{y} は以下に定義されるベクトルである。

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^1), R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^2), \dots, R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^n)]^T \quad (3.10)$$

$$\mathbf{y} = [y(\mathbf{x}^1), y(\mathbf{x}^2), \dots, y(\mathbf{x}^n)]^T \quad (3.11)$$

任意の相関パラメータ $\boldsymbol{\eta}$ を与えることで、 $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ と分散 $\hat{\sigma}^2$ は次式で計算できる.

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{1}} \quad (3.12)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\boldsymbol{\mu}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{1}\hat{\boldsymbol{\mu}})}{n} \quad (3.13)$$

以上より、式(4)で計算できる \mathbf{y} の予測値 $\hat{\mathbf{y}}$ は未知のパラメータ $\boldsymbol{\eta}$ のみの関数となることが分かる. このパラメータ $\boldsymbol{\eta}$ を適切に設定するために以下の尤度関数を最大化することで求められる.

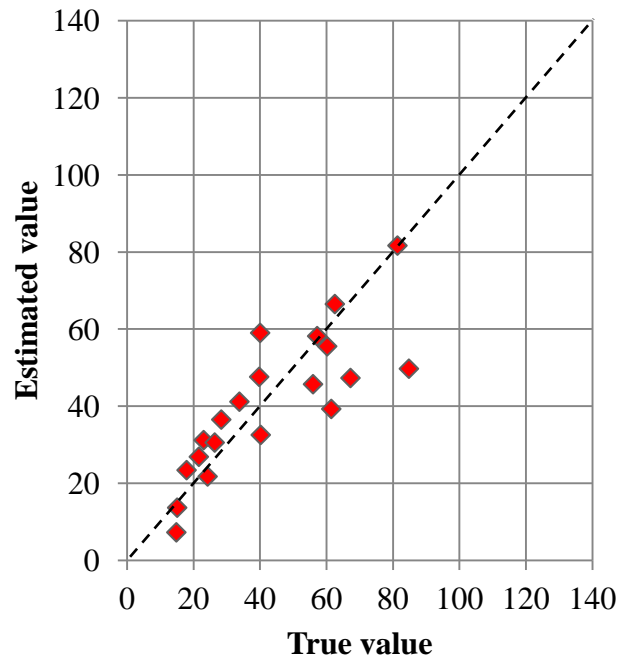
$$\text{Ln}(\boldsymbol{\eta}) = -[n \ln(\hat{\sigma}^2(\boldsymbol{\eta})) + \ln|\mathbf{R}|]/2 \quad (3.14)$$

前項で用いた図 3.18 のトポロジーに対して、表 3.5 で仮定した荷重変動に対するコンプライアンスの期待値および標準偏差を Kriging により求めた. これらのロバスト性能は荷重の大きさおよび負荷方向を Kriging 応答曲面の変数とし、コンプライアンス空間を近似することで求められる.

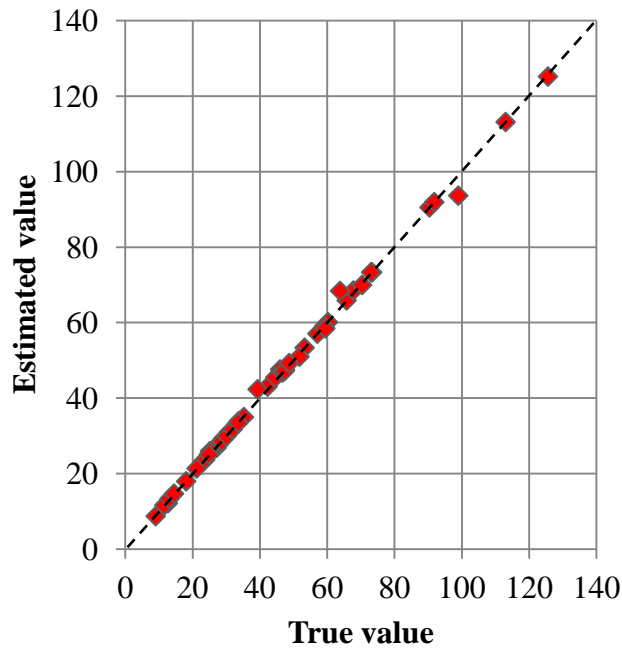
本研究では、設計変数の数の 10, 25, 40 倍である 20, 50, 80 個のサンプル点により Kriging 応答曲面を作成し、その結果を比較した. ここで、サンプリングは Latin Hypercube Sampling 法により行った. また、Kriging 応答曲面の近似精度を比較するために、自由度調整済み決定係数 (Appendix 参照) および交差検証 (cross-validation) と呼ばれる手法を用いて検証を行った. 交差検証とは、 n_s 個のサンプル点に対し、ある実験点を除いた $n_s - 1$ 点の実験点を用いて作成した応答曲面を用いて、取り除いた点における応答推定値を求めるという作業を n_s 個すべてのサンプル点において行い、それぞれの推定値と真の応答値とを比較することでモデルの妥当性を検証する方法である. 交差検定を用いて作成した、コンプライアンスの各応答曲面における推定値と真値との比較図を図 3.17 に示す. 図は縦軸に推定値、横軸に真値をプロットしたものである. プロットされた点が図中 $y=x$ の点線に近いほど近似精度が良いことを表している. また、自由度調整済み決定係数は 1 に近ければ近いほど推定精度が高いことを示す.

まず、サンプル数 20, 50, 80 個による応答曲面の自由度調整済み決定係数はそ

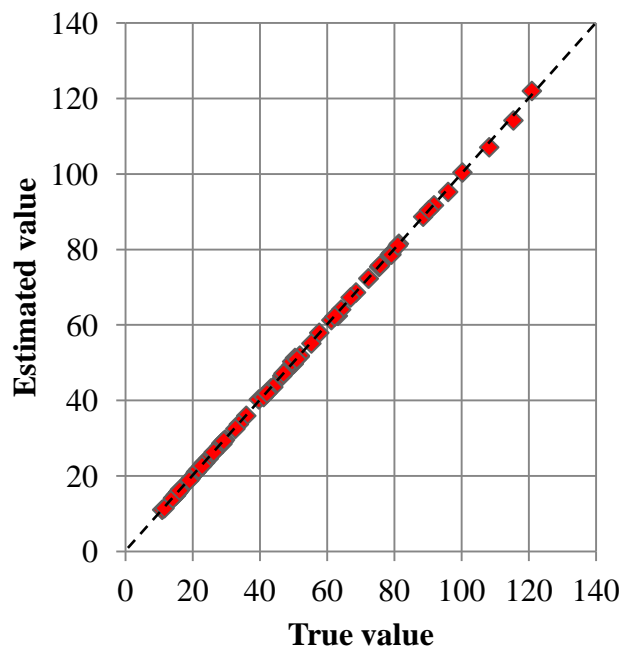
れぞれ 0.6278, 0.9980, 0.9999 であり, サンプル数が 20 個である場合は不十分な推定精度を持つことが分かる. また, 図 3.21 よりサンプル数 20 個による応答曲面の推定精度も不十分であるが, サンプル数が 50 個以上である場合は十分な推定精度であると言える.



(a) Number of sampling is 20



(b) Number of sampling is 50



(c) Number of sampling is 80

Fig. 3.21 Cross validation results for compliance

Table. 3.7 Expected compliance and standard deviation comparison

No. of samples	Exp[compliance]	Std[compliance]
20	46.5715	16.6805
50	46.7899	16.3482
80	46.7739	16.3737
No Kriging model	46.7639	16.3814

Kriging モデルの応答曲面によりトポロジーのコンプライアンスの期待値および標準偏差の結果を表 3.7 に示す. 表よりサンプル数 80 個の結果がより精度が高いことが分かる. 本研究では, Monte Carlo 解析においてロバスト性能を高精度に近似する必要があるため, サンプル数を 80 個にする.

3.7 SST の翼胴結合金具のロバストトポロジー

最適解の探索問題

翼胴結合金具のロバストトポロジー最適化を行うため、本研究で提案した手法を適用した。ロバストトポロジー最適化においては、各荷重の変動に対するロバスト性能としてコンプライアンスの期待値および標準偏差（あるいは分散）があるため、各々ロバスト性能の間にトレードオフ関係が存在する場合、最適解として複数存在する可能性が高い。また、荷重の数が 2 つ以上である場合においても、最適解が複数存在する可能性が高い。したがって、本研究における翼胴結合金具のロバストトポロジー最適化では、トレードオフ関係の調査およびロバストトポロジーパレート解群の導出を行った。

3.7.1 2次元 SST の翼胴結合金具モデル

主翼の翼胴結合金具の設計モデルと寸法を図 3.22 に示す。金具の左側（主翼方向）が拘束、右側（胴体方向）にある 2 つのピンに荷重が負荷される。ここで、金具に負荷される主な荷重として、曲げモーメントとせん断力とし、それぞれ荷重の大きさおよび負荷角度に変動が存在すると仮定する。表 3.8 に本研究で仮定した荷重に存在する変動を示す。また、ピンと金具における接触条件を考慮した有限要素解析が必要であるが、本研究では、図 3.22 の右図に示す *Passive* 要素を用いて、接触要素を用いずに有限要素解析を単純化した。

本研究では、金具におけるピンの上下位置に対して、その最適な位置を求めた。しかし、図 3.22 左図中の荷重 F_{11} 、 F_{12} を一定にする場合、上下のピンの位置が変わると金具が支持する曲げモーメントの大きさが変わる恐れがある。そのため、表 3.8 に上下のピンの y 位置がそれぞれ 205mm、45mm における曲げモーメントを基準とし、 F_{11} および F_{12} の大きさを計算する。

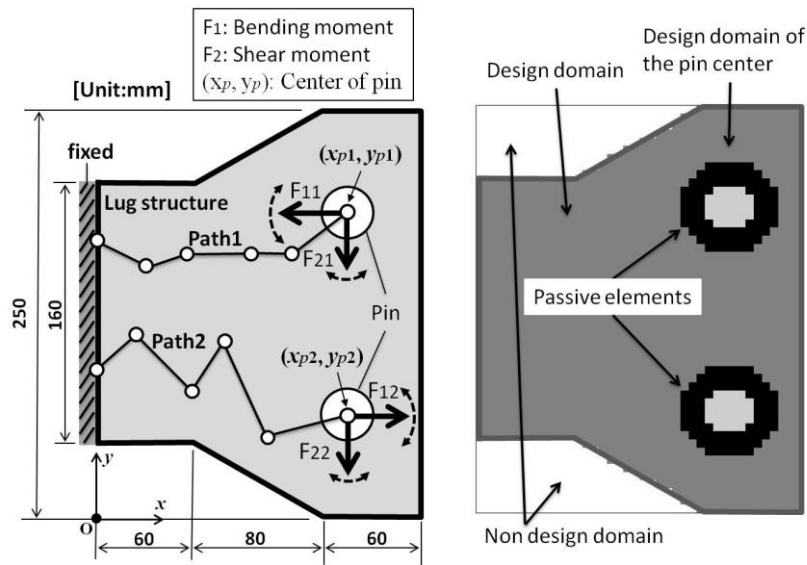


Fig. 3.22 The lug structure model and configuration

Table.3.8 Loading uncertainties of the lug structure

Bending moment	Mean	Standard deviation
Magnitude	$F_{11}(y_{p1}=205\text{mm})=80$	5
	$F_{12}(y_{p2}=45\text{mm})=80$	
Direction(θ) [$^\circ$]	$\theta_{11}=180, \theta_{12}=0$	40
Shear force	Mean	Standard deviation
Magnitude	10	10
Direction(θ) [$^\circ$]	270	20

3.7.2 複数荷重ケースにおける金具モデルのトポロジー最適化問題

本項では、前項で述べた翼胴結合金具における荷重変動を考慮し、複数荷重ケースを設定する。その後、その複数荷重ケースにおけるトポロジー最適化問題を多目的遺伝的アルゴリズムにより最適化する。

複数荷重ケースの設定

表 3.8 に示した荷重変動を考慮し、図 3.23 のように 6 つの荷重ケースを定義した。ここで、荷重の負荷方向変動に対して、平均負荷方向荷重ケースから負荷方向変動の標準偏差 ($S=1$) 離れている荷重ケースを 2 つずつ設定した。その荷重ケースを表 3.9 に示す。ここで、表 3.9 の y_p はピンの y 軸に対する座標を示す。

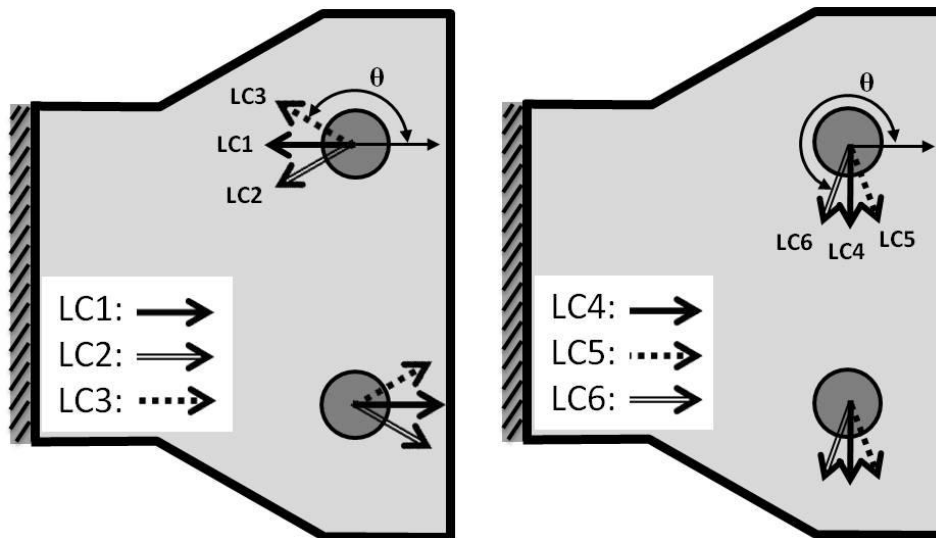


Fig. 3.23 Loadcases of the lug structure for uncertainties

Table 3.9 Magnitude and applied direction of each loadcases

No. Loadcase	Magnitude	Applied direction(θ)
1	$1.80/ y_p-125 $	$180^\circ, 0^\circ$
2	$1.80/ y_p-125 $	$220^\circ, -40^\circ$
3	$1.80/ y_p-125 $	$140^\circ, 40^\circ$
4	1	270°
5	1	290°
6	1	250°

GA を用いた多目的トポロジー最適化問題の設定

NSGA-IIa を用い、各荷重ケースのコンプライアンス最小化するトポロジー最適化を行った。GA のパラメータとしては世代数 800、全個体 100 とし、試行数 5 回とした。

トポロジー最適化における設計変数としては図 3.22（前項参照）の左図に示した 2 経路 5 つの各 bar における節点および幅を用いた。なお、ピンの上下位置も設計変数として考慮した。これらの設計変数の範囲を以下に示す。

$$0 \leq x_e \leq 200, \quad 0 \leq y_e \leq 200, \quad 0 \leq t_e \leq 200,$$

$$0 \leq y_{p1} \leq 200, \quad 0 \leq y_{p2} \leq 200$$

ここで、 x_e, y_e, t_e はそれぞれ e 番目バーの節点の位置および幅、 y_{pi} は i 番目ピンの y 軸に対する座標である。また、各々荷重ケースに対するコンプライアンス最小化問題における制約条件としては、全体設計領域体積の 40% 以下とした。以下に最適化問題の定式を示す。

$$\begin{aligned} \text{Obj: } & \min(\mathbf{f}_k^T \mathbf{u}_k) \\ \text{s.t.: } & \mathbf{K}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_k = \mathbf{f}_k \text{ for all } k=1, \dots, 6 \\ & \sum_{e=1}^N x_e \leq X_V, \quad 0 < x_{\min} \leq x_e \leq 1 \end{aligned} \tag{3.15}$$

ここで、 N は設計領域を構成する要素の数、 x_e は要素 e の密度である。体積制約条件としては、体積比($(\sum_{e=1}^N x_e)/N \times 100$)は 40% とした。

GA を用いた多目的トポロジー最適化結果

式(3.15)で定義した複数荷重ケースのコンプライアンス最小化問題を NSGA-IIa を用い得られた結果を図 3.24 に示す. ここで, 軸は各荷重ケースに対するコンプライアンスであり, 原点に向け最前線にある赤点がパレート解である. NSGA-IIa を 5 回試行した結果, 674 個のパレート解が得られた.

図 3.24 から分かるように, それぞれの目的関数空間において多数のパレート解によりパレートのフロンティアが形成されていることが分かる.

この結果だけでは, どのパレート解が変動に対してロバストなトポロジーであるかは判断できない. そのため, Monte Carlo simulation を用い, パレート解群に対してロバスト性を計算した.

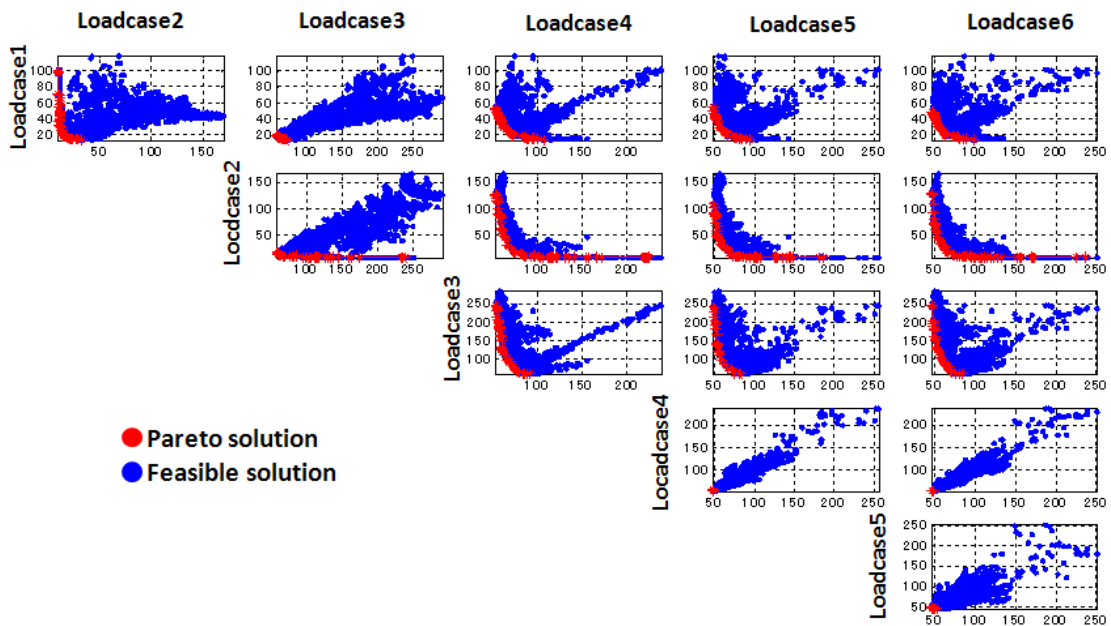


Fig. 3.24 Pareto optima of each load cases

SOM を用いた代表トポロジーの抽出および Monte Carlo 解析

多目的 GA を用いたトポロジー最適化から得られた 674 個のパレート解を SOM 上で分類した結果, 311 個代表トポロジーが抽出された. その 311 個の代表トポロジーに対して, 表 3.8 の荷重変動に従い, 50,000 個の荷重をサンプリングし, コンプライアンスの期待値 (Expected Compliance : EC) および標準偏差 (Standard deviation of Compliance : StdC) を計算した. その結果を図 3.25 に示す. 曲げモーメントの変動に対するコンプライアンスの期待値(EC_{Bend})および標準偏差($StdC_{Bend}$), せん断力の変動に対するコンプライアンスの期待値(EC_{Shear})および標準偏差($StdC_{Shear}$)の空間において, 代表トポロジーを図示した結果である.

ここで, Kriging 応答曲面によるコンプライアンス空間の近似では, 自由度調整済み決定係数は平均 0.9994 であった. よって, Kriging モデルによるコンプラ

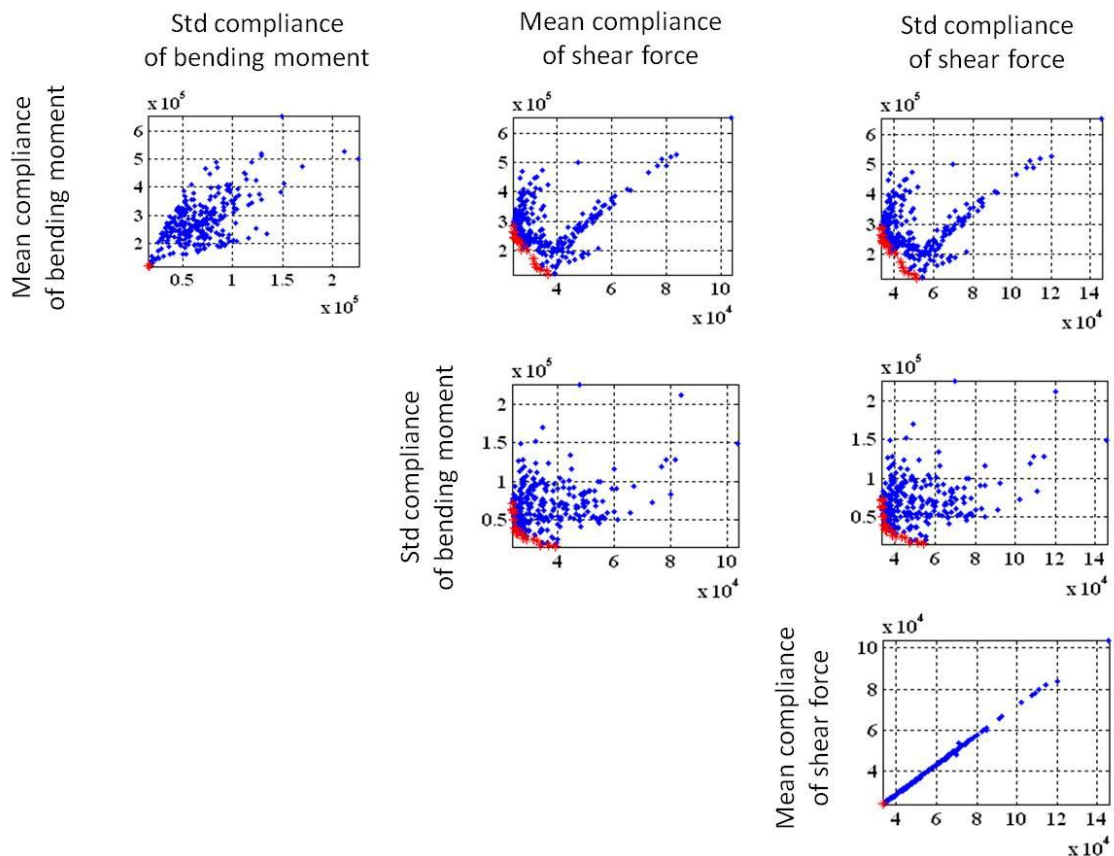


Fig. 3.25 Result of Monte Carlo simulation for robustness objective evaluation

イアンス空間の近似は十分な精度を持つことが確認できる。また、ユニットごとに選出されたトポロジーのロバスト性能と選ばれてないトポロジーとのロバスト性能の誤差を調べた結果、各ロバスト性能の最大値を基準とし、その平均誤差は約 0.4%であった。したがって、Kriging モデルおよび SOM による代表トポロジーのみ探索する方法は有効であると考ええる。

図 3.25 から、1 行 1 列にある EC_{Bend} および $\text{Std}C_{\text{Bend}}$ 、3 行 3 列にある EC_{Shear} および $\text{Std}C_{\text{Shear}}$ の間にはトレードオフ関係がないことが分かる。これは、曲げモーメントおよびせん断力の変動に対して、コンプライアンスの期待値が低い個体がコンプライアンスの標準偏差も低いことを意味する。しかし、図 3.25 の 1 行 2 列にある EC_{Bend} および EC_{Shear} 関係から、その間にはトレードオフ関係が強いことが分かる。したがって、翼胴結合金具の荷重変動に対しては、 EC_{Bend} および EC_{Shear} 空間におけるパレート解群に注目する必要がある。本研究では、コンプライアンスの期待値および標準偏差空間で得られたパレート解群をロバスト準パレート解群と呼ぶ。

3.7.3 トポロジーの分類結果

トポロジーおよびロバスト性能間の関係について効率よく調べるために、SOMを用いる。SOMによりトポロジーの類似性に従い、全てのパレート解群を分類した結果を図3.26(a)に示す。ここで、SOM上の全てのユニットに配置されたトポロジーを示すのは紙面上困難であるため、一部のトポロジーだけを示す。図3.26(a)から、お互いにトポロジー類似性が高い個体同士が隣接していることが分かる。図3.26(b)はk-meansクラスタリングによりSOMでの参照ベクトルに対して7つのクラスタに分けた結果である。

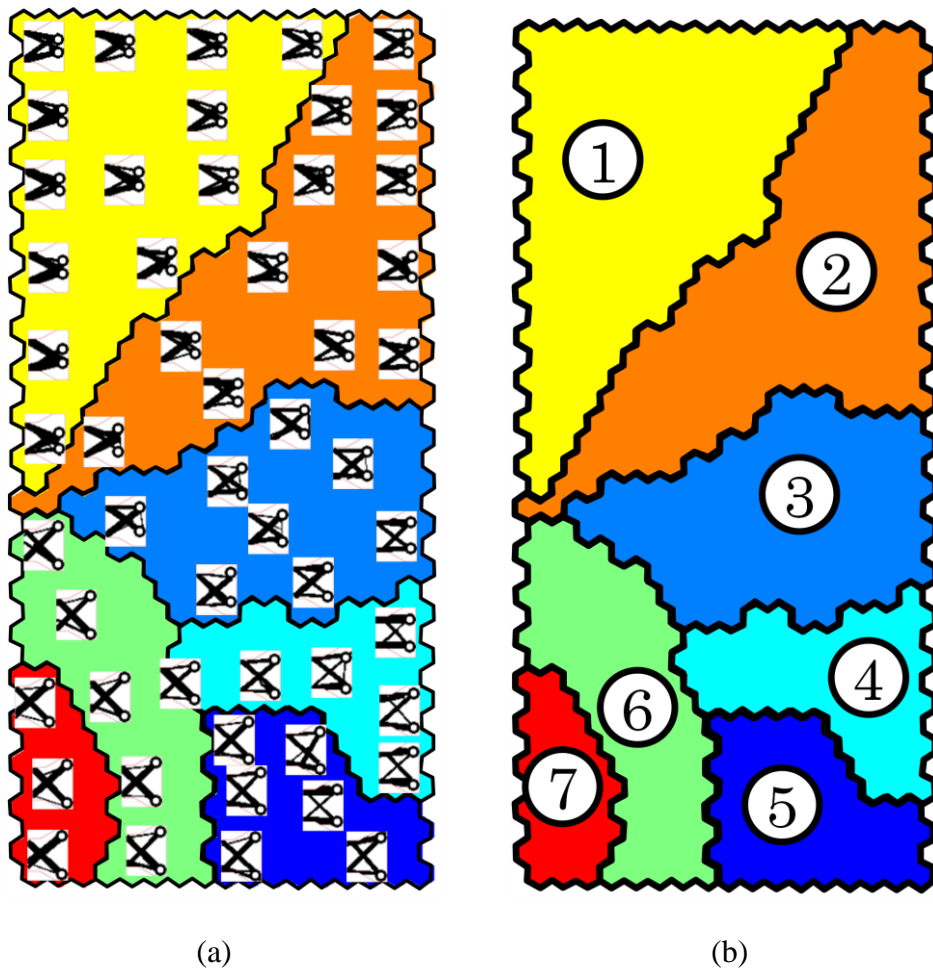


Fig. 3.26 Classification result of Pareto-optimum solutions by using SOM and clustering result

3.7.4 SOMによるトポロジーパレート解空間の可視化結果

ロバスト性能間の関係

ロバスト性能 EC_{Bend} , $StdC_{\text{Bend}}$, EC_{Shear} , $StdC_{\text{Shear}}$ に対する SOM パターンを図 3.27 に示す。ここで、赤色は高い値、青色は低い値を示す。また、太線は各クラスタにおける境界線を示す。したがって、SOM 上で、赤色ユニット上のトポロジーは、それぞれのロバスト性が低い、青色ユニット上のトポロジーはそれぞれのロバスト性が高いと言える。

まず、図 3.27(a), (b), (e)の比較から、曲げモーメントおよびせん断力の変動に対するロバスト性を以下のように整理できる。

クラスタ 3, 4, 5 は相対的に低い EC 値を示していることから、曲げモーメントの変動に強いトポロジーが位置していることがわかる。しかし、図 3.27(b)の $StdC_{\text{Bend}}$ の SOM から、クラスタ 3, 4 の一部のみ低い値を持つ。また、クラスタ 7 は相対的に高い EC および $StdC$ の値を持つことから、そのクラスタ上に属するトポロジーは曲げモーメントに対して弱いと言える。

図 3.27(c),(d)からは、クラスタ 1 からクラスタ 7 に行きながら EC および $StdC$ の値が増加する。よって、クラスタ 1 からクラスタ 7 に属するトポロジーに行きながらせん断力の変動に対して弱くなることが分かる。

ここで、図 3.27(a),(b)および(c),(d)の SOM パターンにおいてクラスタ 7 を除くと、SOM のカラーパターンが逆のパターンを持つことがわかる。これは曲げモーメントとせん断力の変動に対するロバスト性能はトレードオフ関係が強いことを意味する。一方で、曲げモーメント、せん断力の変動における EC と $StdC$ の SOM 間には、その SOM パターンがお互いに類似していることから、「 EC_{Bend} , $StdC_{\text{Bend}}$ 」および「 EC_{Shear} , $StdC_{\text{Shear}}$ 」にはトレードオフ関係がないことが分かる。これは EC が小さいトポロジーは $StdC$ も小さいことを意味するため、翼胴結合金具のロバスト最適化においては、それぞれ荷重の変動に対して、EC あるいは $StdC$ の中で一つのみに対して考慮してもいいことが分かる。

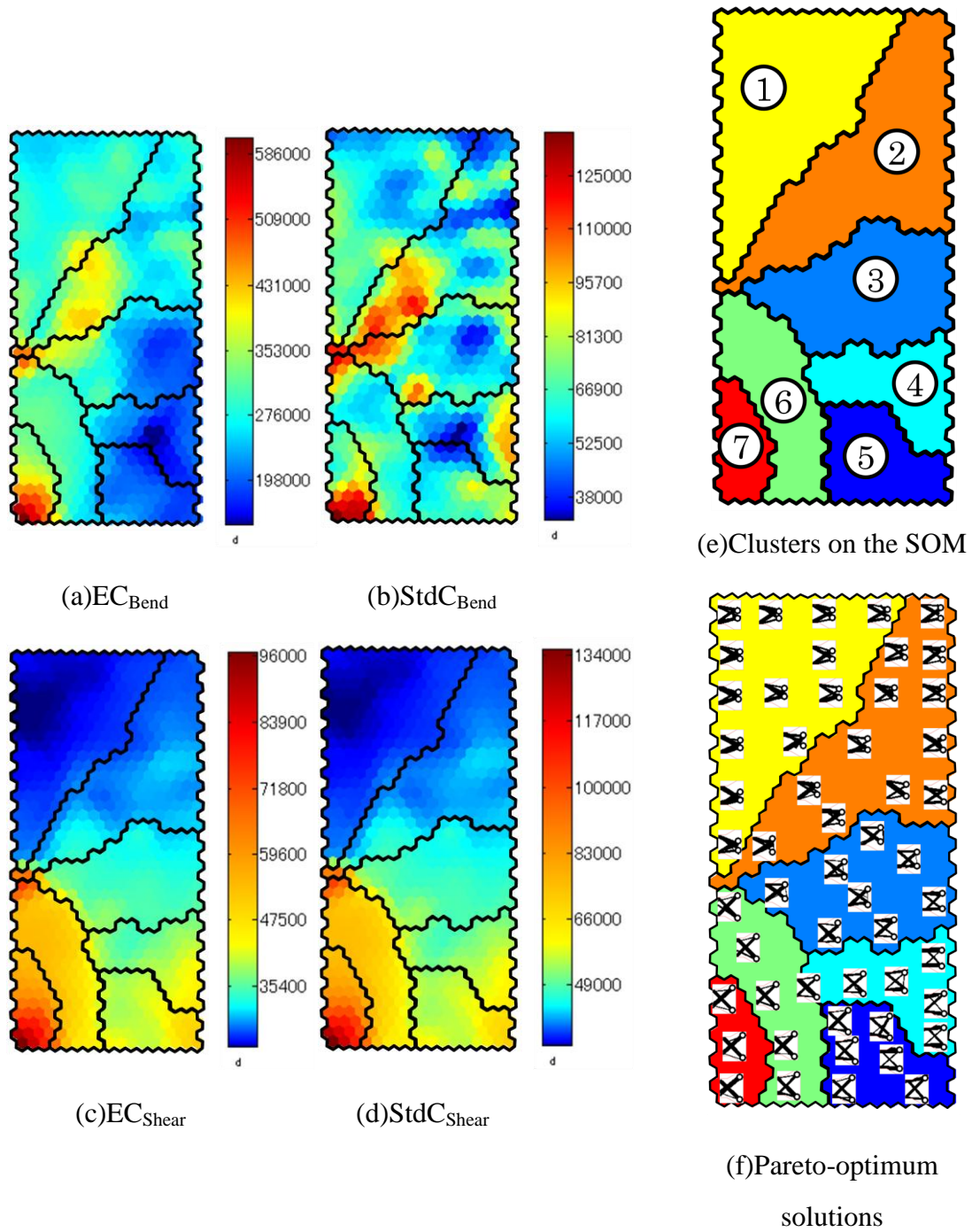


Fig. 3.27. SOM colored by each robustness performances

各荷重ケースに対する性能間の関係

図3.28に各荷重ケース(荷重ケース1~6)のコンプライアンスを表示したSOMを示す。ここで、各SOMの横にあるカラーバーはコンプライアンスを表す。よって、SOMの青色のユニット上には剛性が高いトポロジーが、赤色のユニット上には剛性が低いトポロジーが位置している。図3.28(a)~(f)により各トポロジーが持つ荷重ケースに対する剛性が2次元のSOM上で簡単に探索できる。

図3.28(a)~(c)は、曲げモーメントの変動に対する荷重ケース1~3である。図3.28(e)に示した①, ②, ③はそれぞれ、荷重ケース1, 2, 3に対して最もコンプライアンスが低いトポロジーがあるユニットを示す。まず、図3.28(a)~(c)の①, ③のユニットのコンプライアンスを比較すると、コンプライアンスの値が大きく変化しないことがわかる。しかし、図3.28(a)~(c)の②のユニットのコンプライアンスを比較すると、荷重ケース2に対するコンプライアンスは最も低いが、荷重ケース1及び3に対してコンプライアンスが高くなる。このことは、②のユニット上のトポロジーは、荷重変動に対してコンプライアンスの変化が①, ③のユニット上のトポロジーに比べ大きいことを意味する。これが、②のユニット上と類似するクラスター7が曲げモーメントに対して悪いロバスト性を持つ原因であると考えられる。

一方で、図3.28(d)~(f)では、荷重ケース4~6に対してコンプライアンスが低い(剛性が高い)トポロジーはクラスター1の左部分に位置している。図3.28(d)~(f)のクラスター1の部分と比較すると荷重ケース4~6において、それほどコンプライアンスの値が大きく変わらない。これは、クラスター1に属するトポロジーはせん断力の変動に対してその構造性能が大きく変わらないことを意味する。

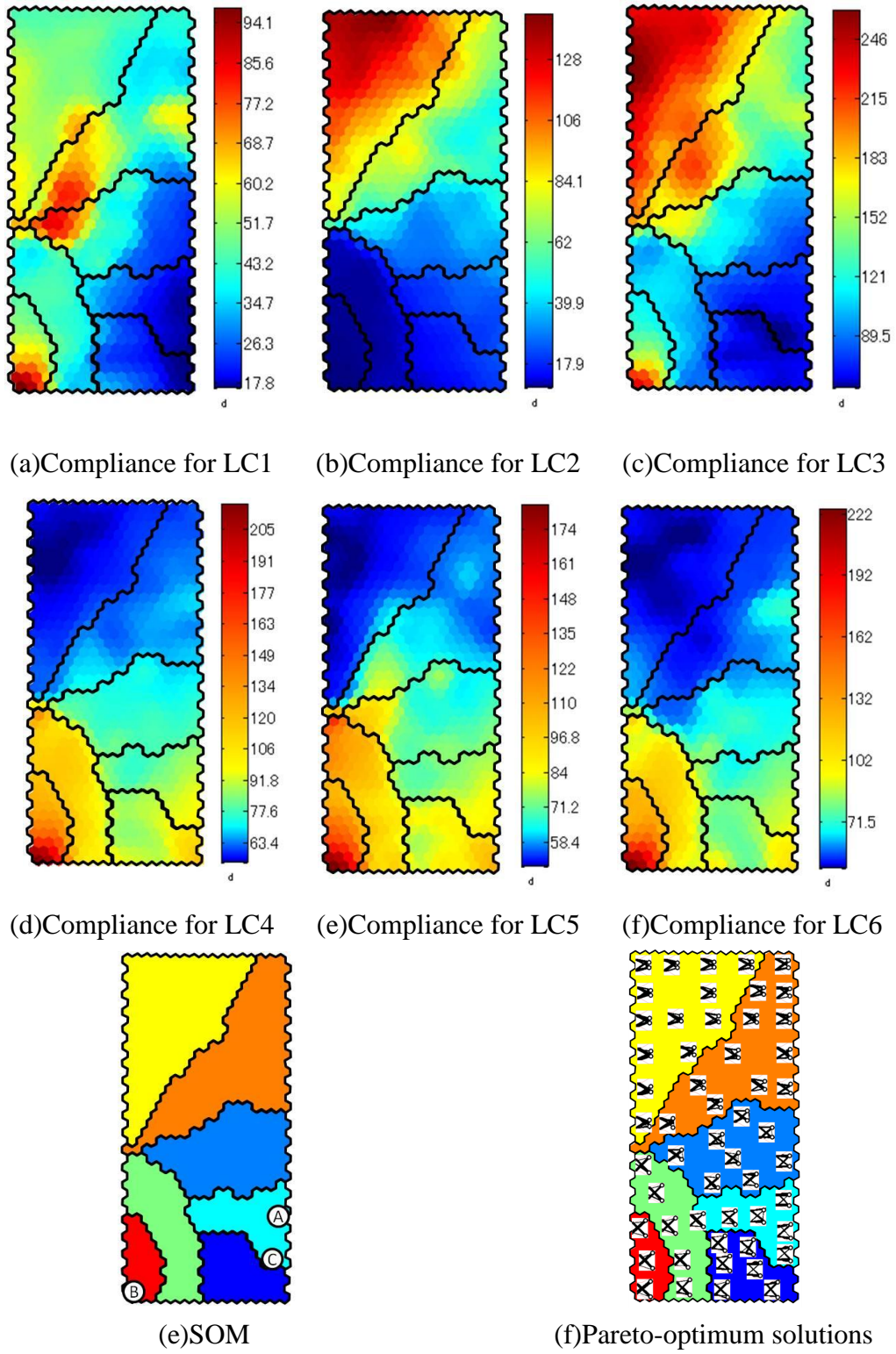
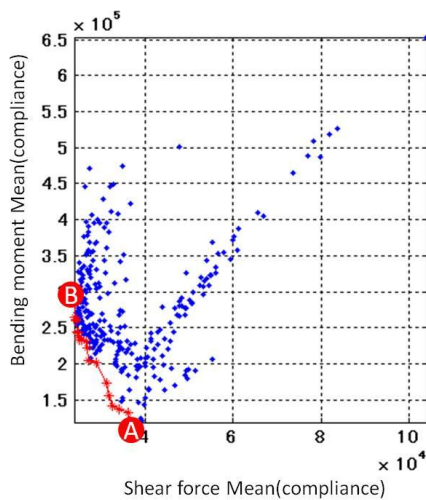


Fig. 3.28. SOM colored by each robustness performances

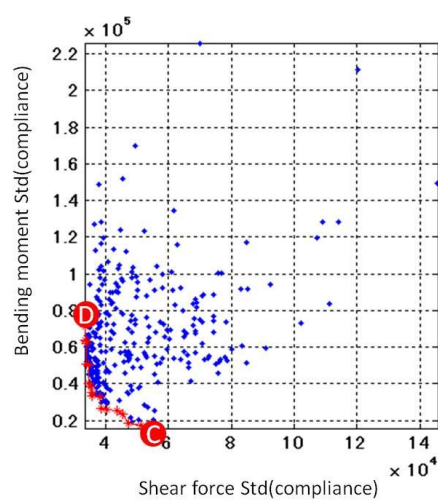
3.7.5 SOM におけるロバストトポロジーの探索

図 3.29(a), (b)に示す EC_{Bend} , EC_{Shear} および $StdC_{\text{Bend}}$, $StdC_{\text{Shear}}$ 空間におけるロバスト準パレート解が SOM 上でどのように分布するかを調査するために, 図 3.29(a), (b)のロバスト準パレート解群のトポロジーを取り出し, EC_{Bend} , EC_{Shear} および $StdC_{\text{Bend}}$, $StdC_{\text{Shear}}$ の SOM 上で追跡し, その結果を図 3.29(c)~(f)に示す. ここで, 図 3.29(c), (d)上にある白色線の軌道は図 3.29(a)の A から B までのロバスト準パレート解を, 図 3.29(e), (f)上にある白色線の軌道は図 3.29(b)の C から D までのロバスト準パレート解を順番的に SOM 上で追跡した軌道である.

図から, トポロジーの特徴に基づいて分類した SOM で, ロバストトポロジー最適解群が規則的に分布していることが分かる. この結果から, 図 3.29(c)のように, ロバスト準パレート解はクラスタ 1 からクラスタ 4 において順次的に分布している. また, クラスタ 4 に属するトポロジーは曲げモーメントの変動に強いトポロジー群, クラスタ 1 はせん断力に強いトポロジー群, クラスタ 2 と 3 はクラスタ 1 と 4 の間のロバスト性を持つことが分かる. したがって, 図よりせん断力の変動にロバストなトポロジーから曲げモーメントの変動にロバストなトポロジーまで, それぞれのトポロジー特徴の変化が明確に分かる. このように, SOM パターンとの比較により, 荷重変動に対してロバストなトポロジー解が人間が理解しやすい 2 次元の空間上で簡単かつ効果的に探索ができる.



(a) Objective space of EC_{Bend} and EC_{Shear}



(b) Objective space of EC_{Bend} and EC_{Shear}

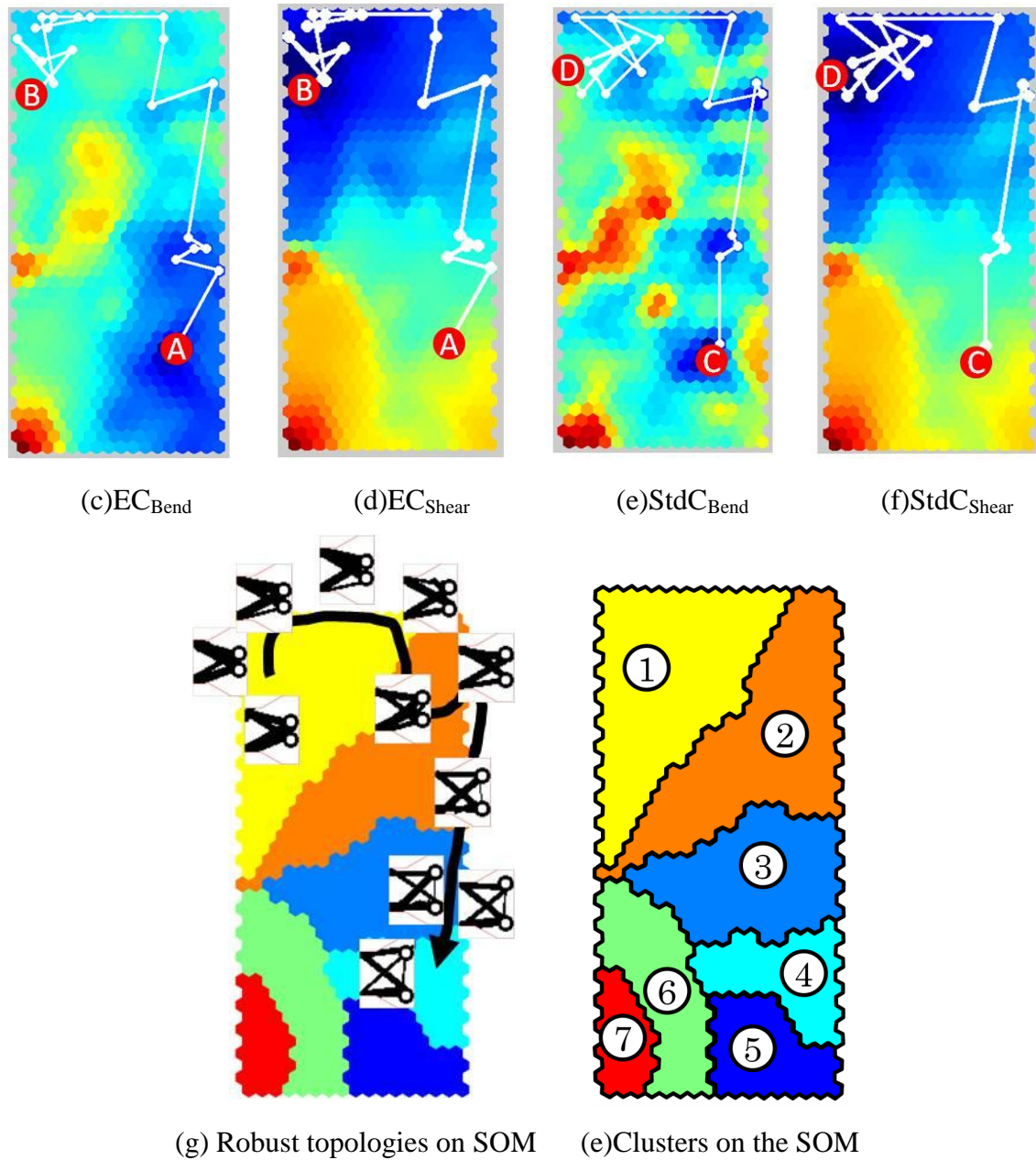


Fig. 3.29: (a) Objective space of EC_{Bend} and EC_{Shear} , (b) Objective space of EC_{Bend} and EC_{Shear} , (c~f)Result of trajectory on SOM colored by EC_{Bend} and EC_{Shear} (g)Robust topologies on SOM, (e)Clusters on the SOM

3.7.6 トポロジー特徴とロバスト性能間の関係

各々のクラスタにおけるトポロジーの特徴

各々のトポロジーパレート解群における有限要素モデルの要素密度を取り出し、その値を用いて SOM でトポロジーパレート解群を分類した。これらの値は各トポロジーの特徴をよく表現するが、全体的なトポロジーの特徴を表すことは適切ではない。そのため、図 3.30 に有限要素モデルの要素密度の分布における特徴を SOM 上で示す。ここで、 $\text{Mean}(X)$ は x 軸における重心、 Cov は共分散、 Var は分散、 I は 2 次断面モーメントを表す。また、 $\text{Cov}(Y^2, X)$ は y 軸に対する分散の x 軸における変化を表す値である。また、理解を助けるために、いくつかの代表的なトポロジーを図 3.31 に示す。

まず、図 3.30 に示した SOM の中で最もロバスト性能の SOM パターンと類似するのは、 $\text{Cov}(Y^2, X)$ と IY (y 軸に対する 2 次断面モーメント) である。図 3.30 より IY および $\text{Cov}(Y^2, X)$ の低いトポロジーはクラスタ 1 および 2 に、 IY の高いトポロジーはクラスタ 4 および 5 に、 $\text{Cov}(Y^2, X)$ の高いトポロジーはクラスタ 7 および 8 に属していることが分かる。また、 IY と前項で用いたロバスト性能 SOM の比較から、せん断力に対して強いトポロジー群より曲げモーメントに対して強いトポロジー群が相対的に高い IY を持つことが分かる。

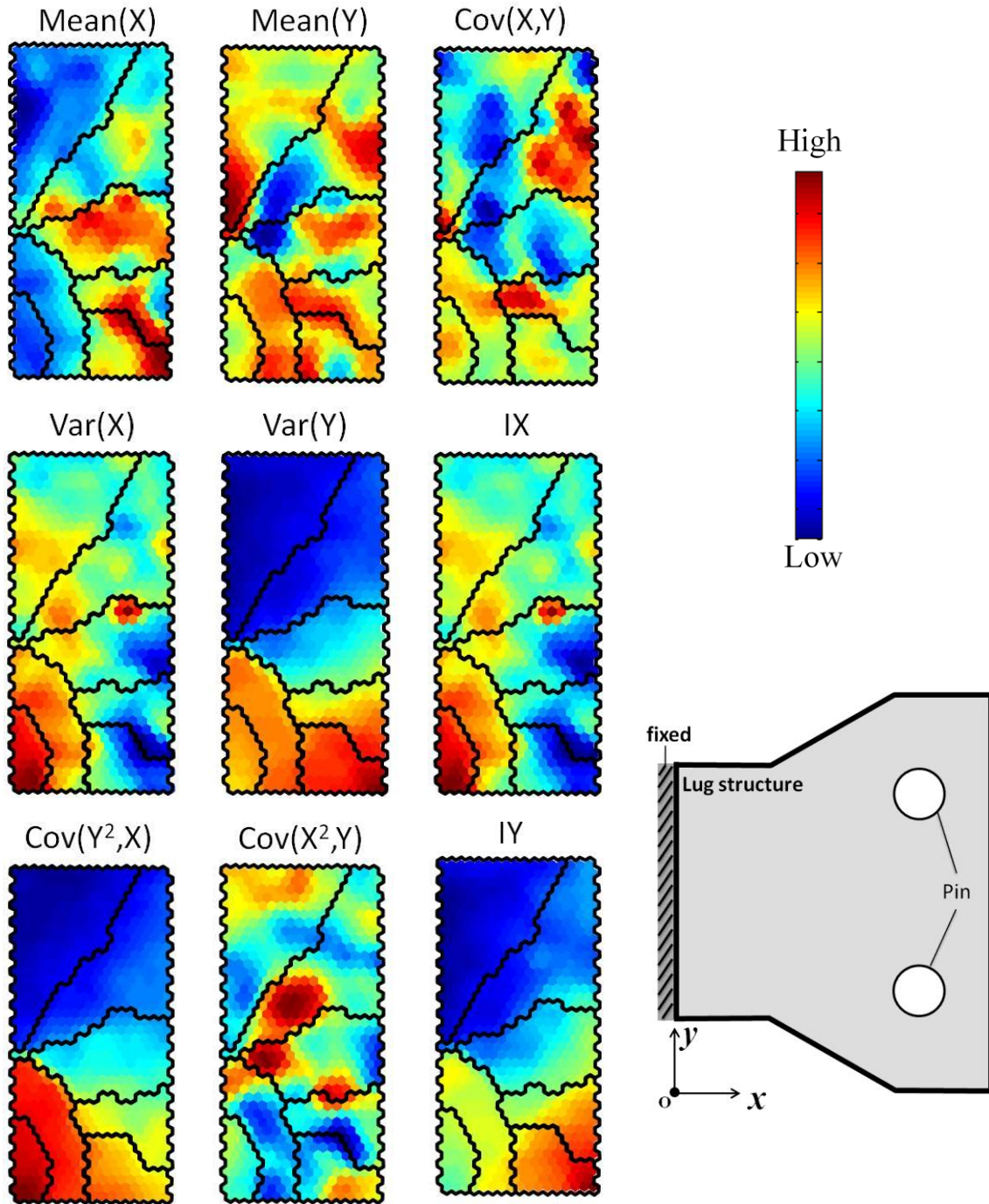


Fig. 3.30 SOM colored by density distribution characteristics

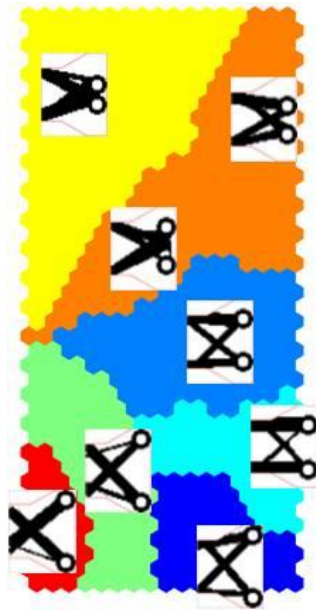


Fig. 3.31 Representative topologies of each clusters

トポロジーとロバスト性能間の関係

トポロジーとロバスト性能間の関係を調べるために、図 3.32 に示す 6 つのトポロジーとの類似性を確認する。図 3.32 の SOM の上に示したトポロジーは、それぞれ荷重ケースに対して最適なトポロジーである。例えば、図 3.32(a) のトポロジー 1 は荷重ケース 1 だけ考慮した場合の最適トポロジーである。ここで、赤いユニットは類似性が高いトポロジーがあるユニット、青いユニットは類似性が低いトポロジーがあるユニットである。ここで、類似度は以下の式により計算した。

$$\cos(\mathbf{q}, \mathbf{d}) = \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{d}}{|\mathbf{q}| |\mathbf{d}|} = \frac{\sum_{i=1}^m q_i d_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m q_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m d_i^2}} \quad (3.16)$$

ここで、 \mathbf{q} , \mathbf{d} はデータベクトル、 m はベクトルの次元である。式(3.16)はコサインによる類似度であり、ベクトル同士の成す角度の近さで類似性を表現する。そのため、同じデータベクトルであれば 1, 0 になる場合は無相関あるいは独立していることを示す。

ロバスト性能 SOM である図 3.32(c)~(f) の比較から次のことが分かる。図 3.32(c), (d) の A 点のせん断力の変動に対して最もロバストなトポロジーは、図 3.32(d) からトポロジー 4 と最も類似性が高い。これも同様に、図 3.32(d)~(f) の SOM の比較から分かるように、トポロジー 4 がトポロジー 5 と 6 の特徴を持つためであると考えられる。また、図 3.32(c), (d) の B 点の曲げモーメント変動に対して最もロバストなトポロジーは、トポロジー 3 と最も類似性が高い。このトポロジー 3 は、図 3.32(a)~(c) から分かるように、トポロジー 1 と 2 の間に位置する。これは、トポロジー 3 はトポロジー 1 と 2 の特徴を両方持つことを意味する。これが、トポロジー 3 が曲げモーメントの変動に最もロバストなトポロジーになった理由であると考えられる。したがって、翼胴結合金具のロバスト性能は、トポロジー 3 および 4 との類似性により決まられると考える。

上記のように、せん断力にロバストなトポロジーはトポロジー 4 であり、そのトポロジーは SOM 上でトポロジー 5 と 6 の間にある。これは、荷重ケース 4 がせん断力の平均的な荷重であるからであると考えられる。しかし、曲げモーメントの変動に対するロバストなトポロジーはトポロジー 3 であるが、これは曲げモーメントの平均的な荷重ケース 1 ではない。せん断力に対するロバストなトポ

ロジの場合とは異なり，曲げモーメントにおいては，平均的な荷重ケースに最適なトポロジーが最もロバストではなく，変動のために導入した荷重ケースに最適なトポロジーと類似する．この結果は3.7.4項の各荷重ケースに対する性能間の関係から得られた結果ともよく一致する．これらのことから，平均的な荷重ケースだけではなく，変動を表す荷重ケースまで考慮し，そのトポロジーパレート解空間においてロバストトポロジーを探索する方法は，ロバストトポロジーに対して理解をより深めるために最も有効な手法であると考えられる．

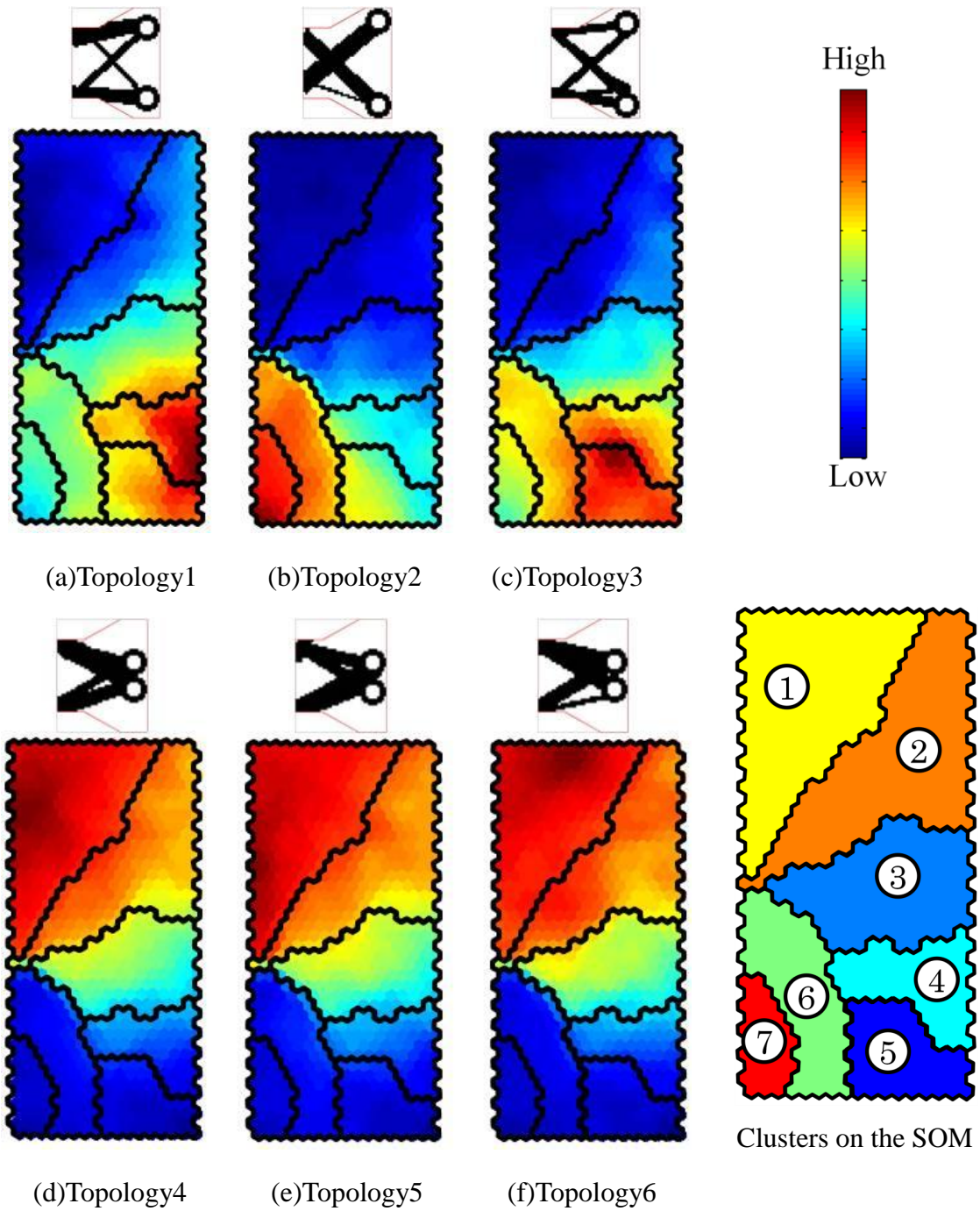


Fig. 3.32 SOM colored by topology similarity to topology above SOM
 (Topology i (Optimum topology of i th loadcase))

3.8 結言

本章では、超音速飛行機の翼胴結合金具に対して、空力荷重により生じる複数の荷重およびその変動を考慮するために、ロバストトポロジー最適化を行った。ロバストトポロジー最適化における複数荷重ケースが本質的に多目的最適化問題であることに焦点を併せ、多数のパレート解の導出およびデータマイニングが可能である効果的なロバストトポロジー最適化を提案した。提案手法では、多数のパレート解の導出およびデータマイニングが可能である効果的に行うために、GAを用いたロバストトポロジー最適化を提案した。また、提案手法においてSOMを用いることで、各々のロバスト性能におけるトレードオフ関係およびトポロジーと各ロバスト性能の関係について明らかにした。

翼胴結合金具に提案したロバストトポロジー最適化手法を適用し、提案手法の有効性に対して検証した。得られた結果を以下の示す。

- (1) 多目的トポロジー最適化に対して、広く用いられる重み付き線形和法を用いる感度解析より、グローバルな探索が可能な多目的遺伝的アルゴリズムがよりグローバルな解が得られることを示した。また、遺伝的アルゴリズムトポロジー最適化では、一回の解析により複数のパレート解が得られることを確認した。
- (2) 荷重変動が正規分布である場合、3水準による離散化方法は十分であることを示した。
- (3) SOMにおいて各ユニット上から代表個体を選出する手法において、かくユニット上に位置するトポロジーの定性的、定量的な比較により、有効であることを示した。
- (4) SOMを用いてトポロジーパレート解群をそのトポロジーの類似性により、2次元のマップ上に分類可能であることを示した。
- (5) SOMによるトポロジーパレート解空間の可視化は効果的であることを示した。また、翼胴結合金具に対するロバスト性能間のトレードオフ関係を明らかにした。さらに、ロバストトポロジー最適化で用いた各荷重ケースにコンプライアンスのSOMにより、ロバストトポロジーがなぜロバスト性を持つ

かについて明らかにした.

- (6) 単純な目的関数の2次元プロットより, SOMによるロバストトポロジー準パレート解群の探索がより効果的であることを示した.
- (7) トポロジーの密度分布を導入することにより, トポロジーの特徴とロバスト性能間の関係について明らかにした.

3.9 参考文献

- (3.1) Carrasco, Miguel, Benjamin Ivorra, and Angel Manuel Ramos. "A variance-expected compliance model for structural optimization." *Journal of optimization theory and applications* 152.1 (2012): pp.136-151.
- (3.2) Carrasco, Miguel, et al. "A variance-expected compliance approach for topology optimization." *CD-ROM Proceedings of the ENGOPT 2010 Conference. Instituto Superior Técnico, Lisboa.* 2010.
- (3.3) Dunning, Peter D., H. Alicia Kim, and Glen Mullineux. "Introducing Loading Uncertainty in Topology Optimization." *AIAA journal* 49.4 (2011): pp.760-768.
- (3.4) Dunning, Peter D., and H. Alicia Kim. "Robust Topology Optimisation for Expected Compliance and Variance Using Level-Set Method." (2012).
- (3.5) Calafiore, Giuseppe C., and Fabrizio Dabbene. "Optimization under uncertainty with applications to design of truss structures." *Structural and Multidisciplinary Optimization* 35.3 (2008): pp.189-200.
- (3.6) Achtziger, W., Topology optimization of discrete structures: an introduction in view of computational and nonsmooth aspects. In: Rozvany, G.I.N (ed.) *Topology Optimization in Structural Mechanics*, Springer-Verlag, New York, 1997.
- (3.7) Conti, S., Held, H., Pach, M., Rumpf, M., and Schultz, R., Shape Optimization Under Uncertainty: A Stochastic Programming Perspective, *SIAM Journal on Optimization*, 19 (4), 1610–1632, 2009.
- (3.8) 申鉉眞, 平野義鎮, 轟章: トポロジー最適解の Self-Organizing Map を用いた探索: 第1報: SOM 分類結果の検証, 日本航空宇宙学会論文集, **60**(2012), pp.189-196.
- (3.9) Welch W.J., Buck R.J., Sacks J., Wynn H.P., Mitchell T.J., and Morris M.D., "Screening, Predicting, and Computer Experiments", *Technometrics*, 34 (1), 15-25, 1992.
- (3.10) Chapman, C.D., Saitou, K. and Jakiela, M.J. "Genetic algorithms as an approach to configuration and topology design." *Journal of Mechanical Design*

- 116 (1994): 1005.
- (3.11) Schoenauer, Marc. "Representations for evolutionary optimization and identification in structural mechanics." *J. P. eriaux and G. Winter, editors, Genetic Algorithms in Engineering and Computer Sciences* (1995): 443-464.
- (3.12) Kane, Couro, and Marc Schoenauer. "Topological optimum design using genetic algorithms." *Control and Cybernetics* 25 (1996): 1059-1088.
- (3.13) Jakiela, M. J., Chapman, C., Duda, J., Adewuya, A., & Saitou, K. "Continuum structural topology design with genetic algorithms." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 186.2 (2000): 339-356.
- (3.14) Fanjoy, David W., and William A. Crossley. "Topology design of planar cross-sections with a genetic algorithm: part 1--overcoming the obstacles." *Engineering Optimization* 34.1 (2002): 1-22.
- (3.15) Wang, S. Y., and K. Tai. "Structural topology design optimization using genetic algorithms with a bit-array representation." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194.36 (2005): 3749-3770.
- (3.16) Schoenauer, Marc. "Shape representations and evolution schemes." *Evolutionary Programming* 5 (1996).
- (3.17) Hamda, Hatem, et al. "Compact unstructured representations for evolutionary design." *Applied Intelligence* 16.2 (2002): 139-155.
- (3.18) Tai, K., and T. H. Chee. "Genetic algorithm with structural morphology representation for topology design optimization." *Mechanics in design—Proceedings of the 2nd international conference on mechanics in design, Nottingham*. 1998.
- (3.19) Tai, K., and T. H. Chee. "Design of structures and compliant mechanisms by evolutionary optimization of morphological representations of topology." *Journal of Mechanical Design* 122 (2000): 560.
- (3.20) Wang, S. Y., and K. Tai. "Bar-system representation for topology optimization using genetic algorithms." *Engineering computations* 22.2 (2005): 206-231.
- (3.21) Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., Meyarivan, T., A fast and elitist multi-objective genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II,

- in: *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference*, Paris, 849-858, 2000.
- (3.22) Deb, K., Anand, A., Joshi, D., “A computationally efficient evolutionary algorithm for real-parameter optimization”, *Evolutionary Computation*, 2002, 10(4), pp.371–395.
- (3.23) Kalyanmoy, Deb. *Multi objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley and Sons, 2001.
- (3.24) Deb, K. and Goyal, M., “A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design”, *Computer Science and Informatics*, 1996, 26(4), pp. 30–45.
- (3.25) Goel, T., Vaidyanathan, R., Haftka, R. T., Shyy, W., Queipo, N. V. and Tucker, K., Response surface approximation of Pareto optimal front in multi-objective optimization, *Computer. Methods Applied Mechanics and Engineering.*, 196, 879 -893, 2007.
- (3.26) Sigmund, Ole. "A 99 line topology optimization code written in Matlab." *Structural and Multidisciplinary Optimization* 21.2 (2001): 120-127.
- (3.27) Choi, Seung-Kyum, Ramana V. Grandhi, and Robert A. Canfield. "Reliability-based structural design." *Reliability-based Structural Design*, by S.-K. Choi, RV Grandhi, and RA Canfield. ISBN 978-1-84628-444-1. Berlin: Springer, 2006. 1 (2006).

第4章

エリート初期集団 GA を用いる
トポロジー最適化の高効率化

4.1 緒言

第2章で述べたように、複数荷重ケース問題のような多目的トポロジー最適化問題においては、その適用の容易さから目的関数を重み付き線形和手法 (Weighted sum method) によって単一目的化した SIMP 法が広く用いられる。SIMP 法は目的関数の感度を用いる手法であるため、グローバルな探索を行う最適化手法に比べて計算効率が高い。また、実行が簡単なメリットがある。しかし、多峰性が強い設計空間の場合、グローバルな解の探索が難しいため、設計パラメータや解析メッシュの設定方法により異なるトポロジー最適解が得られ、一義的な解が得られない問題点がある^(4.1)。また、複数の荷重に対するコンプライアンスにトレードオフ関係がある多目的最適化問題^(4.2)への適用に際し、重み付き線形和手法でのパラメータである重みの適切な設定方法が困難である^(4.3,4)。

そのため、第3章で述べたグローバル探索可能な遺伝的アルゴリズム (Genetic algorithm) の適用が注目される。GA は多点同時探索を行う最適化手法であるため、多目的最適化問題において多数のパレート解が GA による最適解探索の終了時点で得られる利点を持つ。そのため、SIMP 法のような設計パラメータ設定方法の問題はない。しかしながら、GA は目的関数の評価数が感度解析に基づく手法と比べ多く必要である。さらに、確率的最適化であるため複数の試行が必要になることから、計算コストが高い^(4.5)。よって、GA を用いたトポロジー最適化では、計算コストを低減することは最重要課題である。

そこで本章では、GA を用いた多目的トポロジー最適化手法を高効率化するため、重み付き線形和手法を用いた SIMP 法から得られた局所最適解 (エリート) と類似する個体を複数生成し、それらを GA の初期集団として用いる手法を提案する。SIMP 法から得られた代表的な最適解のトポロジーと類似するエリートトポロジー解を初期集団として GA をスタートさせることで、GA の計算効率の向上に加え、グローバルなパレート解群が得られる可能性が期待される。

本章では、提案手法の有効性について検証するために、GA の初期集団をランダムに発生する従来手法とエリート初期集団を用いる提案手法の収束性および安定性を比較検討した。

4.2 節にて提案するエリート初期集団 GA を用いる手法について述べる.4.3 節から 4.4 節にて, それぞれ単一荷重ケース, 複数荷重ケースのトポロジー最適化問題による検証結果について述べる.

4.2 提案手法

4.2.1 エリート初期集団法

図 4.1 に一般的な GA の手法と提案手法を比較した概念図を示す。図 4.1(a)のように、一般的な GA を用いた多目的トポロジー最適化では、初期個体として乱数で個体をランダムに生成する手法を用いる。エリート初期集団法は、重み付き線形和を用いた SIMP 法から得られたエリート個体と類似する個体を GA の初期集団とすることが特徴である（図 4.1(b)参照）。図 4.1(a)と(b)の比較から、図 4.1(a)に示す一般的な GA ではランダムに生成した初期個体集団からパレートフロンティアまで進化しなければならないが、図 4.1(b)に示す提案手法では、ある程度進化された局所解から進化を開始するため、一般的な手法に比べ、収束性が高く効率的になる。図 4.2 に提案するエリート初期集団手法のフローチャートを示す。また、以下に提案手法について説明をする。

- Step1) 重み付き線形和を用いた SIMP 法を用い、局所解を生成する。多様な局所解を生成するために、初期個体と重み等の設計パラメータをランダムにし複数の局所解を生成する。
- Step2) GA を用いたトポロジー最適化を用いて Step1 から得られた局所解と類似する個体を N 個生成する。
- Step3) Step1 と Step2 を M 回繰り返し、 $M \times N$ 個の初期個体群 P' を作る。
- Step4) P' から L 個をランダムに取り出し、GA を用いた多目的トポロジー最適化の初期個体とする。ここで、 L は最終段階での GA を用いたトポロジー最適化における GA での総個体数である。

ここで、SIMP 法による局所解と類似する個体の生成および GA を用いた多目的トポロジー最適化においては、Bar-system 表現法の GA を用いる。

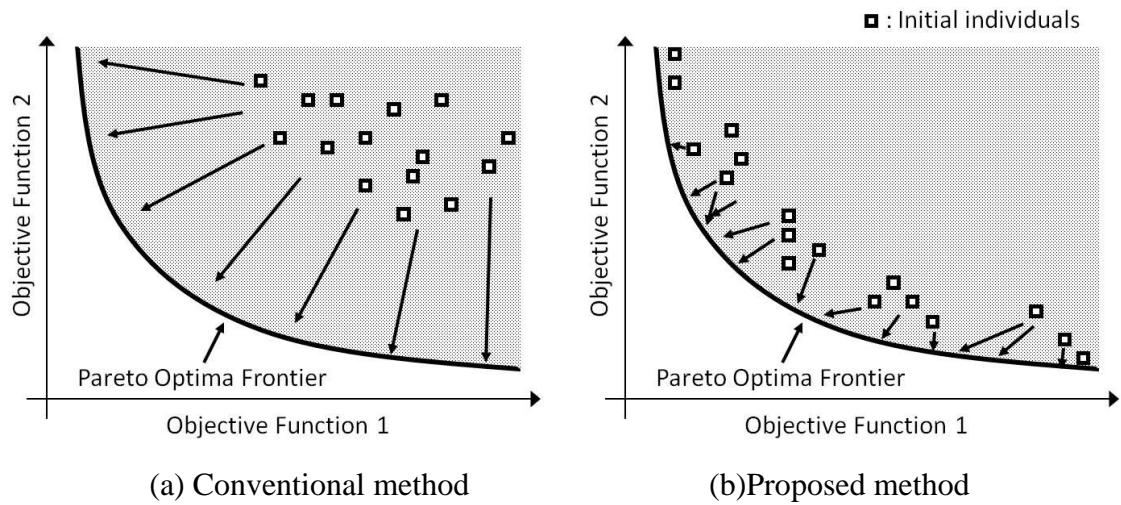


Fig. 4.1 Comparison of conceptual diagram between a conventional GA method and the proposed method

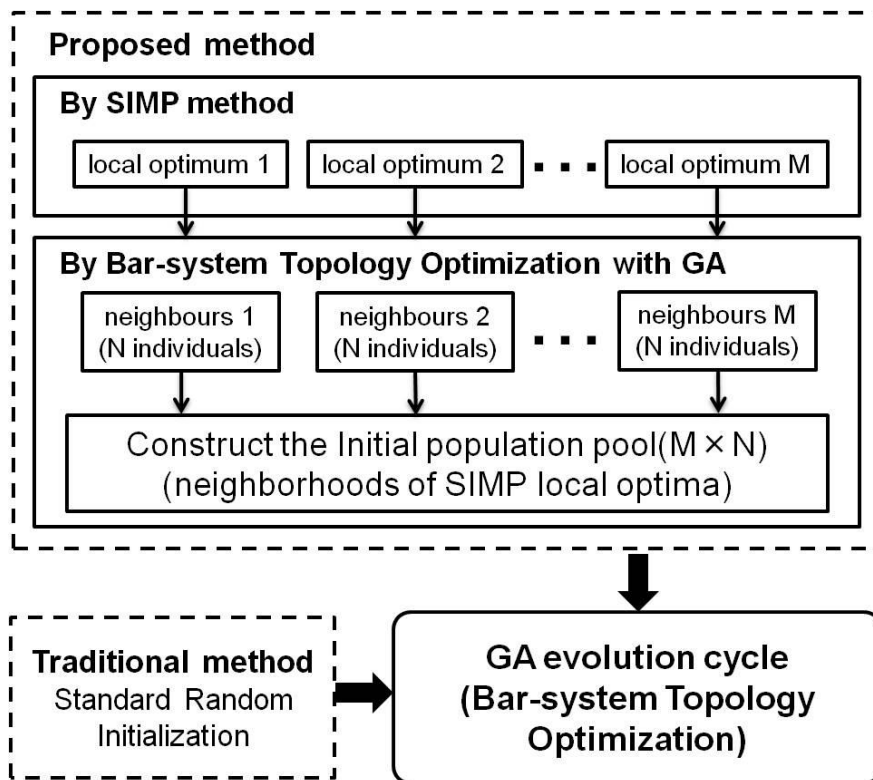


Fig. 4.2 Flowchart of the proposed method and comparison between proposed method and traditional method.

4.2.2 類似個体の生成

SIMP 法から得られたエリート個体は要素密度を 0 から 1 の間の実数で表現されるため、直接正確に Bar-system 表現法の GA の個体として用いることはできない。そのため、SIMP 法から得られたエリート個体と類似する個体を生成する必要がある。

本研究では、SIMP 法から得られたエリート個体と類似する Bar-system 個体を生成するために、Bar-system 表現法の GA を用いた。以下に類似解の生成する方法について説明する。

- Step 1 : SIMP 法により局所最適解を生成する。ここで、多目的最適化問題においては、重み付き線形和法を用いる。
- Step 2 : 基準とする SIMP 法のエリート個体の FEM 要素の中で、0.05 以下の低い密度を持つ要素の密度を-0.5 と定義する。他の要素の密度はそのまま置く。
- Step 3 : ステップ 2 で修正した基準個体要素と重なる要素が多くなる bar-system 個体を類似個体として定義し、その類似解を式 (4.1) の目的関数により求める。

$$\text{Obj: } \min \left(m - \sum_{i=1}^m x_{s,i} x_{b,i} \right) \quad (4.1)$$

ここで、 m は FEM 全要素数、 $x_{s,i}$ は基準個体（本研究では SIMP 法の局所最適解）の i 番目要素の密度、 $x_{b,i}$ は GA の各々の個体の SIMP 法のメッシュ分割での i 番目要素の密度である。

ステップ 2 において元の要素密度の値を用いる場合、体積比を制約条件として導入する必要がある。ステップ 3 の式 (4.1) においても、体積比等の制約条件を用いない場合、全ての要素が 1 になる個体が最も類似する個体になる問題が生じる。よって本研究では、0.05 以下の低い密度を持つ要素の密度を-0.5 と定義（密度が低い要素に負の値を設定）することで、他の制約条件を用いなくても、適切な類似度の計算が可能である。ここで、負の値は経験で適切であると判断した値を用いた。

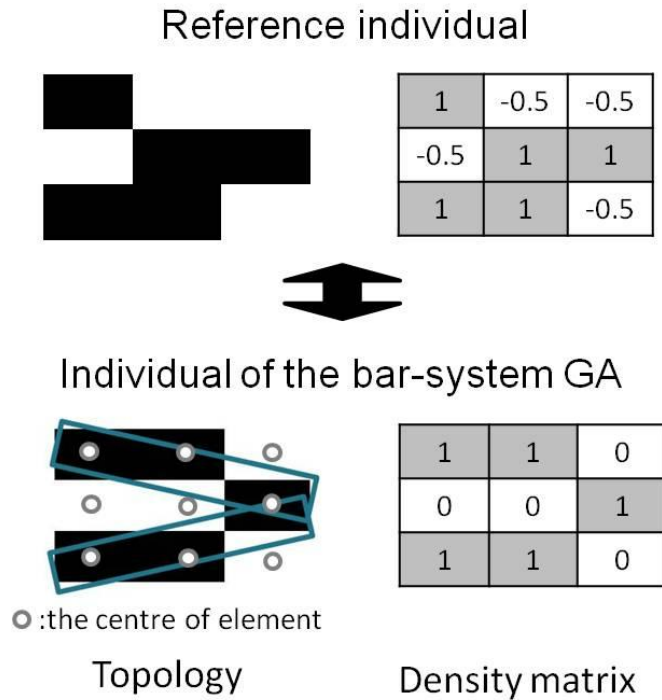


Fig. 4.3 Calculation example of proposed objective function

ステップ3の式(4.1)は単純な行列の積和であるので、通常の構造最適化におけるコンプライアンスの算出と比較して、計算コストがはるかに低いメリットがある。その一例を図4.3に示す。図中の四角がSIMP法のFEM要素である。図4.3の例から目的関数を計算すると、全FEM要素数 m は9、要素密度の積和は3.5であるので、式(4-1)の目的関数は5.5になる。

本研究では、Bar-system表現法のGAを用いたトポロジー最適化による類似個体の生成において、式(4.1)を目的関数とし一般的な単目的GAを用いた。通常、Bar-system表現法を用いた場合、同じ表現型に対して対応する遺伝子型が複数あるため、目的関数空間は多峰性となる可能性が高い。ここで、Bar-system表現法のGAにおける遺伝子型および表現型の一例を図4.4に示す。目的関数空間が多峰性である場合、目的関数上で一つの最適解に近い領域だけ探索することなく、他の最適解が得られる可能性が高い領域も探索するように、Goldbergが提案したシェアリング(sharing)法を適用した^(4.6)。ここで、シェアリングは、ある

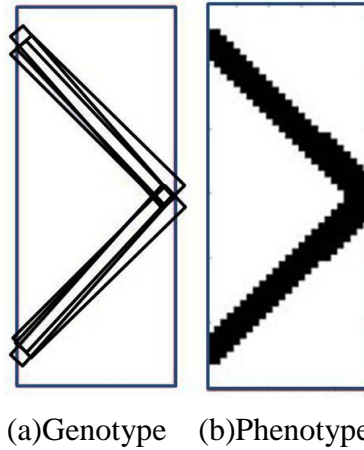


Fig.4.4 Genotype and phenotype in the bar-system representation

個体から一定の距離内にある個体の数に応じて，各個体の適応度を適切に減らし，GAにおける個体の多様性を維持する方法である．そのため，類似個体を生成する過程では，シェアリングにより一つの基準個体に対して多様な遺伝子型を持つ類似解を求められる．また，交差および突然変異の操作を行うため，最も類似する個体からバリエーションを持つ個体まで生成される．

4.3 単一荷重ケースのトポロジー最適化問題による検証

本節では、複数荷重ケース問題に対して提案手法を適用する前に、単一荷重ケース問題にて検証する。提案手法の収束性および効率性について確認するため、Cantilever Beam のコンプライアンス最小化問題を用い、以下の3つの手法について最適化解析を行った。

- Method1: 一般的な初期集団(Standard random initialization)
- Method2: $1 \times N$ 個の類似解を初期集団として用いた提案手法 ($M=1$)
- Method3: $5 \times N$ 個の類似解を初期集団として用いた提案手法 ($M=5$)

ここで $M=1, 5$ の提案手法とは、それぞれ SIMP 法のエリート解群を 1 グループ、5 グループ用いて初期個体集団を作る手法であり、 M は用いたエリート解群の数である (図 4.2, 5 参照)。また、 N は類似個体を求めるステップ 2 での類似個体を生成するための GA 最適化における個体数である。本研究では、Method2, 3 において $N=50$ とした。

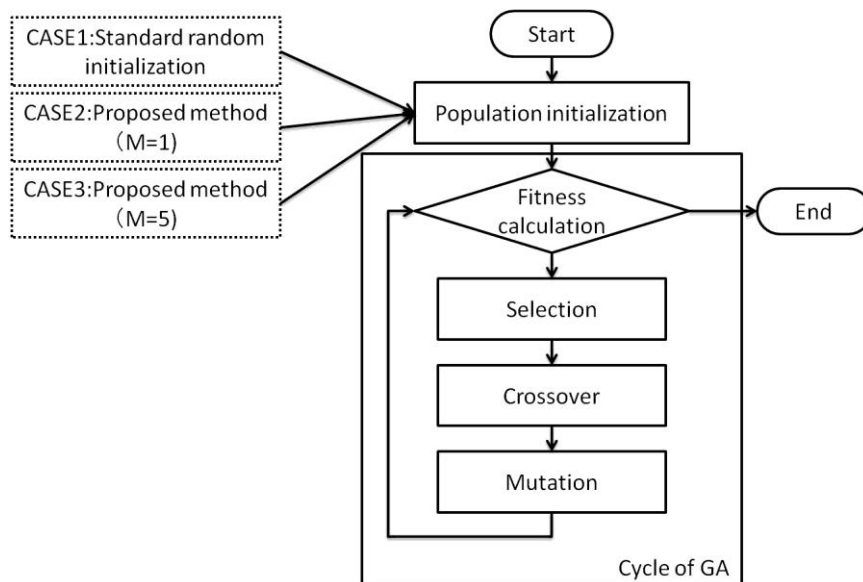


Fig. 4.5 Flowchart of the Topology optimization using GA

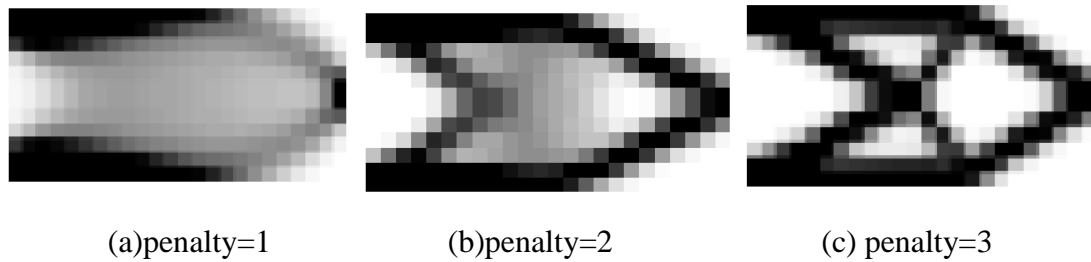


Fig. 4.6 Examples of topology optimization using SIMP

単一目的関数の場合, 類似個体の生成手法のステップ 1 における SIMP 法では重み付き線形和法を用いないため, 最適化問題における初期解および SIMP 法の設計パラメータの一つであるペナルティパラメータ p (第 2 章の式(2-3)参照) をランダムにした. これは SIMP 法のように感度解析に基づく最適化手法では, 初期解および設計パラメータにより異なる最適解が得られるため, 多様な局所最適解 (エリート) が得られる. ペナルティパラメータは図 4.6 の局所解の例に示す曖昧な密度をできるだけ無くすために, 要素の密度に与えるペナルティがある. そのペナルティを一義的に決めるのは難しいので, 一般的に 3~4 の数値が使われる^(4.7). しかし, 本研究では一般的に使われていない範囲より低いペナルティも含めて 1 から 4 の間のペナルティを用いる. これは, 低いペナルティにより曖昧な密度が多く生成された非実用的であるトポロジーにおいても, その一部のトポロジーに重要な情報があると考えられるためである.

検証において上記の 3 つの Method の場合 (M=0, 1, 5) について初期値およびペナルティパラメータを乱数により変えて各 20 回試行し, コンプライアンスの最小値, 平均, 分散を比較する.

4.3.1 検証モデル

単一荷重ケース問題に対する検証モデルは図 4.7 に示す．図に示すように，設計領域は $2H \times H$ ，左側の上下にある頂点が固定，右側の中央部に右向きの荷重 F が作用している．バーのシステムとしては，2 経路で 7 つの節点を持つ 6 つのバー (2V7E6) で構成した．

設計におけるパラメータとして，弾性率 $E=1.0$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ ，密度 $\rho=1.0$ ，厚さ $t=1.0$ ，荷重 F は 1 とした．また， 24×12 のメッシュに設計領域を分割し，有限要素解析を行った．FEA の計算には文献[4.8]の MATLAB コードを用いた．

遺伝的アルゴリズムのパラメータは全ての GA 解析において，個体数 50，世代数 100，交叉率 1.0，突然変異率 0.2，elite 数 50 とした．最適化の問題設定としては，体積比 50%以下でコンプライアンス最小化とした．また，各々の設計変数の範囲も制約条件として考慮した．GA において交叉手法は，PCX と 2 点交叉手法を用いた．突然変異としては Polynomial 突然変異手法を用いた．(Appendix 参照)

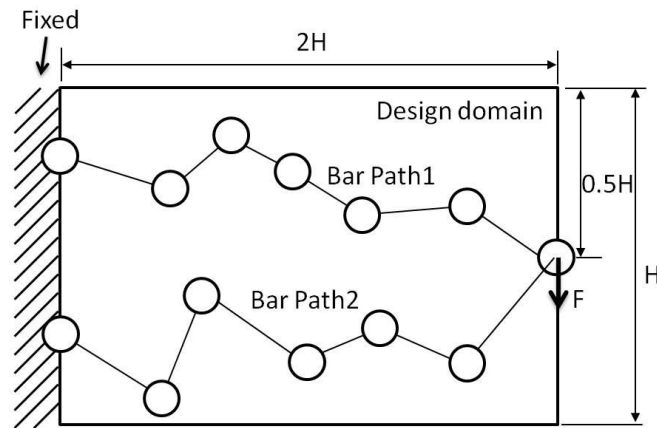


Fig. 4.7 Design domain and bar system for the clamped deep beam

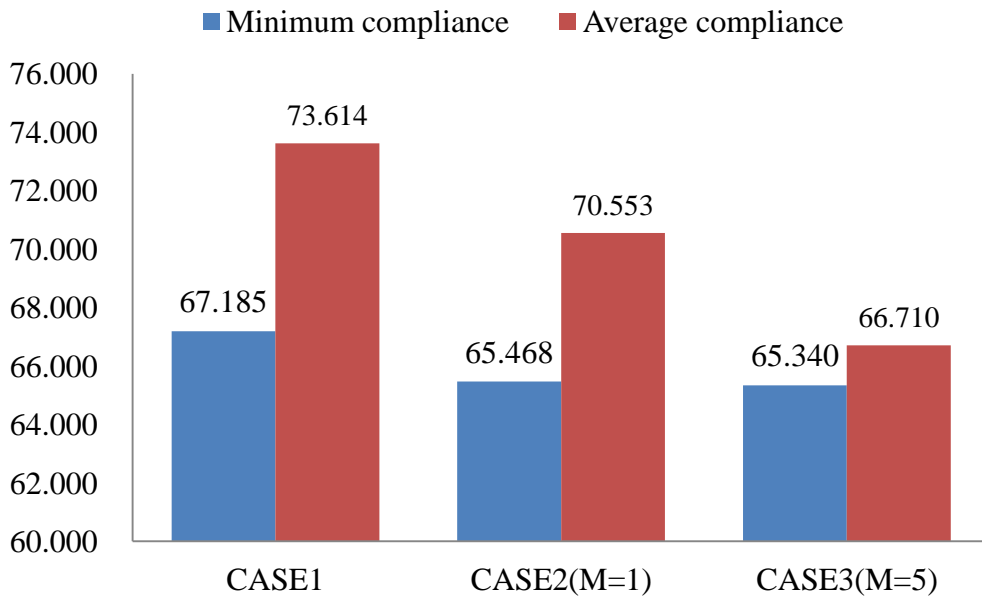
4.3.2 結果と考察

収束性と安定性の検証

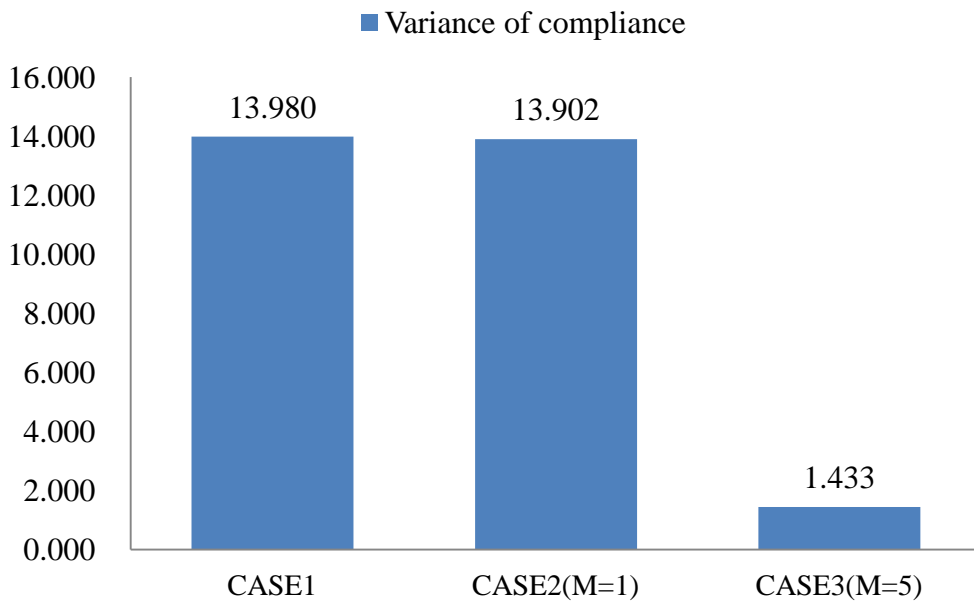
解析結果を図 4.8 に示す。図 4.8 は Method1,2,3, に対する 20 回の試行におけるコンプライアンスの最小値、平均、分散をそれぞれ示したグラフである。また、これに加えて収束性に対して比較するために、通常の SIMP 法のコンプライアンス結果も一緒に比較し、SIMP 法に比べどの程度収束したか確認した。SIMP 法から得られたトポロジー最適解のコンプライアンスは 74.118 である。

図 4.8(a)のコンプライアンスの最小値から全ての手法において、SIMP 法のみを用いた場合の結果 (Compliance=74.118) よりグローバルな解 (より収束した解) が得られたことがわかる。また、グラフにより従来手法、M=1, M=5 の順番に低くなっており、提案手法の方が従来手法より収束性が高いことがわかる。

また図 4.8 (a) の平均においても、従来手法、M=1, M=5 (Method1,2,3) の順番に 20 回の試行における平均コンプライアンスが低くなっていることから、提案手法において M の値が高い方がより収束に安定していることがわかる。図 4.8(b)の 20 回試行におけるコンプライアンスの分散からも、提案手法の探索能力がより安定していることがわかる。しかし M=1 の場合では、20 回試行におけるコンプライアンスの分散が従来手法と比べほぼ同じ値を示していることから、グローバルに接近できる初期個体が安定的に供給できなかったためであると考えられる。



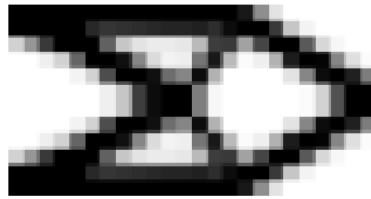
(a) Comparison of minimum and average compliance



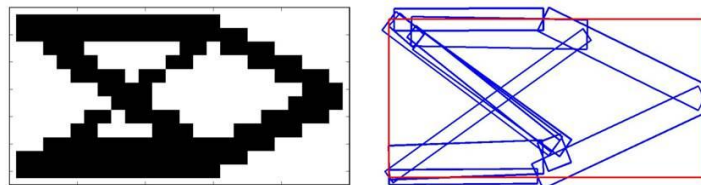
(b) Comparison of variance of compliance

Fig. 4.8 Result of topology optimization with GA

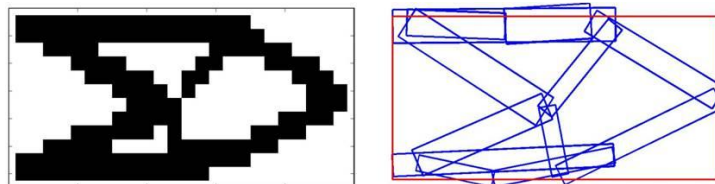
図 4.9 に Method1,2,3 により得られた最適解のトポロジーを示す. 従来手法 (Method1) と $M=1$ (Method2)の場合には, それぞれ図 4.9 (a) のペナルティ 3 の SIMP 法の結果と類似するトポロジーが得られた. しかし, $M=5$ (Method3)の場合においては, SIMP 法による最適トポロジーとは異なるトポロジーが得られたことが分かる. しかし, この $M=5$ (Method3)の場合のトポロジーにおいて新しく創造された穴はメッシュ 1 つ分でありそれほど大きくないため, チェッカー



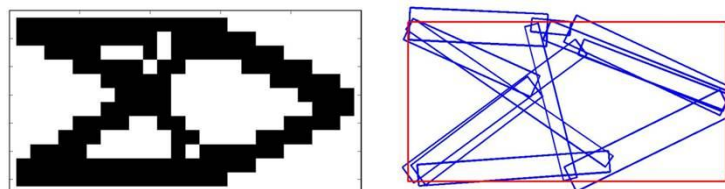
(a) Topology result of SIMP method with penalty=3



(b) Best topology in case of $M=0$



(c) Best topology in case of $M=1$



(d) Best topology in case of $M=5$

Fig. 4.9 Result of topology optimization with GA

ボードパターンによる剛性の増加であると考えられる。チェッカーボードパターンとは、密度の分布がチェッカーボードパターンのように配置された場合、せん断力に対して剛性が高くなる現象を示す。これは FEM の数値計算誤差であるため、このトポロジーにおいてはより細かなメッシュを用い検討する必要があると考えられる。しかし、提案するエリート初期個体によりトポロジー最適化において収束性向上の可能性は確認できたと考えられる。

計算効率に対する考察

表4.1に従来手法と提案手法を用いた場合のFE解析の総回数を示す. ここで, A_{simp} (SIMP 法に求めるエリート解) を求める際, SIMP 法は感度解析であるため, FE 解析数が試行ごとに異なる. よって, 20 回試行しおける平均解析数を求めた. また, 表 4.2 に各ステップでの平均計算時間を示す. ここで, FEM モデルのメッシュ数に対する計算時間を考慮し, 24×12 , 60×30 の2つ場合に対して計算時間を示す. また, 24×12 のメッシュを持つ場合, 式 (4.1) の目的関数の計算に約 0.000045 秒, FEM 計算に 0.015 秒の CPU 時間が, 60×30 のメッシュの場合, 式 (4.1) の計算に約 0.000051 秒, FEM 計算には 0.32 秒の CPU 時間がかかった.

Table. 4.1 Number of objective function evaluations

	M=0	M=1	M=5
Calculation of A_{simp}	-	77	385
formula 4.1	-	5000	25000
Topology optimization with GA	5,000	5,000	5,000

Table. 4.2 Average calculation time of objective function evaluations

	Mesh	M=0	M=1	M=5
Calculation of A_{simp}	24×12	-	1.16	5.82
	60×30	-	24.47	122.36
formula (4.1)	24×12	-	0.23	1.15
	60×30	-	0.26	1.28
Topology optimization with GA	24×12	75.58	75.58	75.58
	60×30	1589.11	1589.11	1589.11
Total time	24×12	75.58	76.98	82.55
	60×30	1589.11	1613.84	1712.75

提案手法では、 A_{simp} と類似する個体を生成する際、式(4.1)目的関数の計算数は $M \times 5000$ 回であるため、表4.1の $M=1$ の場合では5000回、 $M=5$ の場合では25000回の計算数になる。また表4.1から、 A_{simp} (SIMP法に求めるエリート解)を求めるためのFE計算回数も、提案手法が従来手法に比べ付加的に生じる計算量である。

一方表4.2から、全体計算時間はメッシュが 24×12 の場合に、Method1,2,3においてそれぞれ75.58秒、76.98秒、82.55秒である。これから、提案手法が従来手法に比べ、付加的に生じる時間はそれぞれ約1.4秒、6.97秒である。メッシュが 24×12 の場合に全体計算時間は、Method1,2,3においてそれぞれ1589.11秒、1613.84秒、1712.75秒である。これから、提案手法が従来手法に比べ、付加的に生じる時間はそれぞれ約24.73秒、123.64秒である。

上記のように、全体的にコストが少し増加して効率が落ちるように見える。しかし、GAは確率的最適化であるため、よりグローバルな最適解を求めるためには複数回の実行が必須不可欠である。このことを考慮すると、「収束性と安定性の検証」において述べたように、提案手法はグローバル解が安定的に得られるので、初期個体をランダムに生成する一般的なGAを用いたトポロジー最適化より試行数が少なくなる。したがって、グローバル解の探索に安定的な提案手法の方が1回の試行に対しては一般的なGA手法に比べ少し計算コストは増加するものの複数試行が必要になるため、その点を考慮すると提案手法がより効率的であると考えられる。さらに、メッシュ数が増加することにつれ、FEM解析に必要なコストがより顕著に増加するので、提案手法はメッシュ数が多い場合により効率的であると考えられる。

4.4 複数荷重ケースのトポロジー最適化問題による検証

本節では、提案手法の効率性について確認するため、Simply Support Beam のコンプライアンス最小化問題を用い、以下の 3 つの手法について最適化解析を行った。

- Method1: 一般的な初期集団(Standard random initialization)
- Method2: $20 \times N$ 個の類似解を初期集団として用いた提案手法 ($M=20$)
- Method3: $40 \times N$ 個の類似解を初期集団として用いた提案手法 ($M=40$)

ここで、 $M=20, 40$ の提案手法とは、図 4.10 に示すように、それぞれ重み付き線形和手法を用いた SIMP 法のエリート解を 20 個および 40 個を用いることで、初期個体群を作る手法であり、 M は用いたエリート解の数である。また、 N は類似個体を求めるステップ 2 の GA 最適化における総個体数として、本研究では Method2, 3 において $N=50$ とした。

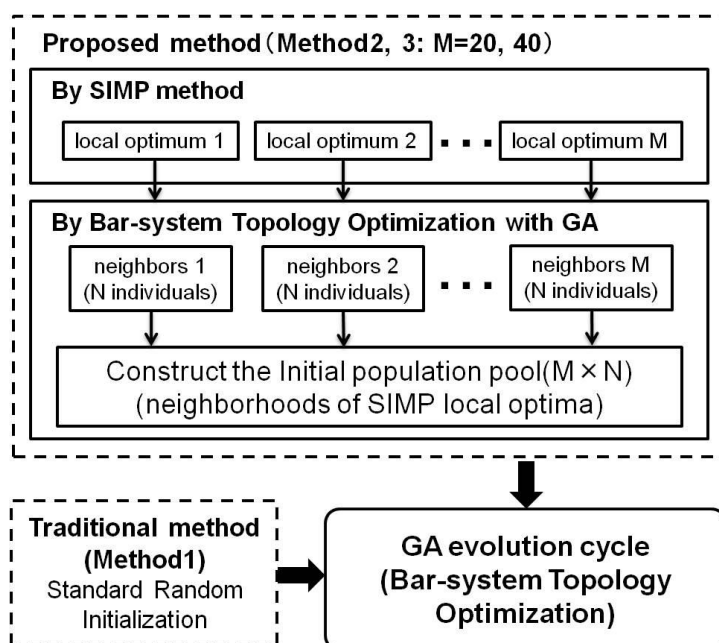


Fig. 4.10 Flowchart for verification of proposed method

これらの3つの場合 (Method1, 2, 3) について乱数初期値を変えて各20回試行し, 多目的最適化の収束性および多様性を定量的に評価する HVR (Hyper Volume Ratio) ^(4.3) を用い, その平均, 最小, 最大と分散の値を比較した. また, 最適解を目的関数空間上に表示したパレートフロンティアについても比較した. 計算コストについては20回試行を行う場合の全ての計算コストについて比較し, 提案手法の効率について考察を行った.

4.4.1 検証モデル

図 4.11 に示す Simply Support Beam のコンプライアンス最小化問題を用いた。モデルの設計領域は $2H \times H$ ，下部の両端を固定した。また，図 4.11 のように，大きさ 1 の荷重 F_1 と F_2 が負荷されている。本研究では，Bar-system として経験により適切であると考えられる 4 経路 6 つの Bar で構成した。ここで，bar の数が多くなるとより複雑なトポロジーが得られる可能性があるが，その場合は設計変数の数が増えるため，計算コストが増加する可能性がある^(4,5)。しかし，各ケース間の計算コストの比較においては，全てのケースで同じ bar-system を用いたため，計算コストの比較は有効であると考えられる。24 個である bar の数を考慮すると，設計変数の数は 80 個になるが，支持点と荷重点における bar の節点を固定したので，設計変数の総数は 64 個になる。構造モデルでは，弾性率 $E=1.0$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ ，密度 $\rho=1.0$ ，厚さ $t=1.0$ とした。また，設計領域を 40×20 に要素分割した。ここで，最適化の目的関数であるコンプライアンスの相対的な値が重要であるため，単位は省略した。

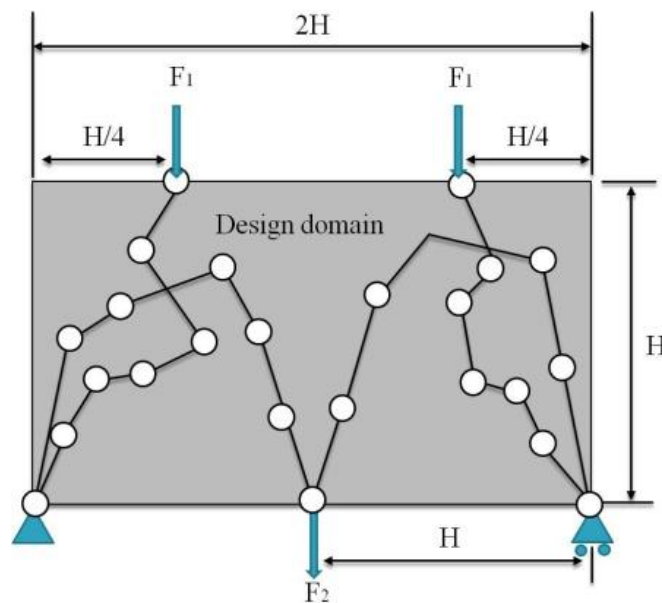


Fig. 4.11 Design domain and bar system for the simply support beam

Table. 4.3 The number of objective functions and variables of the step1, 2, 4 for Simply Support Beam problem

	Step1	Step2	Step4
Number of objective functions	2	1	2
Number of variables	800	64	64

GA のパラメータとしては、ステップ 2 (類似個体の生成) の場合、個体数 50, 世代数 100, 選択率は 0.9, 突然変異率は 0.2, ステップ 4 (多目的トポロジー最適化) の場合、個体数 100, 選択率は 0.9, 突然変異率は 0.2 を使用した。

最適化の問題設定としては、体積比 40%以下で 2 つの荷重に対しそれぞれのコンプライアンスの最小化とした。また、表 4.3 に各ステップにおける最適化問題における目的関数および設計変数の数を示す。

4.4.2 荷重の大きさの変動

Hyper Volume(HV)は最適化の収束性および多様性の評価するための関数である。図 4.12 に HV の概念図を示す。HV は得られた最適解 i と参照点 W が目的関数空間上を覆っている斜線部分の体積である。まず、解集団の全ての解 i に関して参照点 W と解 i が対角点となるような Hyper Cube v_i を計算する。HV は全ての v_i を結合したものであり、以下の式(7)で定義される。

$$HV(Q) = \text{volume}\left(\bigcup_{i=1}^{|Q|} v_i\right) \quad (4.2)$$

また、式(4.2) HV(Q)とパレートフロンティアから求められる HV (P*) との比を以下に示す式(4.3)のように HVR(Hyper Volume Ratio)とする。

$$HVR = \frac{HV(Q)}{HV(P^*)} \quad (4.3)$$

参照点 W には目的関数値の悪い点を想定して用いるため、解の収束性が高いほど、また、多様性が大きいほど HV(Q)は大きな値となり、HVR は 1 に近い値になる。

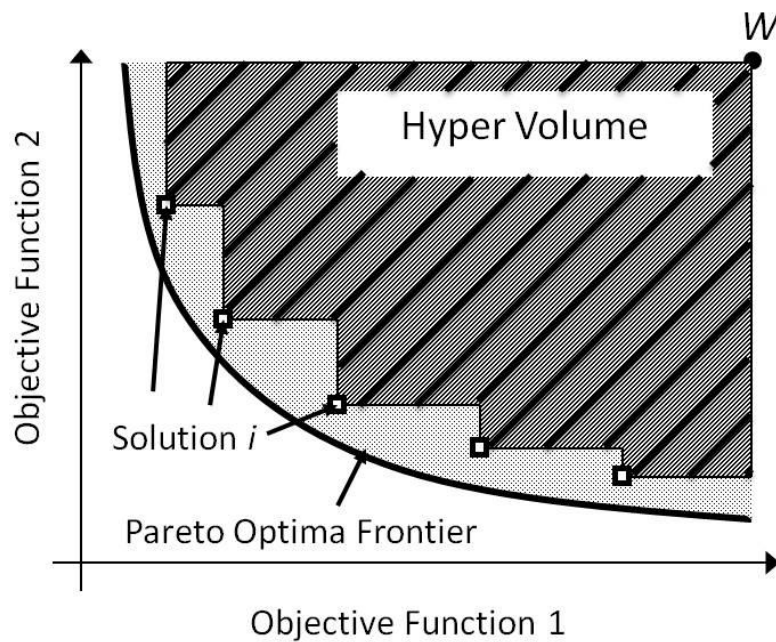


Fig. 4.12 Hyper volume of the objective function space

本研究では、HV (Q) は、各 Method による最適化計算から得られた現世代での HV とした。また、式(4.3)の HV(P*)は真のパレートフロンティアから得られる理想の HV 値であるが、本研究で用いる検証問題では、理想の HV 値が自明ではないため、Method1(世代数 600)、Method2(世代数 300)、Method3(世代数 300)の全ての最適化計算から得られたパレート解群の HV 値を HV(P*)として用いた。各手法における収束性を比較するため、上記のように HV(P*)設定しても比較には十分であると考えられる。

4.4.3 結果と考察

本項では、20回のGA試行における、文献[4.5]のbar-system表現法のGAを用いたトポロジー最適化手法(Method1)と提案手法(Method2, 3)に対して、効率性について検証するため計算コストを比較した。その後、同じ世代まで進化させた場合のHVRとパレートフロンティアについて比較し、収束性について検証した。

目的関数の評価回数による計算コストの比較

計算コストを比較するため、従来手法と提案手法における目的関数の評価回数を求めた結果を表4.4に示す。表4.4の評価関数の評価数は全20回の試行における1回あたりの平均評価数である。ここで、便宜上2つの荷重に対するコンプライアンス1, 2はまとめて一回とカウントした。ステップ1(エリート個体を求めるステップ)におけるSIMP法では、初期値により異なる最適解に収束する可能性があり、試行ごとに収束に必要なコンプライアンスの計算数は異なる

Table. 4.4 Average evaluation number of objective function per 1 GA trial and Average evaluation time of objective function(40×20 meshed beam)

	Average evaluation number of objective function		
	Traditional	M=20	M=40
Formula(4.1) at Step2	-	100000	200000
Compliance1, 2 at Step1	-	66	137
Compliance1, 2 at Step4	30000	30000	30000
Average Time[sec/1evaluation]			
Formula(4.1)	0.00004		
Compliance1, 2	0.07		

るため、コンプライアンスの平均計算数を用いた。また、モデルが 40×20 の要素分割を持つ場合、提案手法のステップ 2 (類似解の生成) GA に用いた式 (4.1) の目的関数とステップ 4 (多目的トポロジー最適化) の GA での目的関数として用いたコンプライアンス 1, 2 の平均評価時間も示す。使用したコンピュータ CPU は 2.8GHz の Intel Core i7 processor を用いた。

まず、提案手法の $M=20$ と $M=40$ の場合では、ステップ 2 で目的関数として用いた式 (4.1) の評価数が 100,000 と 200,000 である。ここで、式 (4.1) の平均計算時間を考慮すると、ステップ 2 の全体計算時間はそれぞれ 4 秒, 8 秒である。これは、ステップ 4 での計算時間である $30000 \times 0.07 = 2100$ 秒よりはるかに短い。そのため、ステップ 2 における計算時間がプロセス全体の計算コストに及ぼす影響は少ない。

また、提案手法の $M=20$ と $M=40$ では、従来手法と比べコンプライアンスの評価数がそれぞれ 66 回 ($M=20$)、および 137 回 ($M=40$) 程度多くなった。これはステップ 1 における SIMP 法に必要な計算コストであり、それぞれ GA において約 1~2 世代程度進化させるのに必要な計算量と同等である。通常、数百世代以上進化させる GA のプロセス全体を考慮すると、増加した計算コストは十分に無視できる程度である。したがって、同じ世代数進化させた場合、提案手法で必要な計算コストは従来手法と比較して、同等な計算コストであると考えられる。

収束性、多様性及びアルゴリズムの安定性検証

本研究では、最適化結果の収束性と多様性を評価するため、HVR を用いる。図 4.13 に 300 世代まで進化させた場合の HVR の比較を示す。また表 4.5 には、従来手法をさらに 600 世代まで進化させた場合の HVR 値も示す。ここで、検証問題において式(4.3)の理想値 HV (P^*) が自明ではないため、本研究では、Method1 (世代数 600)、Method2(世代数 300)、Method3(世代数 300)の全ての最適化計算から得られたパレート解群を理想値 HV (P^*) として用いた。また、HV の計算に用いられる参照点については、荷重点と支持点が連結されない場合、約 10^9 のオーダーのコンプライアンスが得られるため、本研究では、2つの目的関数に対す

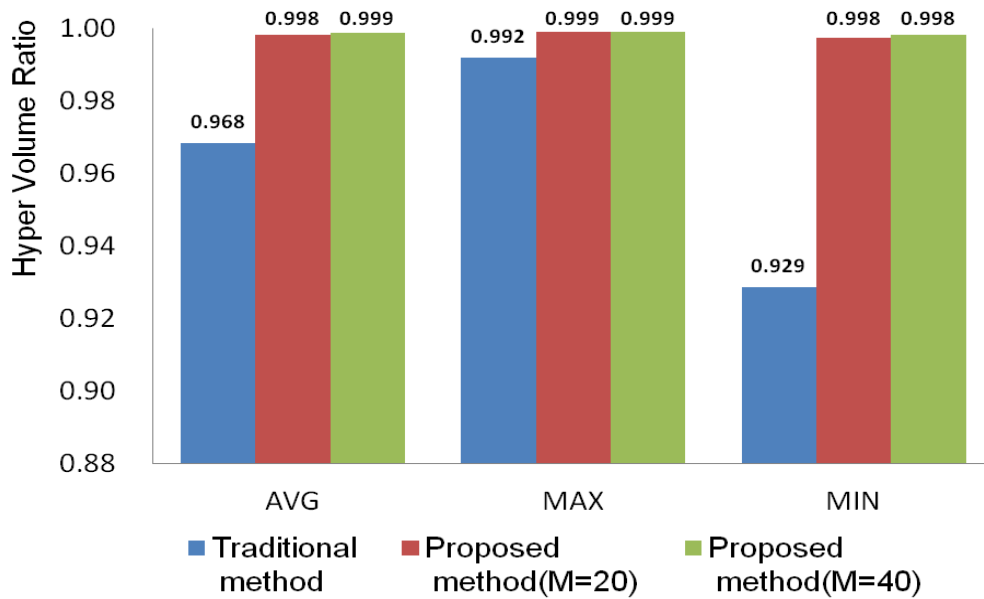


Fig.4.13 Comparison of average, maximum and minimum HVR at 300 generation

Table. 4.5 Result of Hyper Volume Ratio

	Traditional method				Proposed method	
	Standard random initialization				M=20	M=40
Generation	300	400	500	600	300	300
AVG	0.9683	0.9775	0.9826	0.9856	0.9982	0.9987
MAX	0.9920	0.9955	0.9960	0.9972	0.9990	0.9991
MIN	0.9286	0.9425	0.9470	0.9550	0.9976	0.9983
VAR	3.29E-04	2.59E-04	2.12E-04	1.64E-04	1.30E-07	7.45E-08

る参照点を共に 10^{10} とした。

まず、図 4.13 の HVR の平均 (AVG) および最大値 (MAX) から、提案手法の M=20 と M=40 の場合がより 1 に近い値が得られたことがわかる。これは、提案手法が従来手法に比べ、より収束性および多様性があるパレート解群が得られたことを示す。また表 4.5 から、20 回の試行における HVR の分散から、従来手法より提案手法の分散が小さいことがわかる。これは複数の GA の試行にお

いて、提案手法が探索により安定した探索を可能としていることを意味する。このことから、提案手法は従来手法より少ない試行数においても、安定的に収束性の良い最適解が得られることがわかる。

次に、提案手法において初期個体のプールの生成に用いるエリート解の数(M)の影響について調査した。提案手法における M の影響を調査するために、M=20 と M=40 の HVR の平均 (AVG), 最大値 (MAX) を比較すると、提案手法 M=40 の場合が 1 に近い値を持つ。このことから、提案手法においては、エリート初期個体の類似解を多く用いることで、収束性と多様性が向上できると考えられる。これは、高い M を用いる場合 (より多くのエリート解を用いる場合)、表現型の多様性が高くなるため、より多様な初期個体がプールに生成されるためであると考えられる。また、ステップ 1 で同じトポロジーを持つ表現型が得られた場合においても、異なる遺伝子型が得られる可能性がある。例えば、図 4.14 のように、同じ表現型を持つ遺伝子型においても、それぞれ変化する方向が異なるようになる。よって、異種個体が発生する可能性が高い。したがって、高い M の値を用いる場合、真のパレート解への収束確率が高くなると考えられる。しかしその場合は、計算コストが増加するので、パラメータを設定する際に、計算コストを考慮する必要があると考えられる。

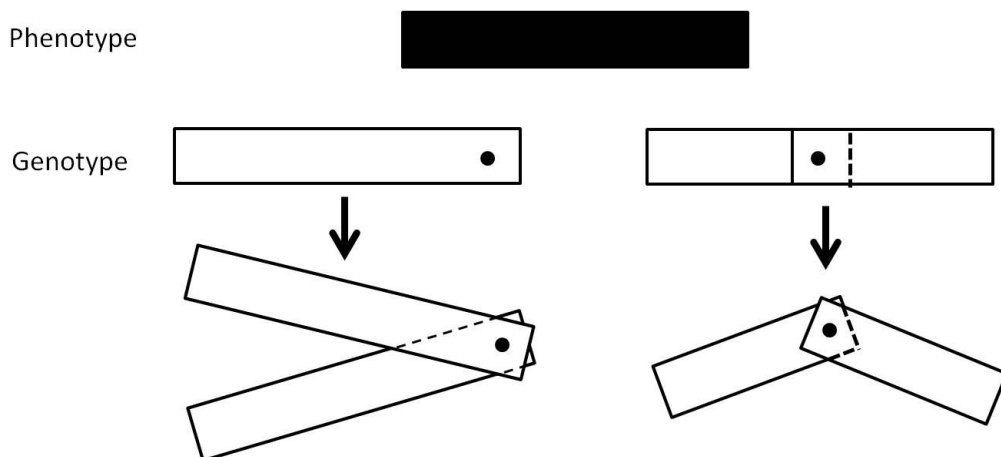
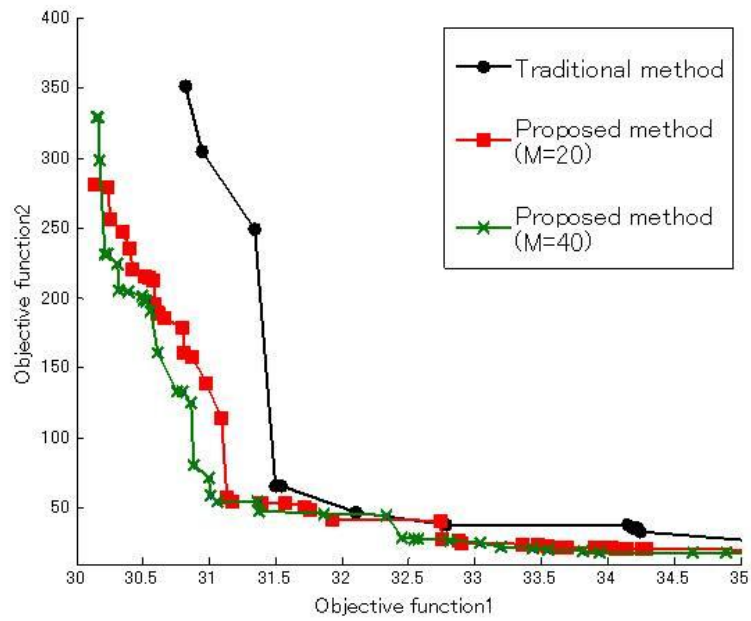


Fig. 4.14 An example of topology change of genotype which have same phenotype

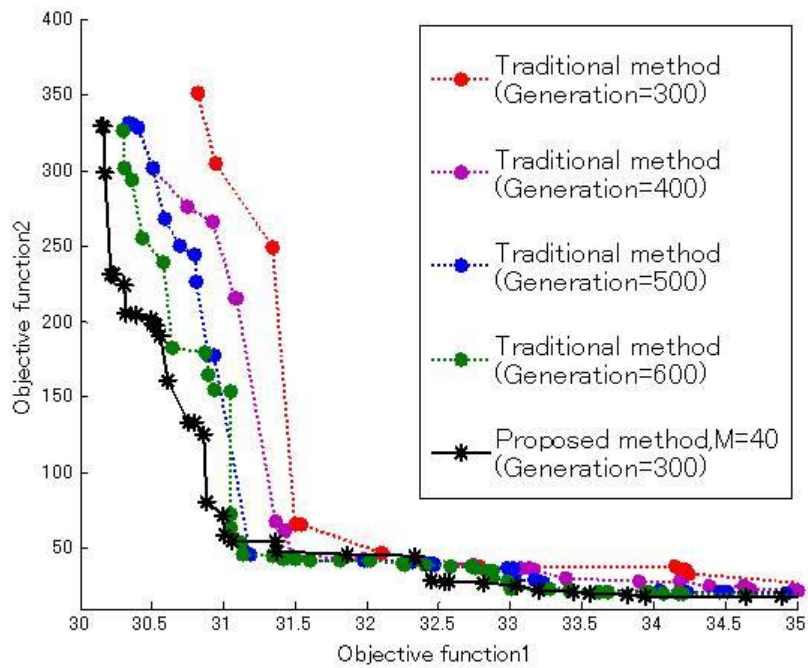
Pareto frontier の比較

図 4.15 に本研究で用いた例題の 2 つの目的関数（各荷重に対するコンプライアンス）に対するパレートフロンティアを図示する．図 4.15(a)に従来手法と提案手法 $M=20$, $M=40$ の全てのケースに対して 300 世代まで進化した後の結果を，図 4.15(b)に従来手法の 300, 400, 500, 600 世代における結果と提案手法の $M=40$ の場合における 300 世代のパレートフロンティアとの比較を示す．また，図 4.16 に提案手法の $M=40$ の場合，300 世代にて得られた代表的なトポロジー結果も併せて示す．

まず，図 4.15(a)から，計算量がほぼ同等な場合，提案手法 $M=40$ のパレート解群が最適解への収束性と多様性が最もあることが分かる．図 4.15(b)からは，従来手法によって 600 世代まで進化させた場合，得られたパレートフロンティアは 300 世代まで進化させた提案手法のパレートフロンティア漸近するものの，その大部分において収束性が劣ることがわかる．このことは，表 4.5 に示した従来手法の 600 世代，提案手法 $M=40$ における平均と最大 HVR の値の比較からも数値的に説明される．また，図 4.16 から効率を向上させた提案手法によりも様々なトポロジーが適切に得られたことがわかる．得られた結果から，提案手法は初期の類似解の生成段階において若干の計算コスト増加があるものの，全体的な GA の計算効率は従来手法と比較して大きく向上可能であることが示された．



(a) Pareto frontier of each case at 300 generation



(b) Pareto frontier of Case1 at each generation and Case2 at 300 generation

Fig. 4.15 Result of Pareto frontier

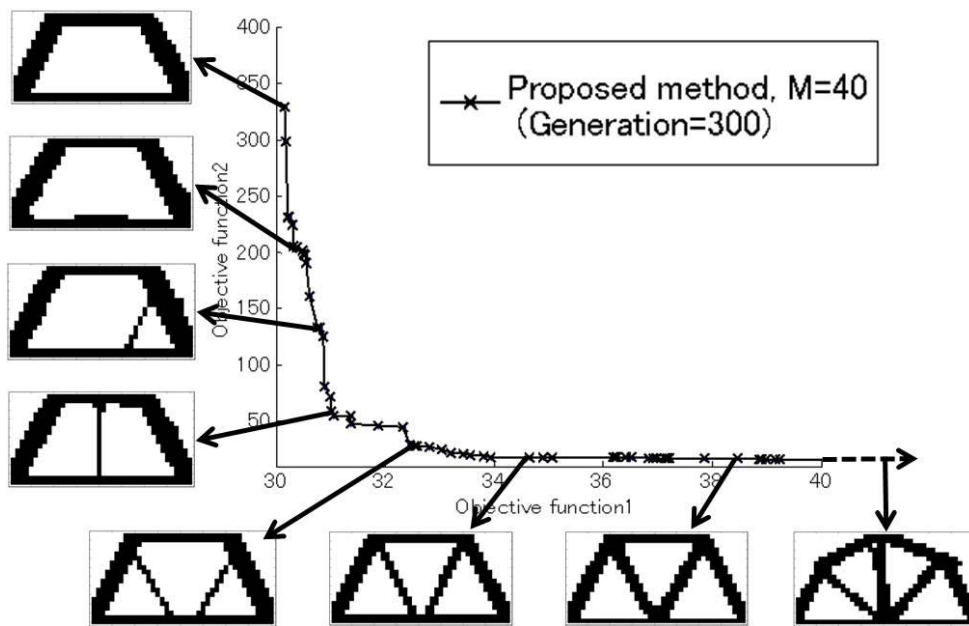


Fig. 4.16 Topology results of case3 of proposed method at 300 generation

4.5 結言

重み付き線形和手法を用いた SIMP 法から得られる局所解と類似するエリート個体群を GA の初期個体とする手法を提案し、GA を用いた多目的トポロジー最適化の高効率化を試みた。

提案手法の効率性を比較するため、GA において一般的に用いられるランダム初期個体群と性能を Simply support beam 例題を用い比較した。その結果、同等の計算コストにおいて、提案手法がより収束性および多様性を持ったパレートフロンティアを探索可能であることを HVR および目的関数空間上でのパレートフロンティア比較により明らかにした。

しかし、多目的最適化において、その目的関数の空間が非凸形状の場合、単純な重み付き線形和法では適切な初期個体が得られない可能性がある。本研究では、厳密なパレート解を求めることが目的ではなく、GA を用いた多目的トポロジー最適化の収束性の向上を目的とするため、重み付き線形和だけではなく、例えば、目的関数の 2 次結合形式などを用いることで有効な初期個体が得られると考える。今後、重み付き線形和と共に 2 次結合形式等を用いる方法の検討が必要であると考えられる。

4.6 参考文献

- (4.1) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology Optimization, Theory, Methods and Applications*, Springer, Berlin, 2003.
- (4.2) 多田幸生, 瀬口靖幸, 藪忠司, 複数の荷重条件を考慮する構造物の形状決定問題: 拡張逆変分問題, 日本機械学会論文集 A 編 **52**-473, 1986, pp.233-238.
- (4.3) Deb, K.: *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley and Son Ltd, New York, 2001.
- (4.4) 中山弘隆, 岡部達哉, 荒川雅生, 尹禮分, 多目的最適化と工学設計-しなやかシステム工学アプローチ, 現代図書, 2008.
- (4.5) Wang, S. Y. and Tai, K., Bar-system representation method for structural topology optimization using the genetic algorithms, *Engineering Computations*, **22**-2, 2005, pp.206-231.
- (4.6) Goldberg, D., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley Longman, 1989
- (4.7) Bendsoe, Martin Philip, and Ole Sigmund. *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer Verlag, 2003.
- (4.8) Sigmund, Ole. "A 99 line topology optimization code written in Matlab." *Structural and Multidisciplinary Optimization* 21.2 (2001): 120-127.

第 5 章

結言

超音速機の翼胴結合金具に対して、空力荷重における複数の荷重およびその変動を考慮したトポロジー最適化が要求される。翼胴結合金具に存在する複数の荷重およびその変動まで考慮したトポロジー最適化問題では、複数荷重ケース問題は最も重要な役割をする。その複数荷重ケース問題は本質的に多目的最適化問題であるため、多目的最適化問題で要求される目的に焦点を併せる必要がある。そこで本論文は、多目的最適化問題で要求される目的である多数のパレート解群の導出およびデータマイニングに優れるロバストトポロジー最適化手法の開発について検討した。また、計算コストが高い提案手法において効率を向上させる手法の開発を目的とした。結果として得られた結論は各章で示したが、本章ではそれらをまとめて述べる。

第 1 章「緒言」では、研究の背景と本論文の目的を示した。まず、超音速機の翼胴結合金具に必要なトポロジー最適化問題について述べた。その翼胴結合金具に対するトポロジー最適化において最も重要な複数荷重ケース問題は本質的に多目的最適化問題であることを示した。そして、多目的最適化問題としての翼胴結合金具に対するトポロジー最適化手法の課題を述べたのち、本研究の目的を記した。

第 2 章「SOM を用いたトポロジーの特徴による分類と最適化」では、多目的トポロジー最適化問題での目的の 1 つである目的関数間およびトポロジー間に存在する関係について詳細に検討するデータマイニングを行うため、自己組織化マップ (SOM) によるトポロジーパレート解群空間の可視化手法を提案した。SOM は高次元データの可視化に優れる手法であることに着目し、高次元データであるトポロジーパレート解空間の可視化手法として翼胴結合金具のトポロジー最適化問題に適用し、その有効性について示した。SOM により複数荷重ケース問題におけるパレート解群を 2 次元のマップ上分類することで、最適なトポロジーの探索および設計に有益な情報が抽出可能であることを示した。

第 3 章「ロバストトポロジーの探索手法」では、複数荷重ケース問題に対して多目的遺伝的アルゴリズムを用い多数のパレート解群を導出し、第 2 章で提案

した自己組織化マップによるトポロジーパレート解群空間の可視化手法をロバストトポロジー最適化問題まで拡張することで、データマイニングに優れるロバストトポロジー最適化手法を提案した。多目的トポロジー最適化に対して、広く用いられる重み付き線形和法を用いる感度解析手法と比較することで、グローバルな探索が可能な多目的遺伝的アルゴリズムがよりグローバルな解が得られることを示した。さらに、遺伝的アルゴリズムトポロジー最適化では、一回の解析により複数のパレート解が得られることを確認した。そして、SOMによるトポロジーパレート解空間の可視化手法はロバストトポロジーの探索において効果的であることを示した。また、翼胴結合金具に対するロバスト性能間のトレードオフ関係を明らかにし、ロバストトポロジー最適化で用いた各荷重ケースにコンプライアンスのSOMにより、ロバストトポロジーがなぜロバスト性を持つかについて明らかにした。

第4章「エリート初期集団GAを用いるトポロジー最適化の高効率化」では、多目的アルゴリズムを用いたトポロジー最適化の効率を向上させる手法としてエリート初期個体群によるGAトポロジー最適化手法を提案し検証した。提案手法の効率性を比較するため、GAにおいて一般的に用いられるランダム初期個体群と性能をSimply support beam例題を用い比較し、提案手法がより収束性および多様性を持ったパレートフロンティアを探索可能であることを示した。

第5章「結言」では、本研究の各章で得られた成果を総括して述べるとともに、今後の課題について述べた。

以上の結論により、提案するSOMによるパレート解空間の可視化手法は本質的に多目的最適化問題である、複数荷重ケース問題に有効であることが示された。また、ロバストトポロジー最適化における複数荷重ケース問題に遺伝的アルゴリズムおよびSOMを適用することで、多数のパレート解や設計に有益な情報が得られることが示された。本論文は、多目的最適化問題である複数荷重ケース問題に対して、実用的な多目的トポロジー最適化手法を提案するものである。また、本論文で提案するロバストトポロジー最適化手法を図5.1に示す。

実用的なロバストトポロジー最適化手法として

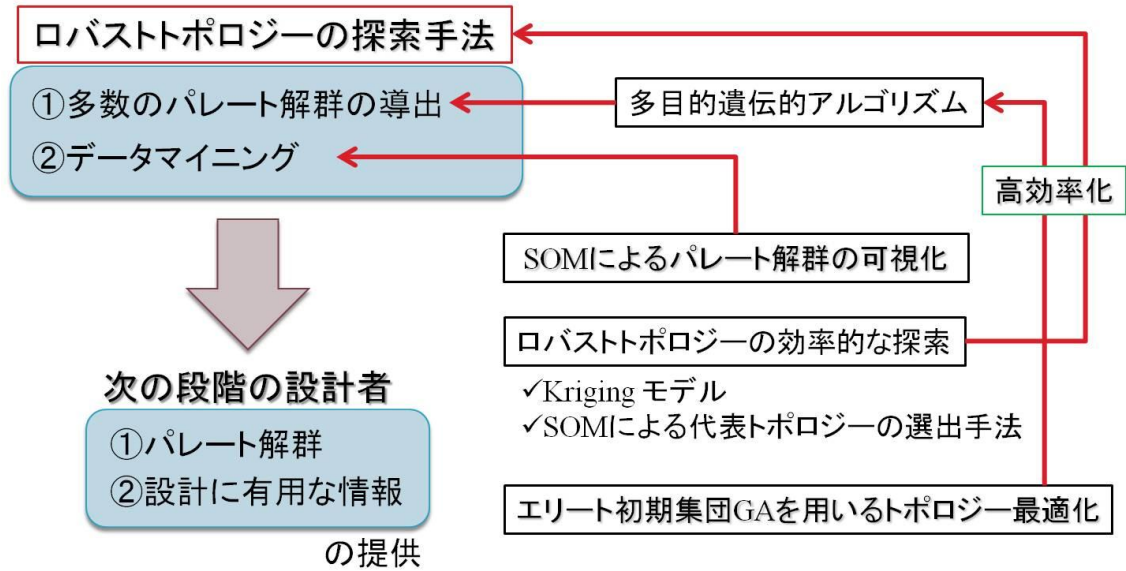


Fig. 5.1 Proposed method of robust topology optimization with loading uncertainties

今後の課題

(1)GA を用いたトポロジー最適化におけるトポロジーの新しい表現法

第 3 章および第 4 章において、GA を用いたトポロジー最適化において Bar 表現法が用いられた。この Bar 表現法は事前に決められた経路や数の Bar によりトポロジーを表現する手法であるため、Bar の経路や数により表現可能なトポロジーが限定される。そのため、Bar の経路や数を経験的に決定しなければならない問題点を有する。したがって、トポロジーの表現が限定されないように、自由度の高い新しいトポロジーの表現法が要求される。しかし、トポロジー最適化は最も自由度の高い最適化問題であるため、自由度が高くなる場合、その最適化問題はより複雑になる。そのため、トポロジー最適化のための効率よい遺伝的アルゴリズムの開発が要求される。

(2)多領域最適化問題への拡張

トポロジー最適化では、構造の剛性だけではなく、最大応力、構造の動特性、座屈特性などまで考慮した最適化まで拡張できる。その場合、トポロジーパレート解空間はより複雑になり、効果的な可視化手法が要求されるため、本論文で提案した SOM によるパレート解群空間の可視化手法は有効であると考えられる。したがって、提案手法をより多目的トポロジー最適化に適用し、検討を行う必要がある。

(3)エリート初期個体群を用いた GA トポロジー最適化手法における課題

多目的最適化において、その目的関数の空間が非凸形状の場合、単純な重み付き線形和法では適切な初期個体が得られない可能性がある。本論文では、厳密なパレート解を求めることが目的ではなく、GA を用いた多目的トポロジー最適化の収束性の向上を目的とするため、重み付き線形和だけではなく、例えば、目的関数の 2 次結合形式などを用いることで有効な初期個体が得られると考える。今後、重み付き線形和と共に 2 次結合形式等を用いる方法の検討が必要であると考えられる。

付録 : Appendix

Appendix A : 遺傳的アルゴリズムの交叉, 突然変異方法

Appendix B : 自由度調整済み決定係数

Appendix C : トポロジー最適化における体積制約

A. 遺伝的アルゴリズムの交叉，突然変異方法

A.1 交叉

交叉とは，選択した親個体の設計変数を掛け合わせて新たな設計変数を持つ子個体を生成する操作である．交叉を繰り返し，必要数（通常は個体数 N 個）の子個体を作成したら，次の突然変異の過程に移る．本研究では，以下に説明する PCX crossover (Parent centric crossover)，2点交叉方法 (2-point crossover) と呼ばれる手法を同時に用いた．

PCX 交叉手法

本研究で用いた GA において PCX (Parent centric crossover) ^(A.1,2) という交叉手法を用いた．PCX は通常の親個体の重心周辺部に子個体を生成する交叉手法 (Mean centric crossover) とは異なり，図 A.1 のように親個体の周辺に子個体を生成する手法である．その手順は以下のようなものである．

- 1) 選択した μ 個の親個体から中心 \vec{g} を計算する．
- 2) 各々の子個体に対して，一つの親個体 $\vec{x}^{(p)}$ をランダムに選択する．
- 3) 方向ベクトル $\vec{d}^{(p)} = \vec{x}^{(p)} - \vec{g}$ を計算する．

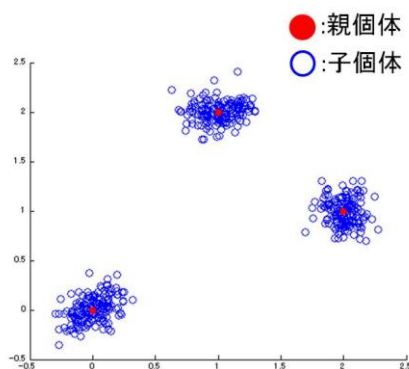


Fig. A.1 Offspring distribution of PCX

- 4) 残りの(n-1)親個体から3) から計算した方向ベクトルに垂線を下ろし, 距離 D_i を計算する. その距離 D_i から平均値 \bar{D} を計算する.
- 5) 式(A.1)を用いて子個体を生成する.

$$\vec{y} = \vec{x}^{(p)} + \omega_{\zeta} \vec{d}^{(p)} + \sum_{i=1, i \neq p}^{\mu} \omega_{\eta} \bar{D} \vec{e}^{(i)} \quad (\text{A.1})$$

ここで, ω_{ζ} は平均0で分散 σ_{ζ}^2 , ω_{η} は平均0で分散 σ_{η}^2 を持つガウス分布から求められる乱数, $\vec{e}^{(i)}$ は $\vec{d}^{(p)}$ によって定められる直交基底ベクトルである.

2点交叉手法 (2 point Crossover)

2点交叉手法^(A.3)とは, 染色体中のある2か所(交叉点)をランダムに選び出し, 二つの交叉点に挟まれている部分を入れ換えることで子個体を生成する方法である. 図A.2に示すように, barの表現法を表すグラフ構造がランダムに選び出した2か所の交叉点により, その交叉点に挟まれたbarが持つトポロジーが交換されることが分かる.

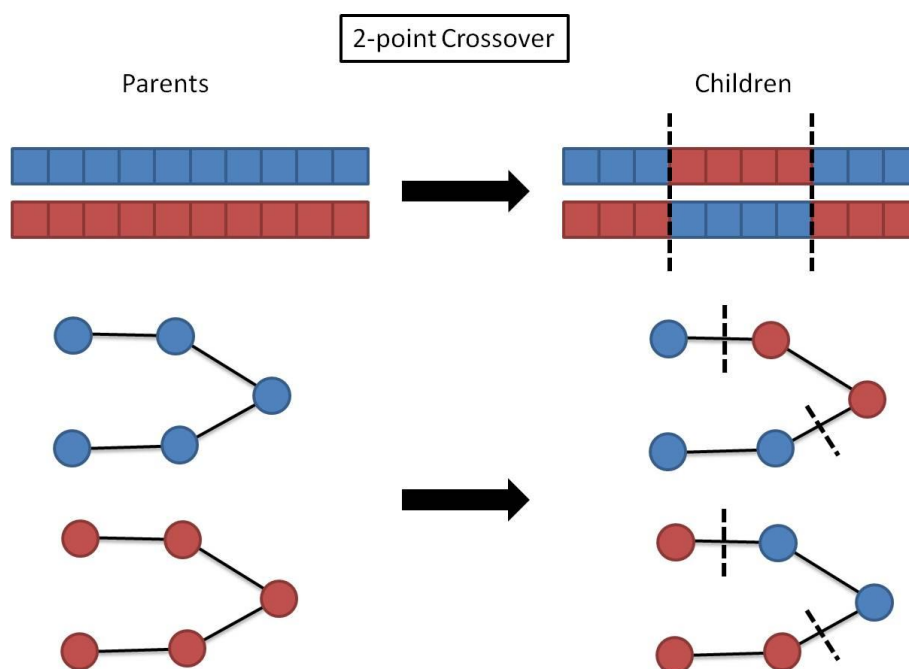


Fig. A.2 Illustration of 2-point Crossover

A.2 突然変異

交叉から生成された子個体の設計変数に擾乱を与え、突然変異を起こさせる。この過程は交叉だけでは探索が難しい空間の探索や早期の収束を防止するために必要な過程である。本研究では、突然変異として Polynomial Mutation^(A.4)を用いた。Polynomial Mutation は、多項式で計算される確率分布により、式 (A.2) のように設計変数 p に擾乱を与える。

$$c = p + \delta \Delta_{\max} \quad (\text{A.2})$$

ここで、 p は突然変異前の設計変数、 c は突然変異後の設計変数、 Δ_{\max} は設計変数の最大値、最小値の差である。 δ は式 (A.3) により求める。

$$\delta = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta+1}} - 1 & \text{if } u < 0.5; \\ 1 - [2(1-u)]^{\frac{1}{\eta+1}} & \text{if } u \geq 0.5; \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

ここで、 u は乱数、 η はパラメータである。本研究では $\eta=3$ とした。

B. 自由度調整済み決定係数^(A.5)

一般的に回帰モデルの適合性を示す指標として決定係数 (Coefficient of determination) が広く用いられる。しかし、従属変数にあまり影響を与えない独立変数を加える場合でも、決定係数は単調に増加するため、決定係数の値が高いものが良い回帰モデルとは判断できないため、決定係数で十分とは言い難い。そのため、回帰モデルの精度の比較には、単位自由度あたりの残差を比較する必要があり、一般的に自由度調整済み決定係数 R_{adj}^2 (Adjusted R square) が用いられる。

まず、決定係数は以下の式により定義される。

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{S_{yy}} \quad (\text{B.1})$$

ここで、 SSE 、 S_{yy} はそれぞれ残差平方和、実測値の平方和 (平均値まわりの総変動平均) であり、それぞれ以下の式 (B.2, 3) のように定義される。

$$SSE = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (\text{B.2})$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (\text{B.3})$$

ここで、 N は実験点の数、 y_i は実測値、 \hat{y}_i は y_i の推定値、 \bar{y} は y の平均である。

しかし決定係数は従属変数にあまり影響を与えない独立変数を加えても、決定係数は単調に増加するため、その影響を排除する必要がある。それが上記で述べた自由度調整済み決定係数であり、次式で表される。

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SSE/(N - k - 1)}{S_{yy}/(N - 1)} \quad (\text{B.4})$$

ここで、 N はデータ数、 k は独立変数の個数である。

自由度調整済み決定係数は寄与の小さい変数が追加された場合には低下するため、自由度の異なる回帰式の近似精度が比較できる。

C. トポロジー最適化における体積制約

トポロジー最適化は体積制約の下で剛性最大化を行う。すなわち、一定の材料を使い最大の剛性を持つトポロジーを求める。一般的に構造最適化において体積制約の代わりに、最大応力の制約条件が用いられるが、全ての FEM 要素に対して応力を制約条件とすることは、最適化問題において制約条件の数が多くなり困難である。そのため、トポロジー最適化問題において体積条件は任意で決められる。そのため、一般的にトポロジー最適化から最適なトポロジーが得られた後、形状最適化問題に変換させ、最大応力制約条件を適用する^(A.6)。

本研究においても、体積制約条件における体積比を決めるために、体積比を 30, 40, 50, 80% の 4 ケースに分け、その際の最大応力を基準とし第 2 章で用いる体積比を求めた。トポロジー最適化および FEM 解析で用いた荷重は、表 2.1 の 3 番金具における荷重を用いた。翼胴結合金具はチタン合金とし、その材料特性を表 C.1 に示す。また、トポロジー最適化における重み係数は、3 つの荷重に対して全て 0.33 とした。トポロジー結果と FEM 解析結果を図 C.1 と C.2 に示す。

図 C.1 の結果から、トポロジー最適解析は質量比によってトポロジーあるいは形状が異なることが確認できる。図 C.2 はトポロジー最適解析から得られた形状に荷重を与えた際、応力分布および最大応力を示す。質量比 30% のケースでは、最大応力がチタン合金の疲労強度 510MPa を超えている。よって、第 2 章における体積比は 40% とした。

Table C.1 Titanium alloy material properties

Material	チタン合金 (Ti-6Al-4V)
E [GPa]	113.8
Fatigue Strength[MPa] (Unnotched, 10^7 cycles)	510
Poisson's ratio	0.342
Density [Kg/m ³]	4.43×10^3

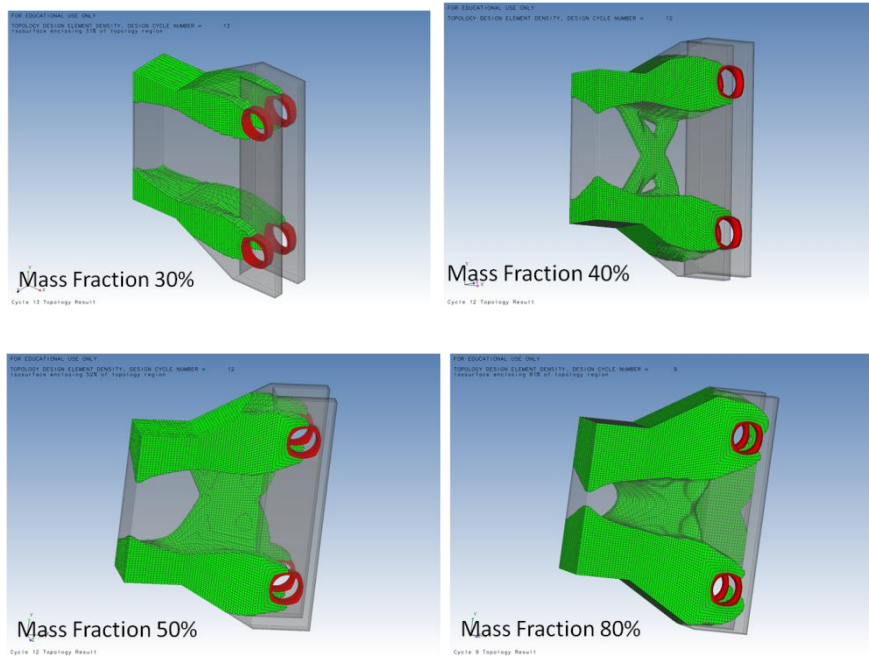


Fig. C.1 Optimum topologies with volume fraction 30 to 80%

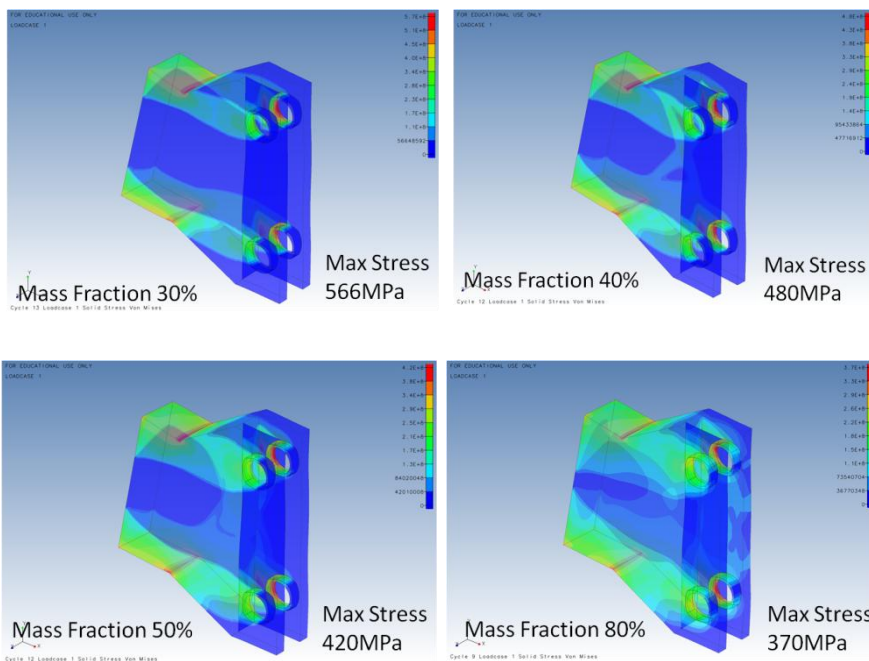


Fig. C.2 Stress contour and maximum stress (Von Mises Stress)

参考文献

- (A.1) Deb, K., Anand, A., Joshi, D., “A computationally efficient evolutionary algorithm for real-parameter optimization”, *Evolutionary Computation*, 2002, 10(4), pp.371–395
- (A.2) Deb, Kalyanmoy. "A population-based algorithm-generator for real-parameter optimization." *Soft Computing* 9.4 (2005): 236-253.
- (A.3) Goldberg, David E. "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning." (1989).
- (A.4) Deb, K. and Goyal, M., A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design, *Computer Science and Informatics*, **26-4**, 1996, pp.30–45.
- (A.5) Myers, Raymond H., and Christine M. Anderson-Cook. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. Vol. 705. John Wiley & Sons, 2009.
- (A.6) Bendsoe, Martin Philip, and Ole Sigmund. *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer Verlag, 2003.

業績一覧

学術誌掲載論文

- (1) 申鉉眞, 平野義鎮, 轟章, トポロジー最適解の Self-Organizing Map を用いた探索 : 第 1 報 : SOM 分類結果の検証, 日本航空宇宙学会論文集, 60 巻, 5 号, pp. 189-196, 2012 (2 章)
- (2) 申鉉眞, 平野義鎮, 轟章, エリート初期集団 GA を用いる多目的トポロジー最適化の高効率化, 日本計算工学会論文集, Vol. 2013 (2013) p. 20130006 (4 章)
- (3) 申鉉眞, 平野義鎮, 轟章, 超音速旅客機の翼胴結合金具における荷重変動にロバストなトポロジー最適解の探索, (査読中) (3 章)

国際学会発表 (○ : 発表者)

- (1) ○Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO, Akira TODOROKI, Searching for the Robust Solution of Topology Optimization by using Self-Organizing Map, 2011 KAIST, TITECH, Tohoku University, and HITECH Joint Workshop on Multidisciplinary Design Problems, Proceedings of Workshop. Oct5-6, 2011.
- (2) ○Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO, Akira TODOROKI, Stacking sequence design exploration of composite wing structure by using Self-Organizing Map, Proceedings of the 8th Korea-Japan Joint Symposium on Composite Materials, Nov17, 2011.
- (3) ○Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO, Akira TODOROKI, Classification of topology optimized solutions for design exploration by using Self-Organizing Map, 6th Japan-Korea-China Student Symposium, Mar9-10, 2012.
- (4) ○Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO, Akira TODOROKI, Multi-objective topology optimization of structures by genetic algorithms with Bar-system representation, JSME-CMD International Computational Mechanics Symposium, Oct.9, 2012.
- (5) ○Hyunjin SHIN, Yoshiyasu HIRANO, Akira TODOROKI, Design Exploration of Robust Topologies under the Loading Uncertainty for the Lug Structure of Super Sonic Transportation, 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, May.19-24, 2013. (3 章)

国内学会発表（○：発表者）

- (1) ○申鉉眞，平野義鎮，轟章，ロバストなトポロジー設計最適解の SOM を用いた探索,第 24 回計算力学講演会, 2011 年 10 月.
- (2) ○申鉉眞，平野義鎮，轟章，遺伝的アルゴリズムを用いたトポロジー最適化の効率化, 日本機械学会 2012 年度年次大会, 2012 年 9 月.

受賞歴

- 2011 年度 東京工業大学, 2011 年度機械物理工学専攻博士中間発表会グッドプレゼン賞 1 位, ロバスト性を考慮したトポロジー最適解群による翼胴結合金具形状最適設計

謝辞

本論文「超音速機の翼胴結合金具のロバストトポロジー最適探索手法」は、著者が東京工業大学理工学研究科機械物理工学専攻の博士課程在籍中の3年間にわたる研究成果をまとめたものであります。本論文の研究遂行および論文完成にあたり、多くの方々のご協力を頂きましたことを非常にありがたく思います。ここに記して心から謝意を表します。

3年間私の指導教員を務めて頂き、様々なご指導・ご助言を頂いた本機械物理工学専攻の轟章教授に心より感謝し尊敬すると共に、先生のご指導のもとに研究を進めることができたことを大変嬉しく思います。

本機械物理工学専攻の水谷義弘准教授、日本宇宙航空開発機構の平野義鎮様には、本論文に関しての数多くの有益なご討論とご助言を、あるいは研究者としての姿勢に関し数多くの有益なるご助言を賜りました。心からの謝意を表します。また、審査員を担当いただいた井上裕嗣教授、高橋秀智准教授、因幡和晃准教授に、心より感謝いたします。

鈴木良郎助教、安岡哲夫君には、研究や研究室生活を通じて多くの面で大変お世話になりました。ここに心からの謝意を表します。研究生活を送る上で様々なサポートをして頂いた田中恵美様にも深く感謝いたします。

本研究の遂行、研究室生活にご協力いただきました轟・水谷研究室の卒業性、在学生の方々に厚く感謝の意を表します。そして研究をする上で様々なご協力を頂いた姜範錫様、Joris Prou 様には大変お世話になりました。皆様のご助力のおかげで楽しく充実した研究生活を送ることができました。

3年間の研究室での生活や研究により、大変貴重な経験をさせて頂くことがで

きました。未熟ではありますが、大きく成長することができました。今後も努力して参りたいと思っております。

最後に、私を育て学業および学校生活に専念する機会を与えてくれた両親、そしていつも陰で支えてくれた家族と妻の河周賢、息子の申叡篤に心から感謝いたします。

2013年6月

申 鉉眞