

論文 / 著書情報
Article / Book Information

論題(和文)	粘弾性ダンパーを有する制振構造の振動数依存性を考慮した風応答予測法
Title	A SPECTRAL METHOD TO PREDICT WIND-INDUCED PEAK RESPONSE OF BUILDING WITH VISCOELASTIC DAMPERS BY CONSIDERING ITS FREQUENCY DEPENDENCY
著者(和文)	佐藤 大樹, 笠井和彦, 田村哲郎
Authors	daiki sato, KAZUHIKO KASAI, TETSURO TAMURA
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 74, No. 646, pp. 2255-2262
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 74, No. 646, pp. 2255-2262
発行日 / Pub. date	2009, 12
rights	日本建築学会
relation	isVersionOf: http://ci.nii.ac.jp/naid/40016925308

粘弾性ダンパーを有する制振構造の振動数依存性を考慮した風応答予測法 A SPECTRAL METHOD TO PREDICT WIND-INDUCED PEAK RESPONSE OF BUILDING WITH VISCOELASTIC DAMPERS BY CONSIDERING ITS FREQUENCY DEPENDENCY

佐藤 大樹*, 笠井 和彦**, 田村 哲郎***
Daiki SATO, Kazuhiko KASAI and Tetsuro TAMURA

When a building with viscoelastic dampers is subjected to wind excitations, its dynamic properties such as vibration period and damping ratio can vary, depending on the frequency contents of the excitation. This is due to frequency sensitivity of the viscoelastic damper, and contradicts with the basis of the conventional spectral or modal analysis method using the constant dynamic properties evaluated at resonant state of the building. This paper points out the need for considering frequency sensitivity of a building when it possesses velocity-dependent dampers such as viscoelastic dampers, and proposes for the first time a new spectral or modal analysis method to predict the wind-induced response, considering the frequency sensitivity of the viscoelastic damper.

Keywords : Passive Control, Viscoelastic Damper, Fractional Derivative, Wind-induced Response, Prediction Method, Frequency Sensitivity
パッシブ制振, 粘弾性ダンパー, 分数次導関数, 風応答, 予測法, 振動数依存性

1. はじめに

1. 1 背景

地震時や強風時の安全性だけでなく, 日常吹く風に対する居住性の向上のため, 多くの日本の高層建物は制振装置(ダンパー)を設置した制振構造を採用している¹⁾。その中でも, 粘弾性ダンパーは, 風や交通振動等によって発生する微小振動変形から, 大地震のような非常に大きな変形まで安定した性能を示すことが知られており²⁾, 台風と地震の発生頻度の高い日本において, 粘弾性ダンパーを高層建築物の制振に用いる利点は多い。

一般に, 調和振動時の粘弾性ダンパー変形 u_d —荷重 F_d の履歴は, 図1に示すような傾き(剛性)を有する楕円形となる。ダンパーの動的特性は, 貯蔵剛性 K'_d および損失剛性 K''_d で表すことができるが, この値は, 温度だけでなく振動数にも依存して変化するため³⁾, ダンパーを設置する建物や入力の特性を十分に考慮した設計が必要となる。地震入力の場合は, 建物の共振振動数^{4)・5)}(自由振動時の固有振動数)と地震動の振動数成分の影響をふまえる解析・評価法が既に提案されたが^{4)・5)}, 風入力の場合では未だ無い。

筆者らは, 粘弾性ダンパーの振動数依存性が建物の風応答に与える影響を明らかにするために, 図2に示すような1質点系のダンパー部分に, 分数微分, Kelvin, Maxwell, 4要素および6要素モデルを用いて時刻歴応答解析を行った^{7)・8)}。その結果, 制振構造の共振振動数に比べて, 風力は低振動数側にパワーを有するため, 特に減衰の大きなシステムにおいては低振動数成分を多く含む振動性状となり, 共振振動数とは異なるダンパーの動的特性となることが確認さ

れた。なお, 同様の知見は, 粘弾性ダンパーを設置した模型による風洞実験からも得られている^{9)・10)}。

風応答の評価を行う際に安定した統計値を得るためには, 数多くの解析結果に基づく分析が必要となるため, ダンパーの性能を変化させた場合の検討などには多大な時間と労力が必要となる。そのためダンパーによる風応答に対する制振効果を包括的に検討するためには, 時刻歴解析によらない応答予測法が不可欠となる。

これに関して周波数領域での風応答予測法が Davenport により提案されているが^{11)・12)}, この手法は減衰の小さいシステムを対象としたものであり, かつシステムの固有振動数や減衰定数は常に一定と考えられている。しかし, 振動数依存性を有する粘弾性ダンパーを設置したシステム, 特に地震応答に対する制振設計をされたシステムの減衰定数は比較的高く, システムの固有振動数や減衰定数は風力の振動数特性により変化するため, Davenport の予測法をそのまま用いることができない。

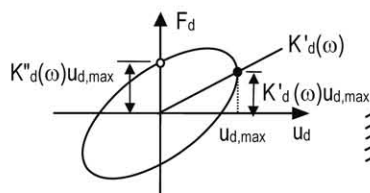


図1 定常振動時の履歴

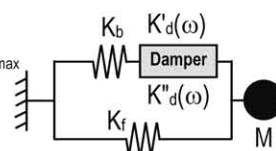


図2 1質点系システム

* 東京理科大学理工学部建築学科 助教・博士(工学)

** 東京工業大学建築物理センター 教授・Ph. D.

*** 東京工業大学環境理工学創造専攻 教授・工博

Assistant Prof., Dept. of Architecture, Tokyo University of Science, Dr. Eng.

Prof., Structural Eng. Research Center, Tokyo Institute of Tech., Ph. D.

Prof., Dept. of Environmental Science and Tech., Tokyo Institute of Tech., Dr. Eng.

1. 2 本論文の目的と構成

本論文では、粘弾性ダンパーを有する制振構造の風応答予測法構築のための第1段階として、粘弾性ダンパーの振動数依存性を考慮した風応答予測法の提案を目的とする。具体的には、ダンパーの振動数依存性を考慮した周波数応答関数を用いて変動応答を求め、ピーク値については振動数依存性を有し、かつ高減衰の場合でも予測精度の高い手法を提案する。長時間振動時の粘弾性ダンパーの温度上昇は、過去の研究^{13),14)}から定常状態で考えることの妥当性が示されているので、本論文では振動数依存性のみに着目する。なお、振動数依存性に着目するのは、一定の「減衰定数」によってのみ決定されていた風応答予測の研究分野に、振動数依存性の考えの必要性を示すためでもある。

以下に、本論文の構成を述べる。2章では解析モデルおよび風力の概要について述べる。3章では粘弾性ダンパーの振動数依存性を考慮した、風方向および風直角方向風力における風応答予測手法を提案する。4章では時刻歴解析結果と比較し、本手法の精度検証を行う。5章で本論文の結論を述べる。

2. 解析モデルおよび風力の概要

2. 1 解析対象建物の設定

本論文では文献7と同様に、高さ $H=200\text{m}$ 、幅、奥行が等しく $B=D=50\text{m}$ 、階高 $h=4\text{m}$ の50階の超高層建物を想定した。ダンパーを設置していない建物（フレーム）の1次の固有周期が、 $T_1=0.06H=12\text{秒}$ （6Hフレーム）、 $T_1=0.05H=10\text{秒}$ （5Hフレーム）、 $T_1=0.04H=8\text{秒}$ （4Hフレーム）、 $T_1=0.03H=6.0\text{秒}$ （3Hフレーム）、 $T_1=0.02H=4\text{秒}$ （2Hフレーム）となる5種類を設定した。いずれのフレームでも建築密度は 175kg/m^3 とし、質量は全層で等しく $m=1.75\times 10^6\text{kg}$ とした。各層の剛性は、1次の固有モードが直線で、かつ一次固有周期がそれぞれの T_1 となるように決定した。50質点モデルの1次の有効質量比は0.757であった。なお、本論文では、ダンパーの振動数依存性の違いが風応答に与える影響を比較し易いようにフレームの構造減衰 $\xi_0=0$ としている。詳細は文献7を参照されたい。本論文では、風応答は1次モードが支配的となる等の理由から、図2に示すような、 M :質量(=1kg)、 K_f :フレーム剛性、 K_b :支持材（ブレース）剛性とした1質点モデルを用いて議論を進めていく。ここで、ダンパーとブレースの直列系を付加系と呼ぶこととする。

2. 2 風力のパワースペクトル密度および時刻歴波形

本論文では、再現期間500年、粗度区分¹⁵⁾をⅢとして、文献15のパワースペクトル密度(PSD)をもとに、高さ方向の位相や相関を考慮して、風方向および風直角方向風力の50層の定常ランダム時刻歴波形をそれぞれ10波作成した。その際、AR法¹⁶⁾により時刻歴波形を作成し、風方向、風直角方向ともにデータ数16,384個、時間刻み $\Delta t=0.05\text{秒}$ とした。応答解析時にはそれを $\Delta t=0.01\text{秒}$ に線形補間して用いた⁷⁾。

50層分の風力から作成した風方向および風直角方向の1次モード風力のPSD S_F の一例を図3(a),(b)に示す。モード風力の作成する際には、フレームの固有モードを用いている。図中の破線は、層風力の時刻歴を作成する際に、ターゲットとなるPSDを示しており、時刻歴波形は良い対応を示していることが確認できる。本論文での応答予測にはターゲットのPSD(図3:破線)を用いている。また、

図中の斜線部分は、本論文で対象とするフレームの1次固有振動数 $f_0=0.083\text{Hz}\sim 0.25\text{Hz}$ ($T_0=12.0\text{秒}\sim 4\text{秒}$, 2.1節)の範囲を表している。

図4(a),(b)に風方向および風直角方向の1次モード風力時刻歴波形の一例を示す。風方向風力(図5(a))は平均風力 F_M を有するので、開始時点および終了時において解析時に衝撃的な風力加わるのを避けるため、100秒間のエンベロープによる補正を行った⁷⁾。なお、本論文では振動により風力特性が変化しないと仮定し、空力減衰力、負減衰力を考慮しない。

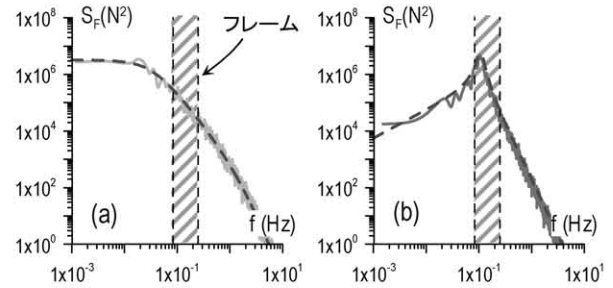


図3 変動風力 PSD:(a)風方向, (b)風直角方向

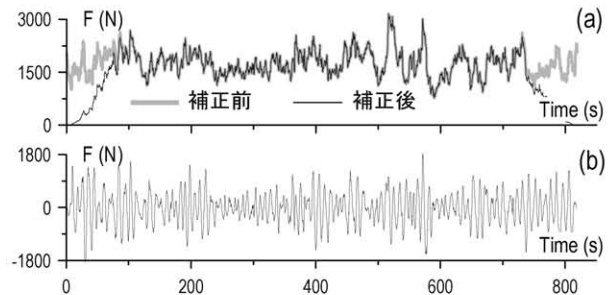


図4 風力時刻歴波形: (a)風方向, (b)風直角方向

2. 3 FD ダンパーの設定

粘弾性ダンパーのモデル化として分数微分モデル（以下、FDモデル）を用いる。FDモデルは幅広い振動数範囲で高精度に粘弾性体の振動特性を再現できるため、風応答のように外力の振動数範囲が広い場合には、大変有効なモデルである³⁾。

図1に示した調和振動時の粘弾性ダンパー変形 u_d —荷重 F_d 履歴において、 K'_d および K''_d はそれぞれ、ダンパーの貯蔵剛性および損失剛性と呼ばれ、その特性は振動数 $\omega(=2\pi f)$ に依存する(図5)。振動数 ω で調和振動している際の、FDモデルの貯蔵剛性 $K'_d(\omega)$ 、損失剛性 $K''_d(\omega)$ および損失係数 $\eta_d(\omega)$ は、笠井らの評価式により次式でそれぞれ算出できる^{3)・7)}。

$$K'_d(\omega) = G \frac{1 + ab\omega^{2\alpha} + (a+b)\omega^\alpha \cos(\alpha\pi/2)}{1 + a^2\omega^{2\alpha} + 2a\omega^\alpha \cos(\alpha\pi/2)} \frac{A_s}{d} \quad (1a)$$

$$K''_d(\omega) = G \frac{(-a+b)\omega^\alpha \sin(\alpha\pi/2)}{1 + a^2\omega^{2\alpha} + 2a\omega^\alpha \cos(\alpha\pi/2)} \frac{A_s}{d} \quad (1b)$$

$$\eta_d(\omega) = \frac{K''_d(\omega)}{K'_d(\omega)} \quad (1c)$$

ここで、 A_s = 粘弾性体のせん断面積、 d = 粘弾性体厚さである。本論文では、粘弾性体材料をアクリル系（住友3M製ISD111）とし、温度 20°C でのパラメータは、 $G, a, b, \alpha = 3.92 \times 10^4 \text{N/m}^2, 5.6 \times 10^{-5}, 2.10, 0.558$ である³⁾。式(1)から分かるようにFDモデルは、Kelvinモデル、Maxwellモデルなどの振動数依存性を有する線形モデルと同様に、ダンパー特性を振動数 ω に対して陽な形で表すことができるため、

ダンパー特性を周波数領域での解析にも簡単に組み込むことができる⁷⁾。

支持材とダンパーの直列結合からなる付加系の貯蔵剛性 $K'_a(\omega)$ および損失剛性 $K''_a(\omega)$ は次式より得られる^{4)~7)}。

$$K'_a(\omega) = \frac{\{ (1 + \eta_d^2(\omega)) K'_d(\omega) + K_b \} K'_d(\omega) K_b}{(K'_d(\omega) + K_b)^2 + (\eta_d(\omega) K'_d(\omega))^2} \quad (2a)$$

$$K''_a(\omega) = \frac{\eta_d(\omega) K'_d(\omega) K_b}{(K'_d(\omega) + K_b)^2 + (\eta_d(\omega) K'_d(\omega))^2} \quad (2b)$$

システムの貯蔵剛性 $K'(\omega)$ および損失係数 $\eta(\omega)$ は、それぞれ次式の如く表される^{4)~7)}。

$$K'(\omega) = K_f + K'_a(\omega), \quad \eta(\omega) = \frac{K''_a(\omega)}{K'(\omega)} \quad (3a,b)$$

システムの固有円振動数 $\omega'_n(\omega)$ および減衰定数 $\xi'_n(\omega)$ はそれぞれ次式から計算される^{4)~7)}。

$$\omega'_n(\omega) = \sqrt{\frac{K'(\omega)}{M}}, \quad \xi'_n(\omega) = \xi_0 + \frac{\eta(\omega)}{2} \cdot \frac{\omega'_n(\omega)}{\omega} \quad (4a,b)$$

上式からも分かるように、外乱の振動数によって、粘弾性ダンパ

ーを有するシステムの固有振動数および減衰定数が変化する(図5)。共振振動数 $(\omega'_n(\omega) = \omega)$ でのシステムの円振動数 ω_n 、減衰定数 ξ_n はそれぞれ次式となる^{4)~7)}。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K'(\omega_n)}{M}}, \quad \xi_n = \xi_0 + \frac{\eta(\omega_n)}{2} \quad (5a,b)$$

FDシステムは、5種類のフレーム(6H~2Hフレーム)に対し、それぞれ5タイプのシステムを設定した(表1)。フレーム剛性 K_f に対する共振振動数 ω_n でのダンパー剛性 $K'_d(\omega_n)$ との割合(ダンパー剛性比) $K'_d(\omega_n)/K_f = 2, 0.4$ に対し、フレーム剛性 K_f に対するブレース剛性 K_b の割合(ブレース剛性比) $K_b/K_f = \infty, 3$ をそれぞれ設定した(タイプ1~4)。さらに、 $K_b/K_f = 3$ で、共振振動数での減衰定数 ξ_n が2.0%になるような弱ダンパーも設定した(タイプ5)。パラメータ設定の詳細については文献7を参照されたい。例として図5にF-3H1, F-3H2システムにおける、 K'_d, K''_d, f'_n ($=\omega'_n/(2\pi)$) および ξ'_n の振動数に対する変化を示す。図5より、 K'_d, K''_d は外乱の振動数の増加に伴い増加していることが確認できる。また、 f'_n も外乱の振動数の増加に伴い増加しているが、 ξ'_n は振動数の増加に従って急激に減少しているのが分かる。 K'_d は $\omega=0$ つまり静的な剛性を有するのに対し、 K''_d はそれを有しない。

表1 FDシステムの名称とパラメータの設定

名称	K_f (N/m)	ダンパー	ブレース	$\frac{K'_d(\omega_n)}{K_f}$	$\frac{K_b}{K_f}$	A_s/d (m)	f_n (Hz)	ξ_n
F-6H1	0.274	硬	硬	2.0	∞	6.156×10^{-6}	0.144	0.224
F-6H2		柔		0.4		1.379×10^{-6}	0.099	0.087
F-6H3		硬	柔	2.0	3.0	6.406×10^{-6}	0.127	0.095
F-6H4		柔		0.4		1.384×10^{-6}	0.097	0.069
F-6H5		弱		0.077		2.759×10^{-7}	0.086	0.020
F-5H1	0.395	硬	硬	2.0	∞	8.366×10^{-6}	0.173	0.234
F-5H2		柔		0.4		1.884×10^{-6}	0.118	0.091
F-5H3		硬	柔	2.0	3.0	8.717×10^{-6}	0.153	0.098
F-5H4		柔		0.4		1.891×10^{-6}	0.117	0.072
F-5H5		弱		0.073		3.571×10^{-7}	0.104	0.020
F-4H1	0.617	硬	硬	2.0	∞	1.213×10^{-5}	0.217	0.246
F-4H2		柔		0.4		2.749×10^{-6}	0.148	0.097
F-4H3		硬	柔	2.0	3.0	1.265×10^{-5}	0.191	0.102
F-4H4		柔		0.4		2.759×10^{-6}	0.146	0.076
F-4H5		弱		0.068		4.896×10^{-7}	0.129	0.020
F-3H1	1.907	硬	硬	2.0	∞	1.948×10^{-5}	0.289	0.261
F-3H2		柔		0.4		4.452×10^{-6}	0.197	0.103
F-3H3		硬	柔	2.0	3.0	2.035×10^{-5}	0.256	0.107
F-3H4		柔		0.4		4.467×10^{-6}	0.195	0.081
F-3H5		弱		0.065		7.454×10^{-7}	0.172	0.020
F-2H1	2.467	硬	硬	2.0	∞	3.759×10^{-5}	0.433	0.281
F-2H2		柔		0.4		8.684×10^{-6}	0.296	0.112
F-2H3		硬	柔	2.0	3.0	3.932×10^{-5}	0.385	0.113
F-2H4		柔		0.4		8.712×10^{-6}	0.293	0.088
F-2H5		弱		0.057		1.311×10^{-6}	0.257	0.020

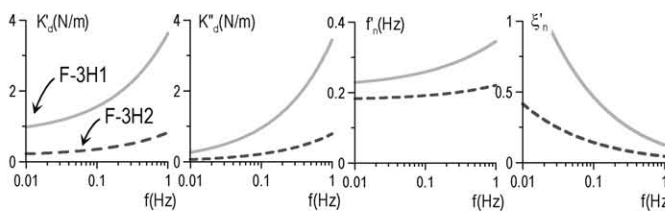


図5 振動数依存性の比較

3. 振動数依存性を考慮した応答予測法

3.1 風方向振動時の平均変位の予測

筆者らは、文献7において、振動数依存性を有するシステムにおいても、風方向風力による応答を平均成分と変動成分に分けて考えることができることを確認している。本手法も平均成分と変動成分に分けて予測する。

式(1)の円振動数 ω を0に漸近させた場合の、静的なダンパーの貯蔵剛性 $K'_{d,st}$ および損失剛性 $K''_{d,st}$ は、それぞれ次式となる^{3),7)}。

$$K'_{d,st} = \lim_{\omega \rightarrow 0} K'_d(\omega) = G \frac{A_s}{d}, \quad K''_{d,st} = \lim_{\omega \rightarrow 0} K''_d(\omega) = 0 \quad (6a,b)$$

式(6b)より、 $K''_{d,st} = 0$ であることから、FDモデルの静的剛性は、材料値の G と A_s/d のみで決定される値であり、その値は振動時のダンパー貯蔵剛性に比べ小さい⁷⁾。

円振動数 ω を0に漸近させた場合のダンパーと支持材の直列体(図2)からなる付加系の静的剛性 $K'_{a,st}$ は、 $K''_{d,st} = 0$ つまり、 $\eta_{d,st} = 0$ となることから、式(2a)よりダンパー静的剛性 $K'_{d,st}$ と支持材剛性 K_b の直列の式として次式の如く表される。

$$K'_{a,st} = \frac{K_b \cdot K'_{d,st}}{K_b + K'_{d,st}} \quad (7)$$

さらに、付加系とフレームは並列の関係にあるので(図2)、システムの静的剛性 K'_{st} は次式より算出され、振動数に依存しない値となる。

$$K'_{st} = K_f + K'_{a,st} \quad (8)$$

平均風力を F_{st} とすると、システムの平均変位 x_{st} は次式となる。

$$x_{st} = K'_{st} / F_{st} \quad (9)$$

x_{st} を用いて、ダンパーの平均変位 $u_{d,st}$ および平均荷重 $F_{d,st}$ は次式よりそれぞれ求まる。

$$u_{d,st} = \frac{1}{1 + K'_{d,st}/K_b} x_{st}, \quad F_{d,st} = K'_{d,st} u_{d,st} \quad (10a,b)$$

図 6 に時刻歴解析より得られた、1 次モードの層間変形 γ に対応したダンパー履歴 ((a) F-3H1, (b) F-3H5) と、式(6)より求めた $u_{d,st}$ および $F_{d,st}$ ($=K'_{d,st} \cdot u_{d,st}$) のプロットを示す。図 6 より、本手法が精度良く平均成分による応答を予測できていることが確認された。なお、全システムでの平均変位の精度については、図 10, 11 に示す。

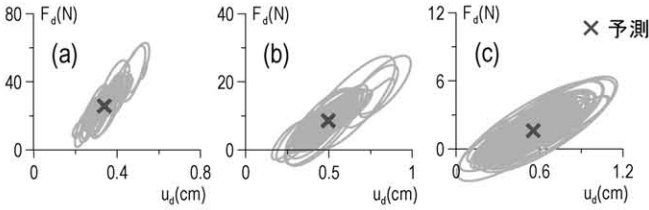


図 6 ダンパーの平均変位・荷重の予測:(a)F-3H1, (b)F-3H2, (c)F-3H5

3. 2 変動成分のパワースペクトル密度および分散の予測

変動風力のパワースペクトル密度 $S_F(\omega)$ (図 3) と、付加系の貯蔵剛性 $K'_a(\omega)$ および損失剛性 $K''_a(\omega)$ を組み込むことで、ダンパーの振動数依存性を考慮した、システムの周波数応答関数 $H(\omega)$ を用いて γ (付録 A 参照)、変動成分の変位、速度および加速度の PSD, $S_D(\omega)$, $S_V(\omega)$ および $S_A(\omega)$ を、それぞれ次式より求めることができる。

$$\begin{aligned} S_D(\omega) &= |H(\omega)|^2 S_F(\omega) \\ S_V(\omega) &= |\dot{H}(\omega)|^2 S_F(\omega) \\ S_A(\omega) &= |\ddot{H}(\omega)|^2 S_F(\omega) \end{aligned} \quad (11a-c)$$

ここで、

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{K'_a(\omega)}{K_f} + i \left(2\xi_0 \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{K''_a(\omega)}{K_f}\right)} \cdot \frac{1}{K_f} \quad (12a)$$

$$\dot{H}(\omega) = i\omega H(\omega), \quad \ddot{H}(\omega) = -\omega^2 H(\omega) \quad (12b,c)$$

変位、速度および加速度の分散 σ_D^2 , σ_V^2 , σ_A^2 は、システムの振動数依存性を考慮するために、 $S_D(\omega)$, $S_V(\omega)$, $S_A(\omega)$ を周波数全域で積分して求める (式(13a-c))。

$$\begin{aligned} \sigma_D^2 &= \int_0^\infty S_D(\omega) d\omega \\ \sigma_V^2 &= \int_0^\infty S_V(\omega) d\omega \\ \sigma_A^2 &= \int_0^\infty S_A(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (13a-c)$$

以下に、変位、速度および加速度応答の分散の予測精度について検討する。図 7 に例として、F-3H1, F-3H5 システムにおける時刻歴解析より求めた変動応答の PSD (実線) と予測値 (破線) を重ねて示す。なお、図 7 に示す PSD はアンサンブル平均したものである。また、図中の一点鎖線は各タイプでの共振振動数 (式(6a), 表 1) を意味する。図 7 より、変位、速度および加速度の解析結果と予測値は、ダンパーの大きさに関わらず精度良く一致していることが確認できる。なお、全システムの分散の予測精度については、図 10, 11 に示す。

図 7 中に示す ε は、応答の PSD の形状を表すパラメータであり、次式より得られる^{17),18)}。

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{\sigma_V^4}{\sigma_D^2 \sigma_A^2}} \quad (14)$$

ここで、 σ_D , σ_V , σ_A はそれぞれ、変位、速度、加速度の標準偏差である。 ε は無次元量であり、 $0 \leq \varepsilon \leq 1$ の値をとる。 ε が大きい場合 (例えば F-3H1 風方向)、スペクトルは広帯域のものとなり、確率過程も広帯域確率過程となる。逆に ε が小さいときは (例えば F-3H5 風直角方向)、狭帯域のスペクトルとなり、確率過程も狭帯域確率過程となる。この ε は、3.4 節でピークファクターを予測する際に用い

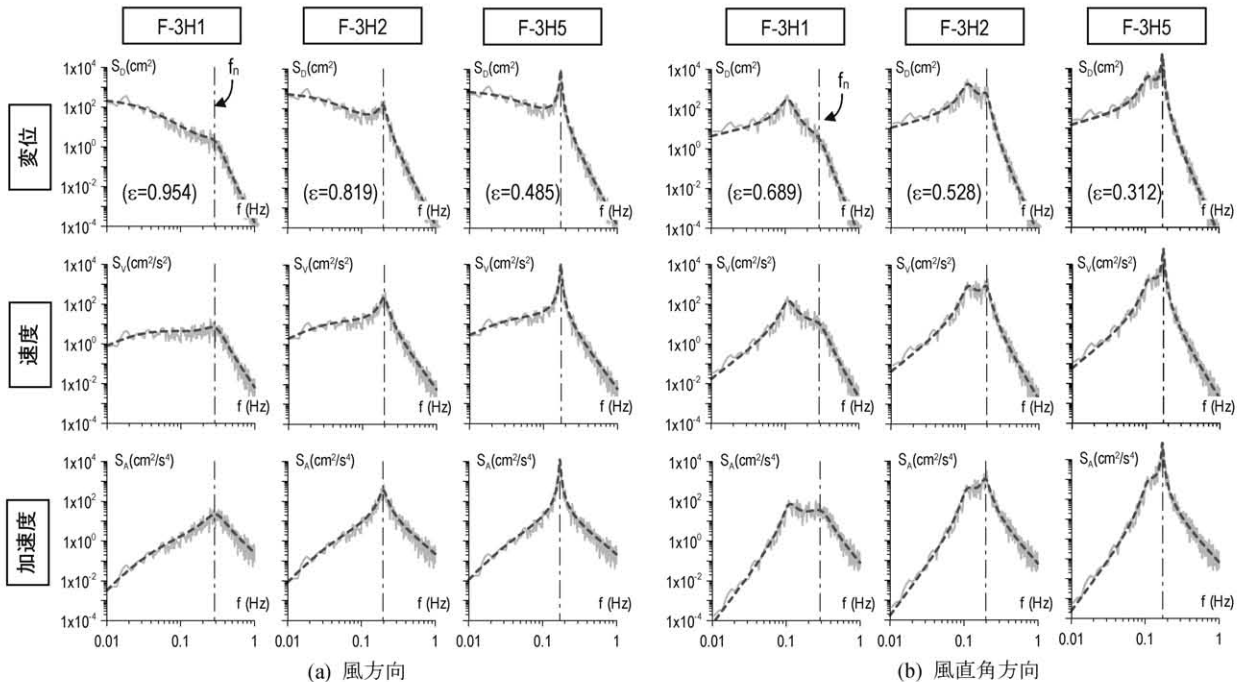


図 7 変動成分 PSD の比較

— 解析結果 --- 予測

れる。図 8(a), (b)に風方向および風直角方向の時刻歴解析結果より得られた全システム ε を、全システムについて示す。図 8 より、広帯域の振動数でパワーを有する風方向 (図 3) が入力された場合、狭帯域の風直角方向風力 (図 3) が入力された場合に比べ、 ε が大きい値となっていることが分かる。また、同じ風方向風力入力時においても、減衰が大きく、固有振動数が高いシステム (表 1) ほどの ε の値が大きくなっており、広帯域の応答となっていることが確認できる。

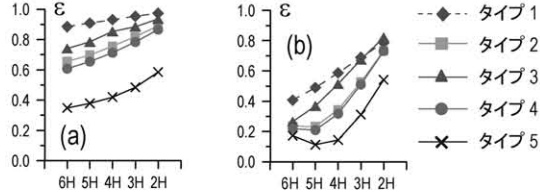


図 8 (a)風方向, (b)風直角方向でのシステムによる ε の変化

3. 3 ゼロクロッシング数の予測

応答の最大値は、前節で予測した変動応答の標準偏差に、ピークファクターを乗じて予測される。ピークファクターを確率論的手法により予測するためには、時間内に発生するピークの回数を求める必要があり、そのためには波形が単位時間において正勾配でゼロを超える回数、つまりゼロクロッシング数が必要となる。振動数依存性を有する粘弾性ダンパーを設置した制振構造の風力の場合、制振構造物の共振振動数より低振動数側に大きなパワーを持っているため、風応答時の見かけ振動数は共振振動数より低振動数となり、それはダンパーの大きさや、システムの振動数、風力の種類によっても変化する⁷⁾。そのため、式(5a)から求まる共振振動数をゼロクロッシング数と見なすことができない。そこで、粘弾性ダンパーを有する制振構造の風応答時の変位のゼロクロッシング数 $\nu_{0,D}^+$ を変位の分散 σ_D および速度の分散 σ_V を用いて式(15a)より計算する。速度、加速度のゼロクロッシング数 $\nu_{0,V}^+, \nu_{0,A}^+$ は、速度および加速度の時刻歴波形は類似しており、ゼロクロッシング数に大きな違いが確認されなかったことから⁷⁾、本論文では同じ値として速度の分散 σ_V および加速度の分散 σ_A を用いて式(15b)より算出する。

$$\nu_{0,D}^+ = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_V}{\sigma_D} \right), \quad \nu_{0,V}^+ = \nu_{0,A}^+ = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_A}{\sigma_V} \right) \quad (15a,b)$$

ここで、 σ_D, σ_V および σ_A は式(13a-c)より求めた値である。

3. 4 ピークファクターの予測

不規則な定常時系列 $x(t)$ の、 T_a 時間内で観測される極値のうち、最大極値をとる確率分布を考える。ここで、最大極値とは、波形が正勾配で 0 を超える間 (以降、ゼロクロス間隔) に発生した正値極大と負値極小の絶対最大値を意味する。 $x(t)$ を標準正規化したものを $\mu(t)$ とする (式(16))。

$$\mu(t) = (x(t) - \bar{x}) / \sigma_x \quad (16)$$

ここで、 $\bar{x} : x(t)$ の平均値、 $\sigma_x : x(t)$ の標準偏差である。 T_a 時間内で極値が N 個得られたとする。最大極値が ζ をとる確率密度関数 $p_{\max}(\zeta)$ は、 $p(\zeta)$ を最大極値分布とすると、次式で与えられる¹⁸⁾。

$$p_{\max}(\zeta) = N[1 - q(\zeta)]^{N-1} p(\zeta) \quad (17)$$

ここで、 $q(\zeta)$ は極値が ζ を越す累積確率分布であり、 $[1 - q(\zeta)]^{N-1}$ は、 $N-1$ 個のピークが ζ 以下となる確率であるから、残る 1 個が ζ となる確率 $p(\zeta)$ との積により、最大ピークが ζ をとる確率が得られ、どの一つも最大値になり得ることから N 倍となる。なお、 $q(\zeta)$ は次式で表される¹⁸⁾。

$$q(\zeta) = \int_{\zeta}^{\infty} p(\zeta) d\zeta \quad (18)$$

最大極値分布が定まれば、最大極値の期待値は次式より得られる。標準正規化されているので、この値はピークファクター g を意味する。

$$\bar{\zeta}_{\max} = g = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta p_{\max}(\zeta) d\zeta \quad (19)$$

ここでは例として、図 9 に風方向および風直角方向風力における F-3H1, F-3H2 および F-3H5 システムでの、標準正規化 (式(16)) した最大極値分布をそれぞれ示す。図には次節で述べる予測値も併記している。

図 9 より、風方向の変位の最大極値分布を見ると、 ε が大きくなると、最大極値分布のピークが横軸を左側に移動し、 $\zeta=1$ より小さい値が増加する。つまり、標準偏差よりも小さい最大極値がゼロクロス間隔に多く発生していることが分かる。また、 ε が大きい場合は ζ が小さくなるに伴い、最大極値分布がべき乗的に増加しピークを有しない形状となるのに対し、 ε が小さい場合の分布は明瞭なピークを有する形状となり、Rayleigh 分布¹⁸⁾ に近くなることが確認できる。一方、速度および加速度の最大極値分布は、類似しており、その形状も Rayleigh 分布に近いことが分かる。

また、風直角方向での変位の最大極値分布は、同じシステムであっても、風方向での結果に比べ ε が小さい値を示しており、変位の最大極値分布においても Rayleigh 分布に近いことが分かる。これは、3.2 節でも述べたように、風直角方向の風力が狭帯域のものであることにより (図 2)、減衰の大きなシステムであっても、応答が狭帯域となるためである (図 7 参照)。

本論文では、Cartwright & Longuet の極値分布を準用してピークファクターを予測する。Cartwright & Longuet の極値分布は次式で表される¹⁷⁾。

$$p(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\varepsilon \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\varepsilon^2}\right) + \alpha_p \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2}\right) \cdot \int_{-\infty}^{\frac{\alpha_p}{\varepsilon}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \right] \quad (20)$$

ここで $\alpha_p = \zeta \sqrt{1 - \varepsilon^2}$ である。上式右辺カッコ内の積分項は誤差関数 $\text{erf}(y)$ を用いて次式より計算できる。

$$\int_{-\infty}^{\frac{\alpha_p}{\varepsilon}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \left\{ \text{erf}\left(\frac{\alpha_p}{\varepsilon\sqrt{2}}\right) + 1 \right\} \quad (21)$$

本研究では、図 9 で示した最大値分布に適用させるために、式(20)の $\zeta \geq 0$ の領域に着目し¹⁹⁾、さらに、図 9 で確認された、 ε が大きい場合にピークが移動し、かつ ζ が小さくなるに伴い値がべき乗的に増加する傾向を考慮した、変位の最大極値分布 $p_D(\zeta)$ を提案する (式(22))。

$$p_D(\zeta) = p_1(\zeta) / \int_0^{\infty} p_1(\zeta) d\zeta \quad (\text{ただし, } \zeta \geq 0) \quad (22)$$

ここに、

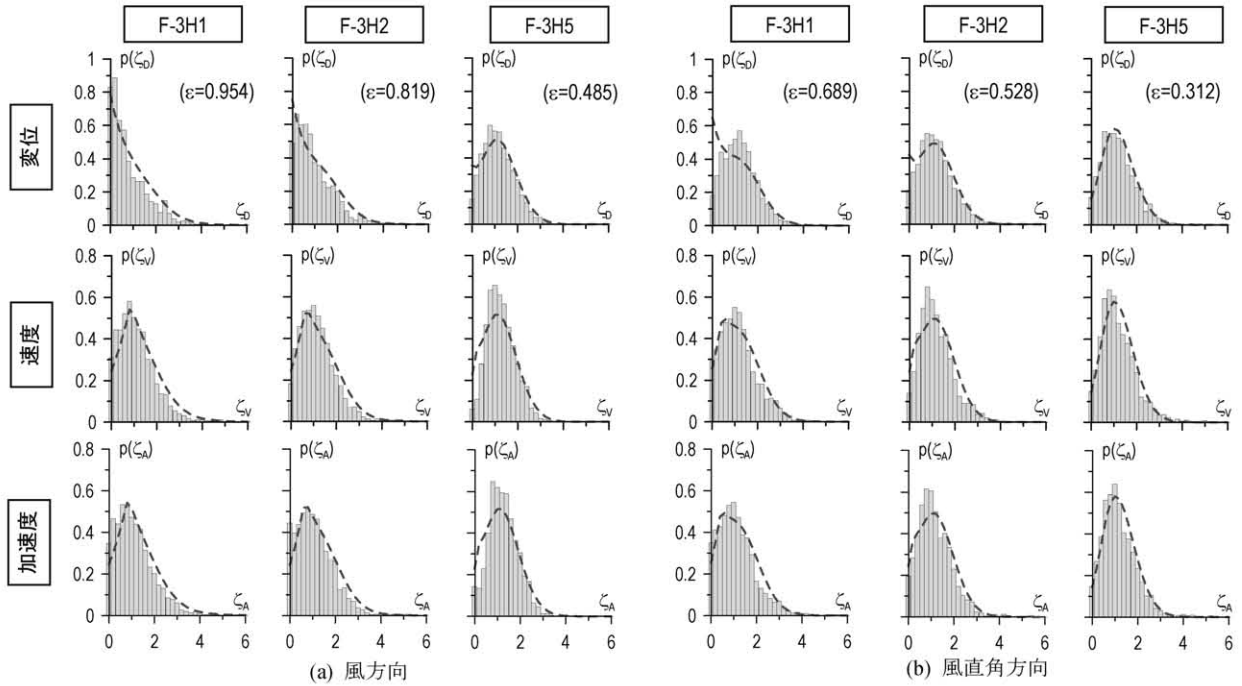


図9 最大極値分布の比較

—— 解析結果 - - - 予測

$$p_1(\zeta) = p(\zeta') + \beta(\varepsilon - 0.1)\exp(-\zeta'/\varepsilon) \quad (23)$$

となる。ここで、 ζ' , β は、それぞれ次式で表される。

$$\zeta' = \zeta - \beta(\varepsilon - 0.1), \quad \beta = 0.5\cos(1 - \pi\varepsilon) \quad (24a,b)$$

一方、速度および加速度の最大極値分布 $p_v(\zeta)$, $p_a(\zeta)$ は、それぞれ異なる分布形状となるはずであるが、本論文では、3.3 節で述べたのと同様の理由により、同じ最大極値分布とした。

$$p_v(\zeta) = p_a(\zeta) = p_2(\zeta) / \int_0^\infty p_2(\zeta) d\zeta \quad (25)$$

ここで、

$$p_2(\zeta) = p(\zeta') + \beta(\varepsilon - 0.1)\exp(-|\zeta'|/(\varepsilon - 0.1)) \quad (26)$$

式(25)の $p_v(\zeta)$ および $p_a(\zeta)$ は式(22)の $p_D(\zeta)$ と異なり、 ε が大きい場合においてもピークを有する。また、式(23)および(26)の右辺第2項は、式(24)からも分かるように、 ε が小さい場合にはその影響は小さくなる。

最大極値分布の予測と解析結果の比較の例として、F-3H1, F-3H2 および F-3H5 システムでの結果を、図9に示す。最大極値分布の予測は、解析結果と多少の誤差はあるものの、変位、速度および加速度の予測式は定性的、定量的にも解析結果を良く再現しているものと見せる。

式(22)および(25)の最大極値分布を用いて、式(19)より変位、速度および加速度のピークファクター g_D , g_v , g_a をそれぞれ算出する。式(17)の $p_{\max}(\zeta_D)$ を求める際に用いる変位の極値の回数 N_D を次式より計算する。

$$N_D = v_{0,D}^+ T_a = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_D} \right) T_a \quad (27)$$

同様に、 $p_{\max}(\zeta_v)$, $p_{\max}(\zeta_a)$ を求める際に用いる、速度、加速度の最大極値の回数 N_v , N_a は、3.3 節でゼロクロッシング数を同じと仮定し

ていることから、次式より算出する。

$$N_v = v_{0,v}^+ T_a = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_v} \right) T_a = N_a \quad (28)$$

全システムの風方向および風直角方向でのピークファクターの予測精度については、図10, 11に示す。

4. 予測手順および予測精度の検証

4. 1 最大値応答の予測手順

前節までに、平均変位、応答の分散、ゼロクロッシング数およびピークファクターの予測手法について述べてきた。本節では、これらの結果を用いて最大応答値の予測手法の手順を示す。

STEP 1

予条件として、1 質点系の質量 M , 剛性 K , 減衰定数 ζ_0 , ダンパー貯蔵剛性 $K'_d(\omega)$, ダンパー損失剛性 $K''_d(\omega)$, 支持剛性 K_b , 外力の平均風力 F_M および変動風力のパワースペクトル密度 $S_F(f)$ が与えられているとする。

STEP 2

システムの静的剛性を式(8)より算出し、式(9)より風方向風力における平均変位 x_M を算出する。

STEP 3

変位、速度、加速度の周波数応答関数をそれぞれ式(12)より計算し、変動応答の PSD を式(11)より算出する。

STEP 4

式(22)および(25)の変位、速度および加速度の最大極値分布を $p_D(\zeta)$, $p_v(\zeta)$, $p_a(\zeta)$ を用いて、式(17)の $p_{\max}(\zeta_D)$, $p_{\max}(\zeta_v)$, $p_{\max}(\zeta_a)$ を求める。その際に用いる変位の極値の回数 N_D を式(27)より、速度および加速度の極値の回数 N_v , N_a を式(28)より算出する。その後、式(19)より、それぞれのピークファクター g_D , g_v , g_a を算出する (ただし、 $g_v = g_a$)。

STEP 5

変位の最大値は、STEP2 で求めた平均変位 x_{st} を考慮して次式より算出する。ただし、風直角方向の場合は $x_{st} = 0$

$$x_{\max} = x_{st} + \sigma_D g_D \quad (29)$$

一方、速度および加速度の最大値はそれぞれ次式より得られる。

$$\dot{x}_{\max} = \sigma_V g_V, \quad \ddot{x}_{\max} = \sigma_A g_A \quad (30a,b)$$

4. 2 予測精度の検証

図 10, 11 に、風方向および風直角方向での時刻歴解析結果の平均値と本手法による予測値の精度をまとめて示す。なお、時刻歴解析結果の平均値とは、モンテカルロ法に基づく解析結果の 110 秒～710 秒（10 分間）でのアンサンブル平均値である。それぞれの図において、(a)変位、(b)速度および(c)加速度の予測精度である。なお、それぞれの図の横軸は左から 6H, 5H, 4H, 3H, 2H フレームの順に並んでおり、さらに各フレームにおいて、左からタイプ 1, 2, 3, 4, 5 の順に並んでいる（表 1）。風方向風力での変位（図 10(a)）には平均成分の精度も示している。図中の一点鎖線は 20%誤差を意味する。

変位の予測精度（図 10(a)）について述べる。図 10(a)より、システムの静的剛性（式(8)）を用いることで、高精度に平均変位を予測できていることが分かる。変位の分散は、減衰の小さい F-6H5, F-5F5 で 20%以上の誤差となっているが、それ以外は良い精度であることが分かる。ピークファクター（PF）はシステムによって精度に多少のバラツキがあるものの、最大変位の予測は概ね 1 割以内となっていることが確認できる。図 11(a)の風直角方向での最大変位においても、風方向に比べて多少精度は低くなっているが、予測値の誤差は概ね 2 割以内となっている。

図 10(b), (c)および図 11(b), (c)より、速度および加速度の予測精度は変位に比べ低いことが分かる。これは、速度および加速度応答は、変位応答に比べてバラツキが大きく⁷⁾、そのためにピークファクターの予測精度が低くなったためと考えられる。これらについては、今後の課題とする。

5. おわりに

これまでの風応答の予測手法は、システムの減衰が低く、かつ、システムの固有振動数や減衰定数は常に一定と考えられていたため、粘弾性ダンパーを設置した制振構造での応答予測に不可欠な振動数依存性を考慮したものではなかった。本論文では、粘弾性ダンパーの振動数依存性を考慮した 1 質点系システムの応答予測法を提案し、モンテカルロ法に基づく粘弾性システムの時刻歴応答解析と比較することで、本手法の精度検証を行った。以下に結論を述べる。

- (1) 粘弾性システムの静的剛性は、フレームの剛性と粘弾性ダンパーの静的剛性を考慮することで表すことができる。システムの静的剛性と平均風力より算出した風方向での平均変位の予測は、高精度に解析結果と一致することを確認した。
- (2) 粘弾性ダンパーの振動数依存性を考慮した周波数応答関数を用いることで、応答の変動成分のパワースペクトル密度算出し、そこから変動応答の分散を精度良く予測することができることを確認した。
- (3) 本論文で提案した最大極値分布は、システムの減衰が大きい場合においても解析結果を精度良く再現できることが確認された。また、最大極値分布を用いて算出したピークファクターの予測は、速度および加速度で誤差を生じる場合もあるが、概ね解析結果と一致することを確認した。
- (4) 変位の最大値については、高い精度で予測することができることを確認した。しかし、速度および加速度に関しては、変位に比べて予測精度が低い結果となった。これについては今後の課題としたい。

本論文では、フレームのみでの固有モードベクトルを用いて、1 質点系モデルやモーダル風力を作成している。しかし、ダンパーを設置した場合、非比例減衰システムとなってモードベクトルが変わる場合もありえる。この影響も含めた多質点系モデルでの予測精度について、今後検討して行く予定である。



図 10 風方向の誤差評価:(a)変位、(b)速度、(c)加速度、(各モデルにおいて左から順にタイプ 1, 2, 3, 4, 5)



図 11 風直角方向の誤差評価:(a)変位、(b)速度、(c)加速度、(各モデルにおいて左から順にタイプ 1, 2, 3, 4, 5)

参考文献

- 1) 東京工業大学建築物理研究センター: パッシブ制振構造シンポジウム論文集・第1回～第4回, 2000.3, 2001.12, 2002.12, 2004.11
- 2) 笠井和彦: 粘弾性材料—建物制振への適用, 未来材料, 2(3), pp.42-47, 2002.3
- 3) 笠井和彦, 寺本道彦, 大熊潔, 所健: 粘弾性体の温度・振動数・振幅依存を考慮した構成則 (その1 線形領域における温度・振動数依存のモデル化), 日本建築学会構造系論文集, 第543号, pp.77-86, 2001.5
- 4) 笠井和彦, 大熊潔: Kelvin 体による線形粘弾性ダンパー簡易モデル化と精度に関する考察 (その1 弾性・弾塑性フレームをもつ一質点制振構造の場合), 日本建築学会構造系論文集, 第550号, pp.71-78, 2001.12
- 5) 笠井和彦, 大熊潔: 線形粘弾性ダンパーの Kelvin モデル化手法における精度改良に関する考察 — 外乱振動数成分の粘弾性体特性への影響を付加的に考慮したモデル, 構造工学論文集, 日本建築学会, Vol.48B, pp.545-553, 2002.3
- 6) 笠井和彦, 大熊潔: 振動数に依存する制振構造の等価周期・等価減衰の評価法と与える影響 — 弾性架構と粘弾性ダンパーやオイルダンパーをもつ一質点構造における全体減衰系への置換法 —, 日本建築学会構造系論文集, 第580号, pp.51-59, 2004.6
- 7) 佐藤大樹, 笠井和彦, 田村哲郎: 粘弾性ダンパーの振動数依存性が風応答に与える影響, 日本建築学会構造系論文集, 第635号, pp.75-82, 2009.1
- 8) 佐藤大樹, 笠井和彦, 田村哲郎: 粘弾性ダンパーのモデル化の違いによる風応答特性の変化, 日本建築学会関東支部研究報告, 2009.3
- 9) 佐藤大樹, 笠井和彦, 田村哲郎: 高層建築の制振を対象とした風洞実験装置の開発および風応答に関する基礎的研究 — 粘性・粘弾性ダンパーを有する高層建築物の一例流中における風洞実験 —, 日本建築学会構造系論文集, 第609号, pp.65-73, 2006.11
- 10) 佐藤大樹, 田村哲郎, 笠井和彦: 粘性・粘弾性ダンパーを有する高層建築物の風応答特性に関する風洞実験, 日本建築学会構造系論文集, 第617号, pp.95-102, 2007.7
- 11) Davenport, A. G.: Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Winds, Proc. ASCE, Vol.88, ST3, pp.233-268, 1962.6
- 12) Davenport, A. G.: Gust Loading Factors, Proc. ASCE, Vol.93, ST3, pp.11-34, 1967.6
- 13) 笠井和彦, 佐藤大樹, 黄一華: 継続時間が長い外乱での温度上昇と熱伝導・伝達を考慮した粘弾性ダンパーの解析手法, 日本建築学会構造系論文集, 第599号, pp.61-69, 2006.1
- 14) 佐藤大樹, 笠井和彦: 長時間ランダム振動時の粘弾性ダンパーの特性および正弦波による評価手法, 構造工学論文集, 日本建築学会, Vol.53B, pp.67-74, 2007.3
- 15) 日本建築学会: 建築物荷重指針・同解説, 丸善, 1997.4
- 16) 岩谷祥美: 任意のパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元の風速変動のシミュレーション, 日本風工学学会研究会誌, 第11号, pp.5-18, 1982.1
- 17) Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S.: The Statistical Distribution of the Maxima of a Random Function, Proceedings of the Royal Society of London, Series A. Vol.237, pp.212-232, 1956.4
- 18) 岡内功, 伊藤学, 宮田利雄: 耐風構造, 丸善株式会社, 1977.5
- 19) 辻田修, 早部安弘, 大熊武司, 和田章: 弾塑性構造物の風応答性状ならびにその予測に関する研究, (その2 風方向の場合), 日本建築学会構造系論文報告集, 第485号, pp.25-34, 1996.7

付録A 振動数依存性を考慮した周波数応答関数の導出

式(12a)で示した, ダンパーの振動数依存性を考慮した周波数応答関数 $H(\omega)$ の導出について述べる。

$p(t)$ をランダムな外力とした場合の, ダンパーを組み込んだ 1 質点の振動方程式は次式で表される。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = p(t) - F_d(t) \quad (\text{A-1})$$

ここで, $F_d(t)$ は, 付加系の力を表したもので次式より得られる。

$$F_d(t) = (K'_d(\omega) + iK''_d(\omega))x(t) \quad (\text{A-2})$$

外力がランダム変動であるので応答もランダム変動となる。そこで, 外力 $p(t)$, 応答 $x(t)$ はフーリエ変換によって次式のように表わされる。

$$p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega)e^{i\omega t} d\omega, \quad P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A-3a,b})$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega, \quad X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A-4a,b})$$

式(A-4a)を t について 1 階微分, 2 階微分を行うとそれぞれ次式となる。

$$\dot{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} i\omega X(\omega)e^{i\omega t} d\omega, \quad \ddot{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} -\omega^2 X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A-5a,b})$$

式(A-2), (A-3a), (A-4a), (A-5a), (A-5b)を式(A-1)に代入し整理すると次式となる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} [-M\omega^2 + iC\omega + K + \{K'_d(\omega) + iK''_d(\omega)\}] X(\omega)e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A-6})$$

上式左辺カッコ内を $Z(\omega)$ とおき, 実部と虚部で整理すると,

$$Z(\omega) = \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{K'_d(\omega)}{K} + i \left\{ 2\xi_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) + \frac{K''_d(\omega)}{K} \right\} \right] K \quad (\text{A-7})$$

ここで,

$$M/K = 1/\omega_0^2, \quad C/K = 2\xi_0/\omega_0 \quad (\text{A-8a,b})$$

よって, ダンパーの振動数依存性を考慮した周波数応答関数 $H(\omega)$ は次式となる。

$$H(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{K'_d(\omega)}{K} + i \left\{ 2\xi_0 \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{K''_d(\omega)}{K} \right\}} \cdot \frac{1}{K} \quad (\text{A-9})$$

(2009年6月10日原稿受理, 2009年9月15日採用決定)